

1970  
TFRT-5068  
(BE-68)

UNDERSÖKNING AV BAKKES  
ADAPTIVA REGULATOR

ALLAN NILSSON  
TOR SVEGNE

Examensarbete vid institutionen för reglerteknik  
vid LTH.

Ansvarig handledare: B J Ö R N W I T T E N M A R K

## SAMMANFATTNING.

Den adaptiva regulator, som undersökts i detta examensarbete, grundar sig på en metod som angivits i en artikel av R. M. Bakke [1]. Dess uppgift är att vid varierande systemdynamik hålla förstärkningen konstant vid ett i någon mening optimalt värde.

Metoden innebär att en adaptiv felsignal erhålles ur en jämförelse av effekten i utvalda frekvensband. För att kunna finna lämpliga frekvensband är det nödvändigt att betrakta spektraltätheten för systemets utsignal. Vid närvaro av en störning, approximativt vitt brus, kan man finna frekvenser där spektraltätheten är förstärkningsberoende, men också frekvenser där spektraltätheten är oberoende av förstärkningen. De förstnämnda frekvenserna kan då utnyttjas för processidentifiering och de sistnämnda för signalidentifiering. Den adaptiva felsignalen, som erhållits ur jämförelsen av signaleffekten i dessa frekvensband, kombinerad med en konventionell regulator utnyttjas till att reglera processens förstärkning.

Simuleringarna visar att en enligt denna metod konstruerad adaptiv regulator föga lämpar sig för den process, som vi ville reglera i detta arbete. Den föreslagna regulatorn visar sig vara mycket långsam, vilket beror på att de för processidentifiering tillgängliga frekvenserna är synnerligen låga. En följd av detta blir att man måste betrakta ett stort tidsintervall för att kunna bilda en korrekt uppskattning av effekten. Detta ger upphov till stor eftersläpning, som medför att regulatorn blir långsam och att processens förstärkning kommer att svänga kring det optimala värdet. Bättre adaptiva regulatorer för denna process har konstruerats, och även med manuell styrning bör bättre resultat uppnås.

### ABSTRACT.

The adaptive controller, which has been tested in this examination work, is based on a method, which is mentioned in an article by R. M. Bakke [1]. Its task is to hold the gain constant at one in some sense optimal value when the system dynamics fluctuate.

The method is based on the fact that an adaptive error signal can be derived from a comparison of the power in selected frequency bands. To be able to find suitable frequency bands it is necessary to regard the spectral density of the output of the system. At the presence of a disturbance, approximately white noise, one can find frequencies where the spectral density is gain dependent, but also frequencies where the spectral density is gain independent. The first mentioned frequencies can then be used to process identification and the last mentioned to signal identification. The adaptive error signal, which is derived from the comparison of the signal power in these frequency bands, combined with a conventional controller, is used to control the gain of the process.

The simulations show that an adaptive controller, based on this method, does not suit for the process, which we want to control in this work. The suggested controller proves to be very slow, which depends on the very low frequencies, which are available for the process identification. A consequence of this is, that one have to regard a large interval of time to be able to make a correct estimation of the power. This implies that the controller is slow and the process gain is oscillating round the optimal value. Better adaptive controllers for this process have been constructed, and even manual control should give better result.

## INNEHÅLLSFÖRTECKNING.

1. Problemformulering.
  2. Beskrivning av den reglerade processen.
    - 2.1. Kontinuerliga systemet.
    - 2.2. Samplingsförfarande.
    - 2.3. Syfte med regleringen.
  3. Den adaptiva regulatorn.
    - 3.1. Blockstruktur.
    - 3.2. Filter.
      - 3.2.1. Val av frekvensband.
      - 3.2.2. Det förstärkningsoberoende filtret.
      - 3.2.3. Det förstärkningsberoende filtret.
    - 3.3. Bestämning och viktning av signaleffekten i de båda frekvensbanden.
    - 3.4. Regulatorn.
    - 3.5. Den använda adaptiva regulatorn.
  4. Simuleringar.
  5. Svårigheter och förslag till förbättringar av adaptiva regulatorn.
  6. Referenser.
- Appendix: Använda subrutiner.

## 1. PROBLEMFÖRMULERING.

Den tekniska utvecklingen har gett upphov till en mängd processer, som med fördel kan beskrivas och styras med reglertekniska metoder. Då omgivningens inverkan i många fall medför varierande systemdynamik har det uppstått behov av regulatorer, som automatiskt anpassar processen till den varierande dynamiken. Man har då ett s.k. adaptivt system.

Som exempel på ett adaptivt reglersystem kan nämnas flygplan med autopilot. Den varierande systemdynamiken beror i detta fall på skillnader i atmosfärens täthet på olika höjd.

Just autopiloten är en av de första tillämpningarna på en adaptiv regulator, och med denna tillämpning i åtanke har flera metoder utvecklats såsom GE:s adaptiva autopilot [3], MIT:s adaptiva autopilot [3] och Minneapolis-Honeywells adaptiva autopilot [3,2]. Senare visade det sig, att dessa metoder är tillämpbara ej enbart på autopiloter utan kan även användas vid konstruktion av adaptiva regulatorer till andra system. En del av dessa metoder har undersökts i tidigare examensarbeten vid institutionen för reglerteknik.

Den metod, som undersöks i detta examensarbete, har först angivits av Marx [4]. Utförandet av den adaptiva regulatorn grundar sig på en artikel av R.M. Bakke [1] och illustrerar en tillämpning på adaptiv DDC (Direct Digital Control).

Vi ska med ledning av denna metod till ett givet system konstruera en adaptiv regulator, som förmår hålla loopförstärkningen konstant trots förändringar av processens förstärkning. Det reglerade systemet åskådliggöres i figur 1.1.

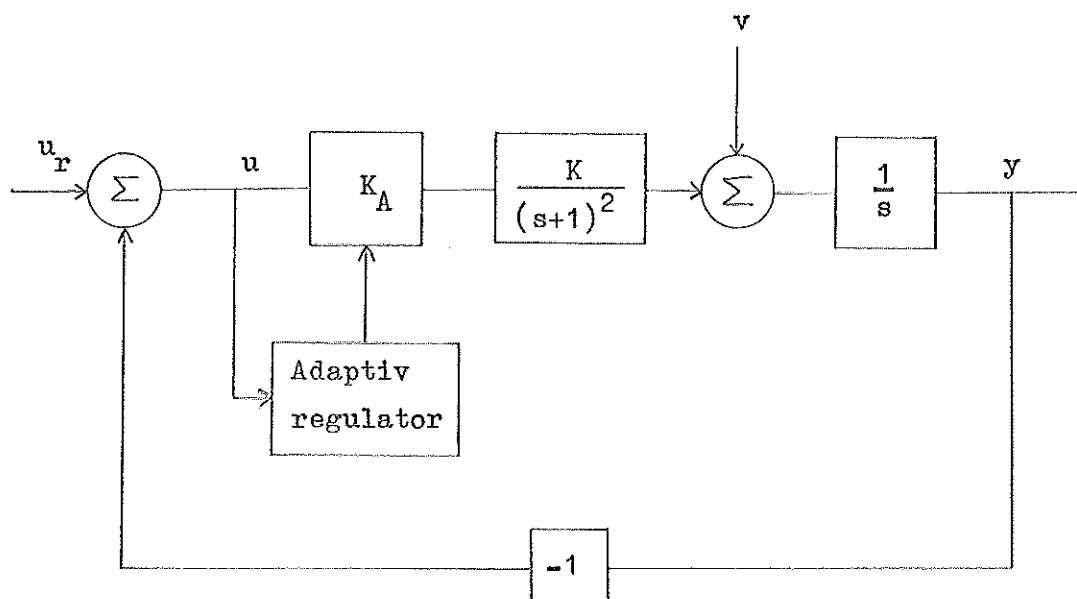


Fig. 1.1

Önskvärt är att hålla förstärkningen vid ett sådant värde att brusets inverkan, då referenssignalen  $u_r = 0$ , blir så liten som möjligt, dvs. så att utsignalens varians minimeras.

Bestämning av systemets aktuella loop-förstärkning göres genom mätningar på utsignalen från det slutna systemet. Genom jämförelse med ett referensvärde erhålles en adaptiv felsignal. Felsignalen får styra en konventionell regulator, vars utsignal ger förstärkningskorrektionen.

Den aktuella loop-förstärkningen bestäms genom att mäta signaleffekten i frekvensband, där ett entydigt samband råder mellan signaleffekt och förstärkning. Referensvärdet erhålles på motsvarande sätt genom att mäta signaleffekten i frekvensband, där signaleffekten är oberoende av förstärkningen.

Genom kombination av dessa mätningar kan en adaptiv fel-

signal erhållas, som används att reglera  $K_A$  så att konstant loop-förstärkning uppnås. Justering av loop-förstärkningen fortsätter tills mätningarna av den styrda variabeln är lika med set-pointvärdet. Vid det laget har den adaptiva förstärkningen ett värde, som ger processen önskade egenskaper. Processen styrs då genom en konventionell feed-back-regulator, och förstärkningskorrektionen styrs av en adaptiv regulator.

Då systemet simuleras med hjälp av dator, måste systemet samplas och även regulatorn konstrueras på digital form. Simuleringen utföres på en dator av typ CD 3600. Som programmeringsspråk användes FORTRAN.

## 2. BESKRIVNING AV DEN REGLERADE PROCESSEN.

### 2.1. Kontinuerliga systemet.

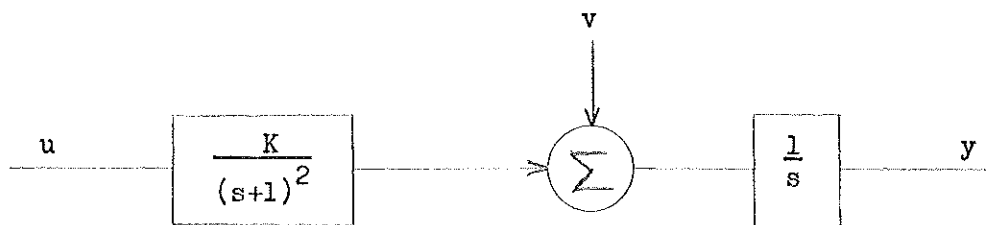


Fig. 2.1

Ovanstående system givet. Störningen  $v$  är vitt normalfördelat brus med spektraltätheten  $\phi_v(\omega) = \sigma^2/2\pi$ , där  $\sigma^2$  är det vita brusets varians. Systemet återkopplas enligt nedan (fig. 2.2).

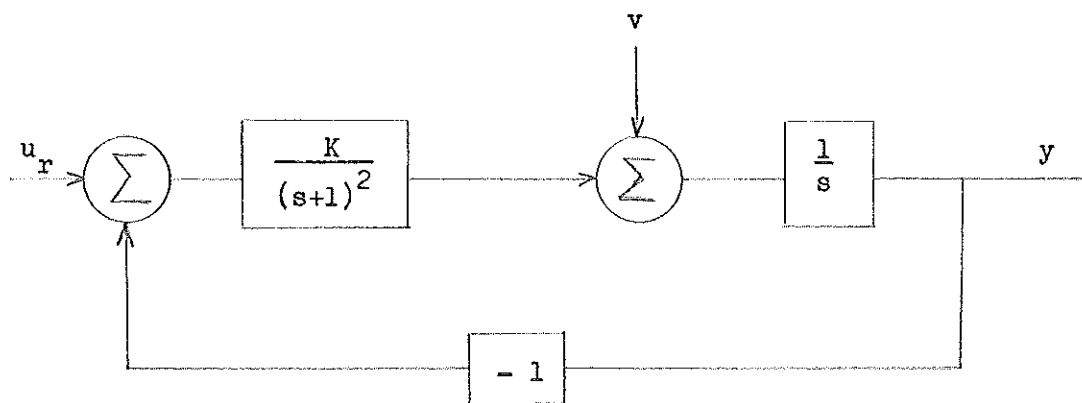


Fig. 2.2

Vi finner följande samband mellan utsignalen  $y$  och störningen  $v$  då insignalen  $u_r$  är noll

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{K}{s(s+1)^2}} \cdot V(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^3 + 2s^2 + s + K} \cdot V(s)$$



d.v.s.

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^3 + 2s^2 + s + K} \quad .$$

Med hjälp av t. ex. rotortmetoden erhålles stabilitetsområdet för det enkelt återkopplade kontinuerliga systemet:

$$0 < K < 2 \quad .$$

Utsignalens spektraltäthet ges av följande uttryck:

$$\phi_y(\omega) = G(i\omega) G(-i\omega) \phi_v(\omega).$$

Insättning och standardformlerna för integraler ger då utsignalens varians

$$E y^2(t) = \sigma^2 \cdot \frac{2 + 3K}{2K(2 - K)} \quad .$$

Utsignalens varians blir oändlig för  $K = 0$  och  $K = 2$  och antar ett minsta värde,  $2,25 \sigma^2$ , för  $K = 2/3$  enl. [6].

Stegsvar för det kontinuerliga systemet har upptagits på analogi-maskin, dels för systemet betraktat från insignal till utsignal och dels för systemet betraktat från brusingång till utgång med loopförstärkningen som parameter. Stegsvaren återfinns i fig. 2.3 och fig. 2.4.

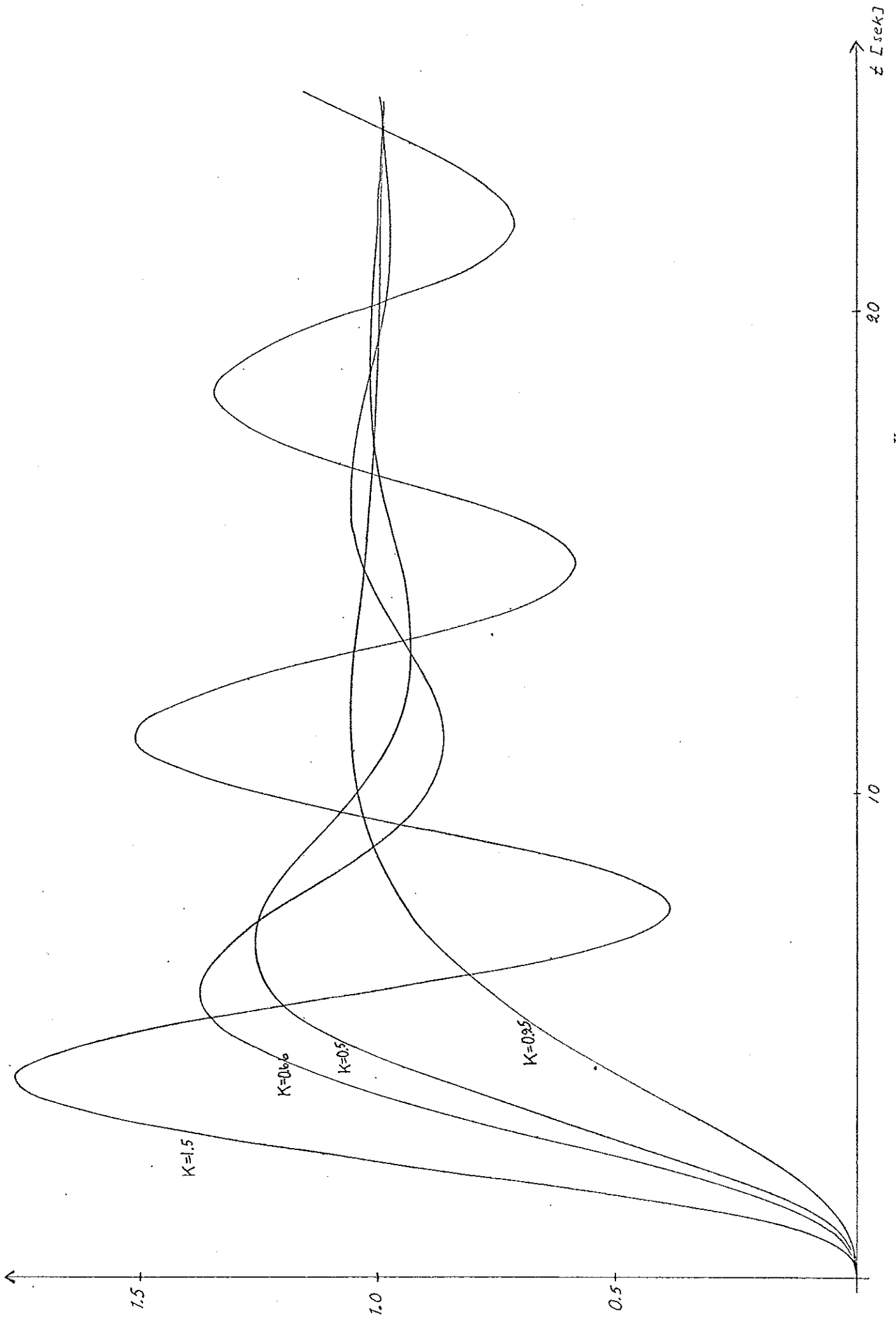


Fig. 2.3: Stegssvar för systemet  $\frac{K}{s(s+1)^2 + K}$



Fig. 2.4: Stegsvär för systemet  $\frac{(s+1)^2}{s(s+1)^2 + K}$

## 2.2. Samplingsförfarande.

Följande system betraktas:

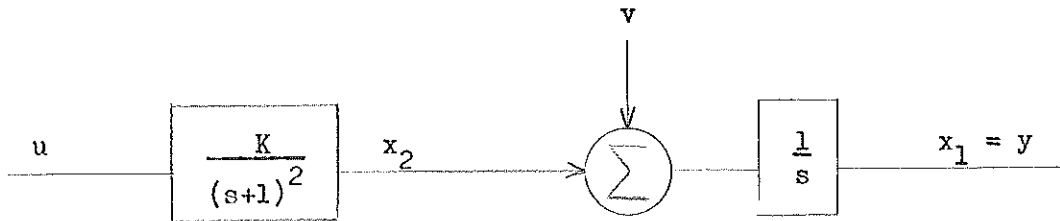


Fig. 2.5

Det kontinuerliga systemet kan skrivas

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] x$$

Om samplingspunkterna är  $0, h, 2h, \dots$  och om styrsignalen antages vara konstant, kan det samplade systemet beskrivas med följande ekvationer

$$x(t+h) = \Phi x(t) + \Gamma u(t) + \Gamma' v(t) \quad t = 0, h, 2h, \dots$$

$$y(t) = \Theta x(t)$$

där enligt tidigare examensarbete av J. Bergman [2] gäller att

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1-F & 1-F-hF \\ 0 & F & hF \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix}$$

$$\Gamma' = K \begin{bmatrix} h-2+2F-hF \\ 1-F-hF \\ 1-F \end{bmatrix}$$

$$F = \exp(-h)$$

$$\Gamma' = \begin{bmatrix} \sigma \sqrt{h} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Vi vill studera brusets inverkan på systemet. Betrakta systemet från brus till utgång då insignalen  $u_r = 0$ .

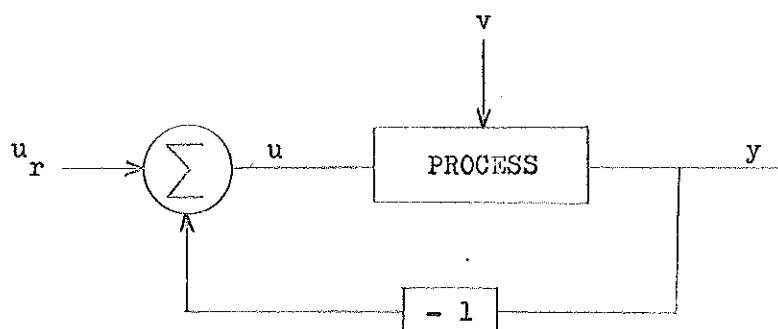


Fig. 2.6

Ovanstående system beskrivs av följande ekvationer:

$$\begin{cases} x(t+h) = \phi x(t) + \Gamma u(t) + \Gamma' v(t) \\ y(t) = \Theta x(t) \\ u(t) = -y(t) \end{cases}$$

vilket ger

$$x(t+h) = (\phi - \Gamma\Theta) x(t) + \Gamma' v(t)$$

$$y(t) = \Theta x(t)$$

Inför  $\phi' = \phi - \Gamma\Theta$ .

Explicit erhålles

$$\phi' = \begin{bmatrix} 1-K(h-2+2F+hF) & 1-F & 1-F-hF \\ -K(1-F-hF) & F & hF \\ -K(1-F) & 0 & F \end{bmatrix}$$

Överföringsfunktionen från brus till utgång kan beräknas m. h. a.

formeln enl. [5].

$$H(q) = \Theta(qI - \phi')^{-1} \Gamma'$$

vilket ger

$$H(q) = \frac{\sigma \sqrt{h} (q^2 - 2qF - F^2)}{\det(qI - \phi')}$$

där

$$\begin{aligned} \det(qI - \phi') &= q^3 + q^2 (K(h-2+2F+hF) - 2F - 1) + \\ &+ q (2K(1-2hF-F^2) + 2F + F^2) + K(hF^2 + 2F^2 - 2F + hF) - F^2 \end{aligned}$$

### 2.3. Syfte med regleringen.

Som tidigare nämnts bygger regulatorns utförande på effektmätning i utvalda frekvensband, där signaleffekten är starkt beroende resp. relativt oberoende av loop-förstärkningen. Det är därför nödvändigt att studera systemets spektraltäthet för att kunna finna lämpliga frekvensband.

För samplade system ges spektraltätheten av formeln

$$\phi_y = H(z) H(z^{-1}) \phi_v$$

där

$$z = e^{i\omega h},$$

H är överföringsfunktionen från brusningång till utgång och  $\phi_v$  är brusets spektraltäthet.

För vitt brus är spektraltätheten konstant. Väljes variansen  $\sigma^2 = 1$  blir  $\phi_v = 1/2\pi$  och således

$$\phi_y = \frac{1}{2\pi} H(e^{i\omega h}) H(e^{-i\omega h}).$$

Spektraltätheten  $\phi_y$  beräknas m. h. a. subrutinen SPECTRA.

Då spektraltätheten är ett polynom i  $e^{i\omega h}$  blir den uppenbarligen en periodisk funktion av  $\omega h$ . Perioden ges av

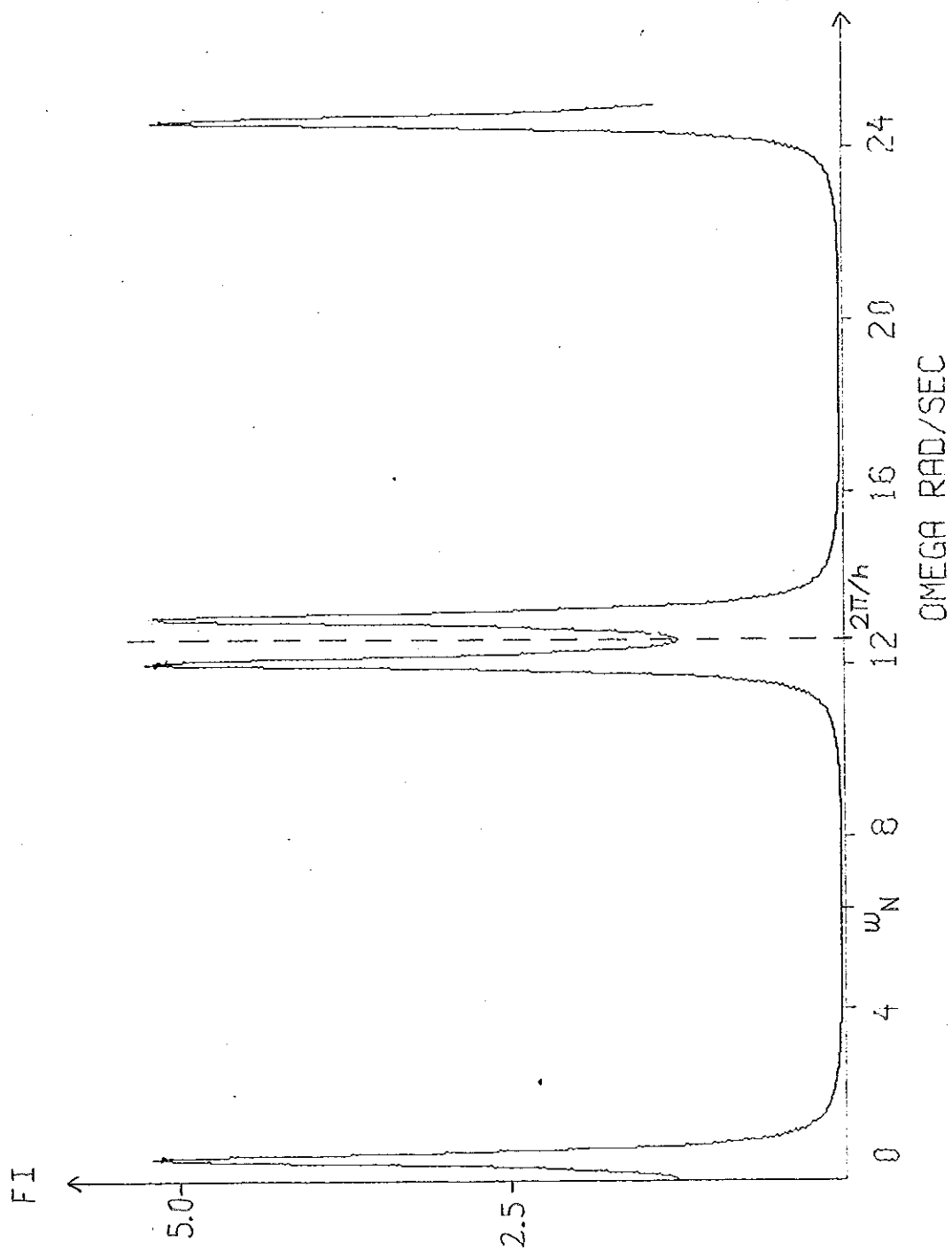
$$\omega h = 2\pi,$$

vilket medför

$$\omega = 2\pi/h \quad \text{eller} \quad f = 1/h.$$

Fig. 2.7 visar spektraltäthetens periodicitet då samplingsintervallet är 0.5 sek.

Fig. 2.7: Det samplade systemets spektraltäthet för samplingsintervallet 0.5 sek och loop-förstärkningen 0.51.





På grund av samplingsintervallets längd kan ett samplat system inte följa högfrekventa signaler. Enligt samplingsteoremet ges den högsta frekvens, som det samplade systemet kan följa med bevarad information av Nyquistfrekvensen

$$f_N = 1/2h$$

där  $h$  är samplingsintervallet.

Det är alltså irrelevant att beakta frekvenser större än  $f_N$ , varför våra frekvensband måste väljas vid frekvenser under Nyquistfrekvensen. Spektraltätheten  $\phi_y(\omega)$  i det aktuella området med förstärkningen som parameter återfinns i figurerna 2.8, 2.9 och 2.10 för olika samplingsintervall.

Den adaptiva regulatorns uppgift är att hålla loop-förstärkningen konstant. För att minimera brusets inverkan, då insignalen  $u_r = 0$ , bör loop-förstärkningen hållas vid ett värde, som ger systemet goda egenskaper såsom låg varians hos utsignalen. Ett optimalt värde på förstärkningen inom stabilitetsområdet erhålles genom att minimera variansen. Variansen,  $E y^2(t)$ , ges av

$$E y^2(t) = \frac{1}{i} \oint H(z) H(z^{-1}) \frac{dz}{z} \cdot \sigma^2$$

Med subrutinen NEKKJR beräknas funktionen

$$V = \frac{1}{i} \oint \frac{B(z) B(z^{-1})}{A(z) A(z^{-1})} \frac{dz}{z}$$

varur erhålles

$$E y^2(t) = V \sigma^2.$$

Då  $\sigma^2 = 1$  fås således utsignalens varians direkt som resultatet från NEKKJR.

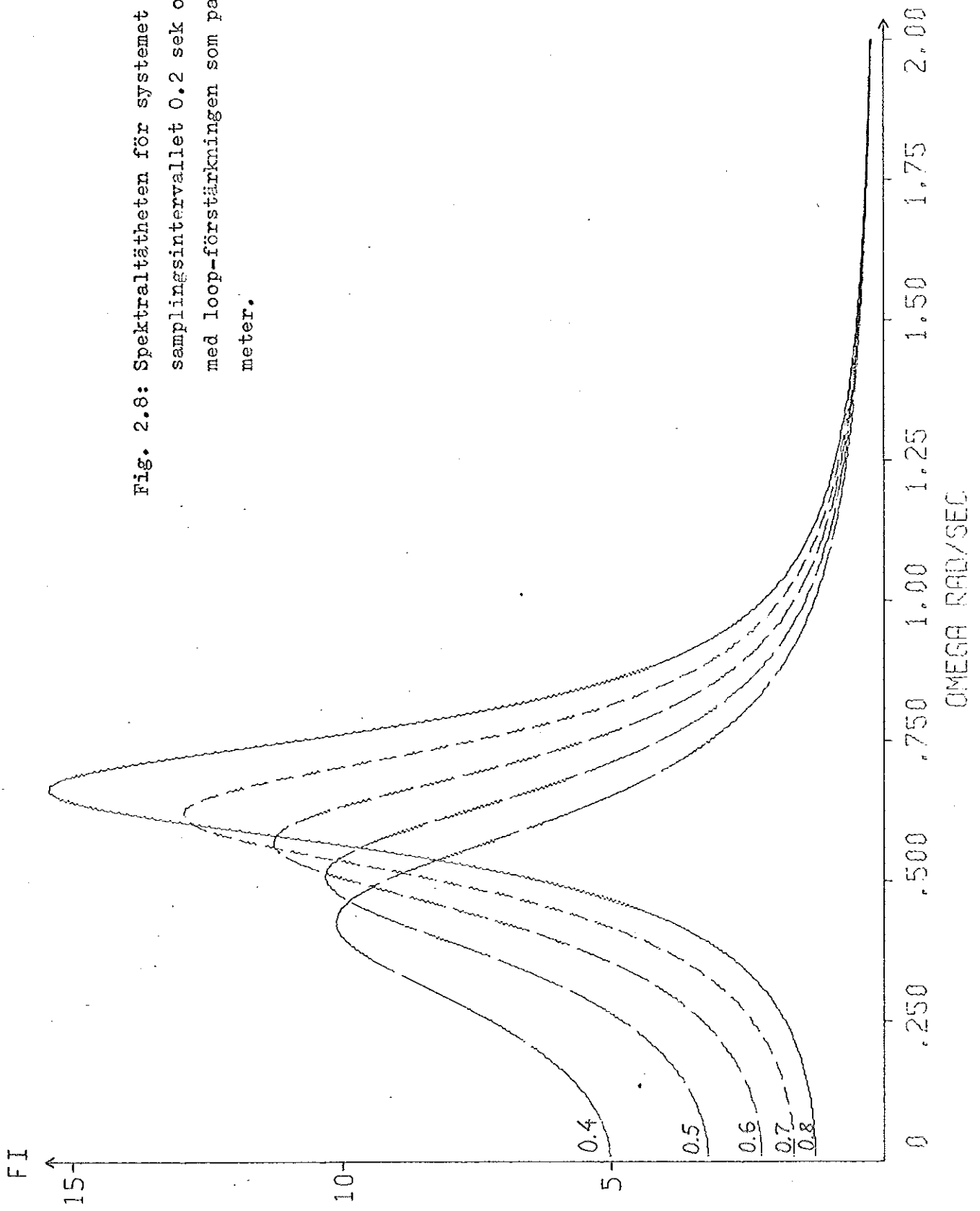


Fig. 2.8: Spektraltätheten för systemet med  
 samplingsintervallet 0.2 sek och  
 med loop-förstärkningen som para-  
 meter.

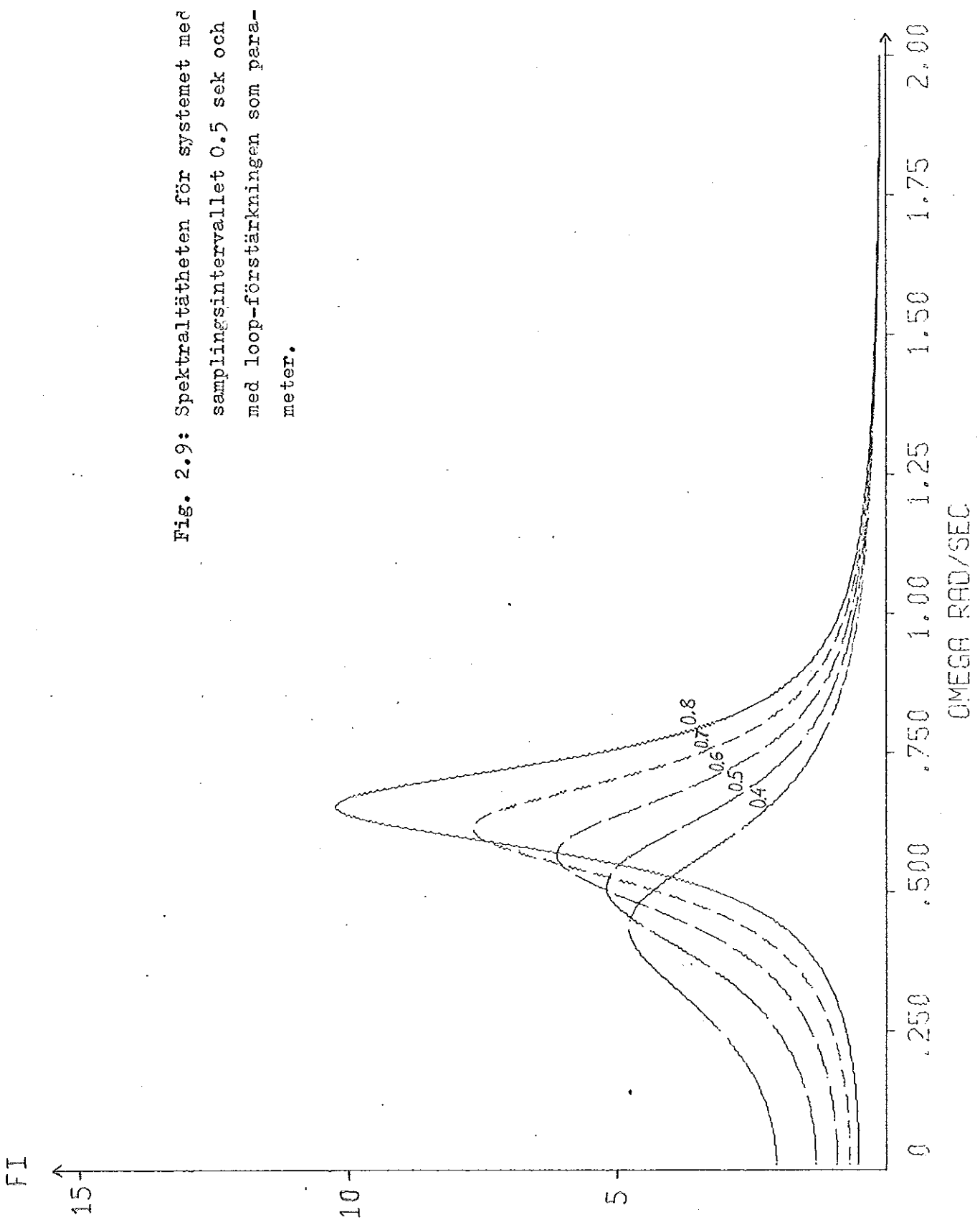


Fig. 2.9: Spektraltätheten för systemet med  
 samplingsintervallet 0.5 sek och  
 med loop-förstärkningen som para-  
 meter.

FI

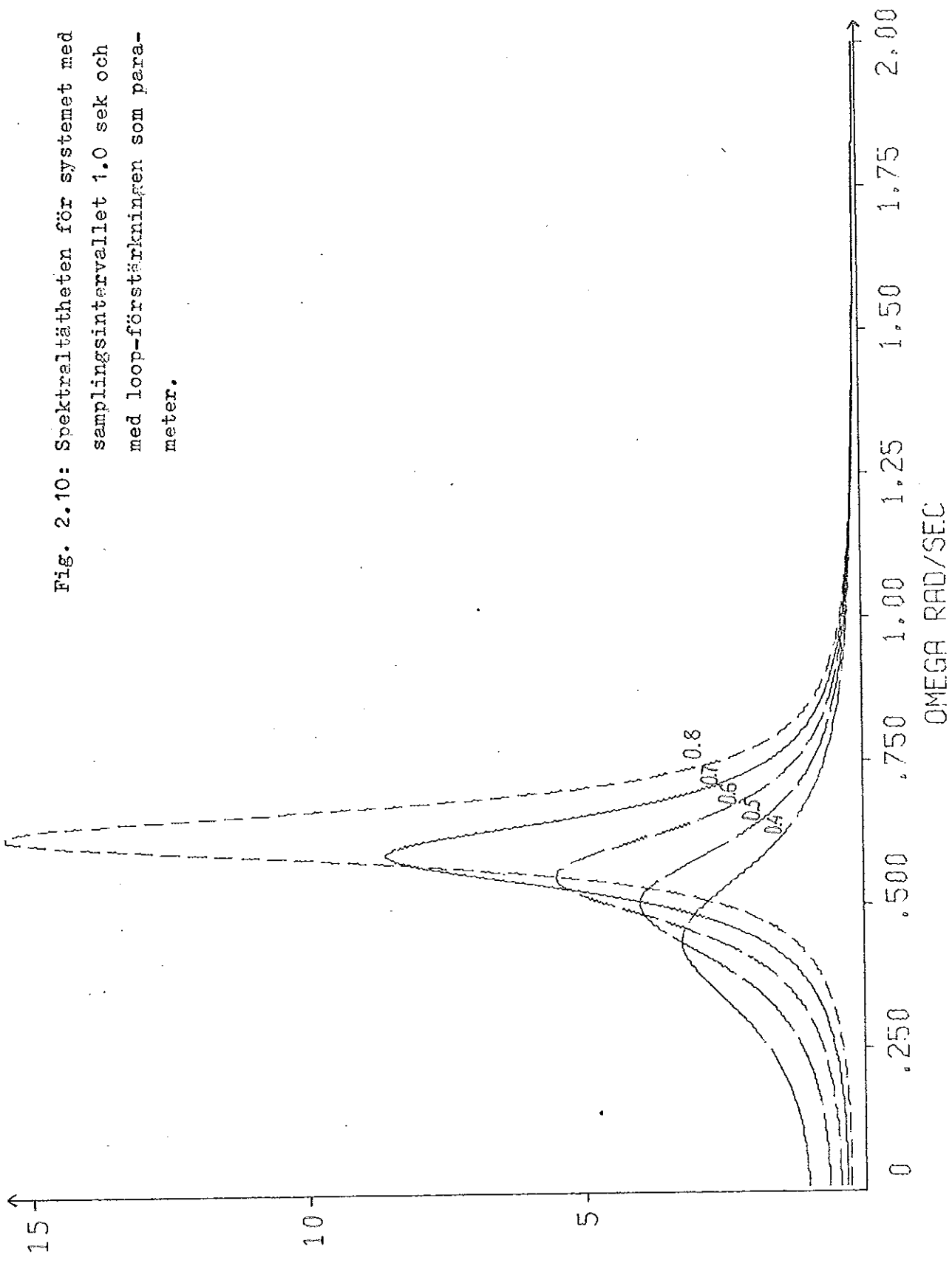


Fig. 2.10: Spektraltätheten för systemet med  
samplingsintervallet 1.0 sek och  
med loop-förstärkningen som para-  
meter.

En  $y^2(t)$  som funktion av förstärkningen vid olika samplingsintervall återfinns i fig. 2.11. För de undersökta samplingsintervallen anges i nedanstående tabell den loop-förstärkning, som ger minimal varians, tillsammans med den minimala variansen och stabilitetsområdet.

samplingsintervall	loop-förstärkning	minimal varians	stabilitetsområde
1.0	0.41	3.19	0 - 1.06
0.5	0.51	2.73	0 - 1.36
0.2	0.59	2.44	0 - 1.67
kontinuerligt	0.67	2.25	0 - 2.00

Tabell 2.1

Ur tabell 2.1 kan utläsas att av de undersökta samplingsintervallen ger intervallet  $h = 0.2$  sek. störst stabilitetsområde och lägst minimal varians, vilket talar för att välja detta samplingsintervall.

Med tanke på snabbheten i det kontinuerliga systemets stegsvar (fig. 2.3 och 2.4) kan dock avsevärt längre samplingsintervall användas.

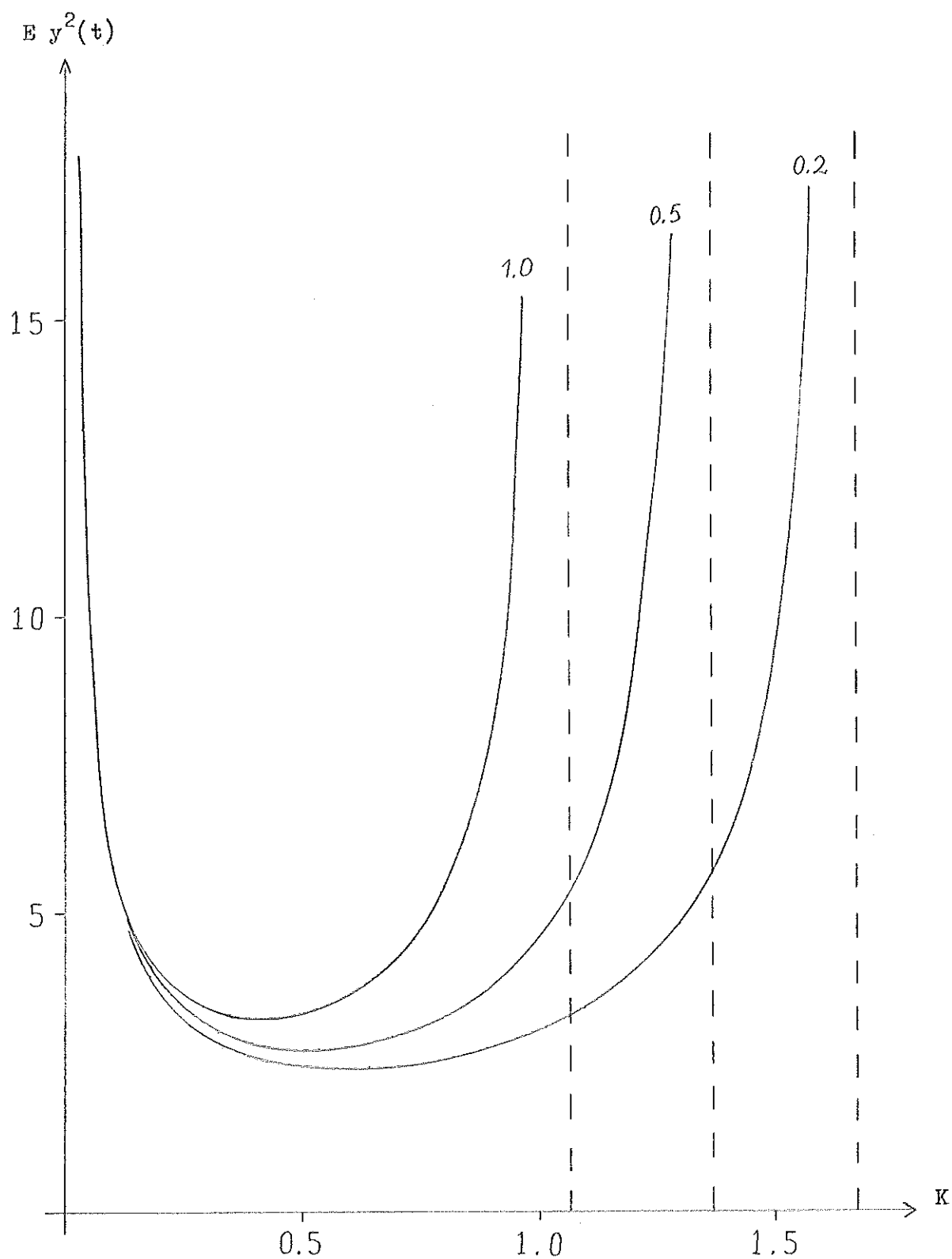


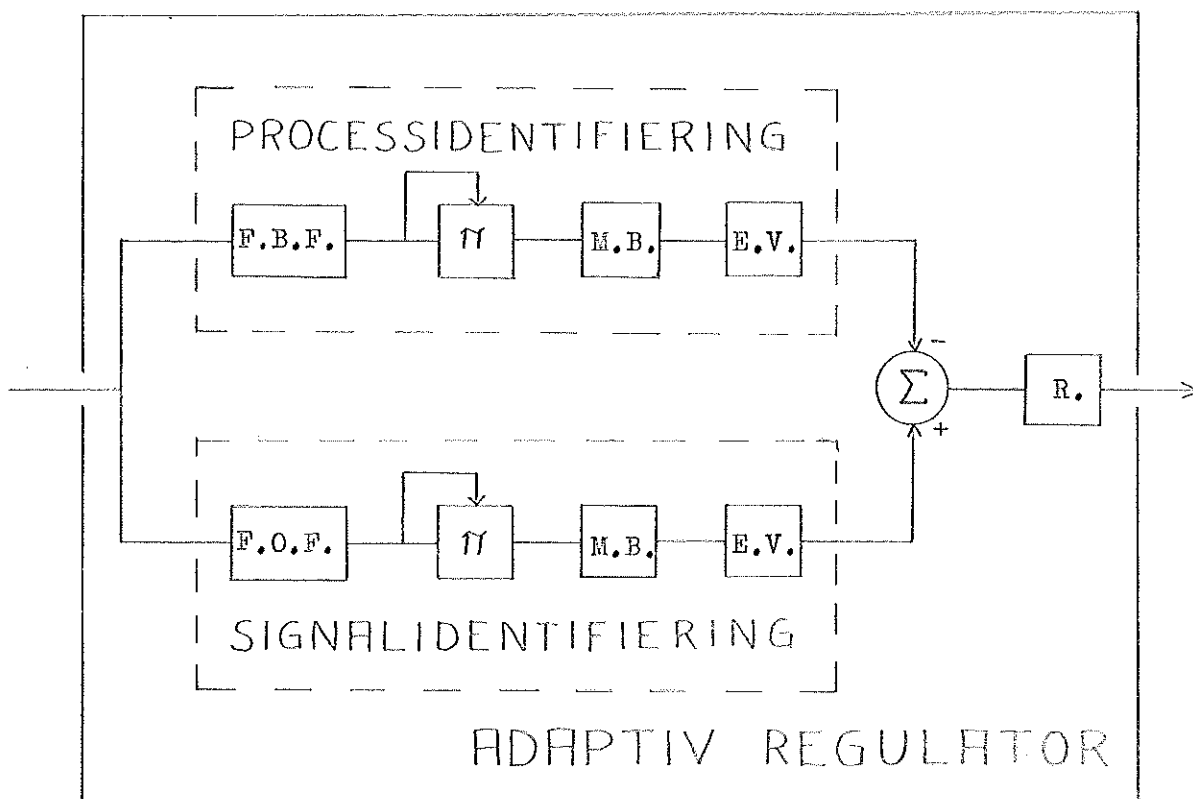
Fig. 2.11: Variansen för det samplade systemets utsignal som funktion av förstärkningen med samplingsintervallet som parameter.

### 3. DEN ADAPTIVA REGULATORN.

#### 3.1 Blockstruktur.

Principen för den adaptiva regulatorn och dess arbetssätt har tidigare berörts i kap. 1. Detta kapitel ägnas åt en utförligare beskrivning av den adaptiva regulator, som vi använt vid simuleringen av vårt givna system.

Vi erinrar oss figur 1.1 sidan 6. Som tidigare nämnts bildas en adaptiv felsignal genom jämförelse av signaleffekten i två frekvensband, sådana att signaleffekten i det ena är starkt beroende av den aktuella loop-förstärkningen, medan den i det andra är oberoende av loop-förstärkningen. Lämpliga frekvensband väljes med ledning av systemets spektral-täthet ( se fig. 2.8, 2.9 och 2.10!). Genom filtrering av insignalen  $u$  erhålles de signaler, som används till att bilda den adaptiva felsignalen. Signalernas effekt bestäms genom kvadrering och medelvärdesbildning över ett lämpligt antal samplingsintervall. Effekterna viktas så att de blir lika stora vid den loop-förstärkning, som ger utsignalen minimal varians. Regulatorn kan då konstrueras så som visas i figur 3.1.



- F.B.F. : Förstärkningsberoende filter  
 F.O.F. : Förstärkningsoberoende filter  
 M.B. : Medelvärdesbildning av signalkvadraterna  
 E.V. : Effektiviktning  
 R. : Regulator

Fig. 3.1



### 3.2 Filter.

Då simuleringen utföres på dator, behöver vi digitala filter. Som framgår av figurerna 2.8, 2.9 och 2.10 krävs smala filter vid mycket låga frekvenser, vilket enbart kan åstadkommas med digital teknik, ty konventionell teknik kräver sådana komponenter, att priset blir mycket högt om de överhuvudtaget är möjliga att realisera.

Vid konstruktion av de digitala filterna utgår vi från vanliga analoga filter med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{as + b}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} ,$$

där konstanterna  $a$ ,  $b$ ,  $\omega$  och  $\zeta$  bestämmas så att önskad centerfrekvens och dämpning erhålles. De kontinuerliga filterna överförs på samplad form med biblioteksprogrammet TRANS.

Exempel på hur pol-nollställes-konfigurationen för det analoga filtret kan se ut i  $s$ -planet visas i figur 3.2. Figur 3.3 visar pol-nollställeskonfigurationen i  $s$ -planet för det samplade filtret, vilken ger belägg för den periodicitet, som erhålles då ett analogt system samplas. När man arbetar med samplade system är det emellertid praktiskt att arbeta i  $z$ -planet i stället för i  $s$ -planet (fig. 3.4). De två planen följer transformationen

$$z = e^{sh} ,$$

där  $h$  är samplingsintervallet.

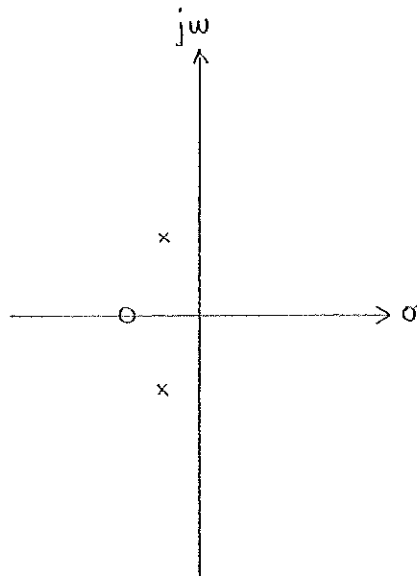


Fig. 3.2: s-plan  
Analogt filter

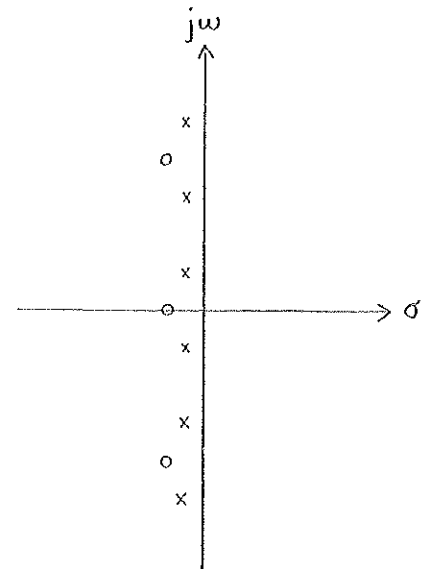


Fig. 3.3: s-plan  
Samplat analogt filter

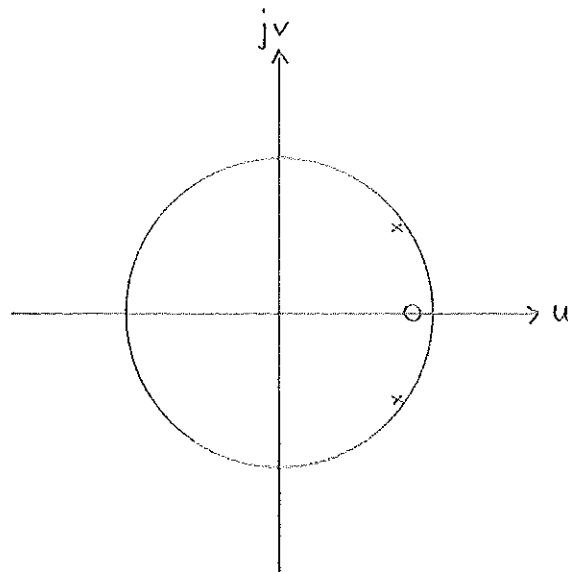


Fig. 3.4: z-plan  
Digitalt filter

I enlighet med föregående och vad som sagts i kap. 2.3 blir spektraltätheten för filterna en periodisk funktion med perioden  $1/h$ . Detta spelar emellertid ingen roll, då signalens bandbredd,  $W$ , måste satisfiera samplingssteomet, som säger att

$$W < \frac{1}{2h} \quad (\text{Nyquist-frekvensen})$$

### 3.2.1 Val av frekvensband.

Vi söker frekvensband där spektraltätheten dels är oberoende av förstärkningen för signalidentifiering, dels frekvensband där spektraltätheten är entydigt beroende av förstärkningen för processidentifiering. Se figur 2.9!

Det förstnämnda frekvensbandet måste uppenbarligen väljas vid frekvenser sådana att  $1.5 < \omega < \omega_N$ , där  $\omega_N$  är den vinkelhastighet i rad/sek, som ges av Nyquistfrekvensen.

Det frekvensband, där man har förstärkningsberoende spektraltäthet, kan väljas inom ett par olika intervall, t.ex.  $0 < \omega < 0.4$  och  $0.75 < \omega < 1.0$  rad/sek. Det förefaller lämpligt att välja det undre frekvensbandet på grund av den distinkta skillnaden i spektraltäthet för olika förstärkningar. Emellertid visar det sig uppstå svårigheter att konstruera stabila samplade filter med samplingsintervallet  $h = 0.2$  sekunder vid dessa låga frekvenser. För samplade system kan stabilitetsgränsen avläsas ur pol-nollställesdiagrammet i  $z$ -planet. Denna gräns utgöres av enhetscirkeln. Transformationen från  $s$ -plan till  $z$ -plan ges av  $z = \exp(sh)$ , vilket medför att för små samplingsintervall och låga frekvenser kommer polerna att ligga mycket nära enhetscirkeln.

Stegsvaren för det kontinuerliga systemet visar dock, att ett samplingsintervall på 0,5 sekunder är fullt acceptabelt med tanke på det kontinuerliga systemets snabbhet.

### 3.2.2 Det förstärkningsberoende filtret.

För signalidentifiering krävs enligt föregående ett bandpassfilter i intervallet  $[1.5, \omega_N]$ . Vi konstruerar först ett kontinuerligt filter, vars överföringsfunktion kan skrivas

$$G(s) = \frac{as + b}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} = bT^2 \frac{(a/b)s + 1}{1 + 2\xi sT + (sT)^2} ; T = \frac{1}{\omega}$$

Denna funktion kan representeras i ett Bodediagram. Ett för ändamålet lämpligt filter uppritas i Bodediagram (figur 3.5). Ur detta kan nu konstanterna  $a$ ,  $b$  och  $\omega$  i överföringsfunktionen bestämmas.  $\xi$  väljes med hänsyn till bandbredd och önskad förstärkning i passbandet. Om det sålunda bestämda kontinuerliga filtret överföres på observerbara tillståndsformen

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

blir

$$A = \begin{bmatrix} -2\xi\omega & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}$$

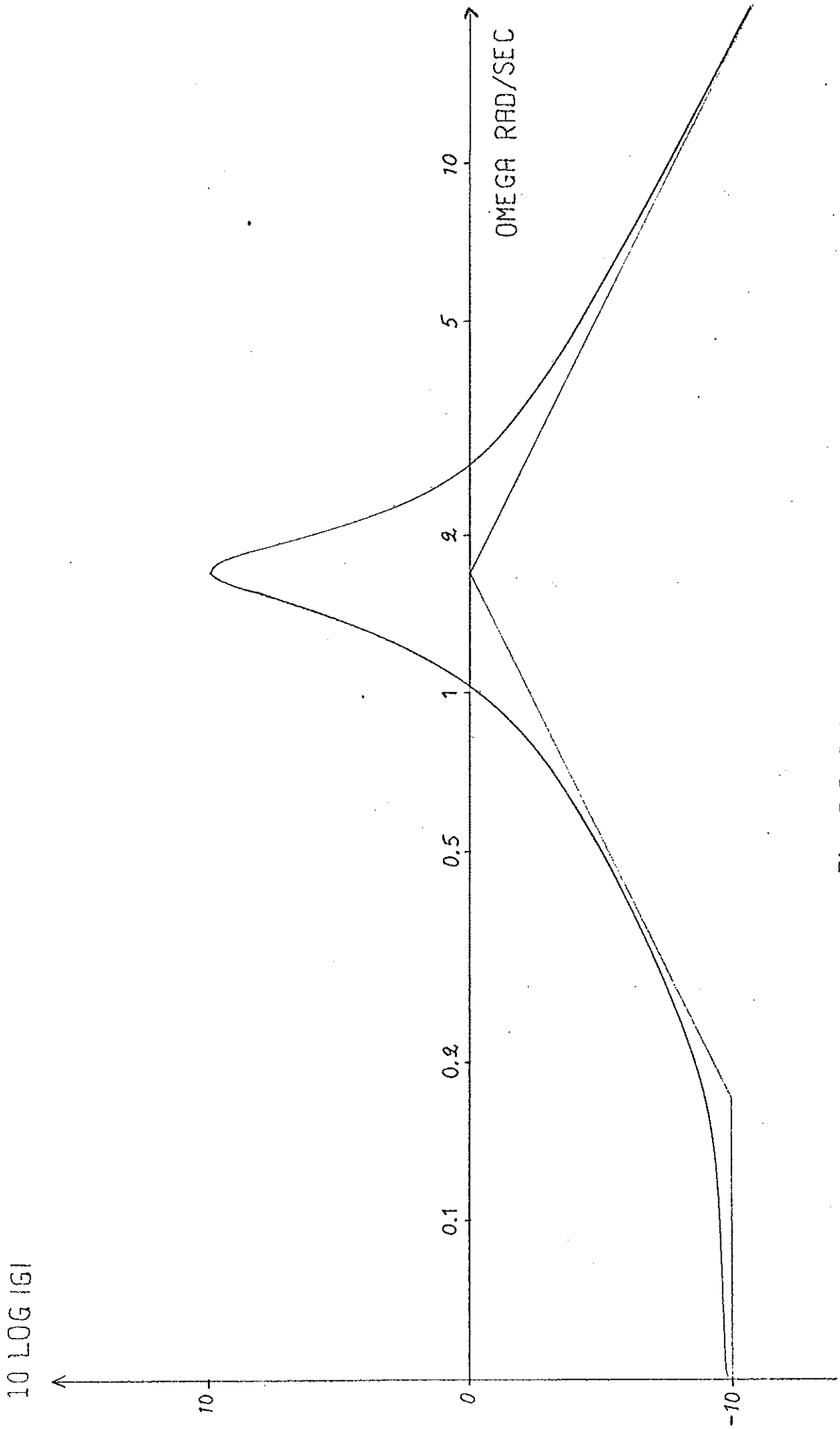


Fig. 3.5: Bodediagram för bandpassfiltret.

$$B = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$C = [ 1 \quad 0 ]$$

För det i Bodediagrammet åskådliggjorda filtret blir

$$a = 1.7, b = 0.289 \text{ och } \omega = 1.7.$$

$\xi$  har valts till 0.05.

För det samplade filtret gäller

$$\begin{cases} x(t+h) = \phi x(t) + \Gamma u(t) \\ y(t) = \theta x(t) \end{cases}$$

där

$$\phi = \exp(Ah)$$

$$\Gamma = \int_0^h \exp(As)Bds$$

$$\theta = C$$

enligt [5].

Matriserna  $\phi$  och  $\Gamma$  beräknas med hjälp av biblioteksrutinen TRANS. Spektraltätheten för det samplade filtret återfinns i figur 3.6.

FI

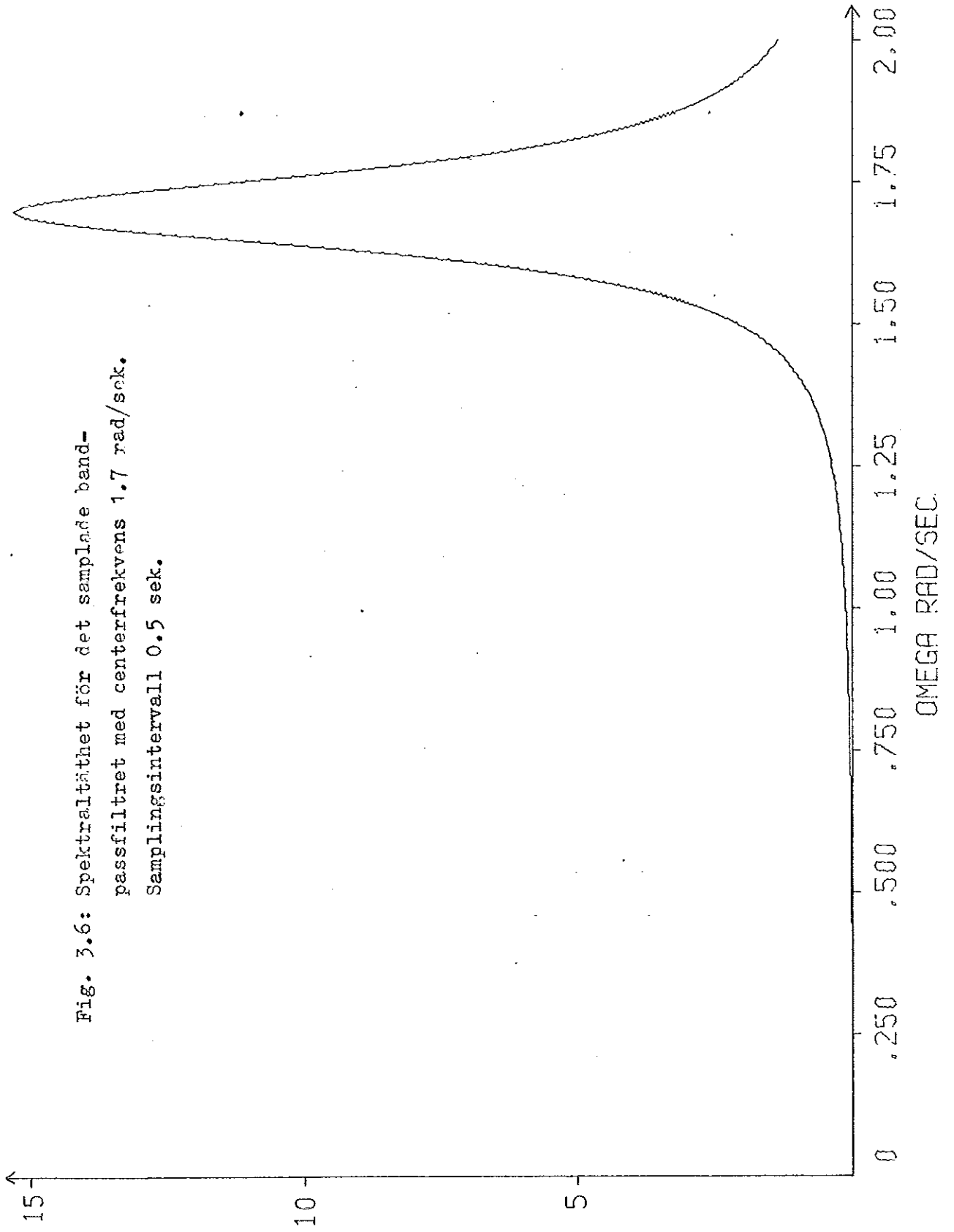


Fig. 3.6: Spektralitet för det samplade band-  
passfiltret med centerfrekvens 1.7 rad/sek.  
Samplingsintervall 0.5 sek.

### 3.2.3 Det förstärkningsberoende filtret.

För processidentifiering väljer vi ett lågpassfilter med brytfrekvensen  $0.2 \text{ rad/sek}$ . På samma sätt som förut uppritas det önskade filtret i Bodediagram (figur 3.7), och konstanterna  $a$  och  $b$  bestämmas. För det aktuella filtret erhålles  $a = 0.04$  och  $b = 0.16$ .  $\zeta$  har valts till  $0.2$ . Det så erhållna kontinuerliga filtret samplas. Det sampelade filtrets spektraltäthet återfinns i figur 3.8.



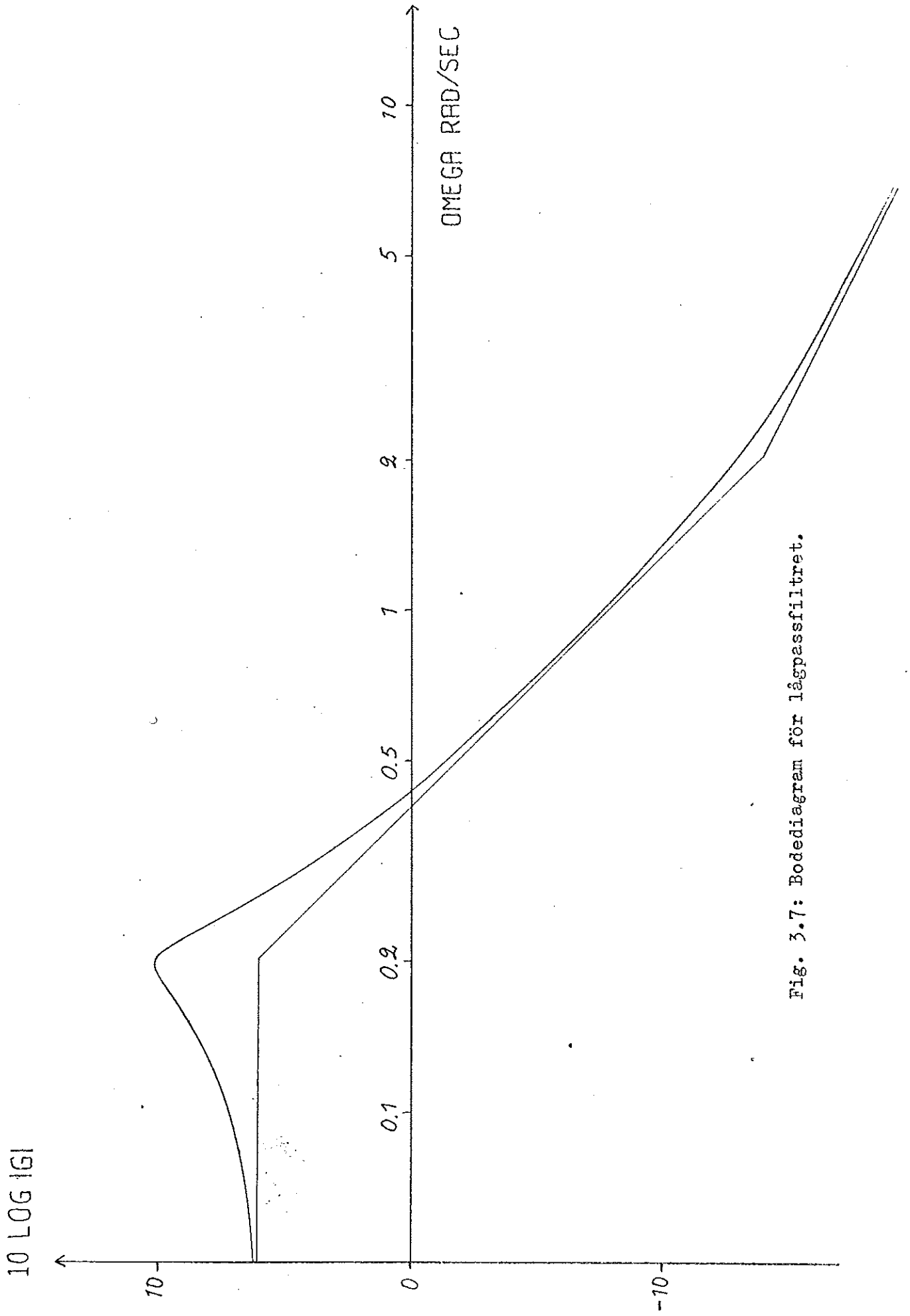
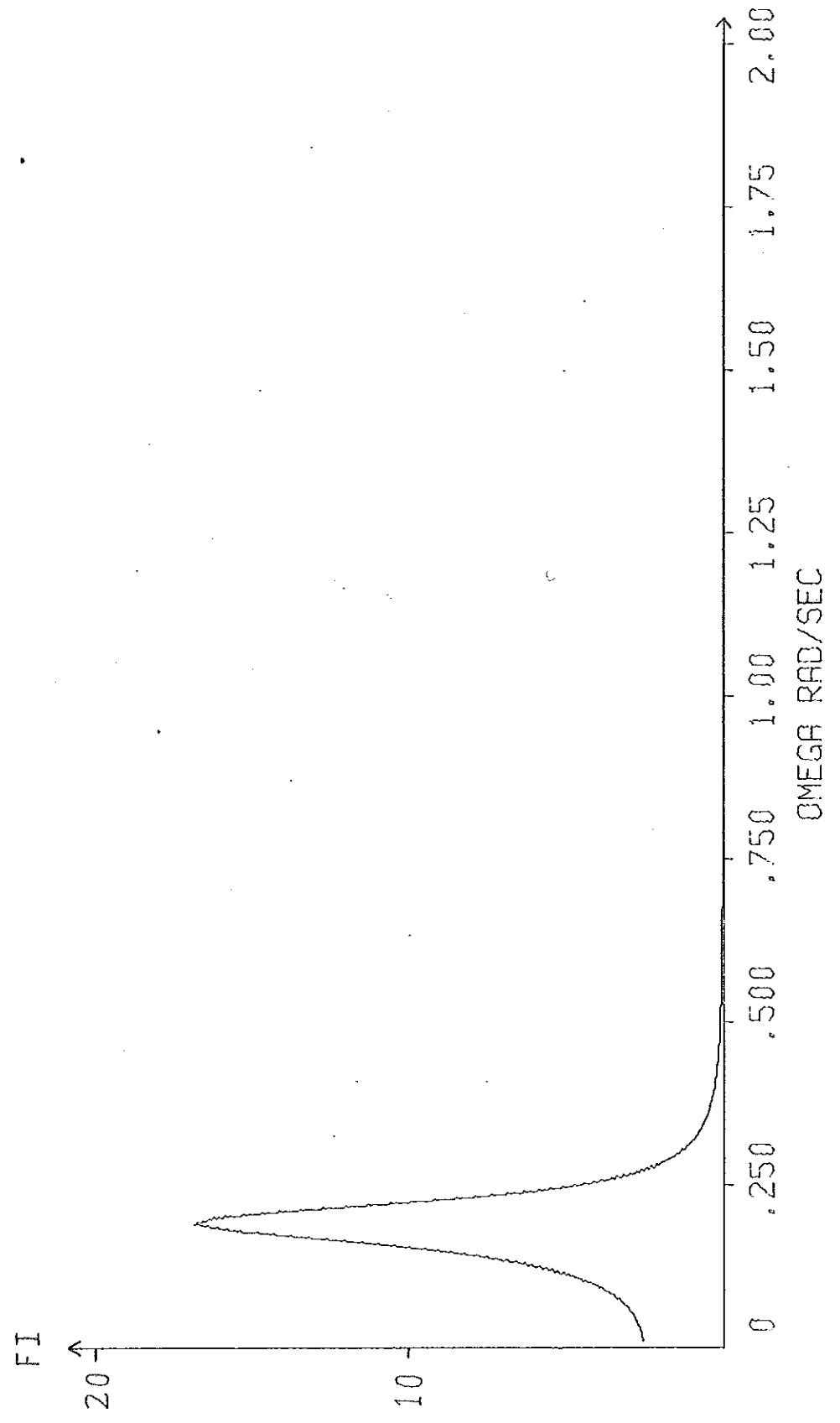


Fig. 3.7: Bodediagram för lågpåsfiltret.

Fig. 3.8: Spektral täthet för det samplade lågpasfiltret.  
Samplingsintervall 0.5 sek.



### 3.3 Bestämning och viktning av signaleffekten i de båda frekvensbanden.

Den adaptiva felsignalen erhålles ur skillnaden mellan signaleffekterna i de två frekvensbanden. Följdaktligen måste vi skaffa oss en uppskattning av signaleffekten från filterna. Kvadrering av signalerna ger en storhet proportionell mot effekten. På så sätt erhålles vid varje sampling ett ögonblicksvärde av effekten. Figurerna 3.9 och 3.10 visar kvadraterna av filtrens utsignaler. För att få en meningsfull felsignal är det nödvändigt att bilda medelvärdet av signaleffekterna över så många samplingsintervall, som motsvarar minst en period av signalen från lågpasfiltret ( det mest långsamma).

Vid den förstärkning, som ger systemets utsignal minimal varians, skall felsignalen vara lika med noll. Det är därför nödvändigt att vikta de båda effekterna, så att detta krav blir uppfyllt. För detta ändamål har systemet simulerats med konstant förstärkning och medelvärdet av effekten bildats över ett stort antal samplingsintervall. Effektens medelvärde som funktion av förstärkningen för de båda signalerna framgår ur figur 3.11. Ur figuren framgår att effekterna skall viktas i förhållandet  $P_{BP}/P_{LP} = 1.85/1$  för att erhålla lika signaleffekt för det värde på förstärkningen (0.51 vid  $h = 0.5$  sek), som ger utsignalen minimal varians.

Fig. 3.9: Kvadraten på lågpas-  
filtrets utsignal.

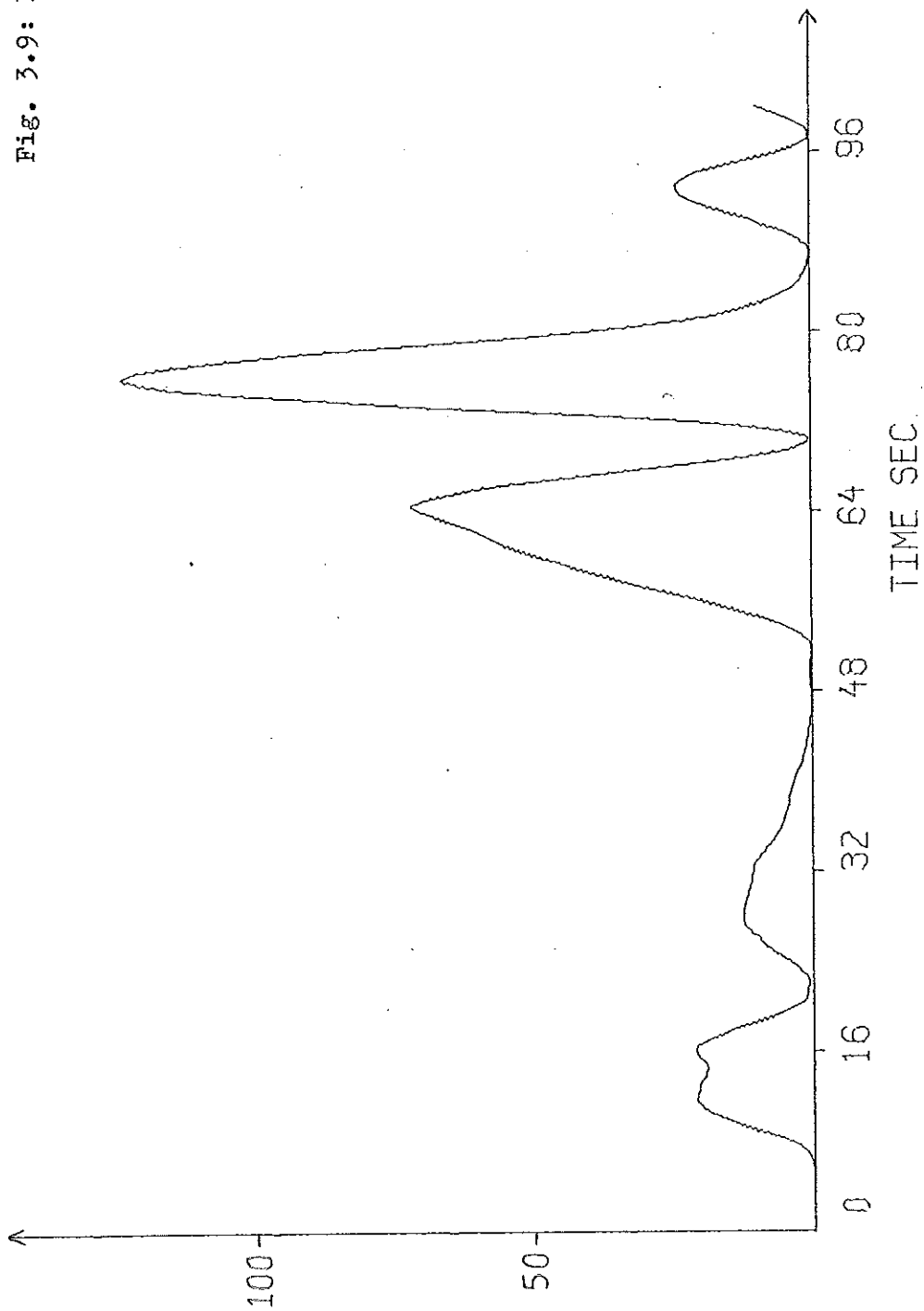
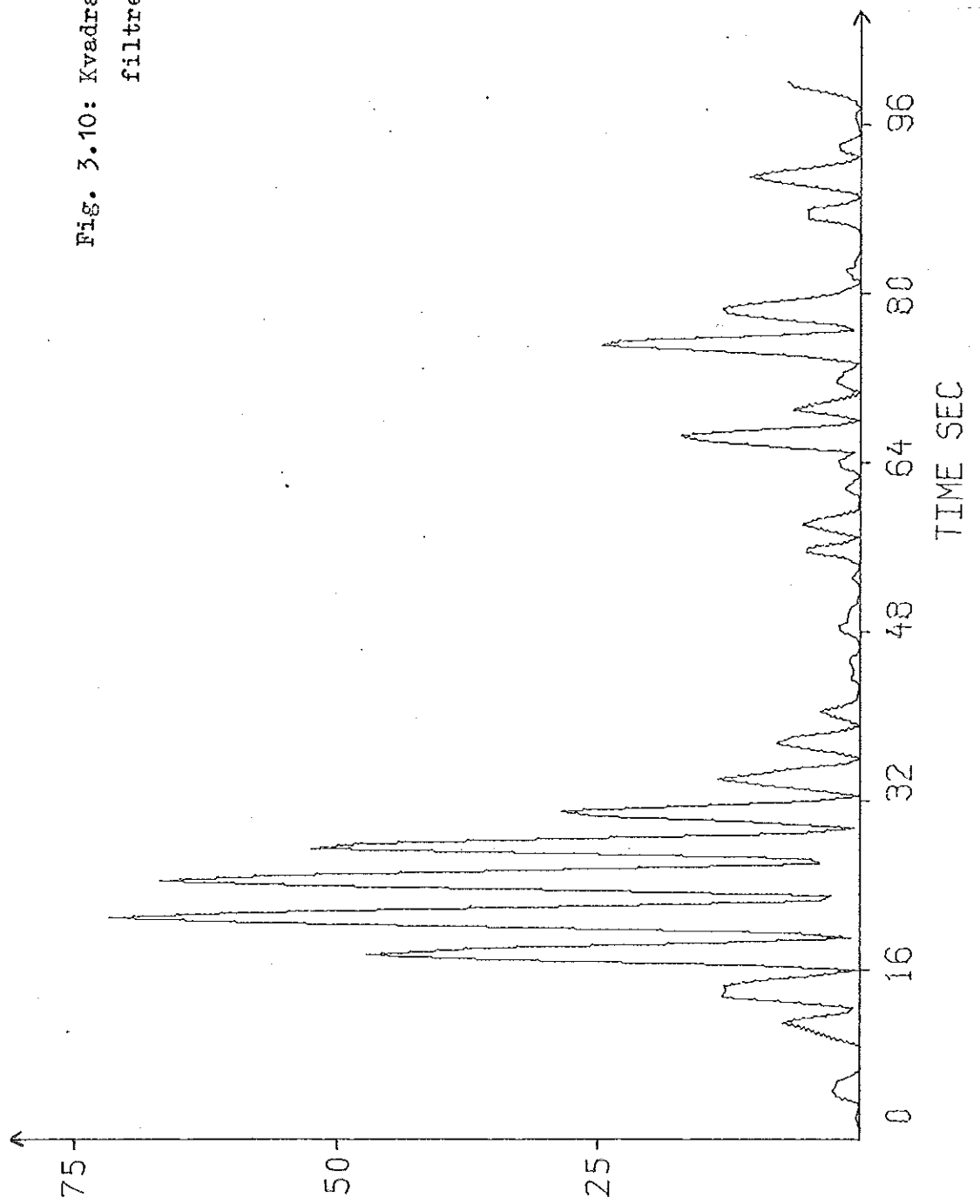


Fig. 3.10: Kvadraten på bandpass-  
filtrets utsignal.



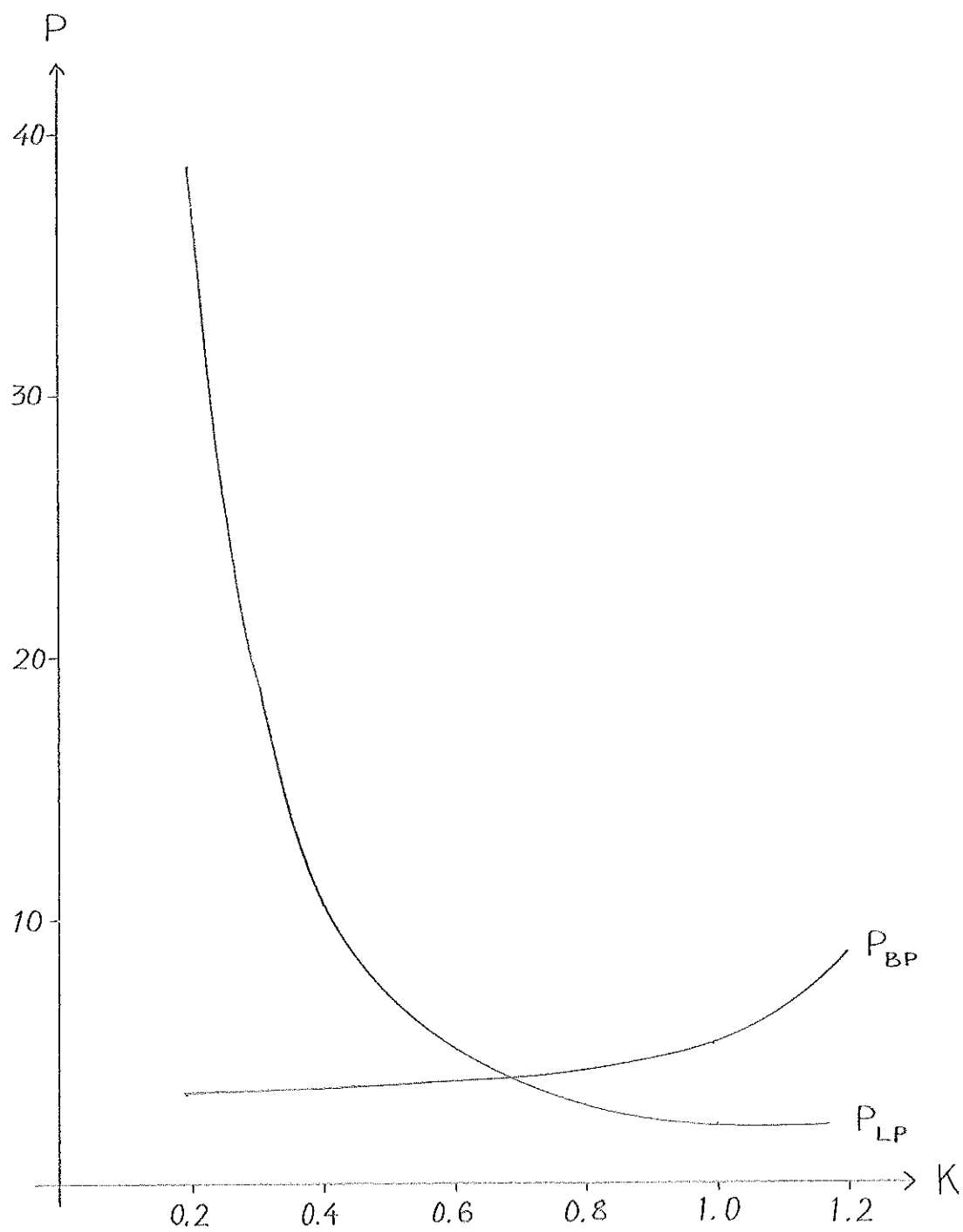


Fig. 3.11: Medeleffekten i filtrens utsignaler som funktion av förstärkningen.

### 3.4 Regulatorn.

Som framgår ur figur 3.9 är utsignalen från lågpasfiltret mycket långsam. Periodtiden är c:a 30 sekunder. Medelvärde bildas då över t.ex. 60 samplingsintervall. En felsignal bildas vid varje samplingstillfälle genom att bilda skillnaden mellan de viktade medelvärdena för effekterna. Vi finner det omotiverat att styra vid varje samplingsstillfälle, eftersom den relativa ändringen i signaleffekten blir liten och följdaktligen ger upphov till stor eftersläpning. Vid simuleringen har vi funnit det lämpligt att bilda medelvärdet över 90 samplingsintervall och att styra vid vart 15:e samplingstillfälle. Medelvärdet av de 15 felsignalerna mellan varje styrning får tillsammans med en proportionell regulator ge förstärkningskorrektionen.

### 3.5 Den använda adaptiva regulatorn.

Den använda regulatorn är uppbyggd helt i princip med vad som tidigare sagts i detta kapitel. Emellertid har vi, på grund av den låga effekten hos systemets utsignal i det frekvensband där spektraltätheten är förstärkningsoberoende, valt ett bandpassfilter med centerfrekvensen 1.0 rad/sek i stället för det med centerfrekvensen 1.7 rad/sek.

I detta fall blir båda effekterna från filternas utsignaler förstärkningsberoende och ett annat viktningsförhållande erhålles. Effektens medelvärde som funktion av förstärkningen för de båda signalerna framgår ur figur 3.12. Ur figuren fås att effekterna skall viktas i förhållandet  $P_{BP}/P_{LP} = 1.75/1$ .

Spektraltätheten för detta filter framgår ur figur 3.13.



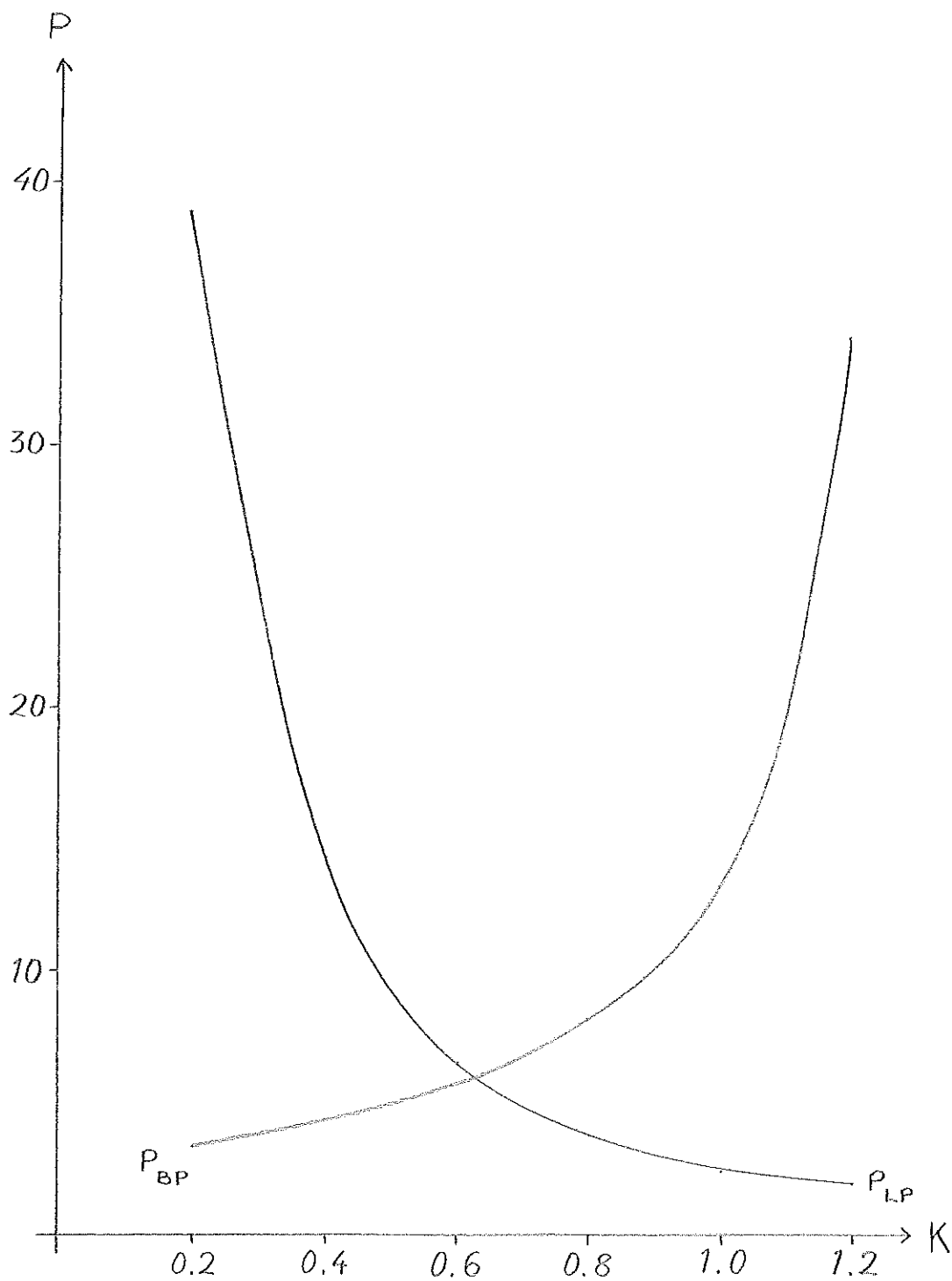
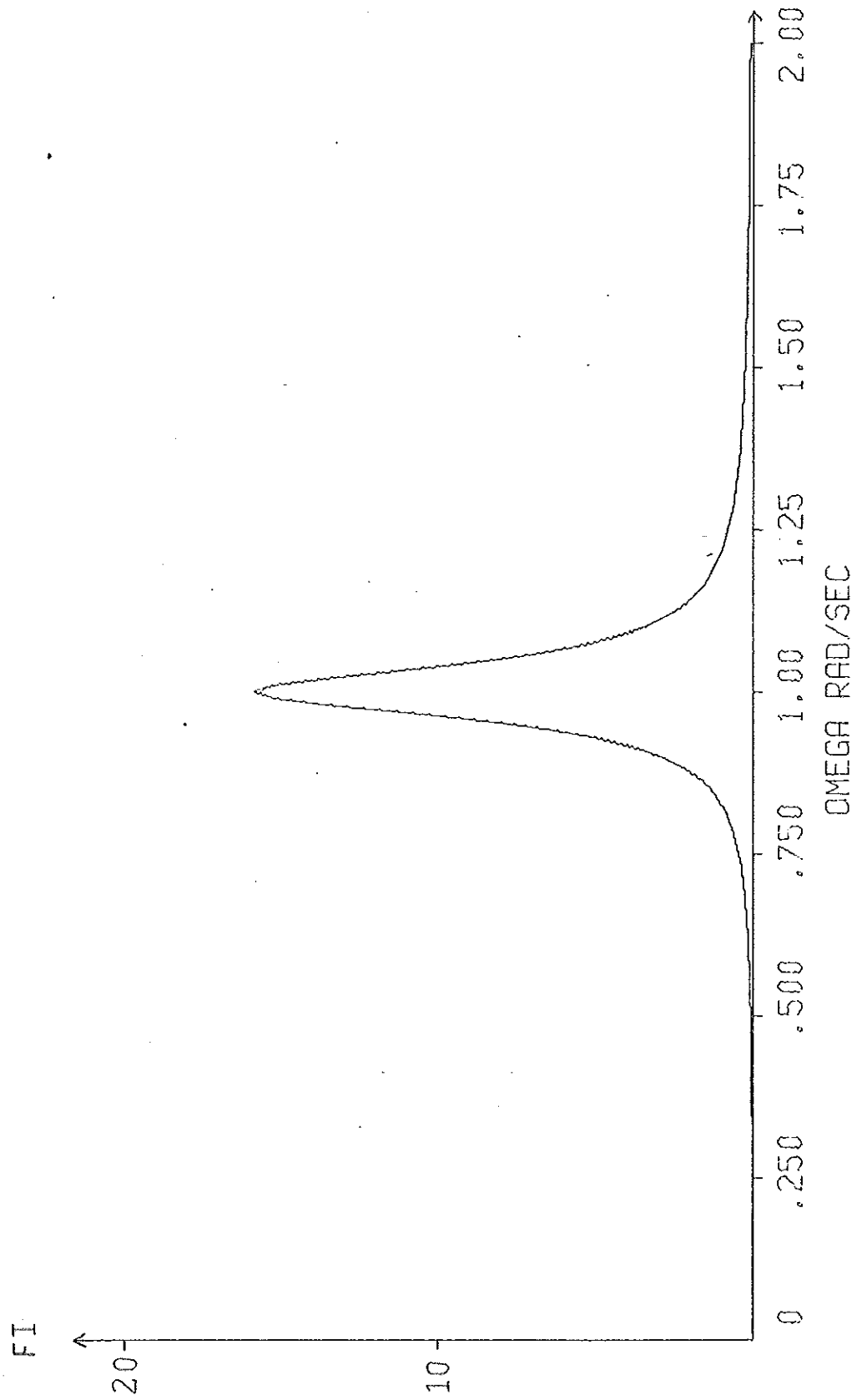


Fig. 3.12: Medeleffekten i filtrens ut signaler som funktion av förstärkningen.

Fig. 3.13: Spektraltäthet för det samplede bandpass-  
filtret med centerfrekvens 1.0 rad/sek.  
Samplingsintervall 0.5 sek.



#### 4. SIMULERINGAR.

Vi har nu sett hur det givna systemet samplats och hur en digital adaptiv regulator byggs upp. Vidare har ett optimalt värde på loop-förstärkningen framtagits. Således kan vi nu testa den i kap. 3 beskrivna regulatorm genom simulering av systemet med hjälp av dator, eftersom vi arbetar med diskret tid. För att underlätta programmeringsarbetet har beräkningssatserna för systemet och den adaptiva regulatorm sammanställts i en subrutin, benämnd ADAPT. Störningen  $v$ , som antagits vara vitt brus med variansen  $\sigma^2 = 1$ , genereras med subrutinen RANSS, en slumptalsgenerator i binärdeck. Vid simuleringarna antages insignalen  $u_r = 0$ .

Exempel 1. Systemets förstärkning,  $K$ , hålles konstant lika med ett. Dessutom antages att den adaptiva förstärkningen,  $K_A$ , från början inte ligger vid ett sådant värde att loop-förstärkningen,  $KK_A$ , blir optimal. Resultatet av denna simulering framgår av fig. 4.1. Härur kan utläsas att loop-förstärkningen reglerats ned till sitt optimala värde efter c:a 300 sek. Dock kommer den inte att ligga konstant vid det optimala värdet utan varierar på grund av regulatorns eftersläpning mellan  $0.4 < KK_A < 0.6$ . Denna avvikelse kan emellertid anses fullt acceptabel med tanke på det flacka minimat hos utsignalens varians. Regulatorn är således mycket långsam, men något annat är inte att vänta med tanke på den informationsbärande signalens låga frekvens. Regulatorn kan göras något snabbare genom att styra hårdare, men man får då också större avvikelser från det optimala värdet. Man har här en avvägningsfråga mellan regulatorns snabbhet och den av-

vikelse från det optimala värdet som kan tolereras. Vi anser det vara ett rimligt krav att loop-förstärkningen hålles inom de ovan nämnda gränserna, då inga förändringar av systemförstärkningen sker.

Exempel 2. Vid denna simulering låter vi systemförstärkningen momentant ändras från 1.0 till 0.5. Loop-förstärkningen ligger vid det optimala värdet innan förändringen inträffar. Fig. 4.2 visar utseendet av det pålagda steget och dess inverkan på loop-förstärkningen. Vi finner att steget till fullo kompenseras efter ca 250 sek.

Exempel 3. Vi vill även testa regulatorns förmåga att följa en ramp. Därför ändrar vi systemförstärkningen linjärt med tiden från 1.0 till 0.2 under ett tidsintervall på 1000 sek. Resultatet framgår av fig. 4.3a. Som synes kan regulatorn inte riktigt följa denna ramp, men som framgår av figuren ligger loop-förstärkningen till större delen över 0.4 vilket får anses vara tillfredsställande. För denna simulering visas också systemets utsignal och korrektionen av  $K_A$  (fig. 4.3b). Som väntat är korrektionen genomsnittligt större än noll och ur figuren framgår också att korrektionen ökar allt eftersom skillnaden mellan den adaptiva förstärkningens verkliga värde och börvärde tilltar.

Exempel 4. Det är också av intresse att se hur regulatorn klarar av det fall då systemförstärkningen överskrider stabilitetsgränsen för processen. Vi låter systemförstärkningen växa linjärt till ett värde över stabilitetsgränsen för att sedan åter avta. Det erhållna resultatet återfinns i fig. 4.4. Uppenbarligen kan man tack vare den

adaptiva regulatorn erhålla ett stabilt system trots att systemförstärkningen överskrider stabilitetsgränsen. Ännu större värden på systemförstärkningen, än det som denna simulering utförts med, kan tillåtas utan att det samplade systemet med den adaptiva regulatorn blir instabilt.

Exempel 5. Slutligen undersöks även regulatorns förmåga att korrigera för en varierande systemförstärkning enligt fig. 4.5. Även i detta fall låter vi systemförstärkningen överskrida stabilitetsgränsen. Resultatet av simuleringen visas i fig. 4.5. Som framgår av figuren ger den växande rampen upphov till större avvikelse från det optimala värdet än den avtagande rampen, vilket kan förklaras på följande sätt:

Loop-förstärkningen utgöres av produkten av systemförstärkningen och den adaptiva förstärkningen. Vi antar att systemförstärkningen är  $K + dK$  och att den adaptiva förstärkningen är  $K_A + dK_A$ , där  $dK$  och  $dK_A$  är ändringen av system- resp. adaptiv förstärkning. Loop-förstärkningen ges då av

$$(K+dK) (K_A+dK_A) = KK_A + KdK_A + K_A dK + dKdK_A$$

där den sista termen är försumbar. Ändringen i loop-förstärkning är alltså  $KdK_A + K_A dK$ . Då den växande rampen börjar, ligger den adaptiva förstärkningen,  $K_A$ , vid ett högt värde och systemförstärkningen,  $K$ , vid ett lågt värde. Då den avtagande rampen börjar är  $K$  stort medan  $K_A$  är litet. Detta tillsammans med den stora eftersläpningen ger förklaringen till denna skillnad.

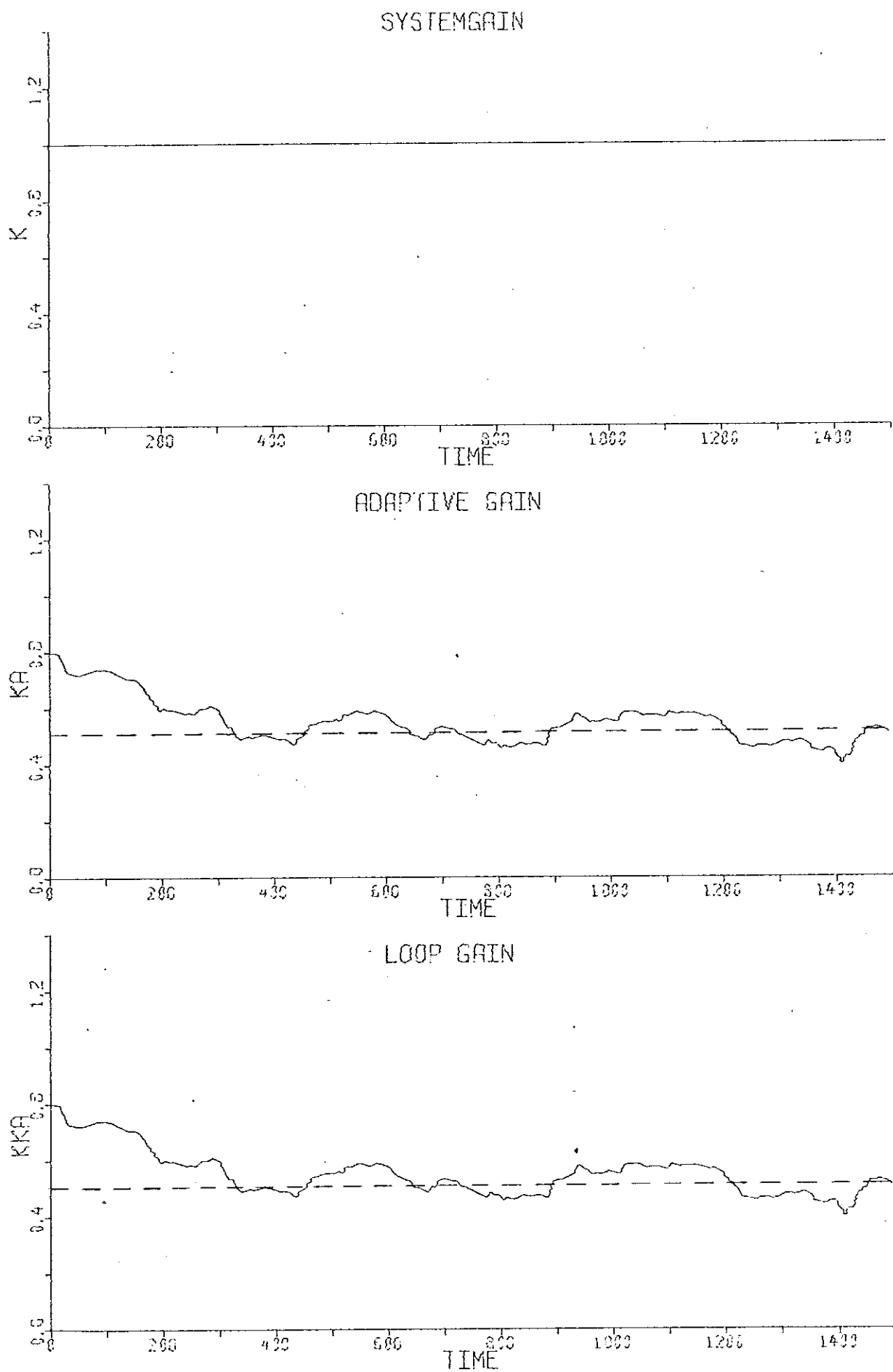


Fig. 4.1

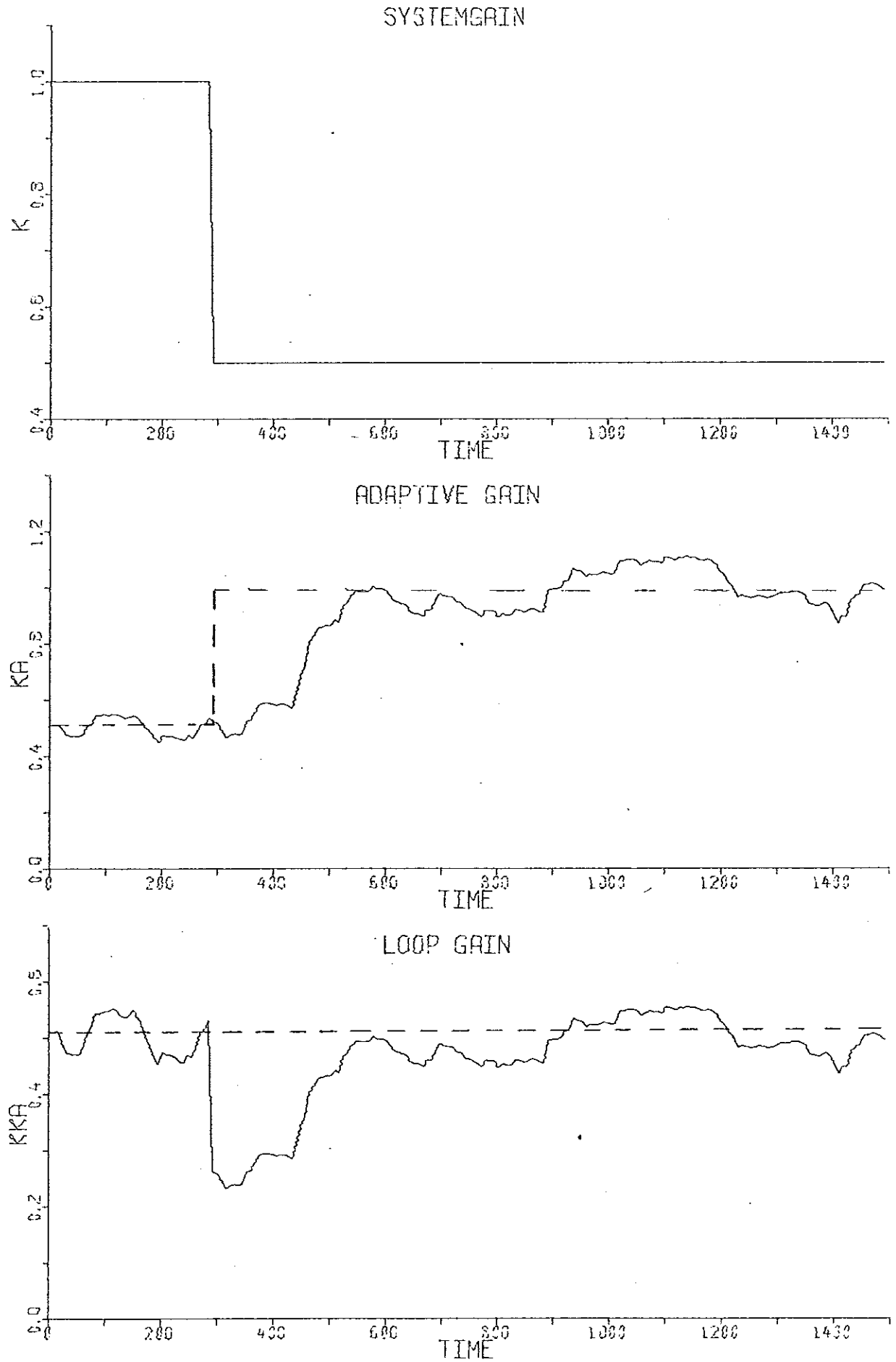


Fig. 4.2

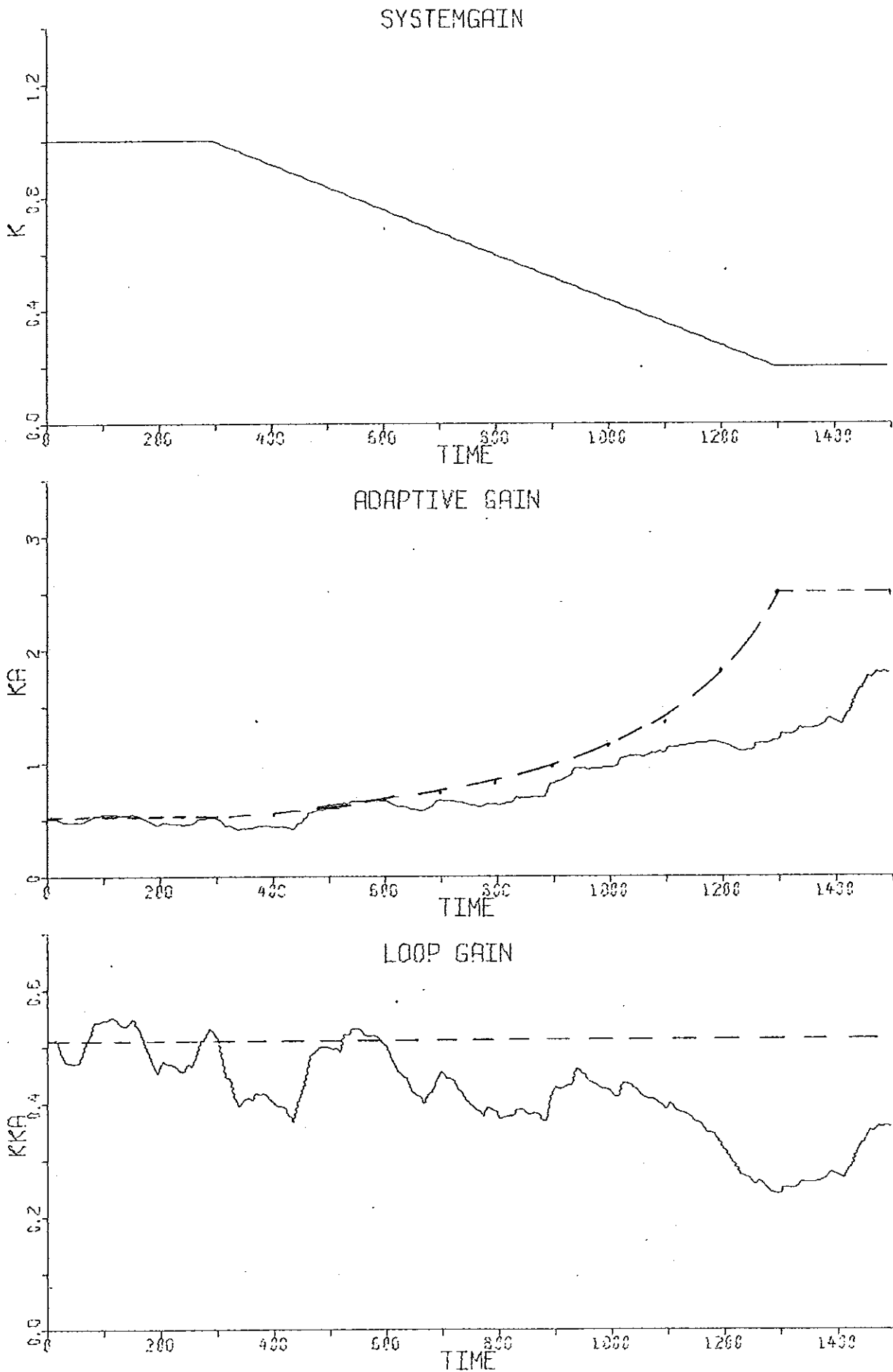


Fig. 4.3a



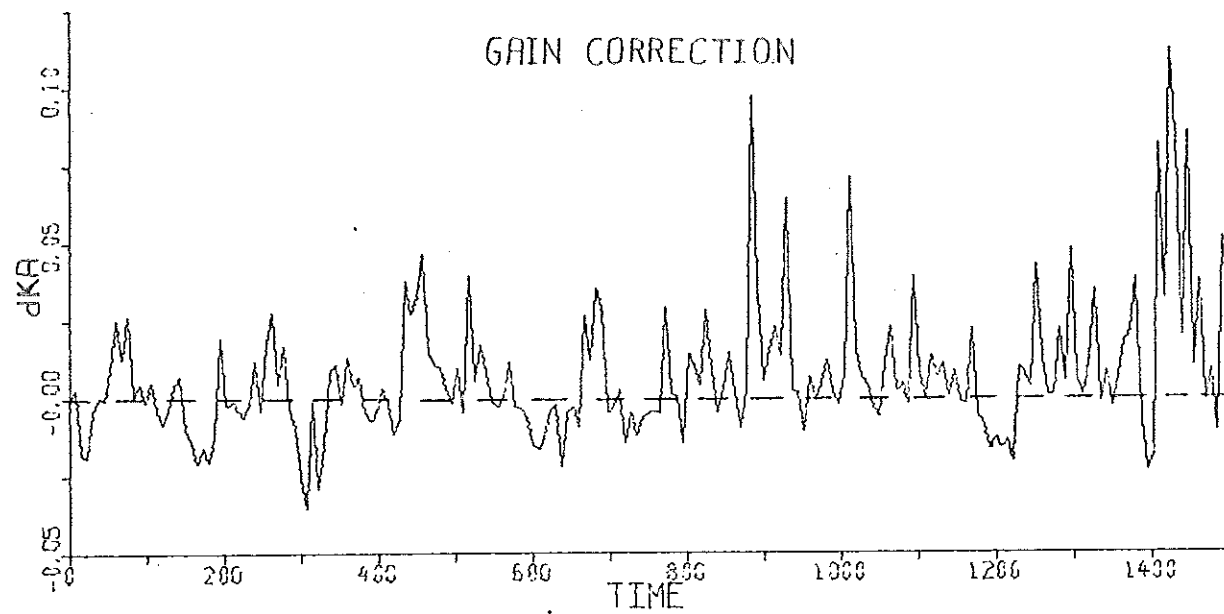
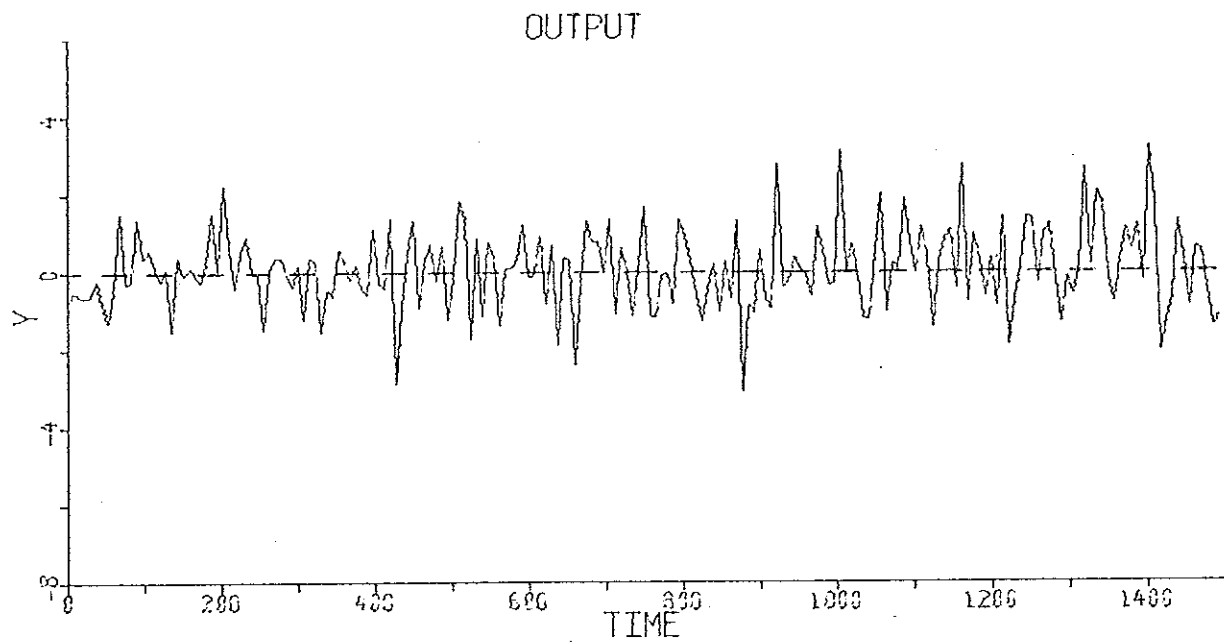


Fig. 4.3b

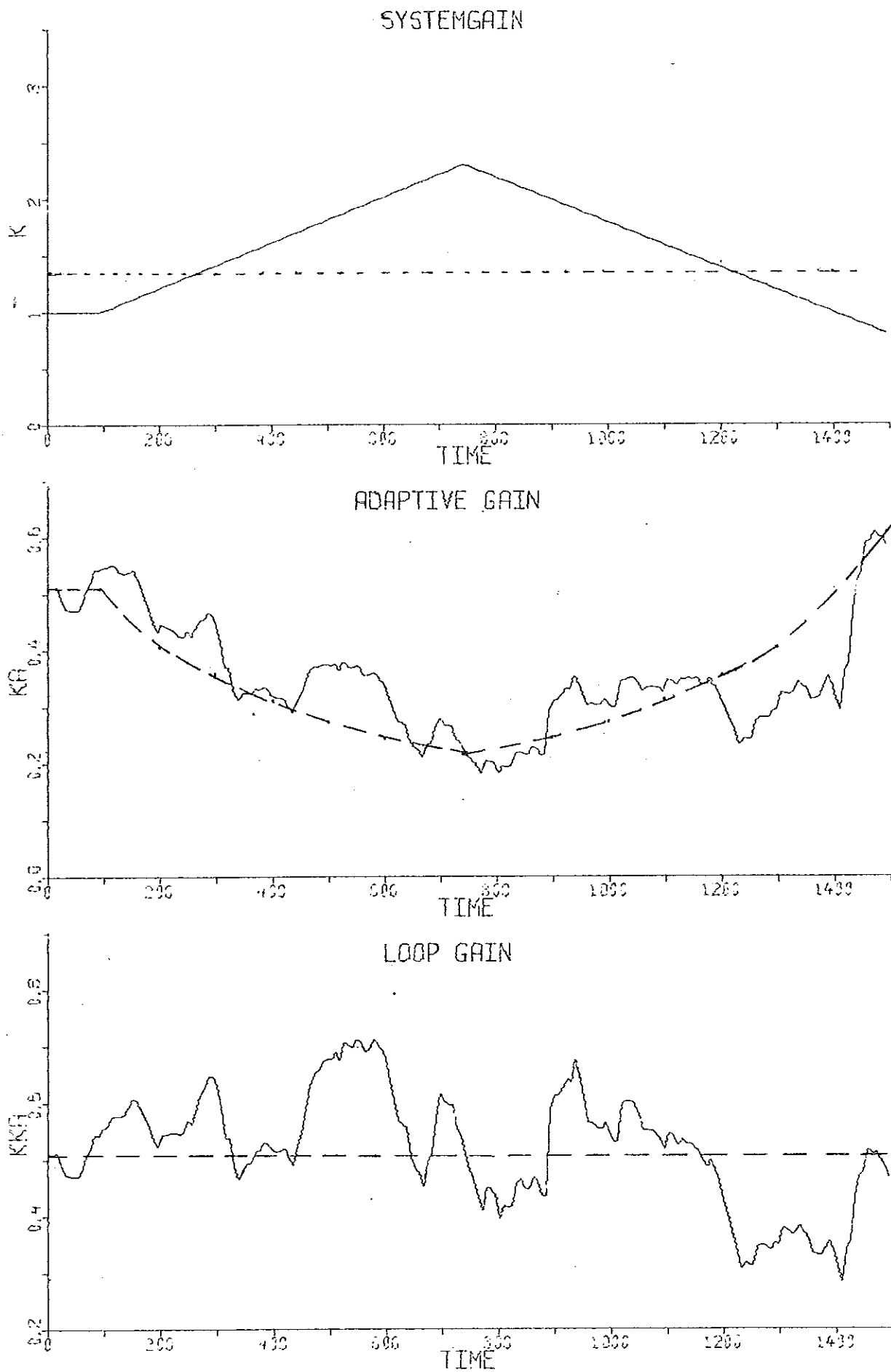


Fig. 4.4

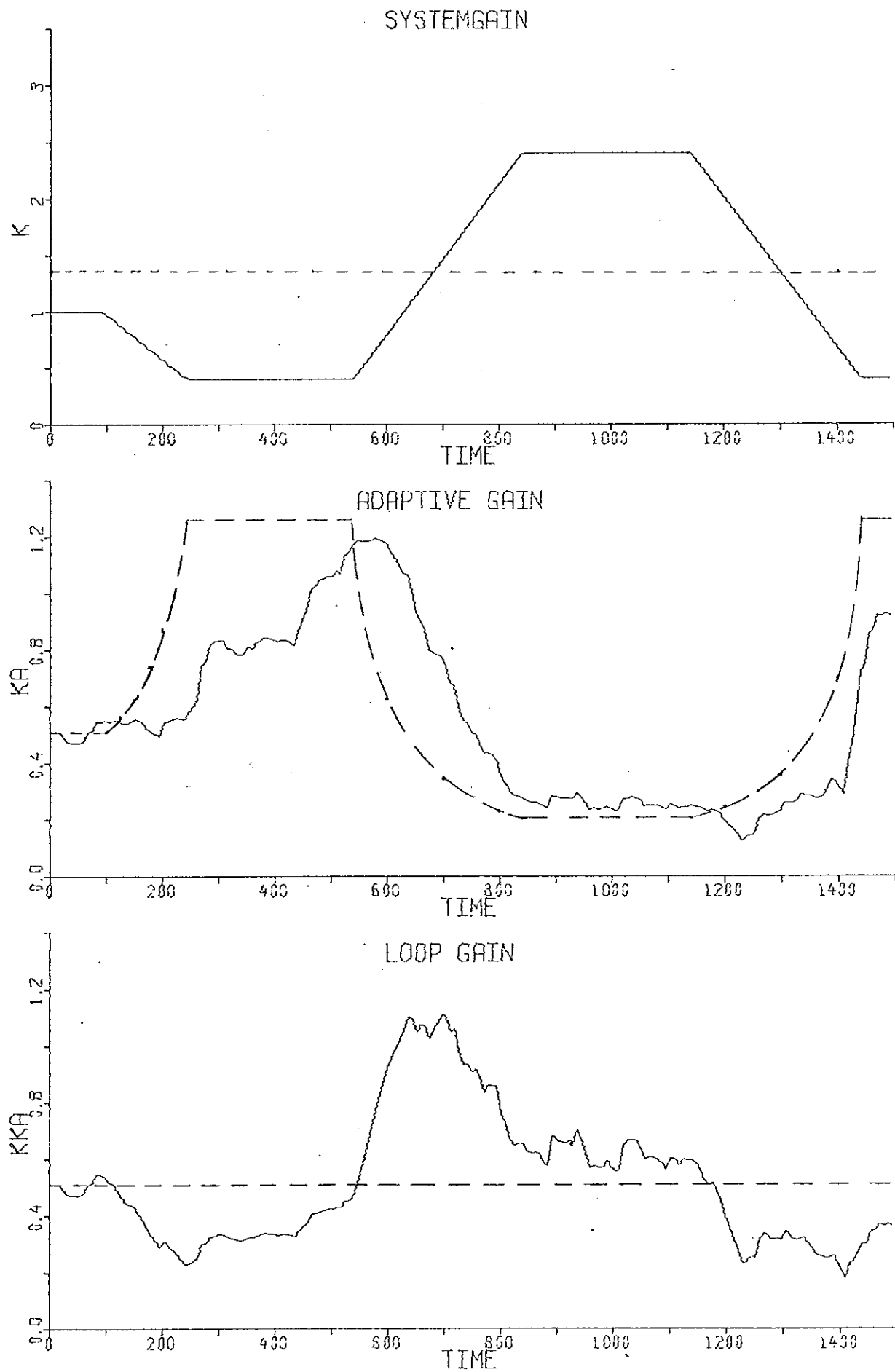


Fig. 4.5

## 5. SVÅRIGHETER OCH FÖRSLAG TILL FÖRBÄTTRINGAR AV ADAPTIVA REGULATORN.

De synnerligen låga frekvenserna för med sig flera problem. Ett av dessa har redan berörts i kap. 3.2, nämligen problemet med god stabilitet hos lågpasfiltret vid små samplingsintervall. Transformationen från s-plan till z-plan given av  $z = \exp(sh)$  medför, att polernas läge i z-planet är beroende av såväl frekvensen som samplingsintervallet på så sätt, att låga frekvenser och små samplingsintervall ger poler nära stabilitetsgränsen. Med hänsyn tagen till både stabilitet och samplade systemets förmåga att följa ett stegsvar har vi funnit samplingsintervallet 0.5 sek lämpligast.

Vidare ger den långsamma signalen upphov till stor eftersläpning på grund av att medelvärdesbildning över så många intervall måste tillgripas. Man kan då inte använda sig av en regulator som ger ytterligare eftersläpning. Genom att pröva oss fram har vi funnit att den i kap. 3.4 beskrivna regulatorn är den bästa i detta fall.

Dock är den i kap. 3 beskrivna regulatorn mycket långsam, vilket beror på att den förstärkningsberoende signalen har så låg frekvens (fig. 3.9). En snabbare adaptiv regulator kan erhållas genom att utnyttja frekvensintervallet  $[0.75, 1.0]$  för processidentifiering.

Man kan därvid tänka sig ett par olika alternativ:

1. Ett filter i intervallet  $[0.75, 1.0]$  kombineras med det i kap. 3.2.2 framtagna oberoende filtret. Man behöver då ej medelvärdesbilda över så många samplingsintervall för att få en god uppskattning av effekten. Denna metod ger dock ingen väsentlig förbättring eftersom

alltför liten information erhålles ur systemets utsignal i det frekvensband där spektraltätheten är oberoende av förstärkningen (fig. 2.9 - 2.11).

2. På grund av det omvända förstärkningsberoendet hos spektraltätheten i intervallet  $[0.75, 1.0]$  gentemot spektraltäthetens förstärkningsberoende i intervallet  $[0, 0.4]$  kan ett filter i intervallet  $[0.75, 1.0]$  även kombineras med det lågpasfilter som tidigare använts. Så har också skett i den i kap. 3.5 beskrivna adaptiva regulatorn, som använts vid simuleringarna av systemet. Emellertid är signalen från detta bandpassfilter ungefär fem gånger snabbare än signalen från lågpasfiltret. Det är då onödigt att medelvärdesbilda signalen från bandpassfiltret över lika många samplingsintervall som signalen från lågpasfiltret, utan man kan få en uppskattning av signaleffekten från bandpassfiltret ur medelvärdet av endast femtedelen av antalet samplingsintervall jämfört med det antal som fordras för att få en uppskattning av signaleffekten från lågpasfiltret. Eftersom effekten i båda signalerna är förstärkningsberoende, kommer eftersläpningen att minskas och en snabbare regulator kan möjligen erhållas.

6. REFERENSER.

- [1] R. M. Bakke: Adaptive Gain Tuning Applied to Process Control.  
PREPRINT, Instrument Society of America,  
October 1964.
- [2] J. Bergman: Undersökning av Minneapolis - Honeywells adaptiva  
regulator genom digital simulering.  
Examensarbete RE 41, Reglerteknik, LTH.
- [3] V. W. Eveleigh: Adaptive Control and Optimazation Techniques.  
Mc Graw - Hill, New York 1967.
- [4] Miskin & Braun: Adaptive Control Systems.  
Mc Graw - Hill, New York 1961.  
(Marx' metod: sid 327 - 332)
- [5] K. J. Åström: Reglerteknik, Samplade system.  
Föreläsningar vid LTH, VT 1968.
- [6] K. J. Åström: Reglerteknik, Stokastiska system.  
Föreläsningar vid LTH, VT 1967.

APPENDIX.

ANVÄNDA SUBROUTINER.

## 1. SUBROUTINE SPECTRA. (Listad)

Beräknar spektral tätheten för ett samplat system skrivet på formen

$$H(z) = \lambda \frac{C(z)}{A(z)} .$$

## 2. SUBROUTINE NEKKJR. (Listad)

Beräknar integralen

$$\frac{1}{i} \oint \frac{B(z) B(z^{-1}) dz}{A(z) A(z^{-1}) z} ,$$

som är proportionell mot variansen hos utsignalen för det samplade systemet med överföringsfunktionen

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} .$$

Om det vita brusets varians  $\sigma^2 = 1$  så beräknas utsignalens verkliga varians.

## 3. SUBROUTINE TRANS.

Finns på biblioteksband, arkivnummer 600, fil LIB 1.

Etikett: (208152REGLIB01-REGLERINGSTEKNIK-LTH,,999)

Överför kontinuerligt system skrivet på tillståndsform till samplat system på tillståndsform.



4. SUBROUTINE ADAPT. (Listad)

Beräkningssatser för system och adaptiv regulator att användas för simulering. System och filter skrivna på tillståndsform.

5. SUBROUTINE RANSS. (Binärdeck)

Slumtalsgenerator som ger tal  $N(0,1)$ .

FTN5.5B

17/12-69

```
SUBROUTINE SPECTRA (A,C,IA,NO,OMEGA,NP,SPECT,SPECT1,IB,ALAMBDA,H)
DIMENSION A(IA), C(IA), OMEGA(IB), SPECT(IB), SPECT1(IB), POL(5),
1 SUM(5)
CALL NUMBER1(A, NO, SUM, 5)
NO1 = NO+1
DO 1 I = 1, NP
SPECT(I) = SUM(1)
DO 1 K = 2, NO1
1 SPECT(I) = SPECT(I)+2.*SUM(K)*COS((K-1)*OMEGA(I)*H)
CALL NUMBER1(C, NO, SUM, 5)
DO 2 I = 1, NP
SPECT1(I) = SUM(1)
DO 2 K = 2, NO1
2 SPECT1(I) = SPECT1(I)+2.*SUM(K)*COS((K-1)*OMEGA(I)*H)
DO 3 I = 1, NP
3 SPECT(I) = SPECT1(I)/SPECT(I)*ALAMBDA*ALAMBDA
RETURN
END
```

FTN5.5B

17/12-69

```
SUBROUTINE NUMBER1 (POL,NO,SUM,IC)
DIMENSION POL(IC),POLY(5),SUM(IC)
POLY(1) = 1.0
NO1 = NO+1
DO 1 I = 2,NO1
1 POLY(I) = POL(I-1)
DO 2 K = 1,NO1
SUM(K) = 0.0
NO2 = NO+2-K
DO 2 I = 1,NO2
I1 = I+K-1
2 SUM(K) = POLY(I)*POLY(I1)+SUM(K)
RETURN
END
```

FTN5.58

10/12-69

```

SUBROUTINE NEKKJR(A,B,N,IERR,V)
C
C COMPUTES THE SUM OF THE SQUARES OF AN INFINITE ROW OF FUNCTION-
C VALUES, BY USING THE INTEGRAL FORMULAS FOR Z-TRANSFORMS, GIVEN BY
C NEKOLNY AND MODIFIED BY ASTROEM, RIGHT-HAND REDUCTION.
C AUTHOR, R. PERSSON 03/07-68.
C
C A,B-VECTORS, ORDERED FROM THE LARGEST TO THE SMALLEST POWER OF A
C AND B. A(1) HAS TO BE .GT. 0.
C N-ORDER OF A AND B. (NUMBER OF DEGREE.)
C IERR-PARAMETER =0, IF A IS UNSTABLE, OTHERWISE IERR IS RETURNED =1.
C V-WANTED RESULT.
C
C SUBROUTINE REQUIRED
C     NONE
C
C DIMENSION A(10),B(10),AS(10),BS(10)
C
C IERR=1 $ AK=1. $ BK=0.
C DO 30 K=1,N $ L=N+1-K
C DO 10 I=1,L $ M=L+2-I
C AS(I)=A(I)-A(L+1)*A(M)/A(1)
10 BS(I)=B(I)-B(L+1)*A(M)/A(1)
C IF(AS(1)) 40,40,20
20 X=1.-(A(L+1)/A(1))**2
C AK=AK/X $ BK=(BK-(B(L+1)/A(1))**2)/X
C DO 30 J=1,L $ B(J)=BS(J)
30 A(J)=AS(J)
C V=((B(1)/A(1))**2-BK)/AK $ RETURN
40 IERR=0 $ RETURN
C END

```

```

SUBROUTINE ADAPT(A,B,C,AB,BB,AL,BL,KK,CA,CS,GA,Y,FEL,YPI,I,YB,YL,
I FL,FB,SUMB,SUML)
DIMENSION FB(100),FL(100)
C1 = 1.75
DS1 = 0.6/300.
DS = 1./300.
IF(I-200)210,210,220
210 CS = 1.0
GO TO 230
220 CS = CS - DS1
IF(I-500)230,230,240
240 CS = CS+DS1
IF(I-1100)230,230,250
250 CS = CS+DS
IF(I-1700)230,230,260
260 CS = CS-DS
IF(I-2300)230,230,270
270 CS = CS-DS
IF(I-2900)230,230,280
280 CS = CS+DS
230 GA = CA*CS
H=0.5
F=EXP(-H)
CALL RANSS(KK,F)
X1=(1.-GA*(H-2.+2.*F+F#H))*A+(1.-F)*B+(1.-F-F#H)*C+SQRT(H)*E
X2=-GA*(1.-F-H#F)*A+F#B+H#F#C
X3=-GA*(1.-F)*A+F#C
Y=A
A=X1
B=X2
C=X3
XB1=0.83282533*AB+0.46763802*BB-0.47967911*Y
XB2=-0.46763802*AB+0.87958913*BB+0.07244296*Y
YB=AB
AB=XB1
BB=XB2
XL1=0.95592486*AL+0.48931555*BL-0.05886483*Y
XL2=-0.01957262*AL+0.99507010*BL-0.07947366*Y
YL=AL
AL=XL1
BL=XL2
DO 200 M = 2,90
FB(M) = FB(M-1)
200 FL(M) = FL(M-1)
FB(1) = YB*YB
FL(1) = YL*YL
SUMB = SUMB+(FB(1)-FB(90))/90.
SUML = SUML+(FL(1)-FL(90))/90.
FEL = SUML - C1*SUMB
C2 = 0.0025
YPI = C2*FEL
RETURN
END

```