

ANALYS OCH KOMPENSERING AV SYSTEM
MED MYCKET SVAG DÄMPNING

STIG ANDERSSON

ANALYS OCH KOMPENSERING
AV SYSTEM MED MYCKET SVAG DÄMPNING.

Examensarbete
av
Stig Andersson.

Utfört under
höstterminen 1968.

Sammanfattning.

I avsikt att erhålla ett system med mycket svag dämpning har ett positionsservo utrustats med tröghetsmassa och fjädertransmission. Servot får alltså driva en mekanisk svängningskrets. Motorn simuleras ankarstyrd genom att tachometeråterkoppla den befintliga motorn, som är fältstyrd. I ett tidigare examensarbete på institutionen har överföringsfunktionen för den sålunda arrangerade motorn bestämts genom uppmätning. I föreliggande examensarbete har transmissionens dynamik uppmätts. På grund av svårigheten att exakt balansera servoförstärkaren, uppkommer drift, då systemet ej är återkopplat. Av denna anledning har mätningarna utförts med systemet svagt återkopplat. Systemet kan då beskrivas med en enkel modell, som tyvärr har en svaghet, nämligen insvängningshastigheten. Detta beror huvudsakligen på att friktionen i systemet uppgår till ett avsevärt belopp. Därefter har en omfattande analys av systemet utförts. Härvid har överföringsfunktionerna för i motorkretsen ingående passiva nät beräknats. Med hjälp av dessa, samt det faktum att motorn är fältstyrd och tachoåterkopplad, har en mer komplex modell bestämts. Modellens ordning har nu ökat från fyra till sju. Denna modell återspeglar verkligheten något bättre än den ursprungliga, men eftersom förbättringen är obetydlig, användes den enkla modellen som utgångspunkt för kompenseringen. Systemet har kompenserats genom utsläckning med varierande precision. För acceptabelt resultat erfordras endast moderat precision. För att förbättra snabbheten har dessutom ett fasavancerande nät tillfogats. Denna typ av kompensering ger ett utmärkt resultat. Även tachometeråterkoppling har provats med gott resultat. Härvid kan stabiliteten förbättras genom att infoga ett lågpasfilter i framkopplingslänken. Återkoppling från alla tillstånd i rekonstruerad modell har också använts. Denna variant störes emellertid av att friktionen i servot ger upphov till en konstant felspanning in på modellen. Metoden kan trots detta användas med gott resultat, men den är svårare att genomföra än de övriga.

Abstracts.

In order to get a system with a very low damping, a position-servo has been provided with an inertia disc driven by spring transmission. The servo will therefore drive a mechanical oscillation unit. The motor is simulated as armature controlled by feeding back the tachogenerator signal to the existing motor which is field controlled. In a former examination work at the institution the transfer function for the motor, arranged in this manner, has been measured. In this examination work the dynamics of the transmission has been measured. As a result of the difficulties to balance the servoamplifier exactly, drift arises, when the system is open-loop. Owing to this the measurements have been achieved with the system performing in a very weak closed-loop. A simple linear model cannot explain the whole story of the transients. This mainly depends on the friction in the system is reaching a considerable value. After that an extensive analysis of the system has been executed. In this connection the transfer functions of passive networks included in the motor circuit has been determined. Now the order of the model has increased from four to seven. This model reflects reality somewhat better than the original one, but since the improvement is negligible, the simple model will be used as basis for the synthesis. The system has been compensated through cancelling with varying precision. For an acceptable result only moderate precision will be necessary. To improve the velocity a lead network has been added. This type of compensation gives an excellent result. Even feeding back the tacho signal has been tried with a fine result. The stability can be improved by adding a low-pass filter in the motor circuit. Feeding back from all states has been used too. This method always gives a very fine result, but it is difficult to use in this particular case.

Innehållsförteckning:	sid.
Inledning.	1
1. Beskrivning av systemet.	2
2. Analys av systemet.	3
2.1. Förenklad modell.	3
2.1.1. Fysikaliska grundekvationer för fältstyrd motor.	3
2.1.2. Motorn simulerad som ankarstyrd.	4
2.1.3. Transmissionens dynamik.	6
2.1.4. Feluppskattning av mätresultat.	8
2.1.5. Stegsvarsanalys.	9
Jämförelse mellan verkligt system och AM.	
2.2. Modell av större komplexitet.	9
2.2.1. Inverkan av försummad tidskonstant.	9
Modell och stegsvarsanalys.	
2.2.2. Härledning av överföringsfunktionerna för de passiva näten.	10
2.2.3. Inverkan av passiva nät i motorkretsen.	13
2.2.4. Stegsvarsanalys.	14
2.2.5. Val av systemmodell.	14
3. Kompensering.	15
3.1. Kompensering genom utsläckning.	15
3.1.1. Utsläckning baserad på uppmätt dynamik.	15
3.1.2. Utsläckning med dålig precision.	15
3.1.3. Praktisk realisering av kompenseringen.	17
3.2. Kompensering genom utsläckning och fasavancering.	17
3.3. Tachometeråterkoppling.	18
4. Återkoppling från alla tillstånd.	19
4.1. Rekonstruktion med modell.	19
4.2. Återkoppling från alla tillstånd.	20
4.3. Olinjära effekter.	21
4.4. Stegsvarsanalys.	22
4.5. Jämförelse med andra metoder.	23
Referenser.	24

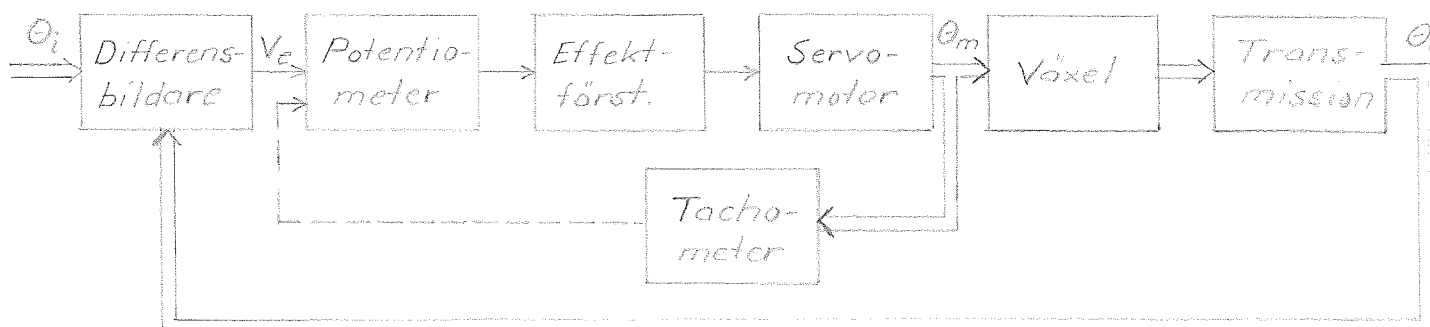
Inledning

Föreliggande examensarbete avser att undersöka svårigheterna i samband med mycket svagt dämpade system samt att finna lämpliga kompenseringmetoder härför. För ändamålet utnyttjades ett på institutionen befintligt positionsservo för att driva en tröghetsmassa via fjädertransmission. På grund av fjädern blir härigenom överföringen från motoraxel till tröghetsmassa av samma natur som en svängningskrets. Då systemet exciteras uppkommer kraftiga oscillationer av obehaglig karaktär. Således är t.ex. stegsvaret för alla normala tillämpningar helt oacceptabelt.

1. Beskrivning av systemet.

Servosystemet är tillverkat av Feedback Ltd och har beteckningen ES 130. Det är försett med en fältstyrd likströmsmotor. I motor-enheten ingår också en tachogenerator med permanentmagnet. Utrustningen är konstruerad för laborationsändamål, varför kopplingspanelen möjliggör ett antal olika kopplingsvarianter. På panelen finns t.ex. ett fasavancerande nät, ett nät för extra tidskonstant samt en operationsförstärkare, med vars hjälp man kan realisera några enkla kompenseringarnät. Systemets flexibilitet skulle naturligtvis förbättras väsentligt, om det fanns möjlighet att genom en enkel omkoppling välja antingen ankar- eller fältstyrning. Av praktiska skäl är det enklare att genomgående använda fältstyrning och genom återkoppling simulera en ankarstyrd motor. I det här fallet har man valt att tachometeråterkoppla motorn direkt. Efter motoraxeln finns det en kuggväxel med utväxlingsförhållandet 16:1. Utgående axeln driver en separatexciterad, kontinuerlig potentiometer, varför vinkelläget direkt kan observeras på oscilloscop. Detaljbeskrivning se ref. (1).

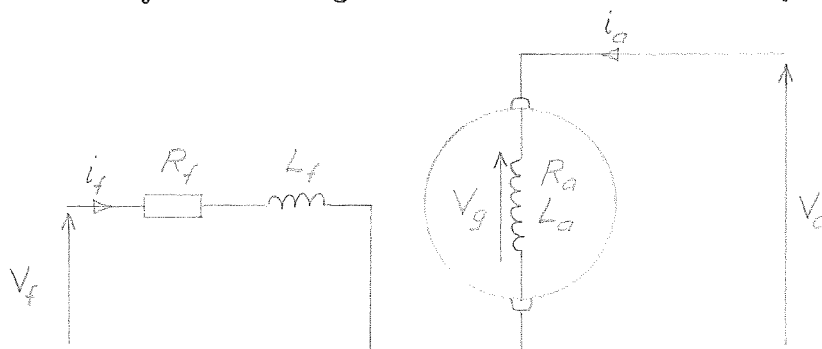
Blockschema för servot



2. Analys av systemet.

2.1 Förenklad modell.

2.1.1 Fysikaliska grundekvationer för fältstyrd motor.



$$V_a = V_g + R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt}$$

$$V_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt}$$

$$V_g = K_2 i_f \omega$$

$$T = K_2 i_f i_a$$

För linjärt uppförande krävs, att ankarströmmen i_a är konstant. Vi förutsätter därför, att ändringen i motenk är försumbar jämförd med det ohmska spänningsfallet i ankarkretsen. Ankarkretsen förenklas då till

$$V_a = R_a i_a.$$

Dessutom har vi Newtons ekvation.

$$T = J \frac{d\omega}{dt} + f \omega$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} = K_2 \frac{V_a}{R_a} i_f$$

Laplacetransformation ger:

$$\frac{\Theta}{i_f} = \frac{K_2 \cdot \frac{V_a}{R_a}}{Js^2 + fs}$$

$$V_f = (R_f + sL_f)i_f$$

$$\frac{\Theta}{V_f} = \frac{K_2 \cdot \frac{V_a}{R_a}}{(Js^2 + fs)(R_f + sL_f)} = \frac{\frac{K_2 \cdot V_a}{R_a \cdot R_f}}{J \cdot \frac{L_f}{R_f} s^2 + (J + f \cdot \frac{L_f}{R_f})s + fs}$$

För att få ett enklare uttryck att arbeta med försummar vi friktionen f .

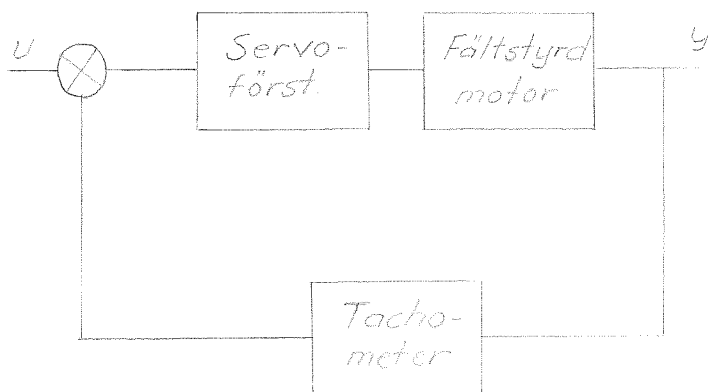
$$\frac{\Theta(s)}{V_f(s)} = \frac{\frac{K_2 \cdot V_a}{R_a \cdot R_f}}{s^2 (J \cdot \frac{L_f}{R_f} s + J)} = \frac{K_f}{s^2 (1 + \tau_f s)} \quad \text{där}$$

$$K_f = \frac{K_2 \cdot V_a}{J \cdot R_a \cdot R_f}$$

$$\tau_f = \frac{L_f}{R_f}$$

2.1.2. Motorn simulerad som ankarstyrd,

Vi har alltså en tachometeråterkopplad fältstyrd motor enligt följande schema:



Dessutom ingår ett passivt nät före servoförstärkaren. Tills vidare förutsätter vi dock, att nätets inverkan är försumbar. För den fältstyrda motorn gäller enligt § 2.1.1.

$$G_o = \frac{K_f}{s^2(1 + \tau_f s)}$$

För systemet på föregående sida gäller då:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{\frac{K_f}{s^2(1 + \tau_f s)}}{1 + \frac{K_f \cdot Ds}{s^2(1 + \tau_f s)}} = \frac{K_f}{\tau_f s^3 + s^2 + K_f \cdot Ds} = \\ &= \frac{\frac{K_f}{\tau_f}}{s(s^2 + \frac{s}{\tau_f} + \frac{K_f \cdot D}{\tau_f})} = \frac{K}{s(1 + \tau_a s)(1 + \tau_b s)} \quad \text{där} \end{aligned}$$

$$K = \frac{K_f}{\tau_f}$$

$$\tau_a = \frac{2 \tau_f}{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot K_f \cdot D \cdot \tau_f}}$$

$$\tau_b = \frac{2 \tau_f}{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot K_f \cdot D \cdot \tau_f}}$$

Om τ_b kan försummas i jämförelse med τ_a , är detta överföringsfunktionen för en ankarstyrd motor, och linjära experiment på servot har för övrigt visat, att denna approximation är acceptabel. I tidigare examensarbete av Herne, ref. (3), har konstanterna bestämts:

$$K = 289$$

$$\tau_a = 0.15$$

$$\tau_f = 0.0147$$

Med insatta värden på τ_a och τ_f erhålles

$$\tau_b = \frac{\tau_a \tau_f}{\tau_a - \tau_f} = 0.0158$$

Vi kan alltså anse, att vi har en ankarstyrd motor med överföringsfunktionen

$$G_o = \frac{289}{s(1+0.15s)}$$

2.1.3. Transmissionens dynamik.

Motorns vinkelläge:	θ_m
Utgående axelns vinkelläge:	θ_o
Tröghetsmoment:	J
Viskös dämpning:	f
Fjäderkonstant:	C

Newtons ekvation ger direkt:

$$J \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} + f \frac{d\theta_o}{dt} = C(\theta_m - \theta_o)$$

Laplacetransformation ger:

$$\frac{\theta_o}{\theta_m} = \frac{C}{Js^2 + fs + C} = \frac{\omega_o^2}{s^2 + 2f\omega_o s + \omega_o^2}$$

Vi vill nu bestämma ω_0 och f . Eftersom balanseringen av servoförstärkaren är mycket kritisk, kommer mätningen att besväras av drift, om vi betraktar det öppna systemet. För att undvika detta, återkopplar vi systemet med mycket låg förstärkning. Den överföringsfunktion, som vi bestämmer på detta sätt, svarar tyvärr mot ett bestämt driftsfall. Genom att välja förstärkningen tillräckligt låg, hoppas vi, att polernas förflyttning skall vara försumbar. Till detta återkommer vi i § 2.1.4.

Genom att normalisera överföringsfunktionen erhålles:

$$\frac{\theta_0}{\theta_m}(j\omega) = \frac{1}{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2fj\frac{\omega}{\omega_0} + 1}$$

Det framgår klart, att ω_0 är den odämpade naturliga vinkelfrekvensen. Vid denna frekvens erhålles

$$\frac{\theta_0}{\theta_m}(j\omega_0) = \frac{1}{j2f}. \quad \text{Fasförskjutningen är } 90^\circ.$$

Analogin med den elektriska serieresonanskretsen ger direkt att $\frac{1}{2f}$ motsvarar Q -värdet, där

$$Q = \frac{\text{utsignal}}{\text{insignal}} \quad \text{vid vinkelfrekvensen } \omega_0.$$

De mätbara storheterna i vårt system är motorhastighet och utsignal. Motoraxelns läge, som är vår insignal, kan endast beräknas ur motorhastigheten. Läget ligger dessutom fasförskjutet 90° efter hastigheten. Vid vinkelfrekvensen ω_0 är alltså utsignalen och motorhastigheten precis i motfas. Utsignalen lägges in på y-plattorna på ett oscilloscop, och motorhastigheten får avlänka i x-led. Med en sinusspänning som insignal varieras frekvensen tills en rät linje erhålles. På tongeneratoren avläses då $f_0 = 4.4 \text{ Hz}$. Detta medför $\omega_0 = 27.6 \text{ rad/s}$. På oscilloscopet avläses spänningarna 5.7 V i y-led och 6.4 V i x-led. Känsligheten på utgångspotentiometern är 3.32 V/rad. Tachometerkonstanten är 1.6 Vs/rad.

$$\theta_m = \frac{6.4}{1.6 \cdot 2\pi \cdot 4.4} = 0.145 \text{ rad}$$

$$\theta_0 = \frac{5.7}{3.32} = 1.72 \text{ rad}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{1.72}{0.145} = 11.85$$

$$\zeta = \frac{1}{23.7}$$

$$G = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} = \frac{764}{s^2 + \frac{1}{11.85} \cdot 27.6s + 764} = \frac{764}{s^2 + 2.33s + 764}$$

2.1.4 Feluppskattning av mätresultat.

Hur stor är osäkerheten i de uppmätta storheterna? På grund av olinjära effekter som glapp, friktion och kommutatorrippel blev den önskade räta linjen distorderad, se foto figur 1. Härigenom var det inte kristallklart, vilken frekvens som gav det absolut bästa resultatet. Det härav eventuellt uppkomna felet är dock helt försumbart jämfört med felmarginalen hos tongeneratorn. Felet kan här uppgå till maximalt 0.1 Hz. Resonansvinkelfrekvensen skulle då vara bestämd till 27.6 ± 0.6 rad/s. Uppskattningen av maximala felet vid bestämningen av ζ är betydligt svårare, eftersom denna bestämning kräver fyra mätningar, varav två på distorderad signal. En felmarginal av 10 % förefaller dock högst trolig. Detta innebär $2\zeta\omega_0 = 2.33 \pm 0.30$. Osäkerheten i denna koefficient är alltså ovanligt stor. Vi har nu bestämt polernas lägen, då vi har svag återkoppling. Hur stort fel gör vi, om vi påstår, att detta är polernas lägen för det öppna systemet. Vi betraktar systemets rotort, figur 2, för att analysera vad som händer, då förstärkningen ökas. Det öppna systemets poler ligger alltså något förskjutna radiellt från origo. Eftersom det härav uppkomna felet är väsentligt mindre än de av mätfel orsakade, avstår jag från justering av den tidigare framtagna överföringsfunktionen.

2.1.5. Stegsvarsanalys.

Jämförelse mellan verkligt system och AM.

Figur 3 visar servots stegsvar för två olika förstärkningar. Motsvarande kurvor från analogmaskinsimulering av den ovan bestämda modellen framgår av figur 4. Vi kan konstatera, att överensstämmelsen till en början är god, men vår modell dämpas alldeles för långsamt. Denna brist accentueras vid hög förstärkning. Med största säkerhet beror avvikelserna till en del på i servosystemet befintlig olinjär friktion. Rent heuristiskt kan man ju anse, att olinjär friktion ger upphov till en tidsvariabel dämpning. I första ögonblicket är drivspänningen till motorn så stor, att friktionen är betydelselös. Efter första överslängen antar drivspänningen mer moderata värden, varför friktionens inflytande succesivt ökar, och därmed verkar den mera dämpande. Vid hög förstärkning förefaller modellen att vara klart otillfredsställande. Även om modellen skulle vara tillräckligt noggrann för att vi skall kunna genomföra en rimlig kompensering, skulle vi gärna vilja undersöka, hur långt man kan komma med en förfinad analys.

2.2. Modell av större komplexitet.

2.2.1. Inverkan av försummad tidskonstant.

Modell och stegsvarsanalys.

I den förenklade motormodellen i § 2.1.2. försummade vi en tidskonstant τ_b , som tillkom, därför att motorn inte är ankarstyrd utan fältstyrd och tachometeråterkopplad. Denna tidskonstant svarar mot en pol i -61.3 . Vår motormodell har nu utseendet

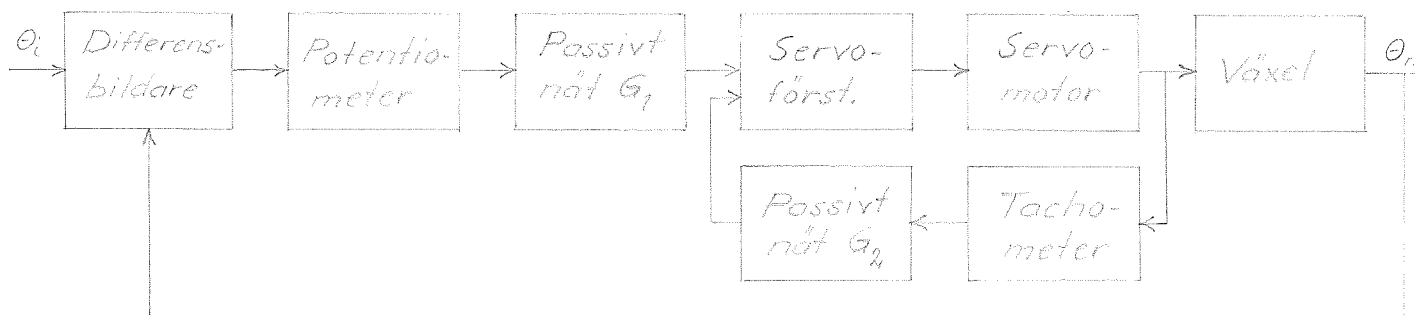
$$G_o = \frac{289}{s(1+0.15s)(1+0.0158s)} .$$

Av rotorten för det förenklade systemet, figur 2, framgår, att resonanspolernas begynnelseorienteringar förskjutes mot ökande dämpning, då ytterligare en pol inplaceras. Detta kan alltså förväntas ge en snabbare insvängning.

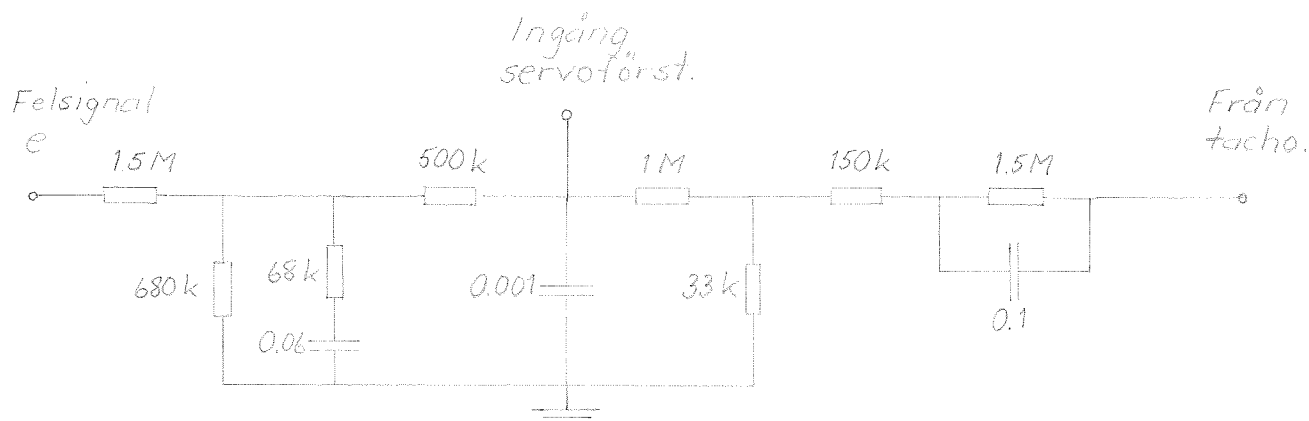
Stegsvarsanalys genom analogmaskinsimulering av vårt utökade system visar, att resonanssvängningarna som väntat dämpas betydligt snabbare. Stegsvaret finns upptaget på figur 5. Av intresse är naturligtvis inte bara att efterlikna servosystemets stegsvar. Det primära är självklart att finna en modell, som så väl som möjligt överensstämmer med den fysikaliska verkligheten. Den tillagda tidskonstanten får således inte nämnvärt påverka motorns egenskaper, då resonansen utelämnas. En kontroll visar emellertid, att nuvarande modell förändrar stegsvaret drastiskt. Den första tidskonstanten τ_a är bestämd ur mätningar under den förutsättningen, att tidskonstanten τ_b , är försumbar. När vi nu inför även τ_b , borde vi alltså justera värdet på τ_a . Denna metodik är emellertid inte förtroendeingivande, varför vi istället satsar på en mera djupgående analys.

2.2.2. Härledning av överföringsfunktionerna för de passiva näten.

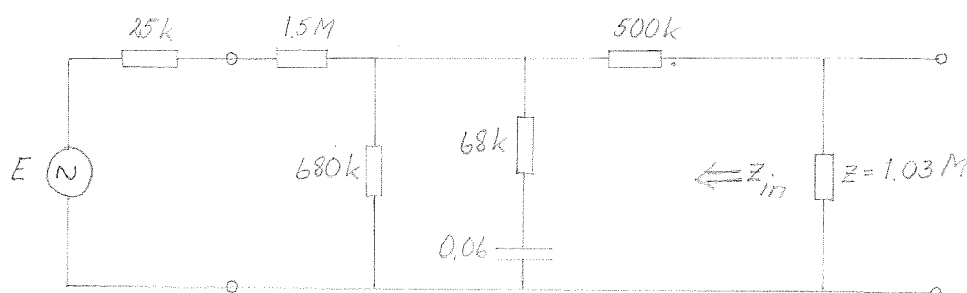
Vi vill bestämma överföringsfunktionen för de passiva näten, och därefter undersöka dessas betydelse för systemet. Den aktuella delen av blockschemat blir:



De passiva näten är egentligen ett nät med två ingångar och en utgång enligt nedan.



Vi betraktar först överföringsfunktionen från felsignal till servoförstärkaren. Tachometerns utgång är förbunden med jord via 5 k, vilket vi kan betrakta som en ren kortslutning. Felsignalen matas in genom ett motstånd på 25 k. I det frekvensområde vi är intresserade av, kan vi ersätta allting till höger om motståndet på 500 k med en enda resistans. Parallellt med 33 k finns nämligen någonting i storleksordning 1 M. Det senare kan då helt försummas. I Feedback-manualen uppges, att servoförstärkarens ingångsimpedans uppgår till 25 M. En mätning gav vid handen, att den ligger ännu högre. Vi räknar då med det ideala fallet, att ingångsimpedansen är oändlig.



Med tomgångsspänningen E_t samt z och z_{in} definierade enligt figur erhålles:

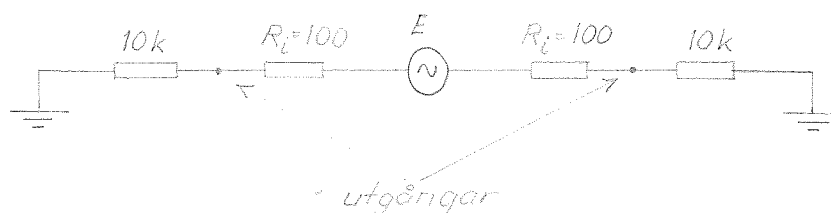
$$z_{in} = \left(5 + \frac{15 \cdot \frac{1510 + 6.17s}{22.3 + s}}{150 + \frac{1510 + 6.17s}{22.3 + s}} \right) 10^5 = 10^5 \cdot \frac{300 + 5.59s}{31.1 + s}$$

$$\frac{z}{z + z_{in}} = \frac{10.3}{10.3 + \frac{300 + 5.59s}{31.1 + s}} = 0.638 \cdot \frac{s + 31.1}{s + 39.0}$$

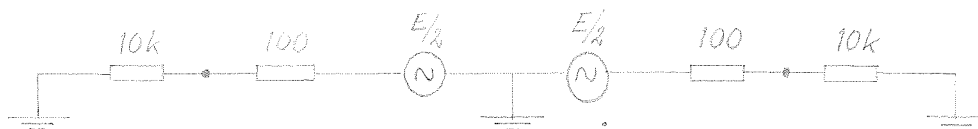
$$\frac{E_t}{E} = \frac{\frac{1510 + 6.17s}{22.3 + s}}{150 + \frac{1510 + 6.17s}{22.3 + s}} = 0.0396 \cdot \frac{s + 244}{s + 31.1}$$

$$G_1 = \frac{z}{z + z_{in}} \cdot \frac{E_t}{E} = 0.0252 \cdot \frac{s + 244}{s + 39}$$

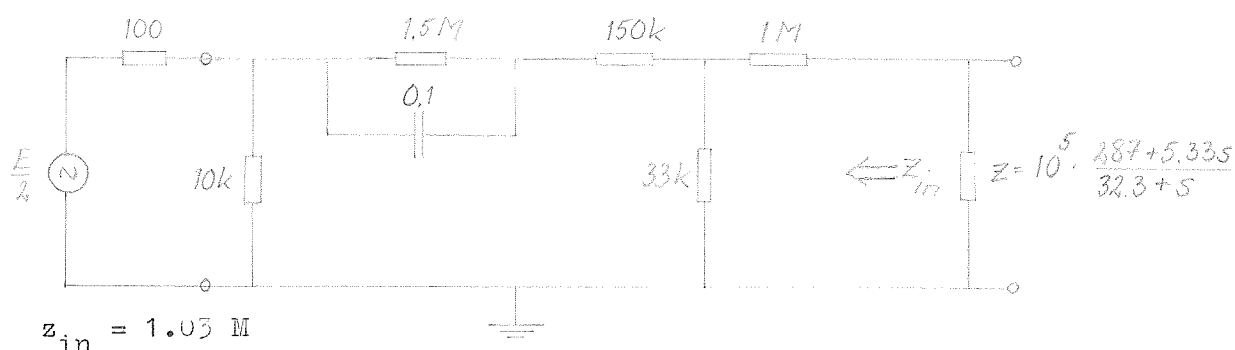
Därefter vill vi ta fram överföringsfunktionen från tachometer till servoförstärkare. Tachometern, som har två utgångar i motfas, ingår i en balanserad koppling enligt figur.



Då tachometern inte belastas, kan man alltså tänka sig den uppdelad i två generatorer med jordad mittpunkt.



Analogt med föregående beräkning ersättes allting till vänster om 1 M med en enda impedans, som i detta fallet blir komplex.



$$z_{in} = 1.03 \text{ M}$$

$$\frac{z}{z + z_{in}} = 0.348 \cdot \frac{s + 53.8}{s + 39.8}$$

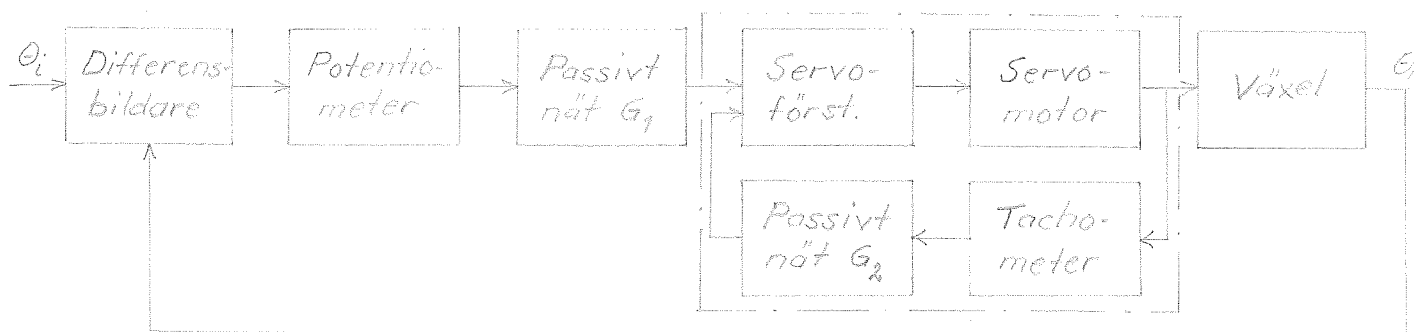
$$\frac{E_t}{\frac{1}{2}E} = \frac{3.3 \cdot 10^4}{(1.83 + \frac{150}{10 + 1.5s}) \cdot 10^5} = \frac{6.67 + s}{340 + 5.55s}$$

$$G_2 = 0.348 \cdot \frac{s + 53.8}{s + 39.8} \cdot 0.18 \cdot \frac{s + 6.67}{s + 61.2} =$$

$$= 0.0627 \cdot \frac{(s + 6.67)(s + 53.8)}{(s + 39.8)(s + 61.2)}$$

2.2.3. Inverkan av passiva nät i motorkretsen.

Vi har nu fått följande modell:



Den markerade delen av systemet har överföringsfunktionen:

$$\frac{K'}{s^2(1 + \tau_f s)}$$

$$1 + \frac{K'}{s^2(1 + \tau_f s)} \cdot \frac{1.6}{16} \cdot 0.0627s \cdot \frac{(s + 6.67)(s + 53.8)}{(s + 39.8)(s + 61.2)} =$$

$$= \frac{K'(s + 39.8)(s + 61.2)}{s(s(1 + \tau_f s)(s + 39.8)(s + 61.2) + 0.00627 \cdot K'(s + 6.67)(s + 53.8))}$$

Tidskonstanten τ_f har vi sedan tidigare, medan K' är okänd. Experimentellt har vi skissat Bodediagrammet för motorn och funnit två komplexa poler i närheten av vinkelfrekvensen 200 rad/s. Med hjälp av detta samt stegsvarets översläng kan vi finna ett bra värde på K' . Med $K' = 10^5$ erhålles

$$\frac{6.8 \cdot 10^6 \cdot (s + 39.8)(s + 61.2)}{s(s + 6.3)(s + 53.7)(s^2 + 109s + 45000)}$$

Då blir den fullständiga överföringsfunktionen från θ_i till θ_m :

$$G_o = 6.8 \cdot 10^6 \cdot 30.9 \cdot 0.0252 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{(s + 39.8)(s + 61.2)}{s(s + 6.3)(s + 39)(s + 53.7)}$$

$$\cdot \frac{(s + 244)}{(s^2 + 109s + 45000)}$$

Faktorn 30.9 utgör differensbildarens proportionalitetskonstant.

Här försummar vi givetvis $\frac{s + 39.8}{s + 39.0}$.

Det visar sig, att denna motormodell ger en korrekt översläng. Med G_0 enligt ovan blir hastighetskonstanten $K_v = 330$ istället för det tidigare uppmätta 289. Är denna felmarginal rimlig? Med tanke på de elektriska komponenternas toleranser kan man svara ett obetingat ja på den frågan. Hastighetskonstanten är ju kritiskt beroende av noggrannheten för komponenterna i det passiva nätet. Den är däremot inte beroende av vårt val av K' .

2.2.4. Stegsvarsanalys.

Vi har redan utnyttjat stegsvarsanalysen för att bestämma konstanten K' i § 2.2.3. Om motormodellen vet vi alltså redan, att den har ett korrekt stegsvar. Stegsvaret för modellen av motor med resonans är infört på figur 6. Detta skall alltså jämföras med stegsvaren för, dels det verkliga systemet figur 3, dels den ursprungliga modellen figur 4. Skillnaden mellan de båda modellernas stegsvar är verkligen obetydlig, men i de små skiljaktigheter, som finns, är modellen av hög ordning bäst. Överensstämmelsen med servosystemet i första överslängan är i det närmaste perfekt, och insvängningen är något snabbare än för den enkla modellen. Resonanssvängningarna dämpas emellertid alldeles för långsamt fortfarande. Likaså kvarstår tyvärr den tidigare svagheten, att modellen är oacceptabel vid höga förstärkningar.

2.2.5. Val av systemmodell.

Vi har nu analyserat systemet så fullständigt som möjligt, om vi begränsar oss till den linjära analysen. Den förfinade analysen gav en modell, vars stegsvar något bättre efterliknade det verkliga systemets, men resultatet står definitivt inte i rimlig proportion till arbetsinsatsen. Vad beror nu detta på? Eftersom servot är avsett för laborationsändamål, har konstruktören uppenbarligen haft ambitionen, att systemet väl skall kunna beskrivas med enklast möjliga teori. Som verktyg, för att uppnå detta, har han tydligen använt det passiva nätet. Båda motormodellerna måste vi anse vara tillfredsställande. Eftersom skillnaden i komplexitet är avsevärd, väljer vi naturligtvis den enkla modellen som grund för kompenseringen. Svagheterna finns i modellen för transmissionen. Denna går emellertid inte att förbättra med linjär teori.

3. Kompensering.

3.1. Kompensering genom utsläckning.

3.1.1. Utsläckning baserad på uppmätt dynamik.

Resonanspolerna, som är transmissionens bidrag till systemet, är det direkta upphovet till alla besvärligheter. En naturlig tankegång är då att placera två nollställena i resonanspolernas omedelbara närhet. Resonanspolernas lägen ges av

$s^2 + 2.33s + 764$. Eftersom vi inte gärna vill derivera felsignalen, inför vi samtidigt två poler, som vi kan placera i stort sett var vi vill. Begränsande faktor är förstärkarna i kompenseringsslänken, ty dessa får inte drivas till mättning. Vi väljer att placera polerna i -30 och -50 . Utsläckningslänken har alltså utseendet

$$G_k = \frac{s^2 + 2.33s + 764}{(s + 30)(s + 50)}.$$

Rotorten för det sålunda kompenserade systemet finns i figur 7. Figur 8:1 visar systemets stegsvar för varierande förstärkning då utsläckningen är så god som möjligt. Samma kompenseringsslänk införes i vår analogimaskinmodell. Stegsvaren härifrån återfinnes i figur 8:2. Ibåda fallen har vi som synes blivit kvitt de obehagliga resonanssvängningarna. Så till vida är kompenseringen bra, men i övrigt är svaret alldeles för långsamt.

3.1.2. Utsläckning med dålig precision.

Resonanspolernas placering är bestämd genom uppmätning och är därför behäftad med en viss osäkerhet. Av denna anledning kan vi inte göra någon exakt utsläckning. En intressant fråga är då: Hur stor precision erfordras, för att kompenseringen skall vara acceptabel? För att utröna detta, placerar vi avsiktligt nollställena felaktigt. Låt oss för enkelhets skull kalla kompenseringen i § 3.1.1. för exakt utsläckning. Vi har förutom denna använt fyra andra kompenseringsslänkar. För att förenkla hänvisningarna till de olika fallen, numreras länkarna på följande sätt.

Vid den exakta utsläckningen ges nollställena av:

$$s^2 + 2.33s + 764 \quad (1)$$

Dessutom har vi använt:

$$s^2 + s + 764 \quad (2)$$

$$s^2 + 8s + 764 \quad (3)$$

$$s^2 + 2.33s + 500 \quad (4)$$

$$s^2 + 2.33s + 1000 \quad (5)$$

Dessa beteckningar användes sedan genomgående i såväl text som stegsvars- och rotortfigurer. I figur 9 finns stegsvaren för modellen upptagna för samtliga dessa kompenseringar. Vi kan konstatera, att en måttlig förskjutning i sidled av nollställena påverkar systemet helt obetydligt. Vid förskjutning i höjdlid blir avvikelserna större, men nollställena har också flyttats relativt långt just för att framhäva tendensen. Motsvarande kurvor för servosystemet finns i figur 10 och 11. Om vi bortser från det av friktionen orsakade statiska felet, ger modellen en god bild av den allmänna karaktären. Det är nu uppenbart, att kraven på precision vid utsläckningen inte är extrema. För denna typ av kompensering är tydligen vår modell fullt tillräcklig. Vilket utseende får rotorten, då utsläckningen inte är exakt? Polerna från motormodellen kommer naturligtvis att påverkas av nollställenas placering, men för ögonblicket inriktar vi oss på inverkan på resonanspolerna. Om hela rotorten upprättas, går detaljstrukturen förlorad i detta område. Därför har vi valt att starkt förstora området kring den ena resonanspolen. I figur 12 återges alltså detta område med polens bana markerad till systeminstabilitet. I fall (2) har hela banan skisserats. Resonanspolens läge i de olika fallen är markerat, då förstärkningen är 7%. För att underlätta förståelsen, har vi kompletterat med en enkel skiss, figur 13. Banorna ligger alltså succesivt vridna 90° med avseende på begynnelse- och slutpunkt. I figuren är vinklarna inte räta, men det beror på, att olika skalor har använts utefter axlarna. Det måste betonas, att det är frågan om en detaljstudie. Resten av rotorten är definitivt inte oväsentlig. I fall (4) går slingan genom högra halvplanet. Vid normal förstärkning slår resonanssvängningarna därför svagt igenom, men samtidigt blir motorn kraftigare dämpad.

3.1.3. Praktisk realisering av kompenseringen.

Med hjälp av ett enkelt T-nät kan man realisera en överföringsfunktion av den typ, som vi kom fram till i § 3.1.1. På grund av de ogynnsamma siffervärdena i detta fall erfordras emellertid en kondensator med orimligt stor kapacitans. Metoden kan därför knappast komma i fråga i det här fallet. Twin-Tee-nätet är också oanvändbart, eftersom dettas nollställen är rent imaginära. Allmänt om T-nät i ref (4). I ref (5) anges en annan metod för realisering av överföringsfunktioner av denna typ. Denna metod leder fram till ett överbryggt Twin-Tee-nät innehållande fyra motstånd och fyra kondensatorer. Beroende på hur överföringsfunktionens poler väljes, råkar man lätt ut för negativa impedanser, vilket omedelbart ökar nätets komplexitet. Friheten i valet av poler reduceras alltså, men vid för realiseringen lämplig polplacement innehåller nätet endast komponenter med rimliga värden. På grund av nätets storlek förefaller dock intrimningen arbetskrävande. Den absolut enklaste metoden är att använda operationsförstärkare. Om analogmaskinen utnyttjas för uppkoppling av kompenseringsslänken, uppnås dessutom en helt annan noggrannhet än vad som är möjligt med andra metoder. För att erhålla länkarna i § 3.1.2. erfordras då bara justering av potentiometerinställningarna.

3.2. Kompensering genom utsläckning och fasavancering.

Vi vill nu försöka göra stegsvaret snabbare. Främst intresserar vi oss för att reducera lösningstiden. Eftersom det finns ett fasavancerande nät tillgängligt på servots kopplingspanel vill vi gärna utnyttja det. Detta har överföringsfunktionen $\frac{s + 10}{s + 50}$. Rotorten för systemet kompenserat med exakt utsläckning och ovanstående fasavancering är uppritat i figur 14. För några olika värden på förstärkningen har stegsvaret registrerats, för servosystemet i figur 15 och för modellen i figur 16. Med hjälp av denna kompensering kan vi som synes erhålla riktigt bra stegsvar. Även i det här fallet har vi velat undersöka inverkan av inexact utsläckning. Samma kompenseringsslänkar som i § 3.1.2. har använts. Vid studium av stegsvaret för det sålunda kompenserade servot blir avvikelser ej avläsbar, då nollställena förflyttas i sidled. I figur 17

finns stegsvaren vid förflyttning i höjddled. Vi noterar, att den olinjära friktionen uppgår till ett icke obetydligt värde, ty vi har ett relativt stort statistiskt fel. Stegsvaren är här så snabba, att vi tangerar skrivarens förmåga. De brusliknande störningarna kommer alltså från skrivaren. Figur 18 visar motsvarande kurvor för vår modell.

3.3. Tachometeråterkoppling.

I Feedback-manualen, ref (2), beskrives en kompenseringemetod benämnd "transient divided reset". Det teoretiska resonemang, som framföres, framstår såsom minst sagt märkligt. Metoden innebär ingenting annat än konventionell tachoåterkoppling. Genom att införa flera tillstånd lyckas man tillföra tre nollställen. Dessa manipulationer gör, att tillståndens fysikaliska motsvarighet går förlorad. Figur 19 visar servots stegsvar med förstärkningen $K_1 = 6\%$ och 25% tachoåterkoppling. Tachometeråterkoppling av en ankarstyrd motor, vilket vi anser vår är, är i praktiken liktydigt med att tidskonstanten reduceras. Vi får alltså en snabbare motor med bibehållen översläng eller en lika snabb motor med reducerad översläng. I figur 20 har vi kört vår modell med samma kompensering. Graden av tachoåterkoppling har valts så, att vi maximalt utnyttjar servots friktion. I modellen, som ju saknar friktion, är däremot problemet med resonanssvängningarna akut. Med ett lite löst rotortresonemang inser man, att då motorpolen förflyttas åt vänster, kommer begynnelseorienteringarna för resonanspolerna att påverkas på ett ogynnsamt sätt. Genom att lägga in ytterligare en pol, vrides begynnelseorienteringarna åt vänster. Med en praktisk betraktelse kan man säga, att i modellen underhåller resonanssvängningarna sig själv. En lämplig åtgärd vore alltså att filtrera bort dessa svängningar, och detta filter ger ytterligare en pol. I samma figurer finns stegsvaret, då kompenseringen har utökats med ett lågpasfilter. I princip filtrerar vi bort alla frekvenser över 20 rad/s, däribland resonanssvängningarna. Med tanke på att servots stegsvar redan tidigare var befriat från resonanssvängningar, kan filtret knappast förbättra systemet. Modellens stegsvar förbättras däremot väsentligt genom filtrets tillkomst. Om vi återkopplar en mindre del av tachometersignalen, ger servot ett stegsvar med översläng. Då framträder genast resonanssväng-

ningarna, och filtrets inverkan blir gynnsam. Vid kompenseringen av servot med tillagt filter har vi dragit upp förstärkningen för att utnyttja den förbättrade stabiliteten. På grund av friktionen är resultatet delvis beroende av insignalens storlek. För en fix återkoppling får vi med ett större steg in översläng och resonanssvängningar i enlighet med AM-simuleringen. Som helhet inverkar då filtret positivt.

4. Återkoppling från alla tillstånd.

4.1. Rekonstruktion med modell.

Vi kan beskriva systemet med ekvationerna:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -6.67 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 76.4 & -2.33 & -76.4 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 192.7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

Vi önskar nu med hjälp av förstärkare bygga upp en modell, som skall ha samma uppförande som servosystemet. För att uppnå detta, återkopplar vi skillnaden mellan servots och modellens utgång till modellens tillstånd via en lämplig förstärkningsvektor. Ekvationerna för modellens tillstånd blir då:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(Y - C\hat{x})$$

där matriserna A, B och C är givna av systemekvationerna. Felet ges då av:

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

Om samtliga egenvärden till matrisen $(A - KC)$ är negativa, kommer felet alltså att svänga in sig till noll. Vi är emellertid inte nöjda med detta, utan måste dessutom ställa krav på insvängningshastigheten. Till vårt förfogande har vi förstärkningsvektorn K. Teoretiskt sett kan vi få hur snabb insvängning som helst genom att välja K-vektorn tillräckligt stor. Realiseringen av rekonstruktionen framtvingar emellertid en begränsning. För att hålla K-vektorn inom rimliga värden, kan vi inte räkna med att avlägsna egenvärdena till matrisen $(A - KC)$ särskilt långt från A-matrisens egenvärden. I detta fallet väljer vi egenvärdena:

$$\lambda_{1,2} = -3$$

$$\lambda_{3,4} = -10 \pm j 25.5$$

Detta är inga idealiska egenvärden, men det är det bästa vi kan åstadkomma. K-vektorn blir då:

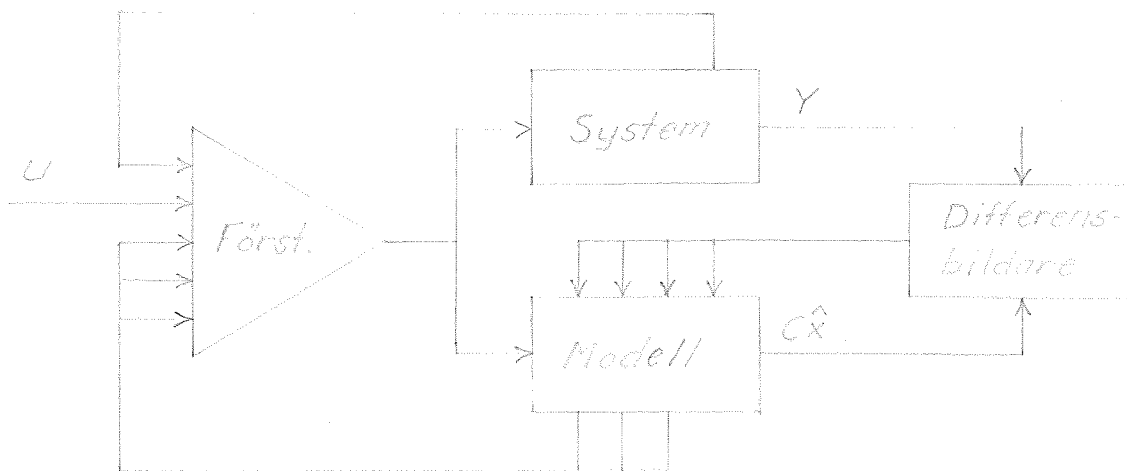
$$K = \begin{bmatrix} 1.17 \\ -0.43 \\ -5.4 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Normalt utgör närvaron av brus en annan begränsande faktor. På grund av de stora massorna i vårt system kan vi emellertid bortse från detta. En naturlig fråga är, varför vi inte har valt att representera systemet i kanonisk form. Det finns två anledningar. Den ena är, att den kanoniska formen i detta fall kräver större K-vektor för samma egenvärden. Den andra är, att friktionen i servot ger upphov till en konstant felspanning in på vår modell. Härigenom uppstår besvärligheter, som är svåra att bedöma, då representationen saknar fysikalisk motsvarighet.

4.2. Återkoppling från alla tillstånd.

Vi vet, att återkoppling från alla tillstånd är den idealiska kompenseringemetoden, eftersom vi härigenom förfogar över polernas placering. I servosystemet är bara två tillstånd tillgängliga. Vår modell är uppbyggd så, att tillstånden, efter en kort insvängningstid, skall överensstämma med motsvarande fiktiva tillstånd för servot. Således kan vi utföra återkopplingen från modellens tillstånd. Normalt fixerar man en önskad polkonfiguration, varefter återkopplingens förstärkningvektor beräknas. På grund av besvärligheter, som vi återkommer till i nästa moment, går vi istället omvända vägen. Tack vare detta kan vi, liksom vid tachoåterkopplingen, utnyttja friktionen för att er-hålla ett snyggt stegsvar.

Blockschema för kompenseringen:



4.3. Olinjära effekter.

På grund av i servot befintlig friktion, erhålles en från noll skild felspänning. Vi har en hel serie tänkbara sluttillstånd. Om vi använder servots utgång istället för modellens fjärde tillstånd vid återkopplingen, matar vi alltså in denna konstanta spänning på modellen. Inte heller servots utgång kan nollställas exakt. Med insignalen jordad påverkas modellen alltså av två signaler. Detta får till följd att alla tillstånd antar från noll skilda begynnelsevärden. Detta är en allvarlig brist, därför att modellens fysikaliska motsvarighet går förlorad. Första tillståndet anger motorhastighet. Ett begynnelsevärde här innebär då, att motorn roterar med konstant hastighet. Andra tillståndet anger motorns position. Ett begynnelsevärde här indikerar, att motorn står i ett visst vinkelläge, vilket är nog så riktigt. Det rimmar emellertid illa med att motorn roterar med konstant hastighet. För tredje och fjärde tillstånden gäller exakt samma resonemang. Samtliga tillstånd kommer alltså att anta ett något felaktigt värde. Det system vi återkopplar från är alltså inte identiskt med servosystemet, och därigenom vet vi inte heller exakt var polerna har placerats. Varför återkopplar man inte från fjärde tillståndet i modellen istället för från servots utgång. Härigenom skulle man ju slippa den konstanta felspänningen, som är det direkta upphovet till problemet. Med denna koppling kan vi inte kontrollera utgången, utan motorn kommer hela tiden att driva. Detta beror på, att servoförstärkaren är mycket svår att balansera med precision.

Ett annat sätt att komma ifrån den konstanta felspänningen är att införa en dödzon före modellen. Eftersom felspänningen då blockeras, svänger modellen genast in sig på ett riktigt sätt. Detta får betraktas som ett konstgrepp, och det avspeglar på intet sätt friktionens inverkan på systemet. Vid stegsvarsanalys ger dödzone tyvärr upphov till en extra släng långt efter övriga transienter har avklingat. På grund av denna släng är metoden föga lämplig för kompensering.

4.4. Stegsvarsanalys.

På figur 21 har stegsvaret tagits upp för steg med olika polaritet. Systemet är som synes inte helt symmetriskt. Detta beror på, att modellen antar något felaktiga begynnelsevärden. Trots de svårigheter, som är för handen, har vi med hjälp av denna metod erhållit ett mycket bra stegsvar. Vi har uppnått detta genom att försöksvis variera förstärkningen i de olika återkopplingsslingorna. I denna situation är man naturligtvis intresserad av var polerna har placerats. Under förutsättning att man kan bortse från de något felaktiga begynnelsevärdena i modellen kan polernas lägen beräknas. Då erhålles:

$$p_1 = - 5.75$$

$$p_2 = - 38$$

$$p_{3,4} = + 0.11 \pm j 27.4$$

Systemet borde alltså vara instabilt. Begynnelsevärdenas inverkan är således inte försumbar. På grund härav är det omöjligt att bestämma polkonfigurationen. Undersökningen visar, att vi experimentellt kan finna en lämplig återkoppling med denna metod. Om vi däremot går omvända vägen, kan resultatet bli helt misslyckat.

4.5. Jämförelse med andra metoder.

Med återkoppling från alla tillstånd får vi ett stegsvar, som inte är sämre än vid andra kompenseringmetoder. Eftersom metoden är betydligt mer komplicerad än de övriga, måste målsättningen dock vara högre. Tachometerns utsignal är tillgänglig både i sin helhet och nedskalad via potentiometer. Tachometeråterkoppling, med eller utan filtrering, ger därför absolut bäst utdelning på arbets- och materielinsatsen. Kompensering genom utsläckning och fasavancering ger också ett mycket bra resultat, och även den är att föredra framför återkoppling från rekonstruerad modell.

Referenser:

- (1) ES 130 Servo System.
Provisional Instruction Book.
Feedback Ltd
- (2) Supplementary Instruction Book for ES 130 Servo System.
Non-linear theory and resonant output system.
Feedback Ltd
- (3) Analytisk och experimentell undersökning av linjärt
och olinjärt positionsservo.
Examensarbete av Bengt Herne.
- (4) Ahrendt-Savant, Servomechanism Practice.
- (5) Truxal, Control System Synthesis.

Uppmätning av transmissionens dynamik.

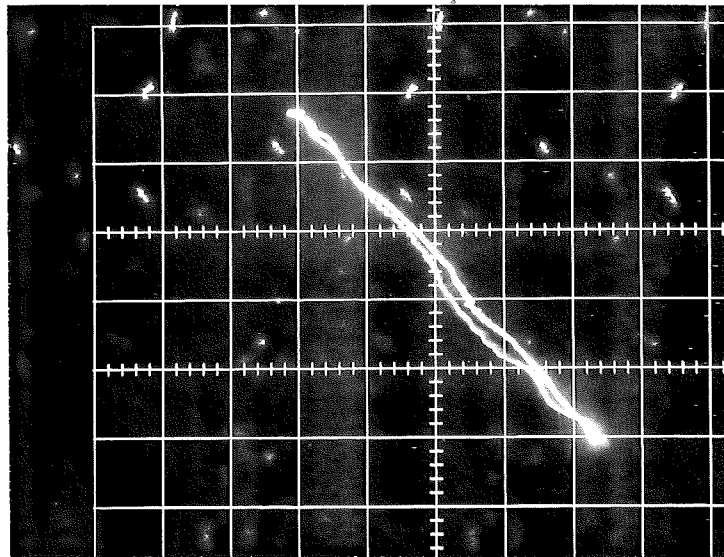
25.

y-led: Utgående axelns vinkelläge. 1 V/cm

x-led: Tachometersignal. 1 V/cm

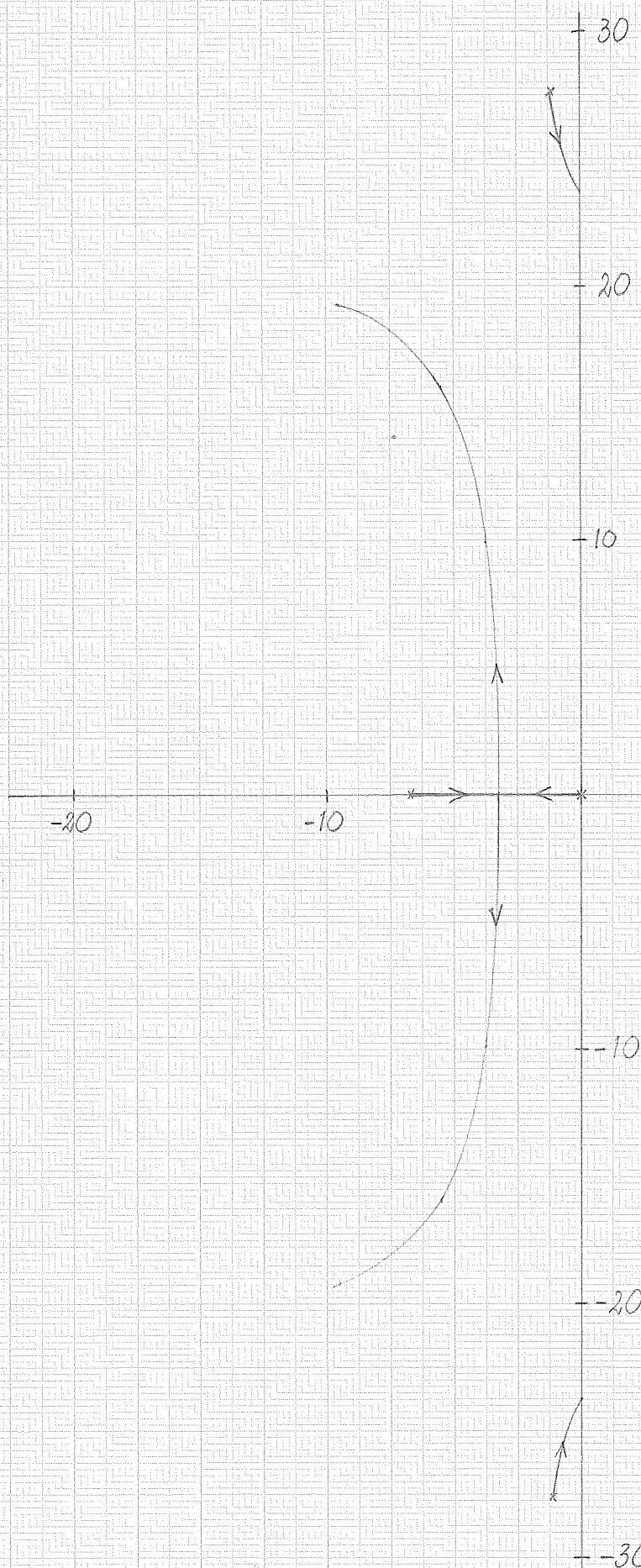
Figur 1.

Insignal: 14 V, 4.4 Hz



$$G_o = \frac{289}{s(1 + 0.15s)} \cdot \frac{764}{s^2 + 2.33s + 764}$$

Figur 2.



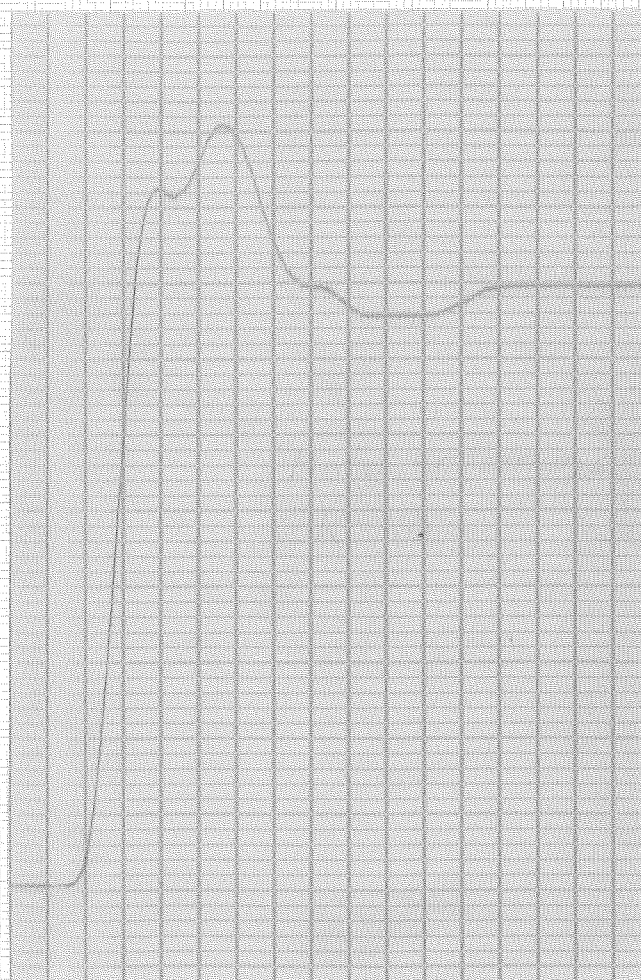
Servots stegsvar.

 $K_1 = 4\%, 7\%$.

Tidsskala: 0.2 s/cm

Insignal: 20 V

Figur 3.

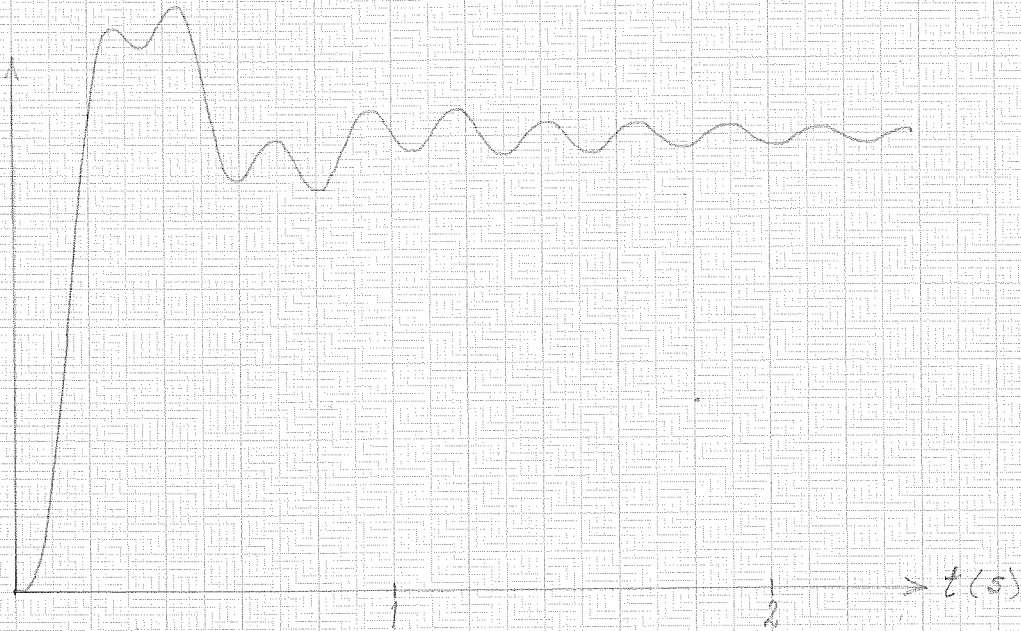


Stegsvar för förenklad modell.

$$K_1 = 4\%, 7\%.$$

28.

Figur 4.



514 A4
SIS 73 25 01



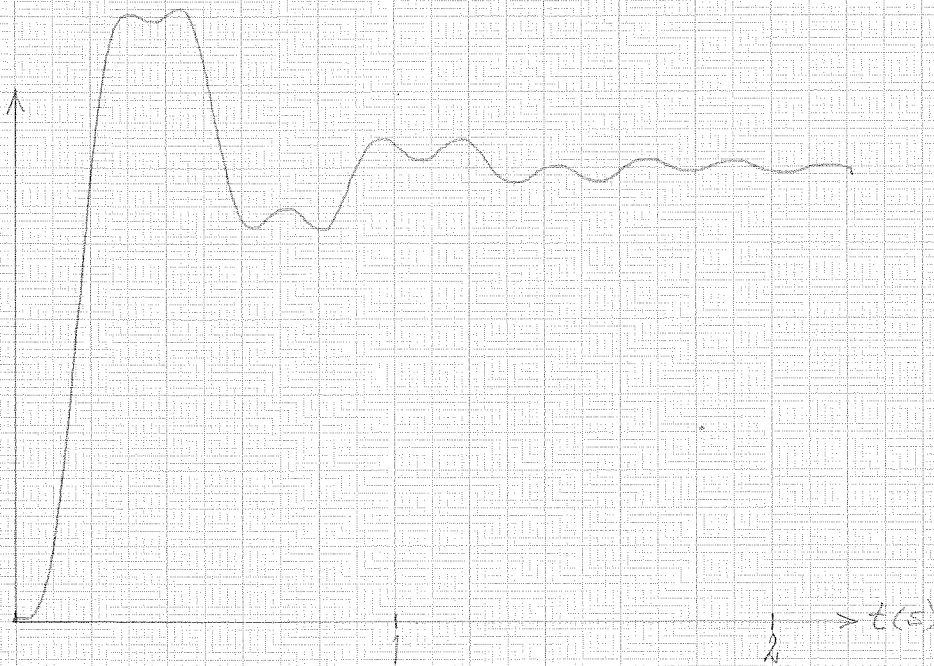
P 1624

Stegsvar för modell med två tids-
konstanter.

$$K_1 = 4\%, 7\%.$$

29.

Figur 5.

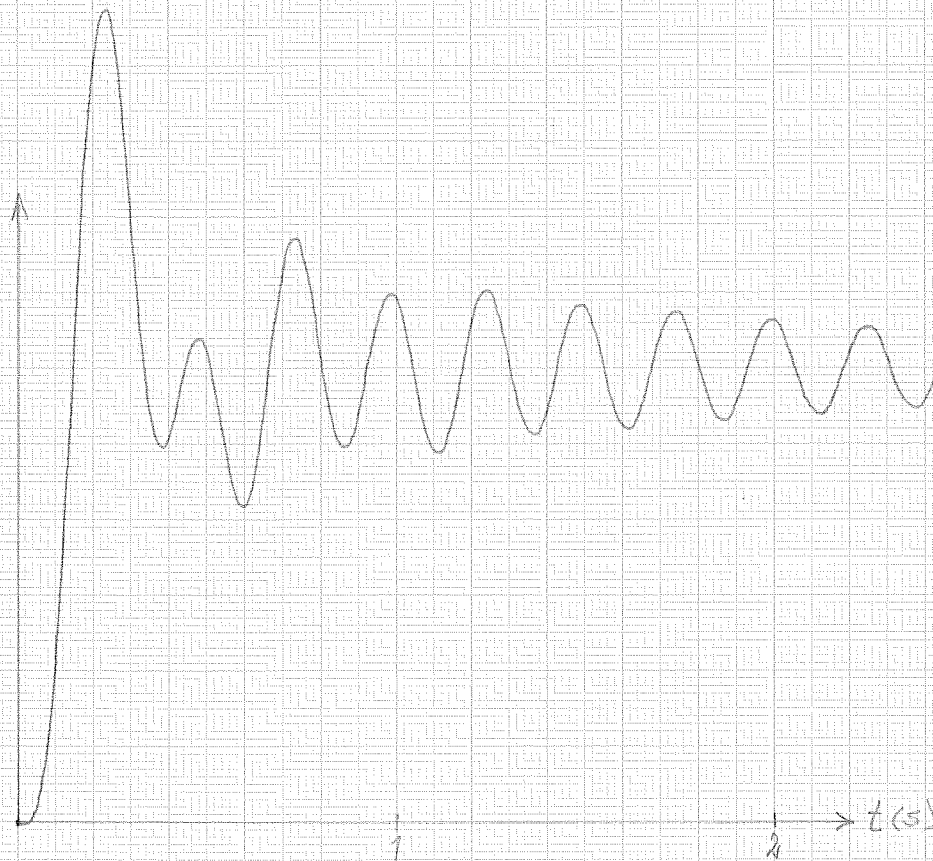
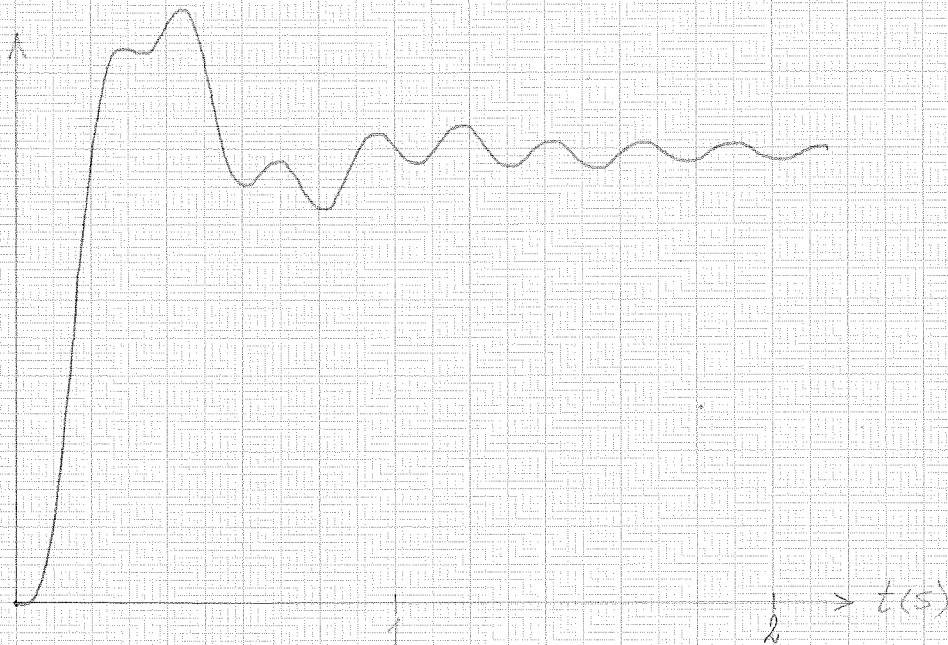


Stegsvar för komplex modell.

$K_1 = 4\%, 7\%$.

30.

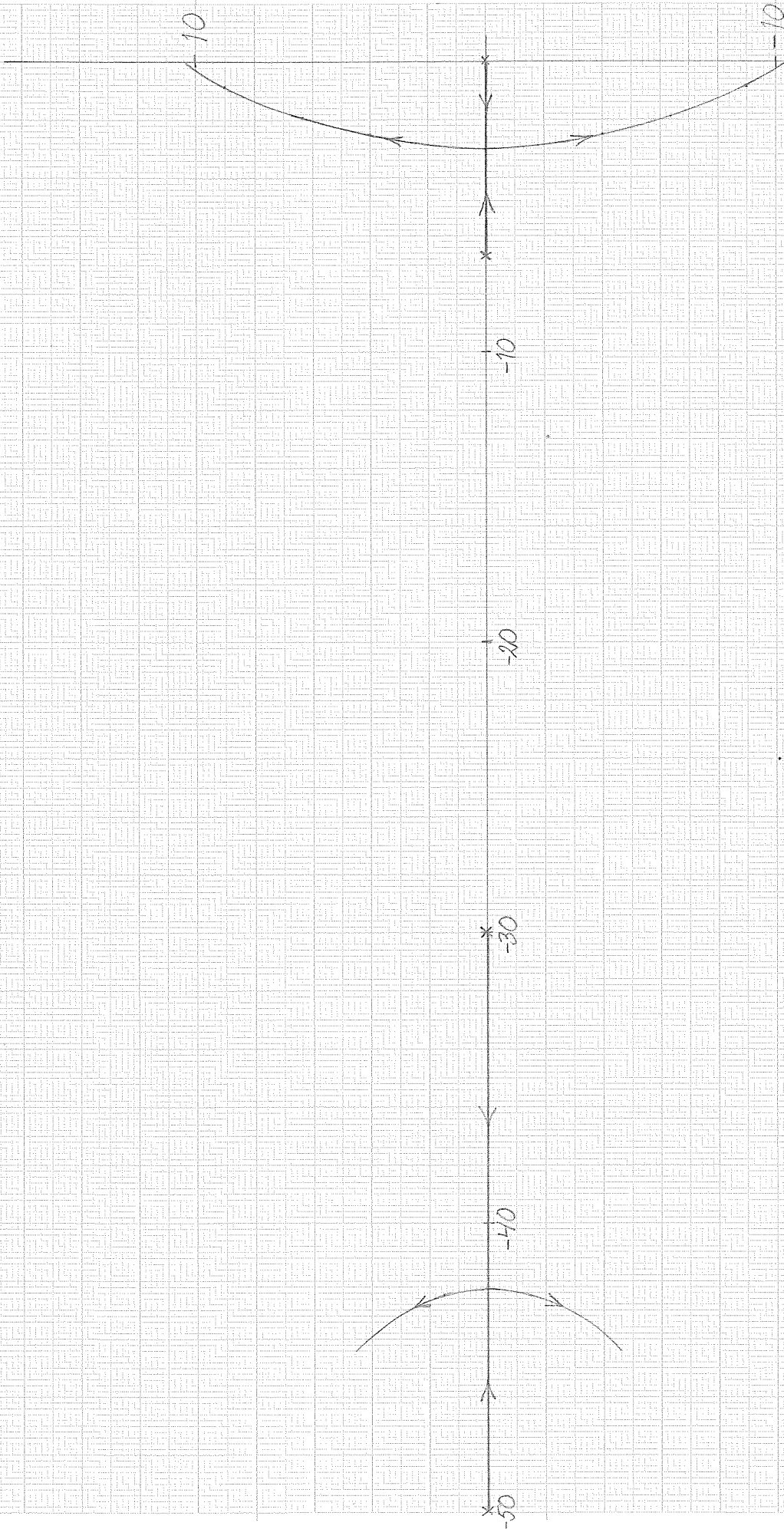
Figur 6.



Rotorten för förenklad modell
med exakt utsläckning.

31.

Figur 7.



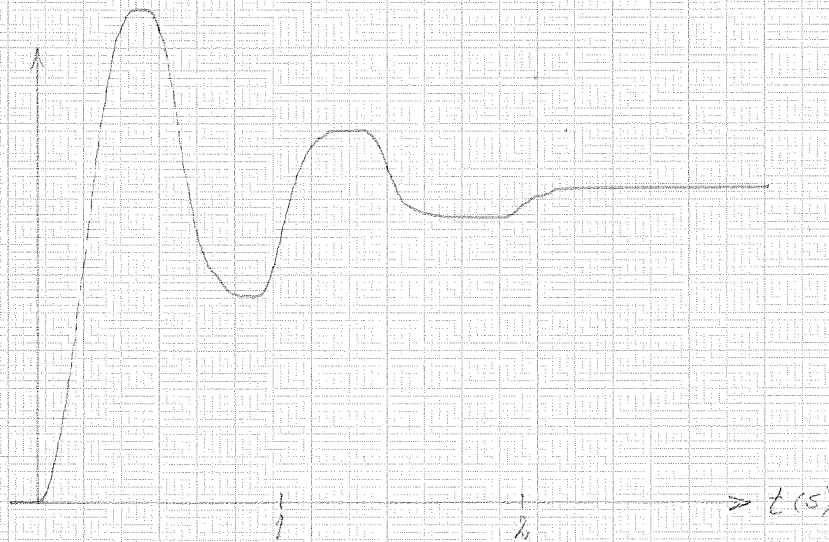
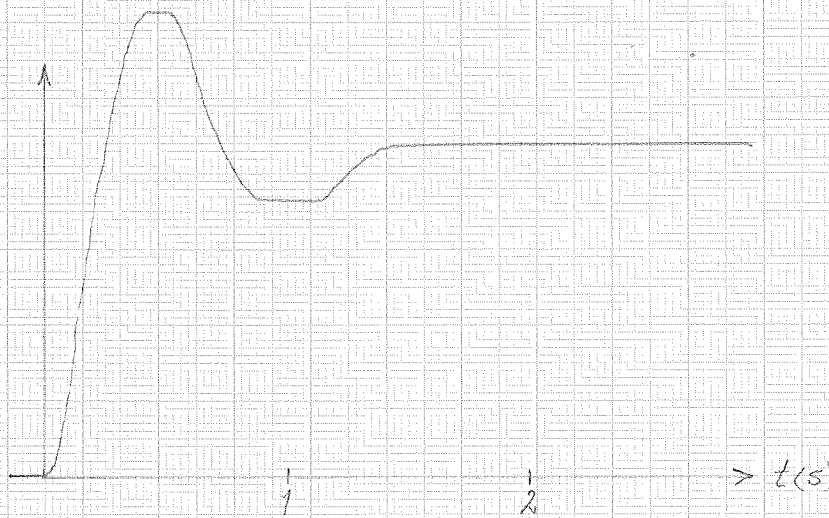
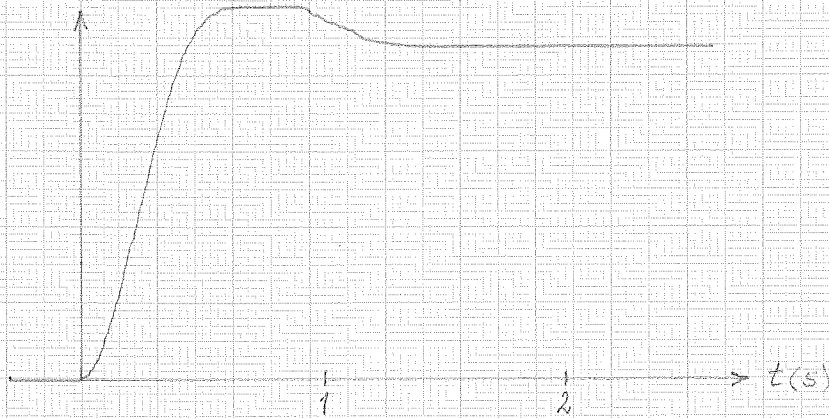
Stegsvar för servot med exakt
utsläckning.

32.

$K_1 = 3\%, 5\%, 7\%$.

Figur 8:1.

Insignal: 20 V. Tidsskala: 1 s \leftrightarrow 32mm



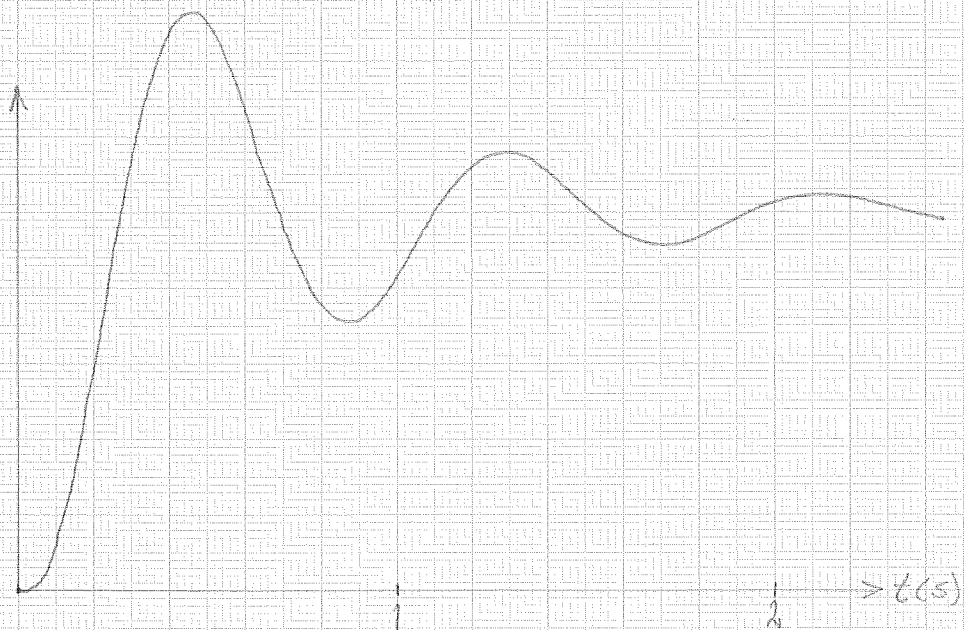
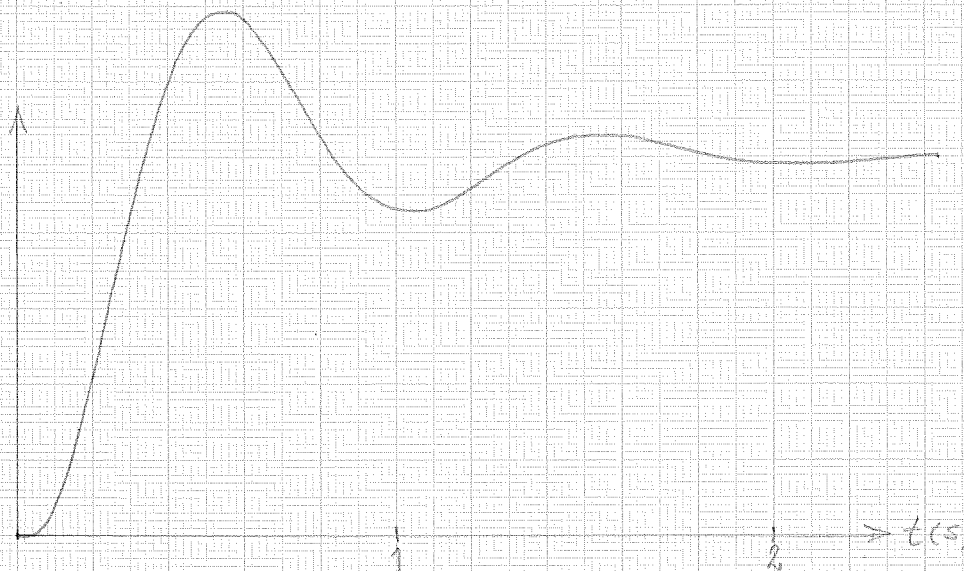
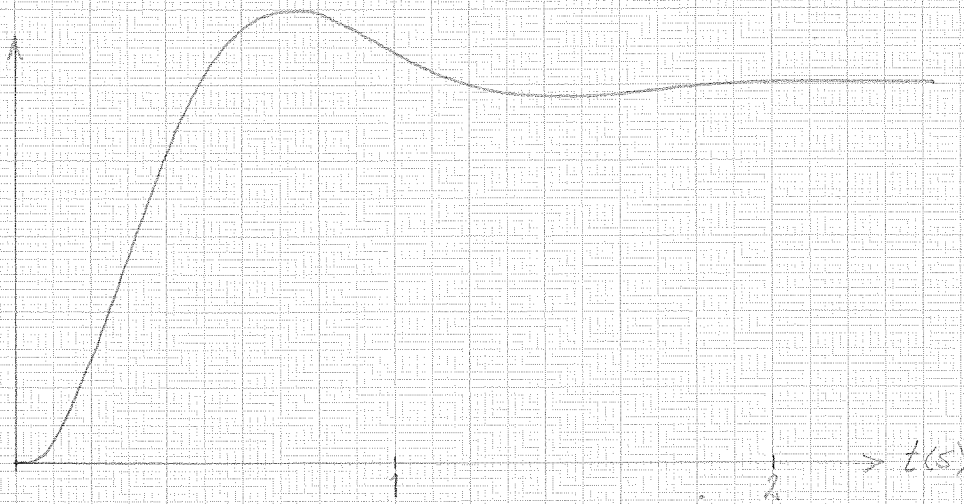
Stegsvar för förenklad modell

med exakt utsläckning.

$K_1 = 3\%, 5\%, 7\%$.

33.

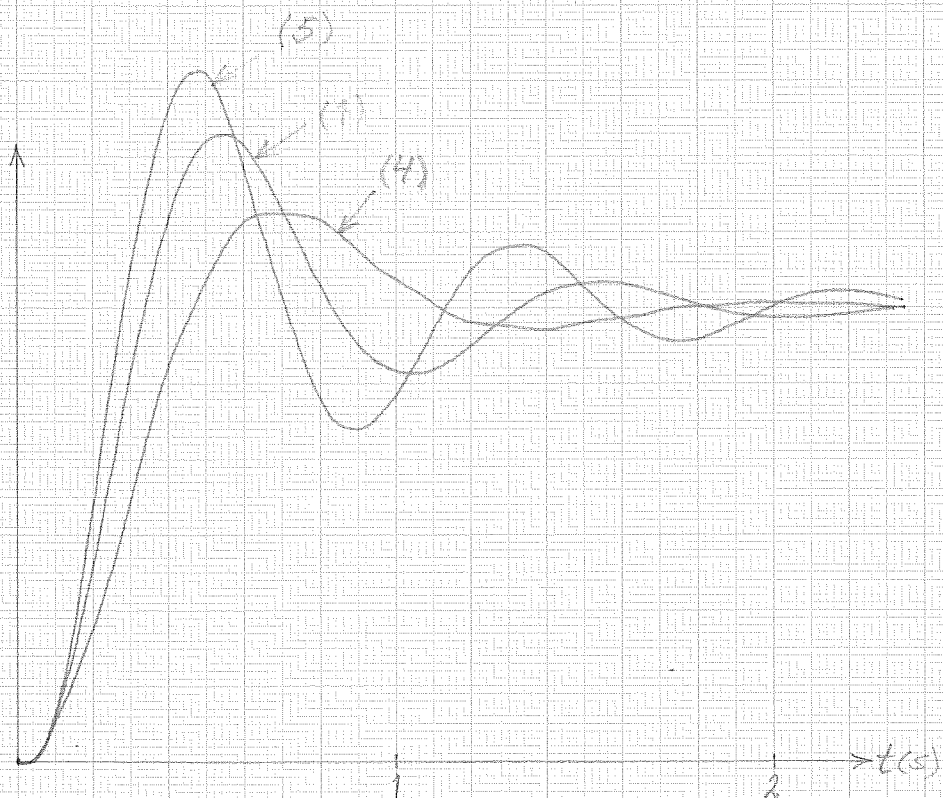
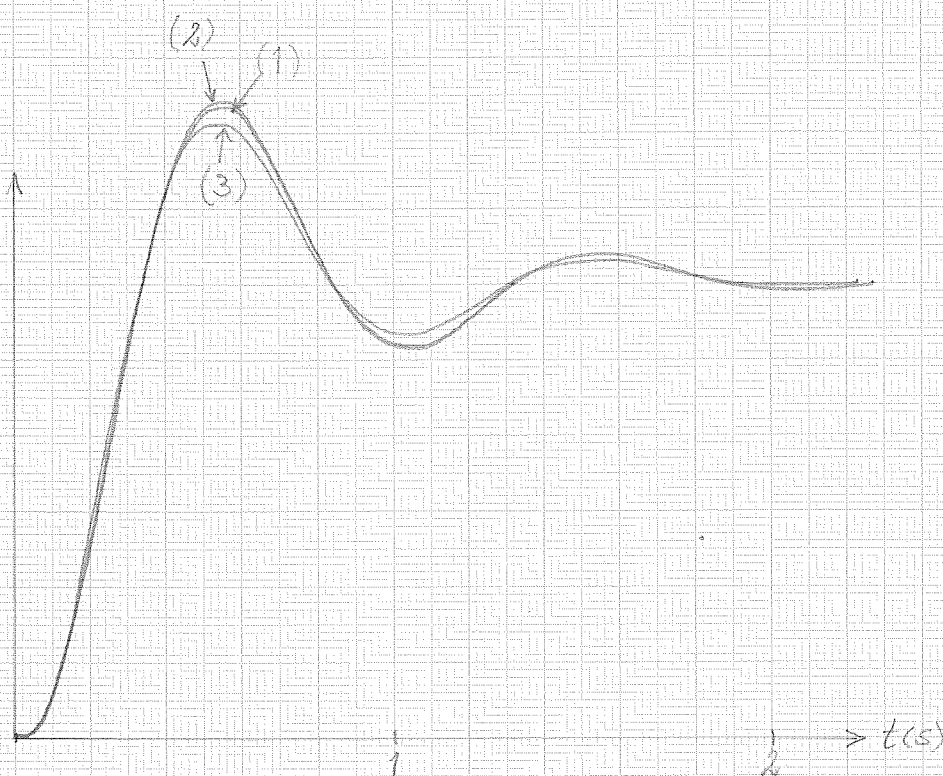
Figur 8:2.



med inexact utsläckning.

$$K_1 = 5\%$$

Figur 9.



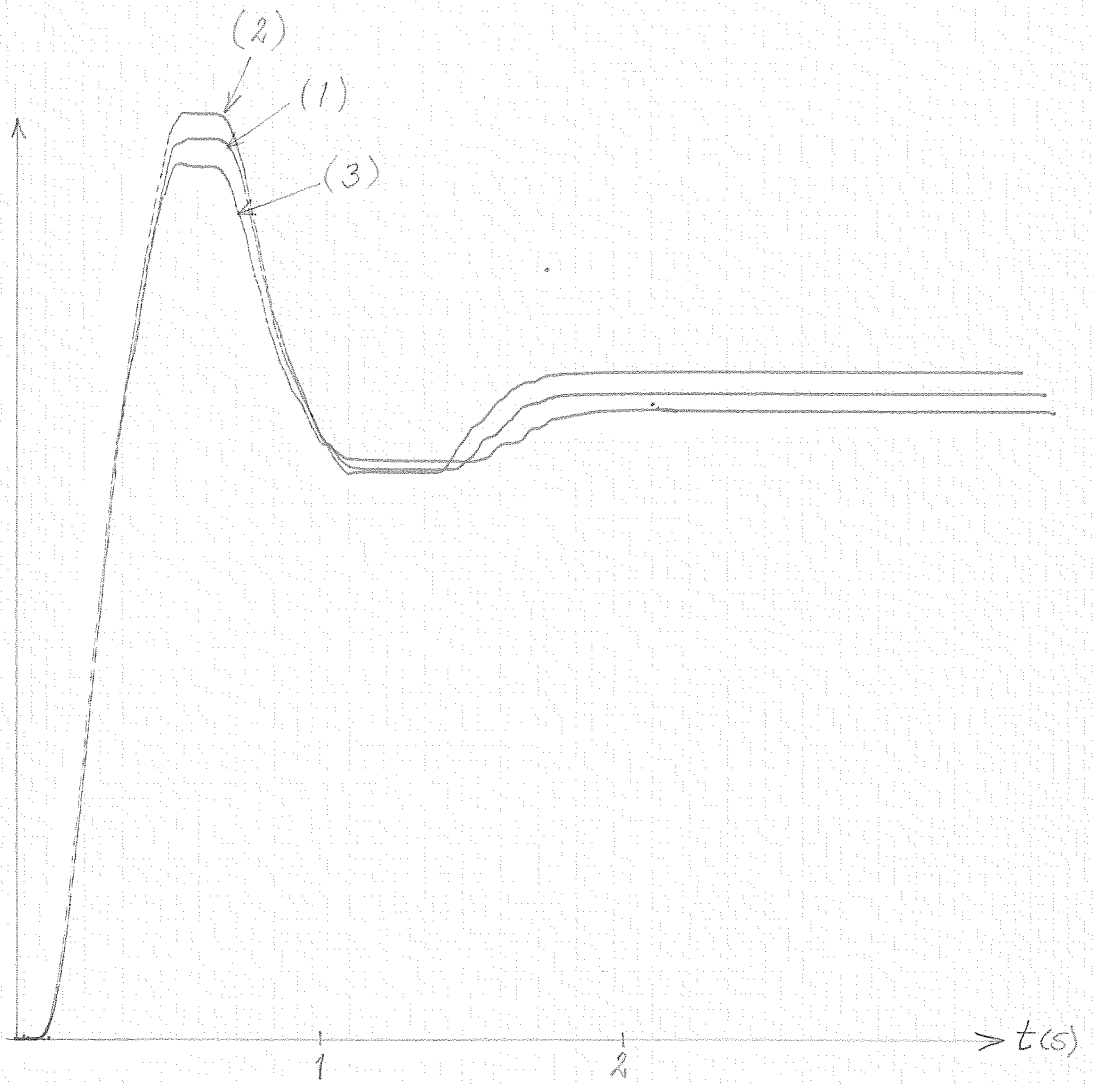
Stegsvar för servot med
inexakt utsläckning.

35.

$K_1 = 5\%$.

Figur 10.

Insignal: 20 V.



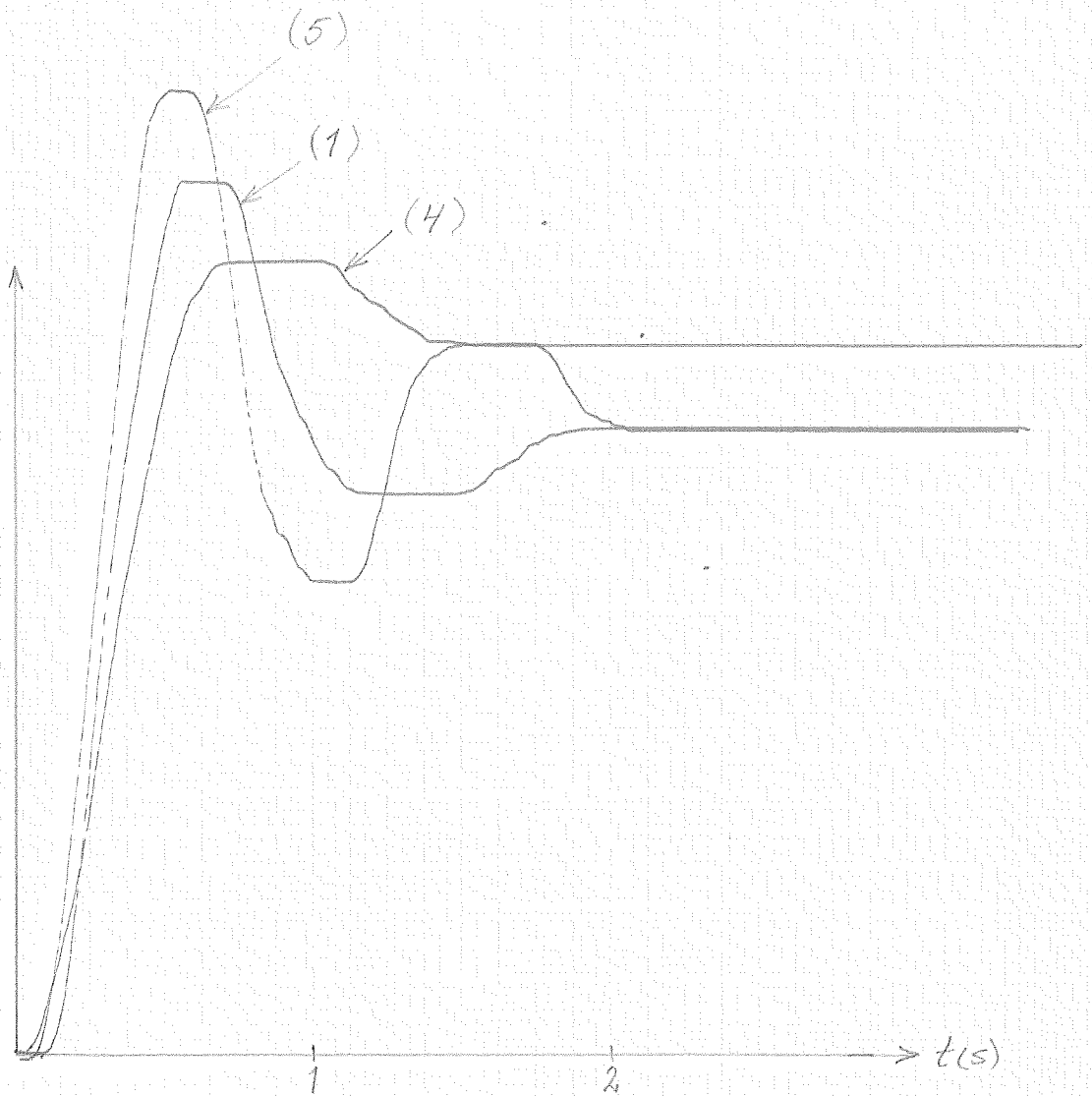
Stegsvar för servot med
inexakt utsläckning.

36.

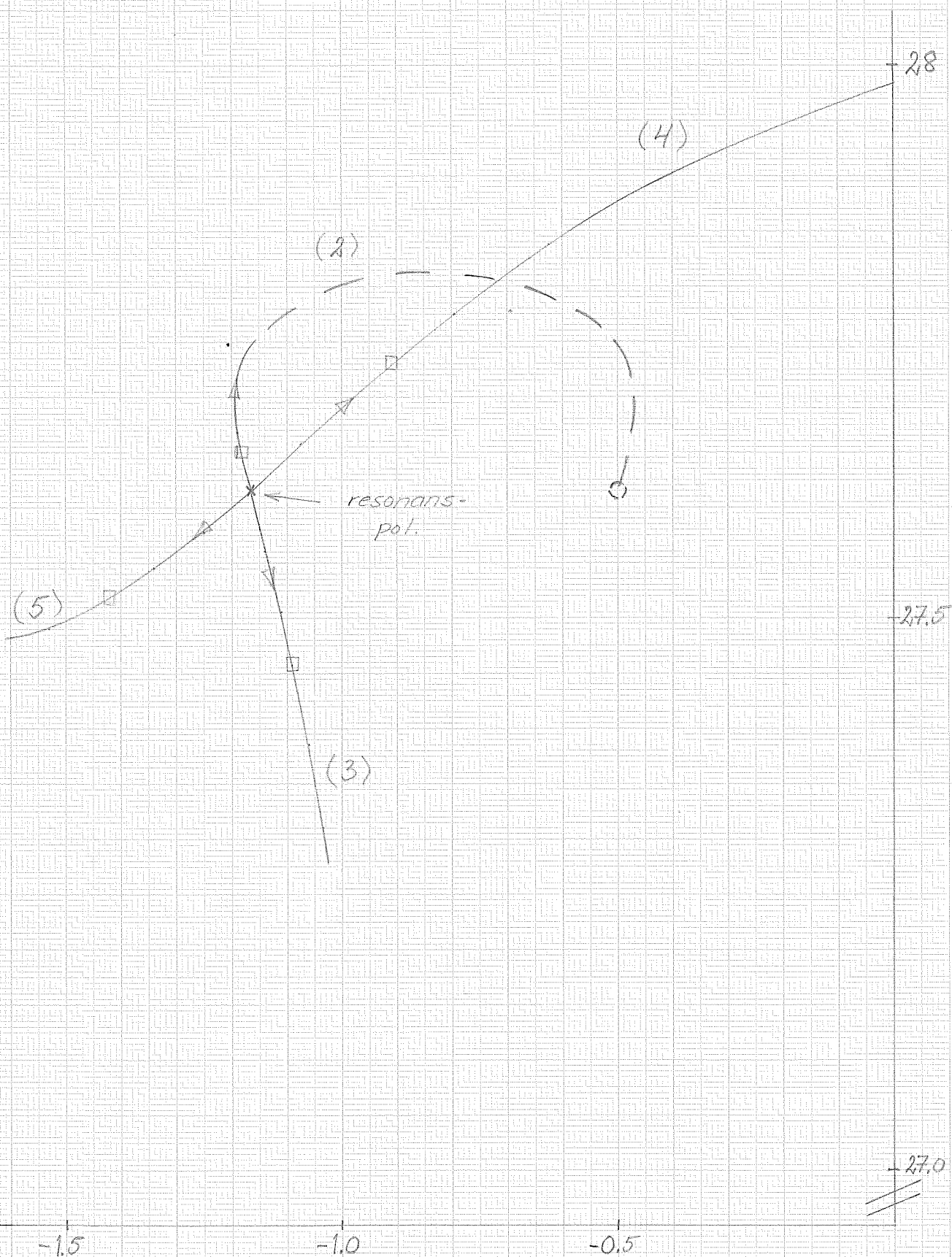
$K_1 = 5\%$.

Figur 11.

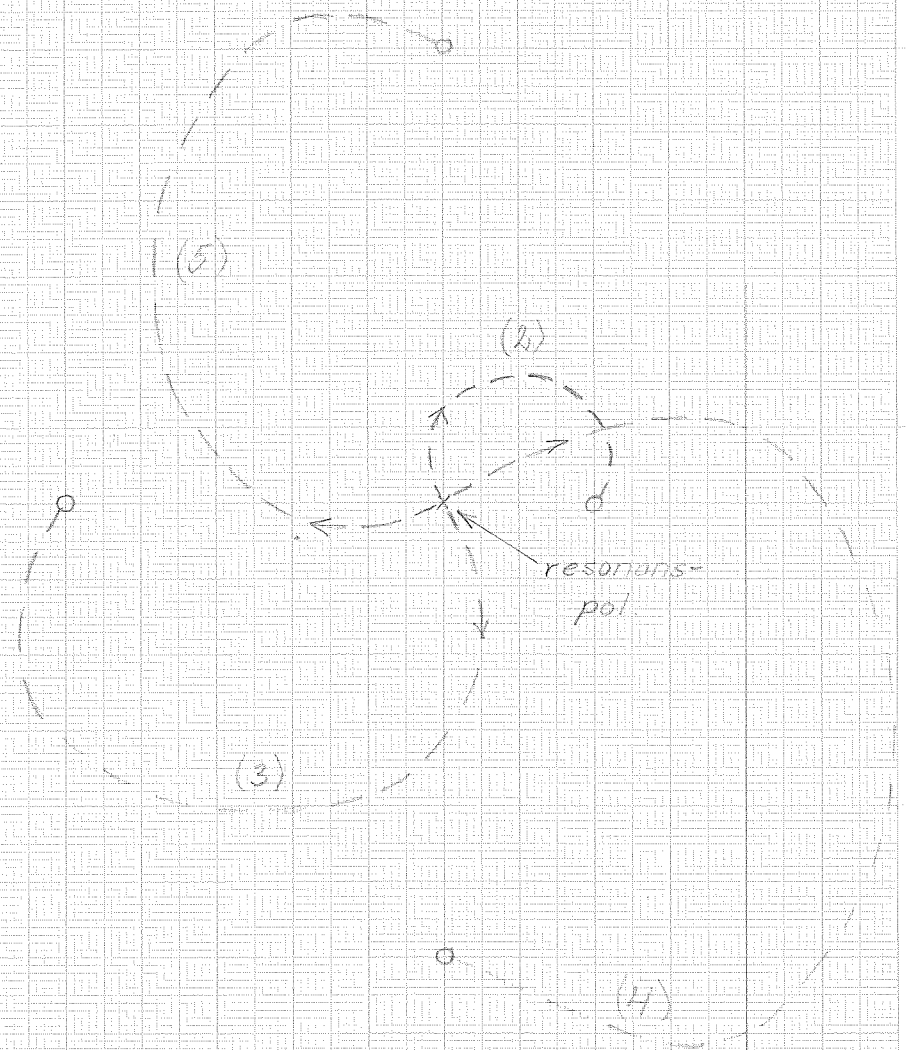
Insignal: 20 V.



Figur 12.



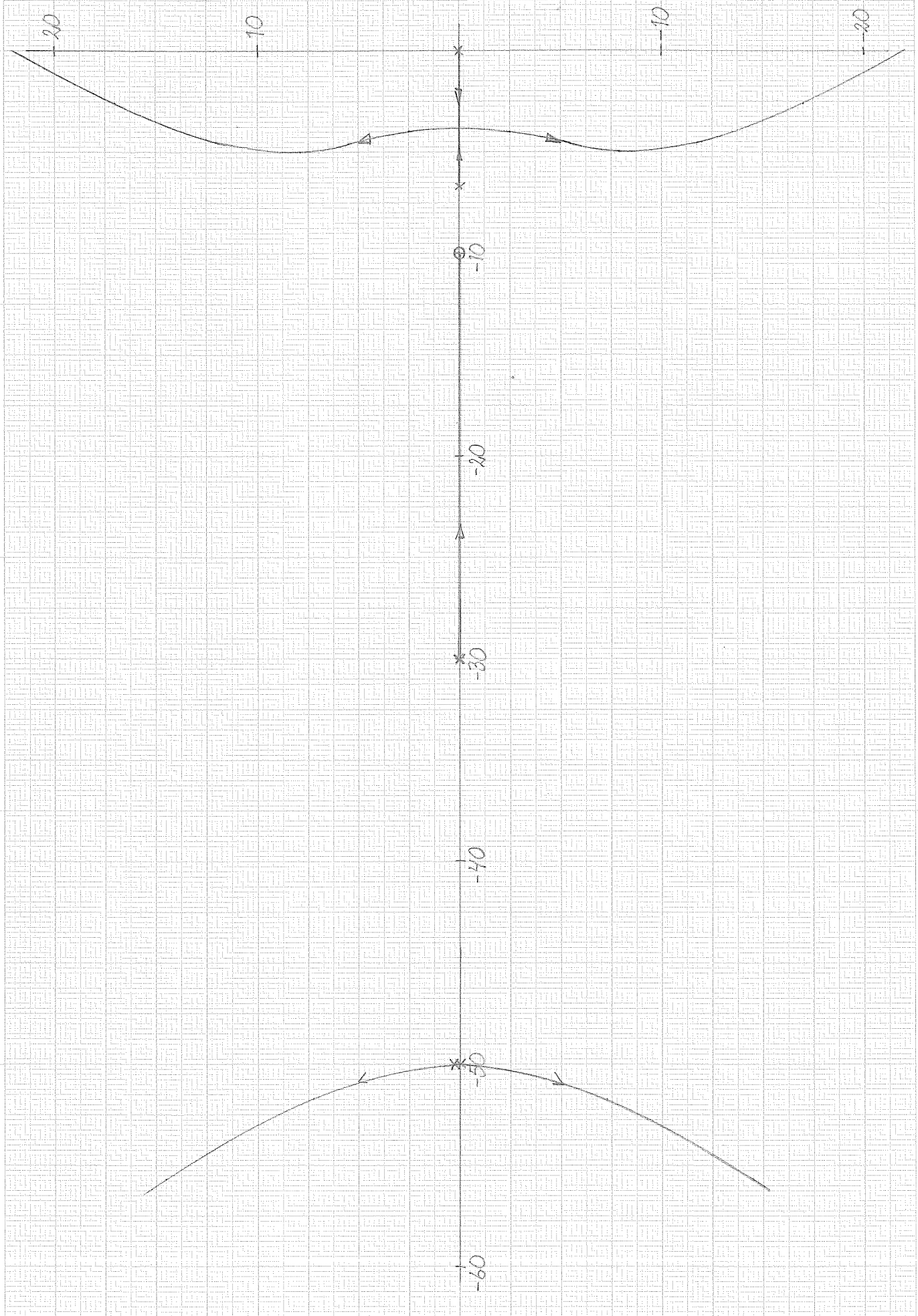
Figur 13.



Rotorten för förenklad modell med
exakt utsläckning och fasavancering.

39.

Figur 14.



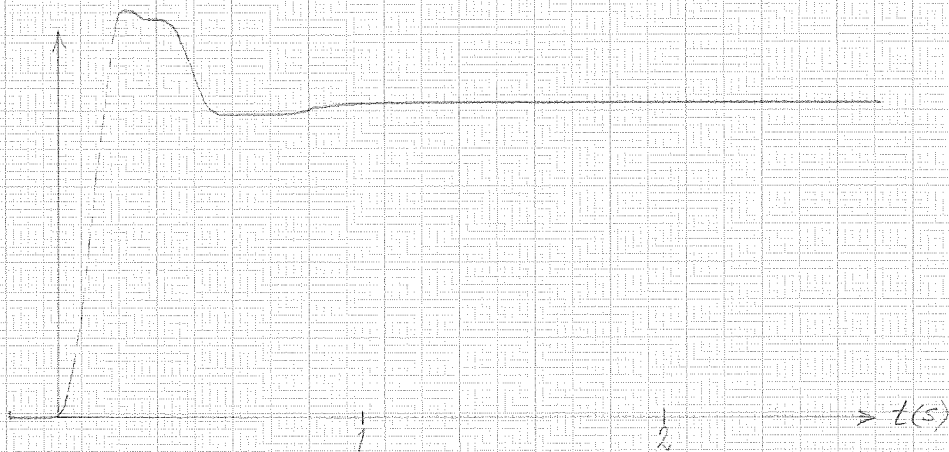
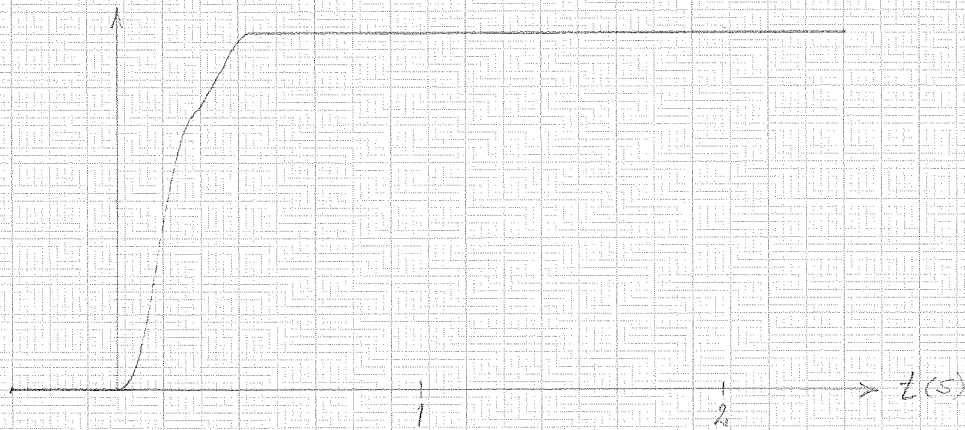
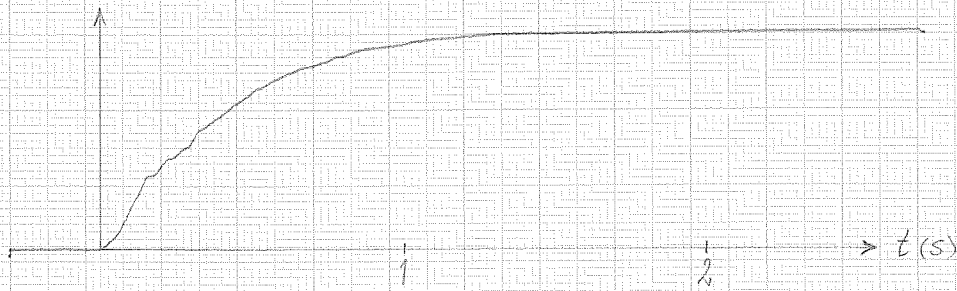
Stegsvar för servot med exakt
utsläckning och fasavancering.

$K_1 = 7\%, 18\%, 35\%$.

Insignal: 20 V. Tidsskala: 0.25 s/cm

40.

Figur 15.

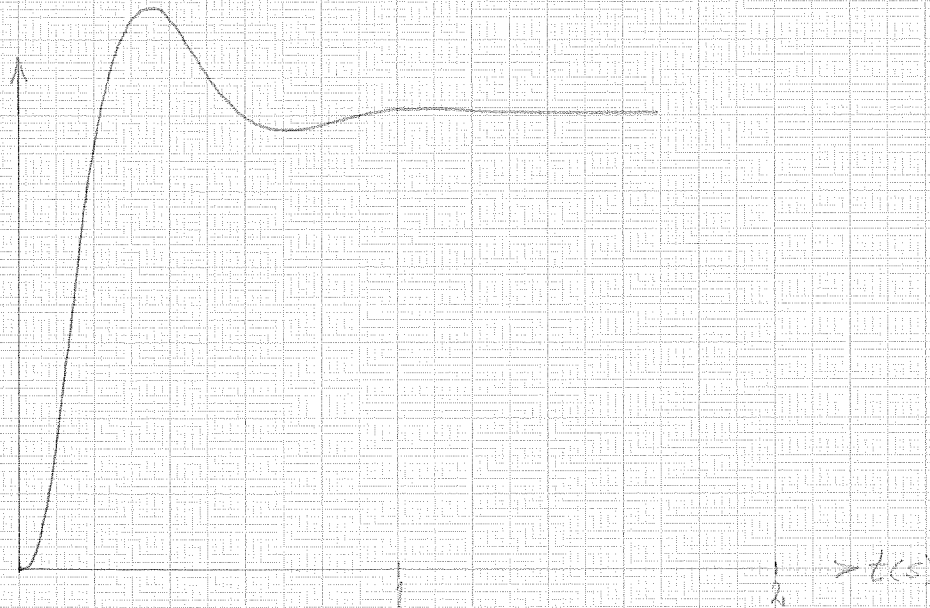
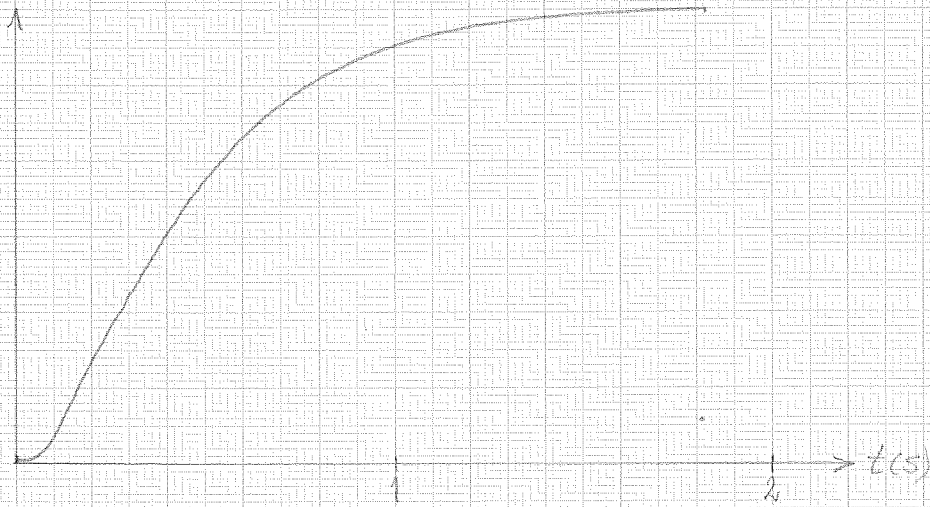


Stegsvar för förenklad modell med
exakt utsläckning och fasavancering.

$K_1 = 7\%, 18\%, 35\%$.

41.

Figur 16.



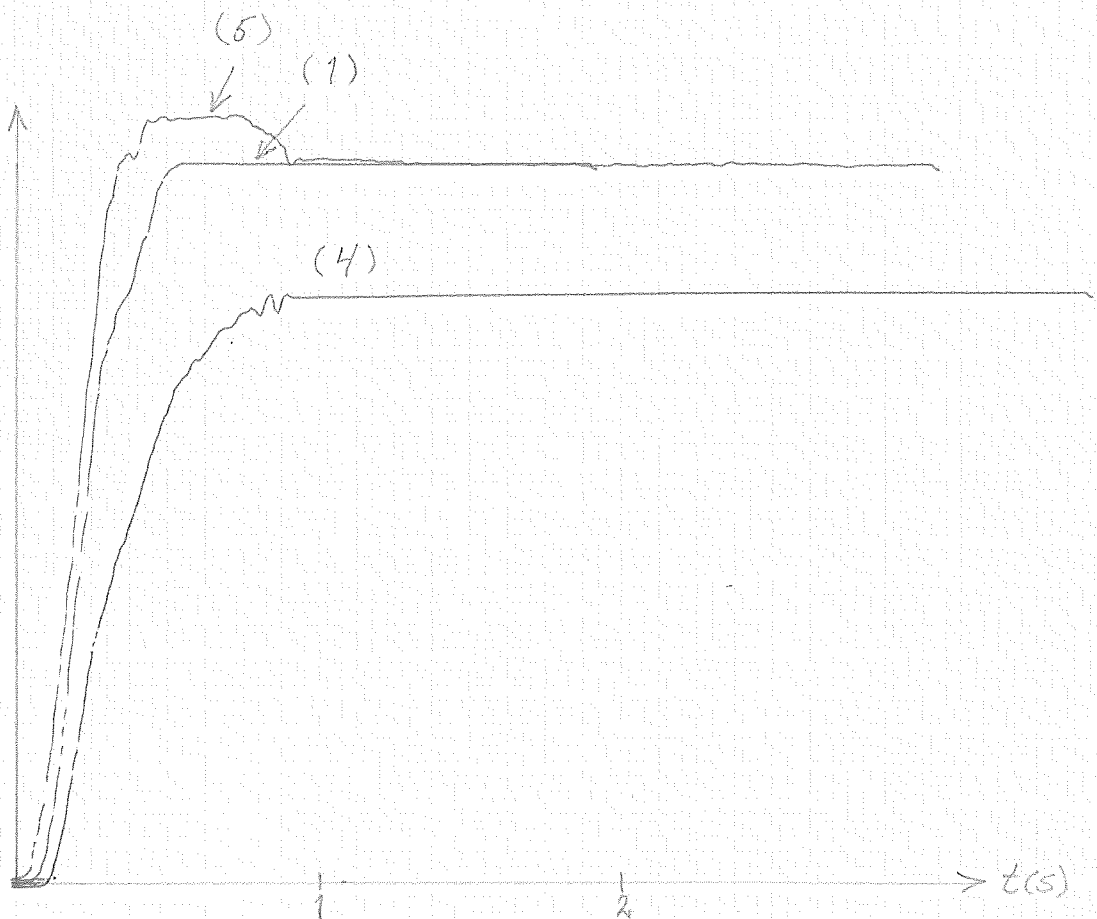
Stegsvar för servot med inexact
utsläckning och fasavancering.

42.

$K_1 = 18\%$.

Figur 17.

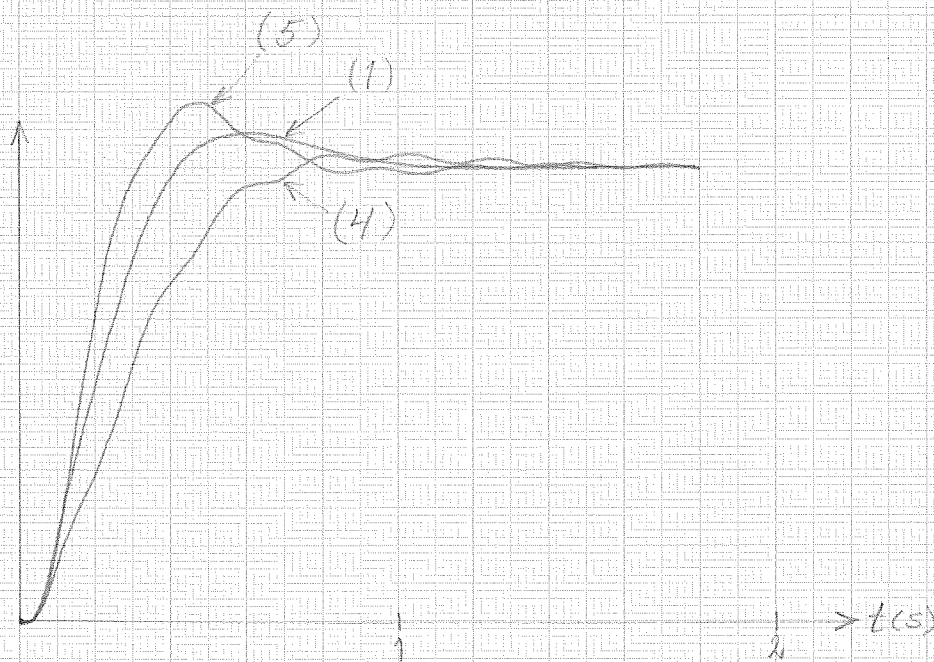
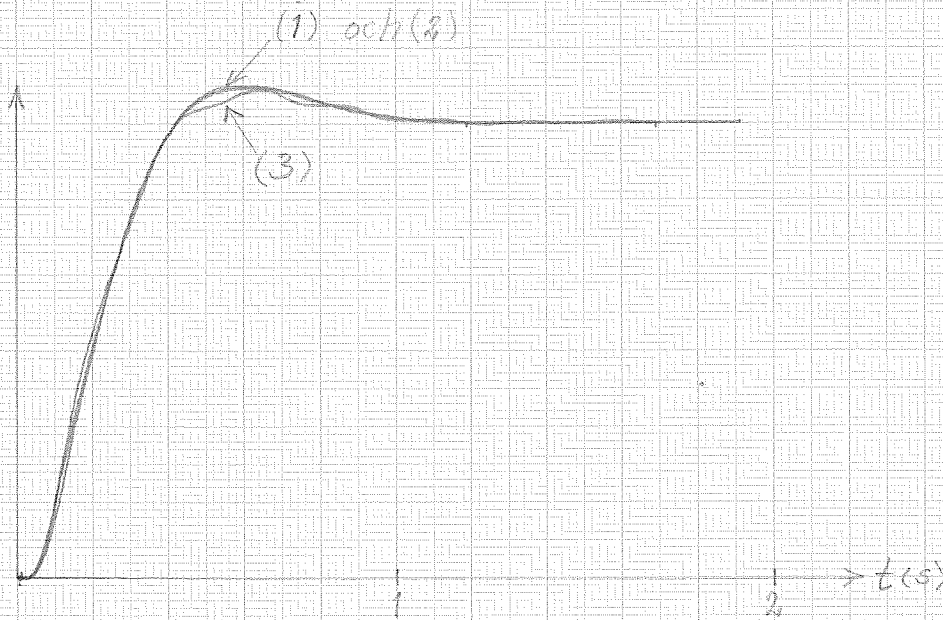
Insignal: 20 V.



Stegsvar för förenklad modell med
inexakt utsläckning och fasavancering.
 $K_1 = 18\%$.

43.

Figur 18.



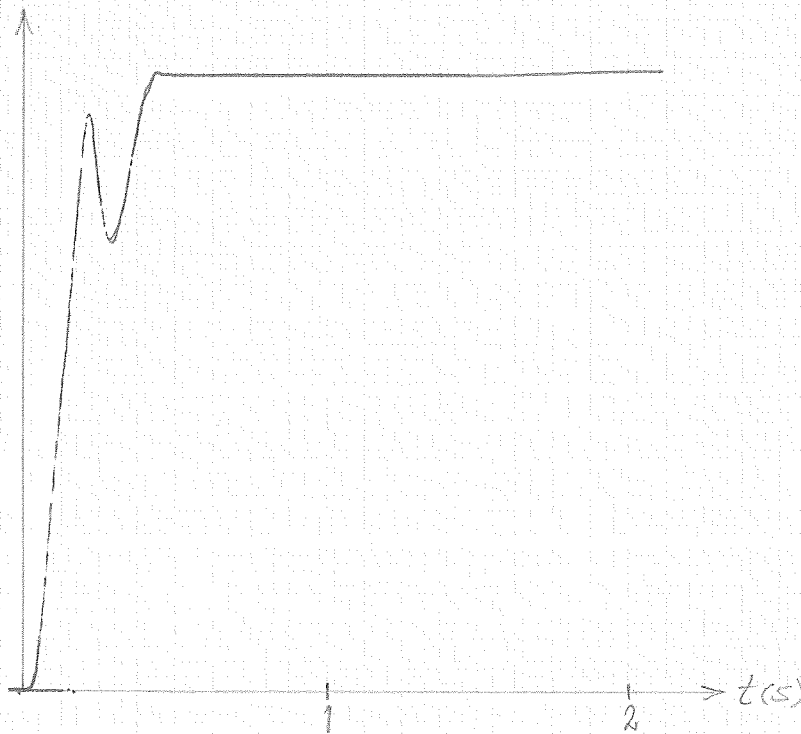
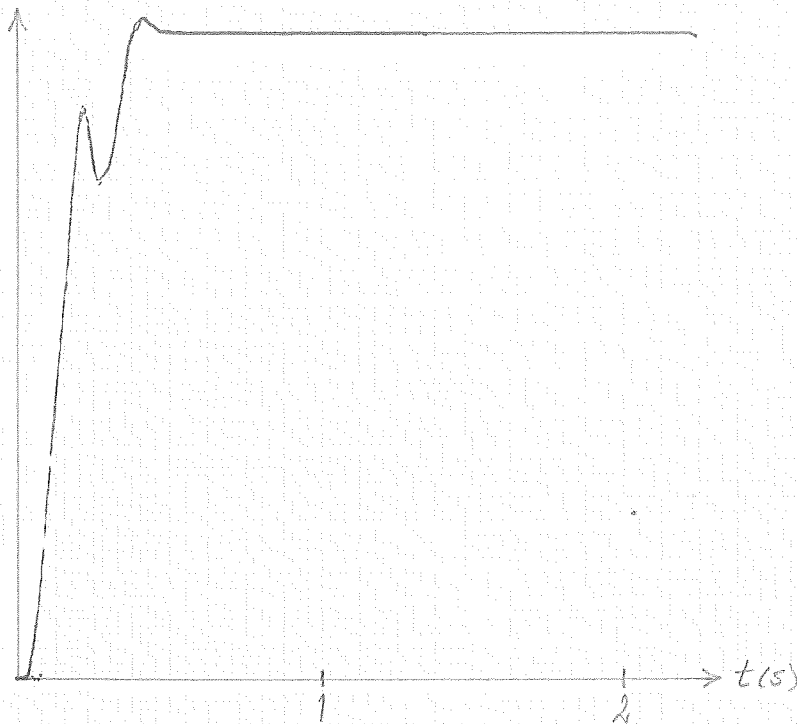
Stegsvar för servot med tachometer-
återkoppling. Insignal: 20 V.

44.

$K_1 = 6\%$, 25%-tacho, utan filter.

Figur 19.

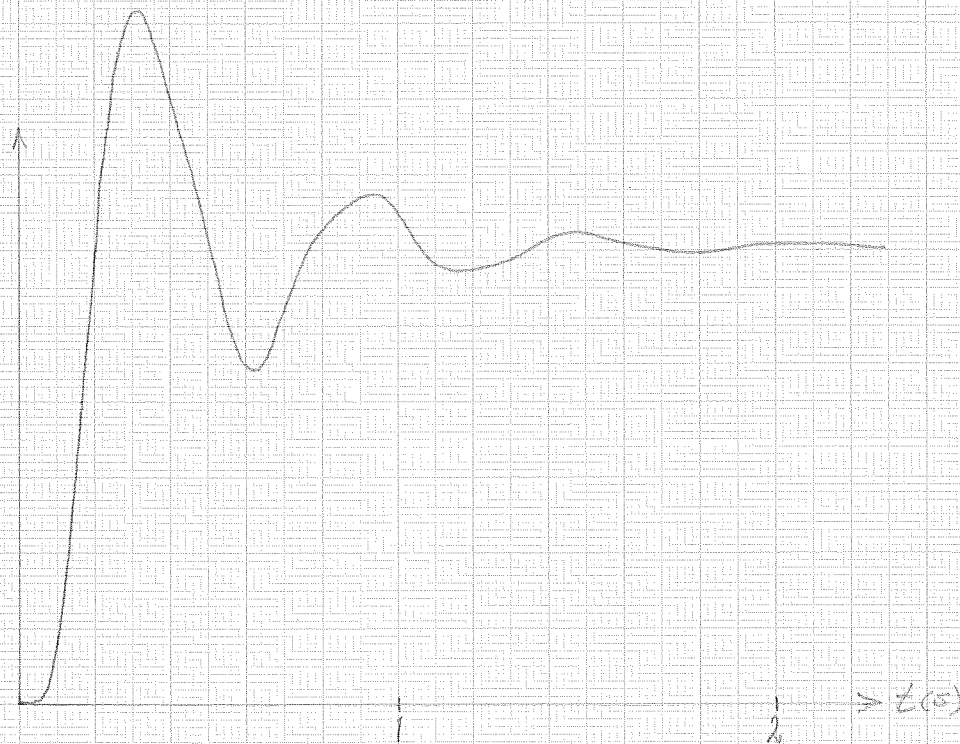
$K_1 = 7\%$, 37%-tacho, med filter.



Stegsvar för förenklad modell med
tachometeråterkoppling, överst utan
filter och därunder med filter.
 $K_1 = 6\%$, 25%-tacho.

45.

Figur 20.



Stegsvar för servot med återkoppling
från rekonstruerad modell.

46.

Steg av olika polaritet.

Figur 21.

Insignal: 28 V.

