

OPTIMERING AV EFFEKTFÖRDELNING MELLAN ÅNG -  
KRAFTVERK MED HJÄLP AV DYNAMISK  
PROGRAMMERING

PÄR M. LIND

OPTIMERING AV EFFEKTFÖRDELNING MELLAN ÅNGKRAFTVERK  
MED HJÄLP AV DYNAMISK PROGRAMMERING.

Pär M. Lind  
LTH ht 1968.  
Inst. för Regleringsteknik.

"Sometimes we think that we  
are greater than we feel."

(Wildworth)

## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	<u>Sid.</u>
1. INLEDNING.....	1
2. PROBLEMS TÄLLNING.....	1
3. 3.1 Problemets analytiska utseende.....	2
3.2 Dynamisk Programmering; lösningsmetod.....	2
4. 4.1 Val av kostnadskaraktäristik.....	5
4.2 Straffkostnader.....	6
4.3 Kostnad för rullande reserv.....	9
5. 5.1 Flödesschema för problemet med direkt effekt.....	11
5.2 Flödesschema för problemet med rullande reserv.....	14
5.3 Förklaringar till flödesschema.....	14
6. ALGOL-program.....	19
7. 7.1 Resultat.....	23
7.2 Anmärkningar till resultatet.....	24
8. 8.1 Sammanfattning.....	26
8.2 A Summary in English.....	27
9. REFERENSER.....	28
10. APPENDIX (tabeller).....	29

## 1. INLEDNING

Efterfrågan på elektrisk effekt uppvisar betydande variationer under förloppet av en tidsperiod, exempelvis ett dygn. En förhållandevis jämn rytmik mellan natt och dag kan plötsligt störas av ett oväder med eventuellt följande temperaturfall, eller ett allmänt populärt TV-program.

Denna variation i efterfrågan bör rimligtvis motivera problemställningen, hur de tillgängliga resurserna (effekttaggagaten) bör användas för ett visst givot effektbehov på det lämpligaste sättet. (Vad som här avses med lämpligt skall längre fram anges.)

Efter en överenskommelse mellan de nordiska länderna ålägges dessutom elkraftleverantörerna att i reserv hålla en viss elektrisk effekt, vilken momentant skall kunna kopplas in på det allmänna nätet. Denna s.k. rullande reserv (eng. spinning reserve) drar självfallet extra kostnader, och en lösning presenteras även för denna rullande reserv.

Däremot lämnas såväl osäkerheten i belastningsprognosen som mankeringsrisken utan behandling, ehuru dessa faktorer förmodas ha en ej obetydlig inverkan på problemets fullständiga lösning.

## 2. PROBLEMSTÄLLNING

De i inledningsavsnittet antydda förändringarna i belastningsprognosen motiverar följande problemställning: Hur skall en viss effekt (efterfrågan) fördelas på ett antal ångkraftverk (i fortsättningen benämnda aggregat), för att de totala kostnaderna för leverans av nämnda effekt skall kunna minimeras, m.a.o. vi söker optimera fördelningen av effekt mellan de behandlade aggregaten.

Om nu de olika effektgenerande enheterna alla vore lika, skulle problemet vara relativt löst. Oftast, såsom i föreliggande problem, har emellertid de olika aggregaten olika kostnadskaraktäristikor (huvudsakligen olika tomgångskostnader och olika rullande kostnader). I detta arbete betraktas 5 st aggregat, vart och ett med specifika egenskaper. Detta gör problemet mer komplicerat, eftersom i princip samtliga kombinationer av fördelningar måste prövas för att nå fram till de minimala kostnaderna. Vi skall emellertid i fortsättningen använda oss av en metod, som på ett markant sätt reducerar antalet beräkningar.

Den s.k. rullande reserven, en i reserv hållen effekt, kan tänkas genereras på olika sätt. En som här anses realistisk möjlighet är att låta det(de) aggregat, vilka redan deltar för generering av den (direkt) efterfrågade effekten, även ombesörja generering av rullande reserv.

Härvid uppkommer lätt de situationer, då producering av en totaleffekt önskas, som är större än de för aggregaten ifråga maximalt uttagbara! För fullständighetens skull har även dessa fall medtagits, varför ett "fiktivt" aggregat med obegränsade resurser, vilket kan betraktas som en utomstående försäljare av effekt, har introducerats. Detta ger oss möjligheter till en konstruktion av en arbetsmodell utan störande restriktioner.

3.

### 3.1 Problemet analytiska utseende

Med den tidigare omtalade kostnadskaraktäristiken kan problemet lätt formuleras på följande sätt: Låt  $g_i(y)$  vara en (godtycklig) funktion vilken anger kostnaderna för att generera en effekt  $y$  med ett visst aggregat  $i$ . Problemet består då i att minimera funktionen  $\sum_{i=1}^N g_i(y)$

under villkoret  $\sum_{i=1}^N y_i = \text{konstant}$ , där  $y_i$  är den del av  $y$ , som genereras av aggregat nr  $i$ .

Vid minimum av ovanstående summa erhålls då de optimala värdena av  $N$  och  $y_i$ .

#### 3.2.1 Dynamisk programmering

Problem liknande detta har tidigare med framgång behandlats och lösts med hjälp av dynamisk programmering. (Se t.ex. kap. 9: Generating Unit Commitment By Dynamic Programming.)

Motiveringen framgår av följande: Om det gäller att optimera problemet med tillgång till endast ett aggregat, löses detta givetvis enklast rent analytiskt, förutsatt att aggregatets kostnadskaraktäristik kan anges explicit. Då kan exempelvis konstrueras en graf där kostnaderna som funktion av effekten direkt kan avläsas. Om det nu finns två aggregat tillgängliga, och bägge har liknande kostnadskaraktäristika, kan för en viss effekt undersökas, huruvida det är mest lönsamt att använda

det första, det andra aggregatet eller eventuellt bägge samtidigt. Man kan uppenbarligen även i det sista fallet konstruera en graf för bägge aggregaten, där kostnaden är en funktion av effekten. Genom att exempelvis lagra den sistnämnda kostnadsfunktionen i en datamskins minne, och sedan upprepa samma procedur för 3,4 ... aggregat, erhåller man successivt kostnadsfunktionen för samtliga tillgängliga aggregat. Fördelen med dynamisk programmering är nu uppenbar: Problemet att finna optimal lösning för de olika aggregaten för en given effekt har ersatts av ett nytt problem: att finna den optimala lösningen för alla (aktuella) effekter hos de olika aggregaten. Har man funnit optimal lösning för  $K$  aggregat, erhålles följaktligen lätt den optimala lösningen för  $K+1$  aggregat. En uppenbar fördel är således, att den för beräkningarna erforderliga tiden ej avsevärt ökar vid flera aggregat.

"Incidentally, the required computer time, as can be seen by how a function  $f_K(p)$  is formed, is essentially proportional to  $K$ ; hence, the addition of a few more units will not increase the computer time appreciably." (P.G. Lowery: Generating Unit Commitment by Dynamic Programming.)

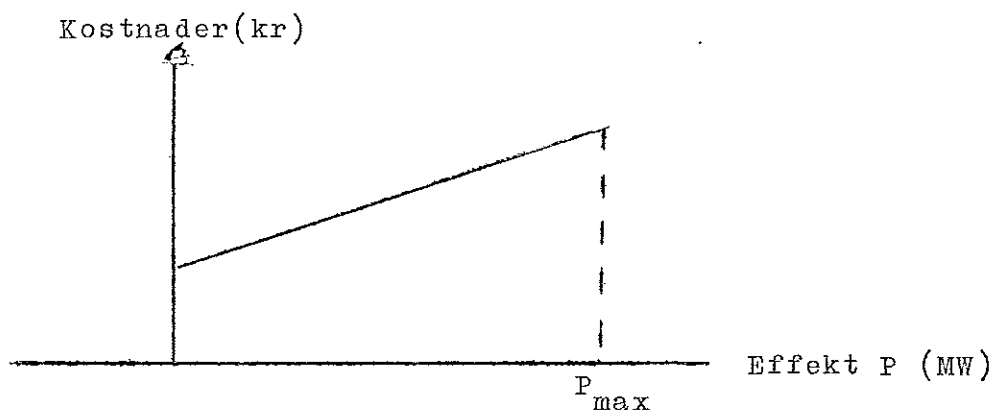


Fig. 1. Exempel på kostnadskarakteristika för ett ångkraftaggregat.

### 3.2.2 Lösningemetod

Förklaringar till de i fortsättningen använda beteckningarna återfinns i Appendix.

Låt oss definiera den s.k. kostnadsfunktionen  $f_N(P)$  som den minsta kostnaden i kronor/h för att generera P MW med de N första i funktion varande aggregaten. (Med "de första" avses här de i nummerordning första aggregaten, vilka partitionerats på ett för problemets lösning oväsentligt sätt.)

Låt dessutom  $g_i(y)$  representera kostnaderna i kronor/h för att med aggregat nr i generera y MW. (För det analytiska utseendet på  $g_i(y)$  se kap. 4 .

Betrakta nu uttrycket

$$g_{N_i}(y) + f_{N-1}(P-y) \dots\dots (1)$$

vilket ger oss den sammanlagda kostnaden för att generera  $y+(P-y) = P$  MW med N aggregat.

Enligt definition är  $f_{N-1}(P-y)$  den minsta kostnaden för att generera (P-y) MW. Således måste för att  $f_N(P)$  skall erhållas, y väljas på ett sådant sätt, att uttrycket (1) minimeras.

Sammanfattas nu det ovanstående i ett uttryck, erhålls följande samband:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_N(P) = \min_{\substack{y \in Y \\ i \in I}} \{ g_i(y) + f_{N-1}(P-y) \} \dots\dots\dots(2) \\ f_1(P) = \min_{i \in I} g_i(P) \dots\dots\dots(3) \end{array} \right.$$

I ekvation (3) minimeras således kostnaderna för leverans av P MW,  $P=10(10)400$  MW, med medtagande av endast ett av samtliga aggregat. Det därvid erhållna resultatet användes därefter i ekv. (2) för bestämning av de minimala kostnaderna för fler betraktade aggregat,  $N=2,3 \dots$  och  $P=10(10)400$  MW. Härvid är ej enbart kostnaderna  $f_N(P)$  av intresse, utan även problemet hur effekten P skall fördelas på de tillgängliga aggregaten.

I anger här den ovan nämnda partitimering av de betraktade aggregaten. Y utgör mängden effekter, för vilka iterationer utföres.  $Y =$

$$\{10, 20, 30, \dots, P_{\max}(i) - 10\}.$$

För lösning av problemet med rullande reserv kan ett stort antal möjligheter tänkas förekomma.



I föreliggande undersökning skisseras en metod, som, trots att den ej gör anspråk på att vara fullständig, i vissa situationer eventuellt kan ge en approximativ bild av en realistisk lösning.

Beroende på startkostnadernas storlek, anses det här vara oekonomiskt att starta upp ett aggregat för enbart rullande reserv. (Detta påstående bör modifieras allt efter sannolikheten att den rullande reserven verkligen kommer att utnyttjas.) Således har den rullande reserveffekten fördelats på de aggregat, vilka vid en viss tidpunkt används för generering av den direkta effekten. Härvid har i princip följts samma metod som vid lösning av problemet med den direkta effekten. Således kan en kostnadsfunktion definieras:

$$\begin{cases} F_N(Q) = \min_{\substack{y \in Y \\ i \in I}} \left\{ h_i(y) + F_{N-1}(Q-y) \right\} \\ F_1(Q) = \min_i h_i(y) \end{cases}$$

där kostnadskarakteristiken  $h_i(y)$  har en något avvikande form vid jämförelse med motsvarande uttryck hos den direkta effekten. (Se sid.

9)

#### 4. KOSTNADSKARAKTÄRISTIK

##### 4.1 Val av kostnadskarakteristik

Kostnadskarakteristiken för de olika aggregaten antages utgöra lineära samband mellan genererad effekt och genereringskostnader, dvs. funktioner av formen

$$y = ax + b$$

där  $a$ : tomgångskostnader (kr/h) och  $b$ : ökningskostnader (kr/MWh) är specifika för de olika aggregaten. Kostnaderna  $g_i(y)$  för att med aggregat nr  $i$  leverera  $y$  MW anges av

$$g_i(y) = a_i + b_i \cdot y \dots\dots(3) \quad (i=1,2,3,4,5)$$

(För numeriska värden på konstanterna  $a_i$  och  $b_i$ , se sid. 30)

#### 4.2 Straffkostnader; två alternativa betraktelser

För att vid beräkning undvika besvärligheter med randvillkor, införes s.k. straffkostnader (eng. Penalty Costs). Införandet av dessa fiktiva kostnader kan ges en rent praktisk tolkning (Se även sid. /):

För att med ett visst aggregat leverera effekt, överstigande den för aggregatet i fråga maximalt uttagbara, krävs någon form av speciella åtgärder, exempelvis inköpande av elektrisk effekt från utomstående leverantör för fortsatt distribution.

Denna åtgärd bör rimligtvis fördyra effektleveransen, vilket således bör avspeglats i utseendet hos kostnadskaraktäristiken.

I föreliggande undersökning har använts en straffkostnadsfunktion, vilken varierar lineärt med levererad effekt.

Som jämförelse har även helt kort behandlats fallet med kvadratisk straffkostnad.

##### 4.2.1 Straffkostnaderna som lineär funktion av effekten

Låt oss antaga följande modell som realistisk:

Stora effektinköp från utomstående leverantör är olönsamma, där en inköpt effekt  $P$  större än 30-50 MW anses vara stor. Om emellertid ett inköp av 10-30 MW vid vissa tillfällen skulle visa sig vara fördelaktigare ur kostnadssynpunkt, anses i det följande detta alternativ mest fördelaktigt.

En straffkostnadsfunktion med ovanstående krav kan tänkas ha följande utseende:

$$G_i(y) = a_i + b_i \cdot P_i^{\max} + K_2 (y - P_i^{\max}) \dots\dots (1)$$

$$y \geq P_i^{\max} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

För att bestämma konstanten  $K_2$  resonerar vi på följande sätt:

Som framgått tidigare, skall effektinköp utifrån "bestraffas" såtillvida, att stora inköp visar sig oekonomiskt, medan inköp av 10-30 MW skall kunna komma ifråga vid vissa situationer. Härav bestämmer vi, att ökningskostnaderna vid inköp av en viss effekt utifrån skall vara approximativt dubbelt så höga som generering av motsvarande effekt med de egna aggregaten.

Detta ger

$$\frac{\partial G_i(y)}{\partial y} = 2 \cdot \bar{b}_i \quad \dots\dots\dots(2) \quad \left( y > P_i^{\max} \right)$$

där  $\bar{b}_i$  är medelvärdet av alla ökningskostnader, dvs.

$$\bar{b}_i = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 b_i$$

Med insatta värden för  $b_i$  (se Appendix) ger uttrycket (2)  $K_2 \sim 25-30$ . Kostnadskarakteristiken i det lineära fallet får sålunda följande utseende:<sup>x)</sup>

$$g_i(y) = \begin{cases} a_i + b_i y & \text{för } y \leq P_i^{\max} \\ a_i + b_i P_i^{\max} + 25 (y - P_i^{\max}) & \text{för } y > P_i^{\max} \end{cases} \dots\dots\dots(3)$$

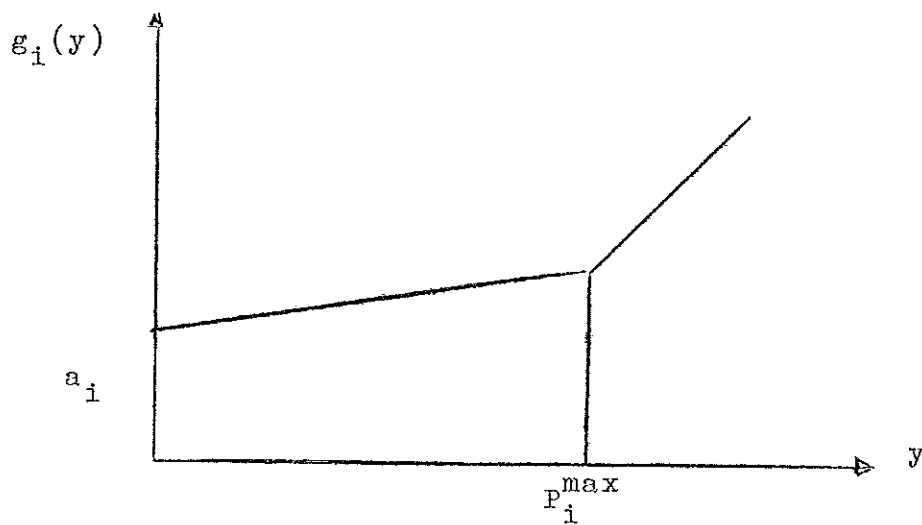


Fig. 2. Kostnadskarakteristiken  $g_i(y)$  med lineär straffkostnad.

x) Några olika försök med värden på  $K_2$  i intervallet (25,30) motiverade att  $K_2$  valdes till 25.

#### 4.2.2 Straffkostnader som kvadratisk funktion av effekten

Här definieras en strafffunktion  $G_i(y)$  med utseendet

$$G_i(y) = K_0 (y - P_i^{\max})^2 + K_1 (y - P_i^{\max}), \quad y > P_i^{\max}$$

Kostnadskaraktäristiken får då utseendet

$$g_i(y) = \begin{cases} a_i + b_i \cdot y & \text{för } y = \leq P_i^{\max} \\ a_i + b_i \cdot P_i^{\max} + K_0 (y - P_i^{\max})^2 + K_1 (y - P_i^{\max}) & \text{.....(1)} \\ & \text{för } y > P_i^{\max} \end{cases}$$

Om nu konstanten  $K_1$  väljes på ett <sup>= b\_i</sup> lämpligt sätt, kan inverkan av ökningskostnaden ( $b_i$ ), vilken är specifik för respektive aggregat, elimineras, varvid effektinköp utifrån "bestraffas" lika, oavsett med vilket aggregat vi uppnår  $P_i^{\max}$ .

Approximativt väljer vi  
(Sälunda väljes)  $K_1 = 15$ , där  $15 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 b_i$

varvid i uttrycket (1) ovan

$$15 \cdot P_i^{\max} - K_1 \cdot P_i^{\max} = 0$$

Konstanten  $K_0$  väljes efter samma principer som  $K_2$  i föregående avsnitt 4.2.1. Härvid bestämmer vi, att straffkostnaderna skall växa fortare vid ökningskostnaderna än för aggregaten, dvs.

$$\left. \frac{\partial g_i(y)}{\partial y} \right|_{y = P_i^{\max} + d} > \max_{i \in I} b_i \quad \text{.....(2)}$$

Uttrycken (1) och (2) ger nu

$$\begin{aligned} 2K_0 (P_i^{\max} + d - P_i^{\max}) + K_1 &> 16 \\ K_1 &= 15 \end{aligned}$$

där  $d$  är ett litet tal  $> 0$ ;

$$K_0 > \frac{1}{2d}$$

Genom olika val för konstanten  $d$  kan det åstadkommas, att inköp av små effekter "bestraffas" mycket hårt. Vid exempelvis  $d=1/10$  ( $K_0=5$ ) visar det sig alltid mest lönsamt, att generera effekt med de egna aggregaten.

I föreliggande arbete har använts den lineära strafffunktionen i avsnitt 4.2.1 .

#### 4.3 Kostnad för rullande reserv

För den rullande reserven användes en kostnadsfunktion med lineär straffkostnad enligt avsnitt 4.2.1.

Kostnadskaraktäristiken för rullande reserven  $Q$  får härvid följande utseende:

$$h_i(y) = \begin{cases} b_i y & y \leq (P_i^{\max})^1 \\ b_i \cdot (P_i^{\max})^1 + 25 (y - (P_i^{\max})^1) & y > (P_i^{\max})^1 \end{cases}$$

där  $(P_i^{\max})^1$  är den maximala effekt, som kan uttagas från aggregat nr  $i$ , om redan tidigare effekt har uttagits från detta aggregat för att uppnå optimal lösning av problemet för den "direkta" effekten  $P$ .

Anledningen till att koefficienten  $a_i$  här har satts = 0, är att vi önskar låta den rullande reserven  $Q$  genereras enbart av de aggregat, som redan levererar effekt (dvs. bidrar med att leverera den direkta effekten  $P$ ), varför dessa aggregat ej behöver startas, vilket motiveerar borttagandet av startkostnaderna, dvs.  $a=0$ . Se fig. 3.

För att ytterligare förvissa oss om, att uppstartning av aggregat för enbart generering av rullande reserv ej blir aktuellt, har startkostnaderna för de aggregat, vilka ej bidrar med lev. för den efterfrågade "direkta" effekten  $P_i$  förstörats med en (godtyckligt vald) faktor 1000, dvs.  $a_i \rightarrow 1000 \cdot a_i$ . Detta medför, att i flera fall effekt får inköpas "utifrån", ett i föreliggande undersökning ansett mer lönsamt alternativ än uppstartandet av aggregat för generering av enbart spinning reserv. Eventuell fördel med denna strategi är emellertid helt beroende av hur stor sannolikheten är för att spinning reserv kommer att utnyttjas. För en mycket stor sannolikhet kunde det andra alternativet tänkas vara mer lönsamt, nämligen att hellre starta ett "nytt" aggregat för generering av spinning reserv än att inköpa effekt.

*Detta är en rent teknisk strategi för att undvika visserligen aggregat.*

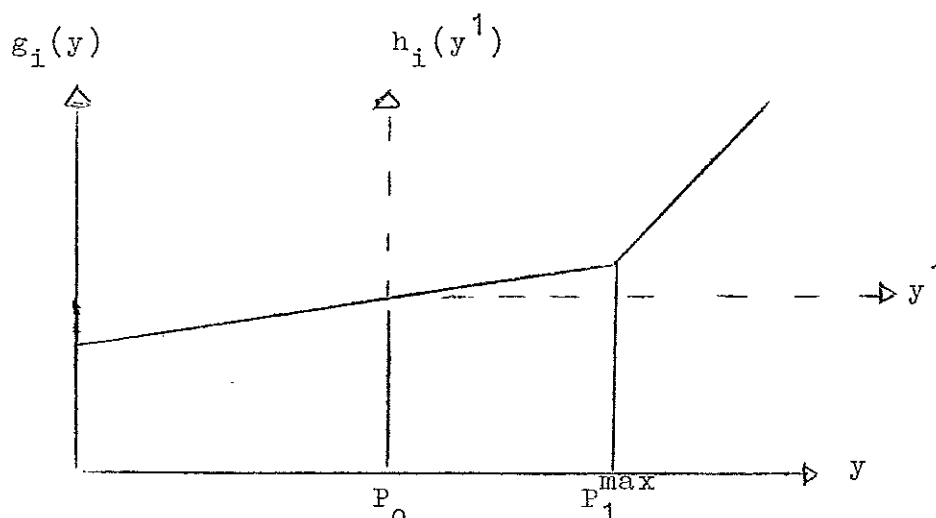


Fig. 3. Kostnadskarakteristik för aggregat nr  $i$  för direkt effekt  $P$  samt rullande reserv  $Q$ .

Låt oss antaga, att aggregat nr  $i_0$  levererar  $P_0$  MW ( $P_0 < P_{i_0}^{\max}$ ). För att leverera spinning reserv med samma aggregat  $i_0$ , finns då till förfogande  $(P_{i_0}^{\max} - P_0)$  MW. Kostnaden  $h_i(y^1)$  att leverera  $y^1$  MW med aggregat  $i_0$  kan då åskådliggöras i systemet  $(y^1, h_i(y^1))$ , där kostnadskarakteristiken börjar i origo (dvs.  $a_1 = 0$ ) och den maximalt uttagbara effekten är  $(P_{i_0}^{\max})^1 = (P_{\max}^1 - P_0)$ ; se fig.

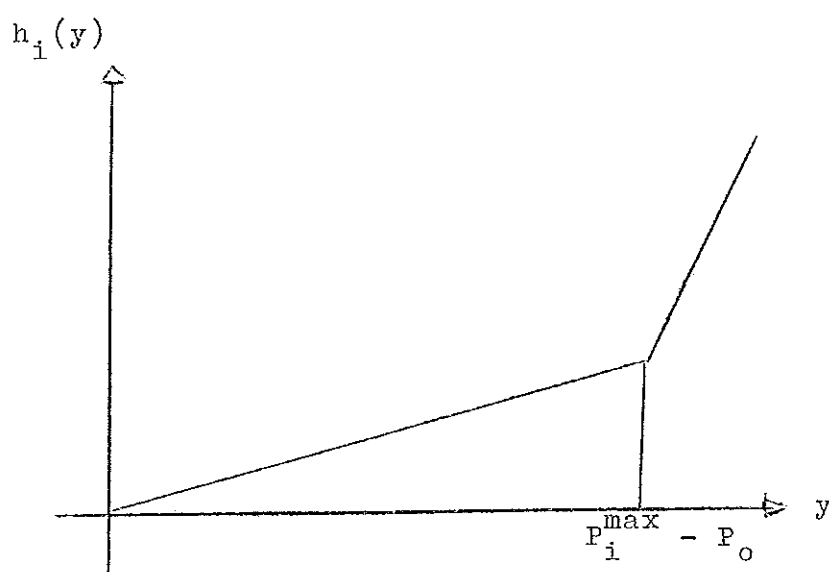
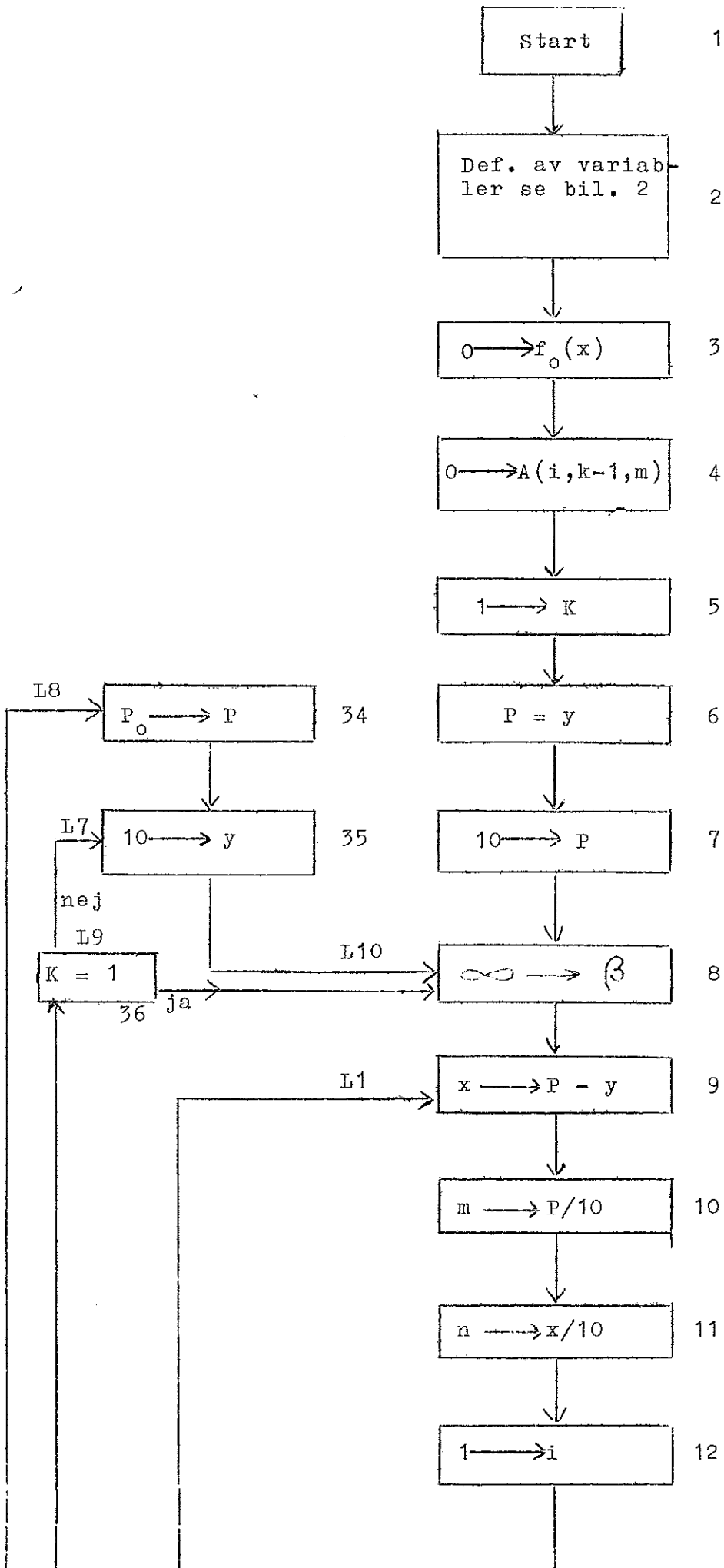


Fig. 4. Kostnadskarakteristiken  $h_i(y)$  för leverans av  $y$  MW till spinning reserv.

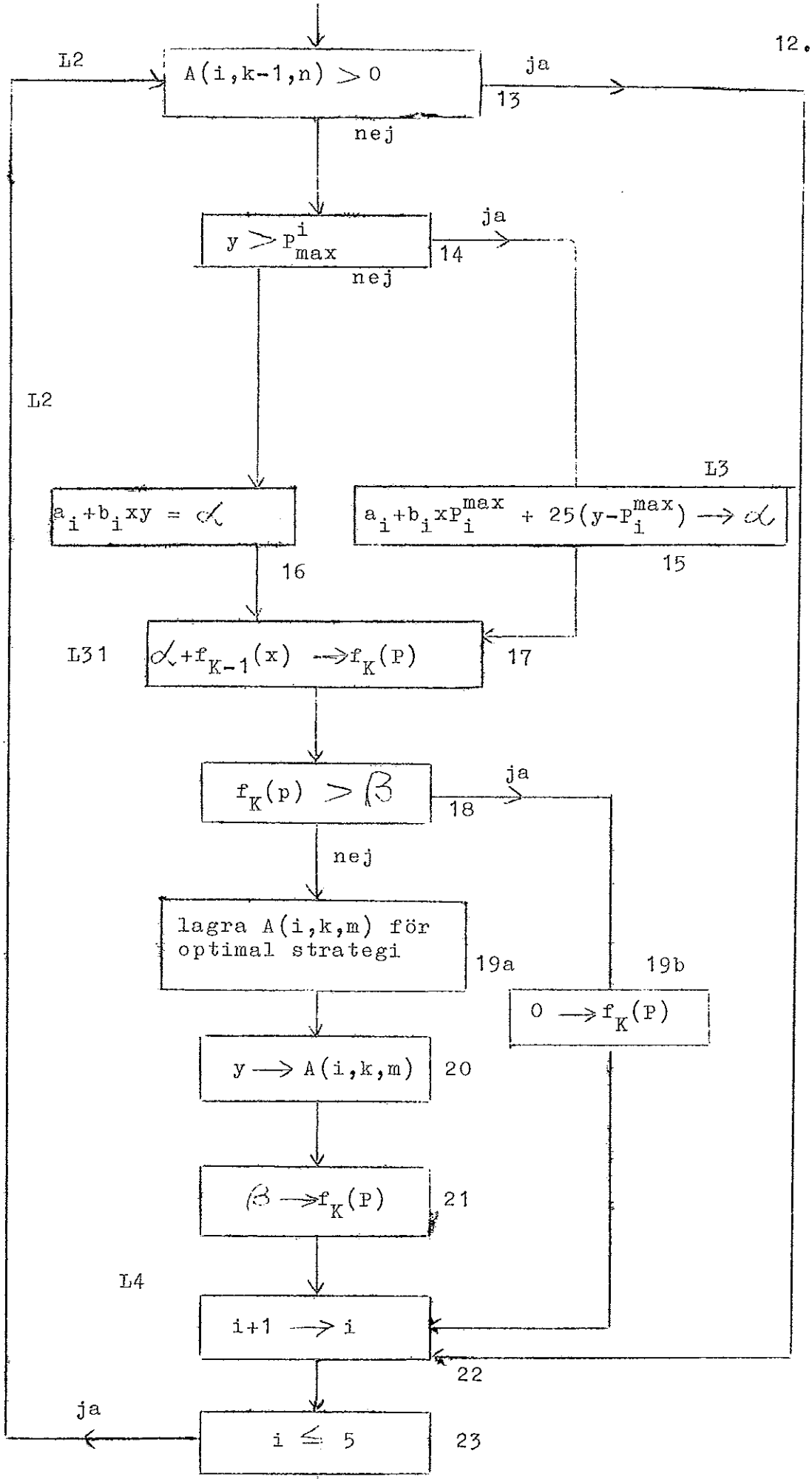
5.

5.1 Flödesschema för problemet med direkt effekt



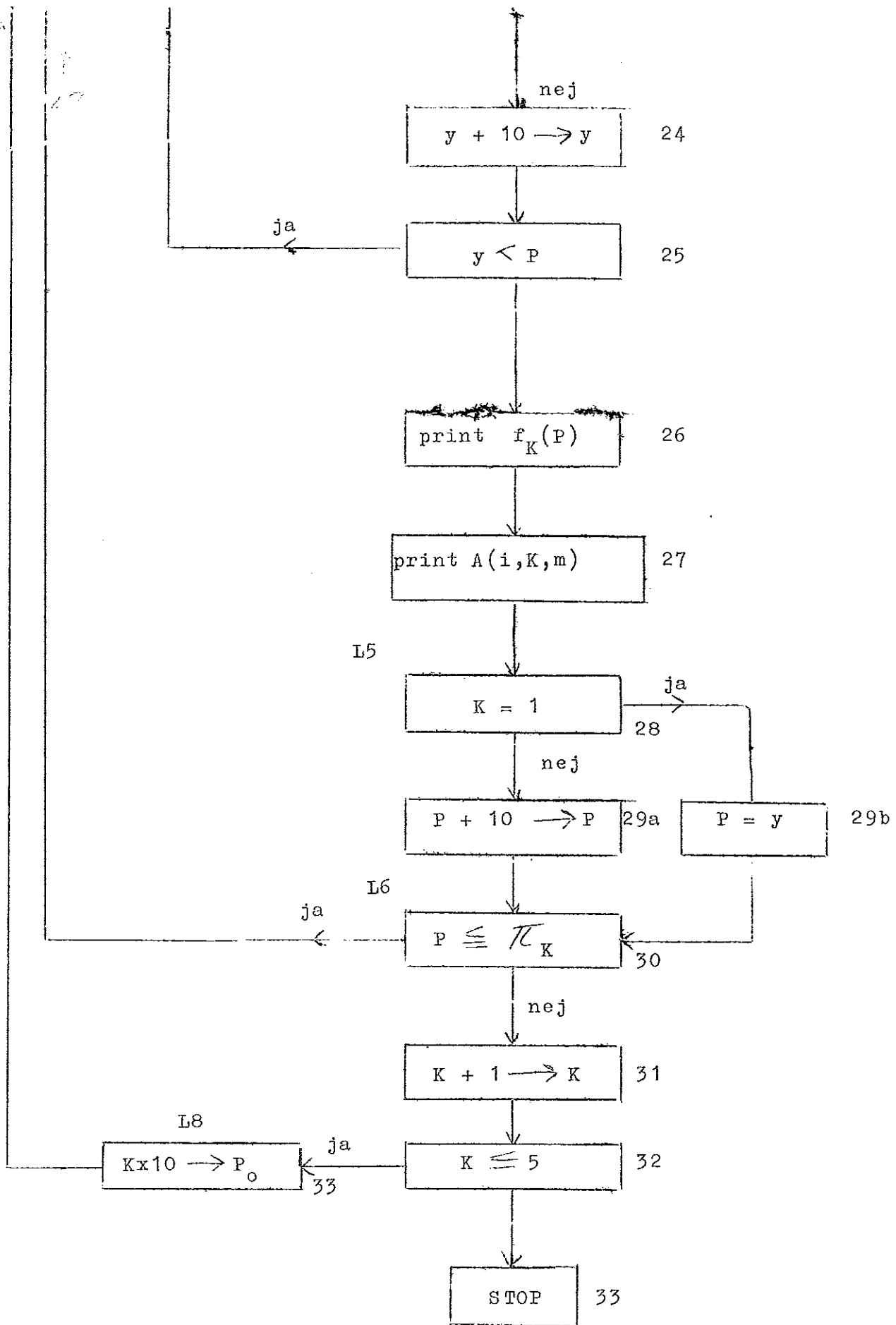
L8  
L9

L1



L4



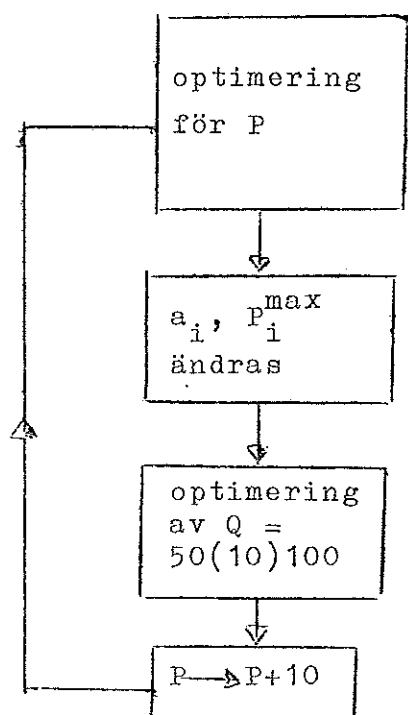


### 5.2 Flödesschema för problemet med rullande reserv

Denna beräkningsgång är helt analog med den i avsnitt 5.1. Först beräknas den optimala lösningen för  $P=10$  MW med testning av alla aggregat. För aggregat  $i_0$  erhålles optimal lösning, varför  $a_{i_0}$  sätts lika med 0 och aggregat  $i_0$  får ett nytt maximumvärde  $= P_{\max}^{i_0} - 10$ . (Se 4.3) För de övriga aggregaten multipliceras  $a_i$  med en faktor 1000.

Därefter genomlöpes åter i princip samma program, där nu i stället för  $P$  optimering utföres för  $Q$  etc.

Princip för flödesschema:



### 5.3 Förklaringar till flödesschema

Steg 2: Från remsa utläses de för beräkningar nödvändiga konstanterna. (Tabell sid. 30)

Steg 3: För att kunna beräkna  $f_1(P)$  med ekvation (3) sid. 4 sättes  $f_0(x) = 0$ .

Steg 4: Storheten  $A(i, K, m)$  anger den effekt, som leverans av aggregat nr  $i$ , då totalt  $K$  aggregat betraktas och då den efterfrågade effekten är  $m \cdot 10$  MW.

- Steg 5: K anger antalet betraktade aggregat, och proceduren börjar med  $K = 1$ .
- Steg 6: Då enbart 1 aggregat betraktas, kommer hela den efterfrågade effekten (P) att fördelas på detta aggregat.
- Steg 7: Det första intressanta effektvärdet är 10 MW.
- Steg 8: Hjälpsstorheten beta kan betraktas som ett jämförelsetal, "de hittills bästa (optimala)kostnaderna", vilka senare (steg 18) testas med den då framräknade kostnadsfunktionen. Beta är ett stort positivt tal, godtyckligt valt till 20 000.
- Steg 9-11: Substitutioner och hjälpsstorheter, fördelaktiga för de fortsatta operationerna.
- Steg 12: Testningen börjar med genomgång av de 5 olika aggregaten för fixt värde för P och  $y_1$  med början för aggregat nr 1 och därefter (se steg 22) aggregat nr 2 etc.
- Steg 13: Om aggregat nr i redan har medtagits vid tidigare tillfälle, levererar detta redan en effekt  $= 0$ . Detta aggregat medtages då ej i den aktuella undersökningen, utan undersökningen fortsätter med nästa aggregat (steg 22). Om det däremot framgår, att aggregatet i fråga ej har medtagits tidigare, måste detta testas för ev. optimal strategi.
- Steg 14: Undersökning, om den på aggregatet i fråga placerade effekten överstiger den maximalt uttagbara effekten. Om så ej är fallet:
- i* Steg 15: För  $y = P_i^{\max}$  användes funktionen i ekv. (3) sid. 7 .
- p* Steg 16: För  $y = P_i^{\max}$  användes funktionen i ekv. (3) sid. 7 .
- p* Steg 17: Realisering av ekv. (2) sid. 4 .
- Steg 18: Testning om optimal strategi erhållits (för det betraktade K-värdet).
- Steg 19a: Om, för betraktat i-värde, optimal lösning ej erhålles, tas den bästa lösning, som erhållits fram till detta betraktade i-värde, och samtliga  $A(i,k,m)$  utom det(de) optimala sättes  $= 0$ ; på samma sätt förfäres i

Steg 19b: med  $f_K(P)$ .

Steg 20: Den del av totaleffekten  $P(y)$  som skall fördelas, placeras på det mest lönande aggregatet.

Steg 21: Eftersom i steg 18 optimal strategi erhållits, måste för de fortsatta sekvenserna de därvid funna funktionerna  $f_K(P)$  jämföras med den här funna minimala  $f_K(P)$ . "Jämförelsetalet"  $\beta$  tilldelas således det "hittills bästa" värdet ( $f_K(P)$ ).

Steg 22: Aggregat med nästa ordningsnummer betraktas; om det emellertid visar sig,

Steg 23: att rekursiviteten överstiger den tillåtna gränsen (5 aggregat totalt), måste den totala effekten  $P$  delas upp i

Steg 24: två nya delar,  $y$  och  $P-y$ , där det nya värdet på  $y$  återigen testas i de genomgångna stegen, förutsatt, att det nya värdet på  $y$  ej över-

Steg 25: stiger den totalt efterfrågade effekten. Anledningen till den stränga olikheten  $y < P$  är att vi ej är intresserade av att fördela effekten noll på olika aggregat, vilket i så fall skulle bli fallet. Se ex. steg 13. Dessutom skulle besvär uppträda vid  $K=1$  aggregat.

Steg 26, De optimala värdena på  $f_K(P)$  och  $A(i, k, m)$  skrives ut.

27: (ANM.: Vid databehandlingen har dessa två steg placerats något senare i ALGOL-programmet, men principen är densamma.)

Steg 28, I steg 29a ökas den betraktade totala effekten  $P$  i steg om 29a, 29b: 10 MW, då nu den optimala strategin för  $K$  aggregat erhållits. Om emellertid  $K = 1$ , har redan denna ökning om 10 MW redan gjorts (steg 24). I steg 29b måste emellertid åter  $P$  sättas lika med  $y$  (vilket även göres i steg 6), eftersom annars  $y$  skulle få ett större värde än  $P$ .

Steg 30: Om den totalt efterfrågade effekten  $P$  överstiger den totalt genererbara effekten  $\bar{\pi}_K$  för  $K$  aggregat, där  $\bar{\pi}_K$  definieras som  $\bar{\pi}_K = \max_{i \in I} \sum_{u=i}^{i+K} (P_{\max})_u$ , måste antalet betraktade

Steg 31: aggregat ökas med 1, för att  $\bar{\pi}_K$  skall få ett högre värde. Dock kan

Steg 32: ej antalet aggregat ökas med mer än till 5.

Steg 33: För att ej fördela mindre kvantiteter än 10 MW på varje aggregat, bestäms  $P_0$  för varje K-sekvens av det betraktade K-värdet. Således medför exempelvis  $K=3$ , att för de betraktade 3 aggregaten skall minst 30 MW fördelas, 10 MW på varje aggregat.

Steg 34: P tillsättes värdet  $P_0$ . (Se steg 33 för förklaring.)

Steg 35, För varje nytt P-värde börjas en ny y-sekvens,  $y = 10(10)^{P-10}$   
 36: (steg 35); om emellertid  $K=1$ , har detta redan skett i steg 24.

Steg 37: Stopp.

ANM. till flödesschema:

ANM. 1: I ovanstående sekvenser beräknas ett optimalt f-värde (f: minimumkostnadsfunktion) för varje antal aggregat.

Av intresse är emellertid, att få fram ett absolut optimalt värde på f (och motsvarande fördelning  $A(i,k,m)$  av effekten P. Detta har även gjorts, oaktat dessa beräkningar ej framgår av flödesschemat. Problemet är emellertid trivialt, all den stund samtliga storheter  $f_K(P)$  och  $A(i,k,m)$  finns lagrade i datamaskinen.

6. ALGOL-programmen

Program för beräkning av den direkta effekten P:

```

begin integer i,j,r,k,P,y,w,x,m,n,s,Po,u,t,e,q,h;
real ALFA, beta;
integer array Pmax(1:5), a(1:5), b(1:5), pi(1:5), A(1:5, 0:5, 0:50);
real array f(0:5,0:50), gamma(0:50);
for i:=1 step 1 until 5 do
begin Pmax(i):=read; a(i):=read; b(i):=read; pi(i):=read;
for j:=0 step 1 until 5 do
for r:=0 step 1 until 50, do
begin f(j,r):=0; A(i,j,r):=0; gamma(r):=0; end;
end;
K:=1; P:=10; y:=P; beta:=20000;
L1: x:=P-y; i:=1; m:=P/10; n:=x/10; q:=10; if k > 1 then begin
if x ≥ pi(k-1) then goto EVA end; if n < k-1 then goto L5;
L2: if A(i,k-1,n) > 0 then goto L4;
if y > Pmax(i) then goto L3;
ALFA:= a(i) + b(i)xy; goto L31;
L3: ALFA:= a(i) + b(i)xPmax(i) + 25 x (y-Pmax(i) );
L31: f(k,m):=f(k-1,n) + ALFA;
if beta ≤ f(k,m) then begin f(k,m):=0; goto L4; end; A(i,k,m):=y; h:=i
for s:=i-1 step -1 until 1 do A(s,k,m):=0; beta:=f(k,m);
L4: i:=i+1; if i ≤ 5 then goto L2; if k=1 then goto GUNILLA; gamma(q):=bet
if q > 1 then begin if gamma(q)=gamma(q-1) then goto EVA else
for w:=1 step 1 until 5 do begin A(w,k,m):=0; A(h,k,m):=y; end; end;
GUNILLA: for e:=1 step 1 until 5 do begin if A(e,k-1,n) > 0 then begin
A(e,k,m):=A(e,k-1,n); end; end;
EVA: f(k,m):=beta; y:=y+10; if y < P then goto L1 else goto L5;
L5: if k=1 then begin P:=y; goto L6 end; P:=P+10;
L6: if P ≤ pi(k) then goto L9; k:=k+1; if k ≤ 5 then goto L8 else
goto BERÄKNING;
L7: y:=10; beta:=20000; goto L1;
L8: Po:=kx10; P:=Po; goto L7;
L9: if k=1 then goto L10 else goto L7;
L10: beta:= 20000; goto L1;
BERÄKNING: m:=1; 1
S0: k:=1; beta:=20000;
S1: if k > m then goto S2; if mx10 > pi(k) then goto S2;
if beta ≤ f(k,m) then goto S2; beta:=f(k,m); h:=k;
S2: k:=k+1; if k ≤ 5 then goto S1 else begin f(h,m):=beta; end;
P:=mx10; if P=10 then goto SKRIV else goto S3;
SKRIV: hmargin (10,120); vmarg (0,68); punch(4); space(5);
write ($P$); space(7); write ($KOSTNAD$);
for t:=1 step 1 until 5 do begin space(8); write ( AGGR NR, ); end
punch(1); space(22);
for t:=1 step 1 until 5 do begin space(10); print(1,0,t); space(6);
punch(1); space(4); write($MW$); space(9); write($KR$); space(5);
for t:=1 step 1 until 5 do begin space(10); write($MW$); space(5);
punch(1); punch(1);
S3: if P:50=P/50 then punch(1); print(6,0,P); print(12,0,f(h,m));
for u:=1 step 1 until 5 do print (17,0,A(u,h,m)); punch(1);
m:=m+1; if m ≤ 50 then goto S0 else goto UT;
UT:
end;

```

Program för beräkning av rullande reserv

begin comment detta program beräknar Popt och (P+Q)subopt, där Q är spinning reserv;

integer i,j,r,k,P,y,w,v,x,m,n,s,Po,u,t,e,q,h,Q,d,c;

real ALFA, beta;

integer array PPmax(1:5), Pmax(1:5), aa(1:5), a(1:5), b(1:5), pi(1:5), A(1:5), 0:5, 0:40), B(1:5, 0:5, 0:10);

real array f(0:5, 0:40), gamma(0:40), g(0:5,0:10);

for i:=1 step 1 until 5 do

begin PPmax(i):=Pmax(i):=read; aa(i):=a(i):=read; b(i):=read;

pi(i):=read;

for j:=0 step 1 until 5 do

for r:=0 step 1 until 40 do

for v:=0 step 1 until 10 do

begin f(j,r):=0; g(j,v):=0; A(i,j,r):=0; B(i,j,v):=0; gamma(r):=0;

end; end;

P:=10;

OSKAR: k:=1; y:=P; beta:=20000;;

L1: x:=P-y;  $\lambda$ :=1; m:=P/10; n:=x/10; q:=y/10; if k>1 then begin  
if x $\geq$ pi(k-1) then goto EVA end; if n $\leq$ k-1 then goto L5;

L2: if A(i,k-1,n) > 0 then goto L4;

if y Pmax(i) then goto L3;

ALFA:= a(i) + b(i)xy; goto L31;

L3: ALFA:= a(i)+b(i)xPmax(i)+25x(y-Pmax(i))  $\mathcal{B}$ ;

L31: f(k,m):=f(k-1,n) + ALFA;

if beta $\leq$ f(k,m) then begin f(k,m):=0; goto L4; end; A(i,k,m):=y; h:=i;

for s:=i-1 step -1 until 1 do A(s,k,m):=0; beta:=f(k,m);

L4: i:=i+1; if i $\leq$ 5 then goto L2, if k=1 then goto GUNILLA;

gamma(q):=beta;

if q>1 then begin if gamma(q)=gamma(q-1) then goto EVA else

for  $\mathcal{W}$ :=1 step 1 until 5 do begin A(w,k,m):=0; A(h,k,m):=y;

end end;;



```

GUNILLA:  for e:=1 step 1 until 5 do begin if A(e,k-1,n)>0 then begin
           A(e,k,m):=A(e,k-1,n); end; end;
EVA:      f(K,m):=beta; y:=y+10; if y<P then goto L1 else goto L6;
L5:       if k=1 then begin P:=y; goto L6 end;
L6:       k:=k+1; if k<=5^k<=m then goto L9 else goto BERÄKNING;
L7:       y:=10; beta:=20000; goto L1;
L9:       if k=1 then goto L10 else goto L7;
L10:      beta:=20000; goto L1;
7 RÄKNING:
S0:       K:=1; beta:=20000;
S1:       if k>m then goto S2; if mx10 >pi(k) then goto S2;
           if beta<=f(k,m) then goto S2; beta:=f(k,m); h:=k;
S2:       k:=k+1; if k<=5 then goto S1 else begin f(h,m):=beta; end;
           P:=mx10; i:=1;
S3:       if A(i,h,m)>0 then begin aa(i):=0; PPmax(i):=
           Pmax(i)-A(i,h,m) end; if A(i,h,m)=0 then begin aa(i):=1000x
           a(i) end;
           i:=i+1; if i<=5 then goto S3 else goto KARO;
KARO:     K:=1; Q:=10; y:=Q; beta:=20000;
T1:       x:=Q-y; i:=1; d:=Q/10; n:=x/10; q:=y/10; if n<k-1 then goto T5;
T2:       if B(i,k-1,n)>0 then goto T4; if y >PPmax(i) then goto T3;
           ALFA:= aa(i) + b(i)xy; goto T31;
T3:       ALFA:= aa(i)+b(i)xPPmaz(i)+25x(y-PPmax(i) );
T31:      g(k,d):=g(k-1,n)+ALFA;
           if beta<=g(k,d) then begin g(k,d):=0; goto T4; end; B(i,k,d):=y;
           c:=i;
           for s:=i-1 step -1 until 1 do B(s,k,d):=0; beta:=g(k,d);
T4:       i:=i+1; if i<=5 then goto T2; if k=1 then goto KALLE; gamma(q):=beta;
           if q>1 then begin if gamma(q)=gamma(q-1) then goto MÅNS else
           for w:=1 step 1 until 5 do begin B(w,k,d):=0; B(c,k,d):=y; end end;;
KALLE:    for e:=1 step 1 until 5 do begin if B(e,k-1,n) 0 then begin
           B(e,k,d):= B(e,k-1,n); end end;
MÅNS:    g(k,d):=beta; y:=y+10; if y<Q then goto T1 else goto T5;
T5:       if k=1 then begin Q:=y; goto T6 end; Q:=Q+10;
T6:       if Q<=100 then goto T9; k:=k+1; if k<=5^k<=h then
           goto T8 else goto NY BERÄKNING;
T7:       y:=10; beta:=20000; goto T1;
T8:       Q:=kx10; goto T7;

```

```

T9:      if k=1 then goto T10 else goto T7;
T10:     beta:=20000; goto T1;
NY BERÄKNING: d:=5;
P0:      k:=1; beta:=20000;
P1:      if beta≤g(k,d) then goto P2; beta:=g(k,d); c:=k;
P2:      k:=k+1; if k≤5^k≤h then goto P1 else begin g(c,d):=beta; end;
          Q:=dx10;
          for t:=10,100 step 100 until 400 do if P=t^Q=50
          then goto SKRIV; goto P3;
SKRIV:   punch(15); hmarg(10,130); vmarg(0,68); punch(4); space(5);
          write(4P); space(7); write (4Q); space(7); write (4KOSTNAD);
          for t:=1 step 1 until 5 do begin space (8); write (4AGGR.NR); end;
          punch(1); space(28);
          for t:=1 step 1 until 5 do begin space(10); print(1,0,t); space(6);
          end;
          punch(1); space(4); write(4MW); space(7); write(4MW);
          space(9); write(4KR); space(5);
          for t:=1 step 1 until 5 do begin space(10); write (4MW); space(5);
          end; punch(1); punch(1);
P3:      if Q=50 then punch(1); print(6,0,P); print(7,0,Q);
          print(12,0,g(c,d) ); g(c,d):=0;
          for u:=1 step 1 until 5 do begin print(17,0,B(u,c,d)); B(u,c,d):=9
          end; punch(1);
          d:=d+1; if d≤10 then goto P0 else goto ADAM;
ADAM:    P:=P+10; if P>400 then goto UT; for i:=1 step 1 until 5 do
          begin Pmax(i):=Pmax(i); aa(i):=a(i); end; goto OSKAR;
U.
end;

```

## 7. RESULTAT

Resultatet av optimeringsproblemet, som här har behandlats framgår i tabellerna i appendix (kap. 10). I dessa tabeller utgörs första kolumnen av den levererade effekten  $P$ . Den andra kolumnen anger de minimala kostnaderna för generering av  $P$  samt i de följande kolumnerna återfinns effekten  $P$ , fördelad på de olika aggregaten.

Genom jämförelse mellan tabellerna A och B inses vilken inverkan de i kap. 4.2 omnämnda strafffunktionerna har på problemets lösning. I tabell B återfinns lösningen för fallet med höga straffkostnader, varvid all effekt levereras med de egna aggregaten. I tabell A har använts den lineära straffkostnadsfunktionen, (1) sid. 6, vilket bl.a. har medfört, att det i vissa fall (ex.  $P = 240$  MW) har visat sig mest lönsamt att låta generera delar av den sökta effekten  $P$  med icke-egna aggregat. Så är emellertid endast fallet med effekter, vilka ej avsevärt överstiger resp.  $P_i^{\max}$ . För stora skillnader kommer termen  $30(y - P_i^{\max})$  i ekv. (3) sid. 7 att dominera framför övriga termer, varför kostnaderna här blir stora jämfört med de som uppträder vid medtagande av egna aggregat.

Som ett alternativ till att låta straffkostnaderna vara höga har undersökts följden av att göra samtliga startkostnader små ( $a_i \rightarrow a_i/100$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ). Därvid erhöles en liknande effektfördelning, och det visade sig i samtliga fall mest ekonomiskt att låta de egna aggregaten ombesörja effektgenereringen.

Vad resultatet med rullande reserv beträffar, kan följande kommentarer göras: Som tidigare antytts, bör för en fullständig behandling av den rullande reserven en tvådimensionell dynamisk programmering utföras, vilket samtidigt kräver uppfattning om sannolikheten för att den rullande reserven kommer att utnyttjas. Härvid torde en annan fördelnings- och kostnadsbild uppkomma än vad som här har framkommit.

Om det emellertid kan antagas, att sannolikheten för att den rullande reserven skall utnyttjas är "liten", torde den i föreliggande arbete använda modellen kunna äga en viss rimlighet: först optimering av den direkta effekten  $P$  och därefter en optimering av  $Q$  med villkoret, att samma aggregat skall användas i bägge fallen. Även här kan naturligtvis göras vissa invändningar mot resultatet. Sålunda kan det exempelvis vid långvarig drift för generering av konstant effekt förmodas vara mer lönsamt att starta upp ett aggregat för generering av enbart

rullande reserv och därigenom nedpressa de totala kostnaderna. Dessa aspekter har emellertid ej beaktas här, alldenstund vetskap ej finns om karaktären av den direkt efterfrågade effekten P.

Om det kan antagas, att sannolikheten är stor för utnyttjande av rullande reserv, torde en mer lönsam modell använda detta faktum så, att optimering sker samtidigt för (P+Q), då detta förmodligen skulle kunna jämföras med en "direkt" effekt.

För att jämföra resultaten av olika optimeringar, visas ett numeriskt exempel:

Att generera den direkta effekten P=200 MW kostar optimalt 3265 kr, vilket framgår av tabell A. Av denna tabell framgår dessutom, att denna effekt genereras med aggregaten 4 och 5.

Om nu sannolikheten är stor, att en rullande reserv Q=50 MW skall utnyttjas, vore det rimligt, att omedelbart optimera med hänsyn till (P+Q)=250 MW, och i stället använda aggregaten 1,4 och 5 med en kostnad av 4233 kr.

Väljer vi nu i stället, att först optimera för P=200 MW och sedan använda samma aggregat för (P+Q)=250 MW, får vi en kostnad av 1050 kr. för generering av Q=50 MW. (Tabell C).

Denna strategi kan vara motiverad, om sannolikheten, att Q kommer att utnyttjas, är liten.

Vi ser, att skillnaden i kostnad mellan dessa olika sätt att resonera blir  $1050 - (4233 - 3268) = 82$  kr, vilket kan sägas vara ett ungefärligt mått på, vad vi får betala, då vi ingenting vet om när och hur Q kommer att utnyttjas.

Poängteras bör emellertid ännu en gång, att här endast redogjorts för fall, där sannolikheten E för utnyttjande av rullande reserv är stor resp. liten. För mellanliggande värden på E kan utgående från föreliggande undersökning inget generellt resultat utläsas. Därtill krävs en mer omfattande undersökning, vilken går utanför ramen till detta arbete.

## 7.2 Begränsningar i den deterministiska modellen

Vid uppskrivande av de olika samband, vilka legat till grund för beräkningarna av kostnadsfunktionerna, har samtliga storheter antagits vara helt deterministiska. Detta är ej helt i överensstämmelse med de faktiska förloppen, där vissa obestämdheter kan iakttagas. Av dessa må särskilt nämnas två faktorer, nämligen variansen i efterfrågan och mankeringsrisken, vilka tillsammans kan antas ha en ej obetydlig inverkan på resultatet.

### 7.2.1 Osäkerhet i P

Den under en tidsperiod  $t$  efterfrågade effekten  $P$  bestäms bl.a. av vissa förundersökningar (ex. meteorologiska) vid tider  $\leftarrow t$ , och de därvid uppkomna resultaten ligger till grund för den prognos, ur vilken  $P$  bestäms. Härvid uppkommer en varians i effektefterfrågan, vilken kan anses vara normalfördelad. Det genomsnittliga felet (absolutvärdet) i belastningsprognosen uppgår till ca 5 MW, vilket motsvarar ca 1% fel i belastningsprognosen. Det maximala felet uppgår till ca 3 gånger detta värde.

Om kostnadskaraktäristiken, liksom i ekv. (3) sid. 7, antas ha formen  $g(y) = a + by$ , kan medelvärdet (den matematiska förväntningen) skrivas som

$Eg(y) = a + bEy$ , och variansen

$$\begin{aligned} \text{cov}(g(y) \cdot g(y)) &= E\{[g(y) - Eg(y)]^2\} = \\ &= E\{g^2(y) - [Eg(y)]^2\} = \\ &= E\{[a + by]^2 - [a + bEy]^2\} = \\ &= E\{a^2 + b^2y^2 + 2aby\} - a^2 - b^2(Ey)^2 - 2abEy = \\ &= b^2Ey^2 - b^2(Ey)^2 = b^2E(y - Ey)^2 = \\ &= b^2 \text{var}(y); \end{aligned}$$

Men kostnaderna  $f_k(P) \sim g(y)$ , varför

$\text{var}\{f\} = \text{konst.} \cdot \sigma^2$ , där

$\sigma^2$  är variansen i efterfrågan av effekt, dvs. variansen i kostnaderna för optimal strategi är proportionell mot variansen i effektefterfrågan.

### 7.2.2 Osäkerhet för maskinhaveri

Vad mankerings- eller haveririsken beträffar, kan den för ett aggregat antas vara störst vid igångsättningen.

Den antas vidare vara exponentialfördelad.

### 7.2.3 Spinning reserve

Slutligen påpekas ytterligare en gång, att den i denna undersökning schematiska behandlingen av Spinning Reserve ej gör anspråk på att i något avseende vara fullständig. För en noggrann undersökning kan eventuellt tänkas en modifierad form av Dynamisk Programmering i två

dimensioner. Dessa undersökningar tillsammans med de två ovanstående faktorerna, vilka förmodas påverka resultatet, kräver emellertid en betydligt mer omfattande behandling, än vad som här har presenterats.

8.

### 8.1 Sammanfattning

En leverantör av elektrisk energi har till sitt förfogande ett antal ångkraftverk, med vilka han önskar tillgodose ett av marknaden ställt effektbehov. Problemet består däri, att fördela den efterfrågade effekten över de tillgängliga kraftverken på ett sådant sätt, att kostnaderna för effektleverans blir så små som möjligt. Vid variationsanalytiska problem av ovanstående karaktär, erbjuder litteraturen en mängd olika lösningsalternativ. I föreliggande undersökning har valts metoder med Dynamisk Programmering, till stor del med tanke på problemets diskreta natur.

Härvid har definierats en kostnadsfunktion, vilken iterativt bedömer de minsta kostnaderna för leverans av en bestämd effekt, utgående från kostnadsfunktionerna för varje aggregat.

För att undersöka randvärdesproblem, har till kostnadskarakteristiken för de olika aggregaten fogats en straffkostnad, vilken påverkar kostnaderna först när effekt uttages, vilken är större än den för aggregatet i fråga uttagbara. Två alternativa straffkostnadsfunktioner har angetts. De till dessa strafffunktioner associerade straffkostnader är realistiska i den meningen, att inköp av effekt från utomstående leverantör ofta ställer sig förhållandevis kostbart.

Förutom att söka en optimal lösning av problemet med direkt efterfrågad effekt har undersökning även gjorts med s.k. rullande reserv. Denna i reserv hållna effekt kommer att belasta aggregaten på i stort sett samma vis som den direkta effekten. För lösning har optimering skett, av den direkta effekten och därefter suboptimering av den rullande reserven.

Hela problemet har behandlats helt deterministiskt.

## 8.2 A Summary in English

A supplier of electric energy has a number of steam-power units at his disposal, with which he wishes to meet a demand for capacity raised by the market.

The problem is to distribute the capacity in demand amongst the available power units in such a way that the cost for capacity service is as small as possible.

Regarding variation analytical problems of the above mentioned characteristic, the literature offers a number of different solution alternatives. In the present analysis methods with dynamic programming have been chosen, to a large extent bearing in mind the discrete nature of the problem.

In this case a cost function has been defined, which iteratively settles the smallest cost for the supplying of a fixed capacity, when proceeding from the cost function of each steam-power unit.

In order to avoid problems with boundary conditions, a penalty cost has been added to the cost characteristic for the different units, which does not affect the costs until capacity is taken out, which is larger than the maximum capacity for the units.

Two alternative penalty costs associated to these penalty functions are realistic in that sense that the purchase of capacity from other suppliers often turn out to be comparatively expensive.

Besides searching for an optimal solution to the problem concerning directly demanded capacity a test with so called Spinning Reserve has been carried out. This capacity kept in reserve will on the whole load the steam-power units in the same way as the direct capacity. An optimal solution of the direct capacity has been followed by a suboptimal solution of the spinning reserve.

The whole problem has been dealt with from a completely deterministic point of view.

## 9. REFERENSER

Bellman, R & Dreyfus, S: "Applied Dynamic Programming". Princeton University Press. Princeton, New Jersey 1962.

Hara, K, Kimura, M & Honda, N: "A Method for Planning Economic Unit Commitment and Maintenance of Thermal Power Systems." IEEE Transactions on Power Apparature and systems. Vol. Pas-85, No. 5. May 1966. University of Tokyo.

Hållsten, Bertil: "Operationsanalytiska Metoder. V. Produktval och Programmering." FDO-meddelande nr 44. Stockholm 1962.

Lowery, P G: "Generating Unit Commitment by Dynamic Programming." Los Angeles Dept. of Water and Power. Los Angeles, Calif.

Tou, Julius T: "Modern Control Theory." McGraw-Hill Book Company 1964.



10. APPENDIX10.1 Förteckning över använda symboler

- $i$ : ordningsnummer för ett visst aggregat.  $i \in I$ .  
 $N$ : antal aggregat ( $N=1,2,3,4,5$ ).  
 $P$ : total effektefterfrågan (MW)  $10 \leq P \leq 400$  MW.  
 $Q$ : rullande reserv (MW)  $50 \leq Q \leq 100$  MW.  
 $y$ : effekt  $0 \leq y \leq 350$  MW.  
 $f_N(P)$   
 $F_N(Q)$  : de minsta kostnader i kronor för att leverera  $P$  resp.  $Q$  MW med de  $N$  första aggregaten.  
 $f_{N-1}(P-y)$   
 $F_{N-1}(Q-y)$  : de minsta kostnaderna i kronor för att leverera  $(P-y)$  resp.  $(Q-y)$  MW med de  $(N-1)$  första aggregaten.  
 $g_i(y)$   
 $h_i(y)$  : kostnader i kronor för att med aggregat nr  $i$  leverera  $y$  MW.  
 $P_{total}$ : den från samtliga aggregat tillsammans uttagbara effekten.

$$P_{total} = \sum_{i=1}^5 P_i^{max}$$

- $I = \{1,2,3,4,5\}$ : mängden av de behandlade aggregaten.  
 $Y = \{0,10,\dots,390\}$ : fördelade effekter.

10.2 Tabell för kostnadskoefficienter

Konstanter för de ingående aggregaten:

Aggr.nr i	max.effekt $P_{\max}^i$ MW	tomgångskostn. $a_i$ kr/h	ökningskostn. $b_i$ kr/MWh
1	28	170	16
2	70	280	16
3	70	280	16
4	70	215	15
5	155	350	13

$$\bar{P}_1 = 155 \text{ MW}$$

$$\bar{P}_2 = 225 \text{ "}$$

$$\bar{P}_3 = 295 \text{ "}$$

$$\bar{P}_4 = 365 \text{ "}$$

$$\bar{P}_5 = 393 \text{ "}$$

$\bar{P}^k = \max_{i \in I} \sum_{u=i}^{i+k} P_u^{\max}$

$$I = (1, 2, 3, 4, 5)$$

10.3 Resultat i tabellformTabell A

P MW	Kostnad kr	AGGR. NR (MW)				
		1	2	3	4	5
10	330	10	0			
20	490	20	0	0	0	0
30	665	0	0	0	30	0
40	815	0	0	0	40	0
50	965	0	0	0	50	0
60	1115	0	0	0	60	0
70	1260	0	0	0	0	70
80	1390	0	0	0	0	80
90	1520	0	0	0	0	90
100	1650	0	0	0	0	100
110	1780	0	0	0	0	110
120	1910	0	0	0	0	120
130	2040	0	0	0	0	130
140	2170	0	0	0	0	140
150	2300	0	0	0	0	150
160	2490	0	0	0	0	160
170	2740	0	0	0	0	170
180	2965	0	0	0	0	150
190	3115	0	0	0	40	150
200	3265	0	0	0	50	150
210	3415	0	0	0	60	150
220	3565	0	0	0	70	150
230	3755	0	0	0	70	160
240	4005	0	0	0	70	170
250	4233	30	0	0	70	150
260	4423	30	0	0	70	160
270	4645	0	50	0	70	150
280	4805	0	60	0	70	150
290	4965	0	70	0	70	150
300	5155	0	70	0	70	160
310	5405	0	70	0	70	170
320	5633	30	70	0	70	150
330	5823	30	70	0	70	160
340	6045	0	70	50	70	150
350	6205	0	70	60	70	150
360	6365	0	70	70	70	150
370	6555	0	70	70	70	160
380	6805	0	70	70	70	170
390	7033	30	70	70	70	150
400	7223	30	70	70	70	160

Tabell B

P MW	Kostnad kr	AGGR. NR (MW)				
		1	2	3	4	5
10	330	10	0	0	0	0
20	490	20	0	0	0	0
30	665	0	0	0	30	0
40	815	0	0	0	40	0
50	965	0	0	0	50	0
60	1115	0	0	0	60	0
70	1260	0	0	0	0	70
80	1390	0	0	0	0	80
90	1520	0	0	0	0	90
100	1650	0	0	0	0	100
110	1780	0	0	0	0	110
120	1910	0	0	0	0	120
130	2040	0	0	0	0	130
140	2170	0	0	0	0	140
150	2300	0	0	0	0	150
160	2630	10	0	0	0	150
170	2790	20	0	0	0	150
180	2965	0	0	0	30	150
190	3115	0	0	0	40	150
200	3265	0	0	0	50	150
210	3415	0	0	0	60	150
220	3565	0	0	0	70	150
230	3895	10	0	0	70	150
240	4055	20	0	0	70	150
250	4325	0	30	0	70	150
260	4485	0	40	0	70	150
270	4645	0	50	0	70	150
280	4805	0	60	0	70	150
290	4965	0	70	0	70	150
300	5295	10	70	0	70	150
310	5455	20	70	0	70	150
320	5725	0	70	30	70	150
330	5885	0	70	40	70	150
340	6045	0	70	50	70	150
350	6205	0	70	60	70	150
360	6365	0	70	70	70	150
370	6695	10	70	70	70	150
380	6855	20	70	70	70	150
390	7883	30	70	70	70	150

Tabell C

Direkt effekt		Rull. reserv	Kostn. för	Aggregat nr (MW)				
P MW		Q MW	Q kr	1	2	3	4	5
10		50	1088	50	0	0	0	0
10		60	1338	60	0	0	0	0
10		70	1588	70	0	0	0	0
10		80	1838	80	0	0	0	0
10		90	2088	90	0	0	0	0
10		100	2338	100	0	0	0	0
20		50	1178	50	0	0	0	0
20		60	1428	60	0	0	0	0
20		70	1678	70	0	0	0	0
20		80	1928	80	0	0	0	0
20		90	2178	90	0	0	0	0
20		100	2428	100	0	0	0	0
30		50	850	0	0	0	50	0
30		60	1100	0	0	0	60	0
30		70	1350	0	0	0	70	0
30		80	1600	0	0	0	80	0
30		90	1850	0	0	0	90	0
30		100	2100	0	0	0	100	0
40		50	950	0	0	0	50	0
40		60	1200	0	0	0	60	0
40		70	1450	0	0	0	70	0
40		80	1700	0	0	0	80	0
40		90	1950	0	0	0	90	0
40		100	2200	0	0	0	100	0
50		50	1050	0	0	0	50	0
50		60	1300	0	0	0	60	0
50		70	1550	0	0	0	70	0
50		80	1800	0	0	0	80	0
50		90	2050	0	0	0	90	0
50		100	2300	0	0	0	100	0
60		50	1150	0	0	0	50	0
60		60	1400	0	0	0	60	0
60		70	1650	0	0	0	70	0
60		80	1900	0	0	0	80	0
60		90	2150	0	0	0	90	0
60		100	2400	0	0	0	100	0
70		50	650	0	0	0	0	50
70		60	780	0	0	0	0	60
70		70	910	0	0	0	0	70
70		80	1040	0	0	0	0	80
70		90	1230	0	0	0	0	90
70		100	1480	0	0	0	0	100
80		50	650	0	0	0	0	50
80		60	780	0	0	0	0	60
80		70	910	0	0	0	0	70
80		80	1100	0	0	0	0	80
80		90	1350	0	0	0	0	90
80		100	1600	0	0	0	0	100

Direkt effekt P MW	Rull. reserv Q MW	Kostn. för Q kr	Aggregat nr (MW)				
			1	2	3	4	5
90	50	650	0	0	0	0	50
90	60	780	0	0	0	0	60
90	70	970	0	0	0	0	70
90	80	1220	0	0	0	0	80
90	90	1470	0	0	0	0	90
90	100	1720	0	0	0	0	100
							0
100	50	650	0	0	0	0	50
100	60	840	0	0	0	0	60
100	70	1090	0	0	0	0	70
100	80	1340	0	0	0	0	80
100	90	1590	0	0	0	0	90
100	100	1840	0	0	0	0	100
							0
110	50	710	0	0	0	0	50
110	60	960	0	0	0	0	60
110	70	1210	0	0	0	0	70
110	80	1460	0	0	0	0	80
110	90	1710	0	0	0	0	90
110	100	1960	0	0	0	0	100
							0
120	50	830	0	0	0	0	50
120	60	1080	0	0	0	0	60
120	70	1330	0	0	0	0	70
120	80	1580	0	0	0	0	80
120	90	1830	0	0	0	0	90
120	100	2080	0	0	0	0	100
							0
130	50	950	0	0	0	0	50
130	60	1200	0	0	0	0	60
130	70	1450	0	0	0	0	70
130	80	1700	0	0	0	0	80
130	90	1950	0	0	0	0	90
130	100	2200	0	0	0	0	100
							0
140	50	1070	0	0	0	0	50
140	60	1320	0	0	0	0	60
140	70	1570	0	0	0	0	70
140	80	1820	0	0	0	0	80
140	90	2070	0	0	0	0	90
140	100	2320	0	0	0	0	100
							0
150	50	1190	0	0	0	0	50
150	60	1440	0	0	0	0	60
150	70	1690	0	0	0	0	70
150	80	1940	0	0	0	0	80
150	90	2190	0	0	0	0	90
150	100	2440	0	0	0	0	100
							0
160	50	1310	0	0	0	0	50
160	60	1560	0	0	0	0	60
160	70	1810	0	0	0	0	70
160	80	2060	0	0	0	0	80
160	90	2310	0	0	0	0	90
160	100	2560	0	0	0	0	100

Direkt effekt P MW	Rull. reserv Q MW	Kostn. för Q kr	Aggregat nr (MW)				
			1	2	3	4	5
170	50	1430	0	0	0	0	50
170	60	1680	0	0	0	0	60
170	70	1930	0	0	0	0	70
170	80	2180	0	0	0	0	80
170	90	2430	0	0	0	0	90
170	100	2680	0	0	0	0	100
180	50	850	0	0	0	50	0
180	60	1040	0	0	0	50	10
180	70	1290	0	0	0	60	10
180	80	1540	0	0	0	70	10
180	90	1790	0	0	0	80	10
180	100	2040	0	0	0	90	10
190	50	950	0	0	0	50	0
190	60	1140	0	0	0	50	10
190	70	1390	0	0	0	60	10
190	80	1640	0	0	0	70	10
190	90	1890	0	0	0	80	10
190	100	2140	0	0	0	90	10
200	50	1050	0	0	0	50	0
200	60	1240	0	0	0	50	10
200	70	1490	0	0	0	60	10
200	80	1740	0	0	0	70	10
200	90	1990	0	0	0	80	10
200	100	2240	0	0	0	90	10
210	50	1150	0	0	0	50	0
210	60	1340	0	0	0	50	10
210	70	1590	0	0	0	60	10
210	80	1840	0	0	0	70	10
210	90	2090	0	0	0	80	10
210	100	2340	0	0	0	90	10
220	50	1190	0	0	0	0	50
220	60	1440	0	0	0	0	60
220	70	1690	0	0	0	0	70
220	80	1940	0	0	0	0	80
220	90	2190	0	0	0	0	90
220	100	2440	0	0	0	0	100
230	50	1250	0	0	0	50	0
230	60	1500	0	0	0	60	0
230	70	1750	0	0	0	70	0
230	80	2000	0	0	0	80	0
230	90	2250	0	0	0	90	0
230	100	2500	0	0	0	100	0
240	50	1250	0	0	0	50	0
240	60	1500	0	0	0	60	0
240	70	1750	0	0	0	70	0
240	80	2000	0	0	0	80	0
240	90	2250	0	0	0	90	0
240	100	2500	0	0	0	100	0

Direkt effekt P MW	Rull. reserv Q MW	Kostn. för Q kr	Aggregat nr (MW)				
			1	2	3	4	5
250	50	1190	0	0	0	0	50
250	60	1440	0	0	0	0	60
250	70	1690	0	0	0	0	70
250	80	1940	0	0	0	0	80
250	90	2190	0	0	0	0	90
250	100	2440	0	0	0	0	100
260	50	1250	0	0	0	50	0
260	60	1500	0	0	0	60	0
260	70	1750	0	0	0	70	0
260	80	2000	0	0	0	80	0
260	90	2250	0	0	0	90	0
260	100	2500	0	0	0	100	0
270	50	1070	0	50	0	0	0
270	60	1260	0	50	0	0	10
270	70	1510	0	60	0	0	10
270	80	1760	0	70	0	0	10
270	90	2010	0	80	0	0	10
270	100	2260	0	90	0	0	10
280	50	1160	0	50	0	0	0
280	60	1350	0	50	0	0	10
280	70	1600	0	50	0	0	10
280	80	1850	0	70	0	0	10
280	90	2100	0	80	0	0	10
280	100	2350	0	90	0	0	10
290	50	1190	0	0	0	0	50
290	60	1440	0	0	0	0	60
290	70	1690	0	0	0	0	70
290	80	1940	0	0	0	0	80
290	90	2190	0	0	0	0	90
290	100	2440	0	0	0	0	100
300	50	1250	0	50	0	0	0
300	60	1500	0	60	0	0	0
300	70	1750	0	70	0	0	0
300	80	2000	0	80	0	0	0
300	90	2250	0	90	0	0	0
300	100	2500	0	100	0	0	0
310	50	1250	0	50	0	0	0
310	60	1500	0	60	0	0	0
310	70	1750	0	70	0	0	0
310	80	2000	0	80	0	0	0
310	90	2250	0	90	0	0	0
310	100	2500	0	100	0	0	0
320	50	1190	0	0	0	0	50
320	60	1440	0	0	0	0	60
320	70	1690	0	0	0	0	70
320	80	1940	0	0	0	0	80
320	90	2190	0	0	0	0	90
320	100	2440	0	0	0	0	100



Direkt effekt P MW	Rull. reserv Q MW	Kostn. för Q kr	Aggregat nr (MW)				
			1	2	3	4	5
330	50	1250	0	50	0	0	0
330	60	1500	0	60	0	0	0
330	70	1750	0	70	0	0	0
330	80	2000	0	80	0	0	0
330	90	2250	0	90	0	0	0
330	100	2500	0	100	0	0	0
340	50	1070	0	0	50	0	0
340	60	1260	0	0	50	0	10
340	70	1510	0	0	60	0	10
340	80	1760	0	0	70	0	10
340	90	2010	0	0	80	0	10
340	100	2260	0	0	90	0	10
350	50	1160	0	0	50	0	0
350	60	1350	0	0	50	0	10
350	70	1600	0	0	60	0	10
350	80	1850	0	0	70	0	10
350	90	2100	0	0	80	0	10
350	100	2350	0	0	90	0	10
360	50	1190	0	0	0	0	50
360	60	1440	0	0	0	0	60
360	70	1690	0	0	0	0	70
360	80	1940	0	0	0	0	80
360	90	2190	0	0	0	0	90
360	100	2440	0	0	0	0	100
370	50	1250	0	50	0	0	0
370	60	1500	0	60	0	0	0
370	70	1750	0	70	0	0	0
370	80	2000	0	80	0	0	0
370	90	2250	0	90	0	0	0
370	100	2500	0	100	0	0	0
380	50	1250	0	50	0	0	0
380	60	1500	0	60	0	0	0
380	70	1750	0	70	0	0	0
380	80	2000	0	80	0	0	0
380	90	2250	0	90	0	0	0
380	100	2500	0	100	0	0	0
390	50	1190	0	0	0	0	50
390	60	1440	0	0	0	0	60
390	70	1690	0	0	0	0	70
390	80	1940	0	0	0	0	80
390	90	2190	0	0	0	0	90
390	100	2440	0	0	0	0	100
400	50	1250	0	50	0	0	0
400	60	1500	0	60	0	0	0
400	70	1750	0	70	0	0	0
400	80	2000	0	80	0	0	0
400	90	2250	0	90	0	0	0
400	100	2500	0	100	0	0	0