

TFRT-5044

UNDERSÖKNING AV VARIATIONER I EEG -
SPEKTRUM VID OLIKA YTTRE STIMULERINGAR

PER TORLÖF

Rapport RE - 44 febr. 1969

TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET
UTLÄNAS EJ

UNDERSÖKNING AV VARIATIONER I EEG - SPEKTRUM
VID OLIKA YTTRE STIMULERINGAR

PER TORLÖF

Rapport RE - 44 febr. 1969

ANSV. HANDELDARE: K.-J. ÅSTRÖM

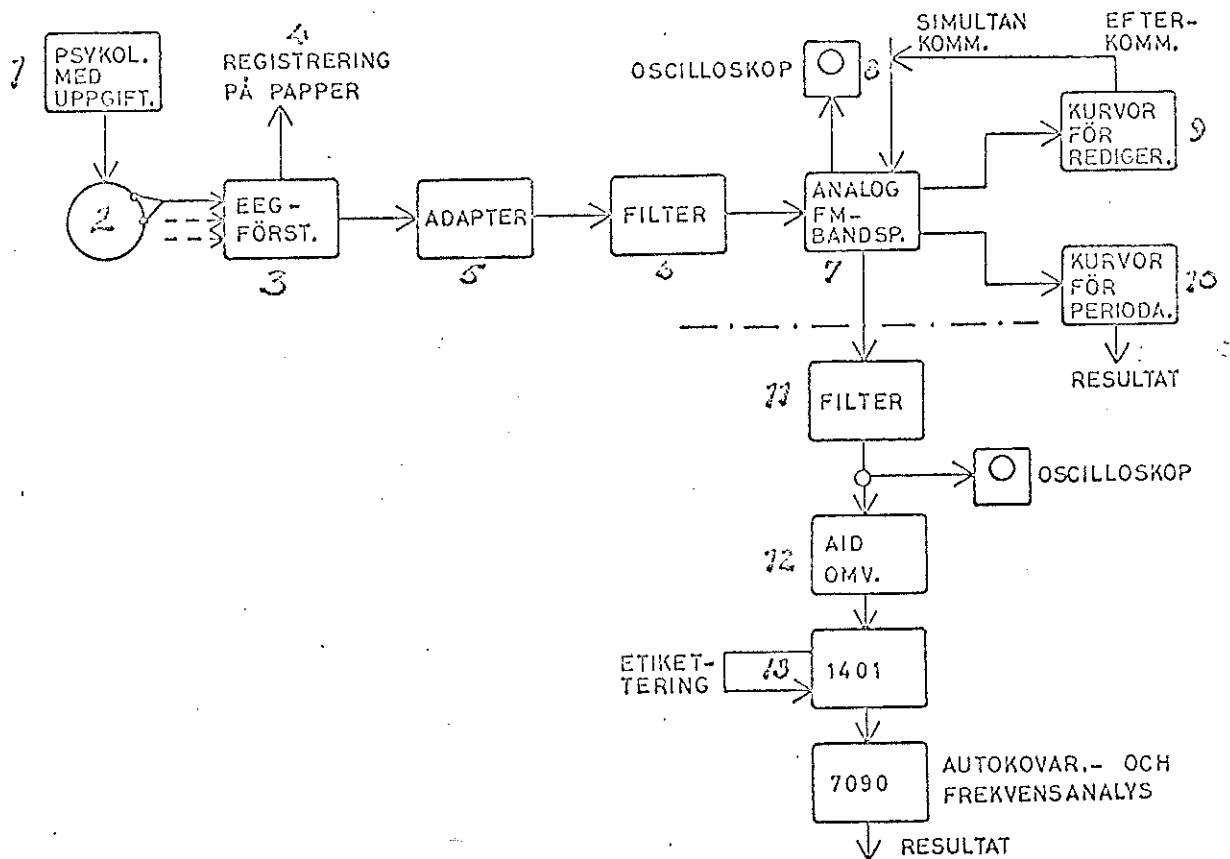
1. Inledning.

Målsättningen för detta examensarbete har varit att genomföra några kompletta försök med och spektralanalyser av elektroencefalogram, EEG, upptagna vid avdelning n för klinisk neurofysiologi på Lunds lasarett, för att få vägledning för fortsatt arbete.

Metoden för spektralanalysen är ett digitalt off-line system. Då enda tillgängliga A/D omvandlaren vid tillfället var den på Karolinska Institutets datacentral kom metoden till stor del att omfatta resteknik och apparattransporter. Till mycket stor hjälp var ett programsystem uppbyggt av docent Aage Köller, vilket utnyttjade förutom KI:s datacentral även FOA:s.

2. Försökets utförande.

Jag villjer att redogöra för försökets utförande i den ordning försöksplanen nedan antyder.



Nedan för ett år sedan, då detta försök utfördes, var preliminära delresultat av Risbergs undersökning över "Förändringar av hjärnans regionala blodcirkulation (rCBF) under olika former av mental aktivitet" (referens 1) klara. Dessa pekade på signifikanta regionala förändringar. Det sågs då som en möjlighet att använda dessa "olika former av mental aktivitet" som "insignal". Ett berättigande för detta är att det i vissa avseende finns samband mellan rCBF och EEG. Vilket sambandet är har inte klarlagts. Det av Risberg använda testprogrammet krymptes och modifierades, för att ge ett EEG utan alltför grova artefakter - störningar.

1 Testprogram:

Programmet består av fem delar. Varje del upptar 5-6 min.

Försökspersonen (FP) ligger hela tiden på ordinarie EEG-bord.

1 VILA. FP ligger ostörd och avslappnad med slutna ögon.

2 LJUD. FP får lyssna till ett ljudband med en uppläsning av en neutral något faktaspäckad text. Ögonen fortfarande slutna! Efteråt ställes 6 frågor på innehållet. Detta visste FP om före uppspelningen.

I de tre sista momenten visas tre olika serier av bilder.

3 FIGUR. Figurklassifikation (Dureman och Sälde 1959). Varje testuppgift består av 5 geometriska figurer, av vilka 4 på något sätt hör ihop. FP skall ange den 5:e figuren, den som är olik alla de andra. Totalt 18 uppgifter.

Se fig. 1.

4 PUSSEL (Westrin 1967). Uppgiften är här att bland 5 avbildade pusselbitar ange den eller de som inpassade i en ofullständig kvadrat gör denna till en hel kvadrat. Totalt 18 uppgifter. Se fig. 2.

5 BILD. Bildminnesprov (Dureman och Sälde 1959). Detta prov består av 56 enkla meningsfulla bilder, som inläses i tur och ordning. Se fig. 3.

Bilderna presenterades i ett visst läge ovanför FP avvägt så att FP under hela serien kunde ha blicken i en fix riktning. Detta för att den stora potentialskillnaden i ögongloben inte skulle ge kraftiga artefakter främst i frontal- och temporalloben. Vidare var blickens riktning låg för att minska muskelspänningar i pannan och kring örat. FP kunde givetvis inte ge svaret direkt efter varje uppgift så som hos Risberg, vilket skulle förorsakat artefakter. I momenten 3 och 4 gav FP istället ett litet överenskommet tecken när en uppgift var löst varefter nästa uppgift omedelbart följde. Betänketiden var maximerad till 20 s. Efteråt kontrollerades lösningarna. Moment 5 visades varje bild 5 s. Efter provet skulle de inlärdade bilderna utpekas

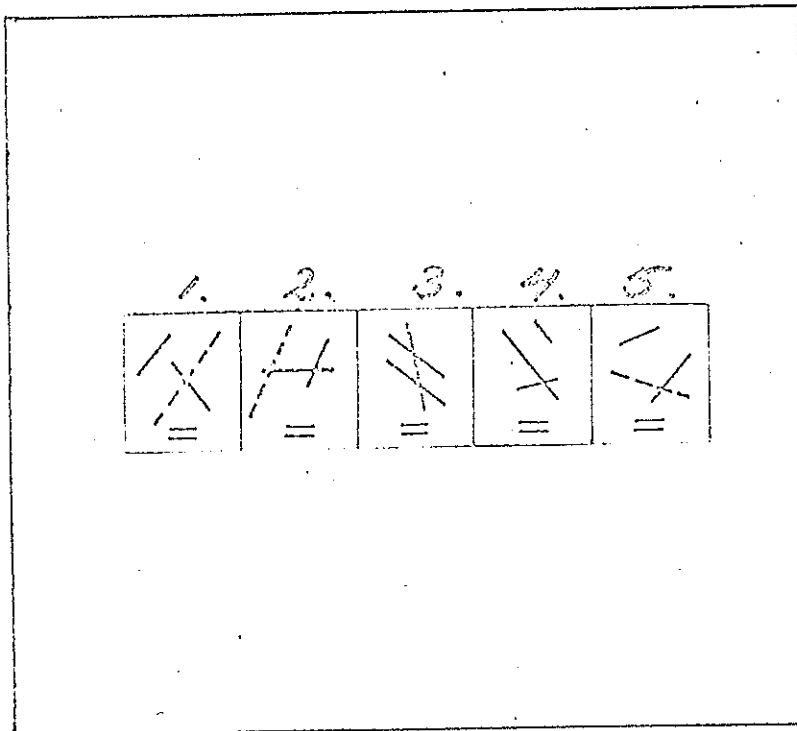
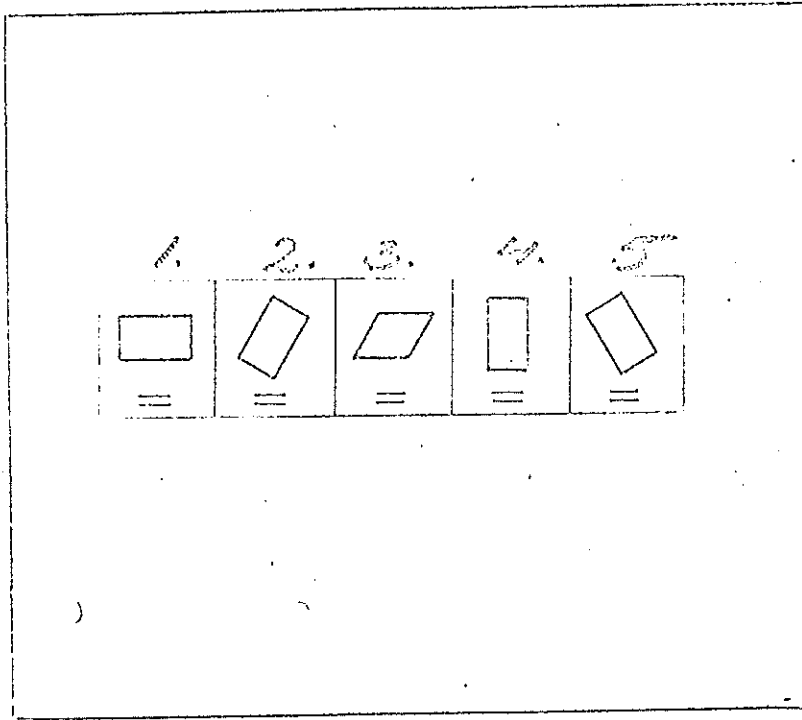


Fig. 1. Testuppgift ur 3 FIGUR.

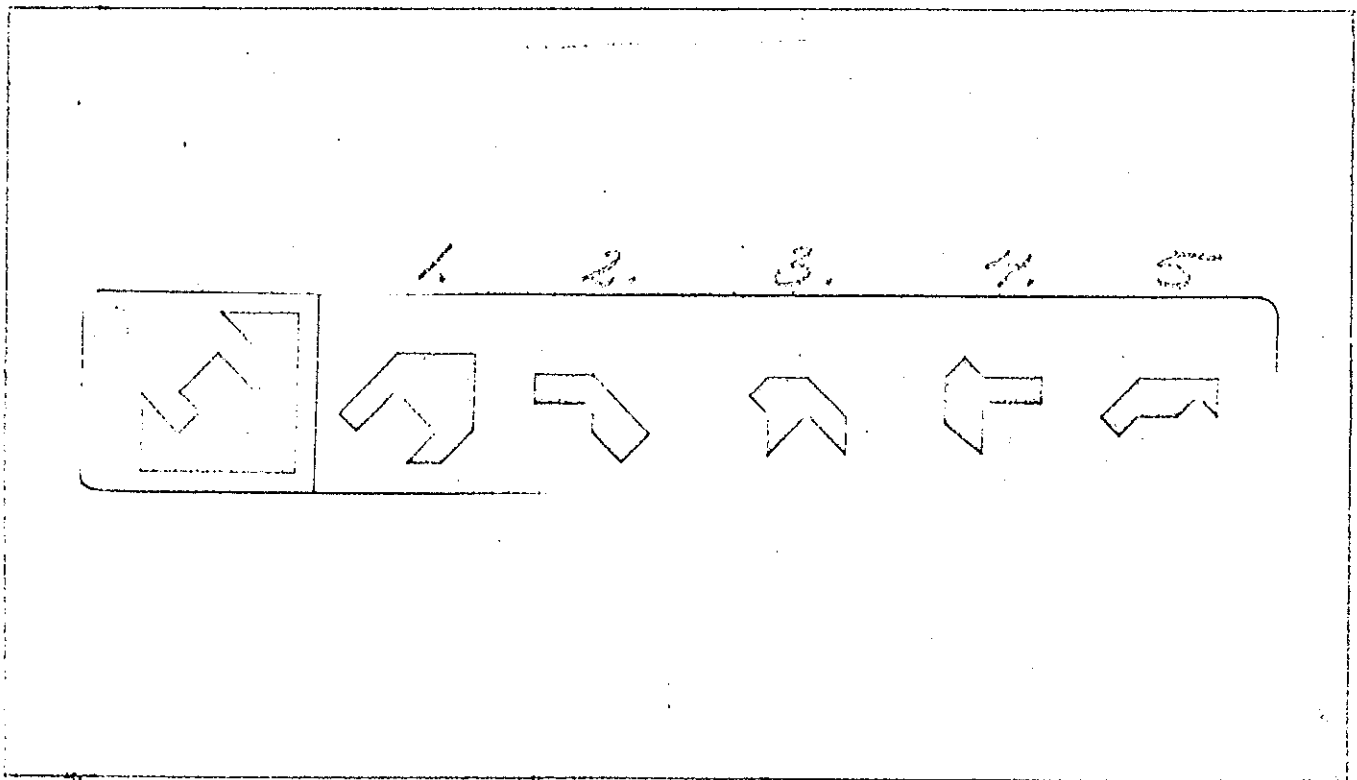
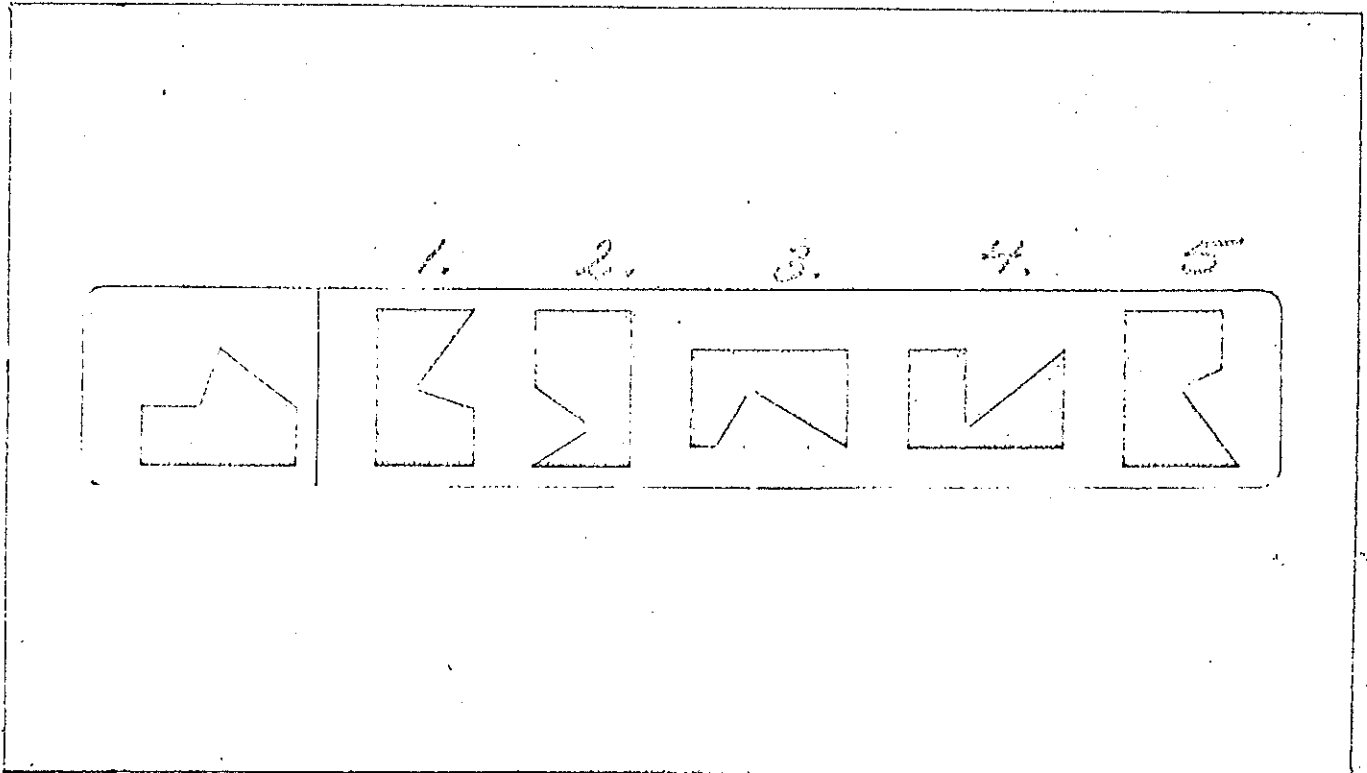


Fig. 2. Testuppgift ur 4 PUSSEL.

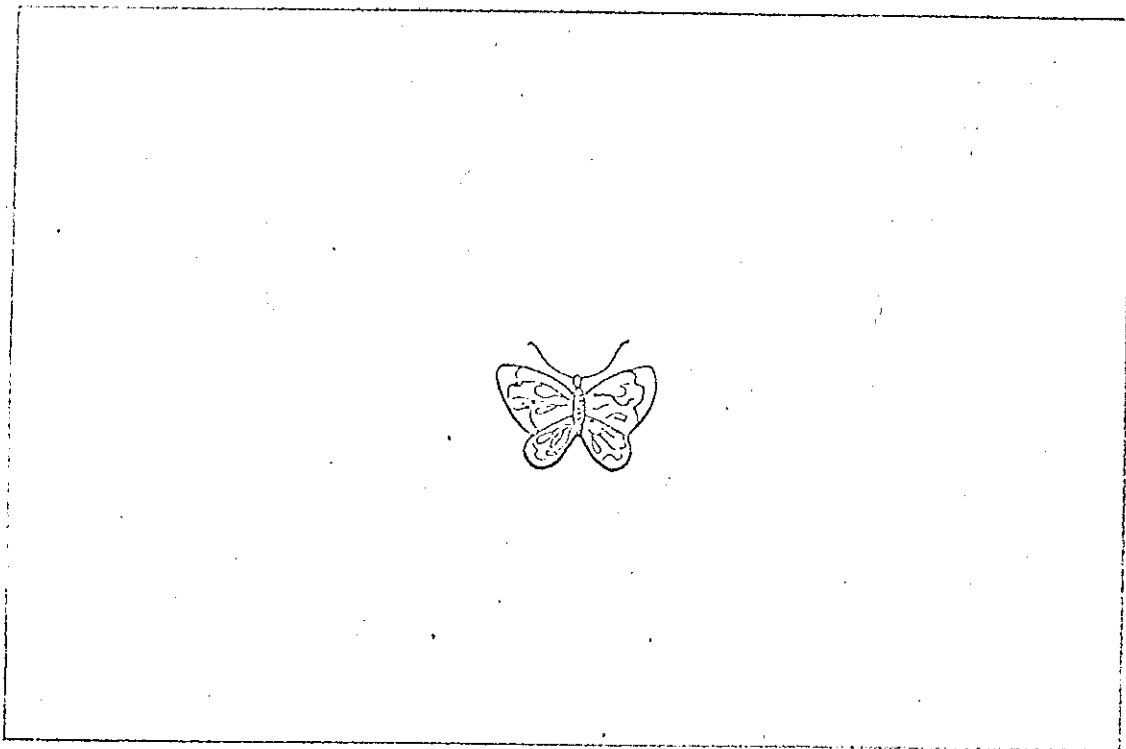
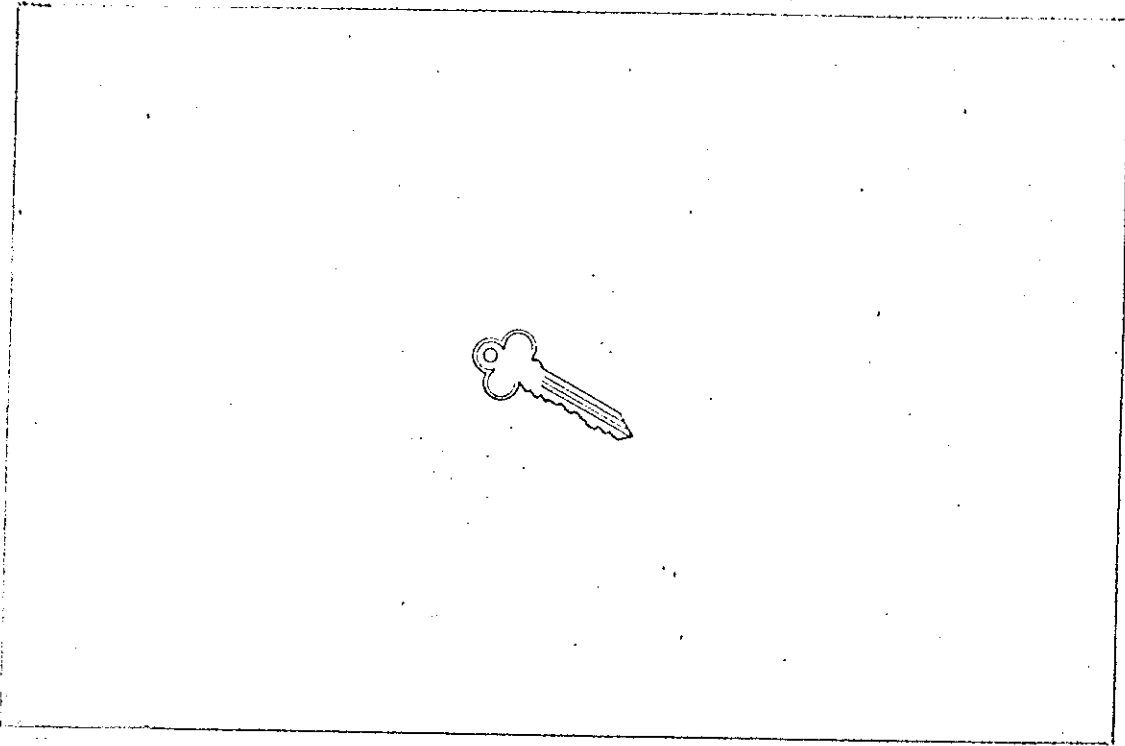


Fig. 3. Testuppgift ur 5 BILD.

bland snarlika bilder. Övningsexempel gavs före varje test.
Testerna utfördes av en psykolog.

- 2 Antalet försökspersoner var 14 och till övervägande delen studenter i åldern 20 - 25 år. Samtliga var högerhänta och endast en hade haft ett mindre svinningsanfall. Deras EEG visade sig också vara normala.

Antalet elektrodpar var begränsat till tre med tillgänglig bandspelare. Valet av elektrodpar gjordes tämligen godtyckligt. Ganska klart var att ett borde finnas i den occipitala delen av hjärnan för att klart visa den klassiska α -blockaden. De valda elektrodparen anges i figurerna 4 och 5. De är:

- Elektrodpar 1 frontalt $F_z - F_3$
2 temporalt $C_3 - T_3$
3 occipitalt $P_z - O_1$

F_z , F_3 osv. står för enligt en viss norm angivna punkter. Proceduren kring påsättningen av elektroderna visade sig vara avgörande för att få ett artefaktfritt EEG. Lågt kontaktmotstånd till huden, liten överledning i elektrodparet, ja nästan inte ett hårstrå på fel plats. Detta åstadkom skickliga EEG-tekniker, vilka dessutom förmådde FP att slappna av i bl. a. käkmusklerna. Elektroderna var av plattypen och fästes med elektrolytpasta.

- 3 Upptagningen av EEG gjordes med en standardutrustning av märket Elema Schönander. Denna kan maximalt återge 16 förlopp samtidigt. Registreringen sker med bläckgalvanometrar på pappersremsa. En grov bild av hur EEG-förstärkaren är uppbyggd ges i fig. 6.

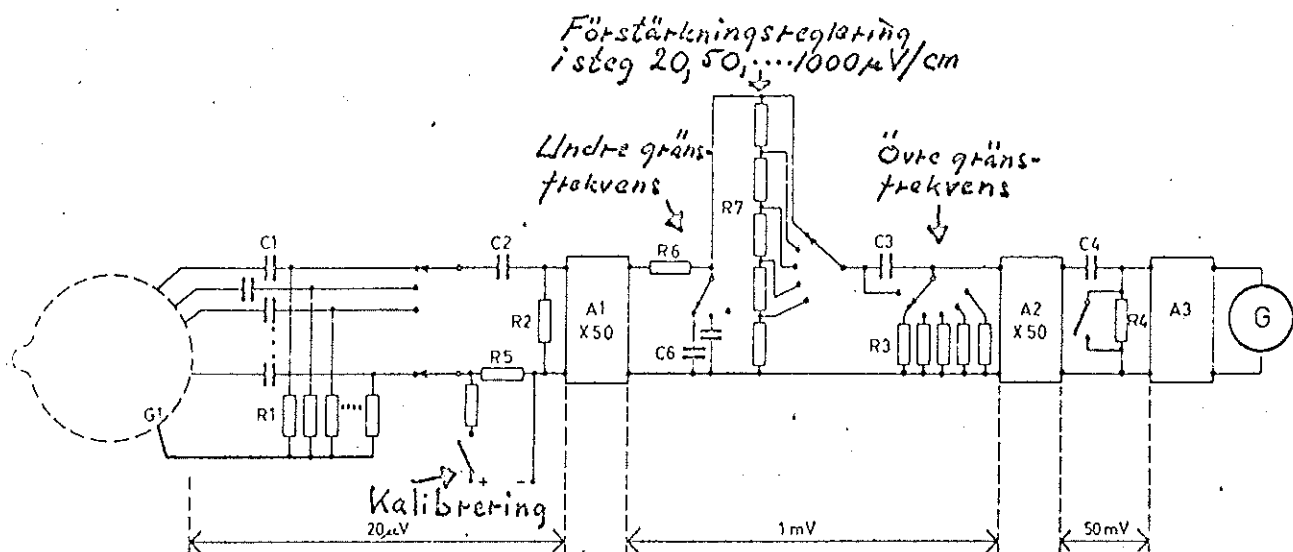


Fig. 6. Principskiss över EEG-förstärkaren (Ur manualen).

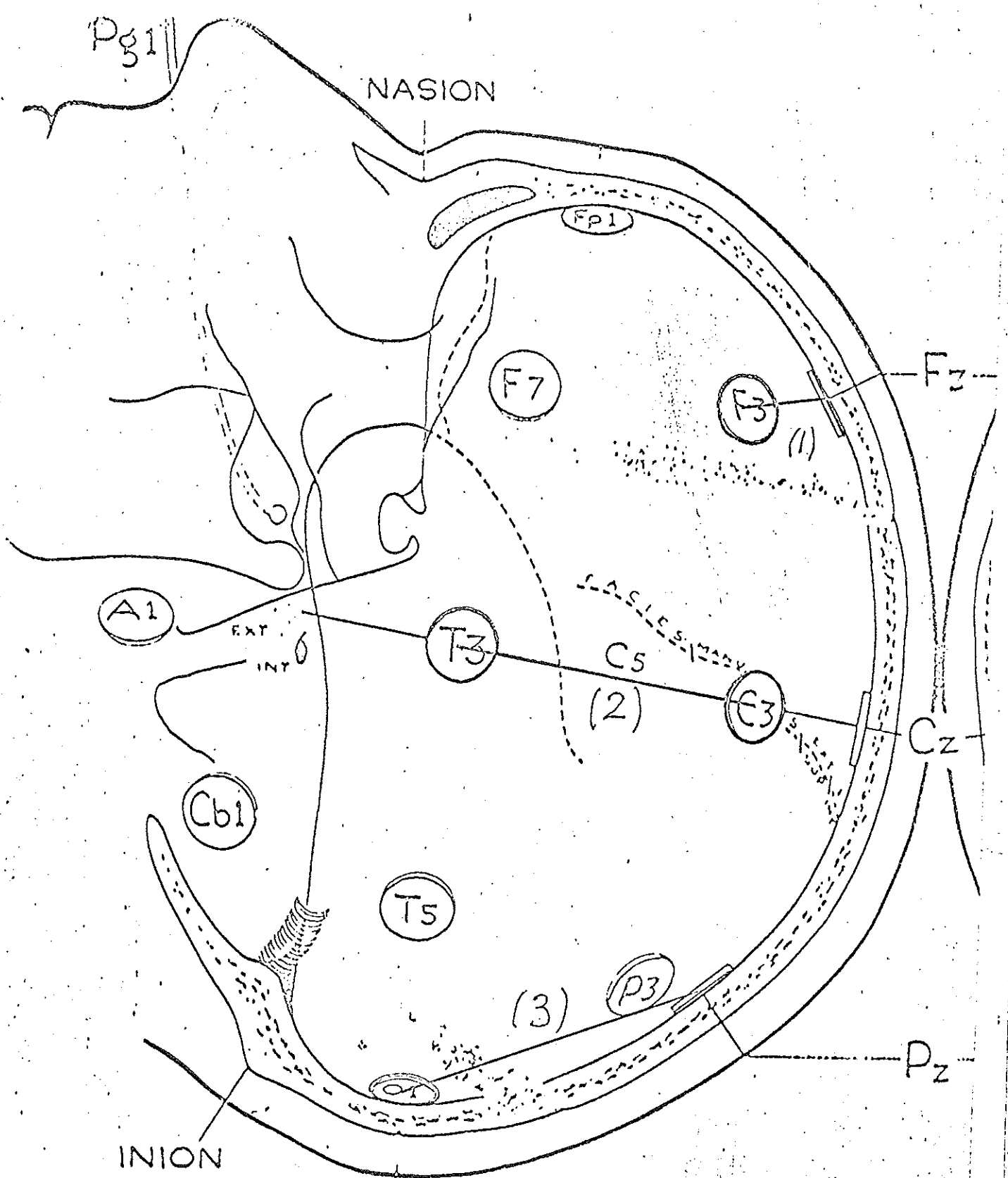


Fig. 4. Elektrodkonfigurationen.

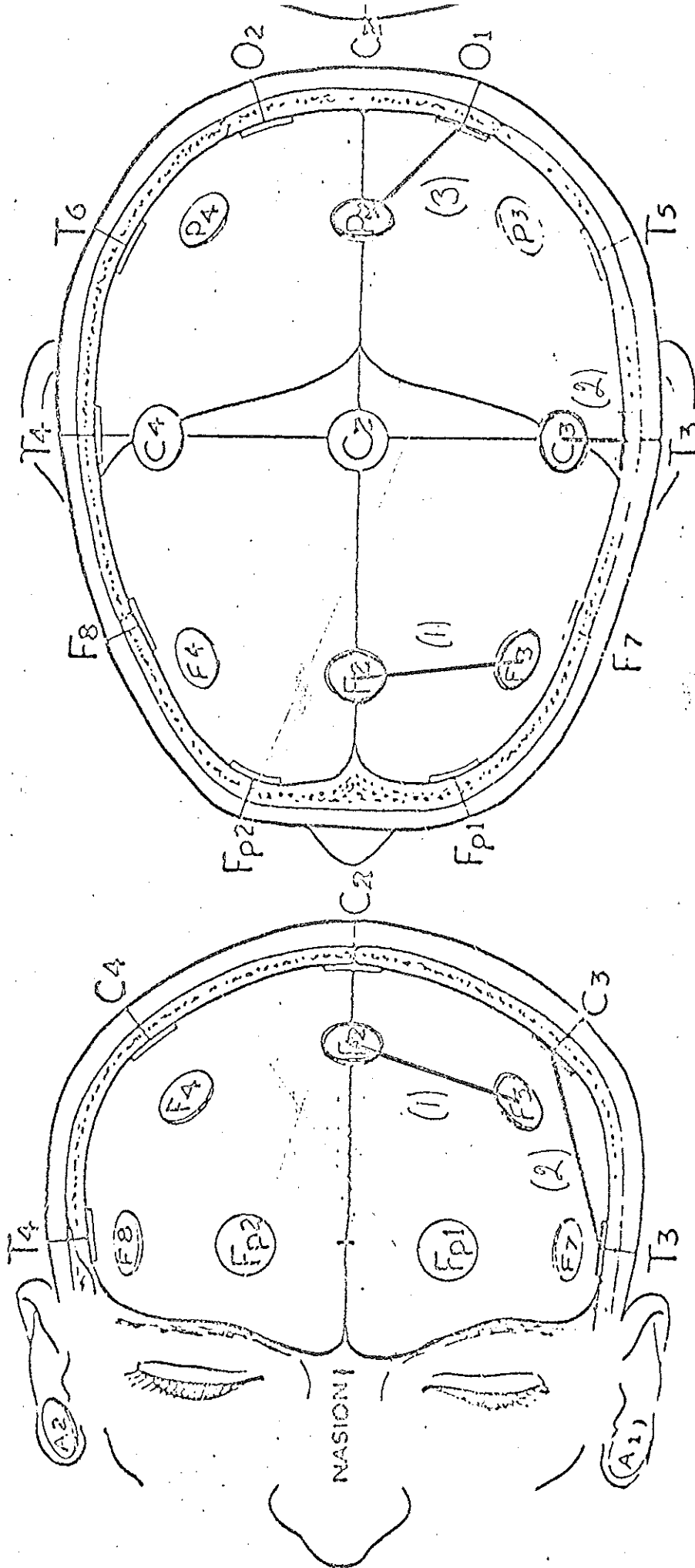


Fig. 5. Elektrodkonfigurationen.

Förstärkningen sker i tre likspänningsförstärkare A1, A2 och A3. A1 och A2 är lika och har som synes en fix förstärkning omkring 50ggr. Slutförstärkaren A3, som driver galvanometern, har kontinuerligt inställbar känslighet. Förförstärkaren visas förenklad i fig. 7. Den arbetar enligt bärfrekvensprincipen vilket ger fördelar som lågt brus och hög ingångsimpedans bl. a.

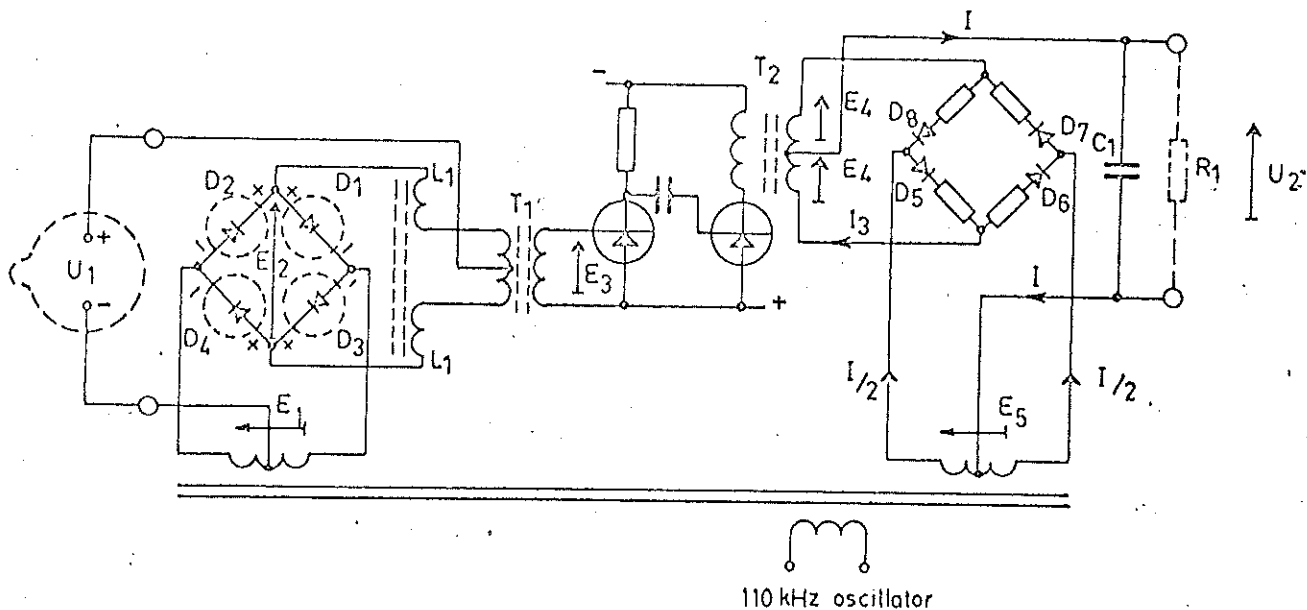


Fig. 7. Förförstärkare (Ur manualen).

För omvandlingen till högfrekvens används den välkända metoden med dioder vars kapacitans är spänningsberoende. Modulatorbryggan är avstämmd för att ge ett bättre S/N förhållande.

Slutförstärkaren arbetar också enligt bärfrekvensprincipen, se fig. 8. I figuren antyds hur den kontinuerliga förstärkningsändringen och nolljusteringen sker. I försöket uttogs den demodulerade signalspänningen mellan anslutningspunkterna 3 och 4. Pushpullutgången har en maximal signalnivå på 1 V pp och en nollpunktsdrift av storleksordningen 2 mV. Lineariteten genom samtliga förstärkarna är 2%.

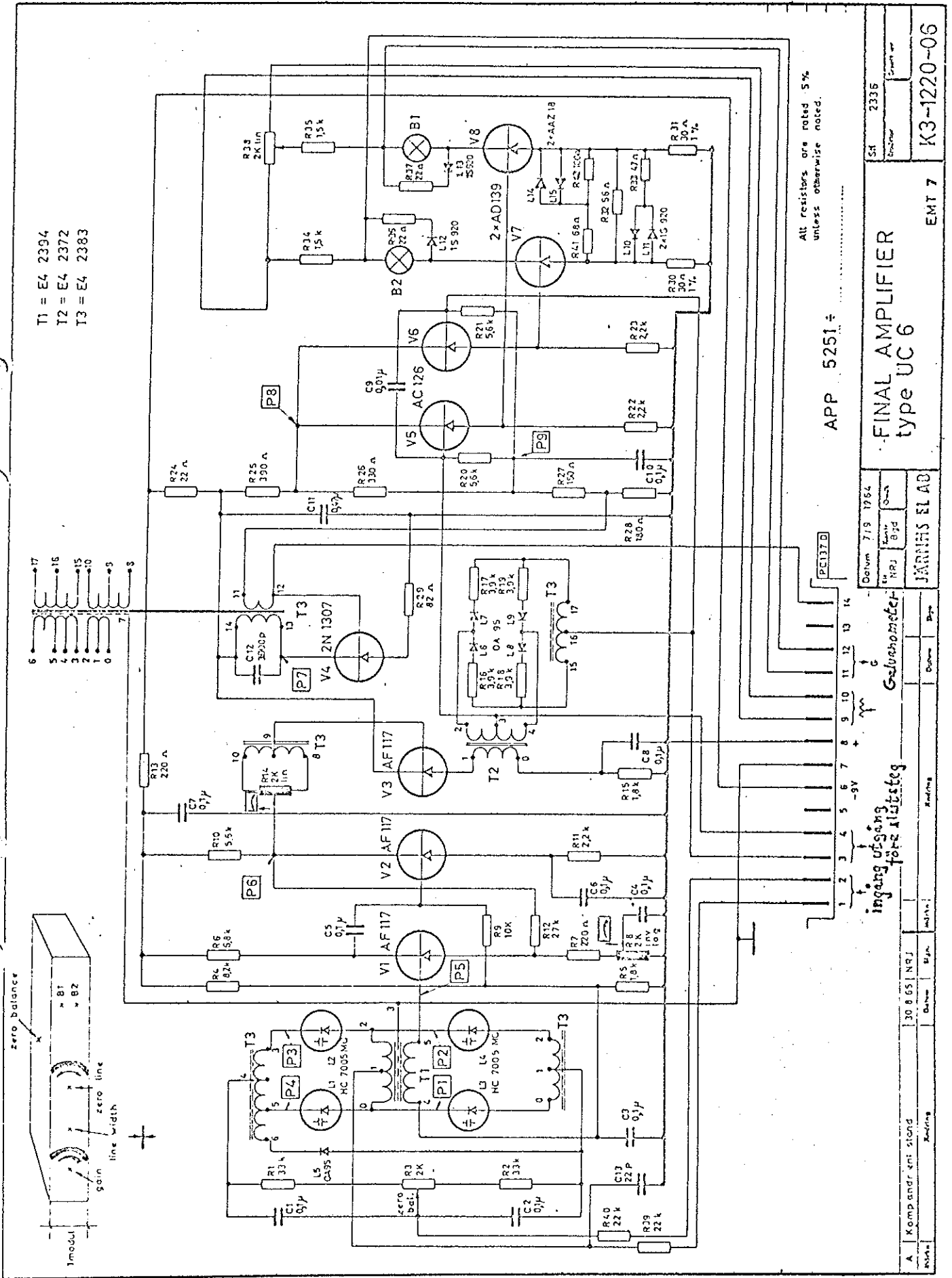


Fig. 8. Slutförstärkare (Ur manualen).

I fig. 6 anges principiellt hur totala förstärkningen och undre och övre bandgränsen stegvis kan ändras. Inställningen görs från ett manöverbord. Dessutom finns en kalibreringsspänning tillgänglig. I fig. 9 visas frekvensgången vid de olika gräns-

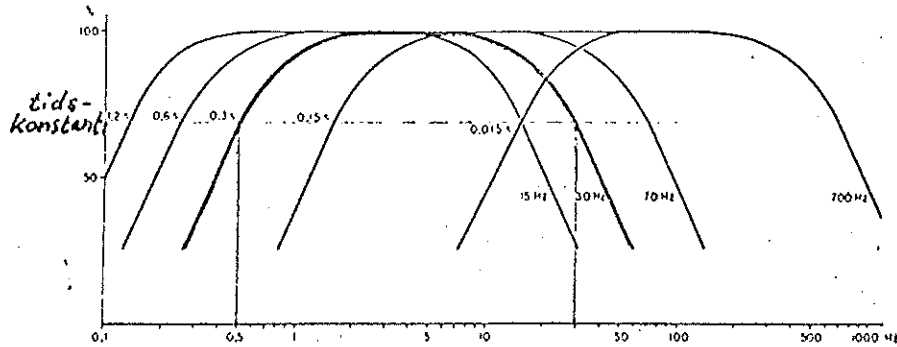


Fig. 9. Frekvensgången för EEG-förstärkaren (Ur manualen)

frekvenserna. Den röda kurvan med undre och övre 3 dB gränserna lika med 0.5 Hz respektive 30 Hz är den som gäller för hela försöket.

EEG-apparaten är försedd med en avstörningsenhet avsedd att minska den störnivå på FP som orsakas av en kapacitiv koppling till främst det ordinarie driftsnätet i omgivningen. För detta fordras två avstörningselektroder. Funktion enligt fig. 10.

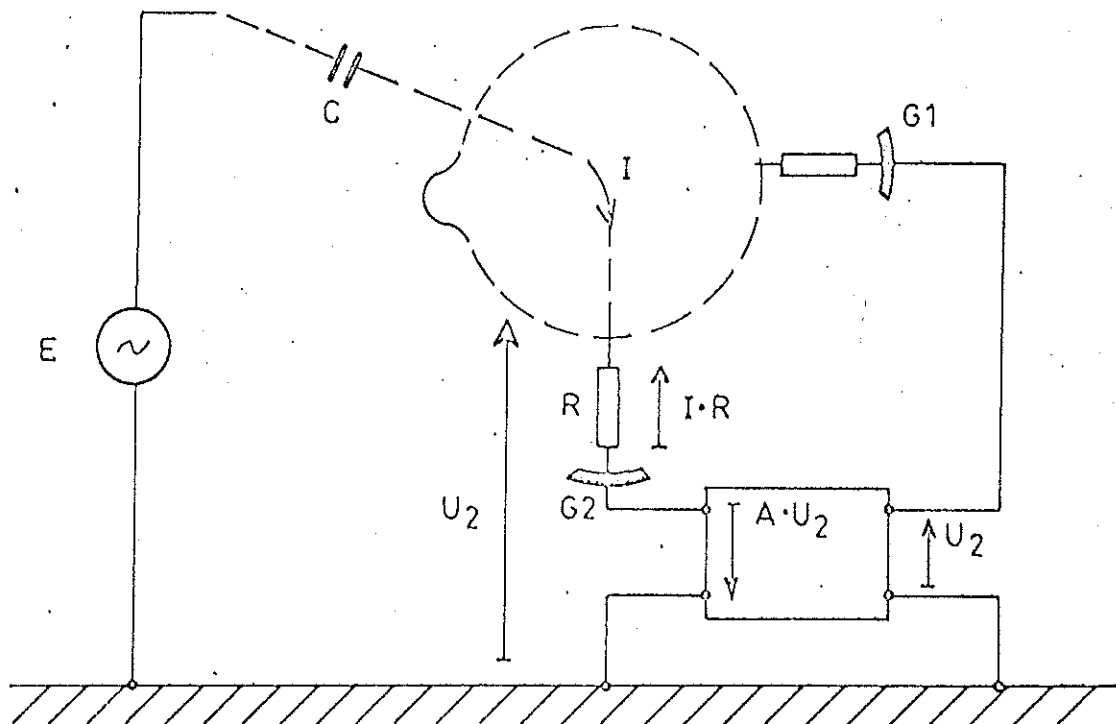
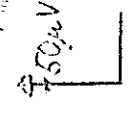
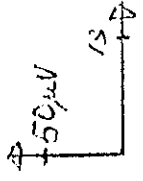


Fig. 10. Avstörningsenhet (Ur manualen).

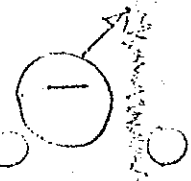
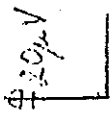
- 4 Varje upptagning registrerades med skrivaren, vilket ger möjligheter att bedömma och eventuellt avhjälpa artefakter. Här följer som exempel främst för den för vilken EEG är något nytt, registreringen av (hela) testprogrammet för FP C. Till vilka elektrodpar EEG-kurvorna hänför sig är markerat i början av registreringen. Dessutom anges var de olika programdelarna börjar och slutar och vilka förstärkningar som gäller. Överst syns den tidsmarkering som sker parallellt med registreringen. Tidsmarkeringen är praktisk då pappershastigheten kan varieras. Här är alltså pappershastigheten 15 mm/s.
- 5 Utgången 3 - 4 från slutförstärkaren är som nämnts symmetrisk till jord. Ingången på bandspelaren är osymmetrisk dvs ena polen jordad. För att inte förlora halva signalnivån ansluts en lämpligt anpassad adapter som alltså har en osymmetrisk utgång. Adaptern är frekvensoberoende för aktuella frekvenser. Ingen oliniaritet upp till 1 V kunde påvisas med konventionella mätmetoder.
- 6 Signalen passerar sedan ett filter som är av lågpassstyp och 6:e graden med Butterworthegenskaper. Detta är ett aktivt RC-filter bestående av två kaskadkopplade länkar av den typ som visas i fig. 11 och uppbyggda kring dubbeltrioden ECC 83. Se vidare referens 2.
Den intressanta delen av filtrets överföringsfunktion ges genom dämpnings- och faskurva i diagrammen 1 och 2. Kurvorna upptagna med bandspelaren inkopplad som last. Ur dämpningskurvan kan 3 dB gränsen avläsas till 28 Hz.
- 7 Den bandspelare som stod till förfogande var av modell Ampex SP - 300 i en version med 4 kanaler. Denna bandspelare har olika inspelningstekniker bl. a. frekvensmodulering. Bandtransporten kan ske med 4 olika hastigheter 1 7/8 - 15 tum/s och det gäller att en inspelning med en viss bandhastighet kan avspelas med godtycklig hastighet. Några data vid FM-teknik, ingång till utgång:
Likspänningsavvikelsen $\pm 1\%$ av full utstyrning vilket här avser 40% frekvensändring

580

15 A



10ila →



Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. i VIIA.

1a

580

15 14

8

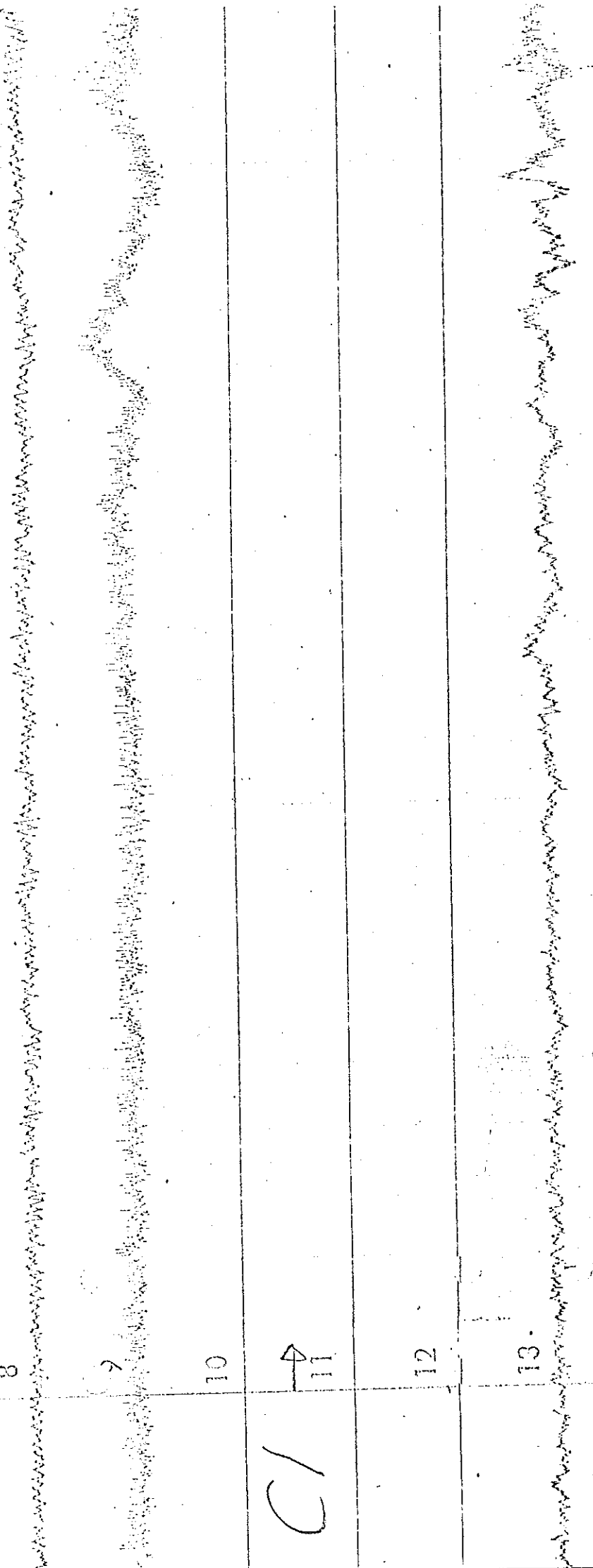
10

C1
11

12

13

14



Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. Cl.

15 A

50V 8

9

50V 10

← /olla

11

Liquid →

12

50V 13

14

Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. 2 LJUD.

154

8

9

10

11

12

13

14

C2

Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. C2.

580

15 A

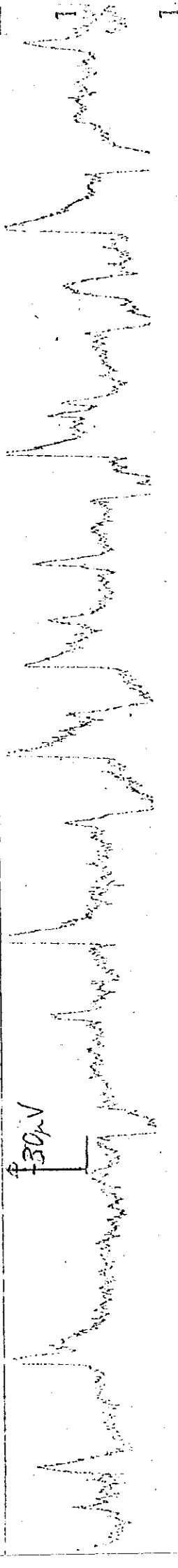
30 μ V



30 μ V

3 figur \rightarrow

30 μ V



Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. 3 FIGUR.

3a

15 4

8

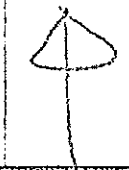
10

11

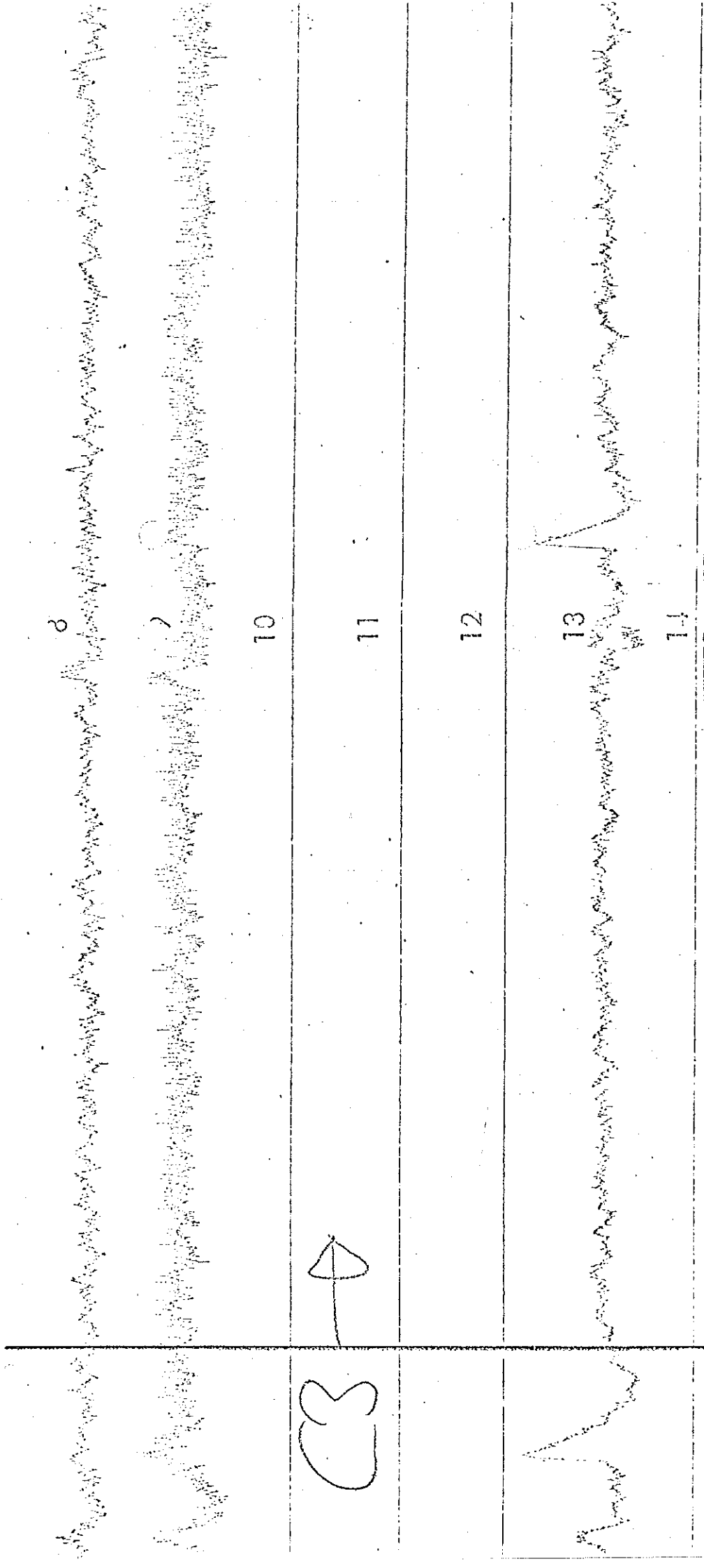
12

13

14



CS



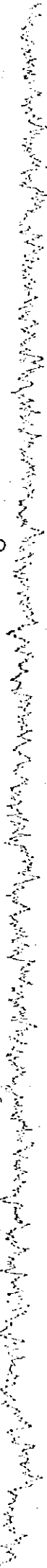
Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. C 3.

580

15 A

↑ 30μV

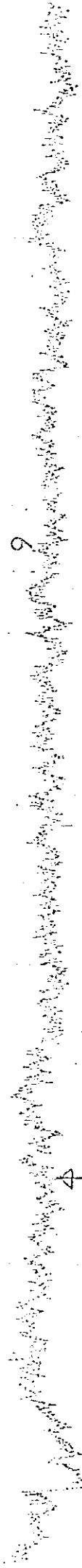
8



9

↑ 50μV

10



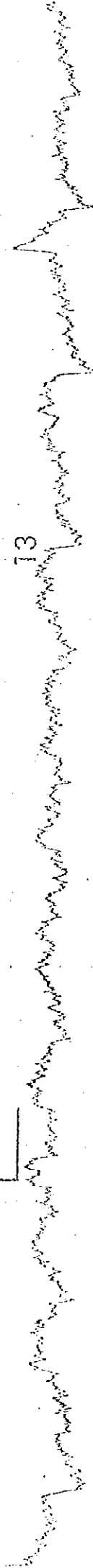
4pusnel →

11

12

↑ 50μV

13



Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. 4 PUSSEL.

4a

154

8

9

10

11

12

13

C4 →

Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. C4. 1-

530

1.5

7

30µV

8

9

30µV

10

5 BILD →

11

12

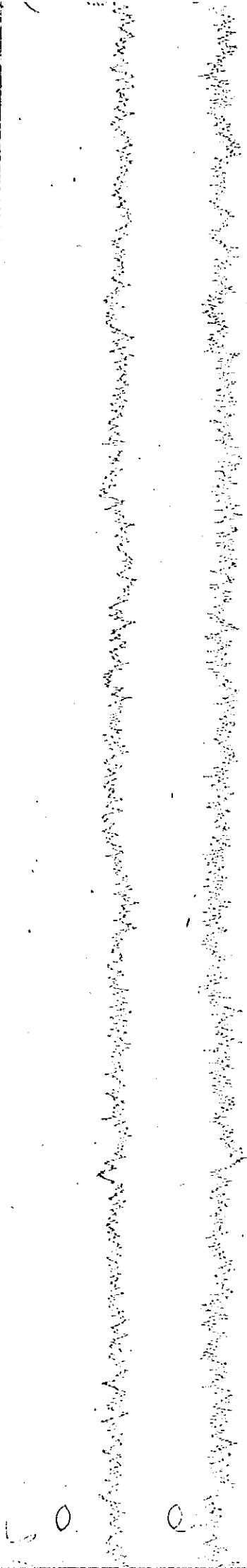
30µV

13

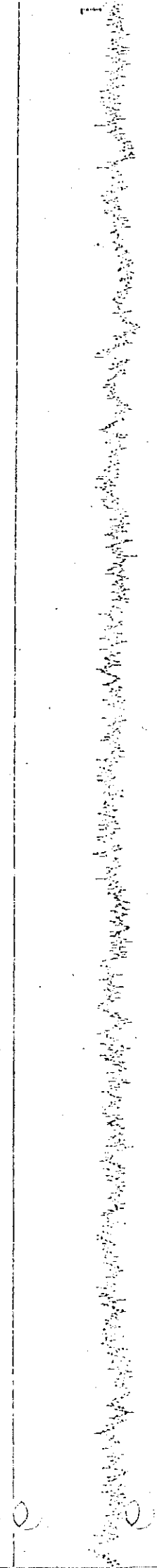
Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4.1.5 BILD.

5a

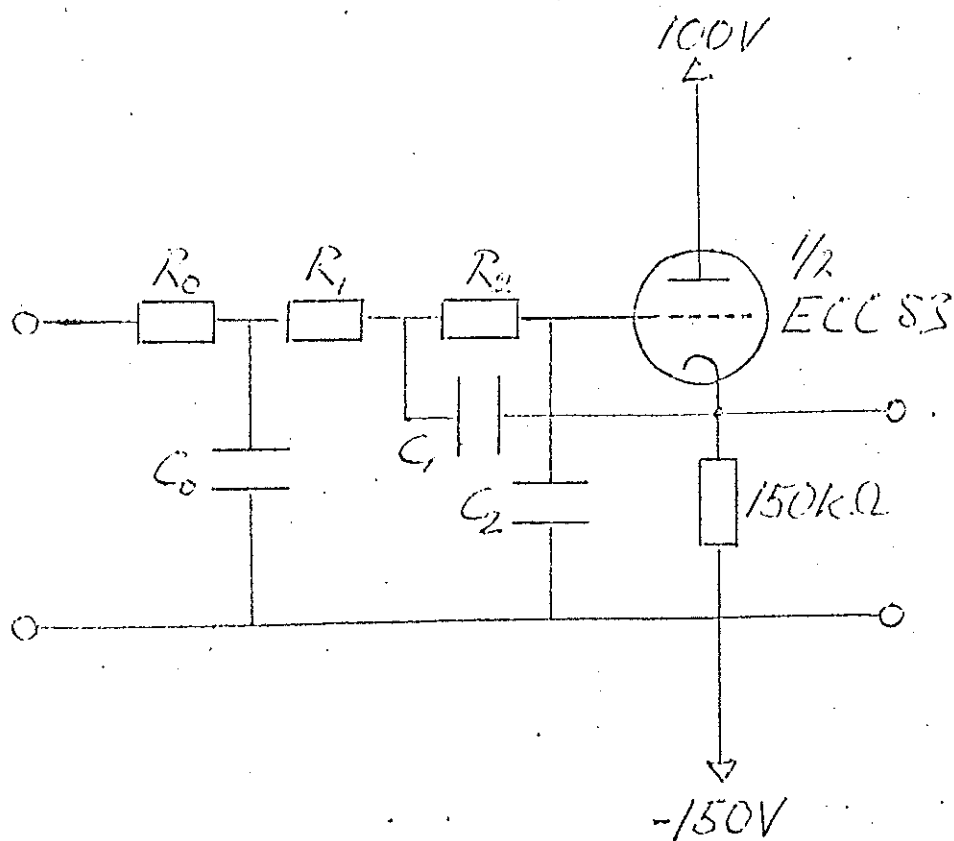
514



C5-4



Avsnitt ur FP C:s registrering vid punkt 4. C5.



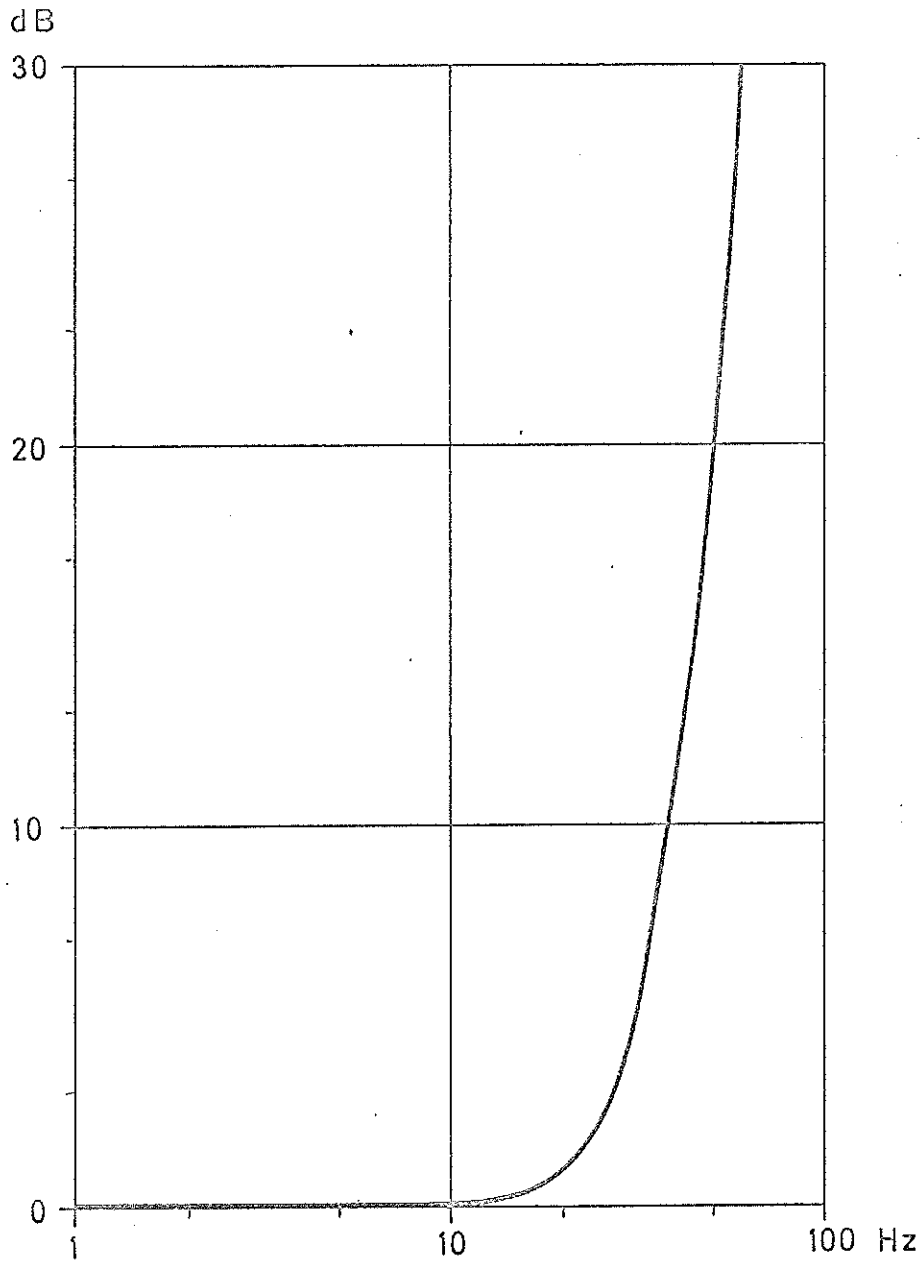
$$R_0 = 100\text{k}\Omega \quad C_0 = 47\text{ }\mu\text{F}$$

$$R_1 = 470\text{k}\Omega \quad C_1 = 18\text{ }\mu\text{F}$$

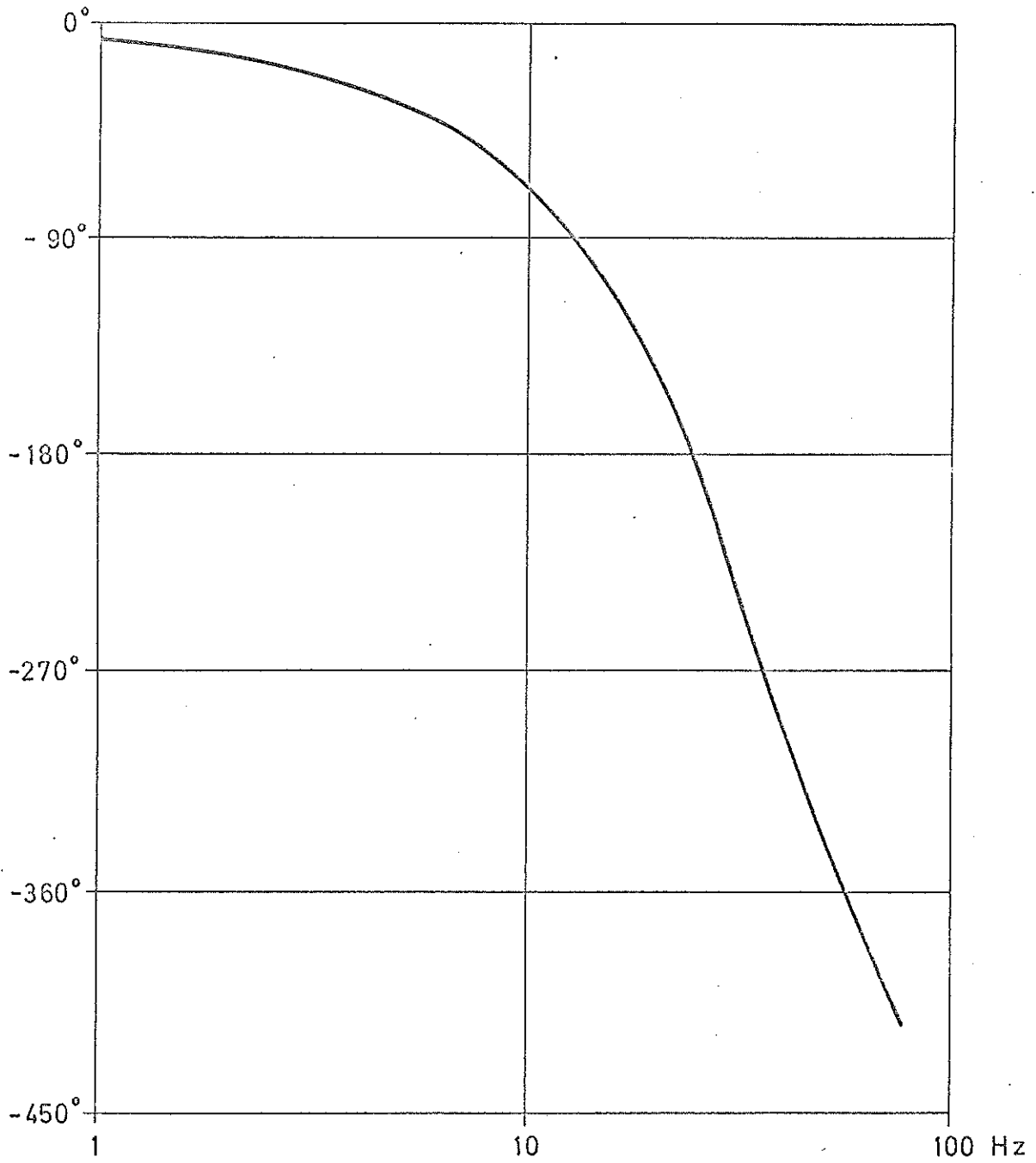
$$R_2 = 680\text{k}\Omega \quad C_2 = 3.3\text{ }\mu\text{F}$$

Fig. 11. Aktivt RC-filter av låpasstyp.

DÄMPNINGSKURVA



FASKURVA



Innivån 0.5 - 10 V rms, vilket täcker signalnivån från EEG-slutförstärkaren

Utnivån 1 V rms vid full utstyrning

För undersökningen valdes bandhastigheten till $3 \frac{3}{4}$ tum/s. Vid detta val är:

Bandhastighetsavvikelsen ± 1 dB 0 - 625 Hz

S/N 38 dB vid full utstyrning

Det relativt låga signal/brusförhållandet fordrar att signalnivån inte ligger långt under full utstyrning. Dessutom avmagnetiserades huvudena då och då för att signal/brusförhållandet inte skulle bli ännu lägre. Inspelningstiden per band vid denna hastighet är gott och väl 3 timmar med maximalt stor spole (10 $\frac{1}{2}$ tum) och bandtjockleken 1 mil. Denna väl tilltagna bandtjocklek är nödvändig främst för att bandet inte skall deformeras vid snabbspolning, men ger även en ökad lagringstålighet. Inspelningstiden är faktiskt en faktor värd att nämna då band av denna kvalitet betingar ett inte så ringa pris.

För identifiering av bandinnehållet finns en spolvarvräknare.

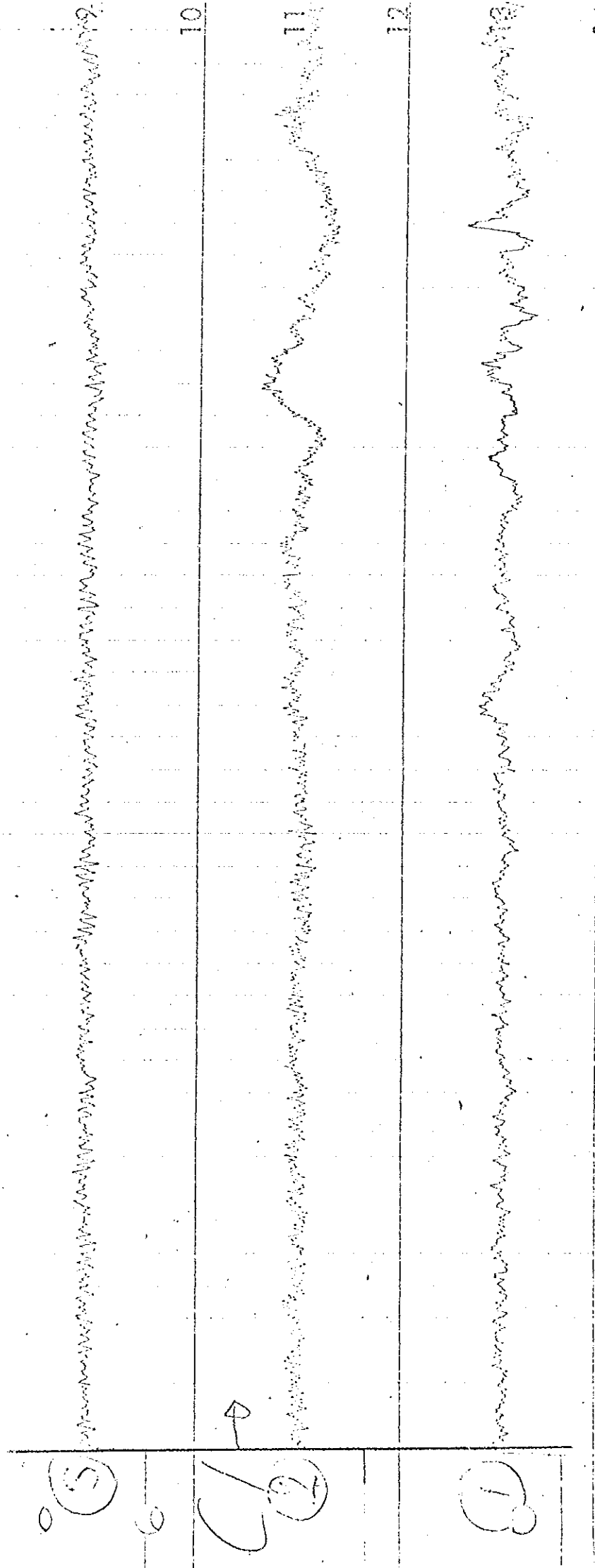
En exaktare identifiering erhöles genom att en av registreringskanalerna utnyttjades för simultan dokumentation under testprogrammet, varvid möjligheten med direkt inspelningsteknik utnyttjades. För ändamålet användes en gammal telefonlur.

8. Då bandspelaren är försedd med separata avspelningshuvuden övervakades upptagningen genom att de tre kanalutgångarna anslöts till ett dubbelstråleoscilloskop. Med hjälp av oscilloskopet nolljusterades kanalutgångarna med EEG-slutförstärkaren (fig. 8). Totala förstärkningen kalibrerades med kalibreringsspänningen i fig. 6. Bandspelarens inställning hölls alltså fix. För varje deltest och försöksperson bestämdes med förstärkarväljaren angiven i fig. 6 en förstärkning som medförde full utstyrning.
9. Med den tidigare omtalade registreringen valdes ett tvåminuters intervall som ansågs typiskt för programdelen och var så arte-

faktfri som möjligt. Gränserna för epoken kunde så i efterhand
tulas in på kommentarkanalen. Med denna något opraktiska kom-
mentarteknik fordras en avspelning av intervallen för kontroll
av det exakta läget för gränserna. Avspelningen sker in på
EEG-slutförstärkarens ingång 1-2. Försöksperson C:s fem intervall
C1, C5 visas nedan. Jämförs dessa med motsvarande intervall
i upptagningsregistreringen kan filtrets inverkan uppskattas.

10 Ytterligare en avspelning av intervallen hos några FP gjordes
fast nu med skrivaren inställd på pappershastigheten 60 mm/s.
På dessa kurvorna har en "periodanalys" genomförts. Analysme-
toden har utnyttjats en lång tid vid avdelningen för klinisk
neurofysiologi främst av doktor Sulg. Periodanalysen har karak-
tären av manuell frekvensanalys. Metoden kan kort beskrivas
på följande sätt. Varje minimum markeras med ett streck. Dock
måste närmaste maxpunkt ligga klart över. Nedan ses ett exempel
för försöksperson U. För uppmätningen av avstånden mellan
strecken används en plastmall av fig. 12:s utseende där period-
längderna bl. a. indelats i grupper om 1 Hz. Mallen är baserad
just på pappershastigheten 60 mm/s. Den övre frekvensgränsen
har satts till 25 Hz av praktiska skäl. Normalt har analysen
omfattat intervall på 20s dvs i det här fallet 1/6 av det ur-
sprungliga intervallet. Igen har den mest typiska delen rent
subjektivt valts ut. Analysen ger i den vanligaste varianten
som resultat ett spektrum där den relativa tiden varje period-
grupp upptar avsätts som funktion av motsvarande frekvens.

580
154

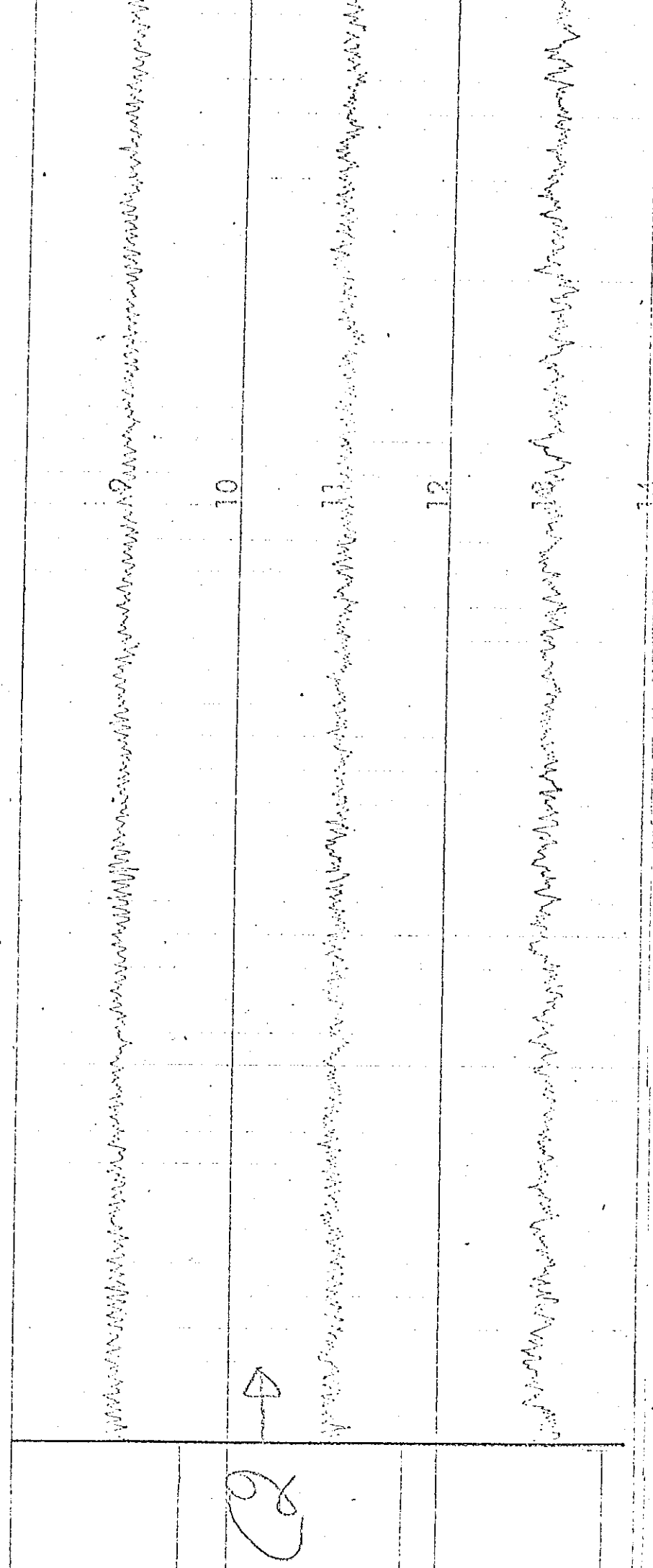


Avsnitt ur FP C:s kurva för analys. Cl.

2

2

2

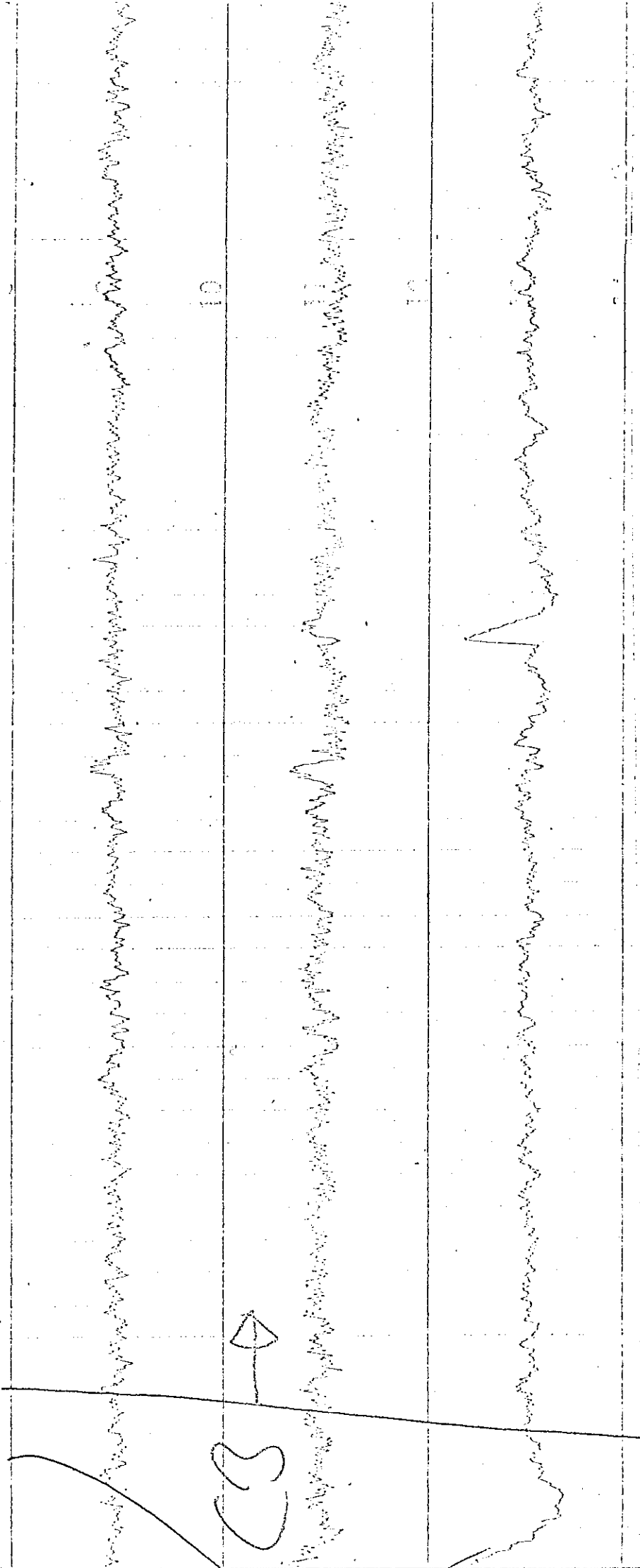


Avsnitt ur FP C:s kurva för analys. C2.

2

580

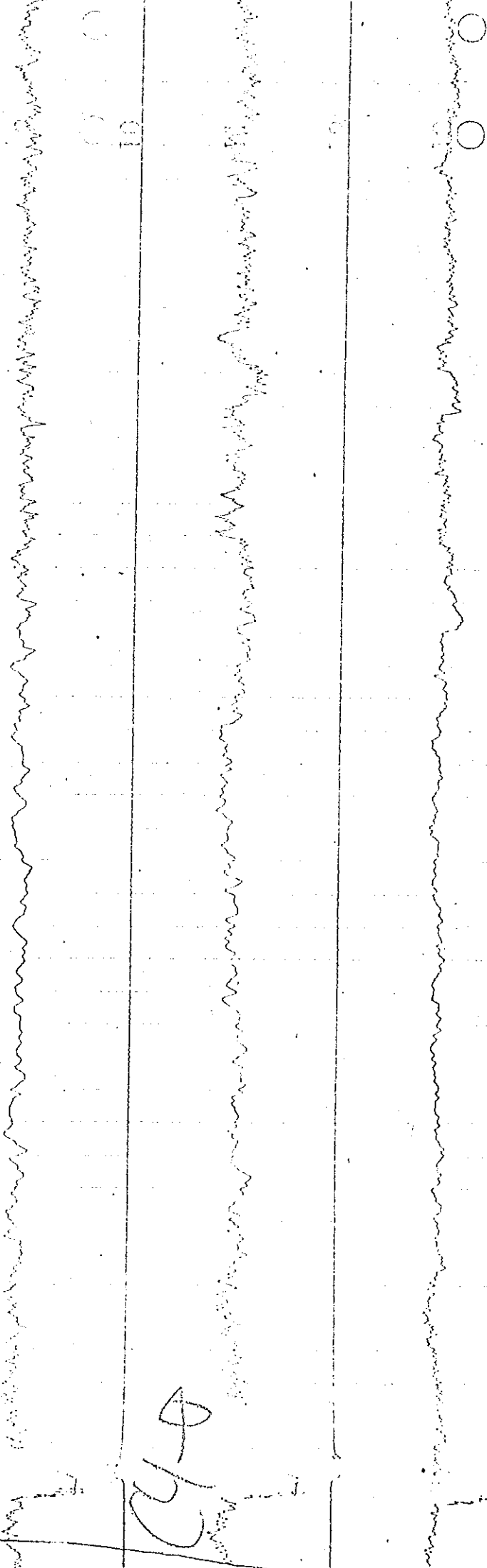
15 K



Avsnitt FP C:s kurva för analys. C3.

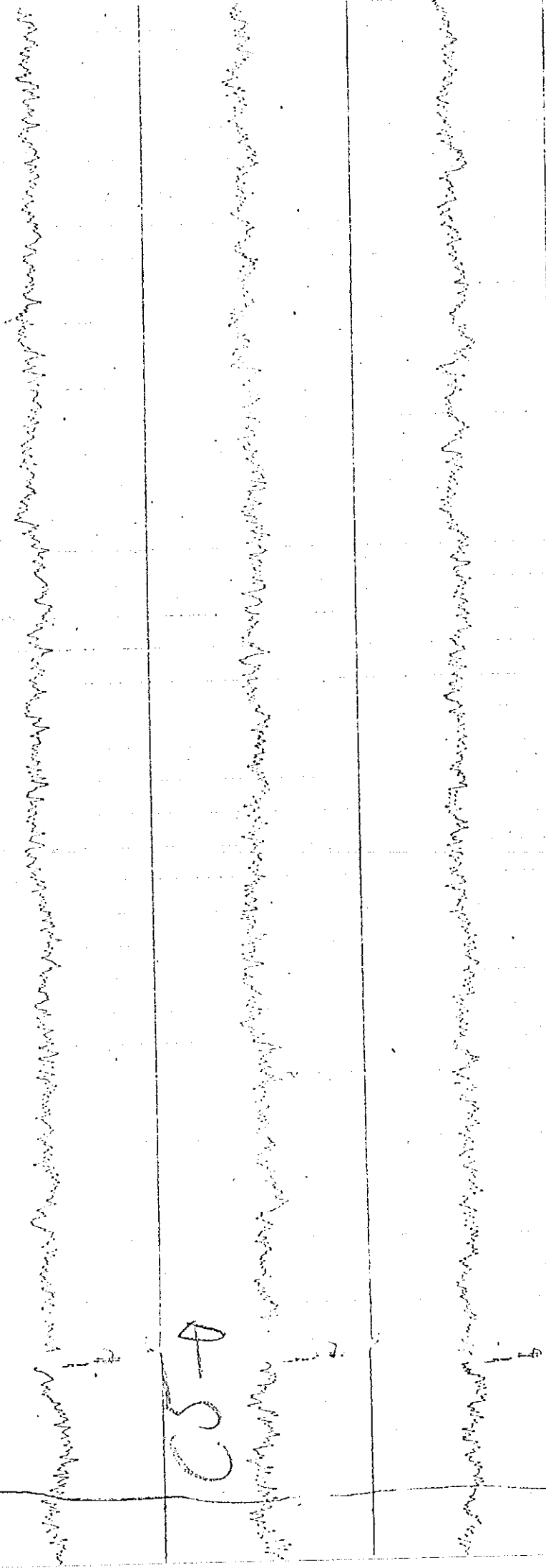
15 A

OBS dubbla luftingarna!



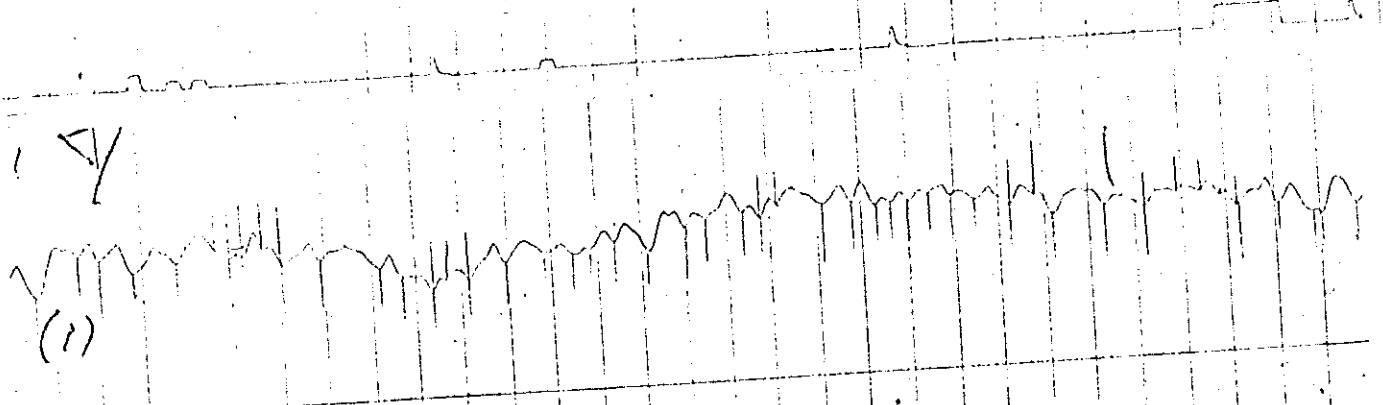
Avsnitt ur FP C:s kurva för analys. C4.

5/14

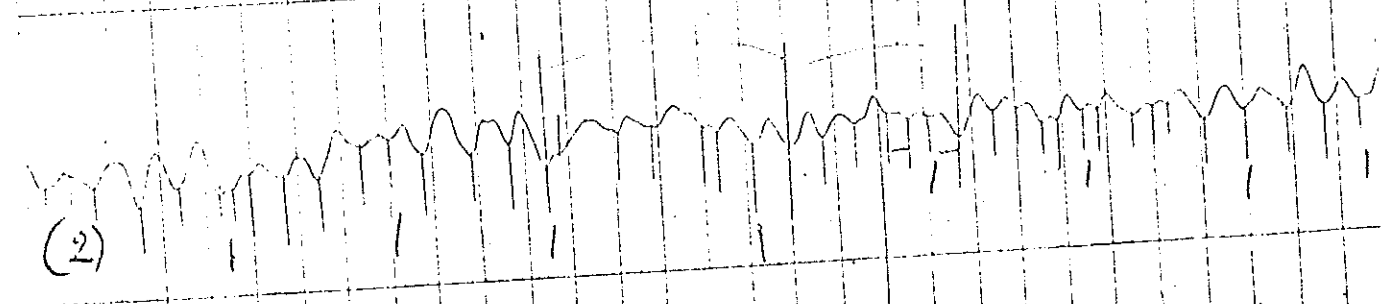


Avsnitt ur FP C:s kurva för analys. C5.

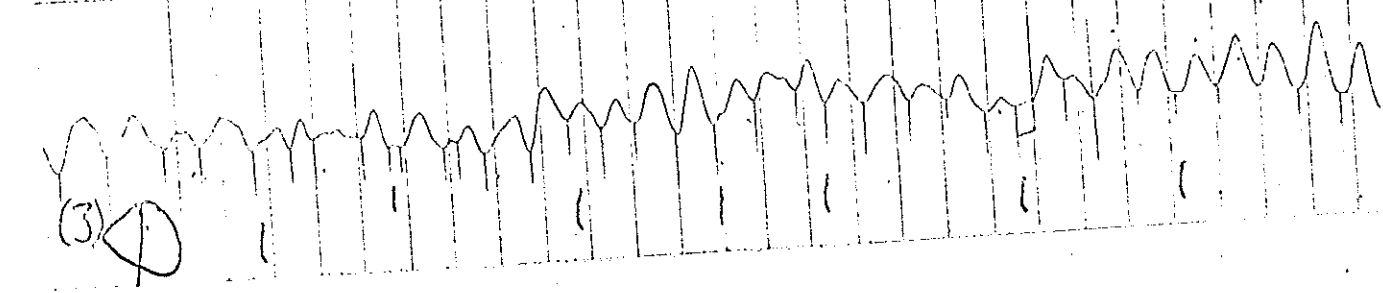
(1) γ



(2)

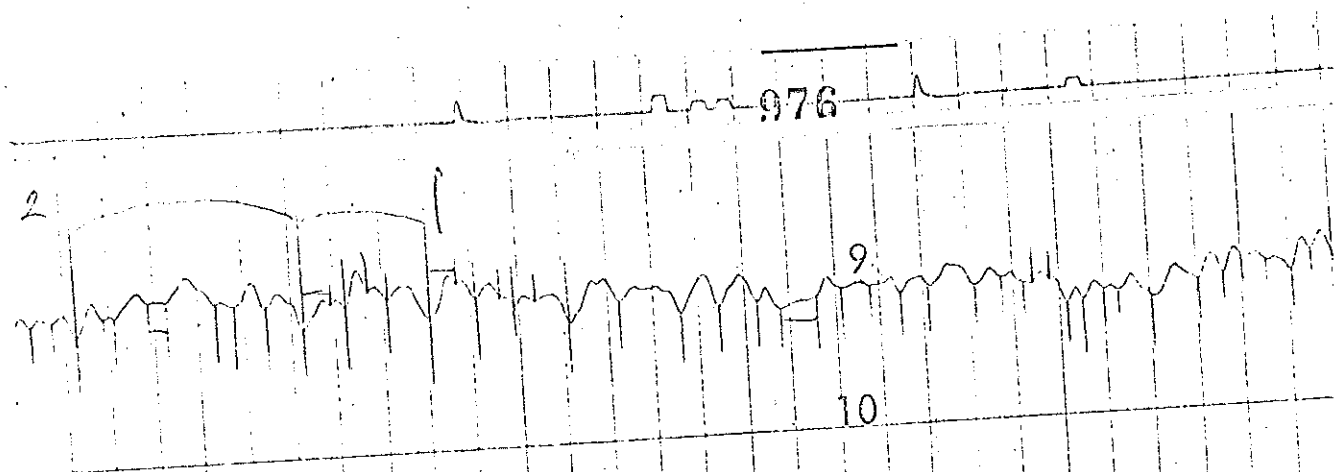


(3)



97.6

2



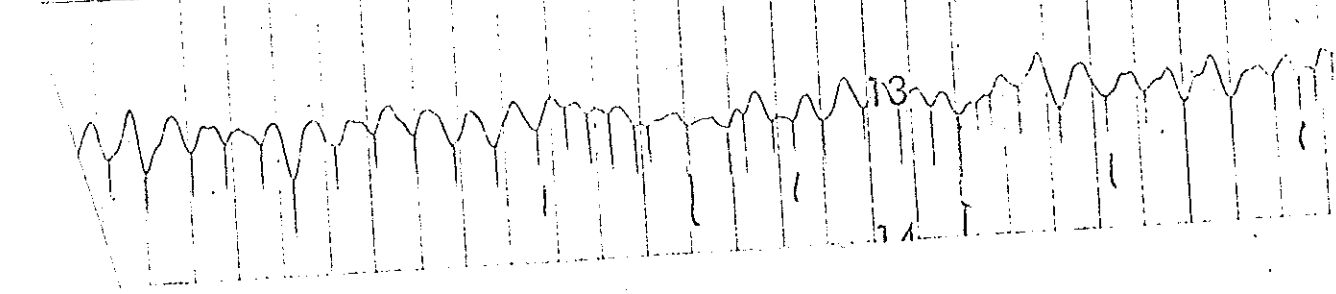
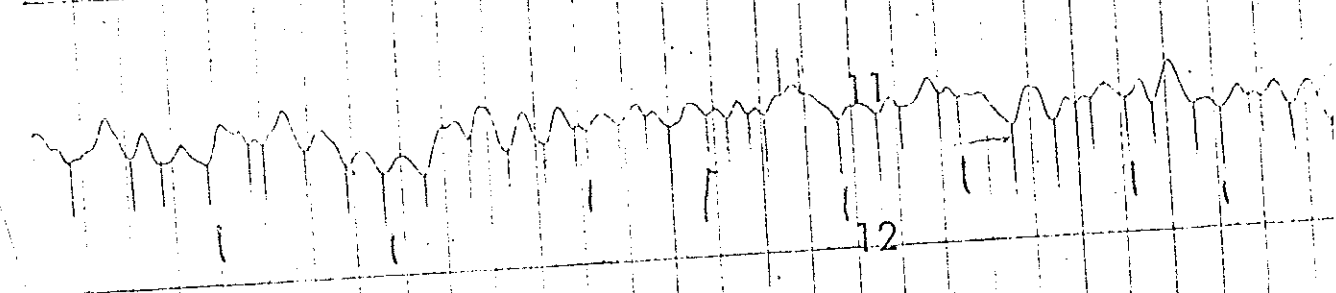
9

10

11

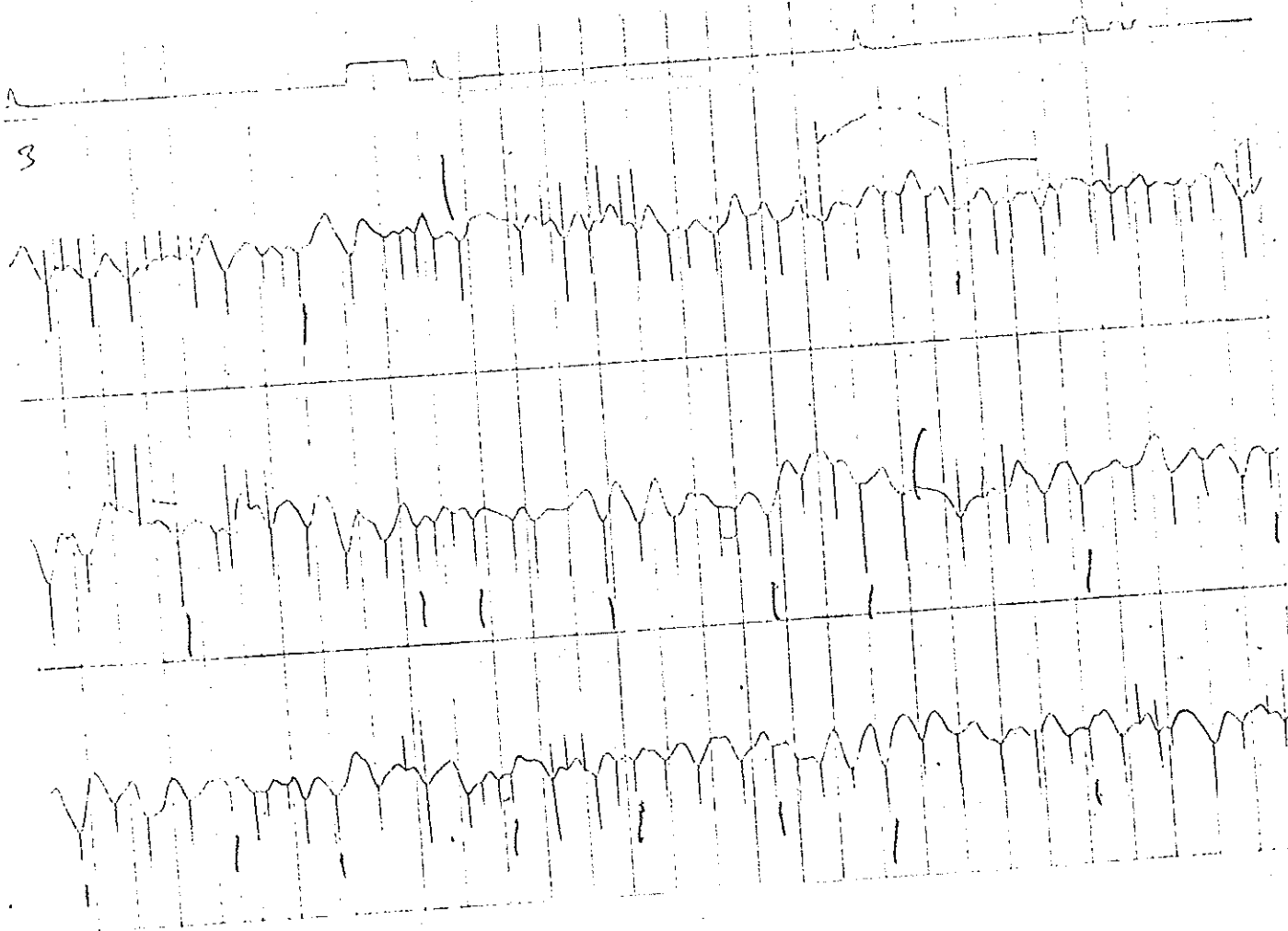
12

13

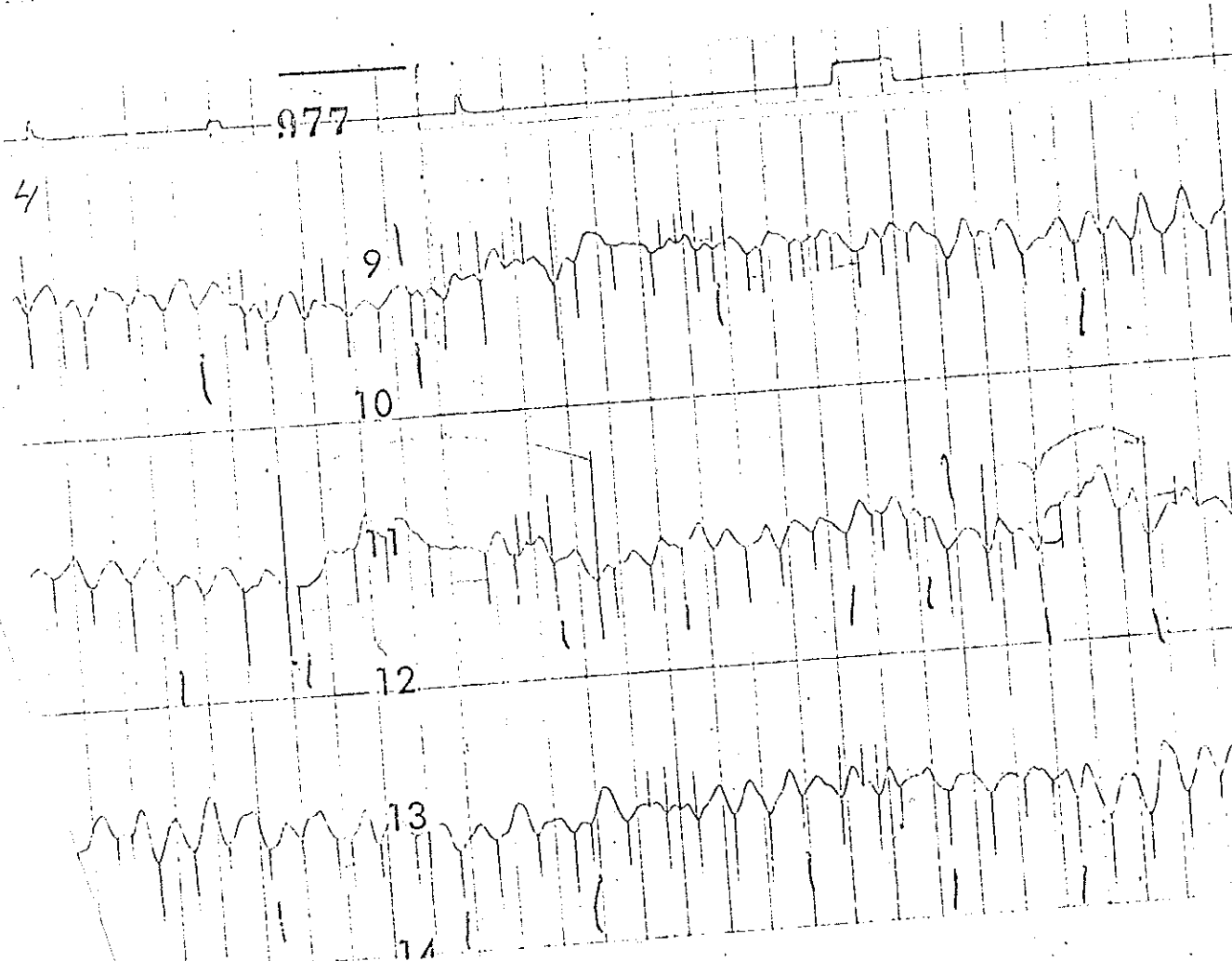


Kurva U1 för periodanalys.

3

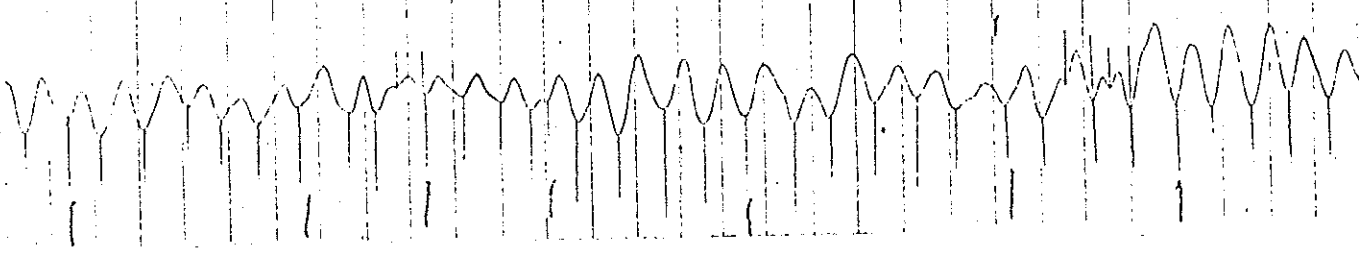
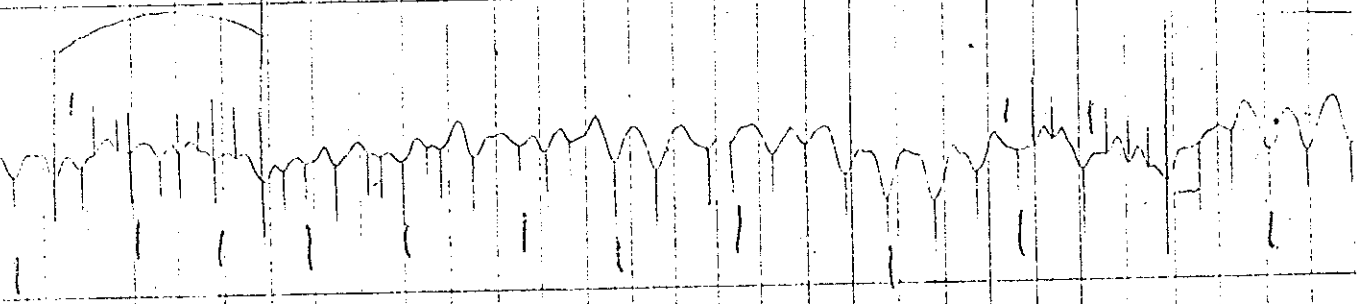
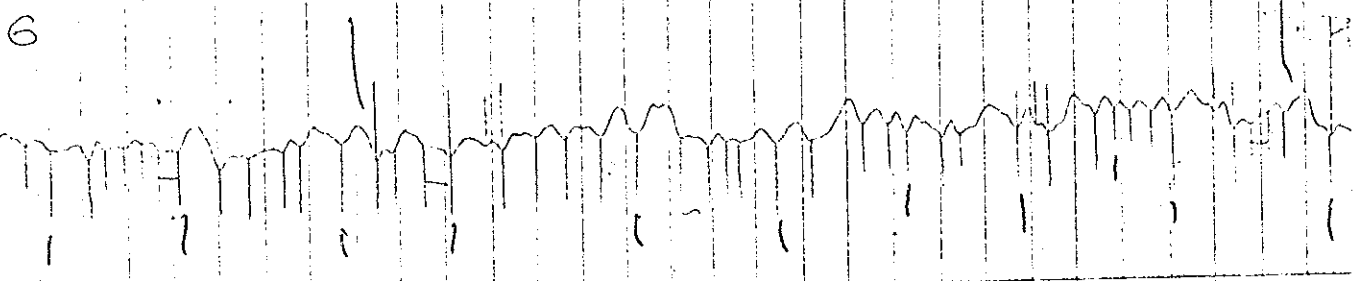
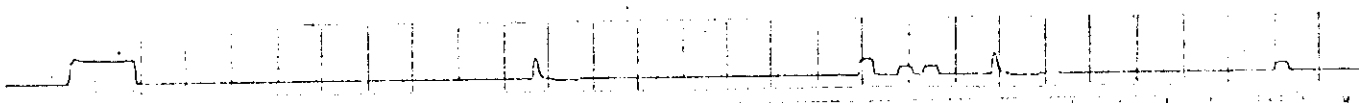
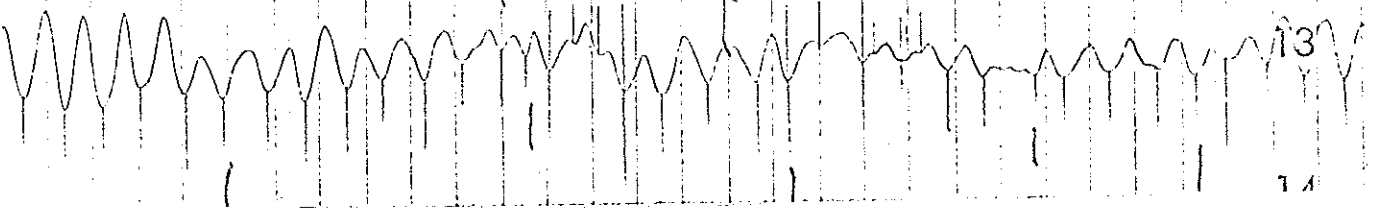
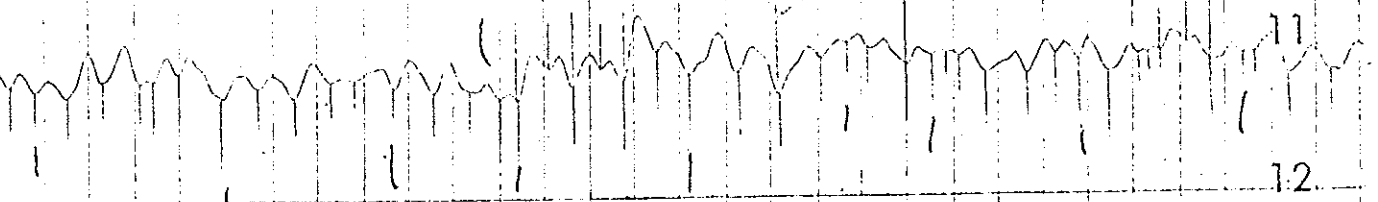
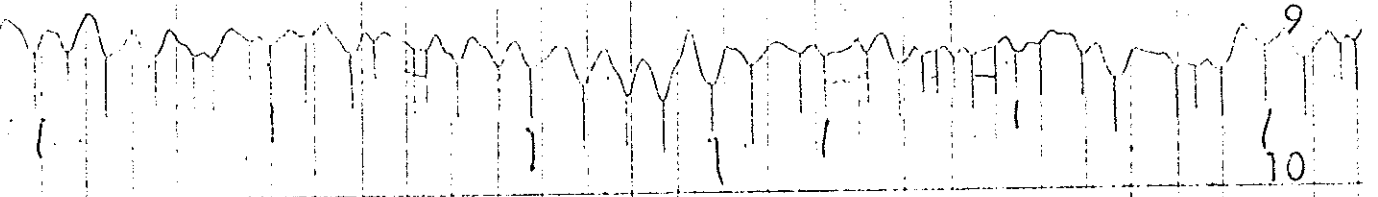


4

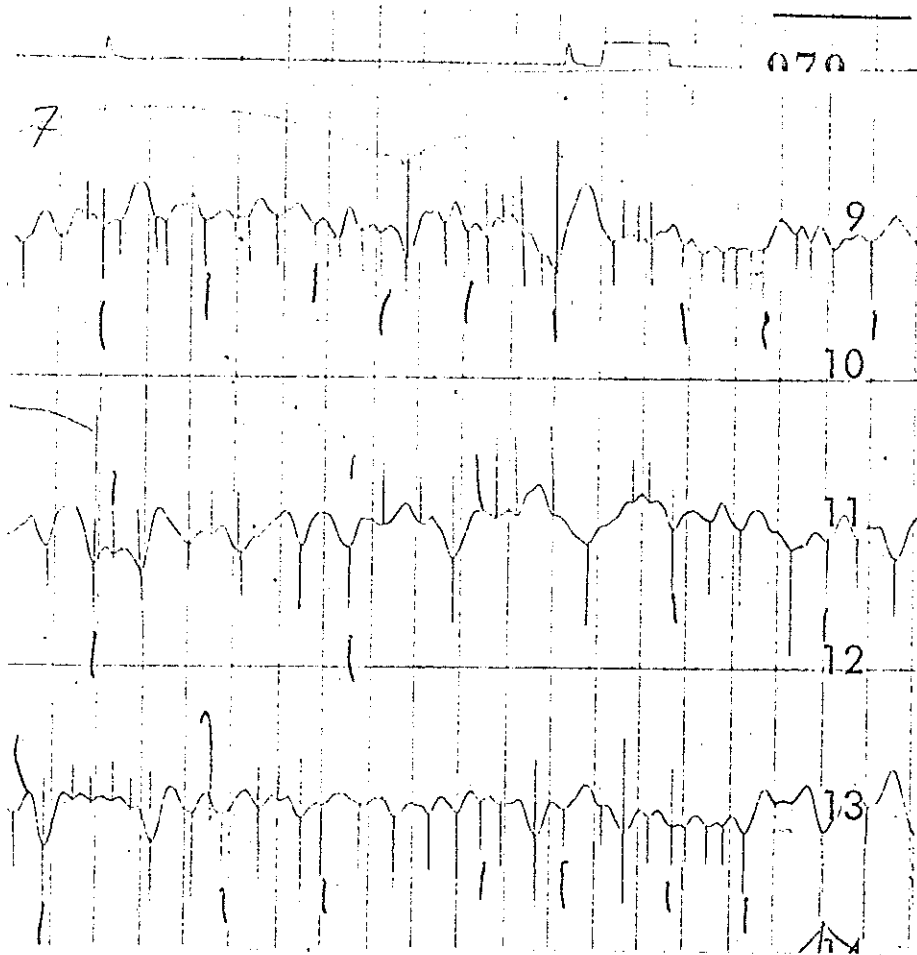


Kurva U1 för periodanalys.

5



Kurva U1 för periodanalys.



Kurva U1 för periodanalys.

EKG SCALE

for period- and frequency analysis

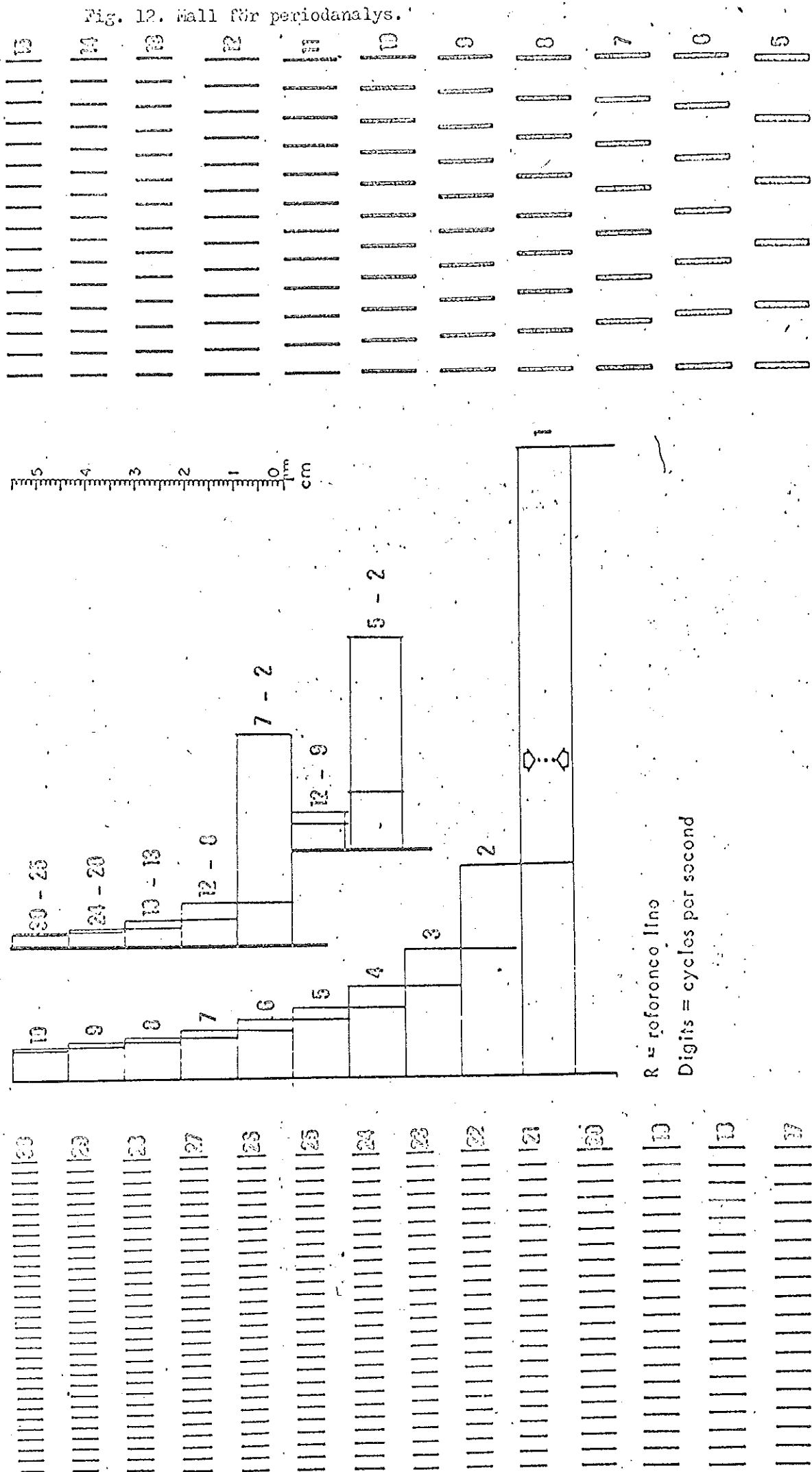


Fig. 12. Mall för periodanalys.

- 11 För den maskinella frekvensanalysen begränsades materialet till tio FP C till N.

Vid avspelningen in på A/D-omvandlaren passerar signalen ett filter av samma typ som tidigare fast bara av tredje graden. Filtrets uppgift är att minska reproduktionsbruset från bandspelaren vid högre frekvenser. Se appendix fig. 3! Ingången på A/D-omvandlaren övervakas med ett dubbelstråleoscilloskop.

- 12 A/D-omvandlarens ingångsnivå är inställbar till 2, 4 eller 10 V pp. För övrigt gäller tidsmultiplex mellan 2-kanaler och digitalisering till 1000 nivåer. Den lägsta totala omvandlingshastigheten är 375 Hz. Den reella omvandlingshastigheten per kanal blir alltså 187.5 Hz. För försöket önskas ett troget frekvensspektrum upp till ungefär 30 Hz. Begränsningsfiltret vid punkt 6 har som nämnts en 3 dB gräns vid 28 Hz och en så snabb dämpning vid högre frekvenser att en vinkningsfrekvens vid 50 Hz är möjlig. Därför skedde avspelningen med bandhastigheten $7 \frac{1}{2} \text{tum/s}$ dvs dubbla inspelningshastigheten. Detta ger en vinkningsfrekvens på 46.9 Hz.

- 13 A/D-omvandlaren är kopplad till en 1401-maskin, som lagrar signalerna på magnetband. Epokerna eller bättre sekvenserna skiljs åt med EOF-tecken styrda från A/D-omvandlaren manuellt. Vid en följande körning blir sekvenserna vid överföringen till ett nytt band försedda med etiketter för identifikation. Samtidigt markeras slutet av en sekvens med att sista record får recordnummer 999999. Det tidigare EOF-tecknet tas bort. Autokovarians- och frekvensanalysen utförs därpå med hjälp av en 7090-maskin. Tyvärr presenteras resultaten via radskrivare i tabellform varför kurvorna under "Resultat" tillkommit genom hantverk.

Nedan följer huvudprogrammen. Parameterkorten vid körningarna är angivna sist efter respektive program. På parameterkorten approximeras avståndet mellan två omvandlingar Δt till 0.0107 s.

PROGRAM — DATA

Kund nr	Programmers namn	Blad nr.								
Programmerare	Tfn	Antal blad								
Datum	Signatur	Autocodér								
		Fortran								
		Data								
1	6	10 11	16	20 21	30 31	40 41	50 51	60 61	72 73	80
		<p>AUTOCORRELATION AV 2X/1000 DATA DIMENSION ACCOR(100), IDENT(10), AMEAL(2) DATA 447/448, 17/0/ READ(5, 901) DATUM, IYEAR, IREG FORMAT(F5.2, I4, I3) IB=IREG+IREG IS=1+IR READ(5, 902) ISAM, ITAL, DELTAT FORMAT(I5, I3, F6.4) IE=1+ISAM ISLH=ISAM+2*ITAL+2 6 READ(8, 903) NRREC, (IDENT(I), I=1, 12) 903 FORMAT(I6, I2A) IF(IDENT(1) .EQ. LIT) GO TO 70 WRITE(9, 905) DATUM, IYEAR 905 FORMAT(6HAPATHM, F5.2, 2H\$, I4) WRITE(9, 907) ISAM, DELTAT, IREG, ITAL 907 FORMAT(I5, 2X, 8HSAMPLE, I3, 8H TOTAL, I3/ J=J+1 909 FORMAT(SHAR, I3/2X, I2A/ IREC=ISLH/42 ISLH=IREC#42</p>								

PROGRAM -- DATA

Kund nr	Programmers namn	Blad nr
Programmersare	Datum	Antal blad
Tin	Autocoder	Fortran
16	72	73
10 11	41	51
20 21	61	80
1	DO 4033 IZ=1, IREC	
	INDEX=IZ*42	
	IZ=INDEX-41	
4032	READ(8,10) NREC, (A(I), I=IZ, INDEX)	
	IF(NREC.EQ.99999) GO TO 321	
	GO TO 323	
321	WRITE(6,19) J, I, NOUT(I), I=1, IR	
	WRITE(6,32) I, ISUM	
322	FORMAT(2X, 33H THIS DATA SEQUENCE CONTAINED ONLY IZ, IX, 34CF, IZ, 2X /	
	34H SPECIFIED DATA POINTS. NO PROCESSING PERFORMED. NEXT DATA SEQUENCE	
	FC IS READ	
	GO TO 6	
819	FORMAT(2X, 34OR, I3/IX, 12A6/)	
910	FORMAT(I6, 42F3.0)	
323	WRITE(9,109) J, (IDENT(I), I=1, IR)	
	AMERU(1)=0.	
	AMERU(2)=0.	
	DO IR I=1, ISUM, 2	
	AMERU(1)=AMERU(1)+A(I)	
12	AMERU(2)=AMERU(2)+A(I+1)	
	ACOUNT=2./FLOAT(ISUM)	
	DO I4 K=1, 2	

PROGRAM - DATA

Kund nr	Programms namn	Blad nr				
/	AUTOCORRELATION	4				
Programmare	Yfn	Datum	Autocod	Förteck	Data	Antal blad
	30 31	40 41	50 51	60 61	72 73	80
1	6	10 11	16	20 21		
		AMEN1=AMEN1/ *AKDUST				
		AMEN2=AMEN2/ *AKDUST				
		WRITE(9,912) RMS1, RMS2				
	912	FORMAT(64RMS1, 64RMS2, F9.7, 2X, 64RMS2, F9.7)				
		WRITE(9,914) AMEN1, AMEN2				
	914	FORMAT(14 * AMEN1, F9.7, 2X, 14 * AMEN2, F9.7)				
		WRITE(9,916)				
	916	FORMAT(15X, 15 * AUTOCORRELATION)				
	F54	IID(10X, 5AC(1)), 10X, 5AC(7))				
		DO 32 J=1, N, 1				
		C1=C0				
		C2=C0				
		J3=J+1-IB				
		BTT=TT-IBEG				
		ATT=DELTA * BTT				
		DO 65 I=1, N				
		II=I+1				
		C1=C1+A(I, I) * A(I, II)				
	65	C2=C2+A(I, II) * A(II, I)				
		C1=C1/RMS1				
		C2=C2/RMS2				
		WRITE(9,915) ATT, C1, C2				

PROGRAM - DATA

Kund nr	Programmens namn		Blad nr							
1	AUTOCORRELATION		5							
Programmerare	Tin	Datum	Signature	Autocodér						
/										
	6	10 11	16	20 21	30 31	40 41	50 51	60 61	72 73	80
918	FORMAT(EG.3,2A15.5)									
32	CONTINUE									
	WRITE(9,919)									
19	FORMAT(SO(1H9))									
33	READ(8,903)WRREC									
	IF(WRREC.EQ.99999)GO TO 6									
	GO TO 33									
70	STOP									
	END									
<i>1st parameter list</i>										
05.12.1967.100										
02h										
22000200.0.0107										

PROGRAM - DATA

Kund nr: _____ Programmnr: _____

Programms-namn: **SPEKTRUM**

Tfn: _____ Datum: _____

Autocoder: _____ Fortran: _____ Data: _____

Blad nr: _____ Antall blad: _____

1	6	10	11	16	20	21	30	31	40	41	50	51	60	61	72	73	80
	SPEKTRUM	AV	ALTOCCORRELATION	RELATION (HARVING)													
	DIMENSION	TI(2550),	CI(2550),	CR(2550),	IDENT(12),	REI(200),	REG(200)										
1	READ(5,2)	AFREK,	IMARK														
2	FORMAT(7,4)	I4)															
3	READ(8,4)	DATUM,	YEAR														
4	FORMAT(6X,	F5.2,	I4,	I4)													
	IF(IYEAR.EQ.	1966)	GO TO 6														
	IF(IYEAR.EQ.	1967)	GO TO 6														
	GO TO 3																
6	READ(8,5)	ZSAM,	DELTA,	ZSEG,	ZTAU												
5	FORMAT(15,	10X,	F8.4,	14X,	I3,	I4,	I3)										
101	FORMAT(1X)																
	READ(8,102)	NR															
102	FORMAT(5X,	I3)															
	READ(8,103)	(IDENT(I),	I=1,12)														
103	FORMAT(12R6)																
	READ(8,101)																
	READ(8,101)																
	READ(8,101)																
	READ(8,101)																
	READ(8,101)																
	READ(8,101)																
7	FORMAT(6X,	F9.2,	8X,	F9.2)													
	READ(8,8)	AMED,	AMED														

PROGRAM - DATA

Kund nr: _____ Programmetts namn: **SPEKTRUM** Blad nr: 12
 Programmatör: _____ Datum: _____ Autocoder: _____ Fortran: _____ Antal bl.: 12

Linje	6	10	11	16	20	21	30	31	40	41	50	51	60	61	72	73
1	9	FORMAT(14X,	F9.7,	16X,	F9.7)											
		READ(8,101)														
		READ(8,101)														
		READ(8,101)														
156		WRITE(9,9)														
157		FORMAT(14,	27H SPEKTRUM AV AUTOCORRELATION/9H (HÅLLÖG)/)													
		WRITE(9,103)	(IDENT(I),	I=1,12)												
		WRITE(9,112)	NR													
112		FORMAT(3ANR,	Z3)													
		WRITE(9,11)	DATUM I KEER													
11		FORMAT(5HADATUM,	F5.2,2ASR,14)													
		WRITE(9,12)	ISAR,DELTA,I	IBEG,ITAL												
12		FORMAT(14,	Z5,6H ANMÄLSE,13H SEK	STEG I	BEG,2X,Z3,6H TOTAL,											
		2X,Z3)														
		WRITE(9,70)	RMS1,RMS2													
		WRITE(9,80)	AMED1,AMED2													
20		FORMAT(6HRMS 1,	F9.7,6HRMS 2,	F9.7)												
80		FORMAT(13H ANMÄLSE	V=RDE 1, F9.7, 2X, 13H ANMÄLSE	=RDE 2, F9.7)												
		DIFF=DFREK*DELTA*6.2832														
		IBEG=IBEG-1														
		ITAL=ITAL-IBEG														
		IBEG=1														

PROGRAM — DATA

Kund nr	Programmes namn	Blad nr	Datum		Signature	Autocoder	Fortran	Data	Antal blad				
			Ti	Blad nr									
1	SPEKTRUM	3	30	31	40	41	50	51	60	61	72	73	80
6	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
100	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
18	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14

```

GO 14 JT=1, ITRU
READ(8,15) TAD(JT), C1(JT), CR(JT)
15 FORMAT(A6.3, 2F15.5)
14 CONTINUE
IF(TAD(1) - A6.00.000) GO TO 3
WRITE(9,100)
100 FORMAT(IX, GAREKV:, 2X, 4HA(I), 4X, 8HLOG A(I), 2X, 4HA(2), 2X, 8HLOG A(2)
F)
C1(1BEG) = C1(1BEG) / 2.
CR(1BEG) = CR(1BEG) / 2.
C1(ITAU) = C1(ITAU) / 2.
CR(ITAU) = CR(ITAU) / 2.
DO 17 IFR = 1, ITRU
  RIF = IFR - 1
  REI(1FR) = 0.
  REI(1FR) = 0.
DO 18 JT = 1BEG, ITRU
  RIT = JT - 1
  OMT = OFF * RIF * RIT
  REI(1FR) = REI(1FR) + C1(JT) * COS(OMT)
  REI(1FR) = REI(1FR) + CR(JT) * COS(OMT)
18 CONTINUE
  
```

PROGRAM - DATA

Kund nr

Programmers namn

Datum

Signatur

Autocodor

Fortran

Data

Programmerare

Tfn

Blad nr

Antal blad

SPEKTRUM

1	6	10	11	15	20	21	30	31	40	41	50	51	60	61	72	73	80
172	CONTINUE																
	IMAR=IMARF-2																
	DO 191 IFR=2,IMAR																
	RIF=IFR-1																
	R11=ABS(C.25*(REI(IFR-1)+REI(IFR+1)))/C.5*REI(IFR))																
	R22=ABS(C.25*(REI(IFR-1)+REI(IFR+1)))/C.5*REI(IFR))																
	DBRE1=4.3429*ALOG(R11)																
	DBRE2=4.3429*ALOG(R22)																
	FREQV=AIF*DFREK																
19	WRITE(9,19) FREQV R11, DBRE1, R22, DBRE2																
191	FORMAT(F6.2, A9.4)																
	CONTINUE																
990	WRITE(9,990)																
	FORMAT(80(1#91))																
150	READ(8,150) ISLUT																
	FORMAT(I5)																
151	IF(ISLUT.NE.8888)GO TO 3																
	STOP																
	END																
	EVA Passivverket																
	00.5000080																

Där anges totala antalet omvandlingar n för en sekvens till något över 11 000 dvs sekvensens längd T_n är 118 s. Vidare är antalet punkter m i vilka autokovariansfunktionen skattas knappt 100 vilket motsvarar en maximal tidsdifferens T_m på omkring 1 s. Ett mot detta T_m svarande Hanning-tidsfönster ger en frekvensupplösning på 1 Hz ett värde som låg till grund vid planeringen. Slutligen anges på parameterkorten att frekvensspektrumet skall beräknas i 80 punkter åtskilda med 0.5 Hz. Detta är en praktisk differens men borde egentligen vara $\frac{1}{2m\Delta t} = 0.47$ Hz för att Hanningkoefficienterna (0.25, 0.5, 0.25) skall vara relevanta. Vid beräkningen används alltså ett svagt modifierat Hanning-fönster.

Både autokovariansfunktion och frekvensspektrum är normerade genom division med variansen. Av ett misstag har summeringen för att få variansen inte skett från riktigt samma undre gräns som för övrigt. Detta medför ett normeringsfel på någon promille vilket är utan betydelse. Vid beräkningen av autokovariansfunktionen minskas varje observation med ett för sekvensen framräknat medelvärde. Detta för att vara garanterad mot ett förskjutet nollvärde. Vidare har för varje tidsdifferens τ division gjorts med n och inte $n - \tau$. Detta har heller ingen betydelse då τ som mest blir en procent av n . För övrigt kan inverkan av detta tydas som att tidsfönstret ändras på så sätt att det avtar något snabbare för växande τ .

Programmen avsåg från början att beräkna såväl korskorrelationsfunktion som korsspektrum deessutom. Vid uteslutningen gjordes endast nödvändiga ingrepp varför det i det resterande finns några oväsentliga underligheter.

Till slut några allmänna förklarande kommentarer till programmen: Kodsiffrorna 5, 8 och 9 står för kortläsare, bandin respektive bandut. Autokovariansberäkningen avbryts genom att eti-

ketten för sista sekvensen som första ord har SLUT. Spektrum-
beräkningen avbryts genom att sista kovarianstabellen följs
av 88888. Då spektraltätheten beräknas med en "ensidig" cosinus-
transform saknas för att vara fysikaliskt strikt en faktor $4\Delta t$
i uttrycket, men som redan nämnts önskas inte det absoluta fre-
kvensspektrumet som resultat.

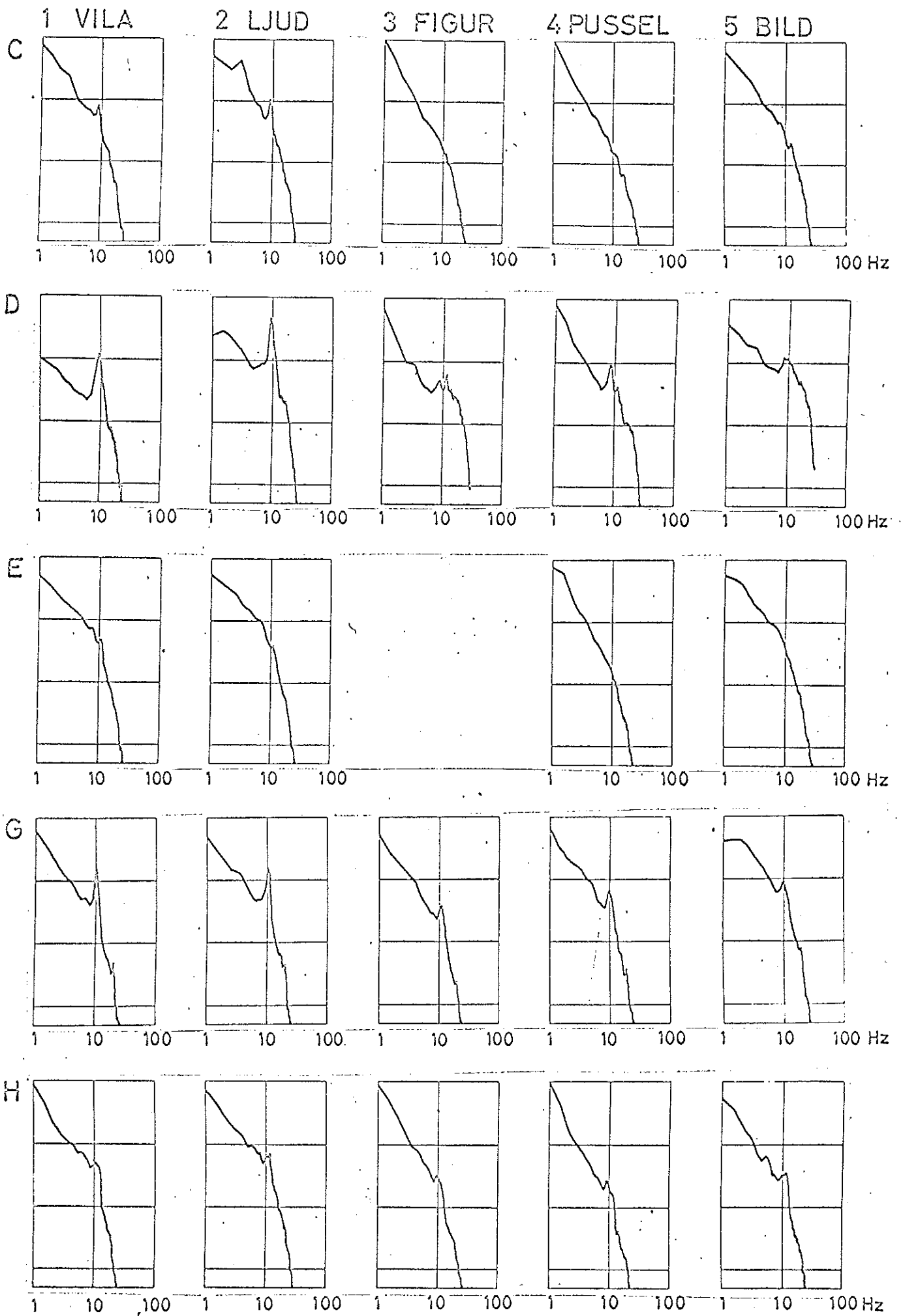
3. Resultat.

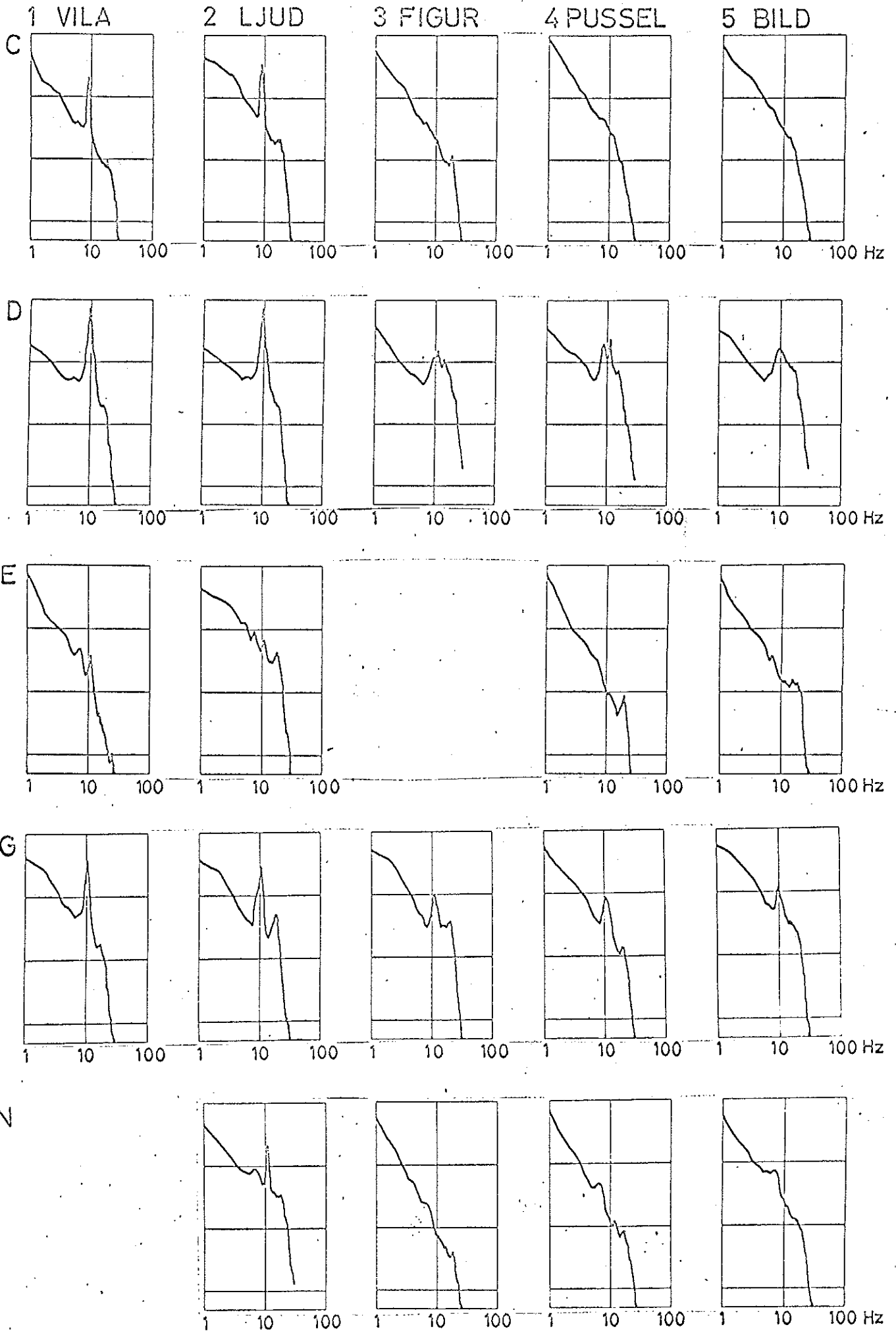
Även om EEG-kurvan säkert inte är en svagt stationär stokastisk process (s.s.s.p.) ger den skattade autokovariansfunktionen eller frekvensspektrumet väsentlig information. Att EEG-kurvan inte är stationär ses direkt vid ett studium av exemplet C i kapitlet 2. I vissa FP:s EEG avspeglas t.ex. varje uppgiftsväxling klart. För att få en något så när säker medelvärdebildning ändå valdes epoklängden till den för en s.s.s.p. statistiskt omotiverat långa tiden 2 min.

Medelvärden av olika kvadratiska uttryck innehåller samma information men presenterad i olika former t.ex. är autokovariansfunktionens argument tiden medan frekvensspektrum är en funktion av frekvensen. Ändå har nog frekvensspektrum några fördelar mot autokovariansfunktionen förutom att vara mer intuitivt förståelig. Två intilliggande spektraltäthetsskattningar och därmed övriga kan fås att bli oberoende bara sekvensen görs tillräckligt lång något som ingalunda gäller för autokovariansfunktionen. Dessutom kan en frekvensberoende inverkan på den analyserade signalen under överföringen lätt korrigeras i ett frekvensspektrum. I det här försöket kunde de använda filternas karakteristiker ge en ganska enkel korrektion av spektrana inom frekvensbandet av intresse, vilket dock ej gjorts. Här följer nu kurvblad över normerade frekvensspektra och autokovariansfunktioner.

1 FRONTALT

1 a





3 OCCIPITALT

3a

1 VILA

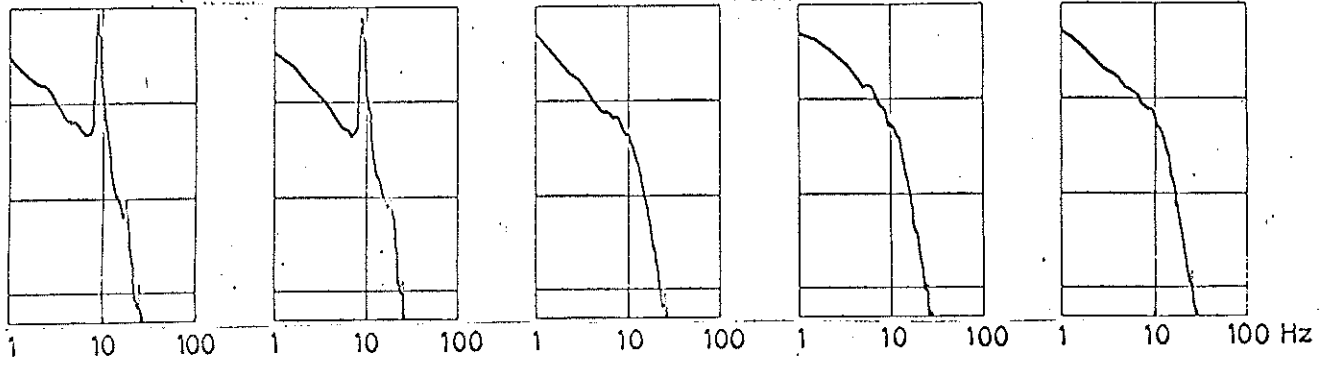
2 LJUD

3 FIGUR

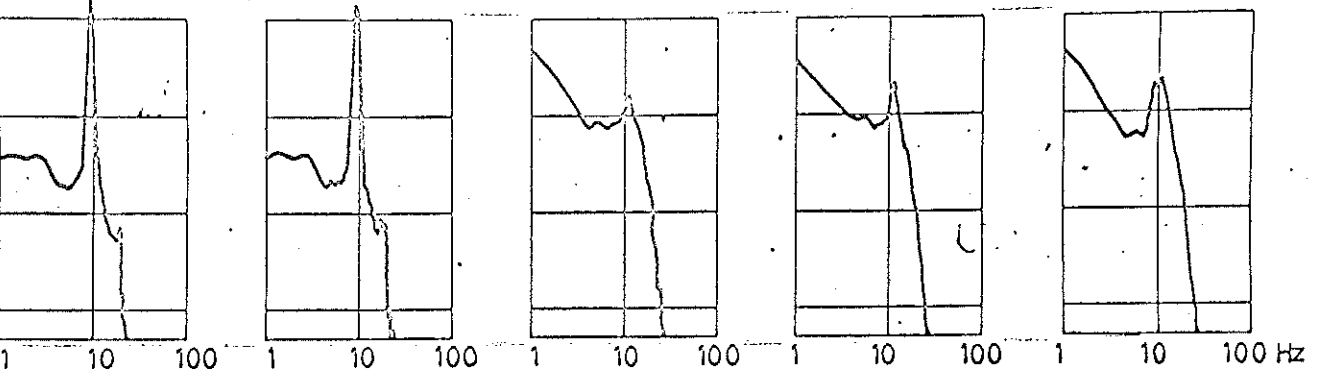
4 PUSSEL

5 BILD

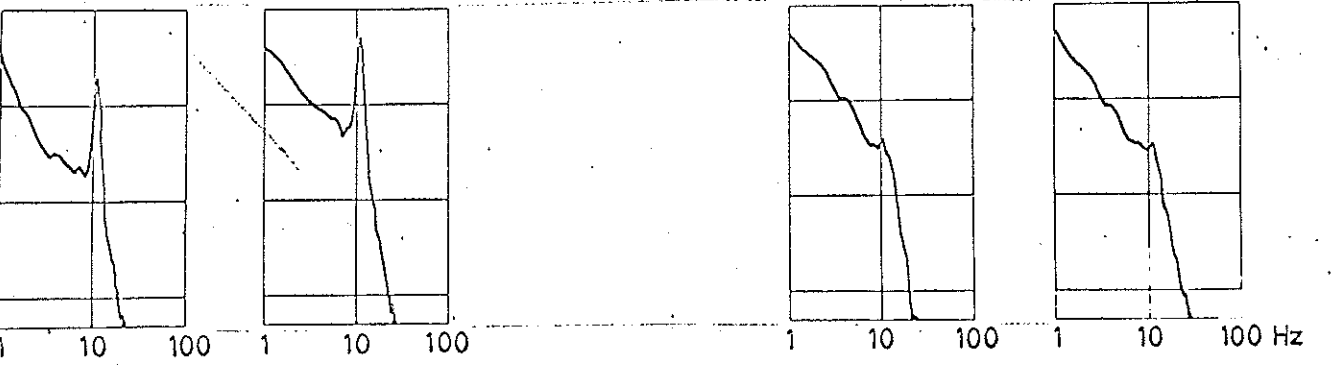
C



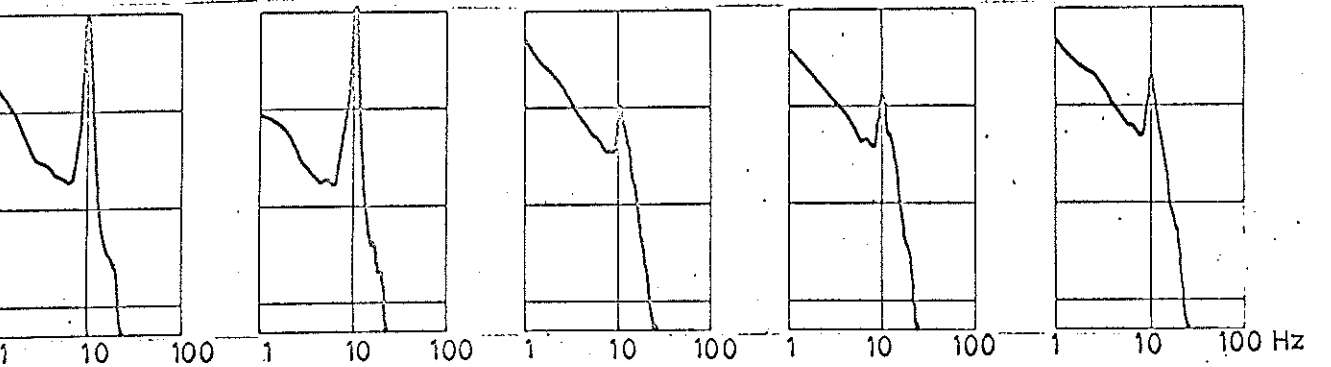
D



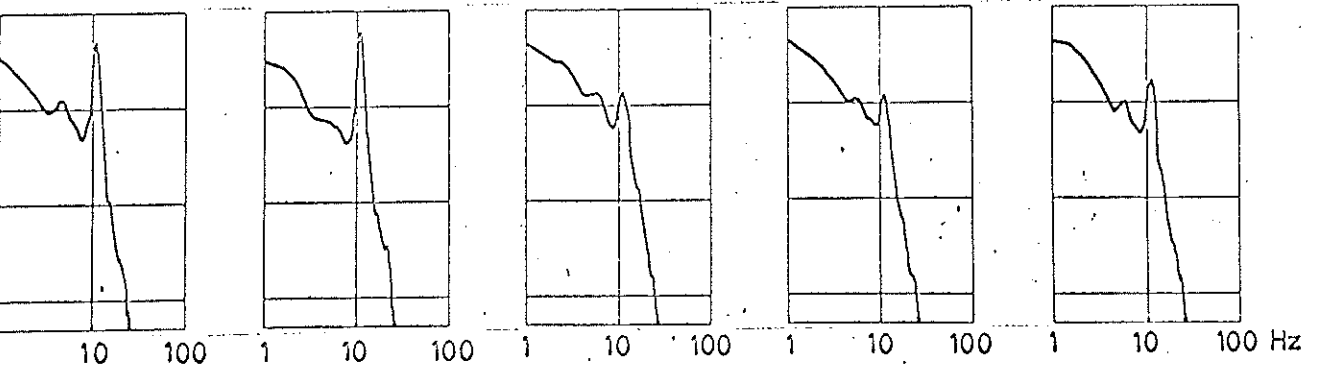
E



G

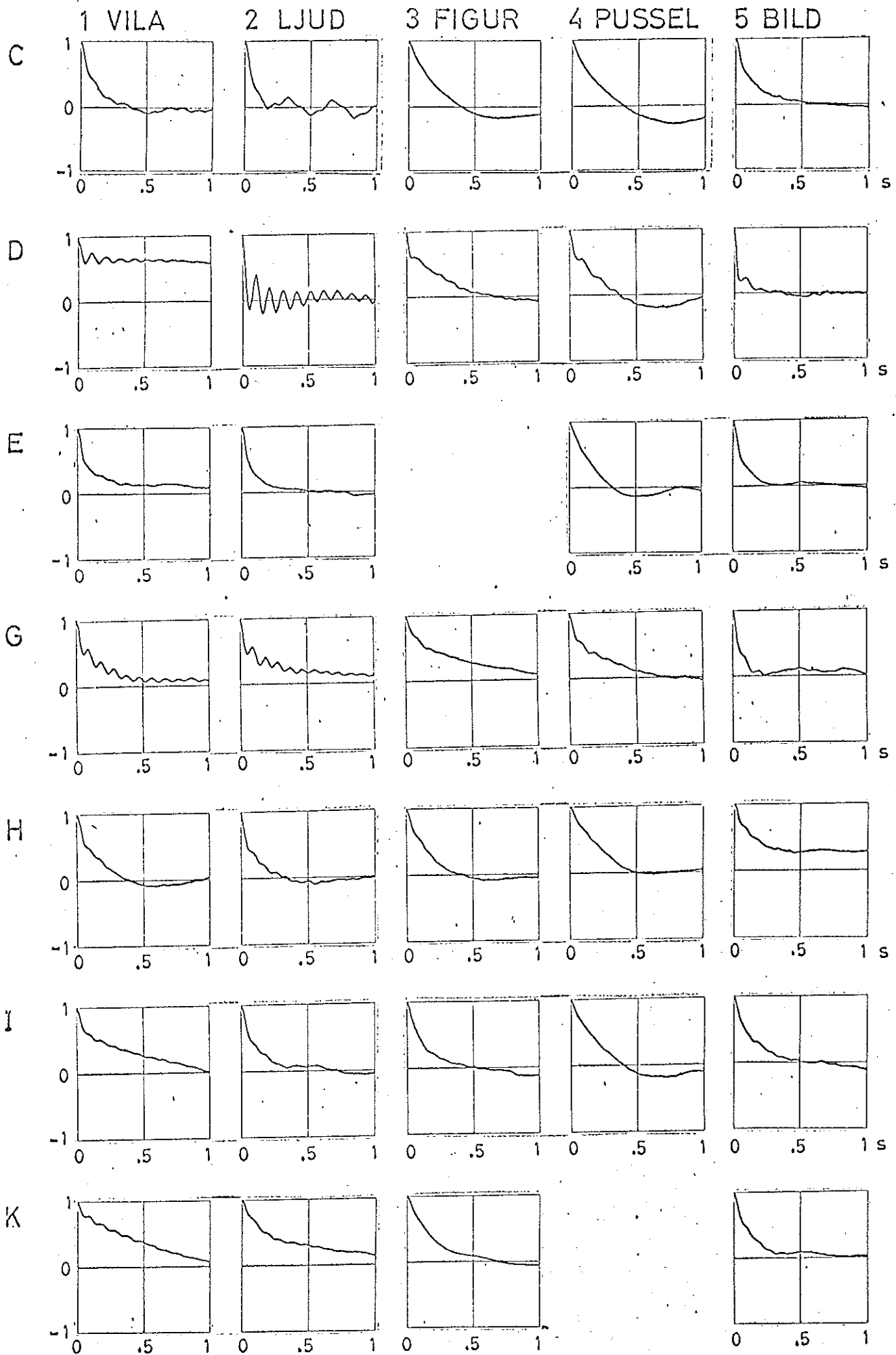


H



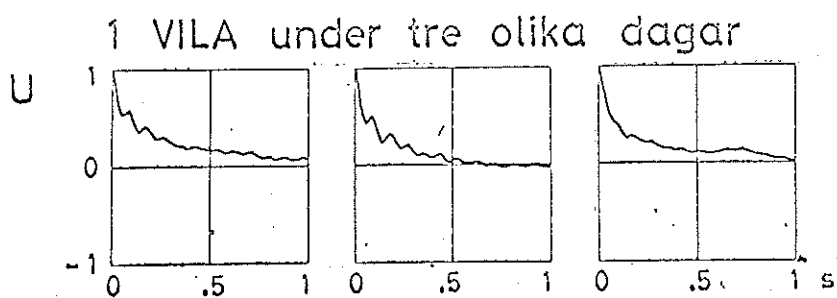
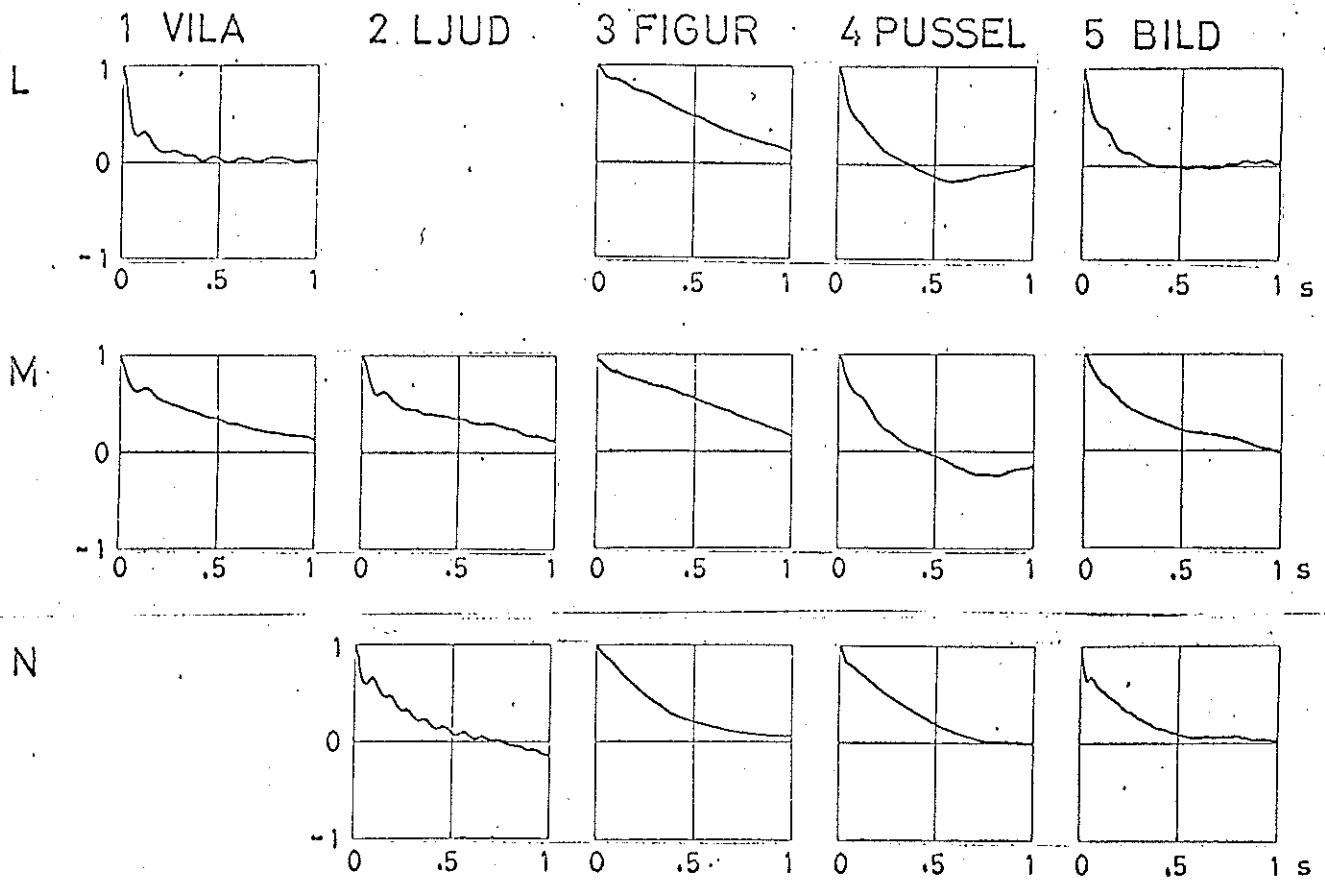
1 FRONTALT

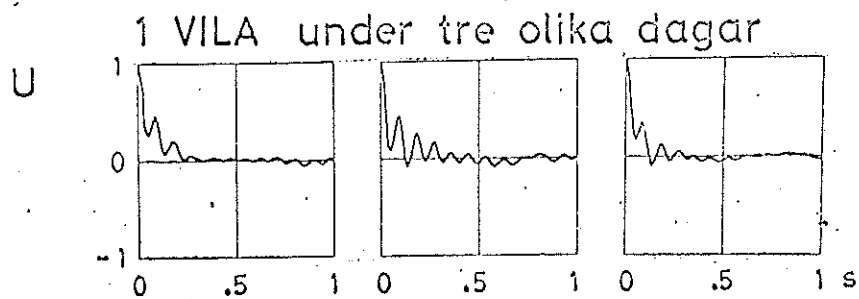
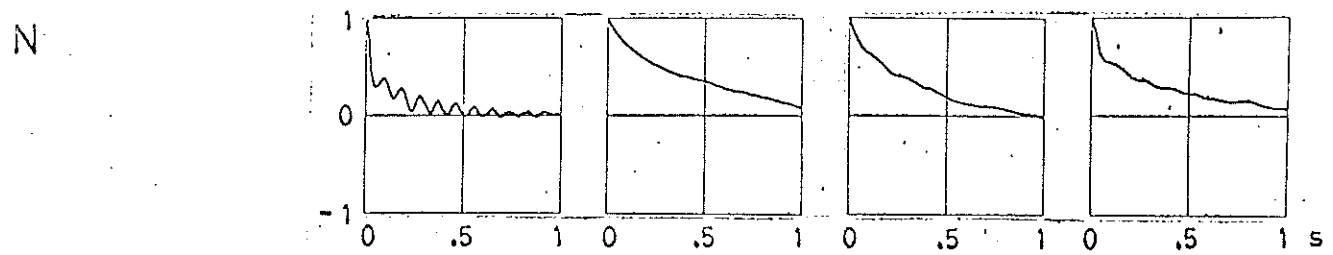
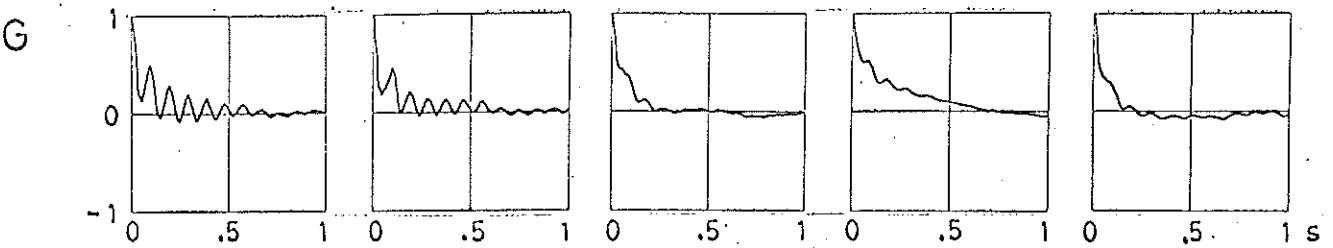
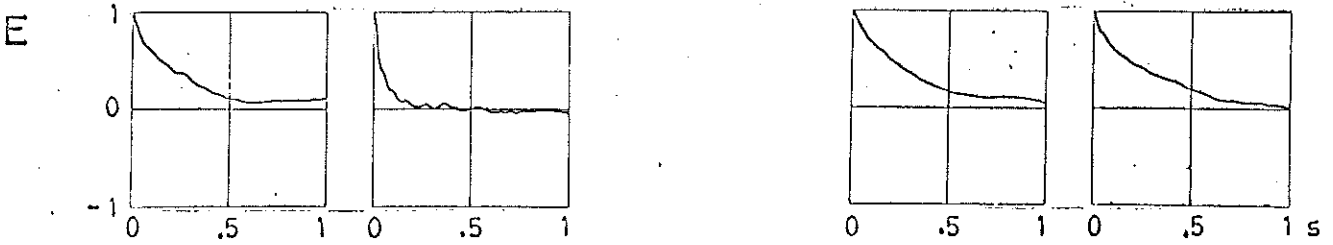
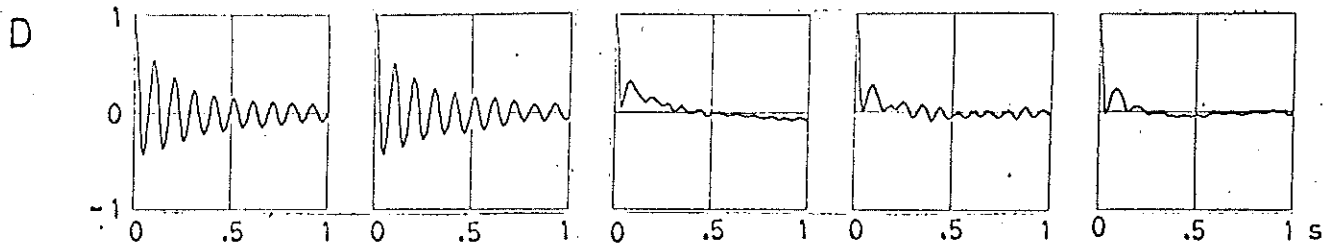
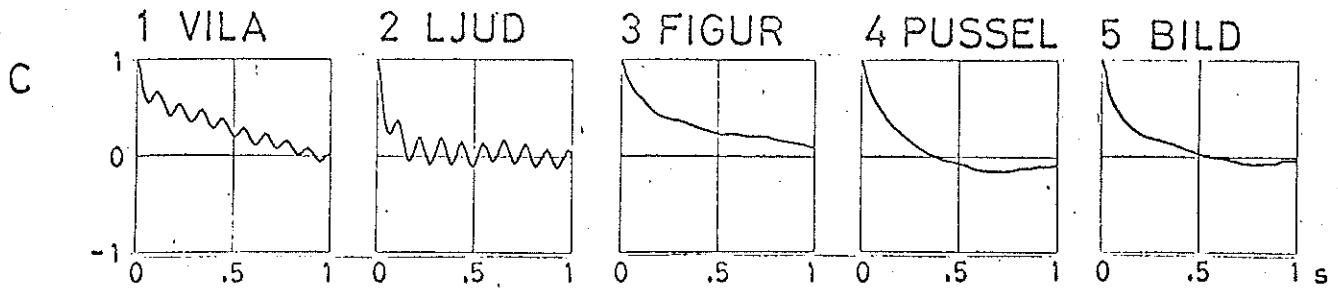
1a



1 FRONTALT

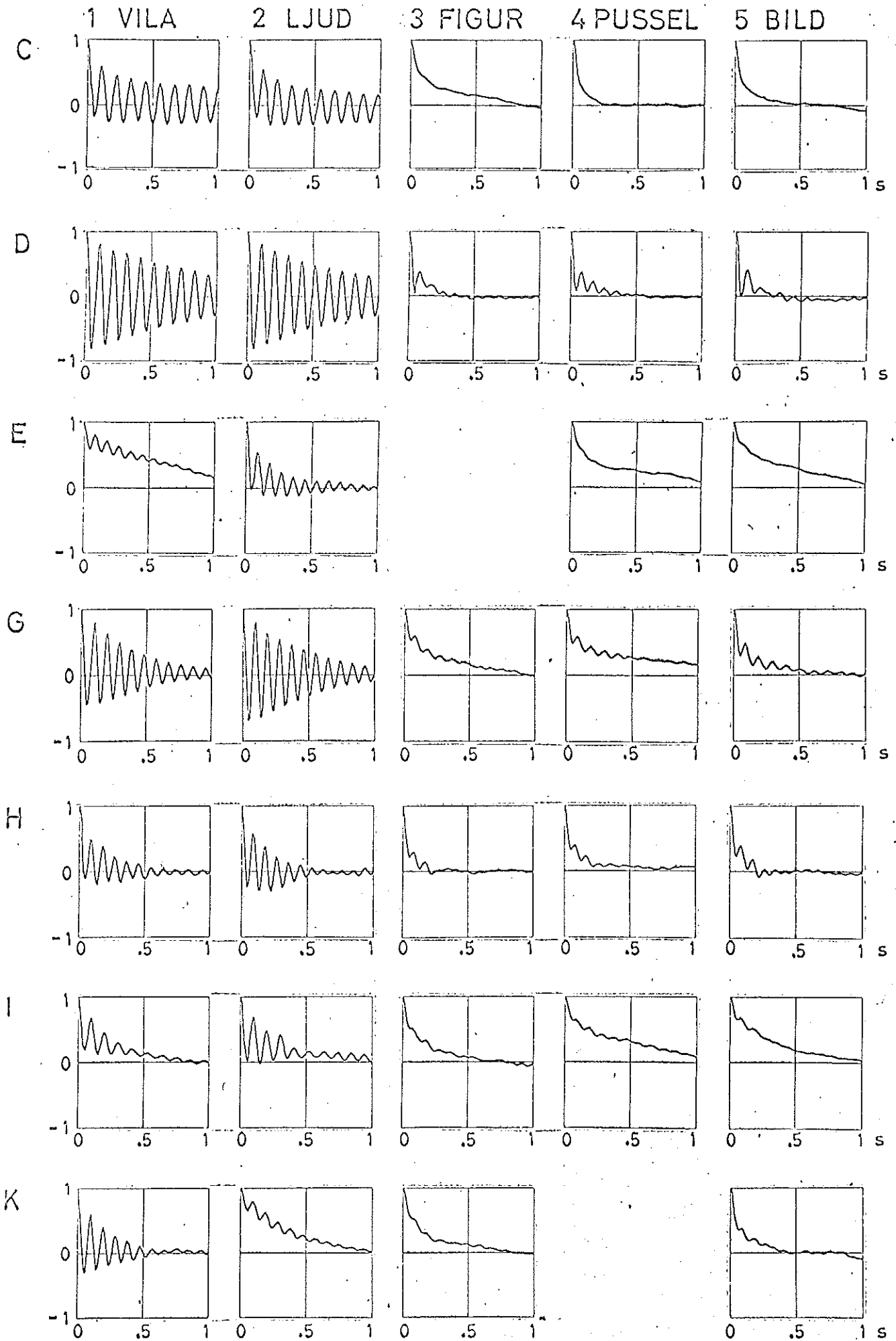
1b

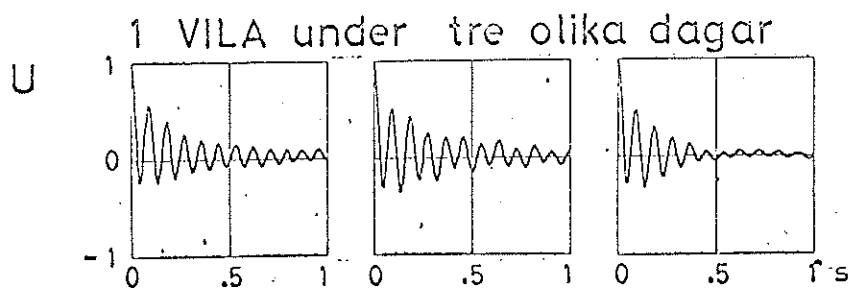
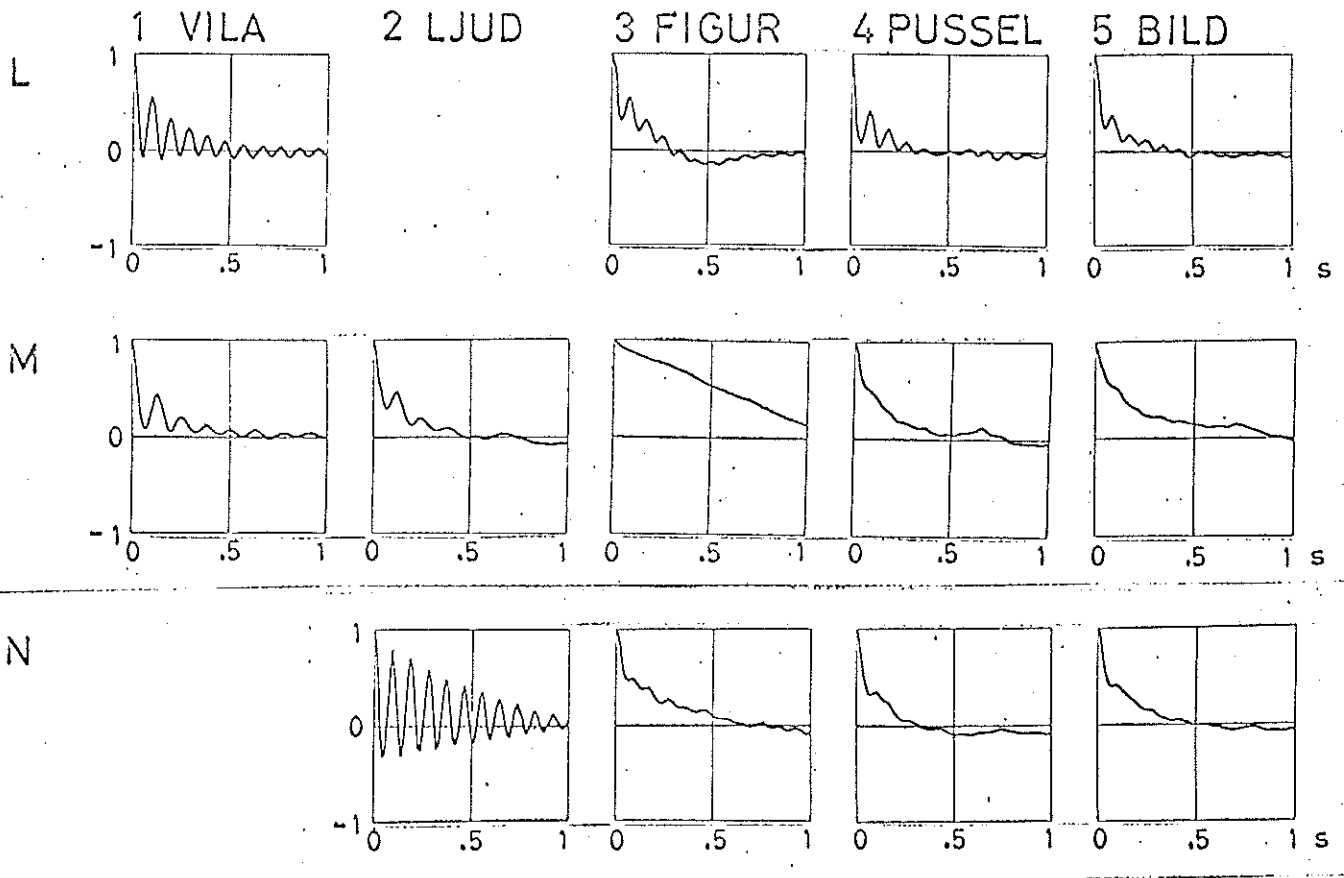




3 OCCIPITALT

3a





Frekvensspektrum ges i ett log-log-plan där den vertikala skalan är ommarkerad då kurvan inte anger absoluta storleken på spektrumet. Men avståndet mellan två linjer är 10 dB. Autokovarianskurvan har som nämnts variansen som enhet. De båda kurvgrupperna har på varje blad ordnats vertikalt efter FP och horisontalt efter deltest.

Dessa kurvsammanställningar har närmast som uppgift att ge en sammanfattande överblick hur "insignalen" - de fem test-situationerna - återspeglas i frekvens- respektive autokovarianskurva, hur genomgående en tendens i så fall är hos de olika FP och vidare t.ex. hur sådana tendenser varierar inom de tre elektrodparen. Dessa frågor har nära samband med vad som behandlas i referens 1. Svaren, som kanske får sökas i en mönsteranalys av de mer exakta värdeserierna bakom kurvorna, utelämnas i denna behandling. Påpekas kan att den i början av kapitel 2 omnämnda α -blockaden syns tydligt hos t.ex. FP D. I de två första deltesten då ögonen är slutna finns en kraftig topp vid 10 Hz främst occipitalt, som sedan försvinner nästan helt.

Ytterligare material av intresse är testscore från 3FIGUR, 4PUSSEL och 5BILD. Likaså variansuppgifterna ur spektrumprogrammet, som tyvärr visar stor spridning på grund av känslighet för störningar då de främst återspeglar de störda lågfrekventa delarna av spektrumet. Dessa har korrigerats med hänsyn till inställd förstärkning på EEG-förstärkaren.

	1	2	3	4	5	
	56	53	136	255	53	1
C	344	244	175	142	127	2
	238	216	126	103	100	3
	427	221	366	343	224	1
D	481	464	928	893	816	2
	1749	1340	492	461	539	3
	54	52		146	52	1
E	326	233		581	367	2
	177	110		137	137	3
	61	58	72	71	45	1
G	207	468	371	234	183	2
	784	790	161	111	152	3
	255	76	381	503	187	1
H	330	156	371	523	331	2
	246	153	118	130	134	3
	120	63	132	184	111	1
I	283	164	266	184	157	2
	346	344	136	164	170	3
	72	70	85		50	1
K	161	187	186		145	2
	150	291	86		71	3
	72		606	162	80	1
L	180		422	197	110	2
	81		134	119	69	3
	87	72	547	391	215	1
M	72	69	205	160	94	2
	151	146	537	231	158	3
		60	483	324	204	1
N		267	550	200	165	2
		353	68	53	57	3

Schema över variansen. Beteckningar som tidigare.

C	D	E	G	H	I	K	L	M	N		max
6	1	6	6	5	5	3	6	2	4	2LJUD	6
7	13	10	12	15	14	12	10	13	11	3FIGUR	18
6	9	11	15	14	9	9	4	15	11	4PUSSEL	18

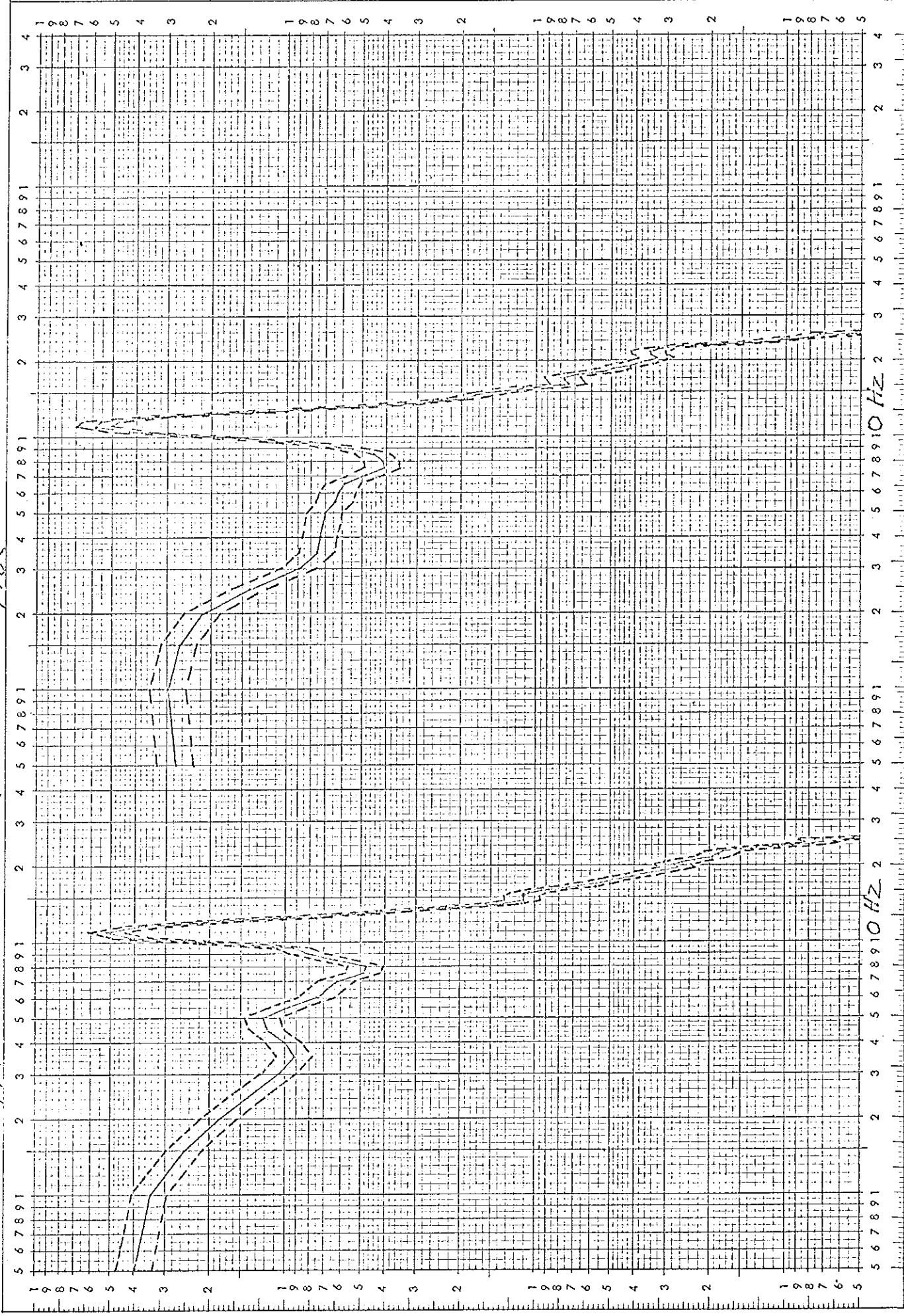
Testresultat.

Ett rättfärdigt men. givetvis förenklat sätt att bedöma statistiska osäkerheten i spektraltäthetsskattningen är att anse den tillhöra en $\chi^2(k)$ -fördelning. För en sådan fördelning gäller att antalet frihetsgrader k kan uttryckas som $k = \frac{2(\text{medelvärdet})^2}{\text{variansen}}$. Enligt appendix så kan variansen för en spektraltäthetsskattning av en s.s.s.p. approximeras till $\frac{T_m}{T_n} (\text{medelvärdet})^2$ där T_m är övre gränsen för argumentet i den skattade autokovariansfunktionen och T_n ett effektivt värde av epoklängden. Antalet frihetsgrader blir därmed $k = \frac{2T_n}{T_m} \approx 200$. Ett 90-procentigt konfidensintervall blir då 1.4 dB, vilket lätt utritas då spektrumet ges i ett log-log-plan. Nedan ges FP H:s fem occipitala spektra i diagrammen 3 - 5.

FP II occipitalt spektrum med 90-procentigt konfidensintervall.

H12

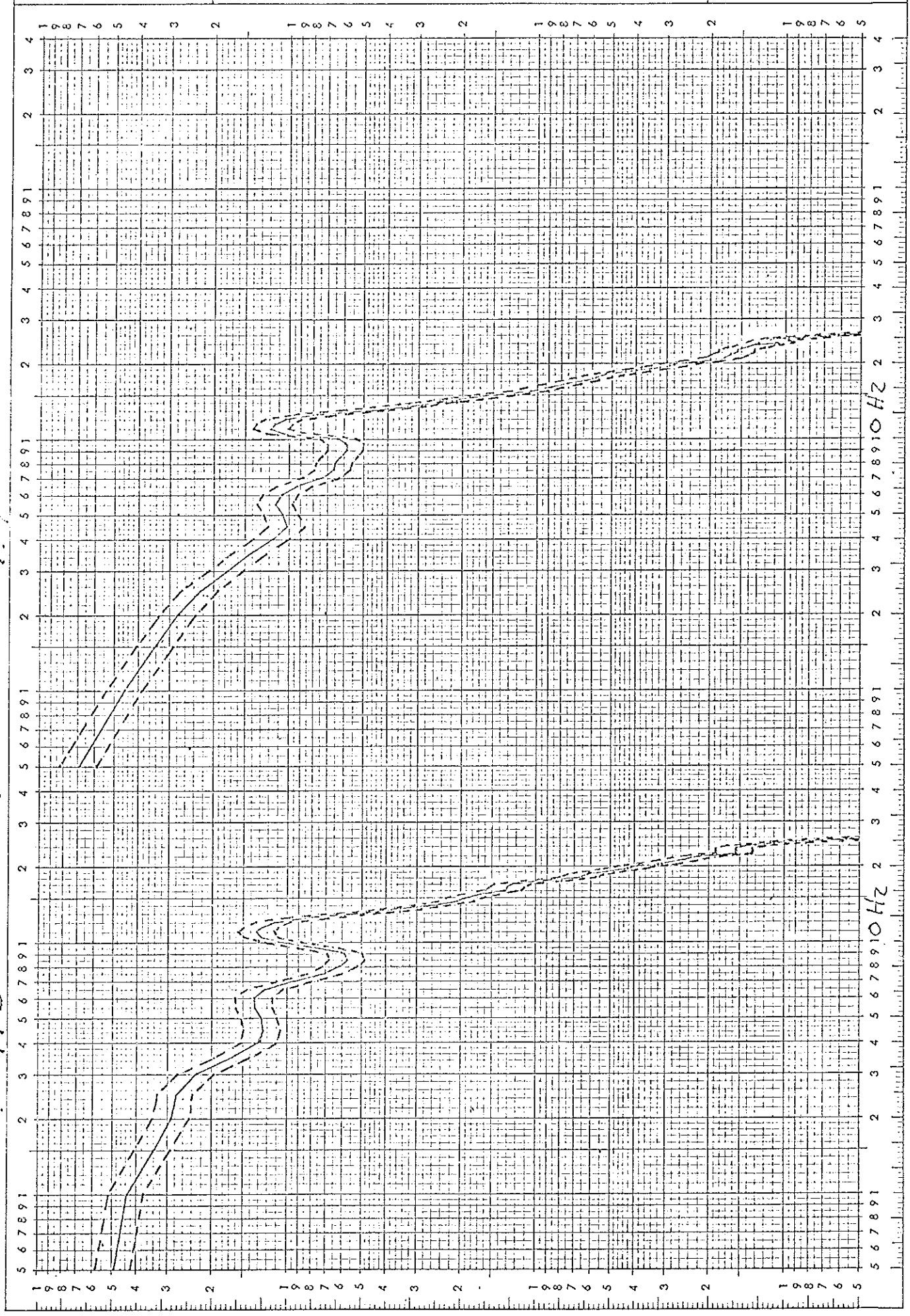
H11



FP H occipitalt spektrum med 90-
procentigt konfidensintervall.

H4

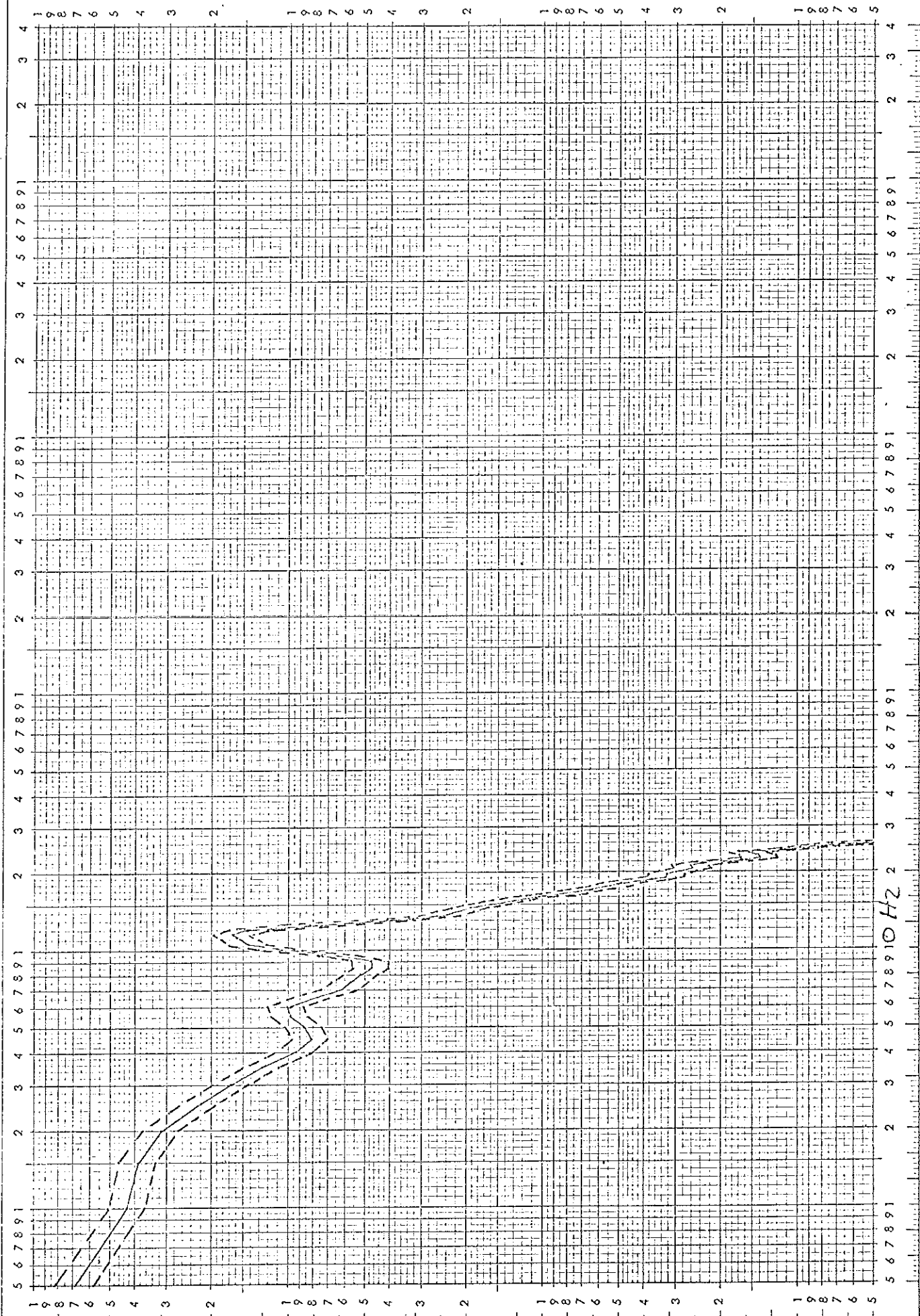
H3



FP H occipitalt spektrum med 90-
procentigt konfidensintervall.

Diagram 5

H5

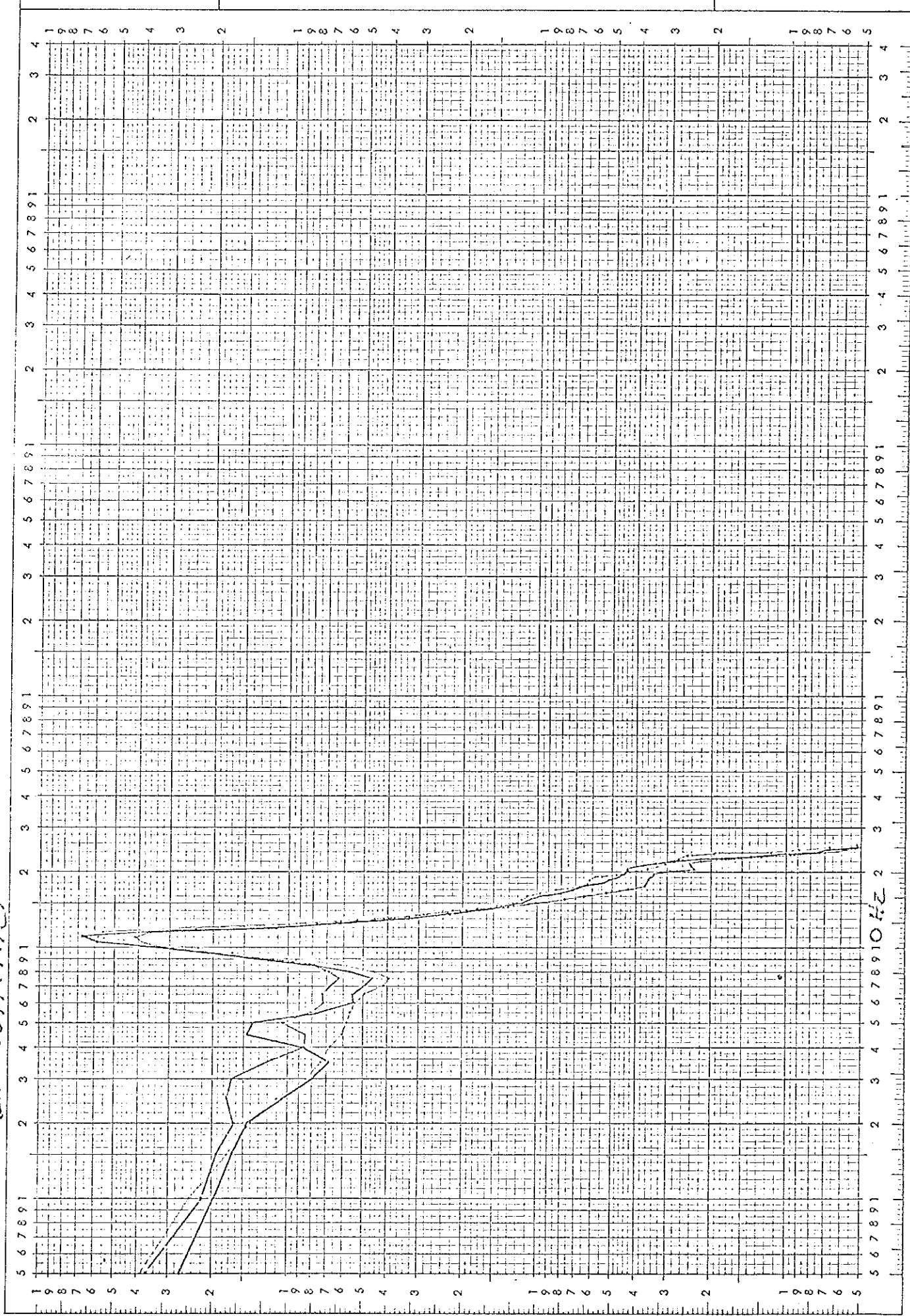


Den verkliga precisionen bedöms bäst från upprepade försök än från den ovan gjorda uppskattningen. I diagram 6 och 7 har FP U:s (en extra FP) vilospektrum under tre dagar upprepats. Motsvarande autokovarianskurvor är förresten givna i den tidigare kurvsammanställningen. Hur odefinierad vilosituationen ^{är} ses främst av den varierande storleken på α -toppen i U1 FRONTALT och tendensen till extratopp vid 5 Hz i U1 OCCIPITALT. Däremot tycks α -toppens frekvensläge variera mindre än vad osäkerheten i bandhastighet och variationen i nätfrekvensen (48 - 52 Hz) tillåter.

FP U under tre olika dagar.

Uppman 6

LII OCCIPITALT

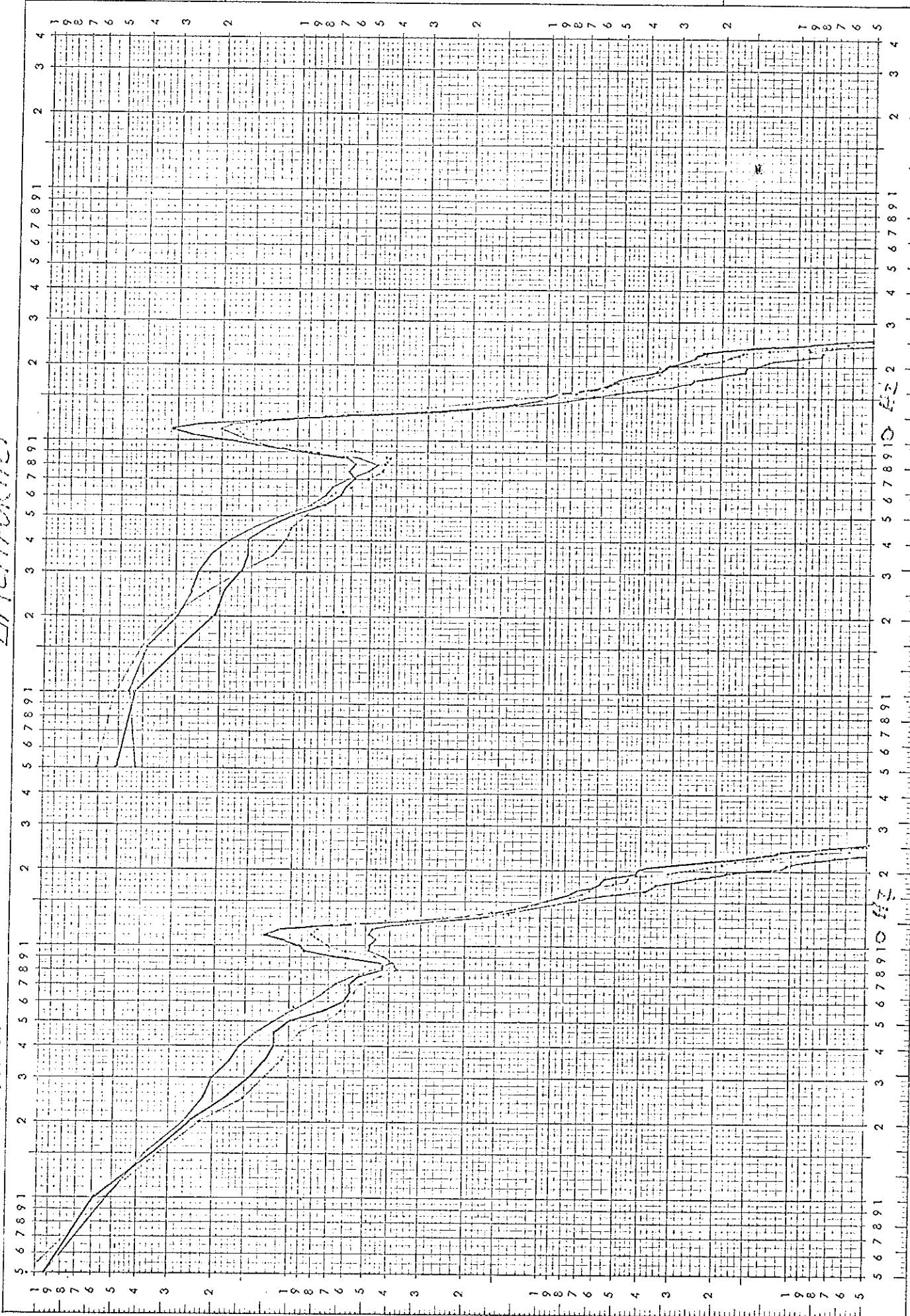


22

FP U under tre olika dagar.

LITTEMPORALT

LITFRONTALT

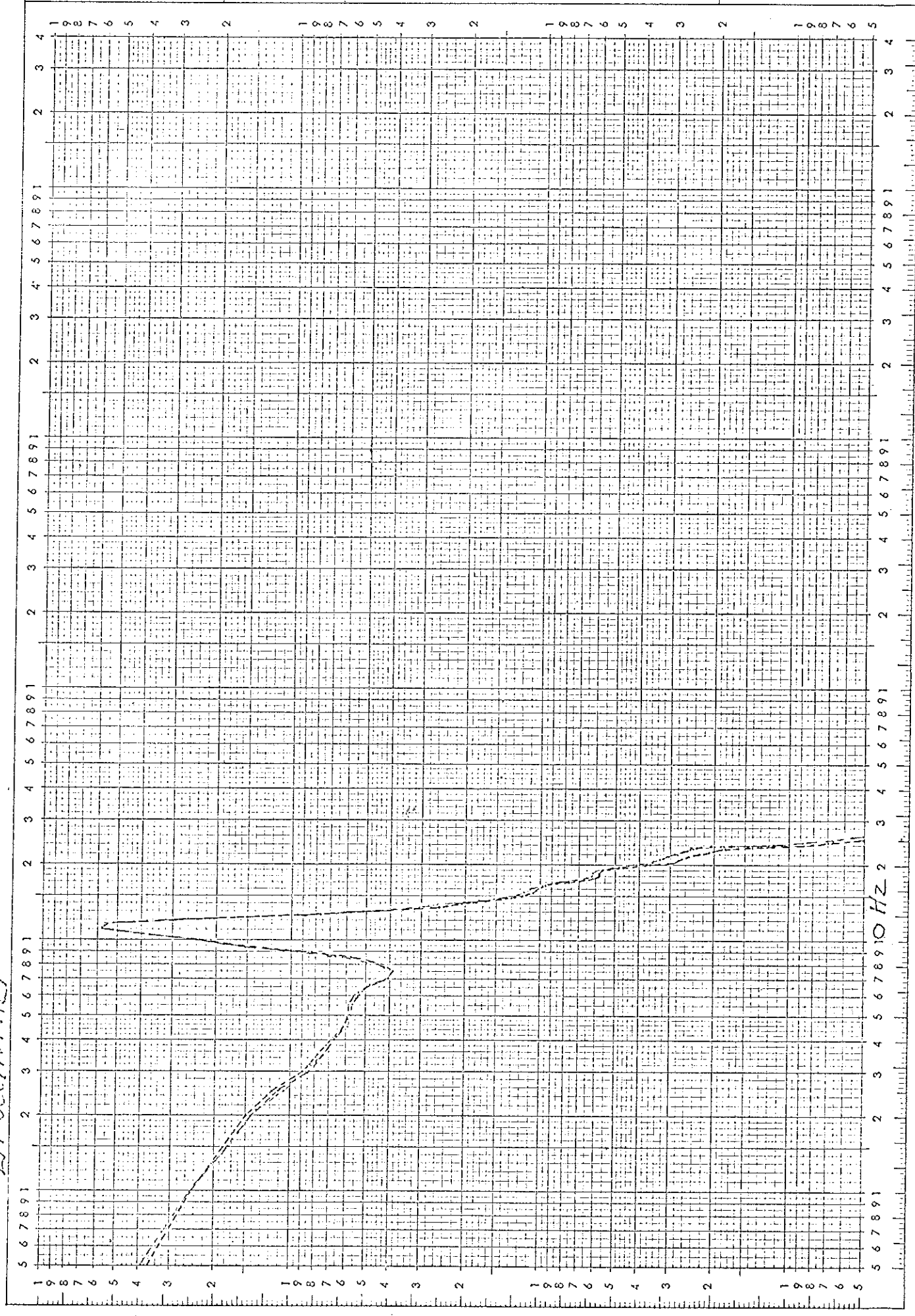


I diagram 8 är FP U:s occipitala vilospektrum baserat på tre olika epoker åtskilda endast med några sekunder uppritat. Mer än ett mått på stabiliteten i spektrumet ger väl diagrammet en marginal för stabiliteten hos A/D omvandlaren som var ett specialbygge med inte så väl kända egenskaper.

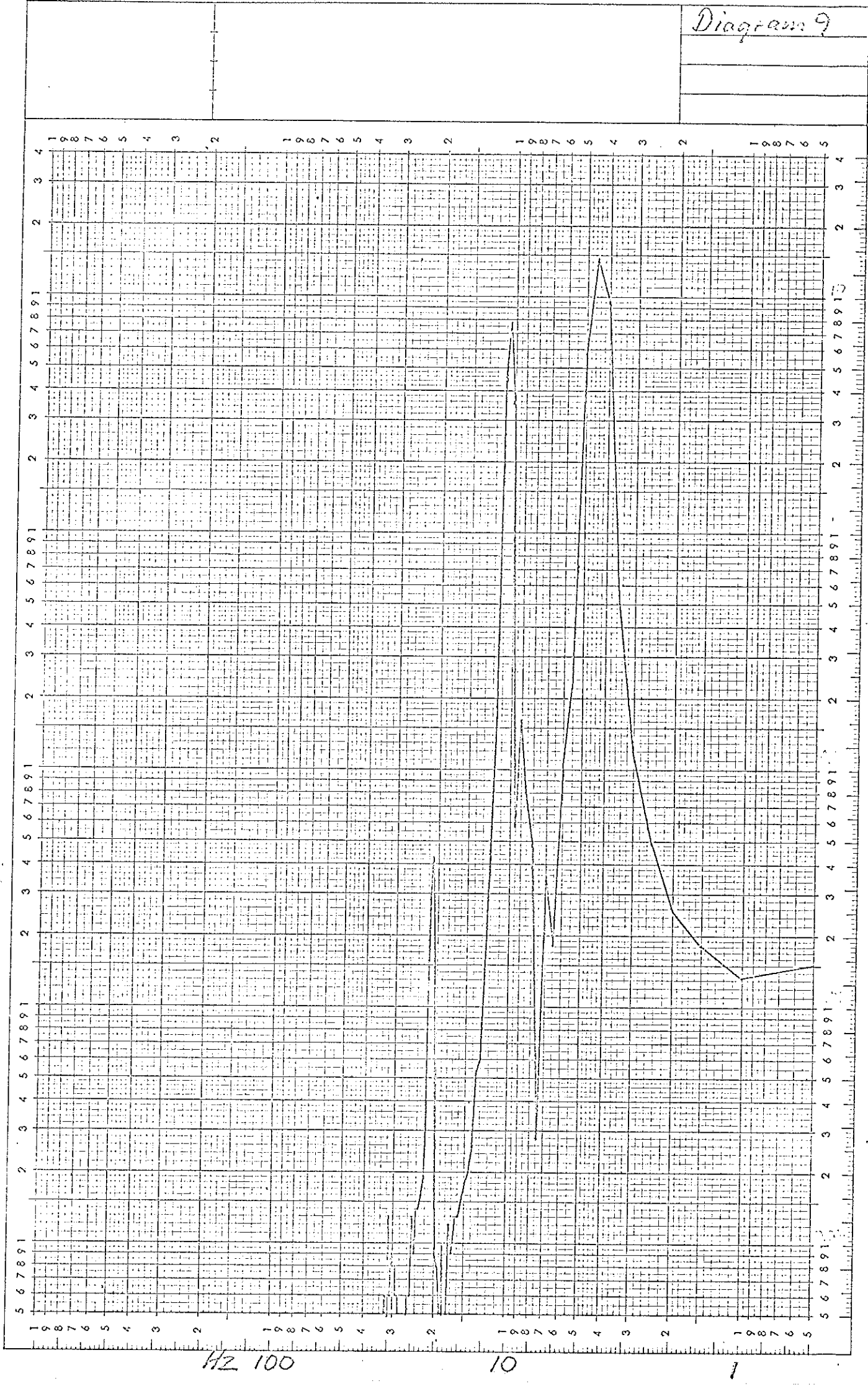
Diagram 2

FP U:s vilospektrum med några sekunders "förskjutning".

LI OCCIDENTAL



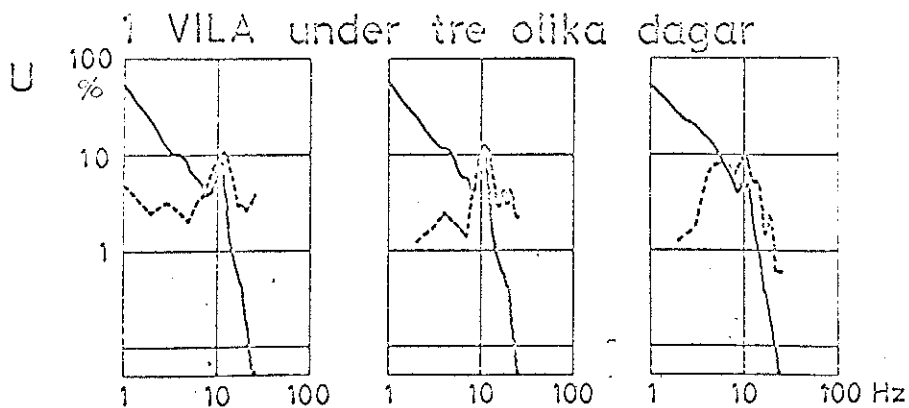
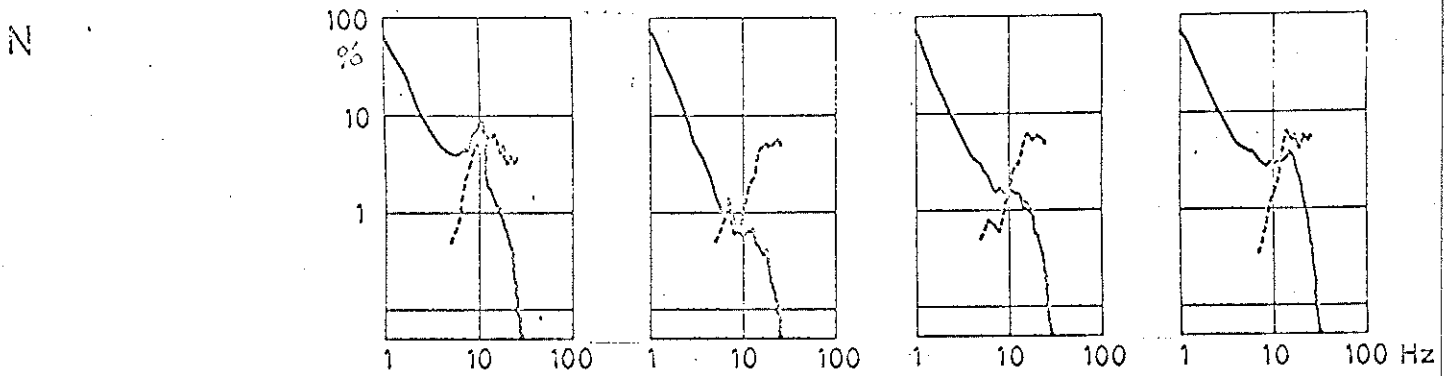
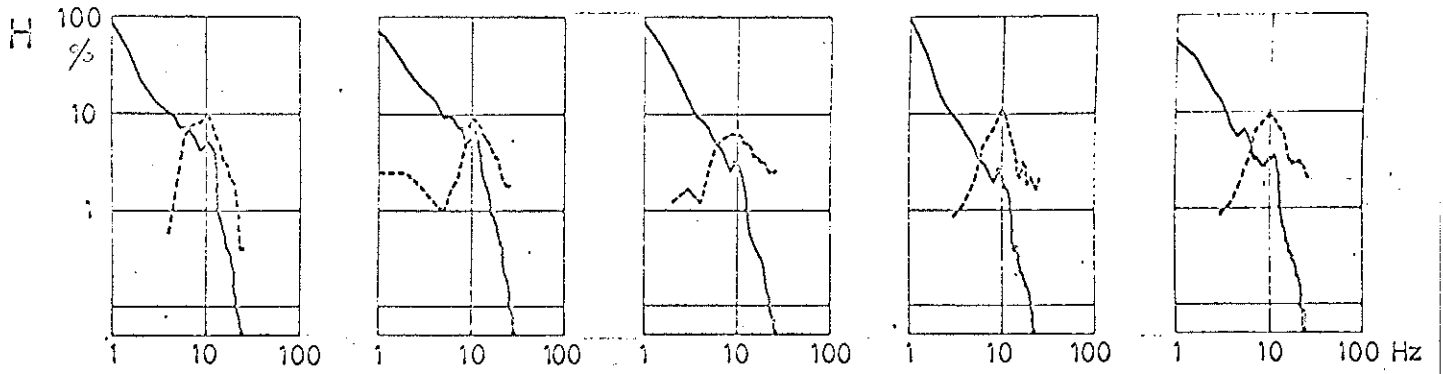
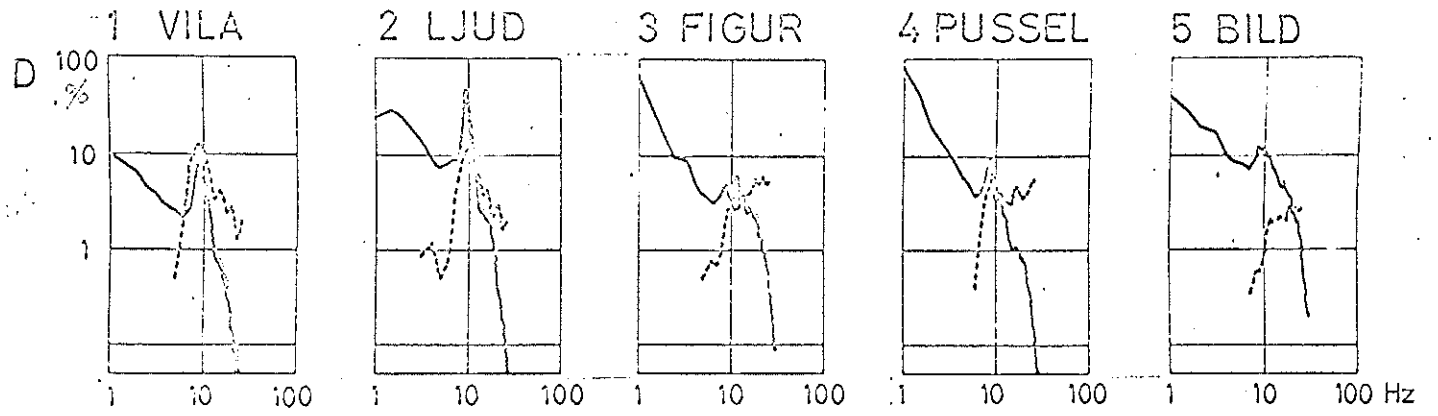
Till sist visas ett lite skämtsamt diagram 9, som är spektrumet för en sinussignal från en standardgenerator inkopplad till 1 - 2 på LEC-slutförstärkaren. Frekvensen ändras under epoken från 4.5 Hz till 10.6 Hz. Diagrammet kan kanske ge att frekvensupplösningen på grund av variationer i t.ex. bandhastighet, nätfrekvens och observationshastighet inte kan vara sämre eller att avspelningshastigheten verkligen är exakt dubbla inspelningshastigheten. Vidare kan en övre gräns för distotion utläsas, men där är säkert huvudsakliga bidraget från en oren sinuskurva.



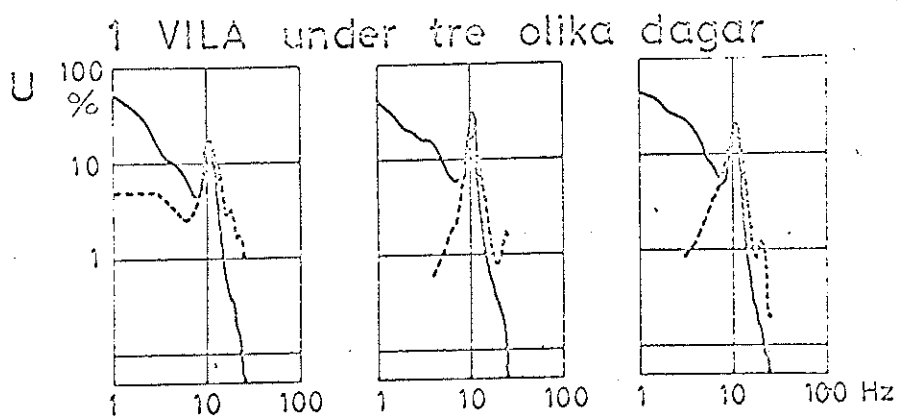
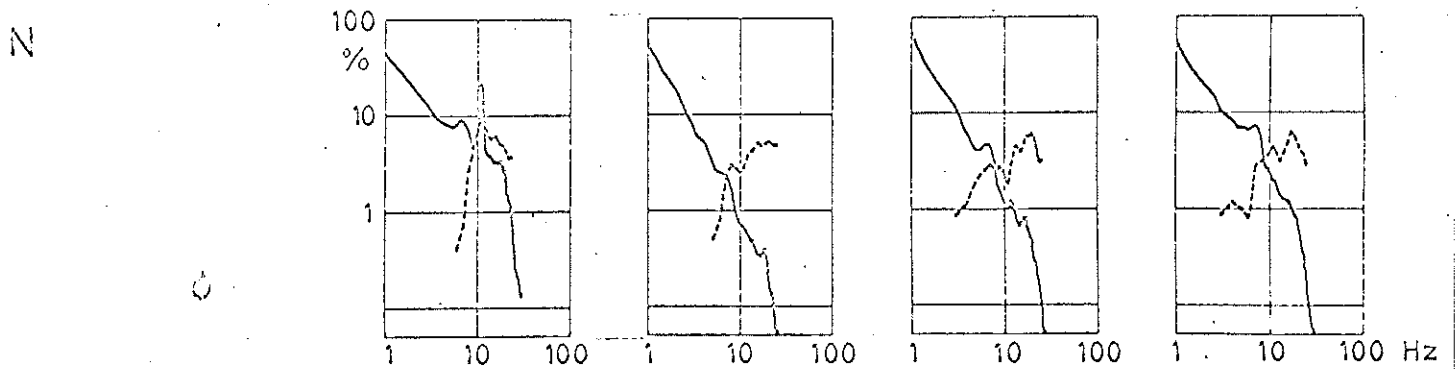
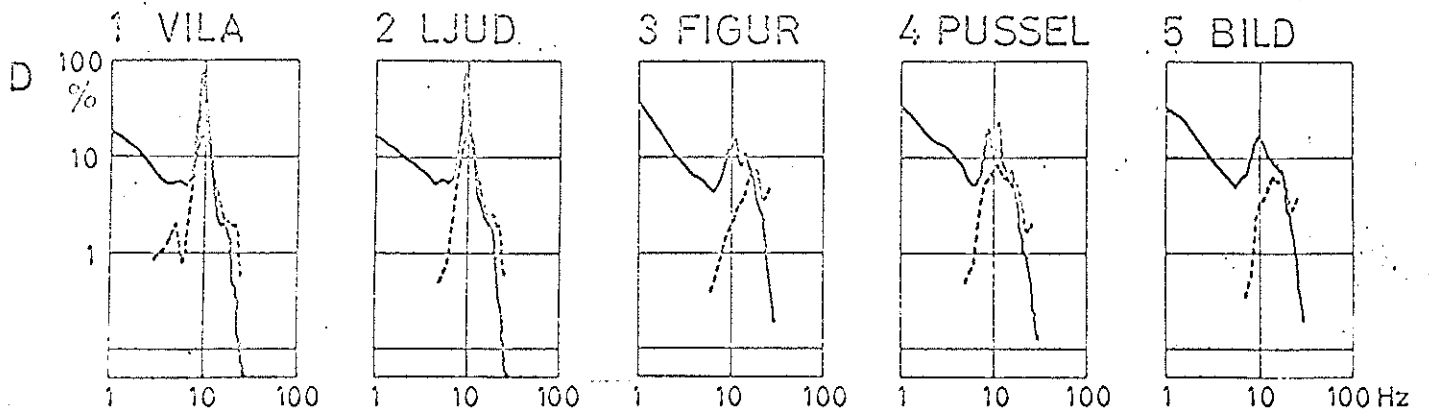
4. Kort jämförelse mellan periodanalys och spektralanalys.

Teoretiskt skiljer sig resultatet av periodanalysen från spektraltäthetsfunktionen främst på en punkt. Relativa tid storheten tar nämligen inte hänsyn till amplituden på perioden. Detta bör medföra att spektraltätheten får ett relativt sett lägre värde vid högre frekvenser och högre vid lägre frekvenser. Detta då i medel högre frekvenser har lägre amplitud och tvärtom. En kurvsammanställning följer nedan:

1 FRONTALT



2 TEMPORALT



3 OCCIPITALT

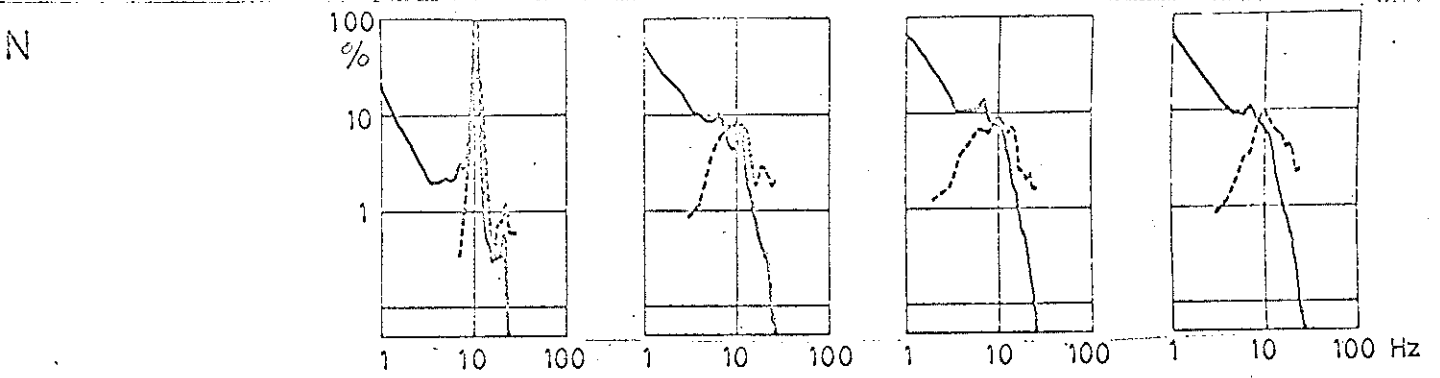
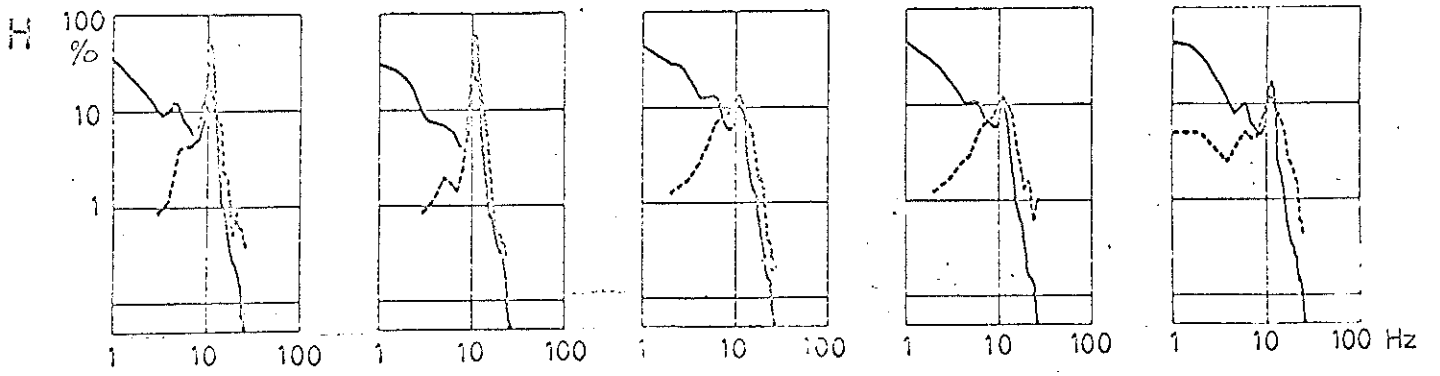
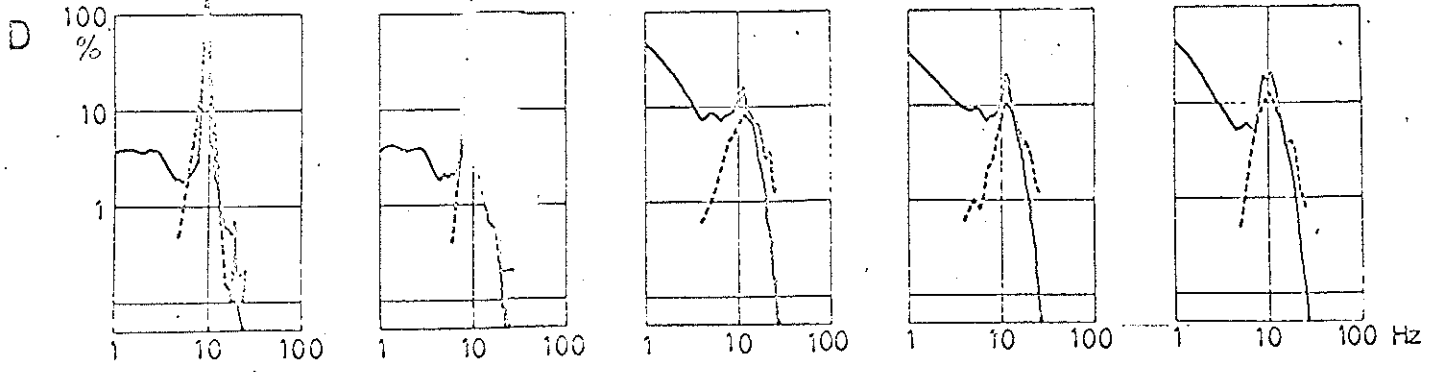
1 VILA

2 LJUD

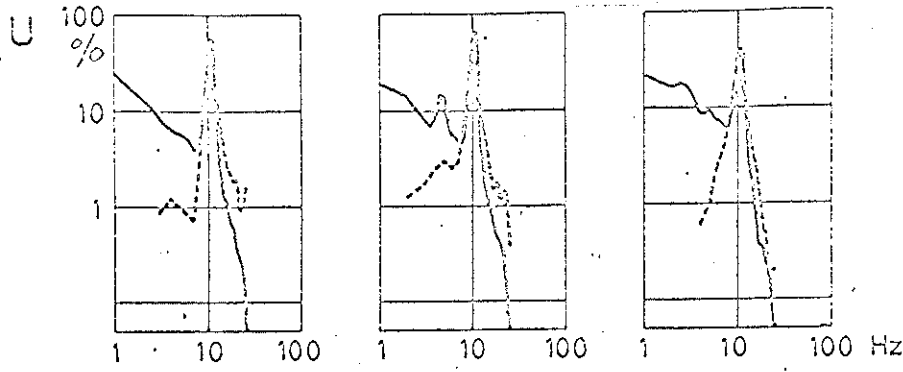
3 FIGUR

4 PUSSEL

5 BILD



1 VILA under tre olika dagar



Kurvyren är grupperade på samma sätt som tidigare. Kurvorna från periodanalysen är streckade och har längs vertikalskalan storheten procent tid medan frekvensskalan är gemensam för de båda kurvorna. Den streckade kurvan har erhållits genom ett glidande medelvärde (0.25, 0.5, 0.25) av den ursprungliga för att minska osäkerheten som är särskilt stor vid lägre frekvenser. Periodanalysen har som nämnts av praktiska skäl sin övre gräns vid 25 Hz, vilken knappast kan höjas genom högre pappershastighet då EEG-kurvans minima skulle flackas ut till obestämbarhet. Däremot kan spektraltätheten lätt skattas över 30 Hz för ett EEG utan muskelstörningar (Se kaskaderna av spikar hos FP C före filtret!) något som är uppfyllt i EEG upptagna med djupelektroder där högfrekvensinnehållet också är större då dämpningen i skallens ben och hinnor är borta. Generellt kan väl sägas att upplösningen är lägre med periodanalys och osäkerheten större med några extratoppar som följd. Delvis har detta sin orsak i att periodanalysen utnyttjar endast $1/6$ av epoken.

5. Några rekommendationer för vidare analys.

För att komma till rätta med artefakter och de "grövt installationära" delarna i den analyserade epoken kunde flera små typiska intervall utväljas för att tillsammans ligga till grund för skattningar. (Hos FP 0 finns goda exempel på kraftiga lågfrekventa störningar.) Anses inte en så mödosam procedur lämplig kan en betydligt kraftigare filtrering vid lägre frekvenser göras och sedan låta korrektion för denna ske direkt vid databehandlingen. Detta lågfilter kunde även utformas så att huvudfrekvenserna undertryckes till förmån för de högre dvs göra frekvensspektrumet vitare, ty som synes av resultaten sjunker frekvensspektrum snabbt vid högre frekvenser. Detta skulle nämligen förbättra analysen vid högre frekvenser, särskilt om filtreringen sker på ett tidigt stadium i överföringen. Här finns redan möjligheten att utnyttja lågpassfilterna i EEG-förstärkaren.

Analysen av EEG med en dominerande rytm som t.ex. α -rytmen kan, där det övriga spektrumet är av intresse, väsentligt förbättras om analysen sker i två omgångar. Förutom den normala görs en där själva rytmen är undertryckt t.ex. med något bandspärrfilter. Spektrumet blir som nämnts vitare och de svaga delarna av spektrumet blir inte så lätt störda av brus, distorsion eller varför inte sidoloberna i spektralfönstret.

För att få ett mer detaljerat spektrum med upplösningen 0.1 - 0.2 Hz utan att få en för stor osäkerhet i skattningarna måste EEG:et vara rent och stabilt. Men det är säkert möjligt i flera fall.

Av autokovariansfunktionen D 1 FRONTALT framgår att en kraftig drift skett under epoken varför medelvärdeskorrigeringen i försökets program inte gjort någon större nytta. En förbättring är då att korrigera för en i tiden linjär förskjutning. Enligt referens (3) är en korrektion av $\hat{B}(i\Delta t)$ med

$$(\bar{x})^2 + \frac{3}{16} \left(1 - \frac{1}{n^2} - \frac{2i}{n} - \frac{2i^2}{n^2} \right) (\bar{x}_- - \bar{x}_+)^2$$

där \bar{x}_- och \bar{x}_+ är medelvärden av första respektive sista tredjedelen av epiken. (Är övriga beteckningar nya så se appendix!).

6. Referenser.

(1) Jarl Risberg: "Förändringar av hjärnans regionala blod-cirkulation under olika former av mental aktivitet", Psykologiska institutionen vid LU.

(2) Gunnar Pant: "Enkla filter med RC- och LRC-nät", Elektronik 1 - 1964.

(3) R.B. Blackman, J.W. Tukey: "The measurement of power spectra", Dover.

Tidskrifter som "The EEG-Journal" och kongressanmästallningar.

Appendix.

Skattning av spektraltätheten för en svagt stationär
stokastisk process.

Den allmänna definitionen av en stokastisk process s.p. kan ges som följer:

En s.p. är en mängd $\{\xi(t); t \in T\}$ av stokastiska variabler där parametern t tillhör en godtycklig mängd T .

För en svagt stationär s.p. som är reell gäller:

$$E(\xi(t)) = \text{konstant och}$$

$$E(\xi(t) \cdot \xi(t + \tau)) = B(\tau), \text{ autokorrelationsfunktionen,}$$

oberoende av t .

$$V(\xi(t))$$

Den aktuella s.p. blir diskret och får diskret parameter efter A/D omvandlaren. Den vanliga schematiska framställningen är nu:

Om dessutom $B(\tau)$ avtar tillräckligt snabbt då $|\tau| \rightarrow \infty$, så är det för en s.p. med heltalen som parametermängd möjligt att skriva

$$B(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\tau\omega} P(\omega) d\omega; \quad -\infty < \tau < \infty$$

och då

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\tau\omega} B(\tau); \quad -\pi < \omega < \pi$$

där $P(\omega)$ kallas spektraltätheten. Corten för $P(\omega)$ kan uttryckas som varians/rad s^{-1} , medan i en fysikalisk tolkning $P(\omega)$ är proportionell mot effekten/rad s^{-1} . $B(\tau)$ och $P(\omega)$ är jämna funktioner. Betecknas spektraltätheten för den ursprungliga kontinuerliga s.p. med $P'(\omega)$; $-\infty < \omega < \infty$ gäller att

$$P(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} P'(\omega + i2k\pi); \quad -\pi < \omega < \pi$$

ävs den verkliga spektraltätheten har vikts över intervallet $-\pi < \omega < \pi$ med vikningsfrekvensen π .

I praktiken måste skattningen av spektraltätheten P baseras på en ändlig följd av observationer under en tid T_n . Stickprovet betecknas $x(t)$; $t = 0, 1, \dots, n$. Antages $E(\xi(t)) = 0$

dvs autokorrelations- och autokovariansfunktioner är identiska
fås med

$$B_p(\tau) = \frac{N}{N-|\tau|} \sum_{|\tau| < m} x(t) x(t+|\tau|); \quad |\tau| < m$$

$$= 0 \quad ; \quad \text{f.ö.}$$

som skattning av $B(\tau)$

$$F_p(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\tau\omega} B_p(\tau); \quad -\pi < \omega < \pi$$

vilket är en asymptotiskt medelvärdesriktig skattning ($n \rightarrow \infty$)
av P men däremot inte konsistent fastän B_p är konsistent med
någon svag förutsättning. Denna närmast till hands liggande
skattning av P kallas periodogram.

För att få en allmänare och om möjligt bättre skattning av
 P modifieras B_p med en faktor $k(\tau)$, där k är en jämn funktion
som är 0 för $|\tau| > n$:

$$\hat{P}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} e^{-i\tau\omega} k(\tau) B_p(\tau); \quad -\pi < \omega < \pi$$

Ekvivalent kan detta uttryckas som

$$\hat{P}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} K(\omega - \omega') \cdot F_p(\omega') d\omega'$$

där då K är jämn och

$$K(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{|\tau| < m} e^{i\tau\omega} k(\tau) \quad ; \quad -\omega < \omega < \omega$$

$$k(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\tau\omega} K(\omega) d\omega$$

Funktionerna k och K benämns vanligen tids- respektive fre-
kvensfönster. Innan k 's utseende diskuteras görs generalise-
ringen att processen observeras med tidsintervallet Δt och
alltså en observationsfrekvens $\frac{1}{\Delta t}$ Hz. Den nya vikningsfre-
kvensen blir då $\frac{1}{2\Delta t}$ Hz som i fortsättningen betecknas med
 f_N (Nyquistfrekvensen). Tekniskt motiverat är att sorten för
frekvensen ω rad s⁻¹ utbyts mot Hz. Spektraltätheten t.ex.
blir då 2π gånger större men för enkelhetens skull behålls
tidigare funktionsbeteckningar medan frekvensen nu betecknas
med f .

Som senare kommer att framgå är det lämpligt att använda endast
den "bäst" uppskattade delen av $B(\tau)$; $|\tau| \leq m \cdot \Delta t = T_m \cdot T_n$. Tids-

fönstret k skall då vara 0 för $|\tau| > T_m$. En vanlig grupp av

k är:

$$k_i(\tau) = a_{i0} + 2 \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} \cos \frac{j\pi\tau}{T_m} \quad ; |\tau| \leq T_m$$

$$= 0 \quad |\tau| > T_m$$

där

$$a_{i0} + 2 \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} = 1$$

Motsvarande grupp av K kan uttryckas med

$$K_i(f) = a_{i0} K_0'(f) + \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} (K_0'(f + \frac{j}{2T_m}) + K_0'(f - \frac{j}{2T_m}))$$

där

$$K_0'(f) = \frac{\sin 2\pi f T_m}{\pi f}$$

och blir då

$$K_i(f) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} K_i'(f + j \cdot \frac{1}{2T_m})$$

Nedan illustreras tre par $i = 0, 1$, och 2 :

$i = 0$

$$a_{00} = 1, a_{0j} = 0; j > 0$$

$i = 1$, "hamming"

$$a_{10} = 1/2, a_{11} = 1/4, a_{1j} = 0; j > 1$$

$i = 2$, "hamming"

$$a_{20} = 25/46, a_{21} = 21/92, a_{2j} = 0; j > 1$$

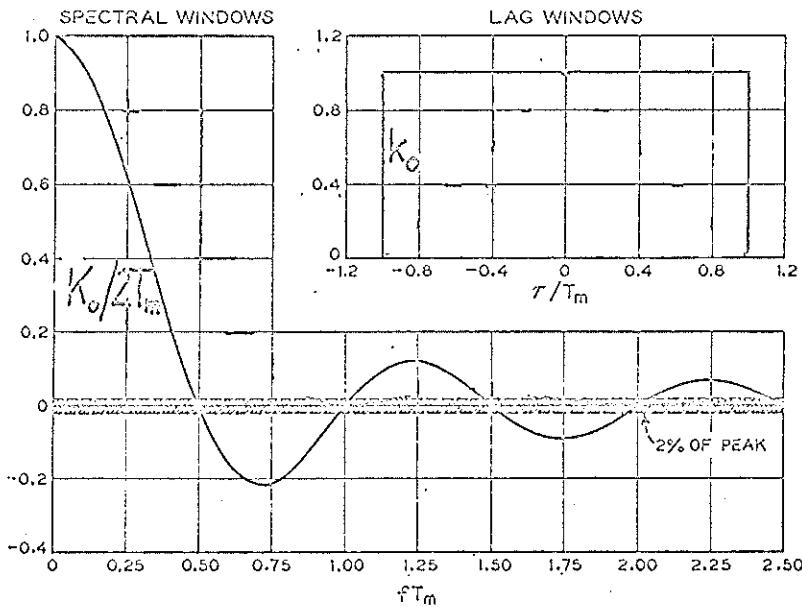


Fig. 1. Tids- och spektralfönster för $i = 0$

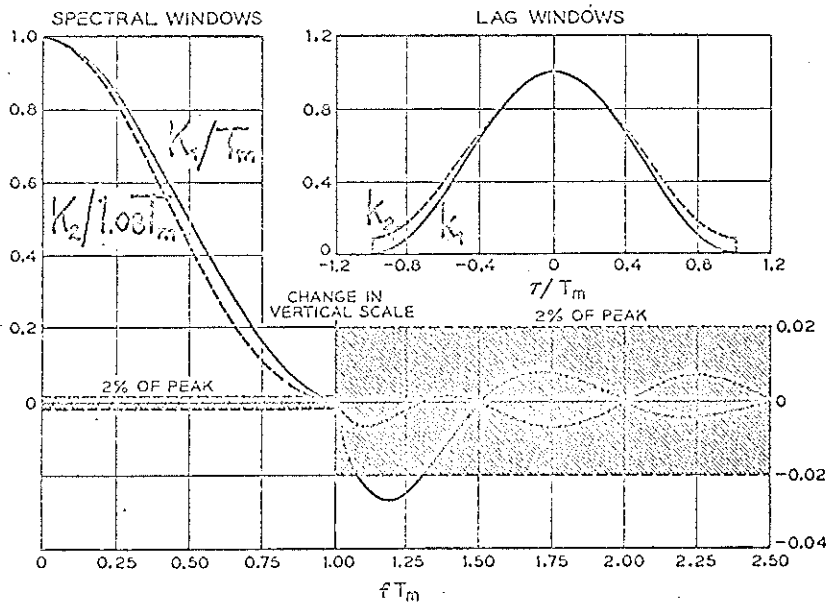


Fig. 2. Tids- och spektralfönster för $i = 1$ och 2 .

Medelvärden av spektraltäthets-skattningen kan uttryckas som

$$E(\hat{P}(f)) = \int_{-f_0}^{f_0} K(v-f) P(v) dv$$

dvs ett medelvärde över f närliggande frekvenser med frekvensfönstret $K(v - f)$.

Under förutsättning att $\frac{1}{T_n}$, där T_n som mått på en effektiv uppskattning av observationstiden T_n kan sättas till $T_n - \frac{1}{2}T_m$, är betydligt mindre än det frekvensavstånd under vilket $P(f)$ avsevärt hinner ändra värde, så kan variansen för $\hat{P}_i(f)$ uppskattas som

$$V(\hat{P}_i(f)) = \frac{T_m}{T_n} \hat{P}_i(f)^2$$

för alla i . Variansen är visserligen ungefär 30 % lägre för $i = 1$ och 2 .

Av ovan ses att vad beträffar valet av T_m för att få ett smalt frekvensfönster och en stabil skattning är dessa krav motstridiga. Dessutom framgår att formen på k bör vara "mjuk" för att inte sidoloberna i frekvens fönstret skall ge stora bidrag.

Nu är det inte förvånande att ingen information förloras om $\hat{P}(f)$ beräknas endast för $f = \frac{j}{2m\Delta t}$; $j = 0, \dots, m$.

Detta förenklar räkningarna avsevärt ty om \hat{P}_0 beräknas i dessa punkter så fås \hat{P}_i ; $i = 1, 2$ helt enkelt som

$$\hat{P}_i\left(\frac{j}{2m\Delta t}\right) = a_{i0} \hat{P}\left(\frac{j}{2m\Delta t}\right) + a_{i1} \left(\hat{P}\left(\frac{j-1}{2m\Delta t}\right) + \hat{P}\left(\frac{j+1}{2m\Delta t}\right)\right)$$

Ovan har beskrivits hur spektraltätheten skattas från ett stickprov $x(t)$; $t = 0, \dots, n$ med hjälp av autokovariansfunktionen. Nu kan spektraltätheten skattas direkt genom en Fouriertransformation av stickprovet men resultatet blir just periodogrammet med mindre goda egenskaper. Visserligen kan stickprovet modifieras med ett datafönster men denna direkta väg blir betydligt krångligare än den via autokovariansfunktionen.

Oftast kan vi inte anta att $E(\xi(t)) = 0$. Medelvärdet får då skattas som \bar{x} och analysen utförs på $x(t) - \bar{x}$, men enklare är då att de ursprungliga skattningarna av B som kvadratisk form i $x(t)$ minskas med $(\bar{x})^2$.

Naturligt är att man vill att skattningen av P även blir en något så när god skattning av P' upp till en viss önskad frekvens f_1 . För att detta skall kunna uppfyllas så måste processen frekvensbegränsas uppåt vid en frekvens f_2 över vilken spektraltätheten är lägre än den noggrannhet med vilken P' vill skattas. Nu är vinkningsfrekvensen given att ligga mitt emellan f_1 och f_2 .

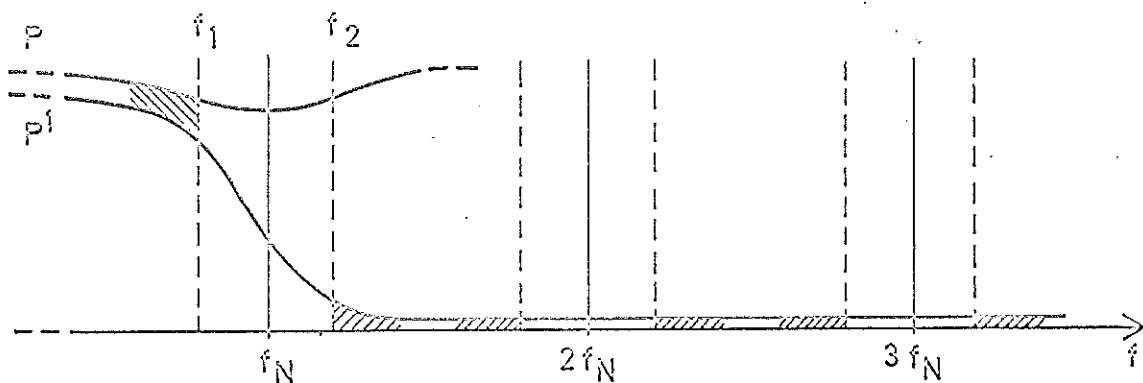


Fig. 3. Skiss för angivande av lämplig observationsfrekvens $2f_N$.

I fig. 3 förtydligas vad som sagts ovan: // - områdena utgör tillsammans \ - området.

Främsta källan är referens 5 från vilken figurerna 1 och 2 är hämtade.