

Bestämning av radiator-dynamiken  
i ett hyreshus

Examensarbete 1969 vid inst. för

Reglerteknik vid LTH av

Birger Ekengren

Föreliggande arbete behandlar dynamiken för ett radiatoruppvärmt hus. Speciellt anges en överföringsfunktion mellan framledningstemperatur och radiatortemperatur, som härletts ur rör-systemets konstruktionsdata.

FORTRAN-programmet RADTMP kan användas för beräkning av radiatortemperaturer. Såväl stationära temperaturer som dynamik för ett givet driftsfall kan beräknas. I föreliggande utformning förutsätter programmet att systemet består av identiska radiatorer som är ekvidistanta.

En jämförelse med försöksresultat visar att den angivna överföringsfunktionen kan ge mycket god överensstämmelse med den uppmätta temperatur-dynamiken. Erhållna resultat vid variation av programmets parametrar jämföres också på några diagramblad.

I arbetet studeras dessutom ingående radiator-effektens temperaturberoende, samt dess fördelning på konvektion resp. strålning.

Olika modeller för beräkning av överföringsfunktionen för en radiator jämföres.

Utredningen avslutas med en grov modell för värme-balansen i ett radiatoruppvärmt rum. Denna visar sig vara utför idealiserad för att kunna användas för simulering

## Brief summary

Temperature dynamics for a building heated by hot-water radiators are studied in this work. The emphasis has been put on deducting an equation for calculating radiator temperatures and temperature dynamics out of given data on the construction of the heating system.

Different models for approximation of radiators are compared and the heating effect as a non-linear function of the temperature is extensively studied. The ratio between heating by radiation and convection is also given.

The program RADTMP is written in FORTRAN and can be used for simulating radiator temperatures in a system with equidistant, identical radiators if sufficient data on the heating system are known. A comparison with experimental results proves that rather accurate calculations can be made.

The computed temperatures for different parameters are plotted and compared. Without further studies nothing definite can be said about the number of parts a radiator should be divided into in order to give the best approximation by the deducted model, but 3-4 seems to be appropriate for this kind of system.

Finally the problem of calculating room temperatures from radiator temperatures is tackled, but no simple model seems to give accurate enough results.

# 1. Inledning

Föreliggande arbete är utfört under tiden februari - maj 1969 som examensarbete vid institutionen för Reglerteknik vid LTH.

Till professor Karl Johan Åström för engagerad handledning, och till institutionens övriga personal för all hjälp, framföres härmed ett varmt tack.

## 1.1. Målsättning

Den ursprungliga målsättningen var att söka beskriva dynamiken för ett radiator-lyp-värmt hus. Efterhand visade det sig att överföringsfunktionen mellan radiatortemperatur och rumstemperatur skulle bli mycket komplicerad och svår att behärska även om mycket grova idealiseringar gjordes. Arbetet koncentrerades därför på radiatordynamiken.

Det slutliga arbetet kom att utföras enligt huvudsakligen följande riktlinjer:

I att utarbeta en modell för rörsystemet och radiatorerna som tillfredsställande beskriver deras temperaturdynamik

II att konstruera ett program för radiatortemperaturberäkning med utgångspunkt från modellen enligt I, samt att utföra simuleringar av radiatortemperaturer att jämföra med experimentellt uppmätta värden

III att studera värmebalansen i ett rum och om möjligt ange en användbar metod att uppskatta rumstemperatur med utgångspunkt för radiatortemperaturen.

Punkterna I och II har kunnat genomföras med tillfredsställande resultat medan III synes kräva omfattande arbete för att lösas inom tidsramen.

Punkt II hade kunnat genomarbetas betydligt mera fullständigt men måste tyvärr forceras och en del upplag lämnas obearbetade. Simuleringarna sinkades betydligt av de långa väntetider som uppstod vid datacentralen under maj vilket möjliggjorde att föregående försök kunde studeras innan nästa omgång lämnades in.

De största svårigheterna beträffande punkt I var att få fram exakta uttryckningar om rörsystemets konstruktion. På en del punkter har det trots många timmars arbete varit omöjligt att exakt fastställa konstruktionsdata.

## 1.2 Sammanfattning av uppnådda resultat

För en översikt av hela arbetet hänvisas till innehållsförteckningen i Kap. 9

Nedan skisseras de viktigaste av de resultat som uppnåtts:

I kap. 2.2 erhålles en formel för beräkning av den dimensionslösa strömningstiden från värme-centralen genom radiatorn på vån.  $i$  och tillbaka till värmecentralen:

$$t = 2M + N + i$$

där  $M$  och  $N$  är konstanter för strömning  $i$  i ledningar resp. radiator. Som tidskonstant har medelströmningstiden mellan två våningsplan multiplicerad med 2 använts.

I kap. 2.3 konstateras bl.a. att fördröjningen vid mätning av vattentemperatur genom mätningar på rörets yteryta kan försummas.

På sidan 39 listas beteckningar som använts vid beskrivningen av radiatorn.

I kap. 3.4 erhålles överföringsfunktionen för en radiator uppdelad i  $n$  stycken seriekopplade inbördes värmeisolerade delar:

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \left( \frac{k_n}{b_n + s} \right)^n \quad \dots \quad (3.4.7)$$


---

$$k_n = \frac{n a c}{C_3 + C_4}$$

$$b_n = \frac{n a c + Q_7}{C_3 + C_4}$$

} beteckningar ent.

sid 39 .

I kap. 3.3. visas att radiator effekten fördelar sig ungefär lika mellan strålnings- och konvektionsvärme. (Jfr. diagram 3.3.3) Radiatoreffekten kan approximeras med formeln:

$$Q = r (T_4 - T_r)^{1.25} \quad (3.3.3)$$

där  $r$  är en konstant.

Lineariserat erhålles

$$Q = \text{Konst.} + Q_7 (T_4 - T_{40})$$

där  $T_{40}$  är den konstanta temperatur kring vilken lineariseringen skett, och  $Q_7$  en konstant.

Diagram 3.5 visar stegsvar för olika  $n$ -värden då strömnings-tider försummas.

Ur i Kap. 3 beräknade kurvor dras slutsatsen att tidskonstanterna, jämfört med mätresultaten, blir för små om ingen hänsyn tas till återströmningen genom värmväxlaren i värmecentralen. I Kap. 4 beräknas radiatortemperaturer med hänsyn till detta.

Härvid utgås ifrån definitionen av shuntventilens blandningsförhållande  $\alpha$ :

$$T_7(t) = \alpha T_0 + (1-\alpha) T_2(t) \quad \dots (4.2.7)$$

vilket med värmebalans ekvationen ger:

$$T_7(t) = \alpha T_0 + (1-\alpha) T_{20} + (1-\alpha) (T_{2(0)} - T_{20}) e^{\frac{-ac\alpha + Q_7}{c_3 + c_4} t}$$

om  $t=0$  betecknas det ögonblick då  $\alpha$  ges ett steg.

Att  $\alpha$  ingår i tidsexponenten medför att tidskonstanten påverkas av blandningsförhållandet

I kap 4.3 härleds en formel för stationära temperaturen för del  $n-m$  av en radiator approximerad med  $n$  delar:

$$(T_2)_{n-m} = \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^m (T_{20} - T_r) + T_r \dots (4.3.7)$$

där  $T_{20}$  är stationära uttemperaturen från radiatoren

Studera speciellt diagrammen 4.2 och 4.4 som visar att strömningstiderna inte kan försummas



I kap. 5 inkluderas strömningstider i modellen som dessutom utvidgas till ett system med ett godtyckligt antal radiatorer. En jämförelse med mätvärden i diagram 5.2 visar att tidskonstanterna nu överensstämmer i storleksordning.

På sidan 83 finns en förteckning över nya beteckningar.

Blandningsekvationen blir nu: (5.3.7)

$$T_g(t) = \alpha(t) T_0 + \frac{1-\alpha(t)}{P} \sum_{i=1}^P (T_2^i)_n (t-t_{rad}-t_i)$$


---

Om  $\underline{X}(t)$  betecknar en tillståndsvektor med  $n$ -komponenter beskrivande radiatordelarnas temperaturer kan systemet karakteriseras med iterations-ekvationen 5.3.7:

$$\underline{X}(t+1) = e^{A_n} \underline{X}(t) + \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} B_n T_0 \alpha(s) ds +$$

$$+ \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} [1-\alpha(s)] B_n D_n \underline{X}(s-N-2M-i) ds$$

där  $t$  är dimensionslös strömningstid och  $A_n$ ,  $B_n$  och  $D_n$   $n \times n$  matris beskrivna i kap. 5.3.

Denna ekvation systematiseras ytterligare i kap. 6 och används som grund för programmet RADTMP. Det är skrivet i FORTRAN och kan användas för att beräkna samtliga radiatortemperaturer i ett system med  $n$  radiatorer på ekvivalenta avstånd och parallellkopplade. Radiatorerna kan delas upp i max. 20 delar ( $1 \leq n \leq 20$ ).

I kap. 7. redovisas kurvor från några simuleringar och görs jämförelser med mätvärden. Bästa simuleringresultaten erhöles för  $n \approx 3-4$ . Lägre  $n$ -värden ger en alltför grov approximation av radiatortemperaturen, och högre medför att modellens antagande om från varandra värmeisolerade delar blir alltmer orimligt. (Det är möjligt att en konventionell radiator med ett stort antal lodräta slingor skulle motsvara ett högre  $n$ -värde än den använda H/E-radiatoren med tre vågräta slingor.)

Antas radiatorns temperatur motsvaras av uttemperaturen från en radiatordel något framför mitten ger metoden mycket goda möjligheter att (i förebyggande fall) simulera radiatorernas temperaturdynamik. Noggrannheten är tillräckligt bra för att ett regelsystem för styrning av radiatortemperaturen skall kunna konstrueras. Betr. simuleringresultaten se vidare kap. 7.5.

I kap. 8 behandlas värmebalansekvationen för ett rum med fönster. Det existerar vissa metoder att beräkna rumstemperaturer med maskin (se ref.!) men dessa är för komplicerade för att kunna anpassas till detta ämne. En idealiserad modell av rummet ger i kap. 8.2. en överföringsfunktion mellan radiatortemperatur och rumstemperatur, men överväganden ger vid handen att modellen innebär en för grov idealisering för att kunna användas.

Mätningarna visar att ett system med radiatoruppvärmd rumsluft blir mycket långsamt. Detta verifieras av överslagsberäkningar, som också visar att ett system med inbläst ventilationsluft blir avsevärt snabbare.

## 2. Beskrivning av radiatorsystemet

Beräkningarna grundar sig på en modell av fjärrvärmesystemet i fastigheten Block nr.18 i kvarter Isolde, Malmö. Parallellt med de teoretiska beräkningarna har mätserier avseende temperaturer i rörsystemet utförts av teknologerna Bengt Rosengren och Ingemar Nordh som examensarbete vid Reglerteknik, LTH. En jämförelse med experimentella resultat genomföres i kap 6. ( 1 )

### 2.1. Översikt över rörsystemet

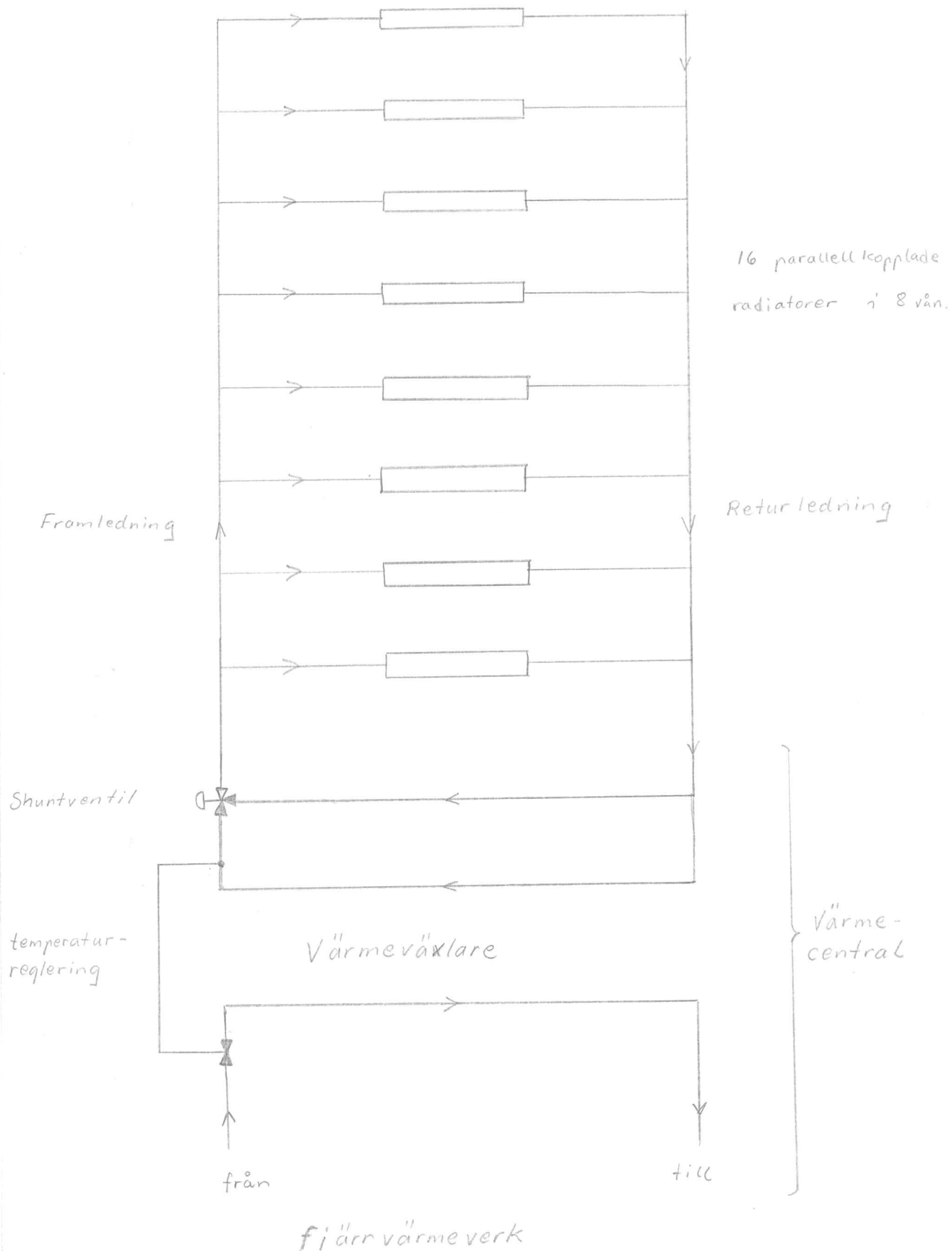
Fastigheten består av 8 våningar med en värmecentral i källaren. Mätningarna av radiatortemperaturer utfördes på 5:e, 6:e och 7:e våningarna vid en rörstam i västra fasaden. I modellen numeriskt utförda beräkningar hänför sig till denna speciella del av rörsystemet.

Uppgifter angående rörsystemets konstruktion har erhållits av ing. K. E. Svensson på Joel Österbergs ingenjörbyrå AB, Malmö. ( 2 )

Fig. 2.1 är en förenklad principskiss över värmecentralen och en rörstam med radiatorer. I realiteten lämnar samma värmeväxlare vatten till flera stammar och på varje våning finns två parallellkopplade radiatorer. Dessa kan dock betraktas som

en radiator av sammanlagda storleken. En mer detaljerad beskrivning av värmecentralen ges i kap 2.3.

Fig 2.7 Principskiss över en rörstam



11

Framledningen och returledningen löper i yttreväggen i ett 70 mm:s rockwoolskikt. Rören är isolerade med en 20 mm:s matta. Utanför rockwoolisoleringen finns ett 400 mm:s tegellager och innanför 70 mm lättbetongplank.

Radiatorerna är Gustavsbergs HE-radiatorer av typ 49-HO. De beskrivs närmare i kap. 2.2.2

## 2.2 Strömningstider

### 2.2.1 Strömningstider i rören

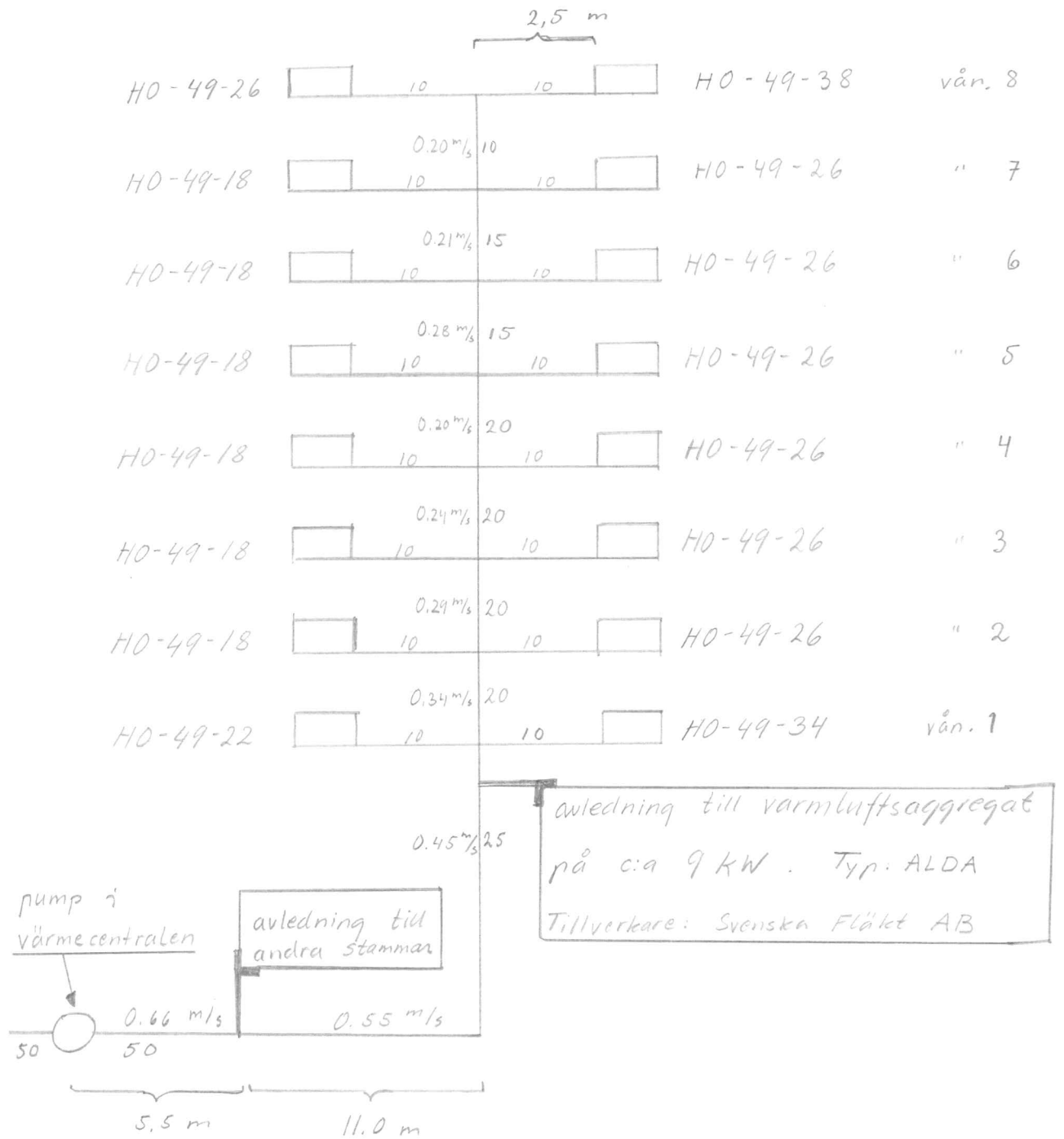
Fig. 2.2.1 visar rörlängder och rördimensioner för den aktuella ledningsstammen. Figuren innehåller också uppgifter på strömningshastigheter i rören enligt uppgift av ing. K. E. Svensson, (2). Rörlängderna har uppmätts på installationsritningen.

Rörens verkliga dimensioner framgår av tabell 2.2.1

tabell 2.2.1

Rörbeteckning	Innerdiameter i mm	vägg tjocklek i mm
10	12.5	2.35
15	16.0	2.65
20	21.6	2.65
25	27.2	3.25
32	35.9	3.25
40	41.8	3.25
50	53.0	3.65
65	70.3	3.90

Fig 2.2.1 Rörstammens konstruktion



tal utan dimension anger rörbeteckningar

tal med dimension [m/s] anger strömningshastigheter  
i röret

Avståndet mellan våningarna är 2.80 [m].

Sifferkoderna HO-49-XX anger radiatortyp.

Ur dessa rörlängder och strömnings hastigheter kan strömnings tiderna i systemet beräknas.

Mellan pumpen och förgreningen vid 1:a våningen erhålles:

$$\tau_{01} = \frac{5.5}{0.66} + \frac{11.0}{0.55} + \frac{2.5}{0.46} + \frac{7.1}{0.45} \approx 50 \text{ [s]}$$

Mellan de olika våningarna erhålles strömnings tiderna:

$$\tau_{12} \approx \frac{2.8}{0.34} \approx 8.2 \text{ [s]}$$

$$\tau_{23} \approx \frac{2.8}{0.29} \approx 9.7 \text{ [s]}$$

$$\tau_{34} \approx \frac{2.8}{0.24} \approx 11.7 \text{ [s]}$$

$$\tau_{45} \approx \frac{2.8}{0.20} \approx 14.0 \text{ [s]}$$

$$\tau_{56} \approx \frac{2.8}{0.28} \approx 10.0 \text{ [s]}$$

$$\tau_{67} \approx \frac{2.8}{0.21} \approx 13.3 \text{ [s]}$$

$$\tau_{78} \approx \frac{2.8}{0.20} \approx 14.0 \text{ [s]}$$

där alltså  $\tau_{ij}$  betecknar strömnings tiden mellan våning  $i$  och  $j$ .

Speciellt erhålles  $\tau_{05} \approx 94 \text{ [s]}$



Om strömningstiderna  $\tau_{12}, \tau_{23}, \dots, \tau_{78}$  anses vara approximativt lika kan de ersättas med sitt medelvärde:

Strömningstid mellan närbelägna våningar  $\approx \underline{\tau_{medel} \approx 11,6 \text{ [s]}}$

Strömningstiderna i fram- och returledningen förutsättes vara ungefär desamma.

### 2.2.2 Genomströmningstid för radiatorvattnet

För att beräkna genomströmningstiden genom en radiator användes formlen:

$$\tau_{rad} = V_{rad} / a$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{rad} = \text{genomströmningstiden [s]} \\ V_{rad} = \text{radiatorns vattenvolym [cm}^3\text{]} \\ a = \text{vattenflöde till radiatoren [cm}^3\text{/s]} \end{array} \right.$$

$a$  kan beräknas på två sätt:

#### Metod 1

Ur de i tabell 2.2.1 och figur 2.2.1 angivna rördimensionerna och strömningstiderna kan  $a$  erhållas som skillnaden mellan vattenmängderna som transporteras till och från en våning. I tabell 2.2.2 redovisas beräkningarnas resultat.

Tabell 2.2.2.

Våning	tillledningens tvärsnittsyta [cm <sup>2</sup> ]	vattenhastighet i tillledningen [cm/s]	tillflöde [cm <sup>3</sup> /s]	avlämnad vattenmängd [cm <sup>3</sup> /s]
1	5.9	45	265	136
2	3.8	34	129	19
3	3.8	29	110	19
4	3.8	24	91	15
5	3.8	20	76	20
6	2.0	28	56	14
7	2.0	21	42	18
8	1.2	20	24	24

Beräkningarna är utförda med avrundade värden vilket förklarar en del skillnader i beräknade vattenmängder avlämnade vid våningarna 2-7. Rörsystemet är dimensionerat att lämna 1190 kcal/h på dessa våningar vilket med temperaturfall från 80°C till 60°C över radiatorerna motsvarar 59.5 l/h ( $\approx 17$  cm<sup>3</sup>/s)

Intressant är dock att temperaturmätningarna (1) visar att radiatortemperaturen på vån. 6 tenderar att ligga lägre än vån. 5 resp. 7.

Vid motsvarande driftsfall är radiatorerna på våning 7 dimensionerade att ge 1510 kcal/h (motsvarande 21 cm<sup>3</sup>/s) och på våning 8 dimensionerade att ge 1830 kcal/h (motsvarande 25 cm<sup>3</sup>/s.)

Vid våning 7 avlämnas dessutom vatten till ett varmluft-aggregat dimensionerat för c:a 8000 kcal/h motsvarande 111 cm<sup>3</sup>/s vid 20° temperaturfall.

Vid beräkningarna har antagits att strömnings hastigheten är konstant över hela tvärsnittsytan.

Metod 1 innebär att vattenavlämningen vid resp. våning beräknas utgående från det effektbehov anläggningen är dimensionerad för. Användes dessa dimensioneringsdata direkt som medelvärden erhålles:

våning 1 :  $a = 21 \text{ cm}^3/\text{s}$

våning 2-7:  $a = 17 \text{ cm}^3/\text{s}$

våning 8 :  $a = 25 \text{ cm}^3/\text{s}$

Dessa värden verkar rimliga enligt tabell 2.2.2.

Metod 2:

I Gustavsbergs katalog över HE-radiatorn (3) redovisas de tabeller över värmeavgivningen för resp. radiator som dimensioneringen enligt metod 1 grundar sig på.

Med tillgång till mätningar av radiatortemperatur, fram- och återledningstemperatur kan tabellerna utnyttjas direkt för det uppmätta driftsfallet.

Vid en försökserie var skillnaden mellan radiator-temperaturen på våning 5 och rumstemperaturen ca 30°C vilket enligt tabellerna motsvarar radiator-effekten 370 kcal/h för en radiator av typ HD-49-26

Genomsnittliga temperaturfallet över radiatoren var  
c:a  $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Detta ger direkt vattenflödet:

$$a = \frac{370 \cdot 10^3}{16 \cdot 3600} \approx 6,4 \quad [\text{cm}^3/\text{s}]$$

De beräknade  $a$ -värdena är inte direkt jämförbara eftersom de hänför sig till olika radiatorvolymmer. Eftersom metod 1 ger totala flödet till de två radiatorerna på varje våning skall deras volymer adderas. Under förutsättning att genomströmningstiden för de två radiatorerna är lika kan det erhållna värdet på  $\tau_{\text{rad}}$  jämföras med beräkningen enligt metod 2:

Metod 1: våning 1: radiatorer: HO-49-22 på 0,73 l  
HO-49-34 på 1,09 l

$$\therefore V_{\text{rad}} = 0,73 + 1,09 = 1,82 \quad [\text{l}]$$

$$\tau_{\text{rad}} = \frac{V_{\text{rad}}}{a} \approx \frac{1820}{21} \approx \underline{\underline{87}} \quad [\text{s}]$$

våning 2-7: radiatorer: HO-49-18 på 0,61 l  
HO-49-26 på 0,85 l

$$\therefore V_{\text{rad}} = 0,61 + 0,85 = 1,46 \quad [\text{l}]$$

$$\tau_{\text{rad}} = \frac{V_{\text{rad}}}{a} \approx \frac{1460}{17} \approx \underline{\underline{86}} \quad [\text{s}]$$

Våning 8: radiatorer: HO-49-26 på 0.85 l  
HO-49-38 på 1.21 l

$$\therefore V_{\text{rad}} = 0.85 + 1.21 = 2.06 \text{ [l]}$$

$$\bar{\tau}_{\text{rad}} = \frac{V_{\text{rad}}}{a} = \frac{2060}{25} \approx 82 \text{ [s]}$$

Metod 2: våning 5 radiator HO-49-26 på 0.85 l

$$V_{\text{rad}} = 0.85 \text{ l}$$

$$\bar{\tau}_{\text{rad}} = \frac{V_{\text{rad}}}{a} = \frac{850}{6.4} \approx 133 \text{ [s]}$$

Metoderna ger således olika värden för det teoretiska och det experimentellt uppmätta driftsfallet. Radiator-effekterna regleras i detta system med vattentemperaturen och inte vattenmängden, men det kan uppenbarligen vara svårt att utan direkta flödesmätningar exakt fastställa vattenflödet i systemet.

Förutom strömningen genom radiatorn strömmar vattnet i anslutningsledningar till rörstammen. Dessa har längden 5 m och sammanlagda tvärsnittsytan för två rör per våning är (enligt tabell 2.2.2)  $2.4 \text{ cm}^2$ .

$a = 17 \text{ cm}^3/\text{s}$  enligt metod 7 ger

$$\bar{\tau}_{\text{anslutning}} \approx \frac{500 \cdot 2.4}{17} \approx \underline{\underline{71}} \text{ [s]}$$

Volymströmmen  $a$  i anslutningsledningarna är beroende av radiatortypen varför  $\tau_{anslutning}$  varierar och värdet 71 [s] är ett viktat medelvärde avseende de två radiatorerna på vån. 2-7. För att erhålla en enklare modell kommer detta värde emellertid att accepteras, som gällande för samtliga radiatorer, i de fortsatta beräkningarna.

2.2.3 Dimensionslösa strömningstider

Enligt kap. 2.2.2. råder viss osäkerhet beträffande det verkliga flödet i rörsystemet vid olika driftfall. Införandet av dimensionslösa strömningstider möjliggör en allmängiltig modell.

Strömningen antages vara inkompressibel, laminär och förlustfri. Då har strömningstiderna samma inbördes förhållande oberoende av deras absoluta storlek. Väljes strömningstiden genom en viss del av systemet som tidsenhet, erhålles således uttryck för strömningstiderna, som är oberoende av strömningshastigheten.

Enligt 2.2.1 kan strömningstiden mellan två närbelägna våningar antas vara konstant =  $\tau_{medel}$

Definiera tidsenheten:

$$\underline{tidsenhet = 2 \cdot \tau_{medel}}$$

Detta betraktelsesätt kommer att visa sig synnerligen fördelaktigt vid utarbetandet av ett datamaskinprogram för radiatortemperaturberäkningar.

Låt  $M: 2\tau_{medel} = \tau_{00}$  ange strömningstiden från värmecentralen till en punkt motsvarande våning 0 för den aktuella rörstammen.

Den dimensionslösa strömningstiden från värmecentralen till våning  $i$  ( $t_i$ ) kan då beräknas med formeln:

$$\underline{t_i = M + \frac{i}{2}} \quad \left( = \frac{\tau_{0i}}{2\tau_{medel}} \right)$$

Vid varje våning erhålles en strömningstid  $t_{rad}$  som motsvarar summan av  $\tau_{rad}$  och  $\tau_{anslutning}$ . Definiera  $t_{rad}$  genom formeln:

$$t_{rad} \cdot 2\tau_{medel} = N \cdot 2\tau_{medel} = \tau_{anslutning} + \tau_{rad}$$

$$\underline{t_{rad} = N}$$

Med viss approximation gäller samma värde på talet  $N$  för alla våningar.

$M$  och  $N$  är oberoende av  $\tau_{medel}$  och således även  $t_i$  och  $t_{rad}$  oberoende av  $\tau_{medel}$ .

Detta ger totala dimensionslösa strömningstiden från värmecentralen genom radiatoren på våning  $i$  tillbaka till värmecentralen:

$$\underline{\underline{t_{tot} = 2M + N + i}}$$

För det aktuella rörsystemet erhålles om de i 2.2.2 enligt metod 1 beräknade tiderna insättes i formelerna

$$M = \frac{\bar{\tau}_{01}}{2\bar{\tau}_{medel}} - \frac{1}{2} \approx 1,6$$

$$N = \frac{\bar{\tau}_{rad} + \bar{\tau}_{anslutning}}{2\bar{\tau}_{medel}} \approx 6,8$$

$M$  och  $N$  är alltså en slags systemkonstanter som jämte  $\bar{\tau}_{medel}$  räcker för att fullständigt beskriva alla strömningstider i systemet.

Metod 2 skulle således ge samma värden på  $M$  och  $N$  men annorlunda tidsenhet.



## 2.3 Värmecentralen

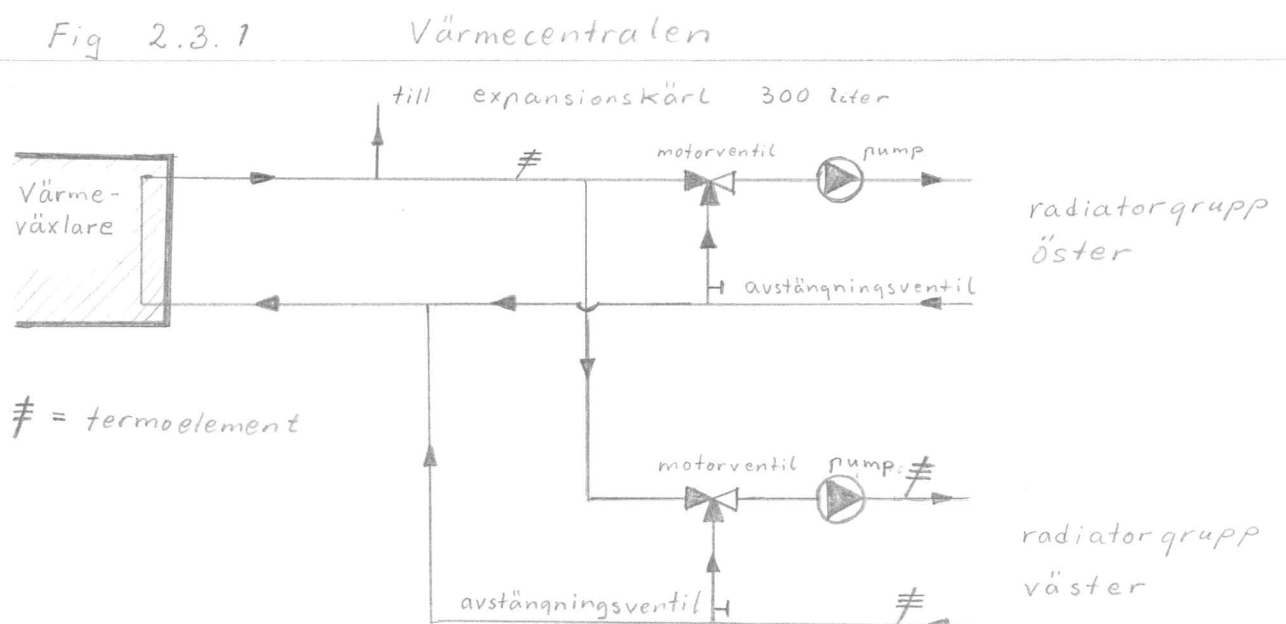
### 2.3.1 Principschema över värmecentralen

Fig. 2.3.1 visar fastighetens värmecentral och de mätpunkter, som användes vid mätningarna av grovshunttemperatur, framledningstemperatur och returledningstemperatur (1).

Som temperaturgivare användes termoelement monterade utanpå rören, men innanför isoleringen. De kan enligt kap. 2.3.4 antas ange vattentemperaturen i respektive rör utan tidsfördröjning.

Rörledningarna består av stålrör med dimensionerna:

radiatorledning	50	} Jfr. tabell 2.2.1
grovshuntledning	65	
expansionsledning	32	



Motorventilerna är trevägsventiler kopplade som blandningsventiler. De har kvadratisk karakteristik och symmetrisk kägla. (Jfr kap. 2.3.2 och 2.3.3)

### 2.3.2 Ventilteori

En fullgod beskrivning av den ventilteori, som är erforderlig för genomförda överväganden och beräkningar, kan erhållas ur Billmans katalogblad (4).

I detta kapitel ges en sammanfattning av relevant innehåll i dessa katalogblad.

#### Volymström

Vid ventilberäkning användes sambandet

$$q = k_v \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$$

där  $q$  = volymström vid fullt öppen ventil

$k_v$  = ett kapacitetsvärde med dimension [yta]

$\rho$  = densitet

$\Delta p$  = tryckskillnad över ventilen

För vatten gäller:  $q = k_v \sqrt{\Delta p}$

$k_v$  anger alltså den mängd vatten en fullt öppen ventil kan släppa igenom vid  $\Delta p = 1 \text{ bar}$ .

lyfthöjden är ett mått på ventilkägglans rörelse

Ventilkaraktistiken anger volymströmmen som funktion av lyfthöjden vid konstant tryckskillnad över ventilen. Olika rörsystem ställer olika krav på karaktistiken men ekonomiska faktorer medför att vissa standardtyper har utvecklats:

linjär karaktistik med volymströmmen proportionell mot lyfthöjden

kvadratisk karaktistik med volymströmmen proportionell mot kvadraten på lyfthöjden.

Flera andra typer förekommer.

kapacitetsfaktorn  $\alpha$  definieras ur sambandet

$$K_{v\alpha} = \alpha \cdot K_v$$

där  $K_{v\alpha}$  är ett variabelt kapacitetsvärde som anger hur stor bråkdel  $\alpha$  av  $K_v$  som utnyttjas.  $K_{v\alpha}$  beror alltså av lyfthöjden.

Ventilauktoriteten  $\beta$  är kvoten mellan tryckskillnaden över ventilen och tryckskillnaden över hela den av ventilen påverkade rörkretsen vid fullt öppen ventil. Vid stora  $\beta$  påverkar ventilens inställning tryckförhållandena i kretsen avsevärt.

relativa volymströmmen  $q_{rel}$  är kvoten mellan

volymströmmen vid ett värde på lyfthöjden och motsvarande volymström vid fullt öppen ventil.

Då volymströmmen är proportionell mot  $k_v$  erhålles enligt tidigare för små  $\beta$

$$q_{rel} \approx \frac{k_{v\alpha}}{k_v} = \alpha$$

Vid stora  $\beta$  inverkar övriga rörsystemet vilket ger den modifierade formeln:

$$q_{rel} = \frac{\alpha}{\sqrt{\beta + (1-\beta)\alpha^2}}$$

Ställfaktorn  $\gamma$  kan användas istället för lyfthöjden för att ange ventilkägglans läge.  $\gamma = 0$  motsvarar helt avstängt flöde och  $\gamma = 1$  motsvarar maximalt flöde. Vid trevägsventiler är summan av objektets och förbikopplingens ställfaktorer = 1.

Symmetrisk ventil kallas den 3-vägsventil vars båda ventilvägar har samma karakteristik. En asymmetrisk ventil har en objektväg med speciellt för objektet anpassad karakteristik och en förbipångsväg med karakteristik så anpassad att totalvolymströmmen blir konstant, oberoende av ventilpådraget.

### 2.3.3 Beräkning av shuntventilens blandningsförhållande.

Trevägsventiler används för att i minsta möjliga grad störa tryck- och strömningsbalans i rörsystemet. Vid system med cirkulationspump användes kvadratiska, symmetriska ventiler.

Fig. 2.3.3 visar kurvor för en kvadratisk symmetrisk ventil enligt Billmans katalogblad (4b). För figuren gäller beteckningarna

- $\gamma$  = ställfaktor för objektvägen
- $1-\gamma$  = ställfaktor för förbigångsvägen
- $\alpha$  = kapacitetsfaktor för objektvägen
- $q_h$  = relativ volymström i objektvägen
- $q_b$  = relativ volymström i förbigångsvägen
- $\Sigma q$  = relativ totalvolymström i radiatorledningen

Av diagrammet framgår att då  $\gamma$  varierar mellan 0,3 och 0,7 kan flödet i radiatorkretsen antagas vara konstant. Större variationer i  $\gamma$  kan påverka totalflödet avsevärt.

$q_h$  betecknar vattenflödet genom värmeväxlaren. Variationer i  $q_h$  kommer att påverka det totala flödet genom densamma och således även i andra radiatorkretsen. (Jfr. fig. 2.3.1).

Avstängningsventilerna justeras nämligen så

att kapacitetsvärdena för objektväg och förbi-gångsväg blir lika. Ändras, genom påverkan från en annan krets, flödet genom objektet störs denna balans.

Av ovanstående framgår att effekten av reglering av den ena radiatorkretsens motorventil inte är oberoende av den andra kretsen och att  $q_h$  och  $q_b$  inte direkt kan bestämmas ur diagrammet i figur 2.3.3.

Vid måttliga förändringar av  $\gamma$  kan man bortse från inverkan av den andra radiatorkretsen. Ytterligare ett skäl att begränsa variationen av  $\gamma$  är att vattnet som lämnar värmväxlaren regleras till konstant temperatur (Jfr. fig 2.1) Denna regulator torde i allmänhet inte vara dimensionerad för stora och snabba förändringar i vattenflödet medan en förutsättning för att med en enkel modell kunna studera temperatur-dynamiken genom att ändra  $\gamma$  är att grovshunt-temperaturen kan hållas konstant.

Vid mätningarna (1) drevs motorventilen för västra radiatorgruppen med en elektrisk motor. Ställdonet förflyttades mellan gränslägena 0 mm motsvarande  $\gamma = 1$  och 25 mm motsvarande  $\gamma = 0$

Mellan inställningen  $l$  [mm] och  $\gamma$  gäller sambandet:

$$\gamma = \frac{25 - l}{25}$$

om  $l$  anses motsvara lyfthöjden.

Ventilens blandningsförhållande definieras nu

som  $\frac{q_h}{q_h + q_b}$ ; där  $q_h$  och  $q_b$  bestäms ur

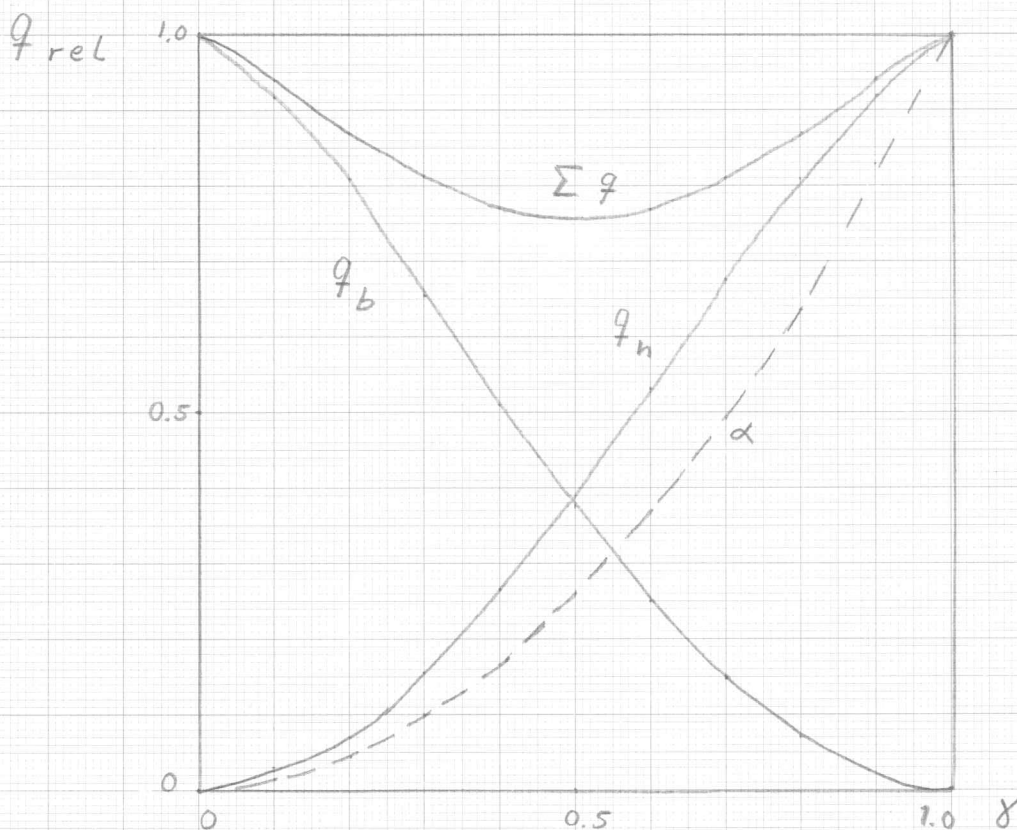
diagrammet i figur 2.3.3 för varje värde på  $\delta$ .

Vid en mätserie förflyttades ställdonet mellan  $l = 5,5$  mm och  $l = 15,5$  vilket ger blandningsförhållandena 0,91 resp. 0,32.

I detta fall då  $\delta$  varierar mellan 0,78 och 0,38 är det dock tveksamt om diagrammet ger tillräcklig noggrannhet och om variationerna i totalflöde och grovshunttemperatur kan negligeras.

Kurvor för kvadratisk symmetrisk ventil som funktion av ställfaktorn

Fig 2.3.3



- $\delta$  = objekträgens ställfaktor
- $\alpha$  = - " - kapacitetsfaktor
- $q_b$  = relativ volymström i förbi koppl.
- $q_h$  = - " - i objekträgen
- $\Sigma q$  = - " - totalt

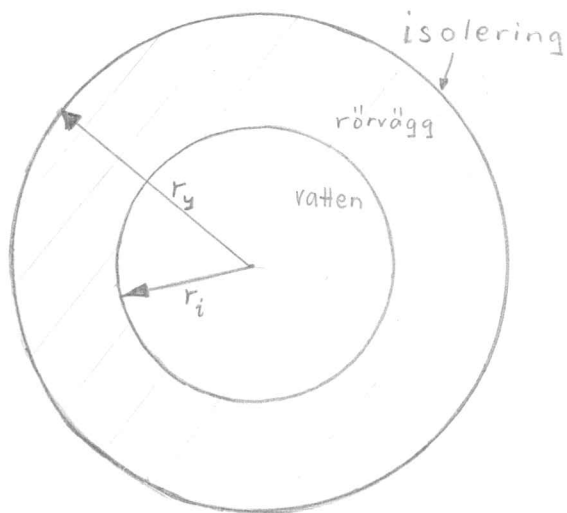
(Diagrammet kopierat från Billmans katalogblad)



## 2.3.4 Tidsfördröjning vid mätning av vattentemperaturer

För att studera effekten på rörets yttemperatur av en plötslig förändring av vattentemperaturen i ett stålrör betraktas en cylinder med radierna  $r_i$  resp.  $r_y$ . (Se fig!)

rumstemperatur  $T_r$



Antag att rörets insida antar vattentemperaturen utan tidsfördröjning och att temperaturen i rörväggen endast beror av radien  $r$  och tiden  $t$ .

Värmeledningsekvationer:

$$\mathcal{H} \Delta T(r,t) = \frac{\partial T}{\partial t}(r,t)$$

$$r_i < r < r_{LF}$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r}(t) = h [T(t) - T_r]$$

$$r = r_{LF}$$

där  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{H} = \text{temperaturledningssta} \\ k = \text{värmeledningssta} \\ h_{\text{luft}} = \text{värmeövergångsta mellan rör och rumsluft.} \end{array} \right.$

$$\text{Ansätt } T(r,t) = R(r) \cdot \tilde{T}(t)$$

$$\Rightarrow \mathcal{H} \Delta (R\tilde{T}) = \frac{\partial}{\partial t} (R\tilde{T})$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r}\right) = R(r) \frac{\partial \tilde{T}(t)}{\partial t}$$

dividera med  $R\tilde{T}$  och sätt lika med  $-\lambda^2$ :

$$\mathcal{L}\left(\frac{R''}{R} + \frac{1}{r} \cdot \frac{R'}{R}\right) = \frac{\dot{\tilde{T}}}{\tilde{T}} = -\lambda^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\tilde{T}} + \lambda^2 \tilde{T} = 0 \\ r^2 R'' + r R' + \frac{\lambda^2 r^2}{\mathcal{L}} R = 0 \quad (\text{Bessels differentialekvation}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{T}(t) \sim e^{-\lambda^2 t} \\ R(r) = A J_0\left(\frac{\lambda r}{\sqrt{\mathcal{L}}}\right) + B Y_0\left(\frac{\lambda r}{\sqrt{\mathcal{L}}}\right) \end{cases}$$

där  $A$  och  $B$  är konstanter

Den allmänna lösningen har alltså formen:

$$T(r, t) = T_0^{(H)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n J_0\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\mathcal{L}}}\right) + B_n Y_0\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\mathcal{L}}}\right) \right] e^{-\lambda_n^2 t}$$

Stationär lösning: (oberoende av  $t$ )

$$\text{För } \lambda=0 \text{ erhålles } T_0(r) = A_0 + B_0 \ln r$$

Antag att isoleringen är oändligt god vilket ger

$$\frac{\partial T}{\partial r}(r_y, t) = 0 \quad (\text{ingen värmeledning} \Leftrightarrow h_{\text{in}} = 0)$$

$$\Rightarrow B_0 = 0 \quad \Rightarrow T_0(r, t) = A_0$$

Det innebär ingen förlorad allmängiltighet att anta att vattnets temperatur förändring är  $A_0$  och att förskjuta temperatur skalans nollpunkt så att vattentemperaturen erhålles.

$$= \begin{cases} -A_0 & \text{då } -\infty < t < 0 \\ 0 & \text{då } t \geq 0 \end{cases}$$

Den allmänna lösningen blir då:

$$T(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n J_0\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\kappa}}\right) + B_n Y_0\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\kappa}}\right) \right] e^{-\lambda_n^2 t}$$

med begynnelsevillkoret:

$$T(r, 0) = -A_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\kappa}}\right) + B_n Y_0\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\kappa}}\right)$$

Derivera allmänna lösningen med avseende på  $r$ :

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \frac{\lambda_n}{\sqrt{\kappa}} J_1\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\kappa}}\right) + B_n \frac{\lambda_n}{\sqrt{\kappa}} Y_1\left(\frac{\lambda_n r}{\sqrt{\kappa}}\right) \right] e^{-\lambda_n^2 t}$$

Randvillkor:

$$r = r_y \quad \frac{\partial T}{\partial r}(r_y, t) = 0 \quad \text{eftersom ingen värmeledning genom yterytan förekommer.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \frac{\lambda_n}{\sqrt{\alpha}} J_1 \left( \frac{\lambda_n r_y}{\sqrt{\alpha}} \right) + B_n \frac{\lambda_n}{\sqrt{\alpha}} Y_1 \left( \frac{\lambda_n r_y}{\sqrt{\alpha}} \right) \right] e^{-\lambda_n^2 t} = 0$$

för alla värden på  $t$  vilket ger:

$$A_n J_1 \left( \frac{\lambda_n r_y}{\sqrt{\alpha}} \right) + B_n Y_1 \left( \frac{\lambda_n r_y}{\sqrt{\alpha}} \right) = 0 \quad \dots (*)$$

$$r = r_i$$

$$T(r_i, t) = 0 = \text{vattentemperaturen}$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n J_0 \left( \frac{\lambda_n r_i}{\sqrt{\alpha}} \right) + B_n Y_0 \left( \frac{\lambda_n r_i}{\sqrt{\alpha}} \right) \right] e^{-\lambda_n^2 t} = 0$$

som gäller för alla  $t$  vilket ger:

$$A_n J_0 \left( \frac{\lambda_n r_i}{\sqrt{\alpha}} \right) + B_n Y_0 \left( \frac{\lambda_n r_i}{\sqrt{\alpha}} \right) = 0 \quad \dots (**)$$

Elimineras  $A_n$  och  $B_n$  ur ekvation (\*) och (\*\*) erhålles:

$$\frac{J_1 \left( \frac{\lambda_n r_y}{\sqrt{\alpha}} \right)}{J_0 \left( \frac{\lambda_n r_i}{\sqrt{\alpha}} \right)} = \frac{Y_1 \left( \frac{\lambda_n r_y}{\sqrt{\alpha}} \right)}{Y_0 \left( \frac{\lambda_n r_i}{\sqrt{\alpha}} \right)} \quad \dots (***)$$

Ur denna relation kan  $\lambda_n$  bestämmas. Eftersom  $e^{-\lambda_n^2 t}$ , Besselfunktionerna och Neumannfunktionerna avtar mycket snabbt med ökande  $\lambda$  kan serien avslutas efter ett fåtal termer. Ekvation (\*\*\*) kan

möjligen lösas genom ett större tabellverk över Besselfunktioner t.ex. British Association for the advancement of Science, Besselfunktionen, Part I, Functions of order zero and unity, Mathematical Tables vol VI. (Cambridge Univ. Press 1950)

Observera att storleken av vattnets temperaturändring inte påverkar ekvation (\*\*\*) .  $A_n$  och  $B_n$  erhålles ur begynnelsevillkoret och ekvationerna (\*) och (\*\*).

Denna metod att beräkna tidsfördröjningen är knappast rationell, särskilt med tanke på att endast storleksordningen är intressant.

Enligt Gunnar Tyllered, Termodynamik (5) gäller för värmeledning genom cylindriska rör:

$$\text{Värmegenomgång per längdenhet } Q_{\text{rör}} = k \cdot 2\pi \cdot \frac{T(r_i) - T(r_y)}{\ln \frac{r_y}{r_i}}$$

Rörets inneryta per längdenhet:  $2\pi r_i$

Mellan vattnet i röret och innerytan sker konvektion vilket med vattentemperaturen  $= T_{H_2O}$  och värmeövergångstalet  $h_{H_2O}$  ger värmeövergången per längdenhet:

$$Q_{H_2O} = 2\pi r_i \cdot h_{H_2O} (T_{H_2O} - T(r_i))$$

Dessa samband ger värmemotstånden per längdenhet:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{mellan vatten och rör: } R_{H_2O} = \frac{1}{h_{H_2O} \cdot 2\pi r_i} \\ \text{genom rörväggen: } R_{rör} = \frac{\ln \frac{r_y}{r_i}}{k \cdot 2\pi} \end{array} \right.$$

$$\text{Antag att } h_{H_2O} \approx 0.02 \left[ \frac{W}{cm \cdot grad} \right]$$

$$k_{stål} \approx 0.5 \left[ \frac{W}{grad} \right]$$

$$r_i \approx 4 \text{ [cm]}$$

$$r_y \approx 5 \text{ [cm]}$$

vilket enligt Tyllered (5) är rimliga värden på värmeledningskonstanterna och motsvarar ett ordinärt, ganska tjockt ledningsrör av stål.

$$\text{Dessa värden ger } R_{H_2O} \approx 2 \text{ [grad/W]}$$

$$R_{rör} \approx 0,07 \text{ [grad/W]}$$

Värmeledningsmotståndet i rörväggen är således även för ett tjockt rör försumbart jämfört med övergångsmotståndet. Om antagandet att rörets inneryta omedelbart antar vattentemperaturen gäller, kan också yttertan förutsättas utan nämnvärd tidsförskjutning antaga denna temperatur. Värmeledningsproblemet kan emellertid lösas om rörväggen approximeras med en plan vägg.

Jämförelse mellan värmemotstånden hos en plan och en cylindrisk vägg med samma yta och tjocklek:

En cylindervägg har värmemotståndet  $R_{\text{rör}} = \frac{\ln \frac{r_y}{r_i}}{2\pi k}$

En plan vägg med ytan  $2\pi r_i$  per längdenhet (= cylinderns inneryta) har värmemotståndet  $R_{\text{vägg}} = \frac{r_y - r_i}{r_i} \cdot \frac{1}{2\pi k}$

Serientveckling av  $\ln \frac{r_y}{r_i}$  ger:

$$\ln \frac{r_y}{r_i} = \ln \left( 1 + \frac{r_y - r_i}{r_i} \right) \approx \frac{r_y - r_i}{r_i} - \frac{1}{2} \frac{(r_y - r_i)^2}{r_i^2} \dots$$

För tunna rör är  $\frac{r_y - r_i}{r_i} \ll 1$  och rörväggen kan ur värmeledningssynpunkt ersättas med motsvarande plana vägg.

Betrakta en plan vägg med vatten på ena sidan och en oändligt god isolering på andra sidan. Vattentemperaturen ändras vid tiden  $t=0$  från  $-A_0$  till 0.

Ingen värmetransport sker genom den isolerade ytan. Problemet kan lösas genom spegling i denna yta så att en vägg med dubbla tjockleken omgiven av vattnet på båda sidor betraktas. Övergångsmotståndet mellan vatten och rör gods försummas.

Vägg tjocklek :  $2(r_y - r_i)$

Temperaturledningsstal :  $\mathcal{H} \approx 0,15 \text{ [cm}^2/\text{s]}$  för stål

Värmeledningsekvation:  $\frac{\partial T}{\partial t} = \mathcal{H} \Delta T$

Längdkoordinat vinkelrätt mot rörytan:  $x$

Ansätt  $T(x, t) = \bar{X}(x) \cdot \bar{\tau}(t)$  och separera värmeledningsekvationen:

$$\bar{X} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial t} = \mathcal{H} \bar{\tau} \frac{\partial^2 \bar{X}}{\partial x^2}$$

$$\frac{\dot{\bar{\tau}}}{\bar{\tau}} = \mathcal{H} \frac{\bar{X}''}{\bar{X}} = -\lambda^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{\tau}(t) \sim e^{-\lambda^2 t} \\ \bar{X}(x) = A \sin \frac{\lambda x}{\sqrt{\mathcal{H}}} + B \cos \frac{\lambda x}{\sqrt{\mathcal{H}}} \end{cases}$$

Randvillkor då  $t > 0$

$$\bar{X}(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\bar{X}(2r_y - 2r_i) = 0 \Rightarrow A \sin \frac{2\lambda(r_y - r_i)}{\sqrt{\mathcal{H}}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2\lambda_n(r_y - r_i)}{\sqrt{\mathcal{H}}} = n\pi$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi\sqrt{\mathcal{H}}}{2(r_y - r_i)}$$



Allmän lösning:

$$T(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{2(r_y - r_i)} e^{-\frac{n^2 \pi^2 \mathcal{H}}{4(r_y - r_i)^2} t}$$

Begynnelsevillkor:  $T(x, 0) = -A_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{2(r_y - r_i)}$

Allmänna lösningen är en Fouriersserie vilket ger:

$$A_n = -\frac{2A_0}{2(r_y - r_i)} \int_0^{2(r_y - r_i)} \sin \frac{n\pi x}{2(r_y - r_i)} dx = +\frac{2A_0}{n\pi} (\cos n\pi - 1)$$

Varannan koefficient är alltså = 0 och övriga avtar som  $1/n$ . Även  $e^{-\frac{n^2 \pi^2 \mathcal{H}}{4(r_y - r_i)^2} t}$  avtar snabbt med  $n$  varför termen  $n=1$  dominerar serien.

$x = r_y - r_i$  ger temperaturen motsvarande den isolerade rörytan.

$$T(r_y - r_i, t) \approx -\frac{4A_0}{\pi} e^{\frac{\pi^2 \mathcal{H}}{4(r_y - r_i)^2} t}$$

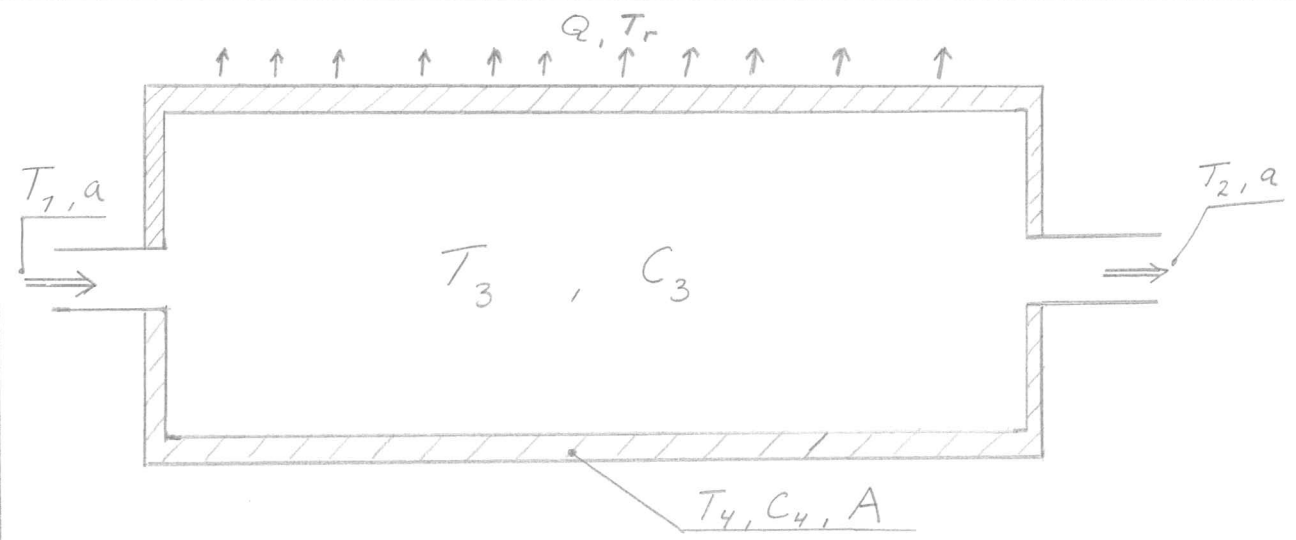
$$\underline{\underline{\text{tidskonstant: } \frac{4(r_y - r_i)^2}{\mathcal{H} \pi^2} \approx \frac{4(5-4)^2}{0,15 \cdot 3,14^2} \approx \underline{\underline{2,7 \text{ [s]}}}}}$$

Då rörgodset är tunnare än 1cm (Jfr. tabell 2.2.1) kan denna tidsförskjutning säkert försummas och mätningar av temperaturen på rörets utsida kan anses motsvara vattentemperaturen i röret.

### 3. Radiatorns överföringsfunktion

#### 3.1 Värmebalansen för en radiator

Radiatorn betraktas som en behållare innehållande en viss konstant vatten mängd genomströmmad av ett vattenflöde. (se fig.!)



Beteckningar:

Rumstemperatur:	$T_r$	$[^{\circ}\text{C}]$
Inströmmande vattnets temp.:	$T_1(t)$	$[^{\circ}\text{C}]$
Utströmmande vattnets temp.:	$T_2(t)$	$[^{\circ}\text{C}]$
Radiatorvattnets medeltemp.:	$T_3(t)$	$[^{\circ}\text{C}]$
Metalldelarnas medeltemp.:	$T_4(t)$	$[^{\circ}\text{C}]$
Vattenflöde genom radiatorn:	$a$	$[\text{cm}^3/\text{s}]$
Radiatorvattnets värmekapacitet:	$C_3$	$[\text{J}/\text{grad}]$
Metalldelarnas värmekapacitet:	$C_4$	$[\text{J}/\text{grad}]$
Värmeavgivande yta:	$A$	$[\text{m}^2]$
Radiatorns värmeeffekt:	$Q$	$[\text{W}]$
Vattens specifika värme	$c$	$[\text{J}/\text{g}\cdot\text{grad}]$

Radiatorns värmebalans beskrivs då av:

$$ac T_7 = C_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} + C_4 \frac{\partial T_4}{\partial t} + Q + ac T_2 \dots (3.1.1)$$

Enligt Tyllered (5) gäller approximativt följande värmeövergångstal:

mellan metalldelar och luft vid naturlig konvektion:

$$h_{\text{luft}} \approx 5 \text{ [W/m}^2 \cdot \text{grad]}$$

mellan vatten och metalldelar:

naturlig konvektion:  $h_{\text{H}_2\text{O}} \approx 250 \text{ [W/m}^2 \cdot \text{grad]}$

påtvungad konvektion:  $h_{\text{H}_2\text{O}} \approx 500 - 5000 \text{ [W/m}^2 \cdot \text{grad]}$

Man kan således anta att  $T_3 \approx T_4$  vilket ger:

$$ac (T_7 - T_2) = (C_3 + C_4) \frac{\partial T_4}{\partial t} + Q \dots (3.1.2)$$


---

Antag att  $Q \approx h_{\text{luft}} A (T_4 - T_r)$  :

$$ac (T_7 - T_2) = (C_3 + C_4) \frac{\partial T_4}{\partial t} + h_{\text{luft}} A (T_4 - T_r) \dots (3.1.3)$$


---

3.2. Radiatortemperaturen approximerad med  $\frac{T_1 + T_2}{2}$

---

Sätt  $T_4 = \frac{T_1 + T_2}{2}$  vilket verkar vara en

rimlig approximation av radiator temperaturen.

Enligt ekvation (3.1.3) erhålles:

$$ac [T_1(t) - T_2(t)] = \frac{C_3 + C_4}{2} \left( \frac{\partial T_1(t)}{\partial t} + \frac{\partial T_2(t)}{\partial t} \right) +$$

$$+ \frac{hA}{2} [T_1(t) + T_2(t)] - hA T_r(t)$$

Rumstemperaturer antages vara konstant.

Stationär lösning:

$$ac (T_{10} - T_{20}) = \frac{hA}{2} (T_{10} + T_{20}) - hA T_r$$

Subtrahera den stationära lösningen från den allmänna och Laplace transformera:

$$\left[ ac - \frac{hA}{2} - s \cdot \frac{C_3 + C_4}{2} \right] T_1(s) = \left[ ac + \frac{hA}{2} + s \frac{C_3 + C_4}{2} \right] T_2(s)$$

$$\text{om } \begin{cases} T_1(s) = \mathcal{L} \{ T_1(t) - T_{10} \} \\ T_2(s) = \mathcal{L} \{ T_2(t) - T_{20} \} \end{cases}$$

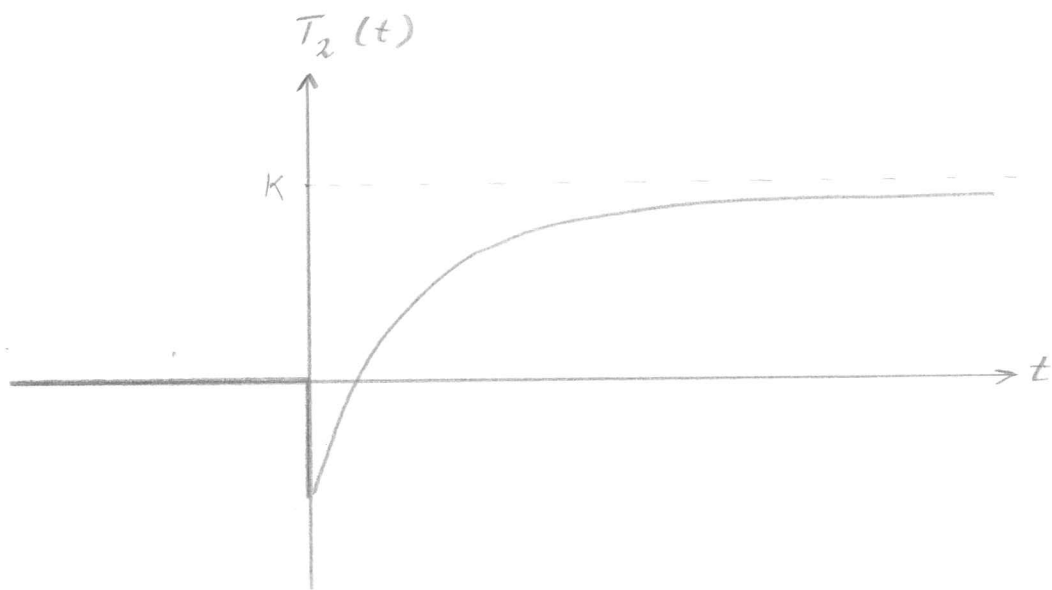
Övertööringsfunktion: 
$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \frac{ac - \frac{hA}{2} - \frac{C_3 + C_4}{2} \cdot s}{ac + \frac{hA}{2} + \frac{C_3 + C_4}{2} \cdot s}$$

Övertööringsfunktionen kan skrivas på formen:

$$G(s) = k \cdot \frac{1 - \tau_1(s)}{1 + \tau_2(s)}$$

$G(s)$  har ett nollställe i högra halvplanet och systemet är inte i minimum fas.

Stegsvaret får följande generella utseende:



Denna approximation ger alltså orimliga värden på vattnets utloppstemperatur för små  $t$ .

En ökning av  $T_1$  kan inte ge en minskning av  $T_2$ .

### 3.3 Radiatortemperaturen approximerad med $T_2$

#### 3.3.1 Radiatoreffekten direkt proportionell mot temperaturen

Sätt  $T_4 = T_2$

Denna approximation av radiatortemperaturen med utloppstemperaturen ger för låga värden, men är ofta använd vid värmeväxlarberäkningar.

Enligt ekvation (3.1.3) erhålles:

$$ac [T_7(t) - T_2(t)] = [C_3 + C_4] \frac{\partial T_2(t)}{\partial t} + hA [T_2(t) - T_r]$$

Subtrahera på samma sätt som i kap. 3.2 den stationära lösningen från den allmänna och Laplacetransformera:

$$ac T_7(s) = [ac + hA + sC_3 + sC_4] T_2(s)$$

Överföringsfunktion:  $\frac{T_2(s)}{T_7(s)} = \frac{ac}{ac + hA + s(C_3 + C_4)}$

Så# 
$$\begin{cases} k_1 = \frac{ac}{C_3 + C_4} \\ b_1 = \frac{ac + hA}{C_3 + C_4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{T_2(s)}{T_7(s)} = \frac{k_1}{b_1 + s}} \dots (3.3.1)$$

### 3.3.2 Radiatoreffekten olineärt temperaturberoende.

Effekten uppdelad i strålnings- och konvektionsterm

Radiatoreffekten, som i ekv. (3.1.3) förutsatts vara av formen  $hA(T_y - T_r)$  där  $h$  är konstant bör istället beskrivas som summan av strålningseffekt och effekt på grund av konvektion till rumsluften. Detta innebär ett olineärt temperaturberoende.

Enligt Gunnar Tyllered, Termodynamik (5) kan dessa termer beskrivas med god noggrannhet:

#### Konvektion:

För värmeövergångstalet till luft för en vertikal platta mer än 30 cm hög gäller:

$$h_{\text{luft}} = 1,78 \Delta T^{0.25} \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{grad}} \right]$$

om  $\Delta T$  = temperaturskillnaden mellan plattan och omgivande luft.

Detta ger för konvektionseffekten  $Q_k$  från radiator till rumsluft:

$$Q_k = h_{\text{luft}} A (T_y - T_r) \approx 1,78 A (T_y - T_r)^{1.25}$$

Värdet 1,78 på konstanten kan emellertid inte rimligen exakt gälla för alla plattmaterial och ytor.

## Strålning:

Radiatoren är monterad nära väggen varför olika strålningsförhållanden gäller för dess in- och utsida.

För strålning från svarta kroppar gäller Stefan-Boltzmanns lag för utstrålad effekt  $Q_e$ :

$$\underline{Q_e = \sigma A T^4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \text{Stefan-Boltzmanns konstant} \approx 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ [W/m}^2\text{grad}^4\text{]} \\ A = \text{strålande yta [m}^2\text{]} \\ T = \text{ytans temperatur [}^\circ\text{K]} \end{array} \right.$$

Emissionsförhållandet  $\varepsilon$  = förhållandet mellan totala emissiva effekten hos en kropp och motsvarande emissiva effekt för en korresponderande svart kropp.

För infallande strålning definieras:

Absorptionsförhållande =  $\alpha$

Reflexionsförhållande =  $\rho$

Transmissionsförhållande =  $\tau$



Uppenbarligen gäller för infallande strålning:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

För luft kan  $\alpha$  och  $\rho$  försummas  $\Rightarrow \tau \approx 1$

För väggar och möbler kan  $\tau$  försummas.

Betrakta radiatorns yteryta som en liten kropp omgiven av en stor inneslutning. All strålning som ytan emitterar träffar då inneslutningen, vilket också ger synfaktorn  $\approx 1$ .

Det direkta strålningsflödet från radiatorns yteryta  $A_y$  till rummets ytor  $\approx \sigma A_y \epsilon \alpha T_y^4$ .

$\alpha$  kan för de flesta byggnadsmaterial sättas  $\approx 0.9$ .  
Reflekterade strålar träffar dessutom huvudsakligen rummets övriga ytor. Från yterytan strålar då:

$$Q_{ey} \approx \sigma A_y \epsilon T_y^4$$

Då  $T_y = T_r$  erhålles inget nettovärme flöde vilket ger totala värme flödet mellan radiatorns yteryta och omgivande rum:

$$\underline{Q_{sy} \approx \sigma A_y \epsilon (T_y^4 - T_r^4)}$$

Rummets väggar förutsättes hålla rumsluftens temperatur.

Radiatorns inneryta och väggen innanför har dimensioner som är stora jämfört med avståndet mellan ytorna, Synfaktorn mellan dem  $\approx 1$ .

Enligt Kirchhoffs lag gäller att  $\epsilon \approx \alpha$  för en kropp i termisk jämvikt med sin omgivning.

Värmeflödet från radiator till vägg:  $\sigma A_i \epsilon T_y^4$

Väggen absorberar  $\sigma A_i \epsilon T_y^4 \cdot \alpha$  och reflekterar  $\sigma A_i \epsilon T_y^4 \cdot \rho \approx \sigma A_i \epsilon T_y^4 (1 - \alpha)$

Av detta absorberar radiatorns inneryta å sin tur  $\sigma A_i T_y^4 \epsilon^2 (1 - \alpha)$  och reflekterar  $\sigma A_i T_y^4 \epsilon (1 - \epsilon)(1 - \alpha)$  etc.

Resultatet blir en oändlig geometrisk serie med kvoten  $(1 - \epsilon)(1 - \alpha)$ .

$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon \text{ betecknar emissions- och absorptions förhållandet} \\ \text{för radiatorytan} \\ \alpha \text{ betecknar emissions- och absorptions förh. för väggytan.} \end{array} \right.$

Således erhålles för strålning från radiatorns inneryta  $A_i$  som absorberas av innanförliggande väggyta:

$$\sigma A_i \epsilon T_y^4 \frac{\alpha}{1 - (1 - \alpha)(1 - \epsilon)}$$

Från väggytan till radiatoren strålar:

$$\sigma A_i \alpha T_r^4 \frac{\epsilon}{1 - (1 - \alpha)(1 - \epsilon)}$$

Totala värmeflödet från radiatorns inre yta till omgivningen:

$$Q_{si} \approx \sigma A_i \frac{\varepsilon \alpha (T_y^4 - T_r^4)}{1 - (1-\alpha)(1-\varepsilon)} = \sigma A_i \varepsilon \frac{T_y^4 - T_r^4}{1 + \frac{\varepsilon}{\alpha} - \varepsilon}$$


---

Antag att  $\alpha \geq 0.8$  och  $\varepsilon \leq 0.5$

$$1 \leq 1 + \frac{\varepsilon}{\alpha} - \varepsilon \leq 1.125$$

Vid praktiska beräkningar kan därför faktorn

$$A_y + \frac{A_i}{1 + \frac{\varepsilon}{\alpha} - \varepsilon} \text{ ersättas med radiatorns}$$

totala yta  $A$ . Detta är inte en grov approximation

än övriga idealiseranden.

Radiatorns totala effekt beräknas då genom att addera de effekterna  $Q_k$ ,  $Q_{sy}$  och  $Q_{si}$ :

$$Q = 1.78 A (T_y - T_r)^{1.25} + \sigma \varepsilon A (T_y^4 - T_r^4)$$


---

I kap. 3.3.3 jämföres radiator effekt beräknad enligt kap. 3.3.1 och 3.3.2 med fabrikantens angivna data.

### 3.3.3 Beräknade effekter för radiatorm H0-49-26

jämförda med experimentella data.

Radiatorm H0-49-26 har enligt Gustavsbergs katalog (3) en värmeavgivande yta  $A \approx 1,95 \text{ m}^2$

Katalogen anger också radiatoreffekten som funktion av temperaturskillnaden  $\Delta T$  mellan radiatorm och rumsluften. Denna jämföres med beräknade effekter i diagram 3.3.3.

Antag rumstemperaturen  $T_r = 295 \text{ [}^\circ\text{K]}$

$h_{\text{luft}}$  kan svårigen anges med tillfredsställande noggrannhet utom genom direkta mätningar. Flera källor anger dock  $h \approx 5 \text{ [} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K}} \text{]}$  som typiskt värde vid naturlig konvektion. Värdet för påtvingad konvektion är högre, enligt Tyllered (5) ca  $10-100 \text{ [} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K}} \text{]}$ . En jämförelse med fabrikantens resultat ger  $h \approx 7 \text{ [} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K}} \text{]}$  om den lineära modellen skall användas (se diagram 3.3.3) G. Brown (6) anger värden på  $h$  avseende väggar och fönster i ett rum för olika värden på  $\Delta T$ , t.ex.  $h = 5,7 \text{ [} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K}} \text{]}$  för  $\Delta T = 30^\circ\text{K}$ . Formeln  $1,78 \Delta T^{0,25}$  ger  $h \approx 4,2 \text{ [} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K}} \text{]}$  för  $\Delta T = 30^\circ\text{K}$ .

Vid beräkningen av radiatoreffekt med den lineära modellen har antagits:

$$h_{\text{luft}} = 5 \text{ [} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K}} \text{]}$$

Liknande problem uppkommer vid val av  $\varepsilon$ . Tyllered (5) anger:

polerad aluminium:	$\varepsilon = 0.05$
smärqlad järnplåt:	$\varepsilon = 0.24$
rostig järnplåt:	$\varepsilon = 0.69$
galvaniserad järnplåt:	$\varepsilon = 0.28$

Radiatorn består av profiler av aluminium med slingor av stålrör. Täcklist och gavelprofiler är av stålplåt. Ytorna är brännlackerade i gråvitt eller beige.

Vid beräkningen av strålningseffekten har antagits  $\varepsilon = 0.40$  samt att strålände yta = värmeavgivande yta.

Diagram 3.3.3. visar radiatoreffekter som funktion av  $\Delta T$ .

Kurva ① visar radiatoreffekten enligt 3.3.1 beräknad som konvektion och lineärt temperaturberoende

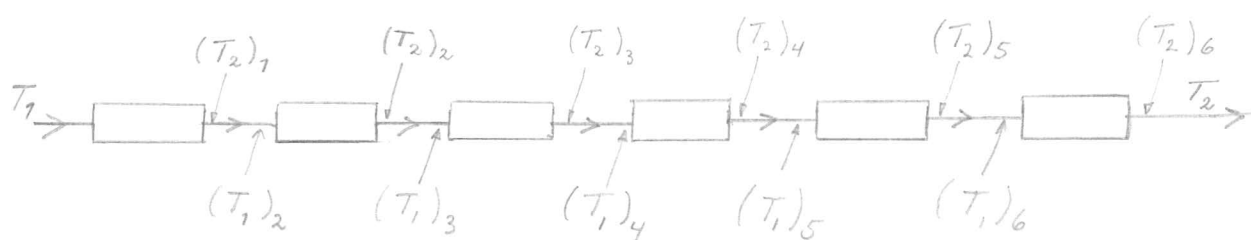
Kurva ②b visar strålningseffekten enligt 3.3.2

Kurva ②a visar konvektionseffekten enligt 3.3.2 med hänsyn taget till olineariteten i temperaturberoendet

Kurva ②c beskriver summan av ②a och ②b

Kurva ③ visar experimentellt bestämd radiatoreffekt enligt fabrikantens katalog.

3.4 Radiatorn approximerad som  $n$  stycken, inbördes lika, seriekopplade delradiatorer.



Radiatorn delas upp i  $n$  lika delar. Antag att ingen värmeledning förekommer mellan delarna och att utloppstemperaturen från del  $m-1$  är inloppstemperatur till del  $m$ .

Figuren ovan visar ett system med  $n=6$ .

Radiatortemperaturen för del  $m$  approximeras med delens utloppstemperatur enl kap. 3.3.

För radiatordel  $m$  erhålles:

Inströmmande vattnets temperatur:  $(T_1)_m$   $[^{\circ}\text{C}]$

Utströmmande vattnets temperatur:  $(T_2)_m$   $[^{\circ}\text{C}]$

Radiatordelens värmekapacitet:  $\frac{C_3 + C_4}{n}$   $[\text{J}/\text{grad}]$

Värmeavgivande yta:  $\frac{A}{n}$   $[\text{m}^2]$

Radiatorns värmebalans ekvation:

$$ac \left[ (T_1)_m - (T_2)_m \right] = \frac{C_3 + C_4}{n} \frac{\partial}{\partial t} (T_2)_m + \frac{Q_0}{n} + \frac{Q_1}{n} \left[ (T_2)_m - (T_{40})_m \right]$$

om radiatordelens effekt  $Q_m = \frac{Q_0}{n} + \frac{Q_1}{n} \left[ (T_2)_m - (T_{40})_m \right]$

Stationär lösning:

$$ac [(T_{10})_m - (T_{20})_m] = \frac{Q_0}{n} + \frac{Q_1}{n} [(T_{20})_m - (T_{40})_m]$$

Observera att  $(T_{20})_m$  är den stationära temperatur som radiatordelen antar medan  $(T_{40})_m$  är den temperatur kring vilken radiatoreffekten lineariserats.  $(T_{40})_m$  bör väljas lika för alla  $m$  för enklast möjliga framställning:  $(T_{40})_m = T_{40}$

Observera också att  $(T_{20})_{m-1} = (T_{10})_m$

Subtrahera den stationära lösningen och Laplacetransformera:

$$\frac{(T_2)_m(s)}{(T_7)_m(s)} = \frac{nac}{nac + Q_1 + s[C_3 + C_4]} = \frac{k_n}{b_n + s}$$

där  $\left\{ \begin{array}{l} k_n = \frac{nac}{C_3 + C_4} \\ b_n = \frac{nac + Q_1}{C_3 + C_4} \end{array} \right. \quad (\text{Jfr. 3.3.4})$

$$(T_7)_m(s) = \mathcal{L} \left\{ (T_7)_m(t) - (T_{10})_m \right\}$$

$$(T_2)_m(s) = \mathcal{L} \left\{ (T_2)_m(t) - (T_{20})_m \right\}$$

Enligt antagandena gäller  $(T_1)_{m-1} = (T_2)_m$

för både tidsuttryck och Laplace-transformer. Speciellt

gäller  $(T_1)_1 = T_1$  och  $(T_2)_n = T_2$

För hela radiatoren erhålles således:

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \left( \frac{k_n}{b_n + s} \right)^n \quad \dots \quad (3.4.1)$$

$n=1$ : ger uppenbartligen ekvation (3.3.4) i överensstämmelse med tidigare modell.

$$\underline{n=2}$$
:  $\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \left( \frac{k_2}{b_2 + s} \right)^2 \quad \dots \quad (3.4.2)$

$$\underline{n \rightarrow \infty}$$
:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{k_n}{b_n + s} \right)^n =$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{n} \left[ \frac{a_1}{ac} + s \frac{c_3 + c_4}{ac} \right]} \right)^n = e^{-\frac{a_1 + s(c_3 + c_4)}{ac}} \quad \dots \quad (3.4.3)$$



# Radiator effekten som funktion av radiator temperaturen

Diagram 3.3.3



Diagrammet utvisar att den olineära effektansatsen synnerligen väl beskriver radiator effektens temperaturberoende. Skillnaden mellan (2c) och (3) ligger väl inom den felmarginal som osäkerheten i konstanternas värden ger.

Kurvorna (1) och (2a) visar att värdet  $h_{\text{luft}} = 5 \text{ [W/m}^2\text{grad]}$  stämmer väl överens med den olineära modellen enligt 3.3.2.

Radiator effekten är ganska jämnt fördelad mellan strålnings- och konvektionsvärme.

Beräknas kvoten mellan  $T_4^4 - T_r^4$  och  $(T_4 - T_r)^{1.25}$  finner man att den är i stort sett konstant i det aktuella temperaturintervallet. Radiator effekten kan alltså approximeras med:

$$\underline{Q = r \cdot (T_4 - T_r)^{1.25}} \quad (3.3.3)$$

Där  $r = \text{konstant. [W/grad}^{1.25}\text{]}$

Sätter  $r = 6.13$  approximerar ekvation (3.3.3) de experimentella resultaten i intervallet  $50^\circ\text{C} < T_4 < 95^\circ\text{C}$  med ett maximalt fel på mindre än 1%

3.3.4 Linearisering av det olineära uttrycket för radiatoreffekt.

Taylorutveckla ekvationen (3.3.3) omkring  $T_4 = T_{40}$ :

$$\begin{aligned}
 Q &= r (T_4 - T_r)^{1.25} = r (T_4 - T_{40} + T_{40} - T_r)^{1.25} \approx \\
 &\approx r (T_{40} - T_r)^{1.25} + r (T_4 - T_{40}) 1.25 (T_{40} - T_r)^{0.25} + \\
 &+ r \cdot \frac{(T_4 - T_{40})^2}{2} \cdot \frac{5}{16} (T_{40} - T_r)^{-0.75} - \\
 &- r \frac{(T_4 - T_{40})^3}{6} \cdot \frac{15}{64} (T_{40} - T_r)^{-1.75} + \dots
 \end{aligned}$$

Om  $T_4 - T_{40} < 5 [^\circ\text{K}]$  och  $T_{40} - T_r > 30 [^\circ\text{K}]$

kan serien avbrytas efter andra termen med

ett fel understigande 0.5 %.

$$Q \approx r (T_{40} - T_r)^{1.25} + 1.25 r (T_{40} - T_r)^{0.25} (T_4 - T_{40})$$

---

eller  $Q = Q_0 + Q_1 (T_4 - T_{40})$

där alltså  $Q_0 = r (T_{40} - T_r)^{1.25}$  och  $Q_1 = 1.25 r (T_{40} - T_r)^{0.25}$

För radiatorns värmebalans erhålles då enligt ekv. (3.1.2) då  $T_4 = T_2$ :

$$ac(T_1 - T_2) = (C_3 + C_4) \frac{\partial T_2}{\partial t} + Q_0 + Q_1(T_2 - T_{40})$$

Genom räkningar analoga med dem i kap. 3.3.1

ger detta samband överföringsfunktionen:

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \frac{ac}{ac + Q_1 + s(C_3 + C_4)}$$

$$\text{Sätt } \begin{cases} k_1 = \frac{ac}{C_3 + C_4} \\ b_1 = \frac{ac + Q_1}{C_3 + C_4} \end{cases}$$

vilket ger:

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \frac{k_1}{b_1 + s} \quad \dots \quad (3.3.4)$$

[Jämför ekv. (3.3.7)]

Beräkning av  $Q_1$ ,  $k_1$  och  $b_1$ :

$$\text{Sätt } \begin{cases} r \approx 6.13 & [\text{W/grad}^{1.25}] \\ T_{40} - T_r \approx 25 & [^{\circ}\text{C}] \end{cases}$$

$$\underline{Q_1 = 1.25r (T_{40} - T_r)^{0.25} \approx 17.2 \text{ [W/grad]}}$$

$$\underline{c = \text{vattens specifika värme} \approx 4.18 \text{ [J/g.grad]}}$$

Radiator HO-49-26 har en vattenvolym på 0.85 l vilket ger  $C_3 = 850 \cdot 4.18 \approx 3550 \text{ [J/grad]}$

Radiatorns metalldelar består av stål och aluminium. Den väger ca 6440 [g] stål har specifika värmekapaciteten 0.46 [J/g.grad] och aluminium 0.90 [J/g.grad]

Således radiatorns värmekapacitet = 0.6 [J/g.grad]

$$\text{erhålles } C_4 = 6440 \cdot 0.6 = 3864 \text{ [J/grad]}$$

$$\therefore \underline{C_3 + C_4 \approx 7.41 \text{ [kJ/grad]}}$$

Kap 2.2.2 ger enligt metod 1 :  $\underline{a \approx 9.9 \text{ [cm}^3/\text{s}]}$

metod 2 :  $\underline{a \approx 6.4 \text{ [cm}^3/\text{s}]}$

$$\text{Metod 1} \Rightarrow k_1 \approx 5.59 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

$$b_1 \approx 7.90 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

$$\tau_{\text{medel}} = 11.6 \text{ [s]}$$

$$\text{Metod 2} \Rightarrow \underline{k_1 = 3.61 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]}}$$

$$\underline{b_1 = 5.94 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]}}$$

Dessa värden korresponderar mot medelströmningstiden mellan två våningar: [Jfr. 2.2.3]

$$\underline{\tau_{\text{medel}}} = \frac{9.9}{6.4} \cdot 11.6 \approx \underline{18.0 \text{ [s]}}$$

De enligt metod 2 beräknade värdena torde bäst beskriva experimentseriens driftsfall.

### 3.5 Stegsvvar för olika radiatormodeller om strömningstiderna försummas.

Beräkningarna utföres för radiatoren HO-49-26.

#### Tabell 3.5

Numeriska värden på konstanterna använda i beräkningarna (avrundade värden):

$$k_1 = 0.5 \cdot 10^{-2} \quad [s^{-1}]$$

$$k_2 = 1.0 \cdot 10^{-2} \quad [s^{-1}]$$

$$b_1 = 0.7 \cdot 10^{-2} \quad [s^{-1}]$$

$$b_2 = 1.2 \cdot 10^{-2} \quad [s^{-1}]$$

$$\frac{a_1}{ac} = 0.4 \quad \frac{C_3 + C_4}{ac} = \frac{1}{b_1} = 200 \quad [s]$$

n = 1      Ekvation (3.3.4) ger om  $T_1(s) = \frac{1}{s}$

$$T_2(s) = \frac{k_1}{(b_1 + s)s}$$

$$\Rightarrow \underline{T_2(t) = \frac{k_1}{b_1} (1 - e^{-b_1 t}) + T_{20}} \quad \dots (3.5.7)$$

$T_2(t)$  beskrives av kurva I i diagram 3.5

$n=2$  Enligt (3.4.2) gäller om  $T_1(s) = \frac{1}{s}$

$$T_2(s) = \frac{k_2^2}{s(b_2 + s)^2}$$

$$\Rightarrow T_2(t) = T_{20} + \frac{k_2^2}{b_2^2} \left[ 1 - (1 + b_2 t) e^{-b_2 t} \right] \dots (3.5.2)$$


---

Detta samband för  $T_2(t)$  beskrivs av kurva II i diagram 3.5

Radiatortemperaturen kan också approximeras med  $(T_2)_7$  som ju anger vattentemperaturen mitt i radiatoren, mellan de båda delarna.

$$\frac{(T_2)_7(s)}{T_1(s)} = \frac{k_2}{b_2 + s}$$

$$T_1(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow (T_2)_7(s) = \frac{k_2}{s(b_2 + s)}$$

$$\Rightarrow (T_2)_7(t) = (T_{20})_7 + \frac{k_2}{b_2} (1 - e^{-b_2 t}) \dots (3.5.3)$$


---

Radiatortemperaturen enligt (3.5.3) beskrivs av kurva III i diagram 3.5.

Observera att den stationära temperaturen skiljer sig från fall I och II.



$n \rightarrow \infty$ 

Enligt ekvation (3.4.3) gäller om

$$T_1(s) = \frac{1}{s}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T_2(s) = \frac{1}{s} \cdot e^{-\frac{Q_1}{ac}} \cdot e^{-\frac{c_3+c_4}{ac} \cdot s}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T_2(t) = T_{20} + e^{-\frac{Q_1}{ac}} \Theta\left(t - \frac{1}{k_1}\right) \dots (3.5.4)$$


---

där  $\Theta(t)$  är stegfunktionen.

Radiator temperaturen enligt (3.5.4) beskrives av kurva IV i diagram 3.5

Radiator temperaturen kan också approximeras med  $(T_2)_{\frac{n}{2}}$  alltså temperaturen mitt i radiatoren.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(T_2)_{\frac{n}{2}}(s)}{T_1(s)} = e^{-\frac{Q_1 + s(c_3+c_4)}{2ac}}$$

ger stegsvaret:

$$(T_2)_{\frac{n}{2}}(t) = (T_{20})_{\frac{n}{2}} + e^{-\frac{Q_1}{2ac}} \Theta\left(t - \frac{1}{k_2}\right) \dots (3.5.5)$$


---

Radiator temperaturen enligt (3.5.5) beskrives av kurva V i diagram 3.5

Diagram 3.5 visar radiatortemperaturens stegsvar vid en plötslig temperaturökning av inströmmande vattnets temperatur  $T_1$  med  $1 [^{\circ}\text{C}]$ . De olika stationära temperaturerna har subtraherats från radiatortemperaturerna och diagrammet anger endast temperaturändringen  $\Delta T_2 [^{\circ}\text{C}]$ .

Samtliga strömningstider har försumrats.

Modellens antagande att ingen värmeledning mellan radiatordelarna förekommer är speciellt orimligt då  $n \rightarrow \infty$  eftersom ledningstöret går i slingor genom radiatorn.

De tidskonstanter som erhålles [ $\approx 2-3$  minuter] visar att strömningstiderna inte kan försummas då dessa enligt kap. 2 är av samma storleksordning.

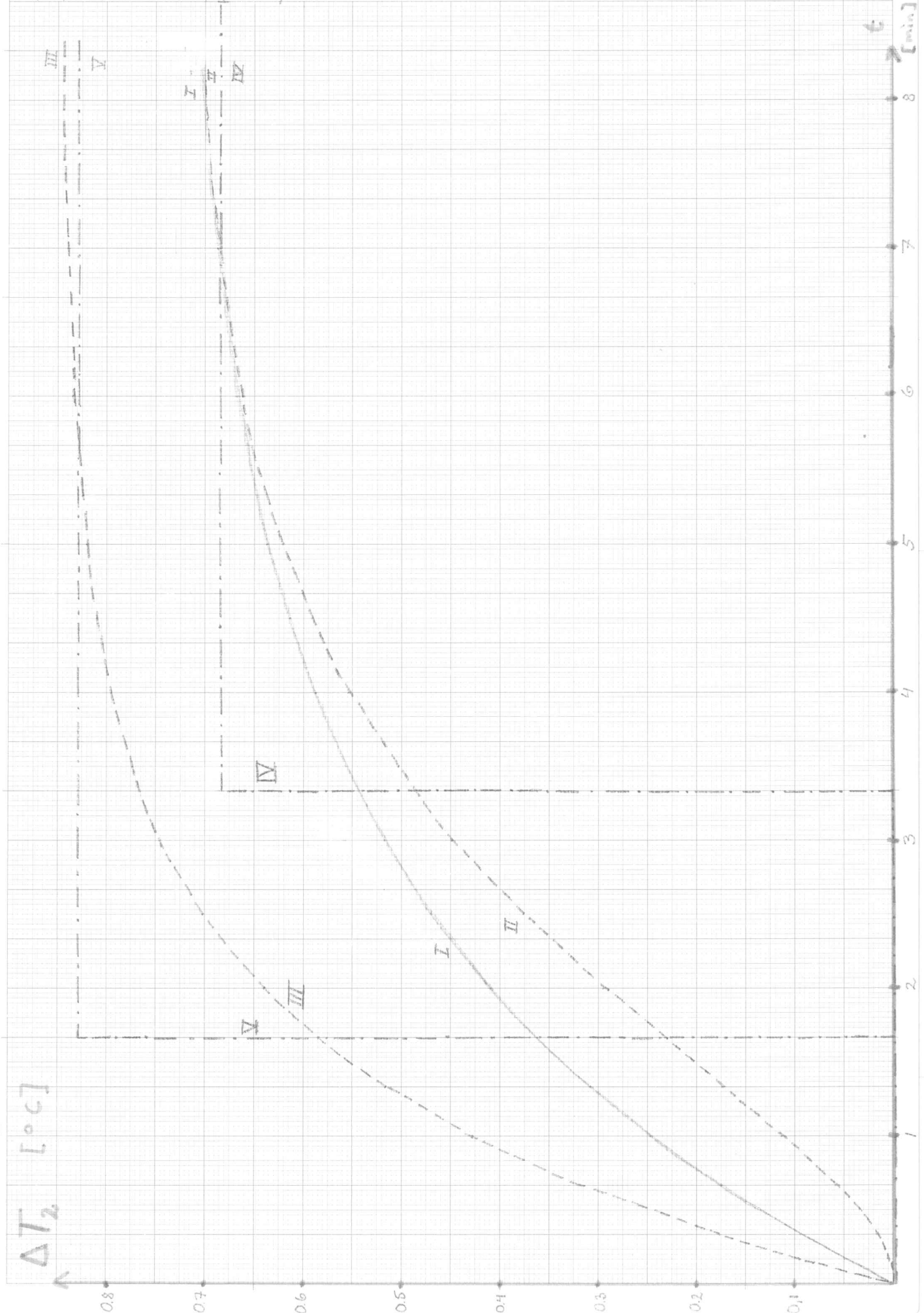
Radiatortemperaturen påverkas också av återströmning via värmecentralen. Detta fall behandlas i kap. 4.

Radiatorn approximerad med  $n$  delar  
 där temperaturen approximerats med  
 utströmmande vattnets temperatur för varje del.

Stegsvar för radiatortemperaturen.

- I Utströmmande vattnets temperatur  $n = 1$
- II Utströmmande vattnets temperatur  $n = 2$
- III Temperatur mitt i radiatorn  $n = 2$
- IV Utströmmande vattnets temperatur  $n \rightarrow \infty$
- V Temperatur mitt i radiatorn  $n \rightarrow \infty$

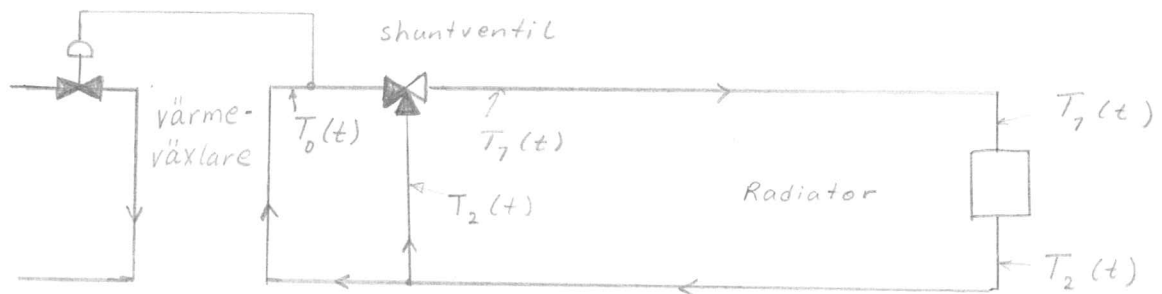
Diagram 3.5



#### 4. Radiator temperaturer med hänsyn taget till återströmning från värmecentralen. Försumbara strömningstider.

##### 4.1 Radiatormodell enligt kapitel 3.3

Principschema över försystem med 1 radiator:



Temperaturregleringen förutsättes hålla  $T_0(t)$  konstant.

Totala vattenflödet genom radiatören antas vara oberoende av trevägsventilens inställning. (Jfr. 2.3.3)

Blandningsförhållandet  $\alpha$  definieras av ekv:

$$T_7(t) = \alpha T_0 + (1 - \alpha) T_2(t) \quad \dots (4.1.1)$$

Enligt kap. 3.3.4 gäller för radiatorn:

$$ac (T_1 - T_2) = (C_3 + C_4) \frac{\partial T_2}{\partial t} + Q_0 + Q_1 (T_2 - T_{40})$$

$$\underline{T_1 = \frac{C_3 + C_4}{ac} \frac{\partial T_2}{\partial t} + \left(1 + \frac{Q_1}{ac}\right) T_2 + \frac{Q_0}{ac} - \frac{Q_1}{ac} T_{40}}$$

Eliminera  $T_1$  :

$$\underline{\alpha T_0 + \frac{Q_1}{ac} T_{40} - \frac{Q_0}{ac} = \frac{C_3 + C_4}{ac} \frac{\partial T_2}{\partial t} + \left(\alpha + \frac{Q_1}{ac}\right) T_2}$$

Stationärt erhålles:

$$T_{20} = \frac{\alpha T_0 + \frac{Q_1 T_{40} - Q_0}{ac}}{\alpha + \frac{Q_1}{ac}}$$

$\alpha$  varieras under försöken mellan två konstanta värden  $\alpha_1$  och  $\alpha_2$ .

$\alpha = \alpha_1$  motsvarar stationära temperaturen:

$$T_{201} = \frac{ac\alpha_1 T_0 + Q_1 T_{40} - Q_0}{ac\alpha_1 + Q_1}$$

$\alpha = \alpha_2$  motsvar stationära temperaturen:

$$T_{202} = \frac{ac\alpha_2 T_0 + Q_1 T_{40} - Q_0}{ac\alpha_2 + Q_1}$$

Subtrahera den stationära lösningen från den allmänna:

$$0 = \frac{C_3 + C_4}{ac} \frac{\partial T_2}{\partial t} + \left( \alpha + \frac{Q_1}{ac} \right) (T_2 - T_{20})$$

$$\Rightarrow \underline{T_2(t) = T_{20} + [T_2(0) - T_{20}] e^{-\frac{ac\alpha + Q_1}{C_3 + C_4} t}} \dots (4.1.2)$$

Ekv. (4.1.1) och (4.1.2) ger:

$$\underline{T_1(t) = \alpha T_0 + (1 - \alpha) T_{20} + (1 - \alpha) (T_2(0) - T_{20}) e^{-\frac{ac\alpha + Q_1}{C_3 + C_4} t}}$$

$t = 0$  betecknar det ögonblick då  $\alpha$  ändrar värde.

Vid  $t = 0$  är  $T_2(t)$  kontinuerlig medan kurvan för  $T_1(t)$  gör ett språng, eftersom uttrycket för  $T_1(t)$  innehåller  $\alpha$  explicit.

Observera att  $\alpha$  ingår i tidskonstanten för temperaturberoendet. Höga värden på  $\alpha$  motsvarar hög framledningstemperatur och motsvarande hög stationär radiatortemperatur. Radiator temperaturen kommer alltså att stiga snabbare än den avklingar vid variation av  $\alpha$ .

I kap. 4.2 utförda jämförelser med en försöksserie bekräftar dessa iakttagelser.

## 4.2 Beräknade radiatortemperaturer enligt kap. 4.1

Vid en försöksserie varierades  $\alpha$  enligt nedanstående tidsschema:

$t$ [min]	0-30	30-70	70-80	80-90	90-100	100-110	100-145
$\alpha$	0.91	0.32	0.91	0.32	0.91	0.32	0.91

$\alpha$  beräknas i kap. 2.3.3. Observera också de reservationer som anförs i detta avsnitt beträffande modellens giltighet vid så stor variation av  $\alpha$ .

Följande värden på konstanterna har använts i beräkningarna:

$$T_0 = 69 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$T_r = 22 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$r = 6.15 \text{ [W/grad}^{1.25}\text{]}$$

$$\frac{Q_1 + a\alpha_1}{C_3 + C_4} = 5.1 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]} \approx \frac{1}{3.3} \text{ [min}^{-1}\text{]}$$

$$\frac{Q_1 + a\alpha_2}{C_3 + C_4} = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1}\text{]} \approx \frac{1}{5.6} \text{ [min}^{-1}\text{]}$$

$$T_{207} = 50.9 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$T_{202} = 40.2 \text{ [}^\circ\text{C]}$$



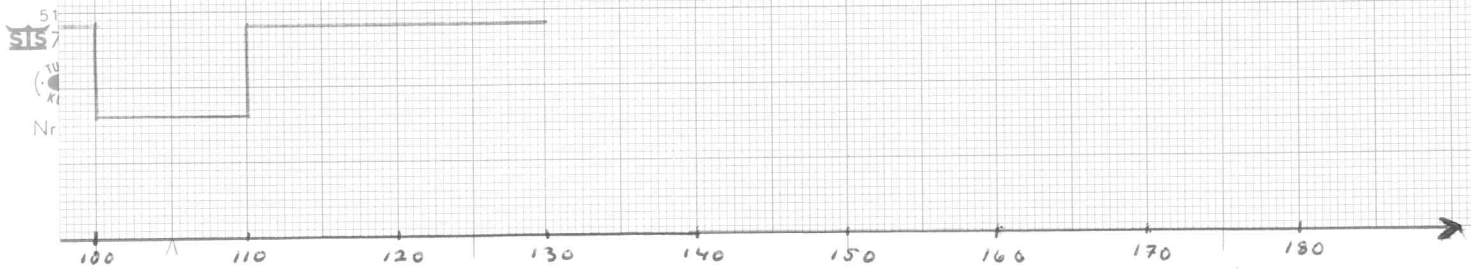
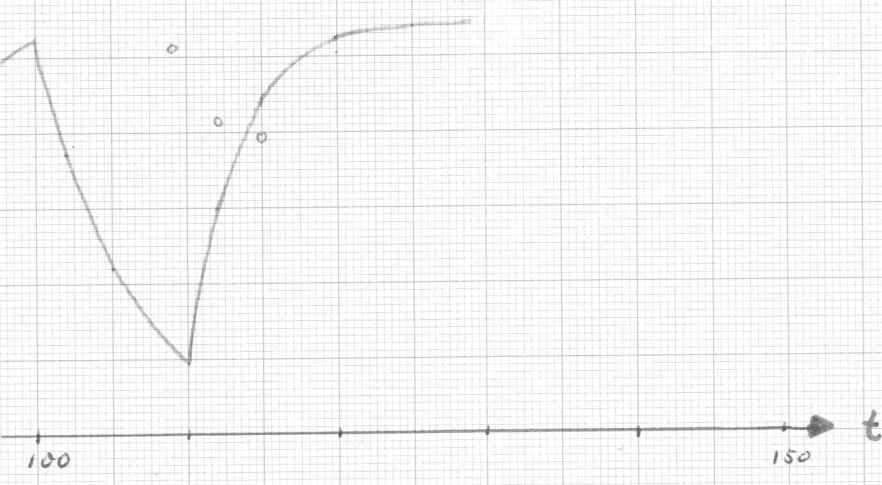
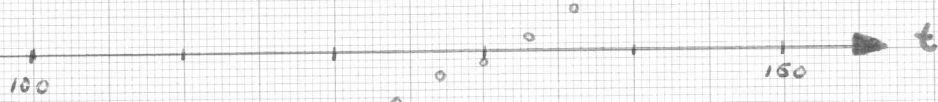
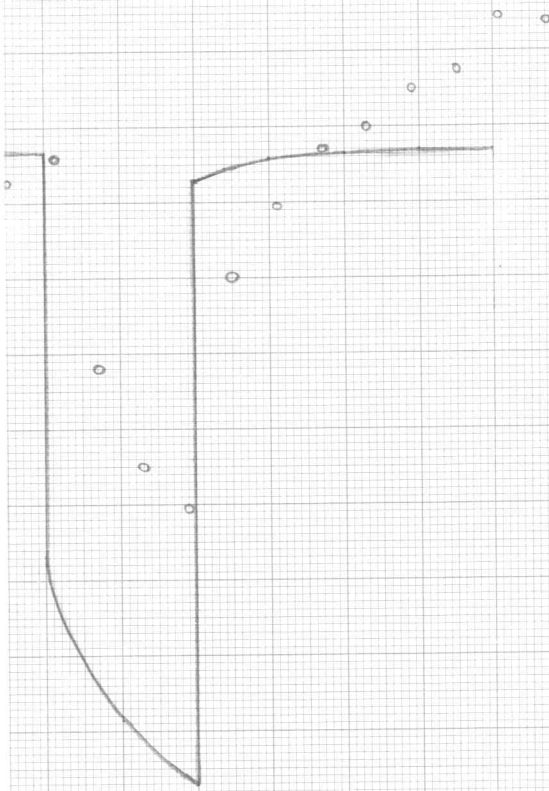


$\alpha_1 = 0.91$   
 $\alpha_2 = 0.32$   
 $r = 6.15$

Beräkning av radiator- och framledningstemperatur.

Diagram 4.2

ooo = experimentella värden



4.3 Beräkning av stationära temperaturer i ett radiatorsystem bestående av  $n$  identiska radiatorerdelar.

För varje radiatorerdel gäller vid stationärt temperaturförhållande om den lineära modellen för effektberäkning användes: (Jfr. 3.3.1 och 3.4)

$$(T_{10})_m - (T_{20})_m = \frac{hA}{nac} [(T_{20})_m - T_r]$$

Speciellt gäller således:

$$(T_{20})_{n-1} = (T_{10})_n = \left(1 + \frac{hA}{nac}\right) T_{20} - \frac{hA}{nac} T_r$$

$$(T_{20})_{n-2} = \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^2 T_{20} - \left(1 + \frac{hA}{nac}\right) \frac{hA}{nac} T_r - \frac{hA}{nac} T_r$$

$$\begin{aligned} (T_{20})_{n-3} &= \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^3 T_{20} - \left(2 + \frac{hA}{nac}\right) \left(1 + \frac{hA}{nac}\right) \frac{hA}{nac} T_r - \frac{hA}{nac} T_r = \\ &= \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^3 T_{20} - \left(\frac{hA}{nac} + 1\right)^3 T_r + T_r \end{aligned}$$

$$(T_{20})_{n-4} = \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^4 (T_{20} - T_r) + \left(1 + \frac{hA}{nac}\right) T_r - \frac{hA}{nac} T_r$$

⋮

$$(T_{20})_{n-m} = \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^m (T_{20} - T_r) + T_r \quad \dots (4.3.1)$$

⋮

$$T_{10} = \left(1 + \frac{hA}{nac}\right)^n (T_{20} - T_r) + T_r \quad \dots (4.3.2)$$

$n=1$  ger ekvationer motsvarande kap. 4.1

$$\underline{n=2} \quad \text{ger} \quad T_{10} = \left(1 + \frac{hA}{2ac}\right)^2 T_{20} - \left(1 + \frac{hA}{4ac}\right) \frac{hA}{ac} T_r$$

$$\text{och mitt i radiatorn: } (T_{20})_1 = \left(1 + \frac{hA}{2ac}\right) T_{20} - \frac{hA}{2ac} T_r$$

$$\begin{aligned} \underline{n \rightarrow \infty} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} T_{10} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{hA}{nac}\right) (T_{20} - T_r) + T_r = \\ &= e^{\frac{hA}{ac}} (T_{20} - T_r) + T_r \end{aligned}$$

$$\text{och mitt i radiatorn: } \lim_{n \rightarrow \infty} (T_{20})_{\frac{n}{2}} = e^{\frac{hA}{2ac}} (T_{20} - T_r) + T_r$$

Den med god approximation giltiga lineära modellen för radiatoreffekt ger alltså en enkel beskrivning av de stationära temperaturerna. Den lineariserade olineära modellen möjliggör inte denna rationalisering av ekvationerna.

I kap 4.4 jämföres stegsvar då  $n=1$  och  $n \rightarrow \infty$  för framlednings- och radiatortemperaturer.

#### 4.4. Beräknade temperaturer vid ändring av

blandningsförhållandet  $\alpha$  då  $n=1$  och då  $n \rightarrow \infty$

Enligt ekvation (4.1.1) och ekvation (4.1.2) erhålles för  $n=1$ :

$$\begin{cases} T_2 = T_{20} + [T_2(0) - T_{20}] e^{-\frac{ac\alpha + Q_1}{c_3 + c_4} t} \\ T_1 = \alpha T_0 + (1-\alpha) T_2 \end{cases}$$

Ekvation (4.3.2) ger stationära temperaturförhållandet:

$$T_{10} = \left(1 + \frac{hA}{ac}\right) T_{20} - \frac{hA}{ac} T_r$$

Enligt ekvationerna (4.1.1), (3.5.4) och (3.5.5) erhålles då  $n \rightarrow \infty$

$$\begin{cases} T_1 = \alpha T_0 + (1-\alpha) T_2 \\ T_2 = T_{20} + e^{-\frac{Q_1}{ac} \theta} \left(t - \frac{1}{k_1}\right) \\ (T_2)_{\frac{n}{2}} = (T_{20})_{\frac{n}{2}} + e^{-\frac{Q_1}{2ac} \theta} \left(t - \frac{1}{k_2}\right) \end{cases}$$

Kap. 4.3 ger stationära temperaturförhållandet:

$$\begin{cases} T_{10} = e^{\frac{hA}{ac}} (T_{20} - T_r) + T_r \\ (T_{20})_{\frac{n}{2}} = e^{\frac{hA}{2ac}} (T_{20} - T_r) + T_r \end{cases}$$

Med hjälp av ovanstående ekvationssystem

Kan de stationära temperaturerna lätt beräknas för olika värden på  $\alpha$ .

Om  $\alpha$  under en längre tid varit konstant råder stationärt temperaturtillstånd i radiatorn. Då  $\alpha$  plötsligt ändras kommer temperaturen i radiatorns olika delar att anpassa sig till de nya stationära temperaturerna. Detta stegsvar beräknat då  $\alpha$  ändras från 0.91 till 0.32 beskrives av diagram 4.4

Vid beräkningarna har använts följande värden på konstanterna:

$$ac = 37 \quad [\text{W/grad}]$$

$$hA = 14 \quad [\text{W/grad}]$$

$$Q_7 = 14 \quad [\text{W/grad}]$$

$$k_1 = 0.005 \quad [\text{s}^{-1}]$$

$$k_2 = 0.010 \quad [\text{s}^{-1}]$$

$$C_3 + C_4 = 7.4 \quad [\text{kJ/grad}]$$

$$T_0 = 69 \quad [^{\circ}\text{C}]$$

$$T_r = 22 \quad [^{\circ}\text{C}]$$

Heldragna kurvor i diagram 4.4 motsvarar  $n=1$

Streckade kurvor i diagram 4.4 motsvarar  $n=\infty$

Som redan påpekats är modellen med  $n=\infty$  orealistisk men den ger enligt diagrammet samma tidskonstant som  $n=1$ . Modellen förenklar beräkningarna



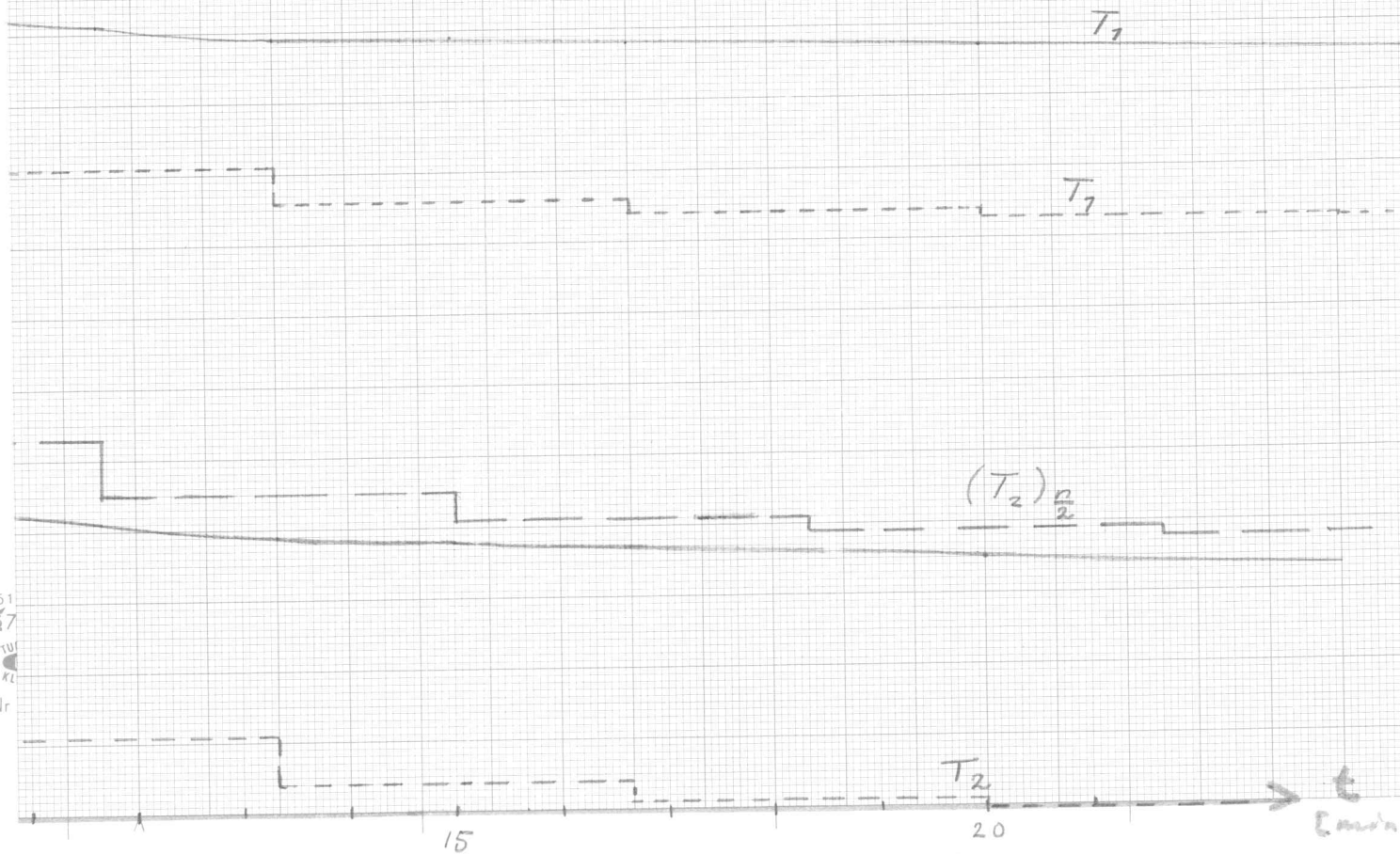
Framledningstemperaturer  $T_1$   
 och radiatortemperaturer  $T_2$   
 då  $\alpha$  ändras från 0.91 till 0.32

Diagram 4.4

Heldragna kurvor motsvarar  $n=7$

Streckade kurvor motsvarar  $n=\infty$

$T_2$  avser radiatorns utloppstemperatur  
 och  $(T_2)_{\frac{n}{2}}$  temperaturen mitt i radiatorn.



## 5 Radiatortemperaturer med hänsyn taget till strömningstider.

### 5.7 System med 1 radiator

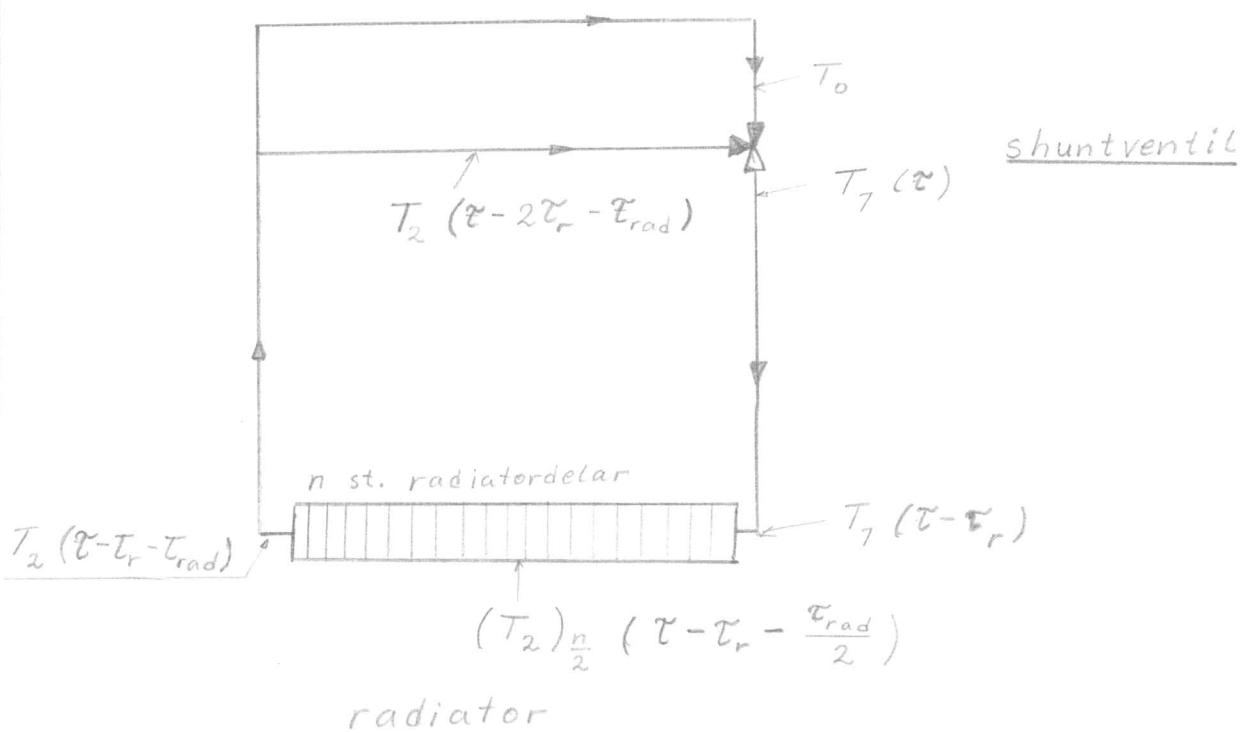
Fig. 5.1 visar den modell som använts.

$\tau_r$  avser strömningstiden från shuntventil till radiator.

$\tau_{rad}$  avser strömningstiden genom hela radiatoren.

Återströmningstiden antages vara  $= \tau_r$ .

Fig 5.1



För  $n \rightarrow \infty$  ger ekv. (4.7.7) och (3.5.4)

$$\begin{cases} T_1(\tau) = \alpha(\tau) T_0 + [1 - \alpha(\tau)] T_2(\tau) & \text{blandningsekv.} \\ T_2(\tau - \tau_r - \tau_{rad}) = T_{20} + e^{-\frac{Q_1}{ac}} \Theta\left(\tau - \tau_r - \tau_{rad} \frac{1}{k_1}\right) & \text{stegsvar då } T_1(\tau) \text{ ändras via } \tau=0 \end{cases}$$



Vid beräkningarna har samma värden på konstanterna använts som i kap. 4.4.

Radiator temperaturernas storlek blir alltså de samma som i diagram 4.4 men de blir tidsförskjutna på grund av strömningstiderna.

Följande strömningstider har använts: (Jfr. 2.2)

$$\tau_r = 120 \text{ [s]} \quad \tau_{\text{rad}} = 120 \text{ [s]}$$

I diagram 5.1 jämföres beräknade framlednings- och radiator temperaturer då  $\alpha$  ändras från 0.91 till 0.32 med enligt kap. 4.4. beräknade värden för  $n=7$  och försummade strömningstider.

Heldragna kurvor motsvarar försummade strömningstider.  
Streckade kurvor motsvarar medtagna strömningstider.

Diagrammet utvisar att hänsyn till strömningstiderna väsentligt förlänger tiden för temperaturkurvornas avklingande mot den nya stationära temperaturen.

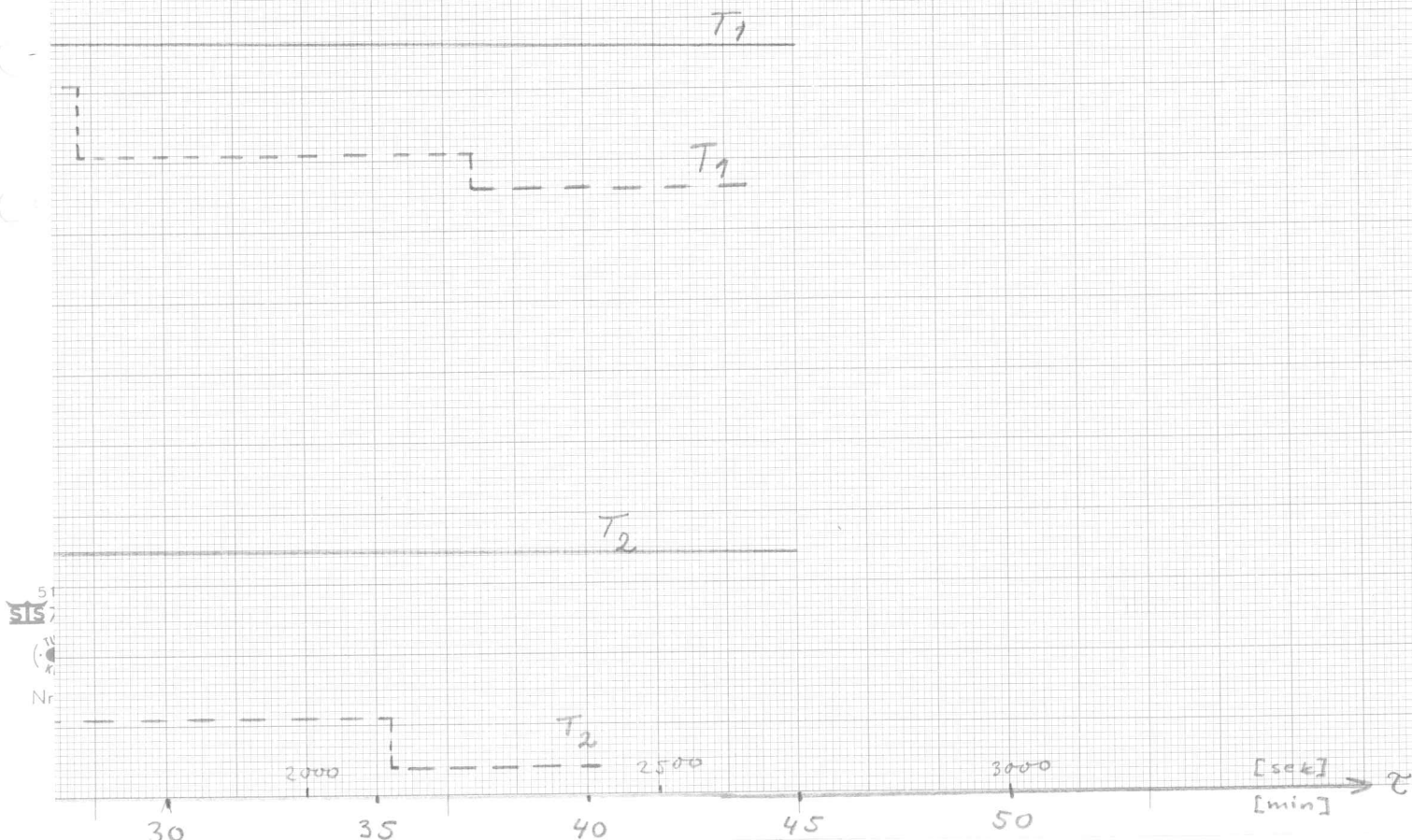
Jämförelser försvåras emellertid av kurvans trappstegsform. I kap. 5.2 beräknas ett system med två parallellkopplade radiatorer, på olika avstånd från shuntventilen, vilket ger något "mjukare" kurvformer.

Framledningstemperaturer  $T_1$  och radiatortemperaturer  $T_2$  för system med 1 radiator.

Diagram 5.1

———— avser  $n=7$ , försummade strömningstider

- - - - - avser  $n=\infty$ , medräknade strömningstider

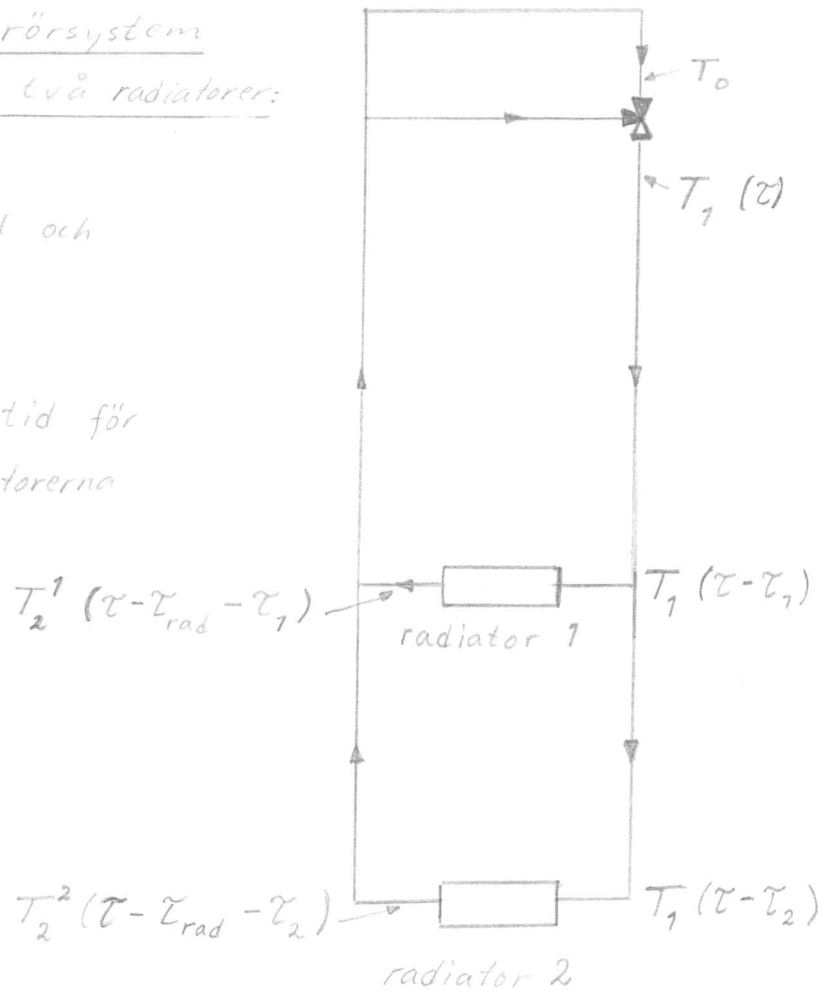


## 5.2 System med 2 radiatorer

Principschema över rörsystem med shuntventil och två radiatorer:

$\tau_i$  = strömningstid till och från radiator  $i$

$\tau_{rad}$  = genomströmningstid för radiatorvattnet. Radiatorerna antages lika.



Blandnings ekvation vid shuntventilen:

$$T_1(\tau) = \alpha(\tau) T_0 + \frac{1 - \alpha(\tau)}{2} \left[ T_2^1(\tau - \tau_{rad} - 2\tau_1) + T_2^2(\tau - \tau_{rad} - 2\tau_2) \right]$$

Beräkningarna är utförda i enlighet med dem i kap. 4.4 och 5.1. för  $n \rightarrow \infty$ .

Frånledningstemperaturen  $[T_1(\tau)]$ , temperaturen mitt på radiator 2  $\left[ (T_2^2)_{\frac{n}{2}}(\tau) \right]$  och utloppstemperaturen från radiator 2  $[T_2^2(\tau)]$ , beräknade för  $\tau_1 = 70$  [s],

$\tau_2 = \tau_{rad} = 120$  [s] redovisas i diagram 5.2.

I diagram 5.2 har också inprickats experimentellt bestämda radiatortemperaturer och framlednings-temperaturer vid en mätserie då  $\alpha$  varierades mellan 0,91 och 0,32 (1).

Diagrammet utvisar att tidskonstanterna för denna teoretiska modell av systemet och radiatorsystemet är av samma storleksordning.

Skillnaderna i absolut storlek för uppmätta och beräknade temperaturer är också mycket måttliga. Ganska grova närmevärden på ingående konstanter har använts vid beräkningarna. Ingen anpassning av konstanternas värden för att få bättre överensstämmelse med mätvärdena har heller utförts trots att flera konstanter är bestämda med mycket stora osäkerhetsmarginaler.

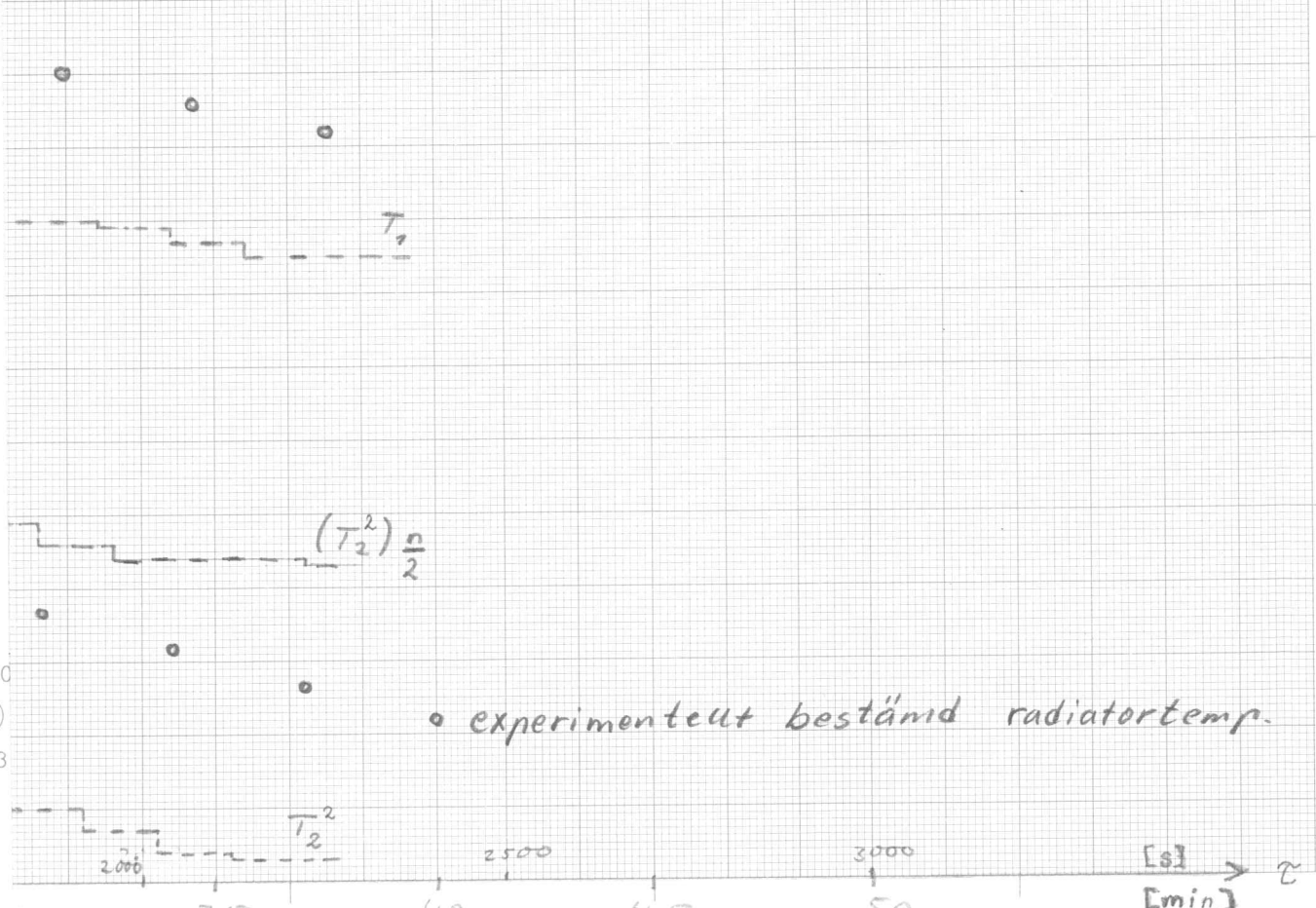
$\alpha_1 = 0.91$   
 $\alpha_2 = 0.32$   
 $T_0 = 69$   
 $T_r = 22$

Framledningstemperatur  $T_1$ ,  
 temperatur i radiatorns mitt  $(T_2)_{\frac{n}{2}}$   
 utloppstemperatur  $T_2$   
 beräknade för radiator 2 i system  
 med 2 radiatorer.

Diagram 5.2

o o o o avser experimentellt bestämda temp.  
 - - - - beräknade temp. för radiator approximerad  
 med ändligt många lika delar

framledningstemperatur.



### 5.3 System med godtyckligt antal radiatorer

Fig. 5.3 visar en förenklad modell av en radiatorstam i ett hus. Radiatorerna har förutsatts vara identiska trots att de större effektbehoven på vån. 7 och vån. 8 motiverar större radiatorer på dessa våningar än på de mellanliggande. (Jfr kap. 2.2.1) Radiatorerna på varje våning har sammanslagits till en.

I modellen används dimensionslösa strömningstider enligt framställningen i kap. 2.2.3. Radiatorerna approximeras som  $n$  identiska delar.

#### Beteckningar:

$T_0$  = grovshunttemperatur

$T_1(t)$  = framledningstemperatur vid shuntventilen

$T_2(t)$  = återledningstemperatur vid shuntventilen

$(T_1^i)_m$  = inloppstemperatur till radiator del  $m$  av radiatorn på våning  $i$ .

$(T_2^i)_m$  = utloppstemperatur (= radiator temp) från radiator del  $m$  av radiatorn på våning  $i$ .

$t_i$  = dimensionslös strömningstid mellan shuntventil och radiatorn på våning  $i$ .

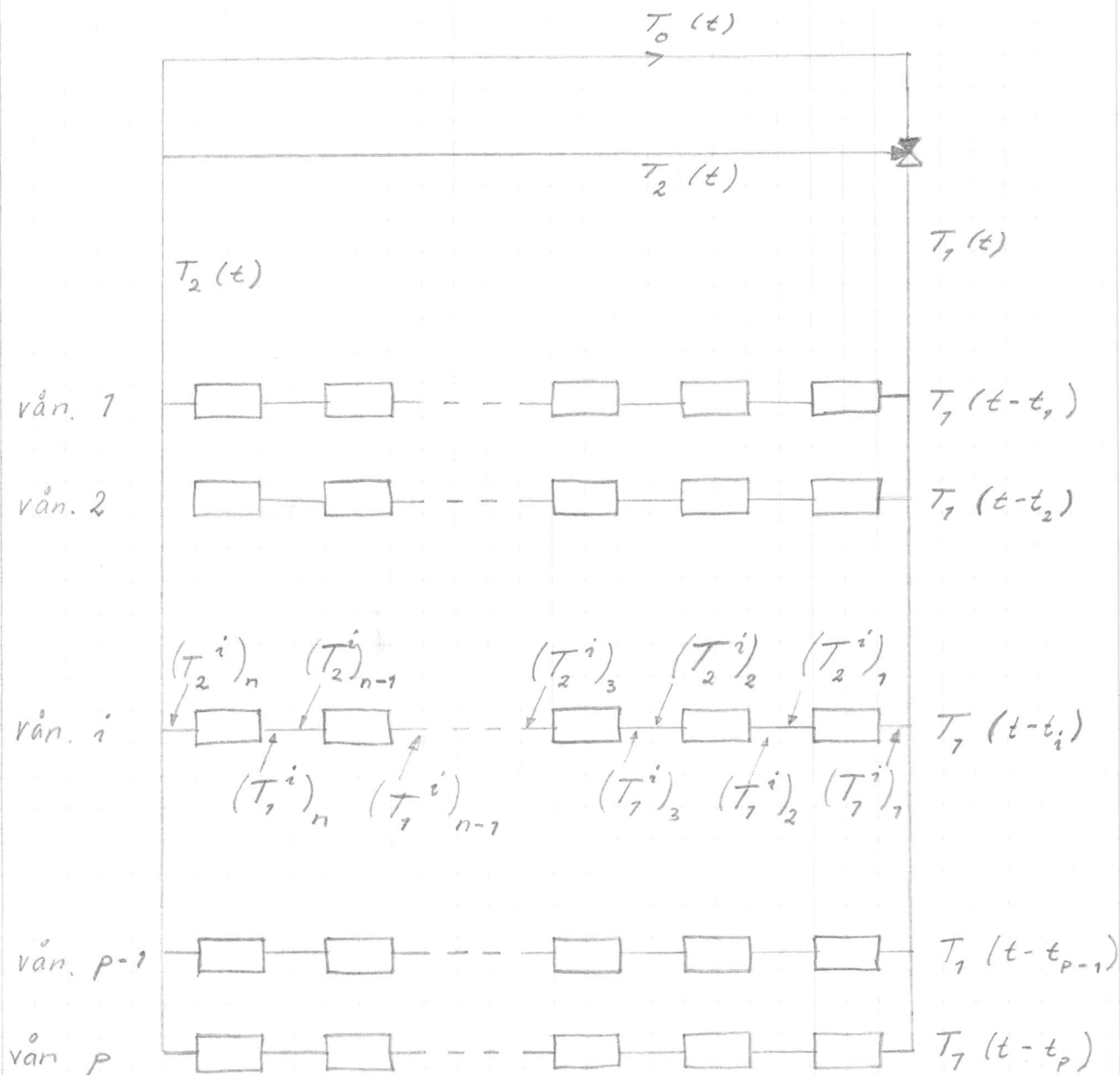
$t_{rad}$  = dimensionslös strömningstid genom en radiator

$\alpha(t)$  = shuntventilens blandingsförhållande

$p$  = antal våningar

Fig 5.3

## Skiss över radiatorstam



Beteckningar: se föregående blad!

Figuren visar en radiatorstam med  $p$  våningar. På varje våning avlämnas vatten till en radiator bestående av  $n$  identiska seriekopplade delar.

Blandningsekvation:

$$T_7(t) = \alpha(t) T_0 + [1 - \alpha(t)] T_2(t) \quad \dots (4.7.1)$$

För återströmningen gäller:

$$T_2(t) = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^P (T_2^i)_n (t - t_{\text{rad}} - t_i)$$

om  $t_{\text{rad}}$  förlägges koncentrerad till radiatorns utlopp.

Eliminera  $T_2(t)$ :

$$T_7(t) = \alpha(t) T_0 + \frac{1 - \alpha(t)}{\rho} \sum_{i=1}^P (T_2^i)_n (t - t_{\text{rad}} - t_i) \quad \dots (5.3.1)$$


---

På rånig  $i$  gäller för varje radiator del  $m$  enl. 3.4:

$$(T_1^i)_m - (T_2^i)_m = \frac{C_3 + C_4}{nac} \frac{d}{dt} (T_2^i)_m + \frac{Q_0}{nac} + \frac{Q_2}{nac} [(T_2^i)_m - T_{40}]$$

och speciellt:  $(T_1^i)_1(t) = T_7(t - t_i)$

Radiatorerna är identiska. Temperaturtillstånden  $i$  dem kommer att vara lika så när som på tidsförskjutningarna på grund av strömningstiderna. Samma tillståndsvektor kan då användas för att beskriva temperaturen  $i$  samtliga radiatorer.



Definiera tillståndsvektorn  $\underline{X}(t)$  så att:

$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \\ \vdots \\ X_n(t) \end{bmatrix}$$

där  $X_m(t) = (T_2^i)_m(t+t_1) - \frac{4T_r + T_{40}}{5} \dots (5.3.2)$

---

Temperaturen i radiatordel  $m$  på våning  $i$  beror av framledningstemperaturen  $t_i$  tidsenheter tidigare. Den till synes märkliga subtraktionen av en konstant term vid definitionen av  $\underline{X}$  ger nedan en avsevärd förenkling av ekv. (5.3.4)

Inloppstemperaturen till radiatordel  $m$ , våning  $i$ , kan nu skrivas:

$$(T_1^i)_m(t) = X_{m-1}(t-t_i) + \frac{4T_r + T_{40}}{5} \dots (5.3.3)$$


---

Insättes radiatortemperaturerna enligt (3.5.2) och (3.5.3) i radiatordelens värmebalans ekvation erhålles vid tiden  $t$ :

$$\begin{aligned} & X_{m-1}(t-t_i) - X_m(t-t_i) = \\ & = \frac{C_3 + C_4}{nac} \frac{\partial X_m(t-t_i)}{\partial t} + \frac{Q_0}{nac} + \frac{Q_1}{nac} \left[ X_m(t-t_i) + \frac{4T_r + 4T_{40}}{5} \right] \end{aligned}$$

Enligt kap. 3.3.4 är 
$$\begin{cases} Q_0 = r (T_{40} - T_r)^{1.25} \\ Q_1 = 1.25 r (T_{40} - T_r)^{0.25} \end{cases}$$

Detta ger:  $Q_0 + \frac{4}{5} Q_1 (T_r - T_{40}) = Q_0 - Q_0 = 0$

$$\Rightarrow X_{m-1} - X_m = \frac{C_3 + C_4}{nac} \frac{\partial X_m}{\partial t} + \frac{Q_1}{nac} X_m$$

Såh liksom tidigare: 
$$\begin{cases} k_n = \frac{nac}{C_3 + C_4} \\ b_n = \frac{nac + Q_1}{C_3 + C_4} \end{cases}$$

vilket ger värmebalans ekvationen vid tiden  $t$  för radiator del  $m$ , våning  $i$ :

$$\frac{\partial X_m(t-t_i)}{\partial t} = k_n X_{m-1}(t-t_i) - b_n X_m(t-t_i)$$

ekv. (5.3.4)

Förutom i komponentform kan (5.3.4) också skrivas som matrisekvation:

$$\dot{\underline{X}}(t-t_i) = \underbrace{\begin{bmatrix} -b_n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ k_n & -b_n & 0 & & \\ 0 & k_n & -b_n & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & 0 & k_n & -b_n \end{bmatrix}}_{A_n} \underline{X}(t-t_i) + \underbrace{\begin{bmatrix} k_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_n} X_0(t-t_i) \dots (5.3.4)$$

där alltså  $x_0(t-t_i) = (T_7^i)_7(t) - \frac{4}{5}T_r - \frac{1}{5}T_{40}$

eller styrvariabeln  $u(t-t_i) = T_7(t-t_i) - \frac{4}{5}T_r - \frac{1}{5}T_{40}$

För utloppstemperaturen vid tiden  $t$  från radiatoren på våning  $i$  erhålles:

$$(T_2^i)_m(t) = X_n(t-t_i) + \frac{4}{5}T_r + \frac{1}{5}T_{40} \dots (5.3.5)$$

eller i matrisform:

$$\underbrace{(T_2^i)_m(t) - \frac{4}{5}T_r - \frac{1}{5}T_{40}}_{y(t)} = \underbrace{[0, 0, \dots, 0, 1]}_{D_n} \bar{X}(t-t_i)$$

Matrisekvationerna (5.3.4) och (5.3.5) kan alltså skrivas på standardform för ett lineärt tidsinvariant system:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{X}(t-t_i)}{dt} = A_n \bar{X}(t-t_i) + B_n u(t-t_i) \dots (5.3.4) \\ y(t) = D_n \bar{X}(t-t_i) \dots (5.3.5) \end{array} \right.$$

där  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $D_n$ ,  $y$  och  $u$  definieras enligt tidigare ekvationer.

Insättes tillståndsvektorn i ekv. (5.3.7) erhålles:

$$u(t) = \alpha(t) T_0 + \frac{1-\alpha(t)}{P} \sum_{i=1}^P D_n \bar{X}(t-t_{\text{rad}}-2t_i)$$

vilket med (3.5.4) ger radiatortemperaturen på våning  $q$  vid tiden  $t+t_q$ :

$$\frac{d\bar{X}(t)}{dt} = A_n \bar{X}(t) + B_n \alpha(t) T_0 + \frac{1-\alpha(t)}{P} \sum_{i=1}^P B_n D_n \bar{X}(t-t_{\text{rad}}-2t_i)$$

ekv. (5.3.6).

Enligt kap. 2.2.3 gäller:

$$t_i = M + \frac{i}{2} \quad t_{\text{rad}} = N$$

Dessa uttryck insättes i (3.5.6):

$$\dot{\bar{X}}(t) = A_n \bar{X}(t) + B_n \alpha(t) T_0 + \frac{1-\alpha(t)}{P} \sum_{i=1}^P B_n D_n \bar{X}(t-N-2M-i)$$

Fördelen med de dimensionslösa strömningstiderna är nu uppenbar då summationsindex ingår explicit i varje term i stället för en indicerad tid.

Ekvation (5.3.6) har då lösningen:

$$\begin{aligned} X(t) = & e^{A_n t} X(0) + \int_0^t e^{A_n(t-s)} B_n \alpha(s) T_0 ds + \\ & + \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \int_0^t e^{A_n(t-s)} [1 - \alpha(s)] B_n D_n X(s - N - 2M - i) ds \end{aligned}$$

eller:

$$\begin{aligned} X(t+1) = & e^{A_n} X(t) + \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} B_n T_0 \alpha(s) ds + \\ & + \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} [1 - \alpha(s)] B_n D_n X(s - N - 2M - i) ds \end{aligned}$$

ekv. (5.3.7)

Denna ekvation kan för större värden på  $n$  och  $p$  svårtigen lösas manuellt. I kap. 6 beskrives ett FORTRAN-program för maskinell iterering av  $X$ .

# 6. Datamaskinberäkning av radiatortemperaturer

## 6.1 Systematisering av temperaturekvationerna

Enligt ekr. (5.3.7) gäller:

$$\bar{X}(t+1) = e^{A_n} \bar{X}(t) + T_0 \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} B_n \alpha(s) ds +$$

$$+ \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} B_n D_n \bar{X}(s-N-2M-i) [1-\alpha(s)] ds$$

där  $A_n = \begin{bmatrix} -b_n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ k_n - b_n & 0 & & & \\ 0 & k_n - b_n & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & k_n - b_n & \end{bmatrix}$   $B_n = \begin{bmatrix} k_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$

$$B_n D_n = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & k_n \\ \vdots & & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} B_n \alpha(s) ds = \int_0^1 e^{A_n(1-s)} B_n \alpha(t+s) ds =$$

$$= [\text{om } \alpha = \alpha(t) \text{ är konstant i intervallet}] = \alpha(t) \int_0^1 e^{A_n s} B_n ds =$$

$$= \alpha(t) A_n^{-1} (e^{A_n} - 1) B_n$$

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t+1} e^{A_n(t+1-s)} B_n D_n \underline{X}(s-N-2M-i) [1-\alpha(s)] ds = \\
& = \left[ \text{om } \alpha = \alpha(t) \text{ konstant i intervallet} \right] = \\
& = [1-\alpha(t)] \int_0^1 e^{A_n s} B_n D_n \underline{X}(t+1-s-N-2M-i) ds \approx \\
& \approx \frac{1-\alpha(t)}{2} \left[ e^{A_n} B_n D_n \underline{X}(t-N-2M-i) + B_n D_n \underline{X}(t+1-N-2M-i) \right]
\end{aligned}$$

Insättes dessa uttryck i (5.3.7) erhålles:

$$\begin{aligned}
\underline{X}(t+1) &= \underbrace{e^{A_n}}_{\Phi} \underline{X}(t) + \alpha(t) \underbrace{T_0 A_n^{-1} (e^{A_n} - 1) B_n}_{T} + \\
&+ \frac{1-\alpha(t)}{2p} \sum_{i=1}^p e^{A_n} B_n D_n \underline{X}(t-N-2M-i) + \\
&+ \frac{1-\alpha(t)}{2p} \sum_{i=1}^p B_n D_n \underline{X}(t+1-N-2M-i) \\
\underline{X}(t+1) &= \Phi \underline{X}(t) + \alpha(t) T + [1-\alpha(t)] \sum_{i=1}^{p+1} \Gamma_i \underline{X}(t-k_0+i)
\end{aligned}$$

(ekv. 6.1.1)

där:

$$\Phi = e^{A_n}$$

$$T = T_0 A_n^{-1} (e^{A_n} - 1) B_n$$

$$\Gamma_{p+1} = \frac{1}{2p} B_n D_n$$

$$\Gamma_2, \Gamma_3, \dots, \Gamma_p = \frac{1}{2p} (I + e^{A_n}) B_n D_n = \Gamma_1 + \Gamma_{p+1}$$

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2p} e^{A_n} B_n D_n$$

$$K_0 = N + 2M + p + 1$$


---

Ekv. (6.1.7) kan alltså användas för beräkning av temperaturen i radiatoren på våning  $q$  vid tiden  $t + \Delta t_q + 1$  om  $X(t), X(t-1), \dots, X(t - N - 2M - p)$  är kända.

I kap. 6.2 beskrives ett FORTRAN-program som utför ovanstående iteration.



## 6.2 Programmet RADTMP

Programmet består väsentligen av 4 delar:

1. INITIAL CONDITIONS som läser in initialvärdena och skriver ut tabell huvud.

$$\underline{BN} \text{ motsvarar } b_n = \frac{nac + q_1}{C_3 + C_4}$$

$$\underline{FN} \text{ motsvarar } k_n = \frac{nac}{C_3 + C_4}$$

TO är grovshunttemperaturen  $T_0$

XO är ett begynnelsevärde för radiatortemperaturer som tilldelas samtliga radiatordelar för att iterationen skall kunna börja. Innan variation av ALFA ( $= \alpha$ ) påbörjas bör iterationen få pågå ett tag för att lämpliga stationära värden skall tilldelas radiatordelarna.

XO bestämmer också graderingen av det diagram som i avdelning 4 skrives ut av subroutine RADPLOT.  $XO-20$  har satts som undre gräns och  $XO+5$  som övre gräns. XO bör alltså tilldelas ett väl avrundat värde i närheten av kurvans max. temp. Om de plottade värdena skulle falla utanför ( $XO-20, XO+5$ ) kommer dessa nya extremvärden att istället bestämma graderingen.

P är antalet radiatorer ( $p$ ) i systemet

IQ är en konstant som bestämmer intervallet mellan de värden som skrivs ut och plottas. IQ ges lämpligen ett värde så att produkten  $IQ \cdot \tau_{medel}$  blir ett jämnt tidsintervall. Om t.ex  $\tau_{medel} = 18$  s och  $IQ = 10 \Rightarrow$  punkter med 3 min. avstånd skrivs ut.

KO motsvarar  $k_0 = N + 2M + p + 1$

N motsvarar  $n =$  antalet radiatordelar som varje radiator delas upp i.  $N$  begränsas av DIMENSION-satsen till  $\leq 20$  och kan inte utan vidare ökas eftersom subrutinerna har denna begränsning.

ALFA1 motsvarar  $\alpha_1$

ALFA2 motsvarar  $\alpha_2$

IT1, IT2, IT3.. etc. är värden på iterationsvariabeln IT då  $\alpha$  byter värde. Då IT uppnår värdet IT1 övergår variabeln ALFA t.ex från värdet ALFA1 till ALFA2.

ITMAX anger när iterationen skall avbrytas.

TR motsvarar  $t_r =$  rumstemperaturen

T40 motsvarar  $t_{40} =$  den temperatur kring vilken radiator-effekten lineariserats.

## 2. COMPUTATION OF MATRICES som

beräknar matriserna  $A_n$ ,  $e^{A_n}$ ,  $A_n^{-1}$ ,  $\Gamma_i$ ,  $T$

## 3. ITERATION OF DIFFERENCE EQUATIONS

som med iterationsvariabeln  $IT$  itererar eku. (6.2.1) och skriver ut motsvarande värden på  $IT$ ,  $X_1$ ,  $X_{\frac{n}{2}}$  och  $X_n$  i fyra kolumner. Om  $n$  är udda avser  $n/2$  det till närmaste heltal höjda värdet.

Efterhand som radiatortemperaturerna  $X(IT)$  skrivs ut slaskas  $X(IT - K_0)$  ur minnet för att spara utrymme.  $X_{\frac{n}{2}}(IT)$  fylls dock på i matrisen  $AP$  för att plottning skall kunna utföras.

## 4. PLOTTING OF RADIATOR TEMPERATURE

som plottar de 99 första värdena på  $X_{\frac{n}{2}}(IT)$  mot  $IT$ . Skall längre förlopp plottas kan  $10$  väljas stort så att  $X_{\frac{n}{2}}$  beräknas med stora intervall.

Man kan ev. också först beräkna en lämplig stationärtemperatur  $X_0$  för att minska det nödvändiga "inkörningsintervallet".

28/05-69

PROGRAM RADTMP

AUTHOR B EKENGREN 1969

THE PROGRAM COMPUTES RADIATOR TEMPERATURES OF ANY RADIATOR IN A SYSTEM WITH F RADIATORS ON EQUIDISTANT LEVELS,

INITIAL CCNDITIONS

DIMENSION X(30,20), FI(20,20), GAM(3,20,20), TAO(20), A(20,20), \* B(20), C(20,20), AP(101), Z(101)

100 READ 100, BN, FN, TO, XO, P, IQ, KO, N, ALFA1, ALFA2
100 FORMAT ( 4F10,6, F5.0, 3I5, 2F10,5)
101 READ 101, IT1, IT2, IT3, IT4, IT5, IT6, IT7, IT8, IT9, ITMAX
101 FORMAT ( 10I6)
102 READ 102, TR, T40
102 FORMAT ( 2F10,6 )

200 PRINT 200, N, P, TO, ALFA1, ALFA2
200 FORMAT(1H1, 10H N = , I5, 10H P = , F5.0, 10H TO = ,
\* F5,2 / 11X, 10HALFA1 = , F5,3, 10HALFA2 = , F5-3)
201 PRINT 201
201 FORMAT ( 53H T2 - 1 T2 = N05 T2 - N)
300 FORMAT (21X, I10, 10X, F10,4, 5X, F10,4, 5X, F10,4)
400 FORMAT (1X, 16HINVERSION FAILED)

COMPUTATION OF MATRIXES

TSTAT = 0,8\* TR + 0,2 \* T40
TO = TO - TSTAT
XO = XO - TSTAT
DO 10 I = 1,N
DO 10 J = 1,N
C(I,J) = 0,0
10 A (I,J) = 0,0
DO 11 I = 1,N
C(I,I) = -BN
11 A (I,I) = -BN
DO 12 I = 2,N
L = I - 1
C(I,L) = FN
12 A (I,L) = FN
NOTRACE = 1
CALL MEXP7T (A, FI, N, 20, NOTRACE)
DO 15 I = 1,3
DO 15 J = 1,N
DO 15 K = 1,N
15 GAM (I,J,K) = 0,0
RI = FN / (P\*2,)
GAM (1,1,N) = RI
DO 16 J = 1,N
GAM (3,1,J) = RI \* FI(N,J)
16 GAM (2,1,J) = GAM (1,1,J) + GAM (3,1,J)
CALL GJRV (C, N, 1,E-8, IERR, 20)
IF (IERR + 1) 18, 17, 18
17 PRINT 400

28/05-69

```

GO TO 45
18 FI(1,1) = FI(1,1) - 1.
DO 19 I = 1,N
19 B(I) = FN * TO * FI(I,1)
   FI(1,1)=FI(1,1)+1.
DO 13 I = 1,N
   TAO(I) = 0.0
DO 13 J = 1,N
13 TAO(I) = TAO(I) + C(I,J) * B(J)

```

## ITERATION OF DIFFERENCE EQUATIONS

```

DO 30 I = 1,KO
DO 30 J = 1,N
30 X(I,J) = X0
   IT = 0
   NP = P
   K1 = NP + 1
   KF = KO - 1
   NX = 0.
31 DO 37 J = 1,N
   R = 0.0
   DO 32 K = 1,N
32 R = R + FI(J,K) * X(KF,K)
   RA = 0.0
   DO 34 L = 1,N
   DO 33 K = 2,NP
   RB = 0.0
33 RB = RB + X(K,L)
   RA = RA + GAM(2,J,L) * RB
   RA = RA + GAM(1,J,L) * X(K1,L)
34 RA = RA + GAM(3,J,L) * X(1,L)
   IF ( IT .LT. IT1 ) GO TO 35
   IF ( IT .LT. IT2 ) GO TO 36
   IF ( IT .LT. IT3 ) GO TO 35
   IF ( IT .LT. IT4 ) GO TO 36
   IF ( IT .LT. IT5 ) GO TO 35
   IF ( IT .LT. IT6 ) GO TO 36
   IF ( IT .LT. IT7 ) GO TO 35
   IF ( IT .LT. IT8 ) GO TO 36
   IF ( IT .LT. IT9 ) GO TO 35
35 ALFA = ALFA1
   GO TO 37
36 ALFA = ALFA2
   GO TO 37
37 X(KO,J) = R + ALFA * TAO(J) + (1. - ALFA) * RA + TSTAT
   IZ = MOD (IT,IQ)
   NO5 = N - N/2
   IF ( IZ,EQ,0 ) PRINT 300, IT, X(KO,1), X(KO,NO5), X(KO,N)
   IF ( NX,EQ,99 ) GO TO 39
   IF ( IZ,EQ,0 ) NX = IT/IQ + 1
   IF ( IZ,EQ,0 ) AP(NX) = X(KO,NO5)
   IF ( IZ,EQ,0 ) Z(NX) = IT
39 CONTINUE
DO 51 J = 1,N
51 X ( KO, J ) = X ( KO, J ) - TSTAT

```

28/05-69

```

DO 38 K = 2,KO
DO 38 J = 1,N
38 X(K-1,J) = X(K,J)
IT = IT + 1
IF (IT - ITMAX) 31, 40, 40

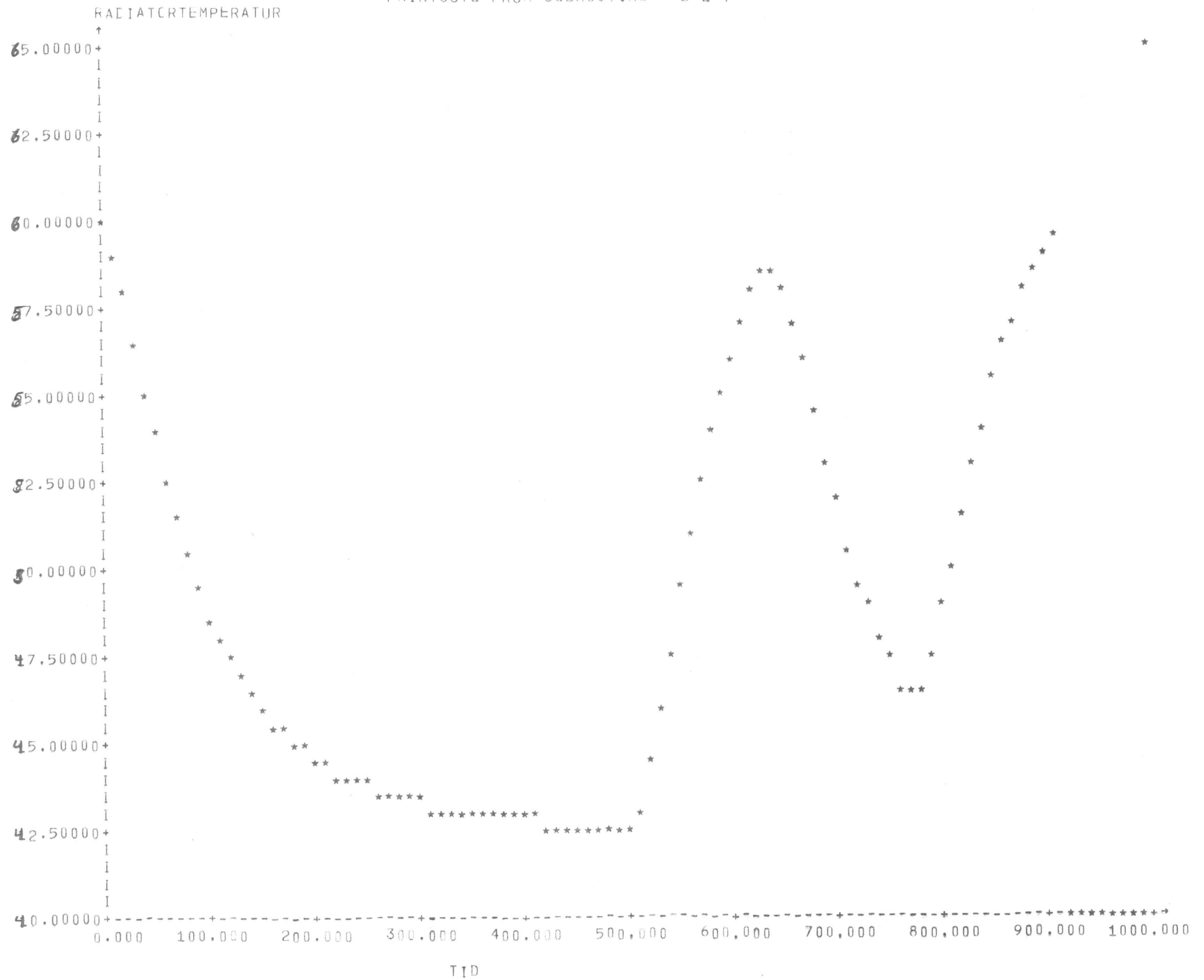
```

C  
C

```

PLOTTING OF RADIATOR TEMPERATURE BY SUBROUTINE RADPLOT
40 NX = NX + 1
41 DO 42 IX = NX, 100
Z(IX) = FLOAT ( 10 * IX - 10)
42 AP(IX) = X0 - 20. + TSTAT
AP(101) = X0 + 5. + TSTAT
Z(101) = 1000.
44 CALL RADPLOT (Z, AP, 101,101, 3HTID, 3, 18HRDIATORTEMPERATUR, 18)
45 CALL EXIT
END

```



Exempel på utskrift av radiatortemperaturen  
 plottad mot tidsavel. Tidsenheten är densamma  
 som används vid de dimensionslösa tidsenheterna  
 och motsvarar i ovanst. diagram 18 sekunder/tidsenhet.

## 7. Resultat från simuleringar

### 7.1 Stegsvår vid olika värden på $n$

Diagram 7.1.1 visar utströmningstemperaturen från en radiator då  $\alpha$  vid  $\tau=0$  ändras från 0.91 till 0.32 för  $n=1, 2, 4, 8, 20$

Diagram 7.1.2 visar temperaturen mitt i radiatoren då  $\alpha$  vid  $\tau=0$  ändras från 0.91 till 0.32

Diagram 7.1.3 visar inloppstemperaturen till radiatoren approximerad med  $(T_2)_7$ , då  $n=20$ , temperaturen mitt i radiatoren, approximerad med  $(T_2)_{10}$  då  $n=20$  och utloppstemperaturen från radiatoren approximerad med  $(T_2)_{20}$ , då  $\alpha$  vid  $\tau=0$  ändras från 0.91 till 0.32.

Vid samtliga simuleringar har grovshunttemperaturen satts till  $69^\circ\text{C}$  och rumstemperaturen till  $22^\circ\text{C}$

Antalet radiatorer ingående i systemet har varit = 8.



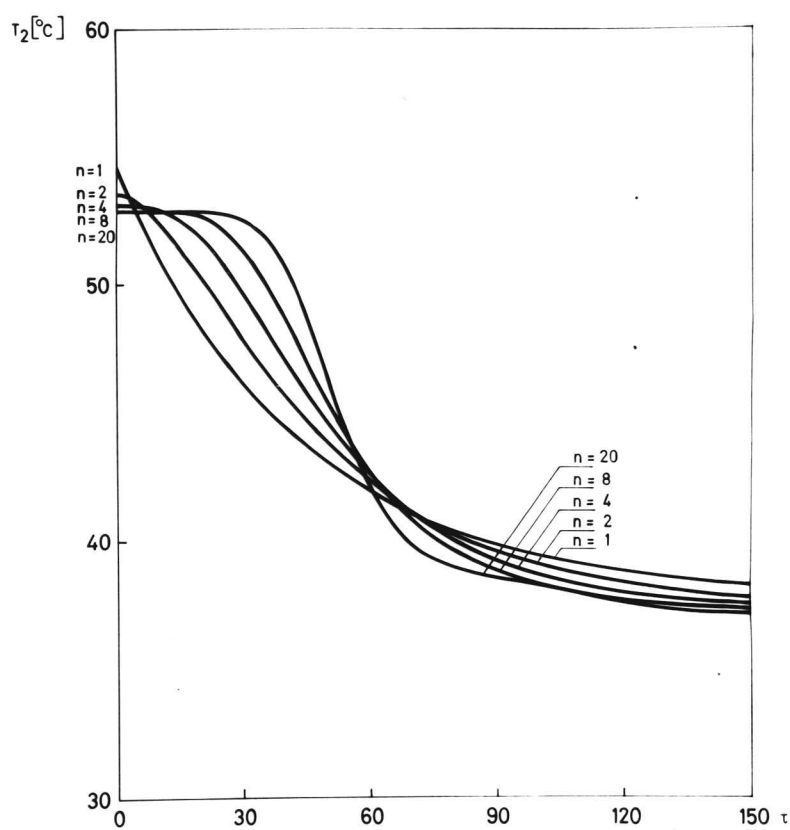


Diagram 7.1.1. Uttemperaturen ( $T_2$ ) från radiatorm då  $\alpha$  vid tiden 0 minskas från 0.91 till 0.32

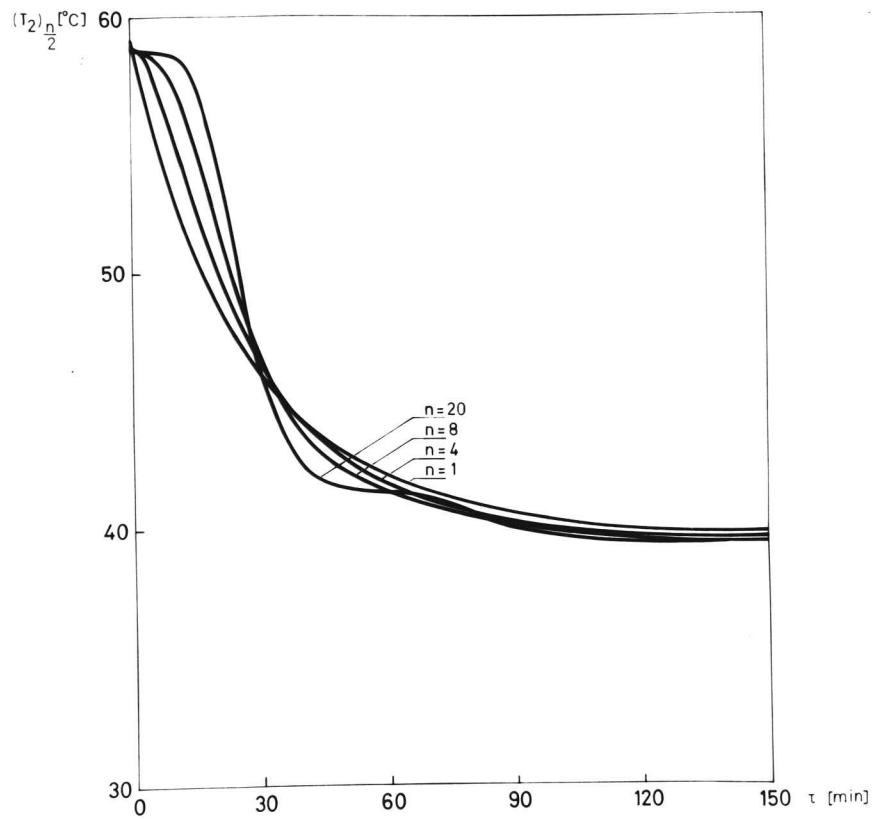


Diagram 7.1.2. Temperatur mitt i radiatorn då  $\alpha$  vid tiden 0 minskas från 0.91 till 0.32

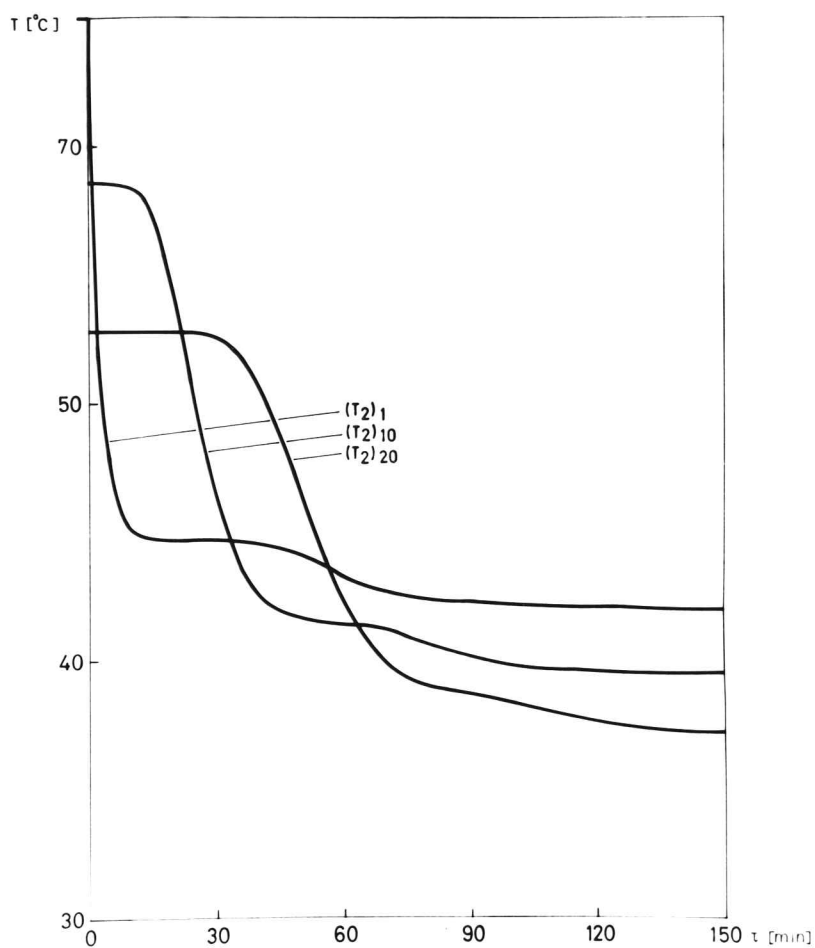


Diagram 7.1.3. Inloppstemperatur  $(T_2)_1$ ,  
 radiatortemperatur  $(T_2)_{10}$  och  
 utloppstemperatur  $(T_2)_{20}$  då  
 $\alpha$  vid tiden 0 minskas från 0.91 till 0.32

## 7.2. Dynamik vid variation av $\alpha$ med långa intervall. Jämförelse med försöksresultat

Diagram 7.2.1 visar utströmningstemperaturer från en radiator då  $\alpha$  varieras med 40 minuters intervall mellan 0.91 och 0.32.

Diagrammet visar  $T_2$  då  $n = 1, 2, 4, 8, 20$

Diagram 7.2.2 visar temperaturen mitt i radiatoren då  $\alpha$  varieras mellan 0.91 och 0.32 med 40 minuters intervall. då  $n = 2, 4, 8, 20$

Diagram 7.2.3 visar  $(T_2)_1$ ,  $(T_2)_2$  och  $(T_2)_3$  då radiatoren approximerats med 3 lika delar ( $n=3$ )  $\alpha$  varieras mellan 0.91 och 0.32 med 40 minuters intervall. I diagrammet har också experimentella värden (1) inprickats. Härvid måste hänsyn tas till att programmet beräknar temperaturer vid en tidpunkt som motsvarar en radiator i omedelbar anslutning till shuntventilen. Kurvorna skall alltså förskjutas motsvarande strömningstiden till den avsedda våningen vilket har utförts vid inprickningen

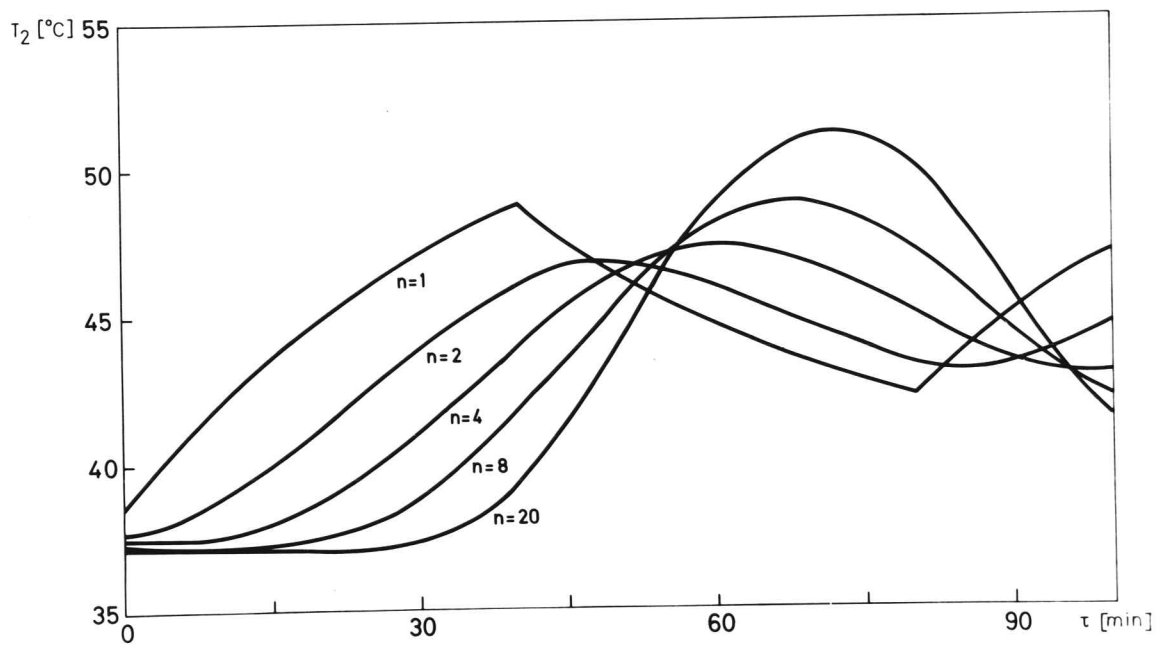


Diagram 7.2.1. Utloppstemperaturen från radiatorn då  $\alpha$  varieras mellan 0.32 och 0.91 med 40 min intervall

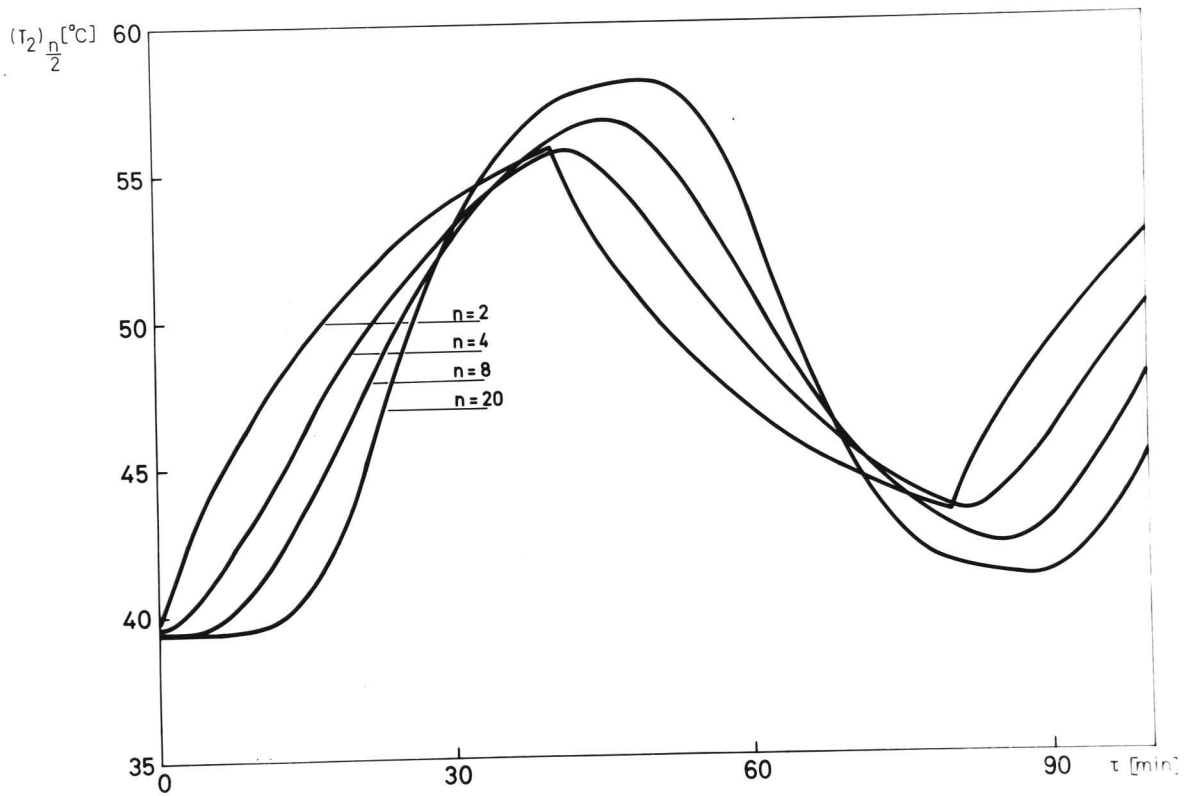


Diagram 7.2.2. Temperaturen mitt i radiatorn då  $\alpha$  varieras mellan 0.32 och 0.91 med 40 min intervall

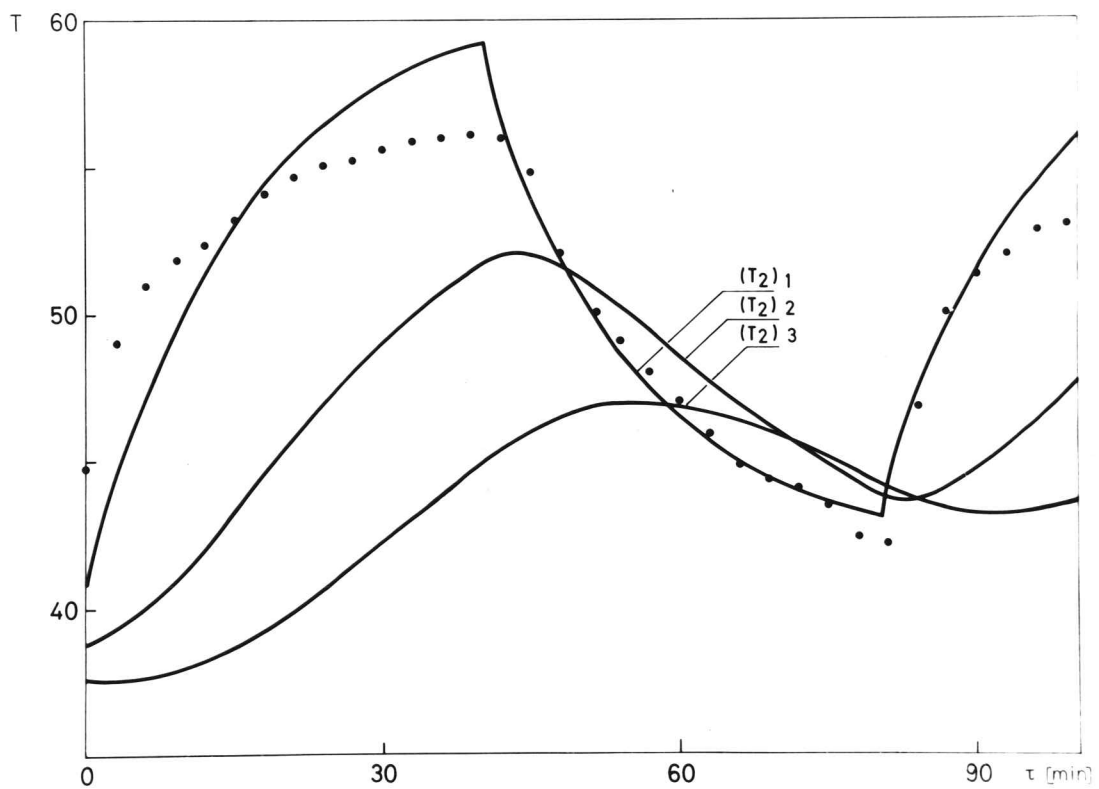


Diagram 7.2.3. Temperaturer i en radiator som approximerats med 3 identiska delar då  $\alpha$  varieras mellan 0.32 och 0.91 med 40 min intervall.

Punkterna avser experimentella värden uppmätta på våning 5 i ett 8-våningssystem.

### 7.3 Dynamik vid variation av $\alpha$ med korta intervall. Jämförelse med försöksresultat.

Diagram 7.3.1 visar utströmningstemperaturer från en radiator då  $\alpha$  varierar mellan 0.91 och 0.32 enligt ett fastställt schema

Diagramet visar  $T_2(\tau)$  för  $n = 1, 2, 4, 8, 20$

Diagram 7.3.2 visar temperaturen mitt i radiatorn då  $\alpha$  varierar efter ovanstående schema för  $n = 2, 4, 8, 20$ .

Diagram 7.3.3 visar  $(T_2)_1$ ,  $(T_2)_2$  och  $(T_2)_3$  för en radiator approximerad med 3 delar ( $n=3$ ) I diagrammet har också motsvarande experimentellt bestämda värden inprickats som jämförelse

Diagram 7.3.4 visar  $(T_2)_1$  då  $n = 1, 2, 3, 4, 8, 20$

Dessa kurvor motsvarar alltså olika mätpunkter på radiatorn från utströmningstemperatur till  $1/20$  från inloppet.

Som jämförelse har motsvarande experimentellt bestämda radiatorer temperatur inprickats. Den är uppmätt mitt på radiatorn.



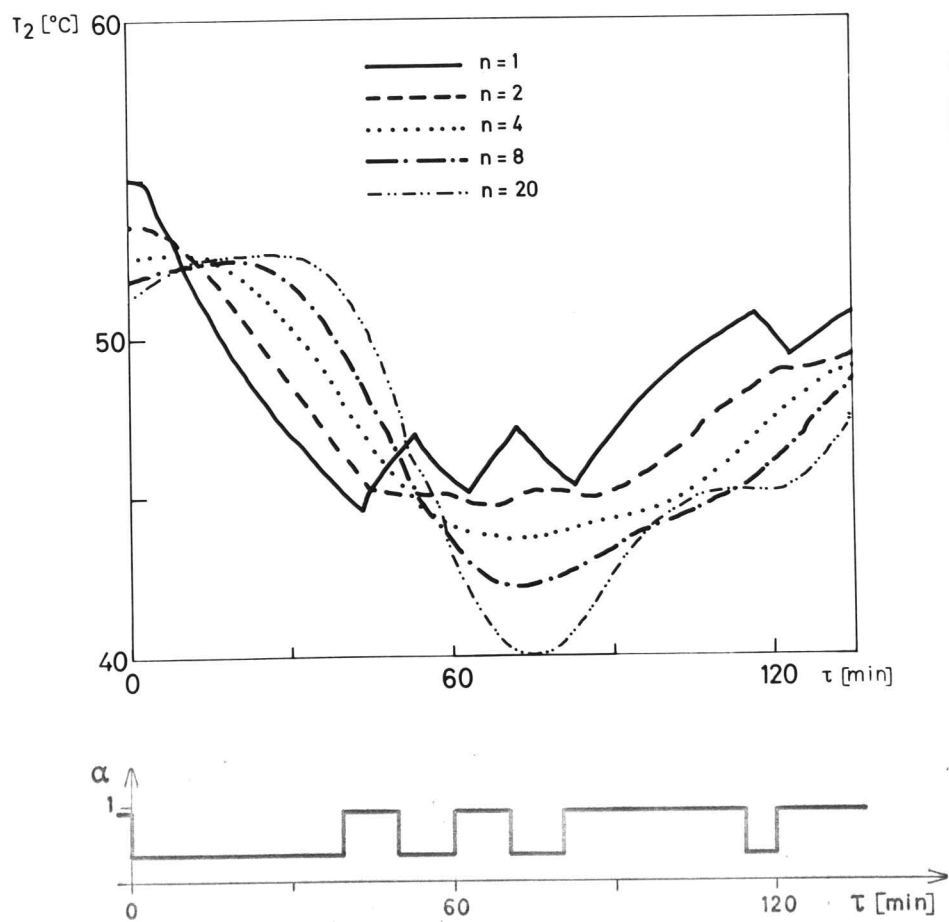


Diagram 7.3.1. Utloppstemperaturer från radiatorn då  $\alpha$  varieras mellan 0.91 och 0.32

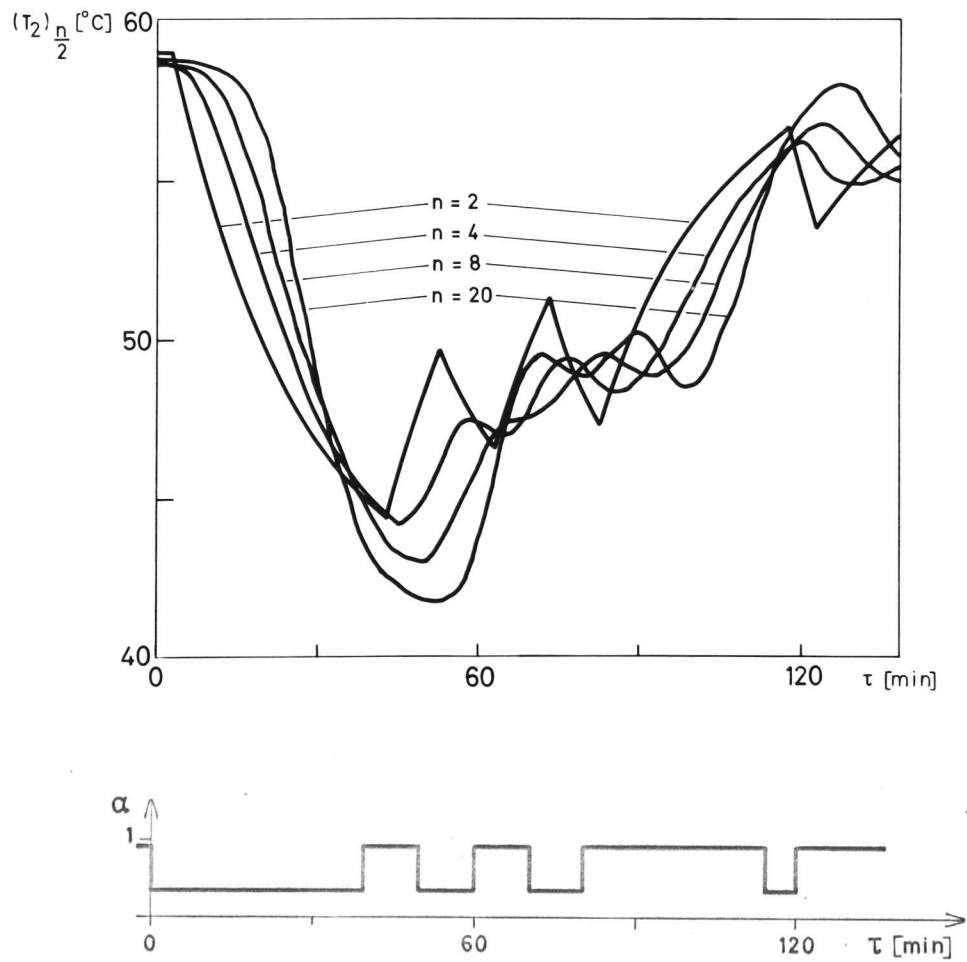


Diagram 7.3.2. Temperaturen mitt i radiatorn då  $\alpha$  varieras mellan 0.91 och 0.32 enligt nedanstående schema

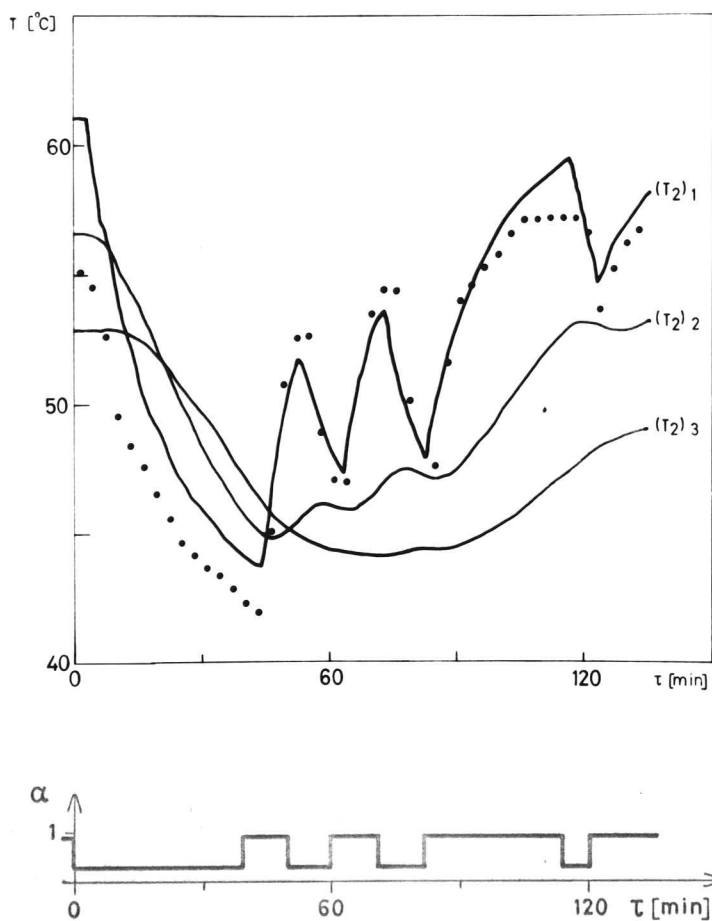


Diagram 7.3.3. Temperaturen i en radiator som approximerats med 3 identiska delar då  $\alpha$  varieras enligt inritat schema.

Punkterna avser experimentella värden uppmätta på 5:e våningen i ett 8-våningshus.

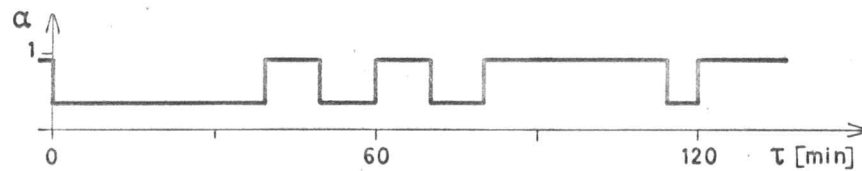
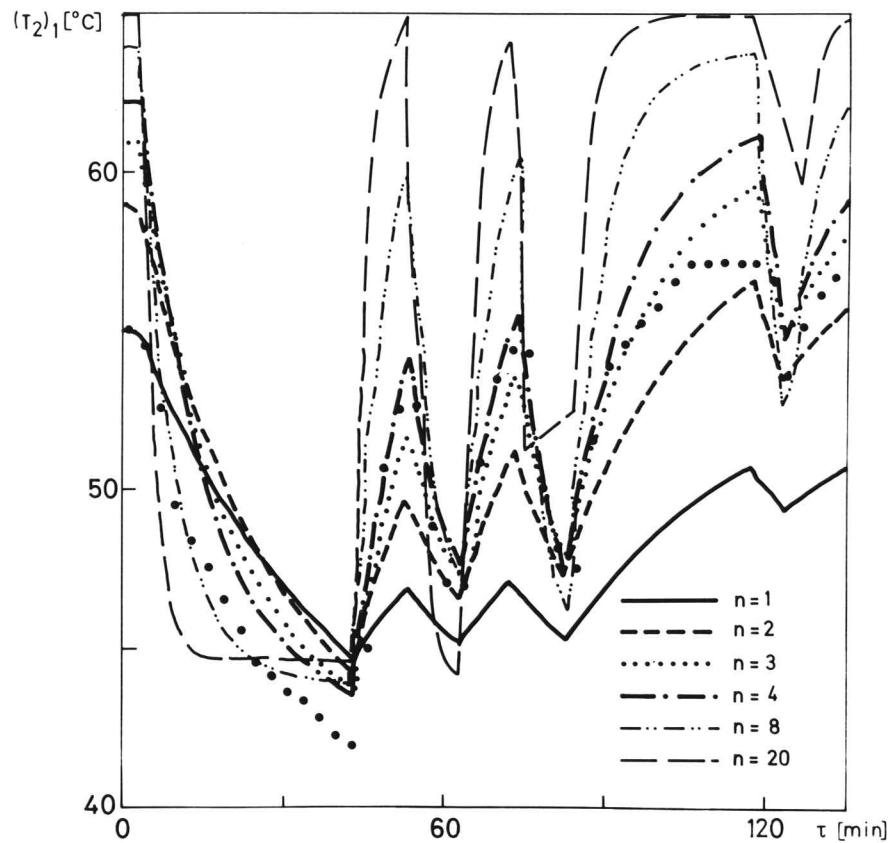


Diagram 7.3.4. Utloppstemperaturen från första radiatordelen då  $n = 1, 2, 3, 4, 8$  och  $20$ .

Punkterna avser experimentellt uppmätta temperaturer mitt i radiatorn.

#### 7.4 Variation av $\alpha$ mellan 0.92 och 0.66

En mätserie med halv amplitud jämfört med de tidigare redovisade företogs också av Nord-Rosengren.<sup>(1)</sup> Systemet borde i detta fall bättre motsvara den teoretiska modellen enligt i kap. 2.3 anförda resonemang.

Tyvärr har de resultat som erhöles från dessa mätningar inte kunnat jämföras med de tidigare då försöksbetingelserna uppenbarligen ändrats, men inga exakta uppgifter om dessa varit tillgängliga.

Den simulering med ändrade  $\alpha$ -värden som gjordes ansluter sig väl till tidigare redovisade kurvor men redovisas ej, då ingen jämförelse med experiment kan genomföras och då inget nytt framkommer av enbart kurvorna.

## 7.5 Diskussion av simuleringsresultaten

Av kurvorna över stegsvar kan bland annat utläsas att de stationära värdena för radiatorns temperaturer inte påverkas nämnvärt av antalet delar som radiatören delats upp i. Programmet kan användas för att bestämma stationära temperaturer genom att låta  $\alpha$  vara konstant en längre tidsperiod. Genom att använda  $n=20$  borde en god uppfattning om radiatortemperaturen på olika ställen kunna erhållas.

Diagram 7.1.3 visar att även om strömningstider genom radiatören försummas ger värmekapacitetens fördröjningar så att utloppstemperaturen påverkas först efter c:a en halv timme. I kap. 4 har visats att denna trappstegseffekt uppträder då  $n \rightarrow \infty$ , men den är alltså fullt märbar även då  $n=20$ . Som tidigare framhållits är denna uppdelning i ett stort antal från varandra värmesolerade delar orimlig, speciellt som den här betraktade radiatören har tre horisontella slingor ovan för varandra genom vilka vattnet strömmar.

Värmeledningen mellan del 1 och del  $n$  är säkerligen mycket god.

Det är emellertid uppenbart att tidskonstanterna är starkt beroende av vilken del av radiatören som betraktas

Diagrammen i kap. 7.2. förstärker intrycket att orimliga resultat erhålles vid för stora  $n$ -värden vad beträffar dynamiken. Diagram 7.2.3 visar att  $n=3$  kan vara rimligt för den aktuella radiatorn (vilket ju också har en viss fysikalisk motsvarighet i de tre rörslingorna. Detta diagram visar också att temperaturen efter  $1/3$  stämmer bättre med experimentella resultat än t.ex. temperaturen mitt i radiatorn enligt simuleringar för  $n=2$  eller  $n=4$ .

(att  $(T_2)_7$  för  $n=3$  stämmer så dåligt före  $\tilde{\tau}=0$  beror på att de experimentella värdena härrör från en längre försöksserie och alltså inte ansluter sig till de stationära värden för  $\tilde{\tau} < 0$  som simuleringen förutsätter. För  $\tilde{\tau} > 0$  är emellertid överensstämmelsen anmärkningsvärt bra.)

Diagram 7.3.1 (t.ex) visar återigen hur valet av  $n$  påverkar den uppfattning som erhålles om dynamiken vid snabba förändringar

Diagram 7.3.4 ger med ovanstående reservation en uppfattning om dynamiken i radiatorns olika delar.

Det visar att synnerligen stora temperatursteg i inloppstemperaturen erfordras om man vill snabbt styra temperaturen i radiatorns centrala och bortre delar från inloppet räknat.

Beträffande jämförelsen med experimentella värden i diagram 7.3.3 gäller liksom tidigare att simuleringen förutsätter stationärt tillstånd för  $\bar{U} < 0$  medan de experimentella värdena härrör sig från en längre mätserie vilket förklarar diskrepansen i början.

Liksom tidigare motsvarar mätvärdena en punkt framför mitten på radiatorm. Detta kan förklaras genom att radiatorns centrum är svårt att bestämma och att värmeledning i godset ger snabbare uppvärmning av denna mät punkt än den idealiserade modellen.

Eftersom värmeavgivningen beror av temperaturskillnaden och inte är konstant för de olika radiator-delarna är dessutom temperaturfallet i stationärt tillstånd inte lineärt utan den s.k. logaritmiska medeltemperaturen bör användas.

"Temperaturcentrum" ligger således framför "strömningscentrum".

Vid de hittills gjorda jämförelserna har inga försök gjorts att anpassa temperaturnivåerna för teoretiska och experimentella bestämmingar till varandra. Synnerligen grova uppskattningar av värmekapaciteter och värmeövergångstal har gjorts utan snedblickar på mätvärdena. Trots



detta har som synes överensstämmelsen vad beträffar temperaturnivån blivit tillfredsställande.

Om mätserier finns att tillgå kan emellertid en anpassning av inlästa data göras så att bättre överensstämmelse erhålles. Någon tid att utföra detta i föreliggande arbete fanns tyvärr inte, men genom att förflytta temperaturaxelns nollpunkt på en redan utförd simulering erhålles en uppfattning om vilka resultat som kan erhållas:

Diagram 7.5 visar  $(T_2)_n$  för  $n=4$  med temperaturaxelns nollpunkt förskjuten  $1.5^\circ\text{C}$  jämförd med mätserien.

Överensstämmelsen är som synes mycket god.

Den avvikelse vid  $\tau \approx 100$  min som noteras kan dock ej tillfredsställande förklaras.

Analys av mätserierna (1) utförd av ass. A. Jonsson och L-M Ström vid inst. för reglerteknik visar att systemet kan beskrivas som huvudsakligen av andra ordningen vilket inte den modell som här beskrivits ger. Det aktuella rörsystemet har emellertid vissa avsevärda avvikelser från modellen. Framhållas kan t.ex. det varmluftsaggregat till vilket betydande vattenmängder avlämnas vid våren och vars dynamik inte medtagits i modellen, samt att mätserierna visar att regulatorn ingalunda



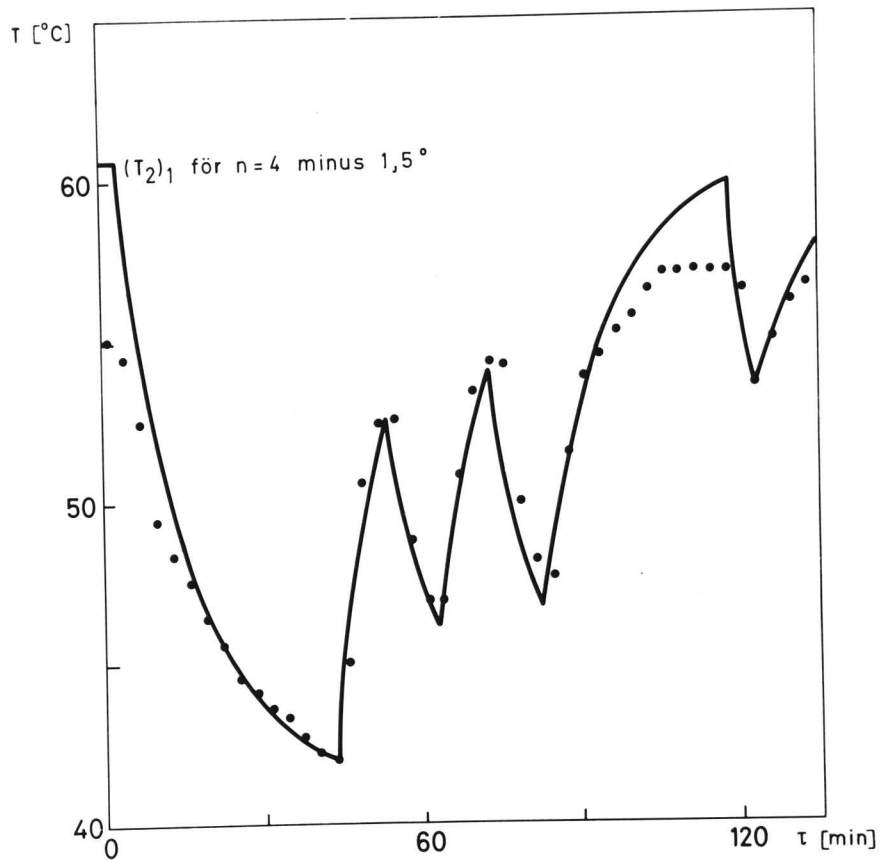


Diagram 7.5. Anpassning av  $(T_2)_1$  för  $n = 4$  till experimentella värden.

## 8 Rumsuppvärmning

### 8.1 Värmebalans för rum med fönster

En utförlig beskrivning av olika modeller och metoder för beräkning av värmeflöden och temperaturer redovisas i en arbetsrapport vid institutionen för Byggnadskonstruktionslära, LTH: "Värmebalans vid rum och byggnader" av Bo Adamsson. (7)

Rapporten behandlar huvudsakligen problemen rörande solinstrålning. För analytisk beräkning av rumstemperaturer användes nedanstående modell. För utförligare presentation hänvisas till originalarbetet:

Rummets väggar och tak har sammanförts till en enda massa bestående av en ytdel utan värmetröghet som via ett värmemotstånd är kopplad till en inre del i vilken hela värmetrögheten samlats. Rummet har värmeutbyte med uteluften och med en korridor (se fig. 8.1) Värme tillföres via strålning och konvektion.

Index  $p$  anger en viss byggnadsdel (väggar, bjälklag)  
 Motsvarande variabler utan index anger en summa över  
 $P$ .

Beteckningar: (i vissa fall avvikande från Adamsson)

Transmissionsförluster genom ytteryta:	$T_u$	[W/°C]
Transmissionsförluster genom korridorvägg:	$T_k$	[W/°C]
Ventilationsförluster:	$V$	[W/°C]
Strålningsvärme tillfört rummets ytor:	$I_s$	[W]
Konvektionsvärme tillfört rumsluften:	$I_k$	[W]
Rumsluftens temperatur:	$t_r$	[°C]
Korridorluftens temperatur:	$t_k$	[°C]
Konstruktionsdelarnas yttemperatur:	$t$	[°C]
Konstruktionens masstemperatur:	$t_m$	[°C]
Uteluftens temperatur:	$t_u$	[°C]
Konvektivt värmeöverföringstal:	$h_{luft}$	[W/m <sup>2</sup> grad]
Area, konstruktionsdel $p$ :	$A_p$	[m <sup>2</sup> ]
Värmemotstånd till konstruktionsdel $p$	$R_p$	[m <sup>2</sup> grad/W]

Värmeöverföring mellan vägg-, golv- och takytor och deras inre delar: (Väggarna antages rimligt tjocka)

$$\frac{A}{R} (t - t_m) = (t - t_m) \sum_p \frac{A_p}{R_p}$$

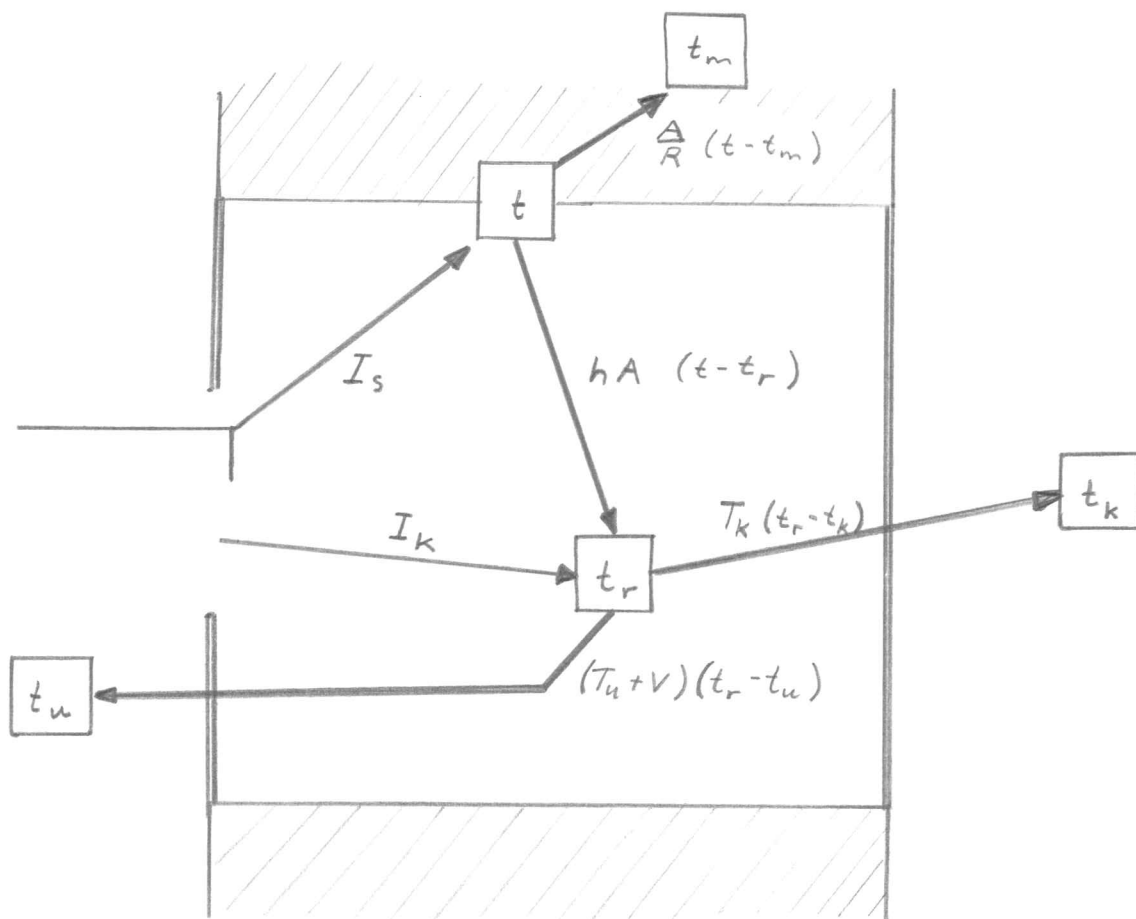
Värmeöverföring mellan konstruktionsdelarnas ytor och rumsluften:

$$h_{luft} A (t - t_r) = (t - t_r) \sum_p (h_{luft})_p A_p$$

Fig. 8.1 visar värmeflödena i systemet.

Fig. 8.1

Värmeflöden i ett rum med fönster.



Adderas flödena i fig. .1 erhålles:

$$\underline{I_s = \frac{A}{R} (t-t_m) + h_{\text{luft}} A (t-t_r) \quad \dots \quad (8.1.1)}$$

$$\underline{I_k + h_{\text{luft}} A (t-t_r) = (T_u + V)(t_r-t_u) + T_k(t_r-t_k) \quad \dots \quad (8.1.2)}$$

Sätt konstruktionsdelarnas värmekapacitet =  $C_m$

$$\Rightarrow \underline{C_m \Delta t_m = \frac{A}{R} (t-t_m) \Delta \tau \quad \dots \quad (8.1.3)}$$

där  $\Delta t_m$  är konstruktionsdelarnas temperaturökning på tiden  $\Delta \tau$ .

Då luft och betong har ungefär lika specifika värmen kan luftens värmekapacitet försummas.

Ur dessa ekvationer erhålles:

$$I_s + I_k + (T_u + V)t_u + T_k t_k = C_m \frac{\partial t_m}{\partial \tau} + (T_u + V + T_k) t_r$$

$$C_m \approx 7 \text{ [J/q.grad]} \quad (\text{betong})$$

$$T_u \approx 10 \text{ [W/q.grad]} \quad (\text{enl. Adamsson})$$

$$T_k \approx 25 \text{ [W/q.grad]} \quad (\text{enl. Adamsson})$$

$$V \approx 28 \text{ [W/q.grad]} \quad (\text{ventilation av } 75 \text{ m}^2 \text{ luft/h})$$

$$h_{\text{luft}} \approx 0,5-5 \text{ [W/m}^2 \text{ grad]} \quad (\text{enl. Adamsson})$$

$$\frac{1}{R} \approx 1-10 \text{ [W/m}^2 \text{ grad]} \quad (\text{enl. Adamsson})$$

$$I_s + I_k \approx 200-2000 \text{ W} \quad (\text{solinstrålning ger max. c:a } 700 \text{ W/m}^2 \text{ fönster och en skrivbordsarbetande person c:a } 100 \text{ W. Radiatoreffekten är för normala rum } 500-2000 \text{ W})$$

Av ovanstående storleksordningar framgår att ingen term i värmebalans ekvationerna utan vidare kan försummas. Värmeflödena växlar i storlek (och riktning) under dygnets timmar.

Ansättes  $t_u$ ,  $I_k$  och  $I_s$  som periodiska funktioner kan ekvationssystemet (8.1.1), (8.1.2) och (8.1.3) lösas allmänt. Rumstemperaturen erhålles som summan av tre principiellt skilda deltermer:

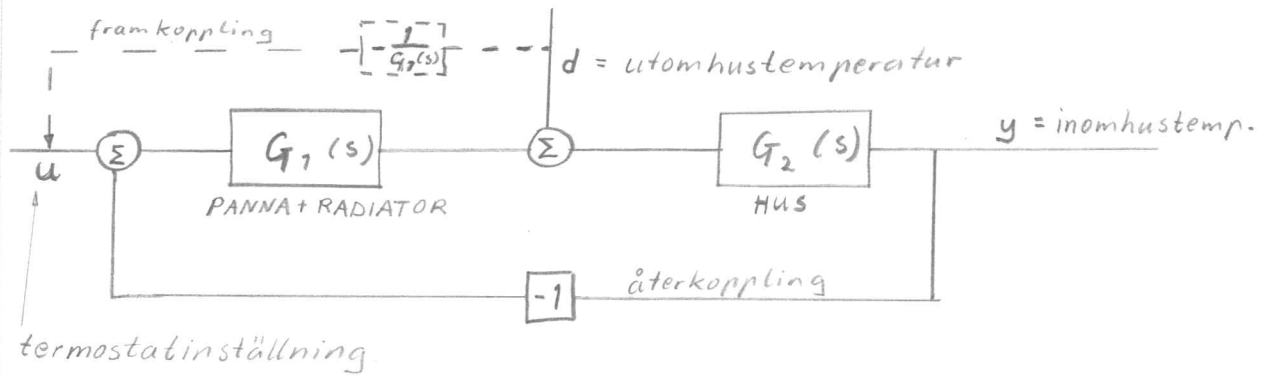
- a) en konstant term, som beror av ingående variabelers periodmedelvärden
- b) en direkt överförd svängningsdel, som är odämpad och i fas med tillförd energi
- c) en svängningsdel, som dämpas och fasförskjutes på grund av byggkonstruktionens värmetroghet.

Att direkt applicera denna modell vid konstruktion av ett system för rumstemperaturreglering synes komplicerat. Det existerar ett ALGOL-program för beräkning av rumstemperatur utgående från ovanstående modell, men detta förutsätter ingående kännedom om värme- och strålningsförhållanden eller stora generaliseringar. Solstrålning, ventilation, belysnings-effekt m.m. är så svårkontrollerade faktorer att metoden är orimlig för praktiska fall. Den kan istället användas för att beräkna maximala rumstemperaturer vid givna yttre förhållanden etc.

Om systemet idealiseras kan andra regler-system vara mindre komplicerade. Antag t.ex att endast radiator-effekt och utomhustemperatur påverkar inomhustemperaturen i ett hus. Systemet kan då beskrivas enligt fig. 8.2. Under förutsättning att överföringsfunktionen  $G_1(s)$  är exakt bestämd,



Fig 8.2 Temperaturreglersystem för hus



medför framkopplingen  $U(s) = - \frac{D(s)}{G_1(s)}$  att

inomhustemperaturen  $y$  blir oberoende av  $d$ .

Framkopplingen måste för gott resultat vara exakt, och okänslig för brus.

## 8.2 Förenklad modell för rummets värmebalans

Betrakta ett rum som huvudsakligen tillföres värme från en radiator. Radiator effekten antages vara helt konvektiv och lineär, vilket är en synnerligen grov approximation (Jfr. kap. 3.3)

Rummets konstruktionsdelar antages ha så stor värmekapacitet att deras yttemperatur är konstant. Även detta blir en grov approximation på grund av strålningens stora andel av tillförd effekt. (Jfr. kap. 8.1)

Sätt rumsluftens värmekapacitet =  $C_r$

radiatorns yta =  $A_{rad}$ , radiatorns medeltemperatur =  $t_{rad}$

radiatorns konvektiva värmeöverföringsstal till luft =  $h_{rad}$

radiator effekt  $I_k = h_{rad} A_{rad} (t_{rad} - t_r)$

Rumsluftens värmebalans ekvation kan då skrivas:

$$h_{rad} A_{rad} (t_{rad} - t_r) = h_{luft} A (t_r - t) + (T_u + V)(t_r - t_u) + C_r \frac{\partial t_r}{\partial \tau}$$

$$h_{rad} A_{rad} t_{rad} + (T_u + V)t_u + h_{luft} A t = (h_{rad} A_{rad} + h_{luft} A + T_u + V)t_r + C_r \frac{\partial t_r}{\partial \tau}$$

Stationärt erhålles:

$$t_{r0} = \frac{h_{rad} A_{rad} t_{rad0} + (T_u + V)t_u + h_{luft} A t}{h_{rad} A_{rad} + h_{luft} A + T_u + V} \quad \dots (8.2.1)$$

Laplacetransformera:

$$\frac{h_{\text{rad}} A_{\text{rad}}}{T_{\text{rad}}} T_{\text{rad}}(s) = (h_{\text{rad}} A_{\text{rad}} + h_{\text{luft}} A + T_u + V + C_r s) T_r(s)$$

$$\text{där } T_{\text{rad}}(s) = \mathcal{L} \{ t_{\text{rad}}(\tau) - t_{\text{rad}0} \}$$

$$T_r(s) = \mathcal{L} \{ t_r(\tau) - t_{r0} \}$$

$t$  och  $t_u$  har förutsatts konstanta.

$$\text{sätt } \begin{cases} k_r = \frac{h_{\text{rad}} A_{\text{rad}}}{C_r} \\ b_r = \frac{h_{\text{rad}} A_{\text{rad}} + h_{\text{luft}} A + T_u + V}{C_r} \end{cases}$$

Överföringsfunktionen från radiator- till rumstemperatur blir då:

$$\frac{T_r(s)}{T_{\text{rad}}(s)} = \frac{k_r}{b_r + s} \quad \dots \dots \dots (8.2.2)$$

Ändras radiatortemperaturen plötsligt  $\Delta t_{\text{rad}} [^\circ\text{C}]$  erhålles stegsvaret:

$$T_r(s) = \frac{k_r \Delta t_{\text{rad}}}{s(b_r + s)}$$

$$\underline{t_r(\tau) = t_{r0} + \frac{k_r \Delta t_{\text{rad}}}{b_r} (1 - e^{-b_r \tau})} \quad \dots \dots \dots (8.2.3)$$

## Uppskattning av $b_r$ och $k_r$

$$h_{\text{rad}} \approx h_{\text{luft}} \approx 2.5 \text{ [W/m}^2 \text{ grad]}$$

$$A_{\text{rad}} \approx 2 \text{ [m}^2 \text{]}$$

Antag att rummet har dimensionen:  $3.0 \times 4.0 \times 2.7 \text{ [m}^3 \text{]}$

Rumsluften är då  $32.4 \text{ [m}^3 \text{]}$  och väger  $42 \text{ [kg]}$ .

Rummets begränsningsytor  $A = 61.8 \text{ [m}^2 \text{]}$

Rumsluftens värmekapacitet  $C_r \approx 10^3 \cdot 42 \approx 4.2 \cdot 10^4 \text{ [J/grad]}$

$T_u + V$  enligt kap. 7  $\sim 40 \text{ [W/grad]}$

$$\Rightarrow k_r \sim 10^{-4} \text{ [s}^{-1} \text{]}$$

$$b_r \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ [s}^{-1} \text{]}$$

Rummets tidskonstant är alltså av storleksordningen  $200 \text{ [s]}$  vilket är alldeles för litet jämfört med praktiska erfarenheter. Studerar man uttrycket för  $b_r$  finner man att värmeutbytet med väggarna totalt dominerar dynamiken. Den mycket grova approximation, som antagandet att deras yttemperatur är konstant innebär, ger alltså ett orimligt resultat. I realiteten innebär strålning från radiatorn till väggarna, att dessas temperatur stiger då radiatortemperaturen plötsligt ökas. Detta medför större tidskonstant. Antar man att  $t(\tau) = t_r(\tau)$  kommer ventilationen att dominera

uttrycket för  $b_r$ . Två luftbyten per timma skulle ge en tidskonstant på 15-20 [min] vilket bättre motsvarar praktiska erfarenheter.

Det är uppenbart att rummets dynamik inte kan beskrivas med dessa grova approximationer. Solinstrålning och övriga försummade faktorer ger dessutom stora, svårkontrollerbara bidrag till rummets värmeflöden. (Jfr. kap. 8.1)

För att få en uppfattning om modellens rimlighet och tillförlitligheten i uppskattningen av konstanterna kan stationära rumstemperaturen beräknas:

$$\text{Sätt } t_{\text{rado}} = 60 [^{\circ}\text{C}]$$

$$t_u = -5 [^{\circ}\text{C}]$$

$$t = 23 [^{\circ}\text{C}]$$

$$\text{Eku. (8.2.1) ger då } \underline{t_{ro} \approx 17,4 [^{\circ}\text{C}]}$$

$$\text{Antagandet att } t = t_r \text{ ger } \underline{t_{ro} \approx 22,2 [^{\circ}\text{C}]}$$

Kvoten  $\frac{k_r}{b_r}$  anger effekten på rumstemperaturen

då radiator temperaturen ändras ent. eku. (8.2.3)

$$\text{Modellen } \begin{cases} t = \text{konstant} & \text{ger } \frac{k_r}{b_r} \approx 0,05 \\ t = t_r & \text{ger } \frac{k_r}{b_r} \approx 0,1 \end{cases}$$

Antagandet att väggtemperaturen är konstant ger alltså ett snabbt system med dålig verkningsgrad, medan antagandet att väggarnas yttemperatur följer rumstemperaturen ger ett långsammare system med något större inverkan på rumstemperaturen av en höjning av radiator-temperaturen. I den senare modellen kan tidskonstanten kraftigt påverkas genom att ändra ventilationen. Specialfallet ingen ventilation skulle ge en tidskonstant på 40 - 50 [min] vilket någorlunda stämmer med experimentella erfarenheter, men ligger i underkant.

Ingendera modellen torde ge en acceptabel bild av verkligheten.

Den enklaste metoden att bestämma överföringsfunktionen för ett rum med acceptabel noggrannhet synes vara analys av experimentella temperaturmätningar.

En jämförelse mellan  $h_{rad} A_{rad}$  och  $V$  visar också att en effektiv styrning av rumstemperaturen bäst kan utföras genom reglering av temperaturen hos inbläst ventilationsluft. Uppvärmning med

radiatorer ger långsamma system och kräver mycket stora radiator effekter för att kunna påverka rumstemperaturen nämnvärt. Detta bekräftas av temperaturmätningarna (7).

## 9 Innehållsförteckning

### 0. Översikt och Brief summary

### 1. Inledning

1.1 Målsättning

1.2 Sammanfattning av uppnådda resultat

### 2. Beskrivning av radiatorsystemet

2.1 Översikt över rörsystemet

2.2 Strömningstider

2.2.1 Strömningstider i rören

2.2.2 Genomströmningstid för radiatorvattnet

2.2.3 Dimensionslösa strömningstider

2.3 Värmecentralen

2.3.1 Principschema över värmecentralen

2.3.2 Ventilt teori

2.3.3 Beräkning av shuntventilens  
blandningsförhållande

2.3.4 Tidsfördröjning vid mätning av  
vattentemperaturer

### 3. Radiatorns överföringsfunktion

3.1 Värmebalansen för en radiator

3.2. Radiatortemperaturen approximerad med  
 $(T_1 + T_2) / 2$ .

3.3. Radiatortemperaturen approximerad med  $T_2$

3.3.1 Radiatoreffekten direkt proportionell  
mot temperaturen

- 3.3.2 Radiatoreffekten olineärt temperaturberoende. Effekten uppdelad i strålnings- och konvektionsterm.
- 3.3.3 Beräknade effekter för radiatoren H0-49-26 jämförda med experimentella data.
- 3.3.4 Linearisering av det olineära uttrycket för radiatoreffekt.
- 3.4 Radiatorn approximerad som  $n$  stycken, inbördes lika, seriekopplade delradiatorer
- 3.5 Stegsvär för olika radiatormodeller om strömningstiderna försummas.

#### 4. Radiatortemperaturer med hänsyn taget till återströmning från värmecentralen. Försumbara strömningstider

- 4.1 Radiatormodell enligt Kap. 3.3
- 4.2 Beräknade radiatortemperaturer enligt 4.1
- 4.3 Beräkning av stationära temperaturer i ett radiatorsystem bestående av  $n$  identiska radiatorer
- 4.4 Beräknade temperaturer vid ändring av blandningsförhållandet  $\alpha$  då  $n = 1$  och då  $n \rightarrow \infty$



## 5 Radiatortemperaturer med hänsyn taget till strömningstider.

5.1 System med 1 radiator

5.2 System med 2 radiatorer

5.3 System med godtyckligt antal radiatorer

## 6 Datamaskinberäkning av radiator temp.

6.1 Systematisering av temperaturekvationerna

6.2 Programmet RADTMP

## 7. Resultat från simuleringar

7.1 Stegsvär vid olika värden på  $n$

7.2 Dynamik vid variation av  $\alpha$  med långa intervall. Jämförelse med försöksresultat

7.3 Dynamik vid variation av  $\alpha$  med korta intervall. Jämförelse med försöksresultat

7.4 Variation av  $\alpha$  mellan 0.92 och 0.66

7.5 Diskussion av simuleringresultaten

## 8. Rumsuppvärmning

8.1 Värmebalans för rum med fönster

8.2 Förenklad modell för rummets värmebalans

## 9. Innehållsförteckning

## 10. Referenser

Appendix : Symbolförteckning

10. Referenser

- (1.) Examensarbete vt. 1969 vid institutionen för Reglerteknik av Ingemar Nordh och Bengt Rosengren avseende temperaturregistreringar i fastigheten Block 18, kv. Isolde i Malmö. (ej fullbordat 28/5 1969)
- (2.) Ing. K. E. Svensson  
Joel Österbergs Ingenjörskyrå AB  
Henrik Smithsgatan 15 Malmö  
Rt 040/384 00
- (3.) HE-radiatorn  
AB Gustavsbergs Fabriker: V-7 katalog 5-67
- (4) Billman katalogblad:
- |    |            |   |
|----|------------|---|
| a) | F 10/2 BOS | Ventilterminologi (maj 1966)                            |
| b) | F 10/3 BOS | Ventilkaraktistik (juni 1966)                           |
| c) | F 10/4 BOS | Installation och dimensionering av ventiler (jan. 1967) |
- (5) Gunnar Tyllered  
Termodynamik (kompendium, utgivet av inst. för Mekanisk Värmeteori vid LTH i jan. 1968)

(6) G. Brown:

Metod för datamaskinberäkning av kyl och värme behov. (VVS nr 11, 1963)

(7) Bo Adamsson

Värmebalans vid rum och byggnader

(Arbetsrapport vid inst. för byggnads-  
konstruktionslära, LTH, 1968)

temperaturer

$T_0$  = grovshunt

$T_1(t)$  = framledning vid shuntventil

$T_2(t)$  = återledning vid shuntventil

$(T_1^i)_m$  = inloppstemperatur till radiatordel  $m$  av radiatorn på våning  $i$ .

$(T_2^i)_m$  = utloppstemperatur (= radiatordelens temp.) från radiatordel  $m$  av radiatorn på vån.  $i$ .

$T_3(t)$  = radiatorvattnets medeltemperatur

$T_4(t)$  = metalldelarnas medeltemperatur i en radiator

$T_r$  = rumstemperatur

Allmänt gäller att  $T_1$  betecknar inloppstemp. och  $T_2$  utströmnings- eller radiatortemperatur.

I kap. 8 används andra temperaturbeteckningar för bättre överensstämmelse med källmaterialet.

En nolla efter index t.ex.  $T_{40}$  betecknar stationär eller konstant temperatur.

- $\alpha(t)$  = shuntventilens blandningsförhållande  
 $a$  = vattenflöde genom radiator  
 $A$  = värmeavgivande yta  
 $c$  = vattens specifika värme  
 $C_3$  = radiatorvattnets värmekapacitet  
 $C_4$  = metalldelarnas värmekapacitet  
 $i$  = våningsnummer  
 $m, M$  = radiatordelsnummer  
 $n, N$  = antal radiatordelar i modellen  
 $p$  = antal våningar i modellen  
 $Q$  = radiatorns värmeeffekt ( $Q_7 = \text{konstant}$ )  
 $r$  = konstant  
 $t$  = dimensionlös strömningstid  
 $\tilde{t}$  = strömningstid  
 $V_{\text{rad}}$  = radiatorns vattenvolym

$h$  = konvektivt värmeövergångstal

$$k_n = \frac{nac}{C_3 + C_4}$$

$$b_n = \frac{nac + hA}{C_3 + C_4}$$

} Sammanfattande symboler

$\underline{\Sigma}(t)$  = tillståndsvektor med  $n$  komponenter

$A_n, \phi, T, \Gamma = n \times n$  matriser

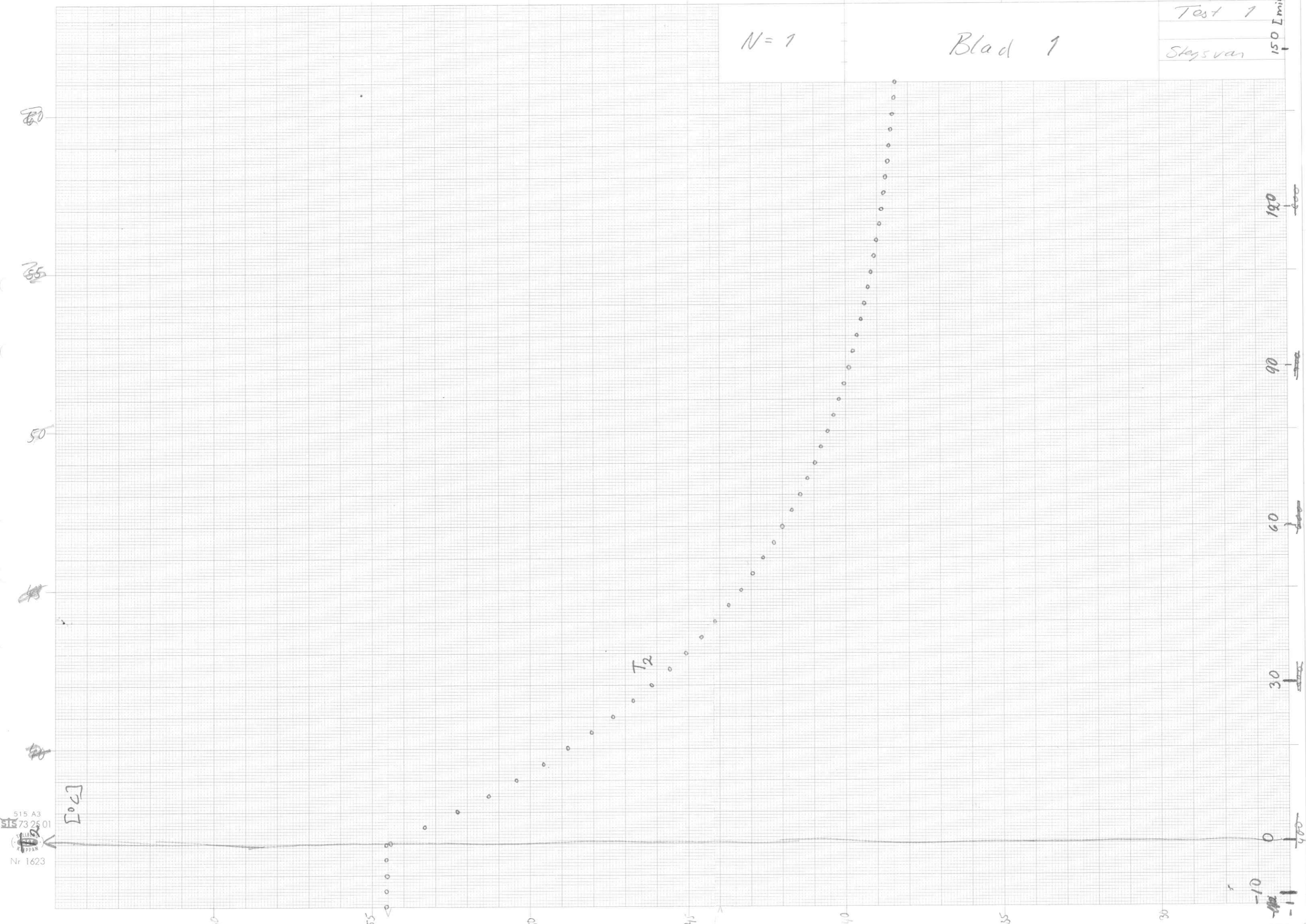
$B_n, D_n$  vektorer med  $n$  komponenter

Övriga symboler förklaras i allmänhet i anslutning till användandet och används ej vidare

Test 1  
150 [min]  
Stęps van

N = 1

Blad 1



N = 2

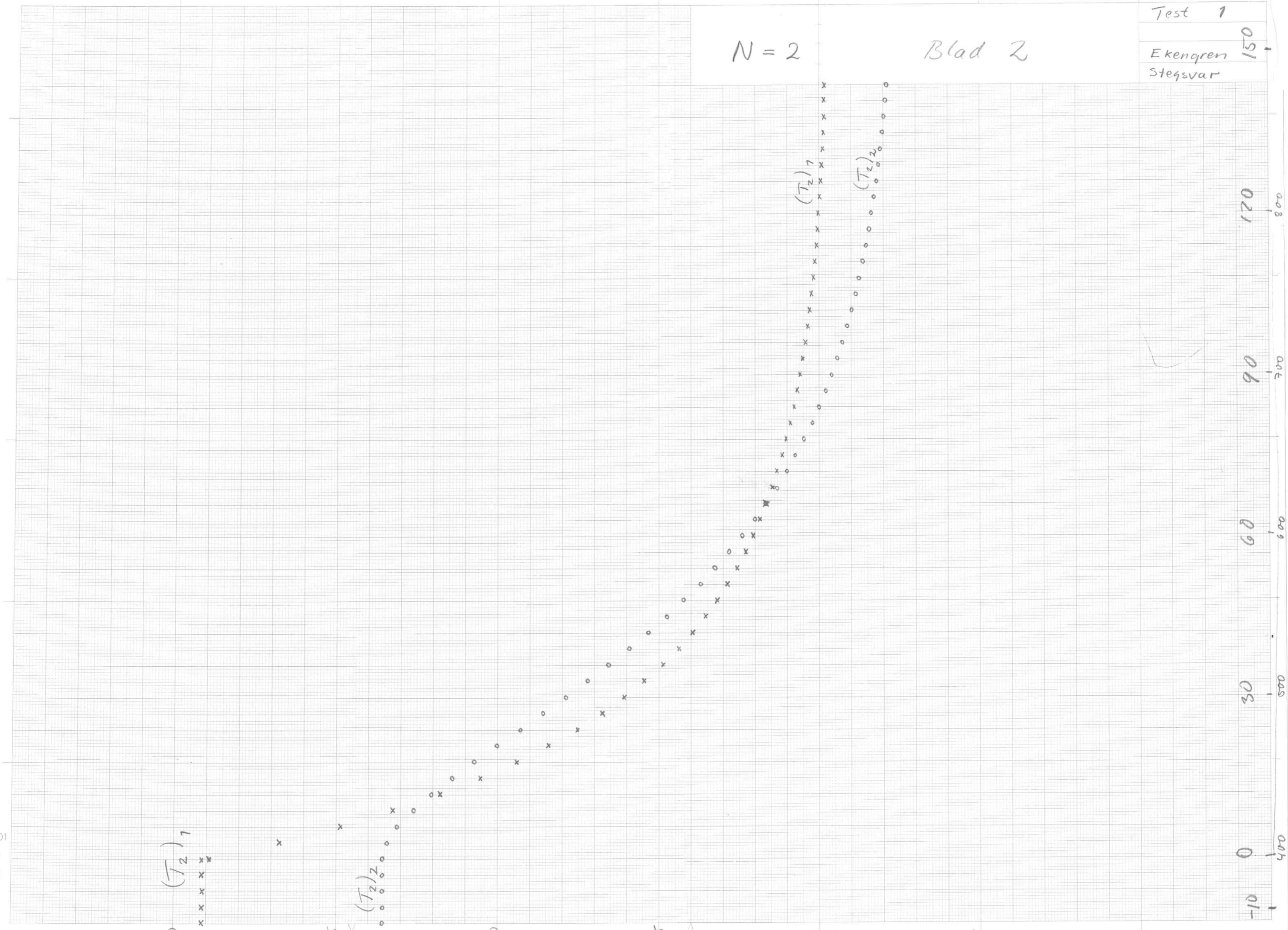
Blad 2

$(T_2)_1$

$(T_2)_2$

$(T_2)_1$

$(T_2)_2$





$N = 4$

Blad 3

120  
 90  
 60  
 30  
 0

$(T_2)_1$

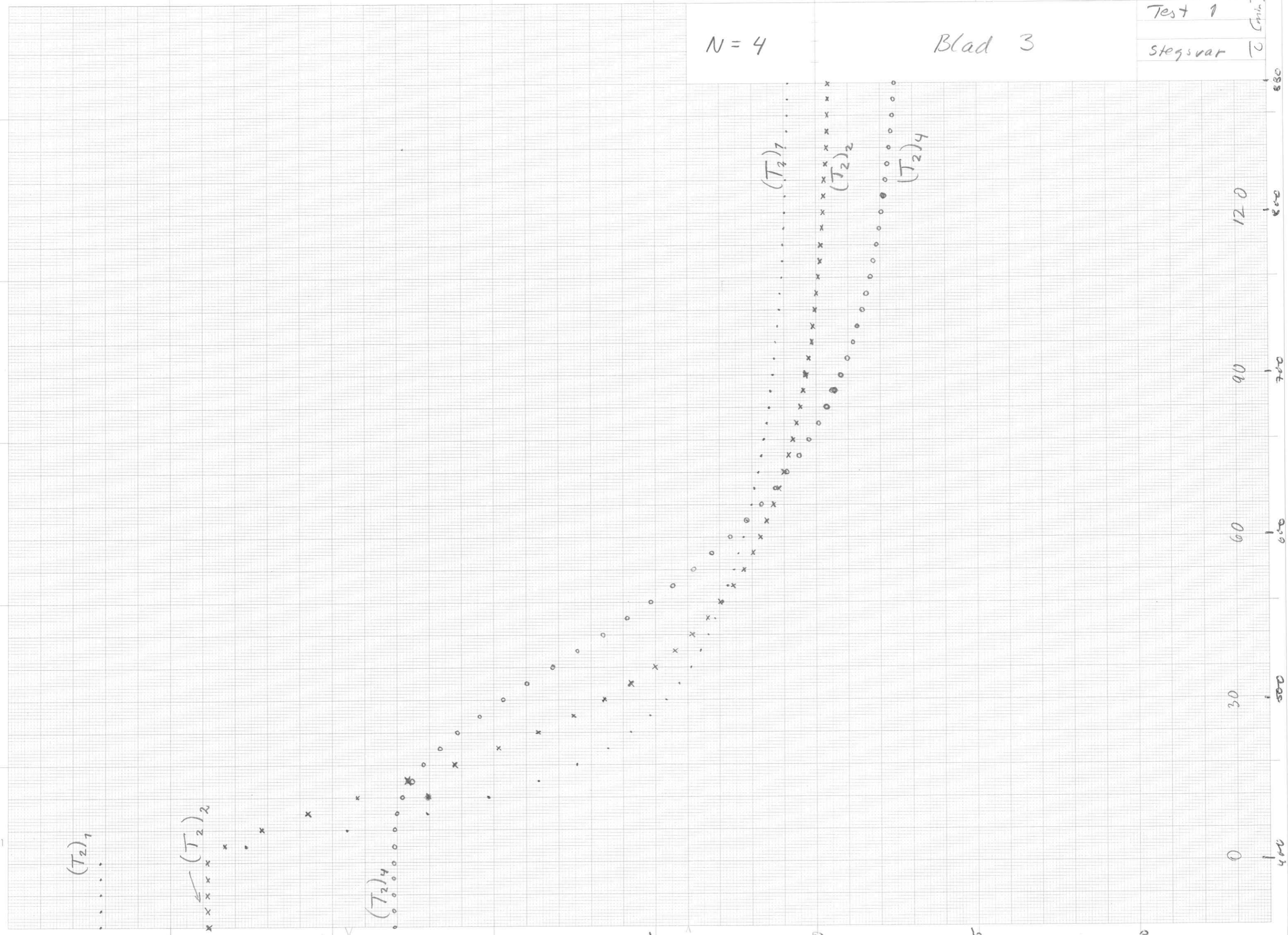
$(T_2)_2$

$(T_2)_4$

$(T_2)_1$

$(T_2)_2$

$(T_2)_4$

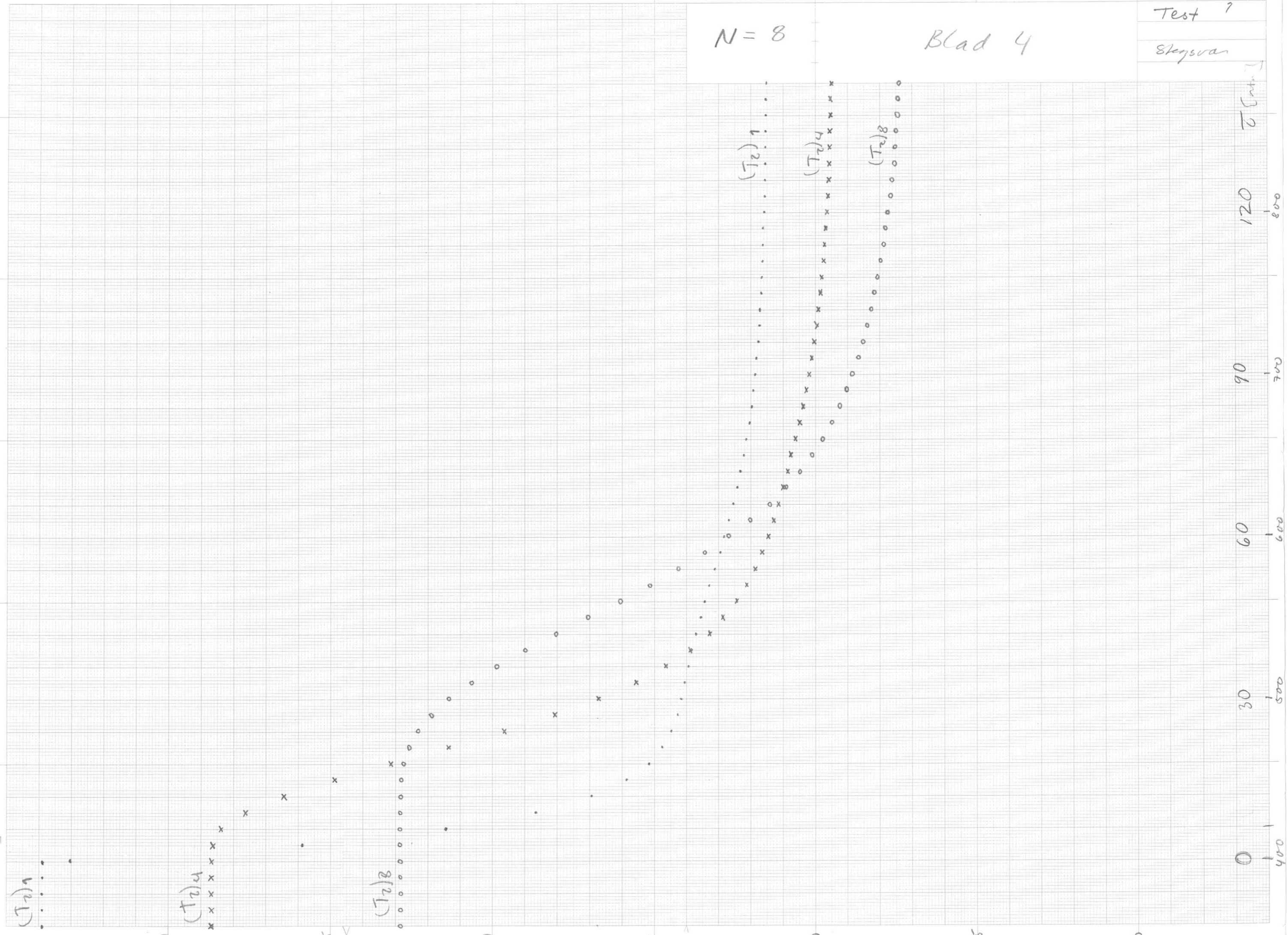


Test 7

Skysvan

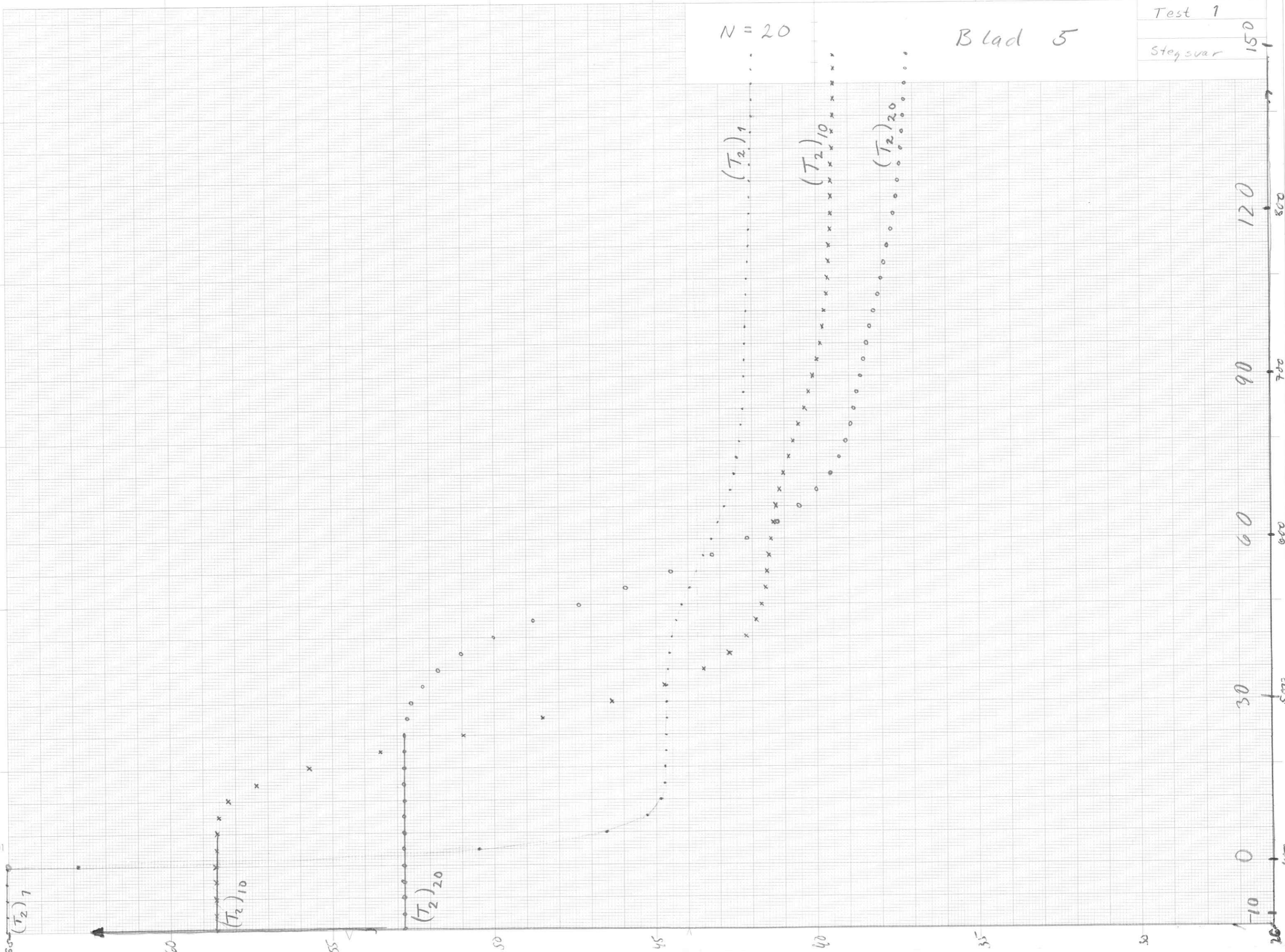
$N = 8$

Blad 4



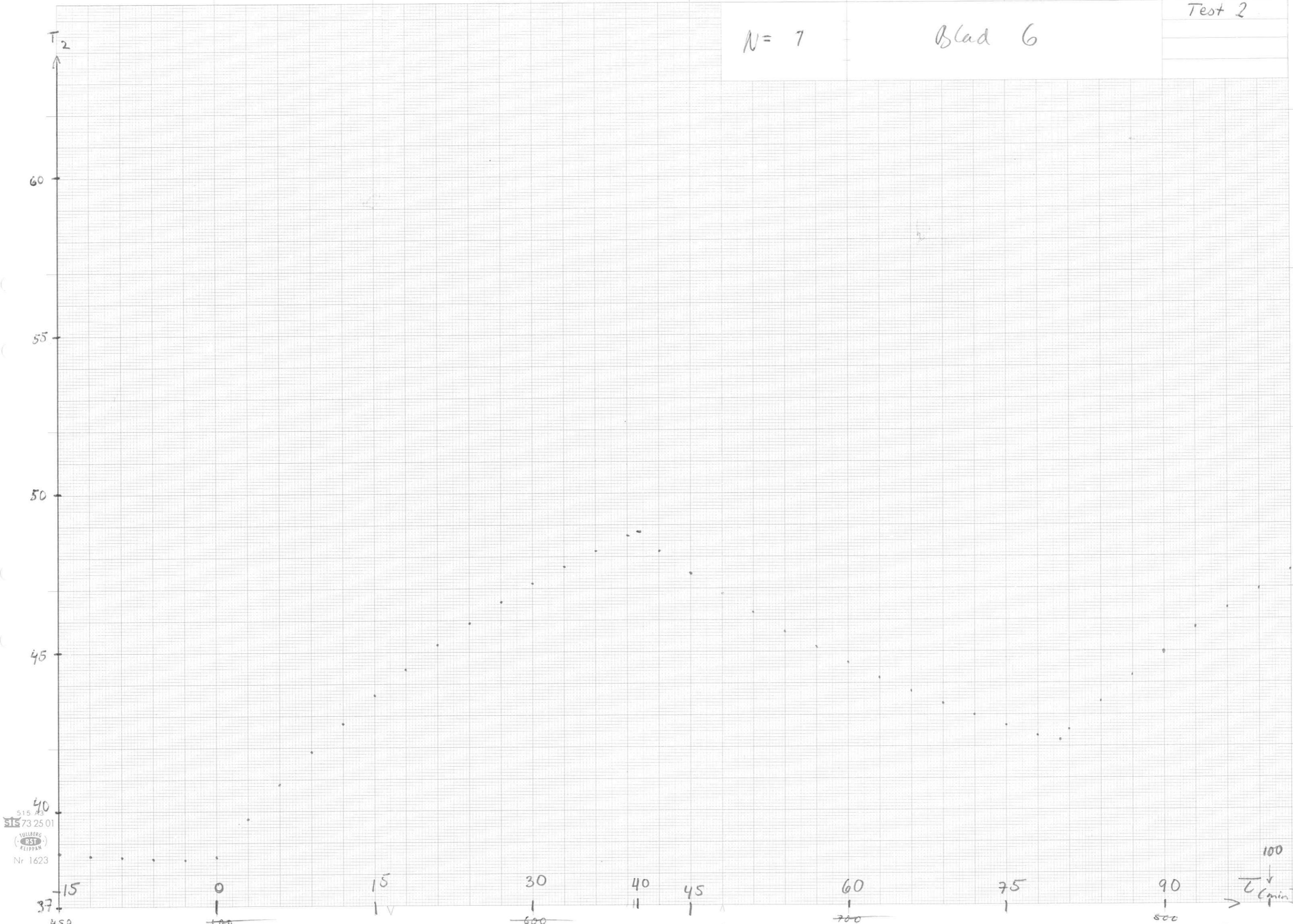
N = 20

515 A3  
SIS 73 25 01  
TULLBERG  
RS  
Nr 1623



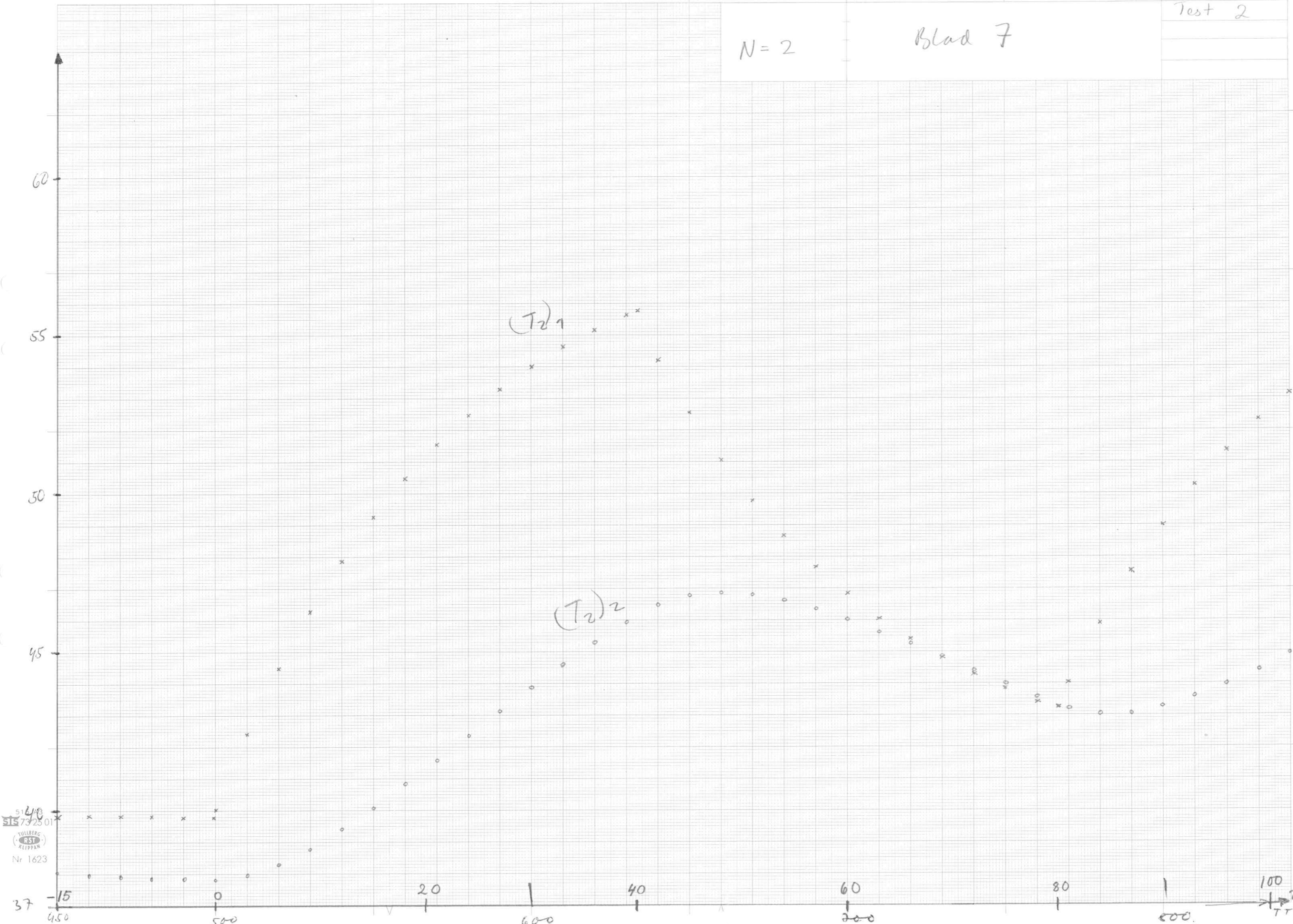
N = 7

Blad 6



N = 2

Blad 7

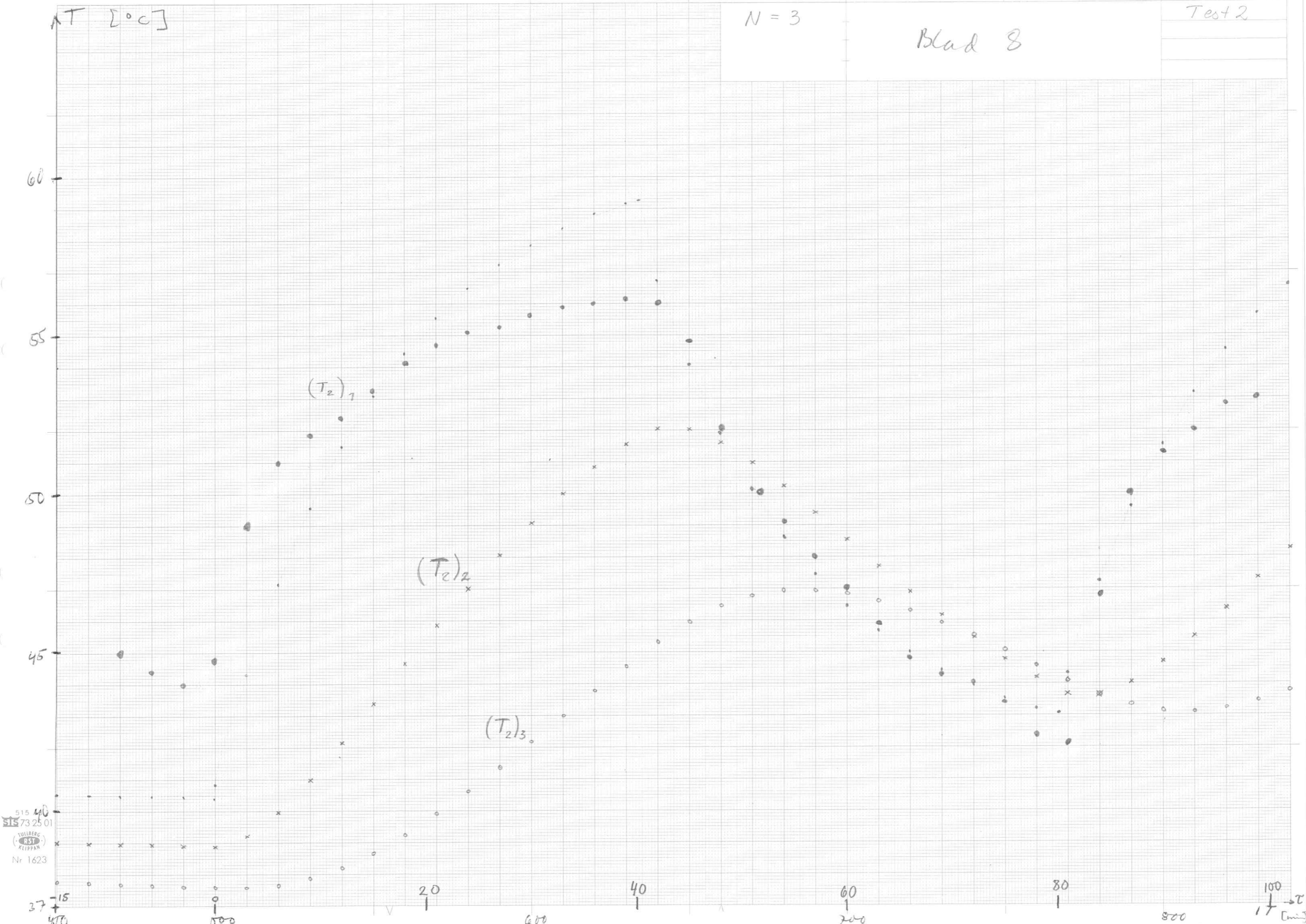


AT [°C]

N = 3

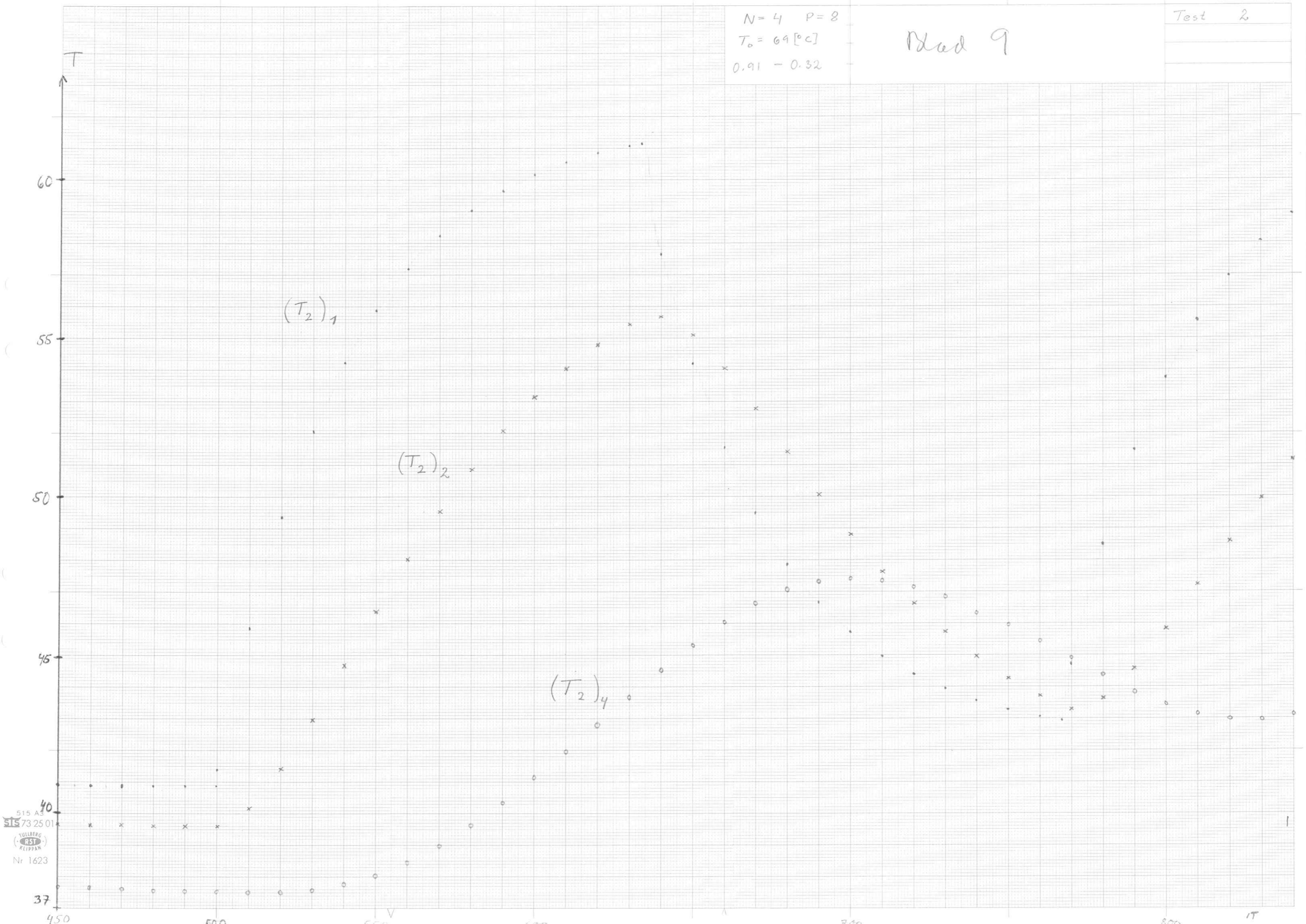
Blad 8

Test 2



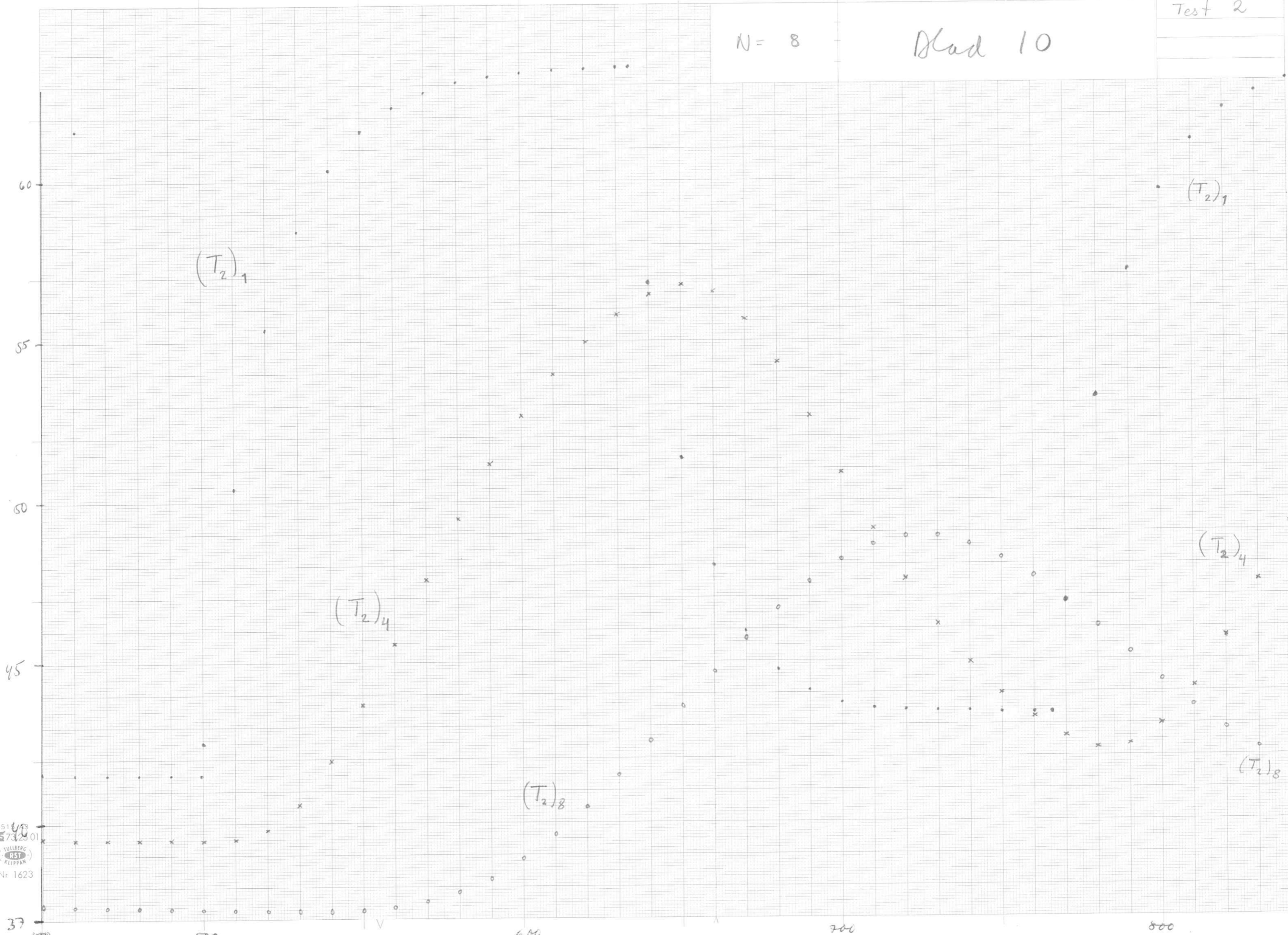
N = 4 P = 8  
T<sub>0</sub> = 69 [°C]  
0.91 - 0.32

Blad 9



N = 8

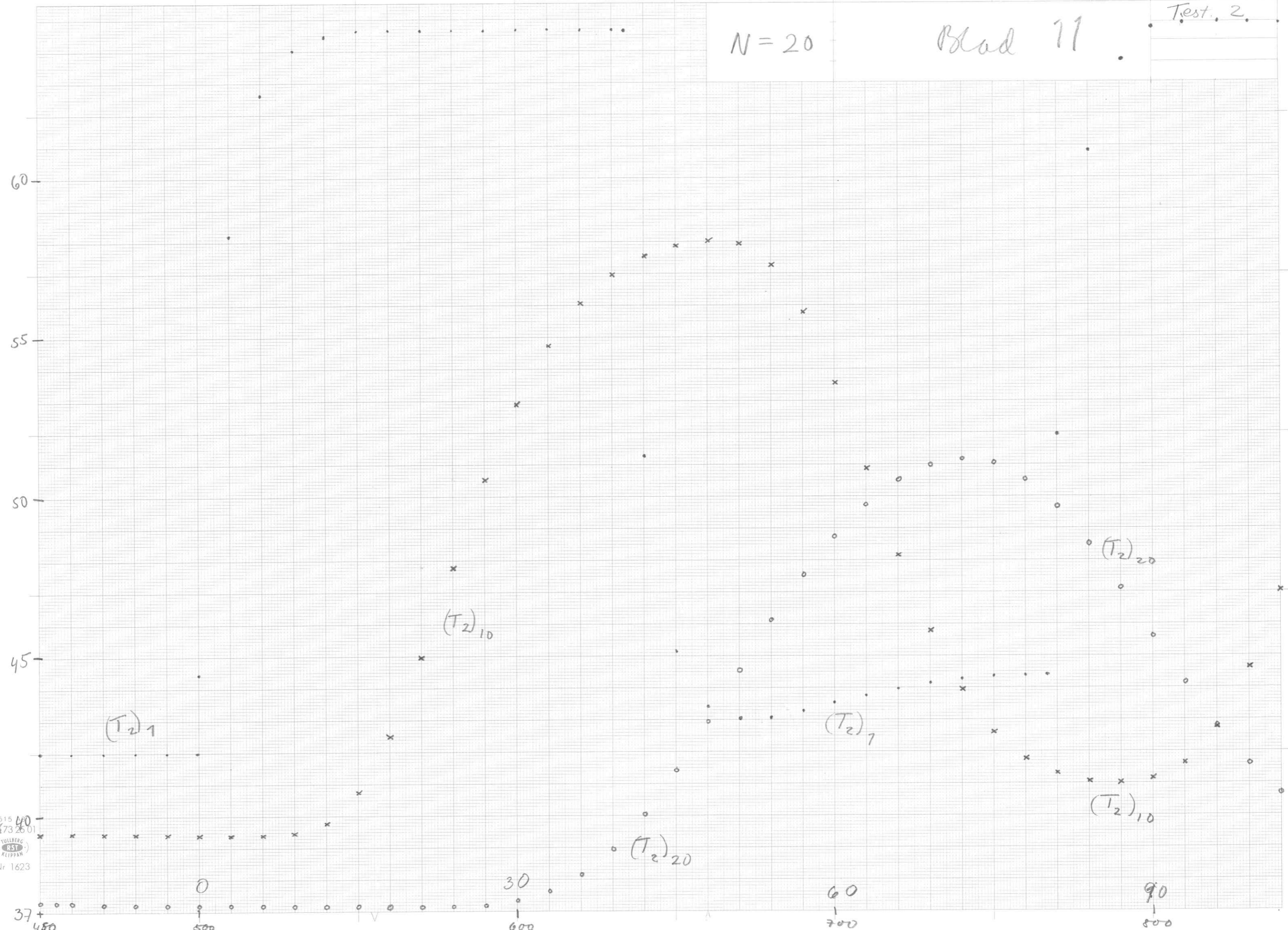
Blad 10



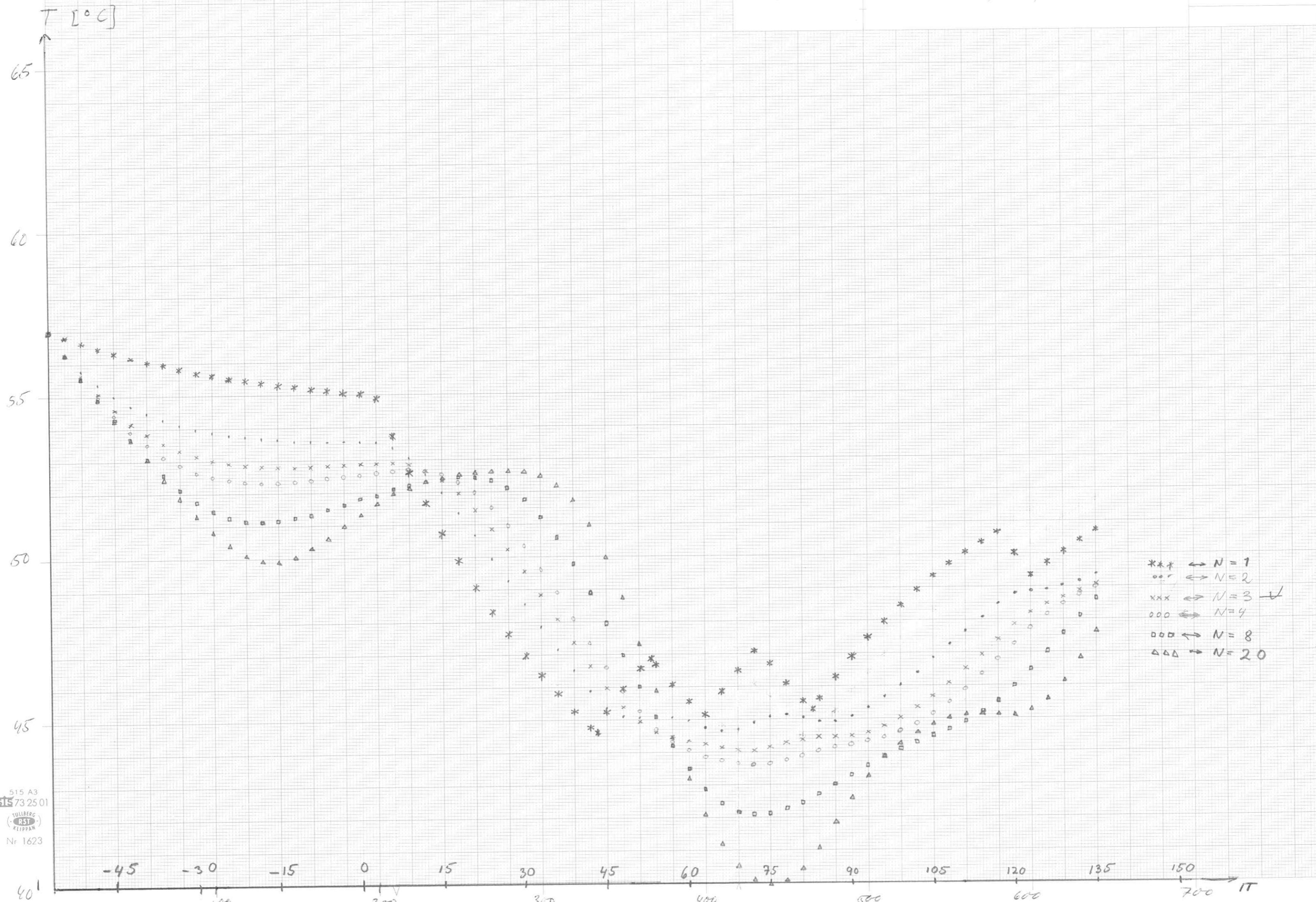


N = 20

Blad 11

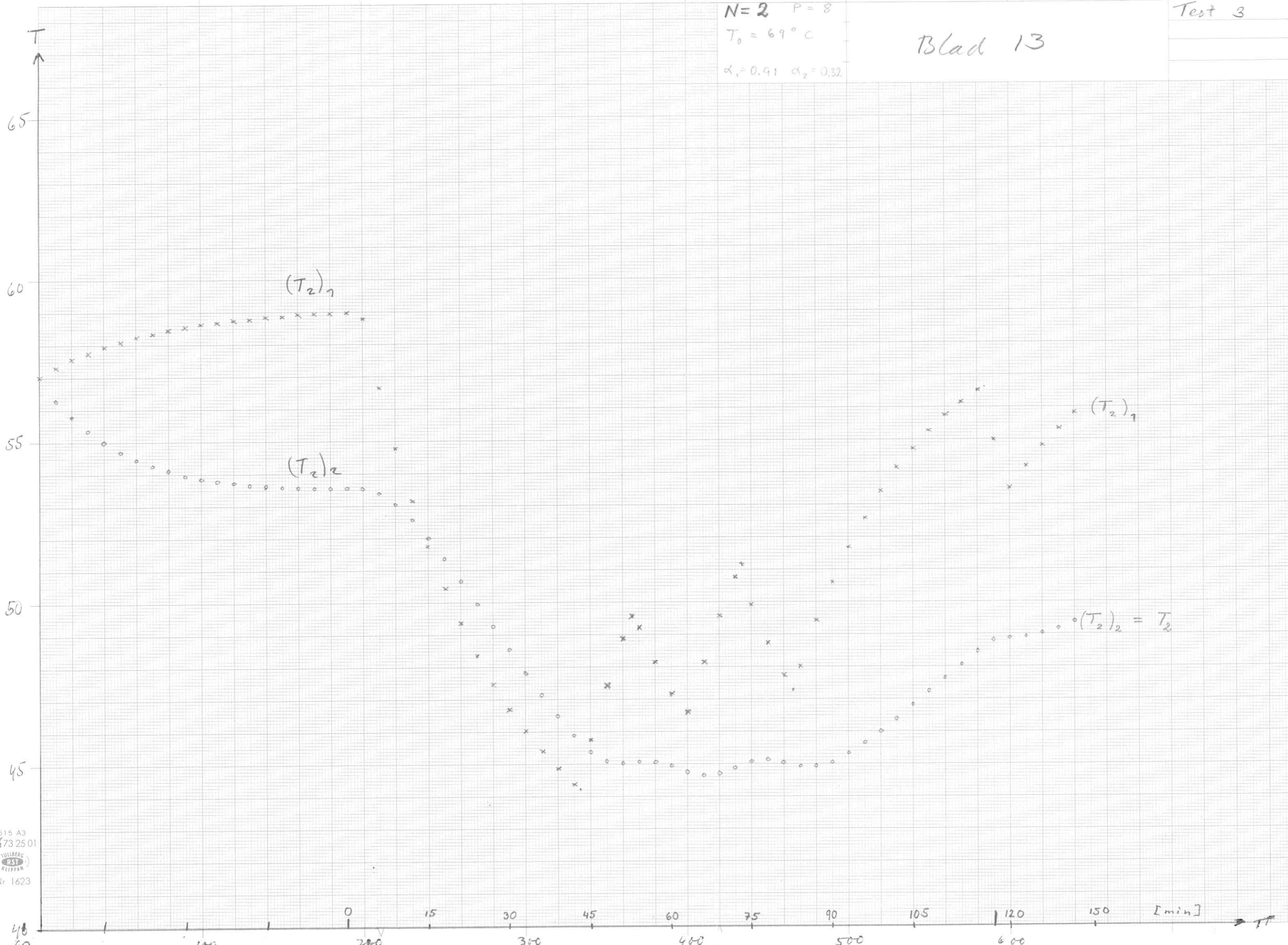


$T_2$  = utströmande vattens temp.  
~ återledningstemperaturen



$N=2$   $P=8$   
 $T_0 = 69^\circ\text{C}$   
 $\alpha_1 = 0.91$   $\alpha_2 = 0.32$

Blad 13

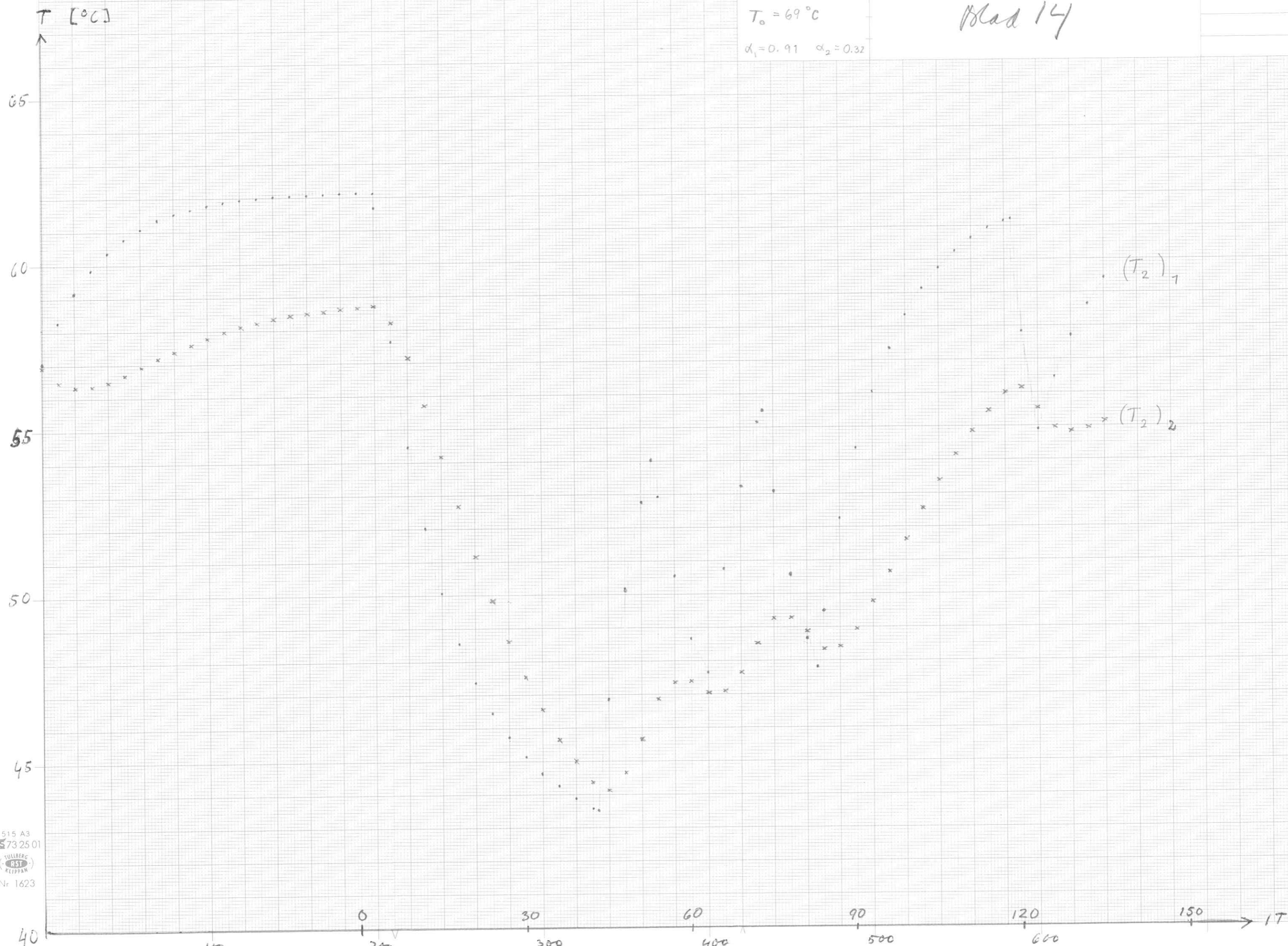


$N=4$   $P=8$

$T_0 = 69^\circ\text{C}$

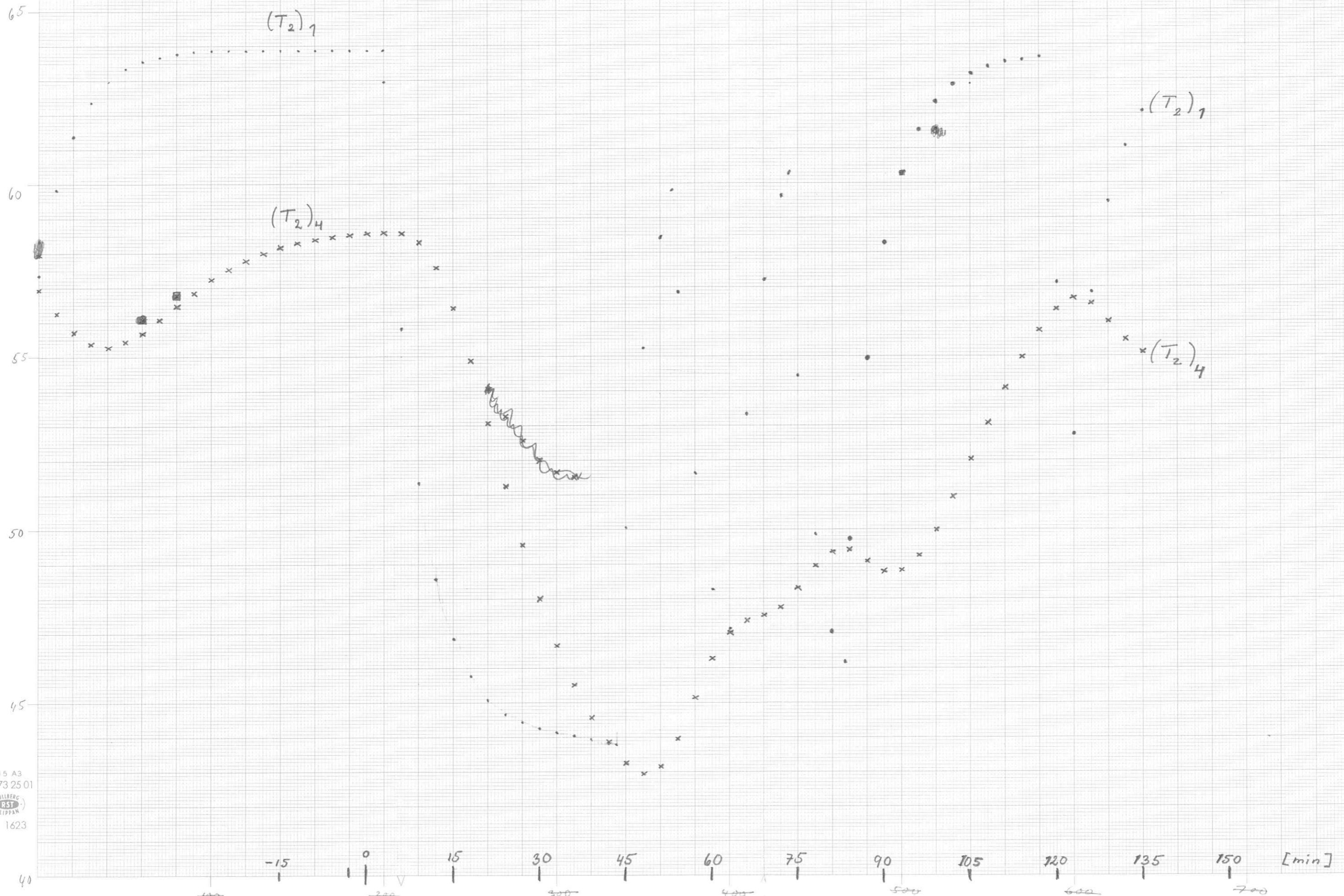
$\alpha_1 = 0.91$   $\alpha_2 = 0.32$

Blad 14



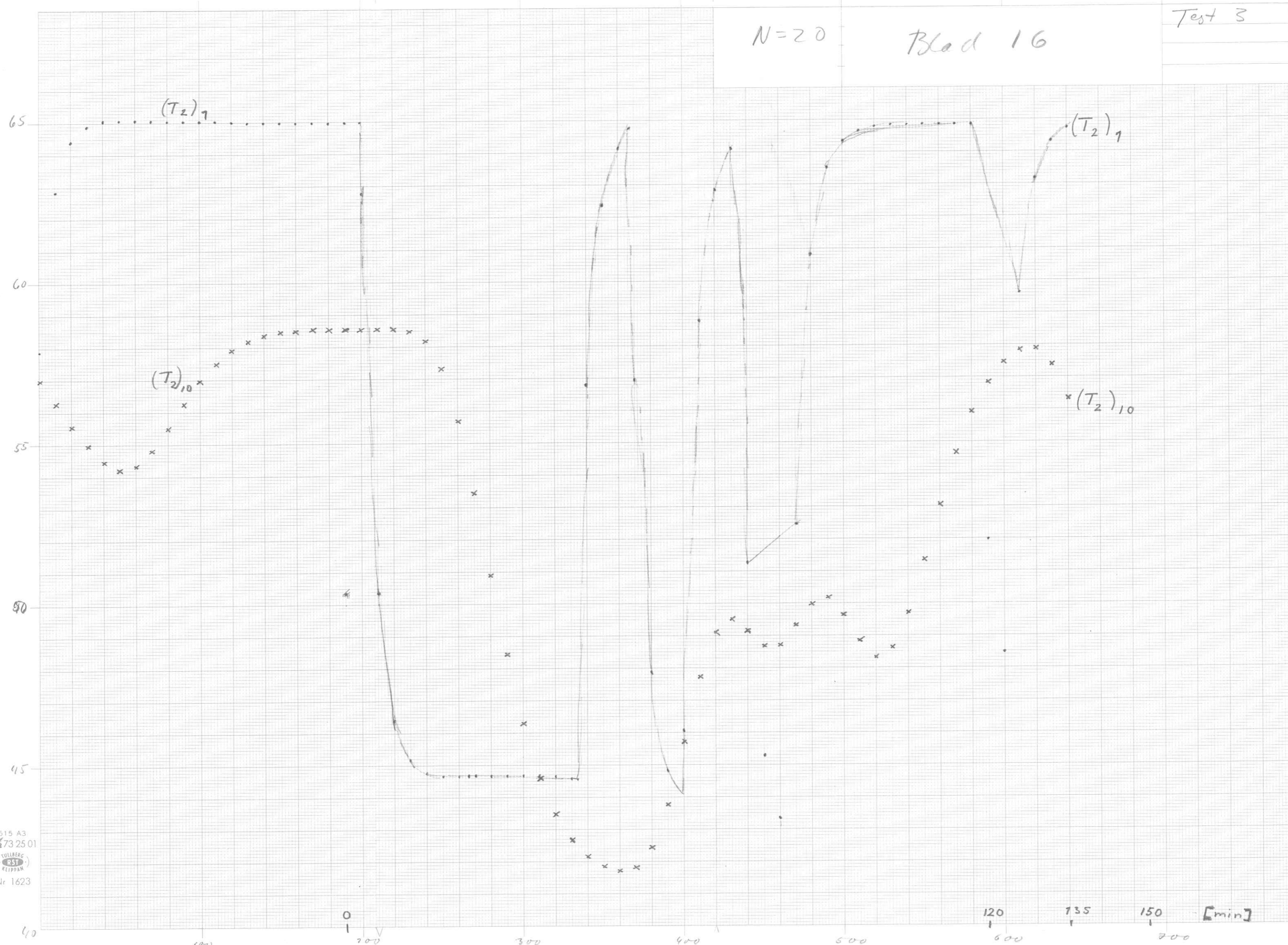
N = 8

Blad 15



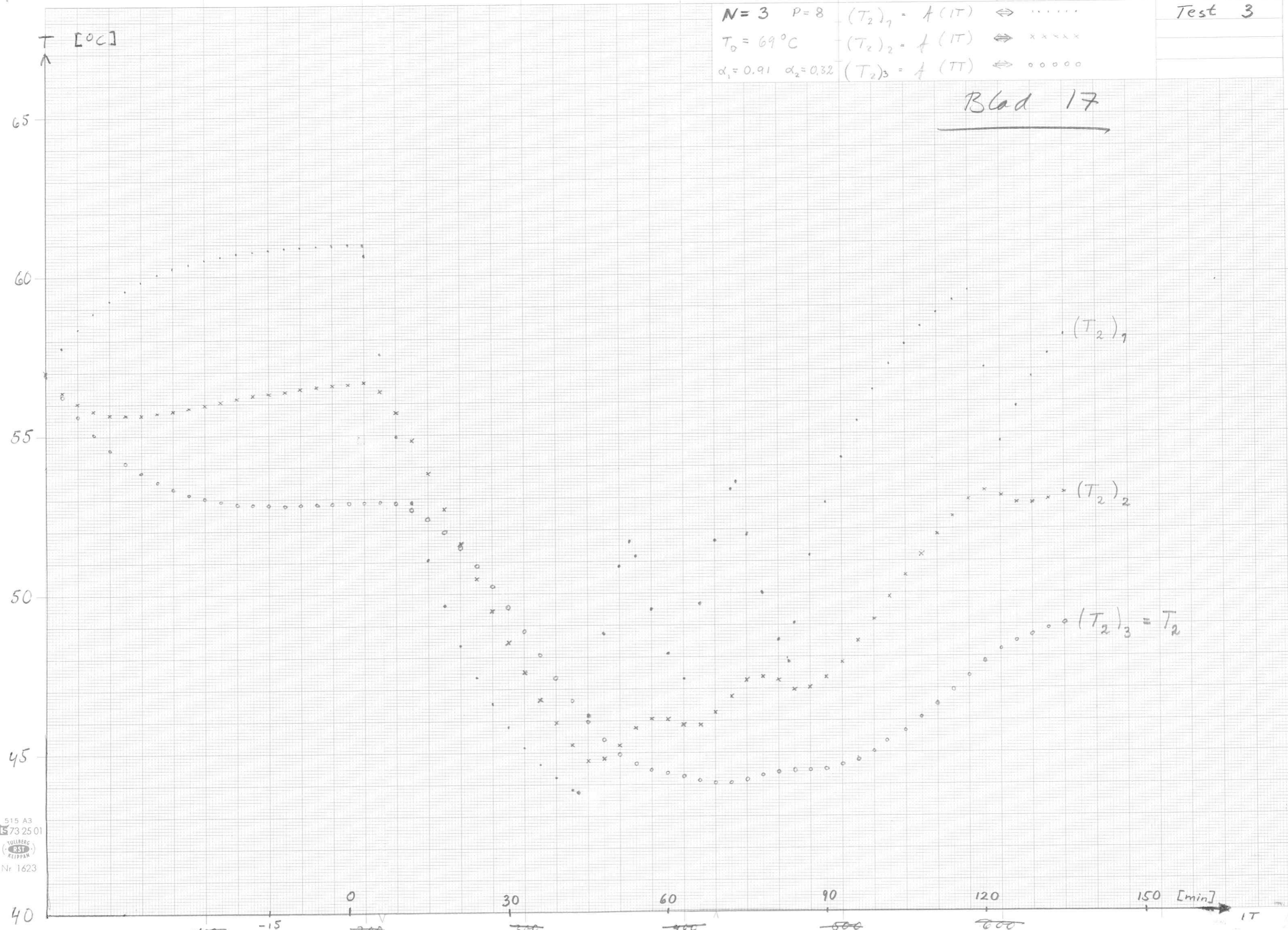
N=20

Blad 16

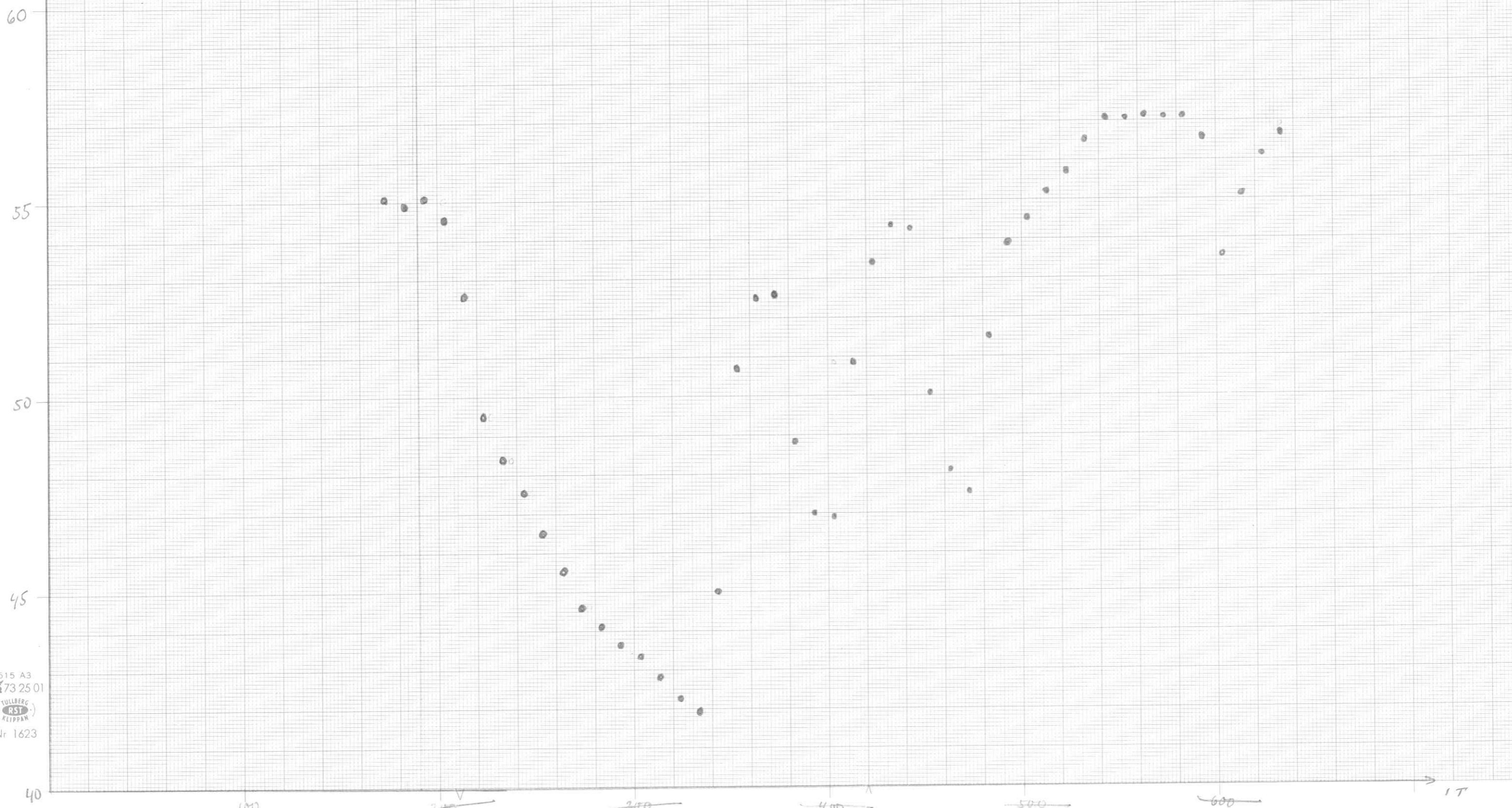
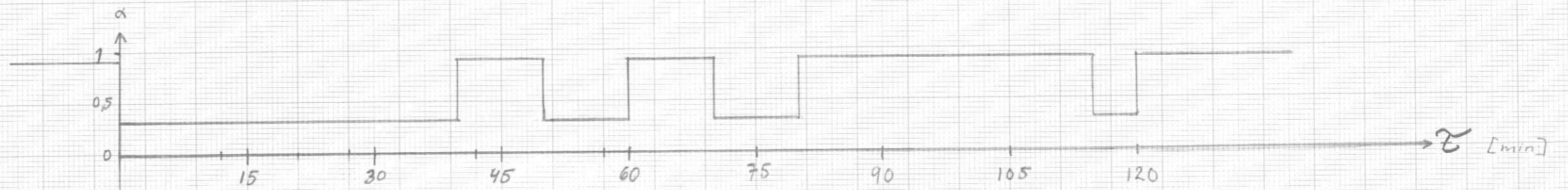


$N = 3$   $P = 8$   $(T_2)_1 = f(IT) \Leftrightarrow \dots\dots$   
 $T_D = 69^\circ\text{C}$   $(T_2)_2 = f(IT) \Leftrightarrow \times\times\times\times$   
 $\alpha_1 = 0.91$   $\alpha_2 = 0.32$   $(T_2)_3 = f(IT) \Leftrightarrow \circ\circ\circ\circ\circ$

Blad 17



Schema för variation av  $\alpha$





T  
↑  
[°C]

