

UNDERSÖKNING AV MINNEAPOLIS-HONEYWELLS  
ADAPTIVA REGULATOR GENOM DIGITAL SIMULERING

JAN BERGMAN

Rapport RE - 41 nov. 1968

### Sammanfattning

En digital variant av Minneapolis-Honeywells Adaptiva Regulator har undersökts med simuleringspå datamaskin. Den digitala styrlagen beskrives. Dess allmänna egenskaper undersökes och jämfördes med den kontinuerliga förebilden. Speciellt undersökes inverkan av samplingsintervalllets storlek. Den digitala styrlagen visar sig vara obetydligt sämre än den kontinuerliga. Styrlagen testas på en modell representerande torkpartiet i pappersmaskinen PM 4, Gruvön, och jämfördes därvid med en enkel P-regulator. Den adaptiva styrlagen visar sig vara mindre lämplig i detta sammanhang.

Jan Bergman.

Undersökning av Minneapolis-Honeywells Adaptiva Regulator  
genom digital simulerings.

Avd. 0. Referenser.

1. Inledning.
2. Problemformulerings.
3. Beskrivning av regulator och system.
4. Transformation av regulator och system till samplad form.
5. Datamaskinprogrammen.
6. Några allmänna undersökningar.
7. Jämförelse mellan digital och analog reglering.
8. Fukthaltsreglering, ett tillämpningsexempel.
9. Sammanfattande kommentarer.

O. REFERENSER.

- (1) Rolf Syding: Undesökning av Honeywells Adaptiva Reglersystem.  
Ex.-arbete LTH, 1967.
- (2) Roy Sogndal: Analogisimulering av Honeywells och General-Electrics Adaptiva System.  
Ex.-arbete LTH, 1968.
- (3) Ulf Borisson: Jämförelse genom analogisimulering mellan manuell styrning och några adaptiva system vid variabel kretsförstärkning.  
Ex.-arbete LTH, 1968.
- (4) J.H. Blakelock: Automatic Control of Aircraft and Missiles.  
Wiley, New York 1965.
- (5) Mishkin & Braun: Adaptive Control Systems.  
McGraw-Hill, New York.
- (6) K.J. Åström: Reglerteknik, Stokastiska system.  
Föreläsningar vid LTH, VT 1967.
- (7) K.J. Åström: Recursive Formulas for the Evaluation of certain Complex Integrals.  
Report 6804 Sept. 1968, Lund Institute of Technology Division of Automatic Control.
- (8) S. Wensmark: Moisture Control.  
Intern IBM-rapport.

## 1. INLEDNING.

Detta examensarbete är en undersökning av en adaptiv regulator. En rigorös framställning av teorin för adaptiva system finns i (5). Här endast en summarisk introduktion.

Syftet med styrning av ett system genom återkoppling är oftast:

Systemets utsignal skall reproducera insignalen så bra som möjligt i någon mening, omgivningens inverkan skall minimeras.  
Betrakta blockschemat i fig.(1.1).

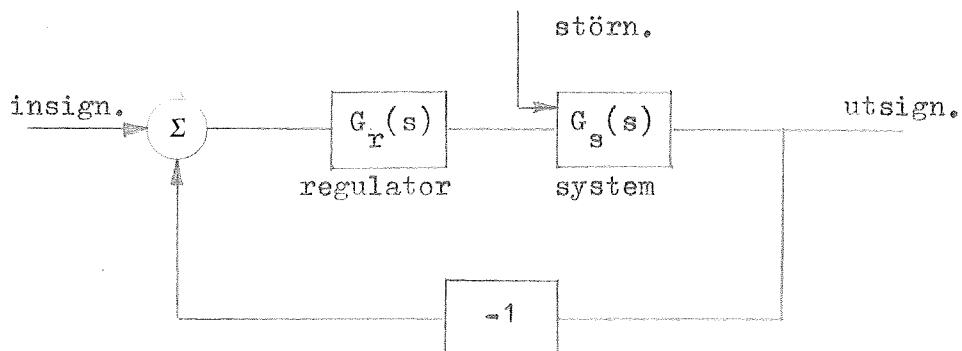


Fig.(1.1)

Överföringsfunktionen från insignal resp. störning till utsignal:

$$\text{utsignal}/\text{insignal} = G_r(s)G_s(s)/(1 + G_r(s)G_s(s)) \approx 1$$

$$\text{utsignal}/\text{störning} = G_s(s)/(1 + G_r(s)G_s(s)) \approx 1/G_r(s)$$

för  $G_r(s)G_s(s) \gg 1$

Enligt dessa relationer är hög kretsförstärkning tydlig önskvärd, men komplikationer tillstöter:

Förstärkningen kan inte ökas obegränsat, ty det återkopplade systemet blir instabilt.

Systemet och omgivningen kan innehålla tidsvariabla parametrar. Optimal styrning i en tidpunkt garanterar då inte optimal styrning i en annan tidpunkt.

Härvid kan en tidsinvariant styrlag bli otillräcklig.

En adaptiv regulator är en regulator som med ledning av en kriteriefunktion kan ändra en eller flera parametrar i styrlagen, så att styrningen i någon mening blir optimal i varje tidpunkt, trots förändringar i system eller omgivning.

I bland vill man att systemet skall svara på förändringar i insignalen på ett föreskrivet sätt. Detta problem återföres enklast på det föregående genom att man placerar ett filter före ingången på det återkopplade systemet. Filtret kallas modell eftersom det representerar det ideala system vars uppförande är önskvärt, se fig.(1.2).

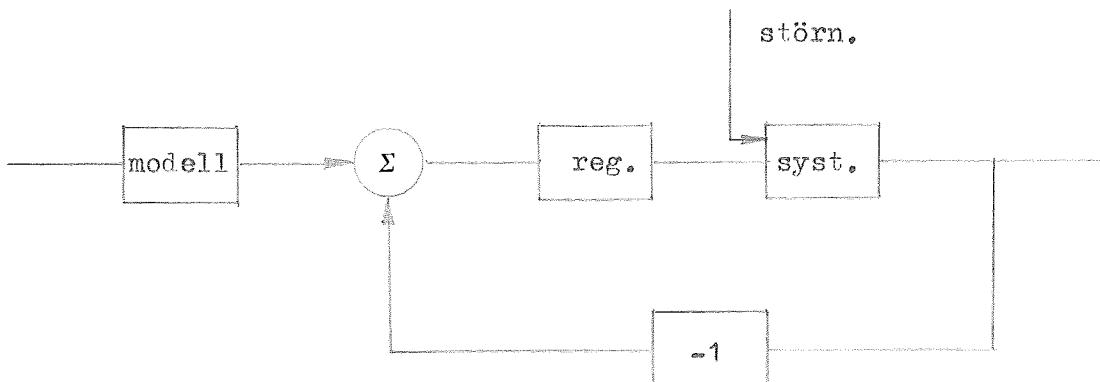


Fig.(1.2)

Den undersökta regulatorn är av relätyp och är föreslagen av Minneapolis-Honeywell. Undersökningen är utförd med datamaskin och är baserad på digital simulerings: den föreslagna styrlagen - anpassad för digitalt bruk - får styra ett tredje ordningens system som samplats på vanligt sätt.

Undersökningens utgångspunkt och målsättning behandlas i avd.2.  
Avd.3 är en beskrivning av regulator och system.

Avd.4 innehåller transformation av regulator och system till samplad form samt diskussion av de approximationer som den sampelade formen innebär jämfört med den kontinuerliga.

De använda datamaskinprogrammen presenteras i avd.5.

I avd.6 presenteras resultaten från inledande och allmänna undersökningar.

Ett försök till jämförelse mellan digital och analog reglering görs i avd.7.

## 2. PROBLEMFORMULERING.

Följande undersökningar har tidigare utförts:

- (1) Undersökning av Minneapolis-Honeywells Adaptiva Regulator.
- (2) Jämförelse mellan några adaptiva styrsystem.
- (3) Jämförelse mellan några adaptiva styrsystem och manuell styrning.

I samtliga fall har undersökningen skett genom simulering på analogimaskin och det styrda systemet har varit det som visas i fig.(2.1), där förstärkningen  $K$  får variera i tiden på ett föreskrivet sätt.

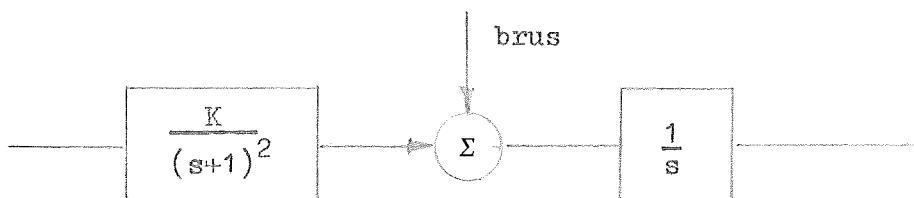


Fig.(2.1)

Samtliga undersökta regulatorer har ursprungligen utvecklats för användning i autopiloter i flygplan (se (2), (4)), men de ovan nämnda undersökningarna har inriktats på frågeställningar av principiellt, reglertekniskt intresse.

De två sistnämnda undersökningarna visar att, vid styrning av det givna systemet, den som föreslagits av Minneapolis-Honeywell är den klart bästa av de undersökta styrlagarna och i många avseenden minst lika bra som rent manuell styrning.

I modern processreglering utgöres det bearbetande-beslutande organet ofta av en datamaskin. Detta medför att digitala styr-algoritmer är av intresse.

Vad som hittills sagts i avd.2 ger utgångspunkten för detta ex.-arbete - undersökning av Minneapolis-Honeywells Adaptiva Regulator genom digital simulering.

Målsättningen är i allmänna ordalag:

Dels att klargöra den digitala styrlagens egenskaper.

(Allmängiltigheten i resultaten blir naturligtvis begränsad eftersom det styrda systemet är detsamma i samtliga försök, nämligen det som är givet i fig.(2.1).)

Dels att få till stånd en jämförelse mellan reglering med den digitala styrlagen och reglering med den kontinuerliga styrlagen.

Dels att testa den undersökta styrlagen på ett mer komplicerat system.

## 3. BESKRIVNING AV REGULATOR OCH SYSTEM.

Regulatorn.

Blockschemat i fig.(3.1) visar den allmänna principen för M-H:s adaptiva regulator.

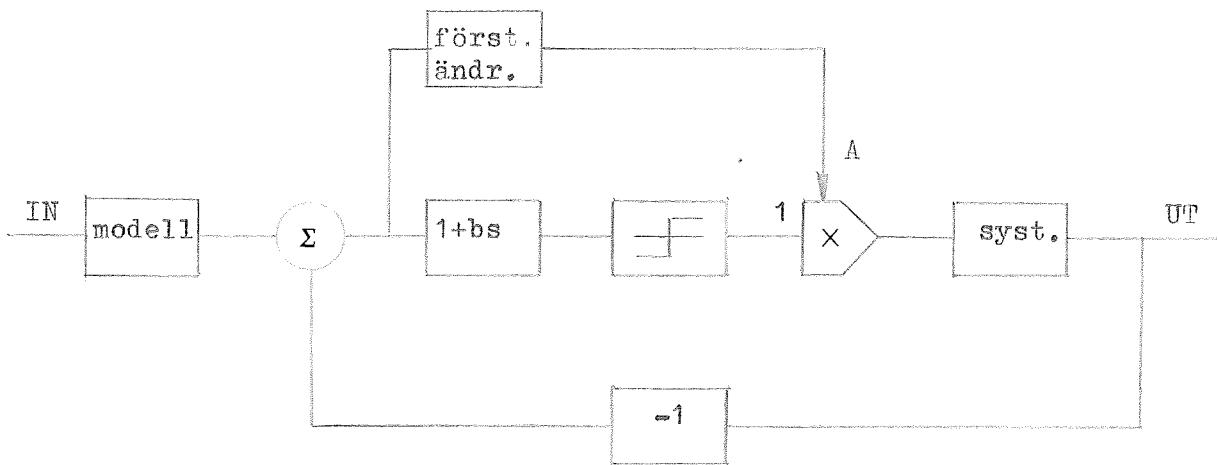


Fig.(3.1)

Modellen kommer häданefter att utelämnas. Enligt vad som sagts i inledningen är detta ingen principiell inskränkning.

Regulatorn är av bang-bang-typ och reläet är seriekopplat med en P-D-krets så att styrsignalens tecken, d.v.s. reläets ut-signal, bestämmes med hänsyn till felet och felets derivata. Kretsförstärkningen kan ändras genom att styrsignalens amplitud ändras. Detta sker i den adaptiva loopen med felsignalens belopp som kriteriefunktion. M-H har föreslagit följande "gain-changer operation" (se (4)):

$$A = \begin{cases} A_1 & \text{om } |e| > e_{\text{ref}} \\ A_2 + (A_1 - A_2) \exp(-t/T) & \text{om } |e| \leq e_{\text{ref}} \end{cases}$$

där  $A_1 > A_2$  och  $A_1, A_2, T$  och  $e_{\text{ref}}$  är konstanter.

Regulatorn arbetar således på följande sätt:

Så länge felets belopp är mindre än ett visst värde  $e_{\text{ref}}$  är systemet relästyrt med styringrepp  $+A_2$  eller  $-A_2$ . Om felet

blir större än  $e_{ref}$  (t.ex. på grund av att insignalen ändras kraftigt eller parametrar i det styrda systemet ändras) ökar styrsignalens amplitud mot  $A_1$  till dess att felet åter är mindre än  $e_{ref}$ , då styrsignalen åter minskar i amplitud ner mot  $A_2$ . Se fig.(3.2).

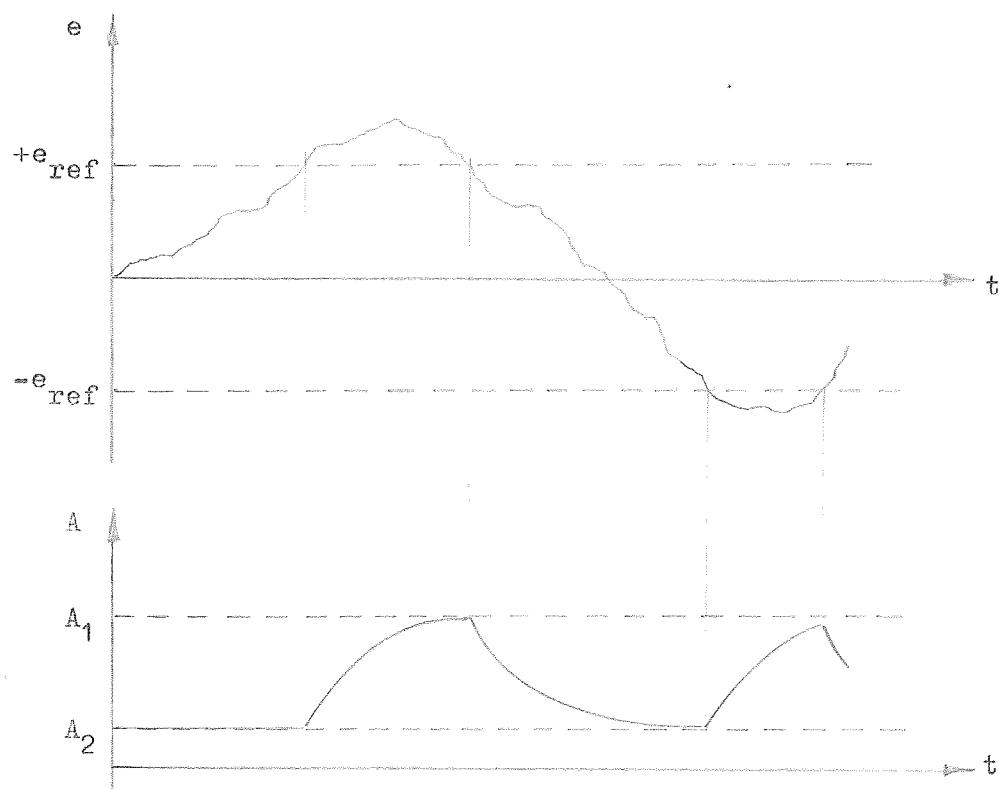


Fig.(3.2)

Systemet.

I samtliga simuleringar utom i tillämpningsexemplet i avd.8 är det styrda systemet en 0-te ordningens samplad beskrivning av det kontinuerliga systemet med överföringsfunktionen

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$$

där förstärkningen K är tidsvariabel.

Störningen, vitt brus, tänkes angripa före sista integrationen enl. fig.(3.3).

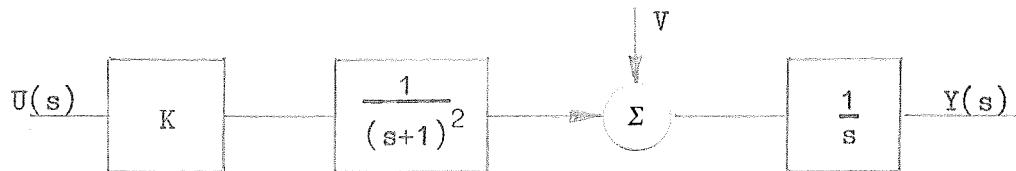


Fig.(3.3)

Om systemet återkopplas enligt fig.(3.4) så får överföringsfunktionen från störning till utsignal

$$G(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^3 + 2s^2 + s + K}$$

Med t.ex. Hurwitz' kriterium får stabilitetsområdet för det enkelt återkopplade kontinuerliga systemet:

$$0 < K < 2$$

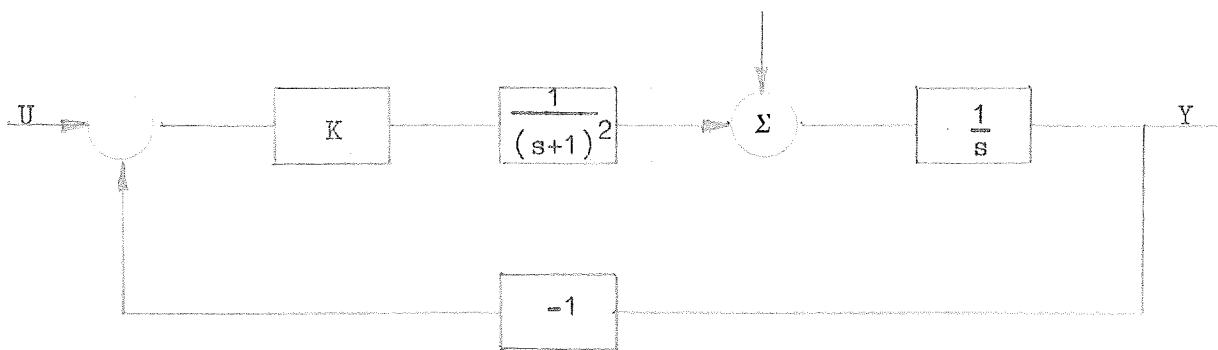


Fig.(3.4)

Med hjälp av utsignalens spektraltäthet

$$\Phi_y(\omega) = G(j\omega)G(-j\omega)\Phi_v(\omega)$$

kan man visa att (se t.ex. (6)) utsignalens varians

$$E[y(t)y(t)] = 2\pi A \frac{2+3K}{2K(2-K)}$$

där  $A = \Phi_v(\omega) = \text{konst.}$  är det vita brusets spektraltäthet.

Utsignalens varians blir oändlig för  $K=0$ ,  $K=2$  och antar ett minsta värde,  $4.5 A$ , för  $K=2/3$ .

Emellertid visar det sig att systemet styrt av den undersökta regulatorn är stabilt även för  $K$ -värden som är större än 2 (såväl i det kontinuerliga som i det diskreta fallet). Detta beror på att regulatorn innehåller en olinearitet (reläet). En utförligare analys av det reläkompenserade kontinuerliga systemet finns i (1), varur diagr.(3.1) är hämtat.

Diagr.(3.1) visar det analytiskt beräknade värdet av utsignalens varians som funktion av förstärkningen  $K$  för det enkelt återkopplade och det reläkompenserade systemet.

## 4. TRANSFORMATION AV REGULATOR OCH SYSTEM TILL SAMPLAD FORM.

Regulatorn.

Regulatorn bestämmer styrsignalen (insignalen på det styrda systemet)  $u(t)$  med hänsyn till felet  $e(t)$  enligt fig.(4.1).

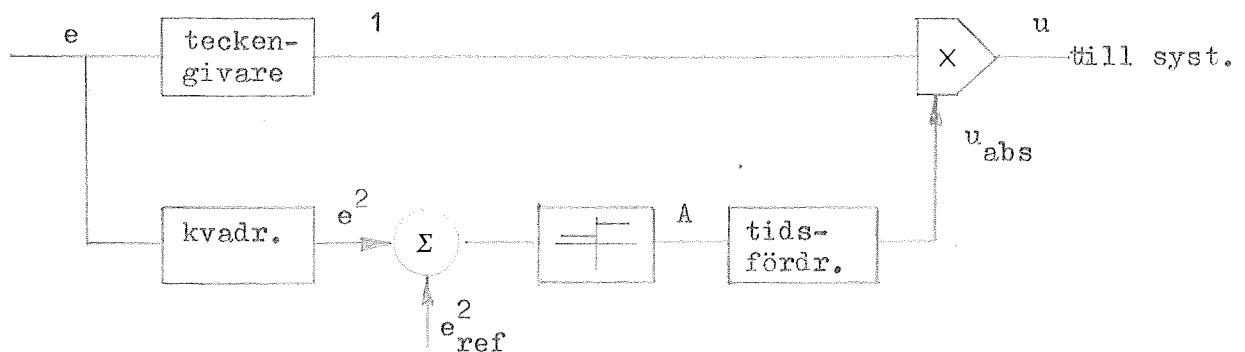


Fig.(4.1)

Styrsignalens tecken bestämmes i det kontinuerliga fallet med en P-D-krets,  $(1+bs)$ , i serie med ett relä. I den diskreta beskrivningen utnyttjas följande teckengivare:

$$u(t) = \begin{cases} +u_{\text{abs}} & \text{om } e(t) + B(e(t)-e(t-1))/h \geq 0 \\ -u_{\text{abs}} & \text{om } e(t) + B(e(t)-e(t-1))/h < 0 \end{cases}$$

där  $h$  är samplingsintervallet och  $B$  en konstant.

Styrsignalens amplitud beräknas i det samplade fallet enligt:

$$u_{\text{abs}}(t+1) = \exp(-h/T)u_{\text{abs}}(t) + (1-\exp(-h/T))A(t+1)$$

$$\text{där } A = \begin{cases} A_1 & \text{om } e^2 - e_{\text{ref}}^2 \geq 0 \\ A_2 & \text{om } e^2 - e_{\text{ref}}^2 < 0 \end{cases} \quad (A_1 > A_2)$$

och  $t$ ,  $t+1$  etc. betecknar som argument tidpunkterna  $t$ ,  $t+h$  etc.

$T$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $e_{\text{ref}}$  är konstanter.

Systemet:

Betrakta fig. (4.2).

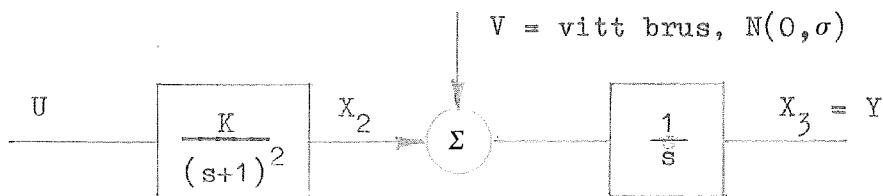


Fig. (4.2)

Inför följande tillståndsvariabler:

$$X_1 = \frac{K}{s+1}U$$

$$X_2 = \frac{1}{s+1}X_1$$

$$X_3 = \frac{1}{s}(X_2 + V) = Y$$

d, v, s.

$$x_1 = -x_1 + Ku$$

$$x_2 = x_1 - x_2$$

$$x_3 = x_2 + v$$

$$y = x_3$$

På matrisform:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

eller

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma \end{bmatrix} n$$

där  $n(t)$  är en svit okorrelerade stokastiska variabler  $N(0,1)$  och  $\sigma$  är brusets standardavvikelse.

Detta system av differentialekvationer, på kompakt form

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cn$$

kan integreras under förutsättning att  $u$  och  $n$  är konstanta:

$$\begin{aligned} x(t+h) &= \exp(Ah)x(t) + \int_t^{t+h} \exp(A(t+h-s))Bu(s)ds + \int_t^{t+h} \exp(A(t+h-s))Cn(s)ds = \\ &= \exp(Ah)x(t) + [\int_0^h \exp(As)Bds]u(t) + \int_0^h \exp(As')Cn(t+h-s')ds' = \\ &= \Phi x(t) + \Gamma u(t) + \Delta e(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{där } e(t) \text{ oberoende } N(0,1) \text{ och } E \Delta e(t)e^T(t) \Delta^T = \Delta \Delta^T = \\ E \int_0^h \int_0^h \exp(As')Cn(s')n^T(s'')C^T \exp(A^T s'') ds'' ds' = \int_0^h \exp(As)CC^T \exp(A^T s) ds \end{aligned}$$

Lösningen är således

$$x(t+h) = \Phi x(t) + \Gamma u(t) + \Delta e(t)$$

där matriserna  $\Phi$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  kan beräknas enligt följande.

Eftersom  $A$  är av 3:e ordningen kan  $\Phi$  skrivas

$$\Phi = \exp(Ah) = k_0 I + k_1(Ah) + k_2(Ah)^2 \quad (1)$$

$A$ :s egenvärden:  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = \lambda_3 = -1$  varför  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  kan lösas ur

$$\exp(0) = 1 = k_0$$

$$\exp(-h) = k_0 - k_1 h + k_2 h^2$$

$$\frac{d(\exp(-h))}{d\lambda} \Big|_{\lambda=-h} = \exp(-h) = k_1 - 2k_2 h$$

som ger (för enkelhets skull sättes  $\exp(-h) = F$ )

$$k_0 = 1$$

$$k_1 = (2 - 2F - hF)/h$$

$$k_2 = (1 - F - hF)/h^2$$

som insatt i (1) ger

$$\Phi = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ hF & F & 0 \\ (1-F-hF) & (1-F) & 1 \end{bmatrix} \quad \text{där } F = \exp(-h)$$

När  $\exp(Ah)$  är känd och  $B = \begin{bmatrix} K \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  kan  $\Gamma$  beräknas:

$$\Gamma = \int_0^h \exp(As) ds B = K \begin{bmatrix} 1-F & & \\ 1-F-hF & & \\ h-2+2F+hF & & \end{bmatrix}$$

Δ slutligen kan beräknas enligt följande:

$$\begin{aligned} \Delta \Delta^T &= \int_0^h \exp(As) C C^T \exp(A^T s) ds = \\ &= \int_0^h \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \\ 0 & * & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ds = \\ &= \int_0^h \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \\ 0 & * & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ds = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 h \end{bmatrix} \\ \text{d.v.s. } \Delta &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma\sqrt{h} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

således systemet på samplad form:

$$\begin{aligned} x(t+h) &= \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ hF & F & 0 \\ 1-F-hF & 1-F & 1 \end{bmatrix} x(t) + \\ &+ K \begin{bmatrix} 1-F & & \\ 1-F-hF & & \\ h-2+2F+hF & & \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma\sqrt{h} \end{bmatrix} e(t) \end{aligned}$$

Störningen, som alltså skall representera vitt brus med standardavvikelsen  $\sigma$ , kan nu realiseras med en enkel slumptalsgenerator. I diagr.(4.1) finns störningen registrerad för  $h=0.1$  och  $h=0.05$  med  $\sigma=2.0$ . (Diagrammet är ritat med lineär interpolation mellan samplingspunkterna. Detta är missvisande, ty störningen är ju sträckvis konstant.)

Om avsikten är att studera det kontinuerliga systemet i fig.(4.2), styrt av den tidigare beskrivna styrlagen på digital form, och om därvid ovanstående samplade beskrivning av systemet användes, så innebär detta en approximation. Den kontinuerliga och den diskreta modellen ger vid lika insignal och lika störning samma utsignal i samplingspunkterna endast om insignal och störning är konstanta över samplingsintervallet. Eftersom styrlagen är digital så är insignalen verkligen konstant över samplingsintervallet. Kvantiseringen av störning och förstärkningsvariation, däremot, innebär nödvändigtvis en approximation jämfört med den kontinuerliga modellen. Praktiska konsekvenser kan detta möjligen få i avd.7, där för jämförelsens skull den kontinuerliga och den samplade modellen bör beskriva samma verkliga system.

## 5. DATAMASKINPROGRAMMEN.

Programmen är skrivna i FORTRAN och körda på D-M av typ CD 3600. Av praktiska skäl har flera programvarianter använts beroende på arbetsuppgift:

- utskrift i tabellform
- utskrift endast av medelfel och medelkvadratfel
- utskrift i diagramform.

Samtliga program är uppbyggda enligt den blockstruktur som fig. (5.1) antyder.

För att få programmen någorlunda flexibla har följande block lagts ut som subrutiner:

- beräkning av insignalens värde i t.p. t
- beräkning av variabla systemparametrars värden i t.p. t
- beräkning av styrsignalens värde i t.p. t
- uppdatering av tillståndsvariablerna.

Således kan insignal, regulator, system etc. lätt bytas eller modifieras.

Slumptalsgeneratorn (RANSS) är en standardrutin skriven i binär-kod.

Den digitala styrlagen utgöres i D-M-programmen av följande subrutin:

```

      SUBROUTINE CONTROL(Z,ZABS,E,EOLD,E2REF,A,ALOW,AHIGH,Q1,Q2)
C      COMPUTES THE CONTROL-SIGNAL
32 IF(E>E-E2REF)33,33,34
33 A=ALOW
      GO TO 36
34 A=AHIGH
36 ZABS=01*ZABS*(1.0-01)*A
      RELAY=E-(E-EOLD)*Q2
      IF(RELAY)30,31,31
30 Z=-ZABS
      GO TO 35
31 Z=ZABS
35 EOLD=E
      RETURN
      END

```

Den tar in felet E ( $=e(t)$ ), det lagrade felet EOLD ( $=e(t-1)$ ) samt parametervärdena E2REF, AHIGH, ALOW, Q1, Q2 ( $=e_{ref}^2, A_1, A_2, \exp(-h/T)$  resp.  $B/h$ ) och beräknar styrsignalen Z ( $=u(t)$ ).

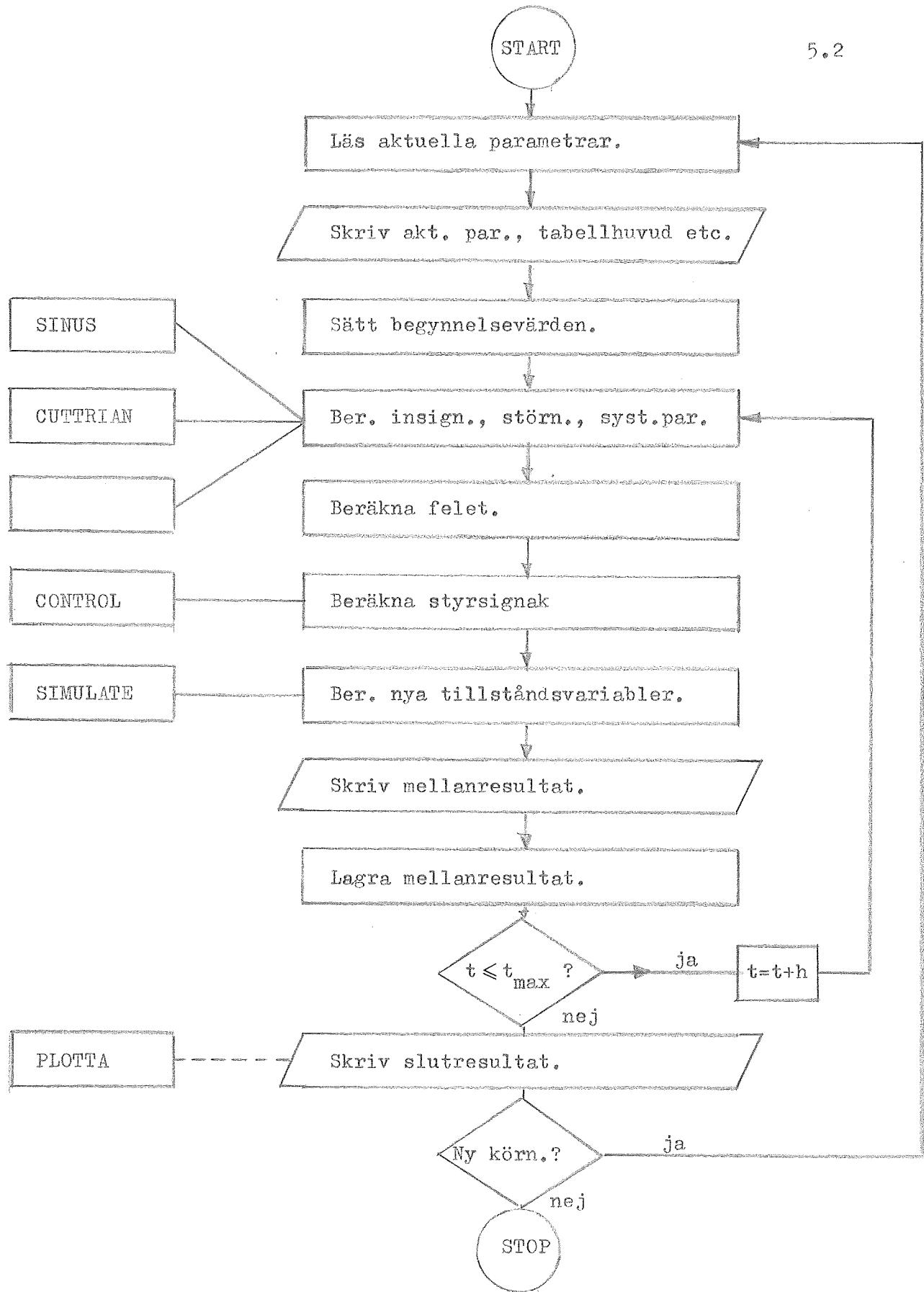


Fig.(5.1)

## 6. NÅGRA ALLMÄNNA UNDERSÖKNINGAR.

Regulatorn innehåller följande parametrar:  $B$ ,  $T$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $e_{ref}$ . I systemet kan förstärkningen  $K$  variera.

Av betydelse för simuleringen är dessutom samplingsintervallets längd,  $h$ .

Försöken som redovisas i denna avd. avser att, om möjligt är, ge svar på följande frågor:

Hur påverkas simuleringens resultat av värdena på regulatorns parametrar?

Vilken betydelse har samplingsintervallets längd?

Hur kan man ta fram lämpliga parameterkombinationer?

Grundtanke bakom utformningen av undersökningen är:

Variabeln  $K$ , parametrarna  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $e_{ref}$ ,  $T$  påverkar samtliga den totala kretsförstärkningen, låt vara att  $e_{ref}$  och  $T$  verkar mer indirekt än de övriga. Som sagts redan i inledningen har kretsförstärkningen stor betydelse för det återkopplade systemets egenskaper. Fixera  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $e_{ref}$ ,  $T$  och  $B$  och låt kretsförstärkningen vara bestämd av (här tidskonstanta) parametern  $K$ . Låt insignalen vara  $=0$ . De intressanta parametrarna är således

$h$ : Samplingsintervallet.

$B$ : Bestämmer hur stor hänsyn som skall tagas till felets tidsderivata (2-punktsappr.) vid bestämning av styrsignalens tecken.

$K$ : Betyder ursprungligen det styrda systemets förstärkning.

Om regulator och system betraktas tillsammans och  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $T$  och  $e_{ref}$  är fixa, så bestämmer  $K$  den totala kretsförstärkningen. Man bör observera att trots att  $K$  är konstant i tiden, så varierar totala kretsförstärkningen p.g.a. den adaptiva loopen.

Resultat från simuleringsar med varierande  $h$ ,  $B$  och  $K$  presenteras i tabell och diagram (6.1) och (6.2).

För samtliga simuleringer gäller

-Som kriterium på regleringens kvalitet användes medelkvadratfelet, M.S.E.

$$M.S.E = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^2(nh)$$

- Störningen representerar vitt brus med standardavvikelsen  $\sigma=5.0$
- De fasta parametervärderna är  $A_1=50.0$ ,  $A_2=4.0$ ,  $e_{ref}=10.0$ ,  $T=2.0$  och har valts så att resultaten skall kunna användas i avd.8.
- Körtiden för en simulering är 200.0.
- Sorten för de olika storheterna är enhet,  $(\text{enhets})^2$ , tidsenhet (i diagr.: sec.) motsvarande volt,  $(\text{volt})^2$ , sek. i analogisimuleringsarna i (1), (2) och (3).

Diskussion av resultaten.

Diagr.(6.1) visar medelkvadratfelet som funktion av derivationskonstanten B för olika h och K. B=1.0 kan väl sägas vara en bra kompromiss även för ganska stora variationer i h och K. Detta värde har använts vid de körningar som redovisas i diagr.(6.2).

Diagr.(6.2) visar medelkvadratfelet som funktion av samplingsintervallet för olika K. Man finner att för fixt h finns ett K som minimerar medelkvadratfelet. Detta är vad man kan vänta med tanke på vad som anförlts beträffande det kontinuerliga systemet, avd.3. Vidare finns för given förstärkning K ett h-värde, som minimerar M.S.E. Detta kan inses med följande analys: Antag för enkelhetens skull att systemet är enkelt återkopplat. Om insignallen=0 blir sambandet mellan utsignal och störning

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})v(t)$$

Karakteristiska ekvationens koefficienter blir allmänt en funktion av h och K. I reglertechnisk terminologi kan man säga, att en ändring i K medför förflyttning utefter rotorten, en ändring i h medför en ändring i rotortens geometriska form.

Explicit blir

$$\begin{aligned} H(z^{-1}) &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \\ &= \frac{z^{-1}(z^{-2}-2Fz^{-1}+F^2)}{z^{-3}+(K(1-F-hF)-1-2F)z^{-2}+(K(F^2+hF-F)+F^2+2F)z^{-1}-F^2}, \quad F=\exp(-h) \end{aligned}$$

Om störningen är vitt brus  $N(0, \sigma)$  kan det förväntade värdet av utsignalens varians beräknas numeriskt enl. (7).

Diagram (6.3) visar det analytiskt beräknade värdet på utsignalens varians som funktion av samplingsintervallet h för olika värden på förstärkningen K, och med brusets standardavvikelse

$\sigma = 5.0$ . Kvalitativt har dessa kurvor samma form som de i diagr. (6.2): minskande  $h$  medför förr eller senare en försämrad styrning. Kvantitativt kan naturligtvis ingen jämförelse göras mellan diagr. (6.2) och (6.3) eftersom det är fråga om relästyrning i det ena fallet och direkt återkoppling i det andra. Meningen med diagram (6.3) är att visa att den uppgång som kurvorna i diagram (6.2) visar för små  $h$  beror på att det styrdas systemet förändras med  $h$ . Det är således ingen egenskap hos regulatorn (t.ex. att den innehåller en olinearitet) som orsakar försämringen.

## 7. JÄMFÖRELSE MELLAN ANALOG OCH DIGITAL REGLERING.

Antag att man är intresserad av att kunna jämföra styrförmågan hos en digital och en kontinuerlig styrlag, och vill göra detta genom simulerings. Den bästa lösningen på detta problem är att använda en hybridmaskin (en komb. D-M A-M med tillhörande D-A-omvandlare).

Om man endast förfogar över en D-M och en A-M uppstår problemet hur man i det digitala fallet skall integrera de differential-ekvationer som beskriver det styrda systemet. Ett sätt är att använda en konventionell numerisk metod (t.ex. Runge-Kutta).

I denna avd. kommer en annan metod att användas: systemet överföres på samplad form på det sätt som beskrivits i avd.4.

Denna metod har en uppenbar nackdel: man kan inte avgöra huruvida eventuella skillnader mellan analog och digital reglering beror på den digitala styrlagen som sådan eller på egenheter hos den samplade framställningen av det styrda systemet.

I (2) finns en mängd exempel dokumenterade i diagramform, men i de flesta fall är insignalen filtrerat brus, som är svårt att realisera på D-M. Dock finns ett exempel med deterministisk insignal, detta återfinnes i diagr.(7.1). De aktuella parametervärdena är  $A_1=50.0$ ,  $A_2=4.0$ ,  $e_{ref}=10.0$ ,  $T=2.0$ ,  $B=0.8$ , brusets standardavvikelse  $\sigma=2.0$ .

Med detta parameterval och med insignal och förstärkningsvariation som vid A-M-simuleringen i diagr.(7.1), samt samplingsintervallet  $h=0.05$ , blir resultatet i det digitala fallet enligt diagr.(7.2). (Med insignalen i analogisimuleringen menas modellsvaret som väl approximeras av en sinuskurva.) Samplingsintervallet har valts med ledning av resultaten i avd.6: Förstärkningen K varierar mellan 0.5 och 10.0. Betrakta diagr.(6.2). Med hänsyn till  $K=10.0$  bör h absolut inte vara större än 0.1. Med hänsyn till  $K=0.5$  är det nog lämpligt med ett h större än 0.05.  $h=0.05$  visar sig vara ett bra värde.

Eftersom medelkvadratfelet inte registrerats vid A-M-simuleringen blir bedömningen av resultaten något godtycklig. Vad felets toppvärdens beträffar, är dessa i varje fall inte märkbart större med

den digitala styrlagen. Om simuleringarna i helhet kan väl sägas, att skillnaden är ingen eller obetydlig.

I (2) har de aktuella parametervärdena angivits som optimala. Emellertid kan man beträffande den digitala simuleringen miss-tänka att detta ej är fallet. Betrakta nämligen åter diagr.(6.2). Antag att samplingsintervallet minskas till 0.01. För K=10.0 medföljer detta en förbättring men för låga förstärkningar, t.ex. K=0.5, en försämring. För det givna driftsfallet är K fastlagd, men totala kretsförstärkningen kan påverkas  $A_1$  och  $A_2$  och i viss mån även med  $e_{ref}$  och T. En minskning av h och en samtidig ökning av kretsförstärkningen bör således kunna förbättra resultatet. I diagr.(7.3) och tabell (7.4) visas resultat från simuleringar med samma insignal, förstärkningsvariation och störning som tidigare men med andra värden på h,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $e_{ref}$ , T. Dessa resultat verifierar riktigheten i ovanstående resonemang. I diagr.(7.3) återges en simulering med  $h=0.01$ ,  $A_2=8.0$ ,  $A_1=100.0$ ,  $B=0.8$ ,  $T=1.0$  och  $e_{ref}=7.1$ . Denna parameterkombination gör inte anspråk på att vara optimal, men medelkvadratfelet M.S.E.=19.6 kan jämföras med den tidigare simuleringen: M.S.E.=27.6. Skillnaden är signifikant, medelvärdet av 5 simuleringar för vardera parameterkombinationen är M.S.E.=18 resp. 31.

$\sigma$	B	T	$e_{ref}$	$A_1$	$A_2$	h	MSE
2.0	0.8	2.0	10.0	50.	4.0	0.10	33
2.0	0.8	2.0	10.0	50.	4.0	0.05	31
2.0	0.8	2.0	10.0	50.	4.0	0.01	43
2.0	0.8	1.0	7.1	100.	8.0	0.05	19
2.0	0.8	1.0	7.1	100.	8.0	0.01	18

Tabell (7.4)

Tabell (7.4) visar att för parameterkombinationen som ger den lägre kretsförstärkningen ligger det optimala h-värdet mellan 0.10 och 0.05. För kombinationen som ger den högre förstärkningen ligger det optimala h-värdet troligen mellan 0.05 och 0.01.

## 8. FUKTHALTSREGLERING.

I samtliga simuleringar hittills har det styrda systemet varit detsamma. I denna avd. skall den adaptiva lagen styra ett något annorlunda system.

Systemmodellen representerar torkpartiet i pappersmaskinen PM4 vid Gruvöns Pappersbruk.

Förenklad beskrivning av det fysikaliska systemet, fig.(8.1):  
 Papperet kommer in i torkpartiet från pressarna och innehåller då c:a 70% vatten. Det färdiga papperet bör ha en fukthalt av c:a 8% och en lite avvikelse från referensvärdet kan tillåtas. Torkningen utföres genom att papperet passerar över cylindrar upphettade med ånga. Cylindrarna är uppdelade i fyra grupper, och för varje grupp håller en analog regulator ångtrycket vid ett konstant värde, ångtryckets referensvärde. Det färdiga papperets fukthalt regleras med ångtryckets referensvärde i cylindergruppen närmast torra änden. Syftet med regleringen är att minimera variansen av fukthalten hos det färdiga papperet.

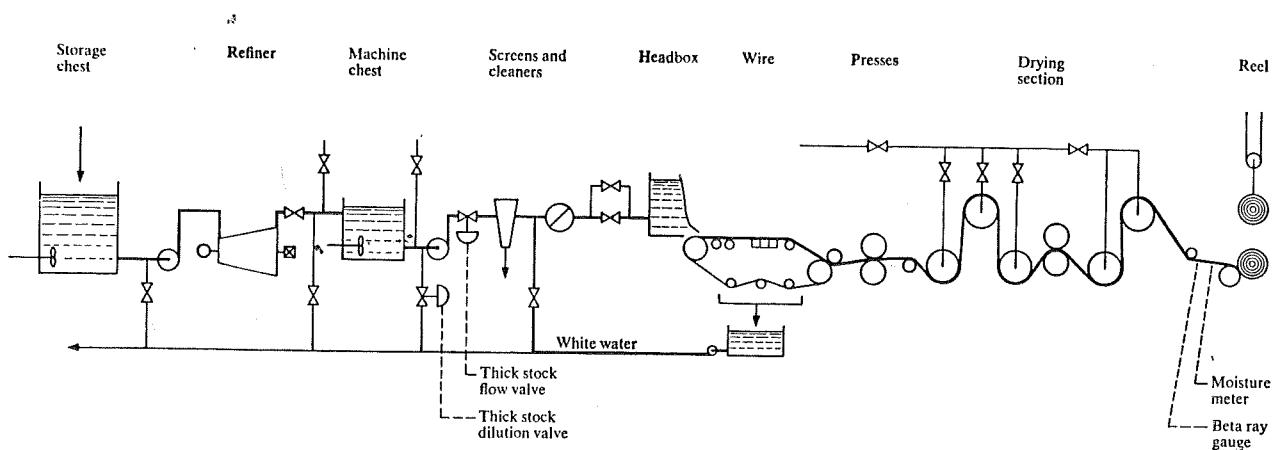


Fig.(8.1)

Genom undersökning av det fysikaliska systemet har följande modell, baserad på samplingsintervallet  $h=0.01$  hrs uppställts. (ref.(8))

$$\nabla y(t) - 0.473 \nabla y(t-1) = -1.847 \nabla u(t-2) - 1.285 \nabla u(t-3) + \\ + 0.281(e(t) - 0.877e(t-1))$$

där  $y(t)$  = avvikelsen från önskad fukthalt (%).

$$\nabla u(t) = u(t) - u(t-1) = ändringen i ångtryckets ref.värde. (\text{kp/cm}^2)$$

$e(t)$  = en svit oberoende stokastiska variabler med medelv. $=0$   
och variansen $=1$ .

Som synes innehåller modellen en transportfördräjning på 2h.

Syftet med styrningen är att minimera  $Ey^2$  och modellen bör således skrivas

$$(1-1.473z^{-1}+0.473z^{-2})y(t) = \\ = z^{-2}(-1.847-1.285z^{-1})\nabla u(t)+0.281(1-0.877z^{-1})e(t)$$

Återkopplingen visas i blockschemat i fig.(8.2).

Det minsta värdet på  $Ey^2$  som kan erhållas kan beräknas analytiskt (se t.ex. (6)). Minimumvariansstrategin blir

$$\nabla u(t) = 0.219(y(t)-0.696y(t-1))-1.292\nabla u(t-1)-0.415\nabla u(t-2)$$

och den minimala variansen  $\sigma_{min}^2=0.107$  ( $\sigma_{min}=0.33\%$ ).

För ytterligare jämförelse av styrningens kvalitet göres även simuleringar med en enkel P-regulator enl. fig.(8.2b).

Beräkning av stabilitetsområdet för det enkelt återkopplade systemet:

Modellen är  $A(z^{-1})y(t) = z^{-2}B(z^{-1})\nabla u(t) + C(z^{-1})e(t)$

Karakteristiska ekvationen  $A(z) + Kz^2B(z) = 0$  ger stabilitetsområdet

$$-0.13 < K < 0$$

K måste vara negativ. Detta är väntat, eftersom för hög fukthalt motverkas med en höjning av temperaturen, d.v.s. en höjning av ångtrycket i cylindrarna.

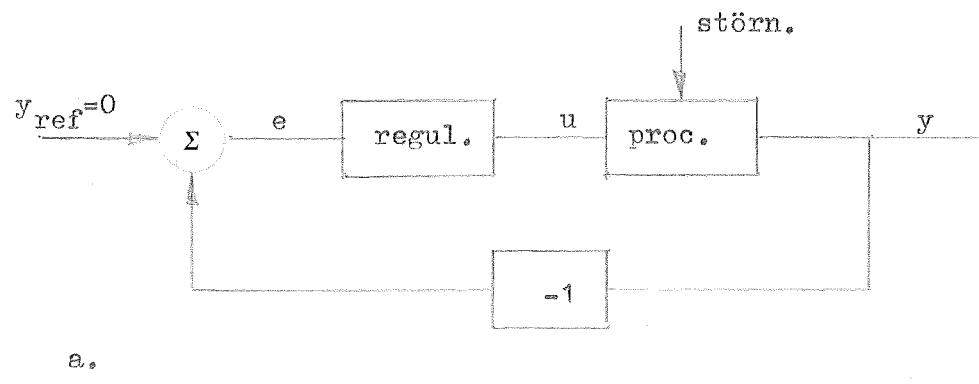
Blockсхемat för simulering med den adaptiva regulatorn blir enl. fig.(8.2c).

I fig.(8.2) har insignalen konsekvent satts  $y_{ref}=0$  av följande anledningar:

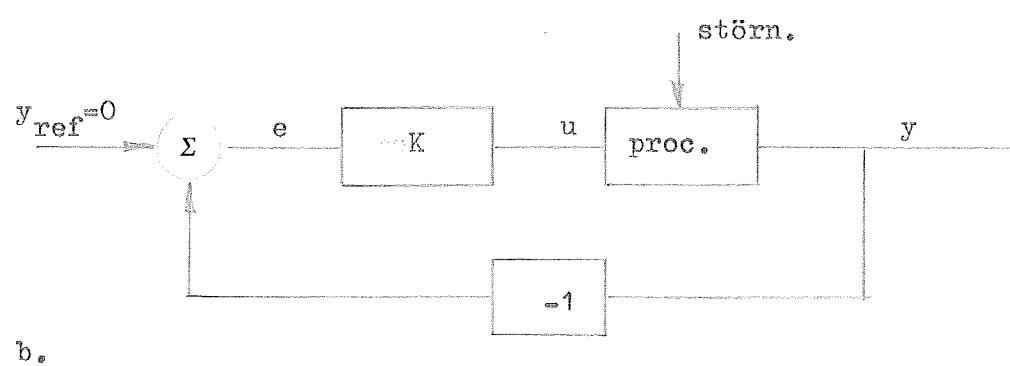
-Modellen innehåller endast differenser, d.v.s. de nominella värdena på  $u$  och  $y$  har ingen betydelse. En konstant insignal  $\neq 0$  medför således i simuleringen endast att varje  $y$ -värde ökas eller minskas med en konstant.

-Antag att man vill ändra kvaliteten på produktionen, d.v.s. insignalen är ett steg. Om insvängningstiden med en för övrigt tillfredsställande reglering blir lång, så får ändringen göras med manuell hjälp.

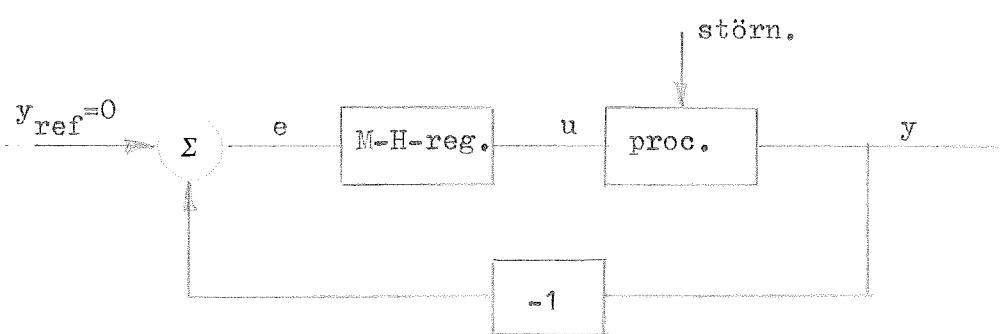
-En ständigt varierande insignal är praktiskt ointressant.



a.



b.



c.

Fig.(8.2)

Om den ideala modellen beskriver det fysikaliska systemet korrekt, är regleringen inget problem. En P- eller PI-regulator ger då ett tillfredsställande resultat. Emellertid visar det sig, att det fysikaliska systemet förändras avsevärt med tiden. Det vore intressant att se, om den adaptiva styrlagen är användbar i detta fall.

#### Styrning av det ideala systemet:

Genom simulering erhålls följande resultat som optimala:

P-regulatorn med  $k=-0.02$  ger  $\sigma^2=0.116$ ,  $\sigma=0.34\%$

M-H-regulatorn med  $A_1 = -0.03$

$A_2 = -0.01$

$e_{ref} = 0.6$

$T = 0.005$

$B = 0.01$  ger  $\sigma^2=0.120$ ,  $\sigma=0.35\%$

Dessa värden kan jämföras med  $\sigma_{min}=0.33\%$

Vid styrning av det ideala systemet är P-regulatorn som väntat bättre än den adaptiva regulatorn, men båda ger godtagbara resultat.

#### Styrning när systemets förstärkning varierar:

För att få kännedom om hur modellens giltighet kan tänkas variera i tiden fördras mer ingående studium av det fysikaliska systemet. Här antas att det främst är systemets förstärkning som varierar.

I modellen  $A_2(z^{-1})y(t) = z^{-2}B_1(z^{-1})\nabla u(t) + C_1(z^{-1})e(t)$

bestämmes  $b_0$  och  $b_1$  (-1.847 resp. -1.285 i den ideala modellen) systemets förstärkning. Antag att  $b_0=-1.847f$  och  $b_1=-1.285f$  där  $f$  varierar i tiden. Stabilitetsområdet för det enkelt återkopplade systemet blir då

$$-0.13/f < K < 0$$

För att systemet skall bli instabilt när  $K=-0.02$  måste  $f \geq 7$ , vilket är ganska otroligt. Men  $f \neq 1$  medför att  $K=-0.02$  inte ger optimal reglering.

För att erhålla optimal reglering med de båda regulatorerna och för att avgöra vilken som är bäst, måste man känna till ungefärligt vilket intervall  $f$  kan tänkas variera.

Antag att  $f$  varierar omkring 1, säg  $0.5 \leq f \leq 1.5$ . Med lämpligt parameterval får resultat enl. diagr.(8.1), som visar standard-

avvikelsen,  $\sqrt{M.S.E.}$ , som funktion av  $f$  vid styrning med P-regulatorn (P) och den adaptiva regulatorn (M-H). Vid liten variation kring  $f=1$  är tydlig P-regulatorn klart bättre än den adaptiva regulatorn.

En trolig orsak till att förstärkningen i systemet varierar är, att ånga kondenserar på insidan av cylindrarna i torkpartiet. Detta medförs att värmeförloppet, och därmed förstärkningen, ökar. Det är således sannolikt, att en eventuell förändring i systemet innebär ökning av  $f$ . Antag att  $1 \leq f \leq 2$ . Med lämpliga parametrar får det resultatet som visas i diagr.(8.2). Även i detta fall är P-regulatorn troligen att föredra. Diagr.(8.3) visar det fall där regulatorerna är anpassade för förstärkningsvariationer  $1 \leq f \leq 5$ . Inte heller vid denna kraftiga förstärkningsvariation innebär den adaptiva styrlagen någon fördel.

Ytterligare diskussion av resultaten följer i avd.9.

## 9. SAMMANFATTANDE KOMMENTARER.

Undersökningarna i avd.6 är främst en förberedelse till avd.7. Huvudsyftet är att för givna värden på regulatorns parametrar finna ett optimalt värde på samplingsintervallets längd. I avd.8 däremot är modellen experimentellt framtagen (givet samplingsintervall), och det gäller att optimera parametrarna i den adaptiva styrlagen.

Simuleringsarna i avd.7 syftar till att få till stånd en jämförelse mellan den digitala och den analoga styrlagen vid reglering av ett givet system. (Givetvis är den digitala regleringen sämre men hur mycket sämre?) De nackdelar som den samplade framställningen av systemet medför vid en sådan jämförelse, har redan behandlats i avd.8. Klart är i alla fall, att om samplingsintervallet och den digitala styrlagens parametervärden väljes optimalt, så erhålls ett resultat som är obetydligt sämre än vid analog reglering.

Vid reglering av det system som beskrivits i avd.8 kan man inte säkert säga att den adaptiva regulatorn är bättre än t.ex. en P- eller PI-regulator, trots att systemförstärkningen varierar i tiden.

Avgörande för den adaptiva styrlagens lämplighet är tydligent det styrda systemets stabilitetsområde (vid enkel återkoppling) jämfört med det område inom vilket systemförstärkningen kan tänkas variera. Fördelarna med M-H:s adaptiva regulator är ju

1. Bang-bang-styrning: medför stabil reglering även vid stor kretsförstärkning.
2. Den adaptiva loopen: förbättrar regleringen vid liten kretsförstärkning.

Fig.(9.1) visar schematiskt hur utsignalens varians varierar med systemförstärkningen  $K$  vid reglering med P-regulator (P), vid relästyrning (R) och vid adaptiv relästyrning (M-H). I det driftsfall som simulerats i avd.7 varierar förstärkningen mycket kraftigt. En P-regulator skulle ge instabilt system eller vid svag återkoppling stabilt system men dålig reglering vid små förstärkningar. I fig.(9.1) motsvaras detta av t.ex.  $a \leq K \leq b$ . Den adaptiva kan här med fördel användas. För systemet i avd.8 är stabilitets-

området relativt stort. Om t.ex.  $K=-0.02$  kan förstärkningen öka med en faktor 5ggr utan att systemet blir instabilt. Den fysikaliskt tänkbara förstärkningsvariationen är inte känd men  $1 \leq f \leq 5$  är antagligen ett interval tilltaget i överkant. Ändå motsvaras detta i fig.(9.1) ungefär av  $a \leq K \leq c$  där P-regulatorn ger ett bättre resultat än den adaptiva styrlagen. Visserligen kan M-H-kurvan i detta interval pressas ned ytterligare men då på bekostnad av den adaptiva effekten. M-H-kurvan blir mer och mer lik P-kurvan. Detta framgår av diagr.(8.1), (8.2).

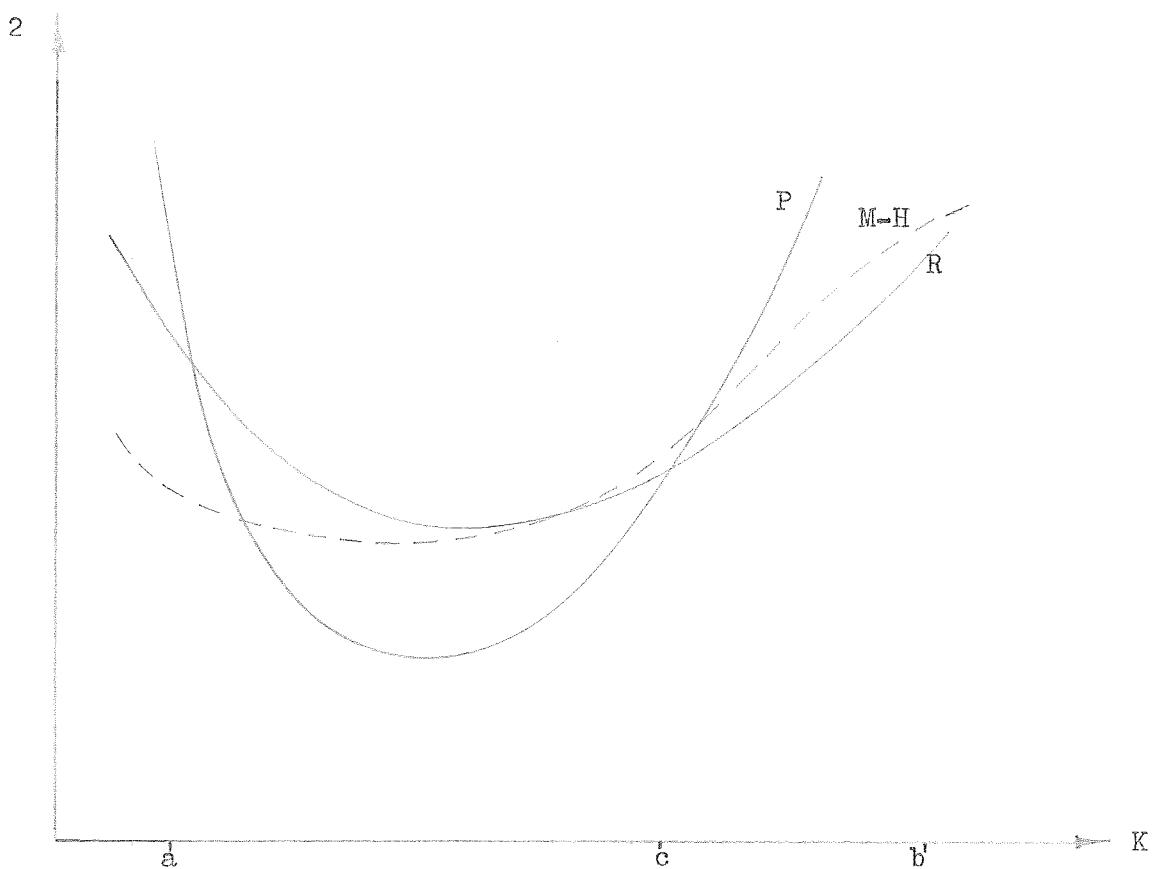
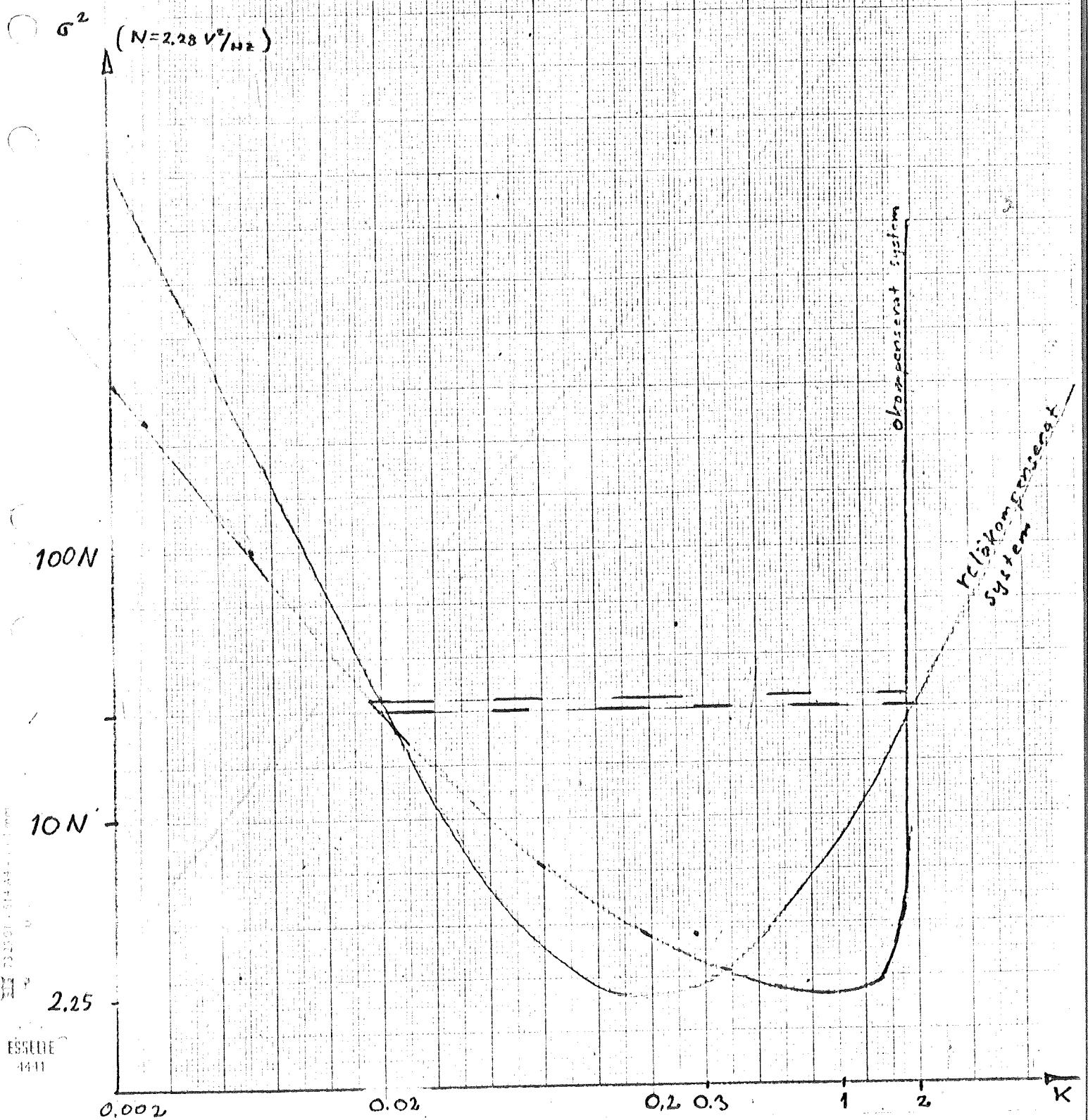
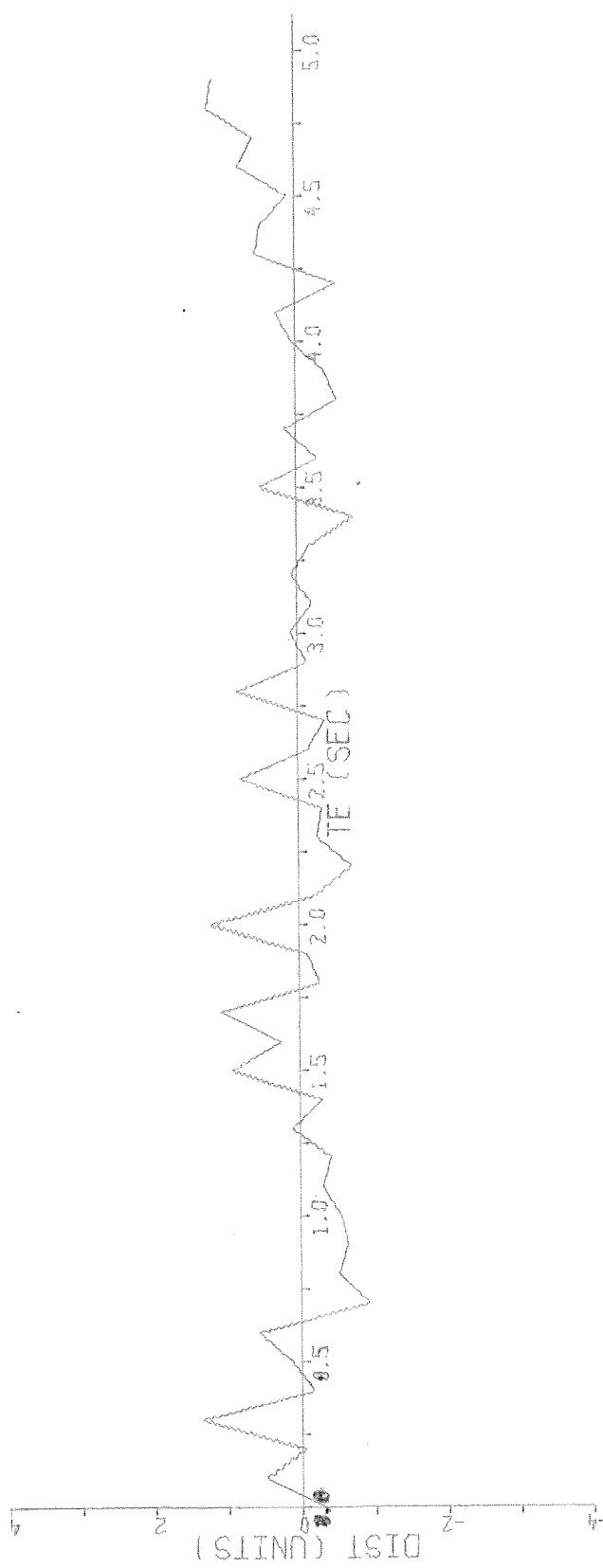


Fig.(9.1)

Teoretiska kurvor för  
 $\sigma^2 = \sigma^2(K)$ , dels för okompenserat  
 system, dels för reläokompenserat system



H = 0.10



H = 0.05

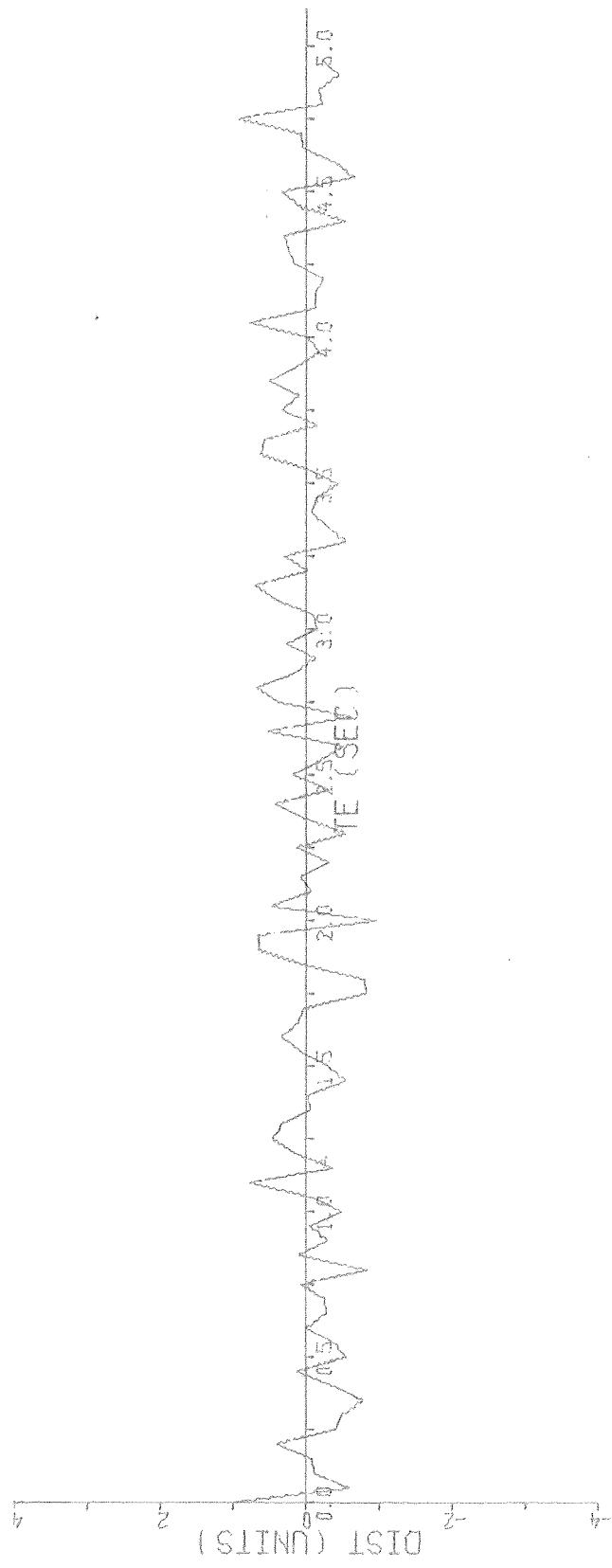
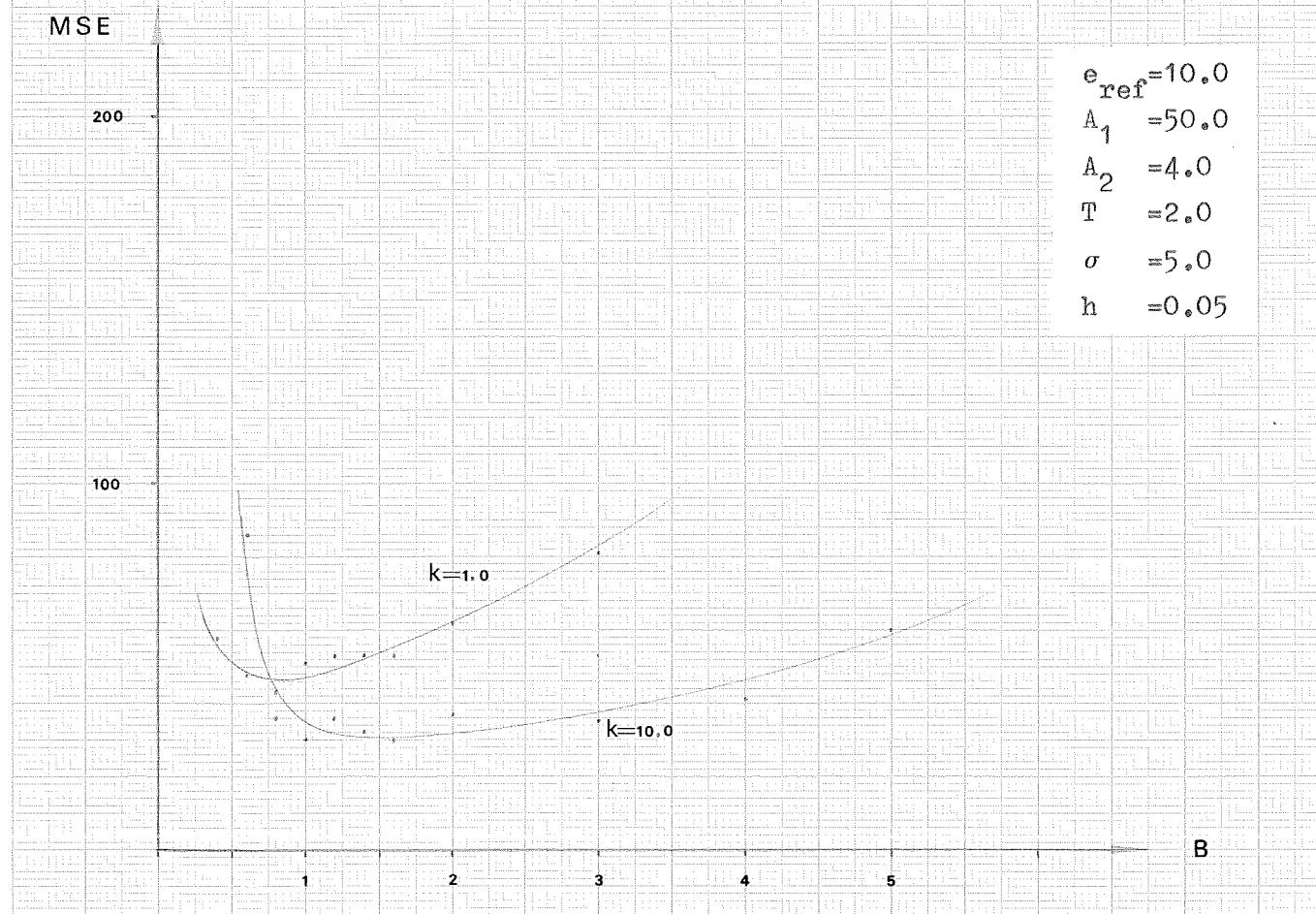
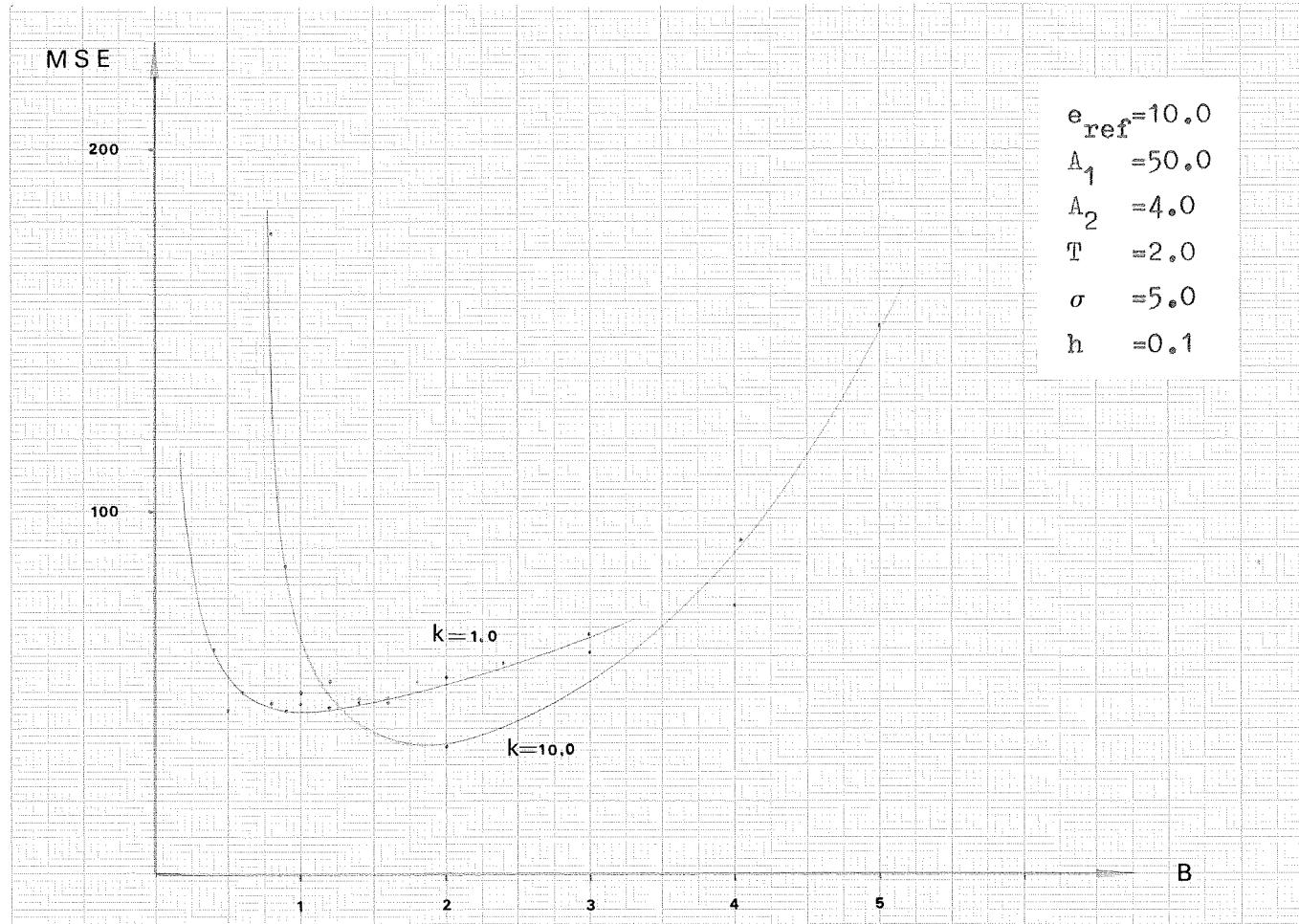


Diagram (6.1):

D 6.1

Medelkvadratfelet som funktion av derivationskonstanten B  
för olika samplingsintervall och förstärkningar.



Tabell (6.2):

Medelkvadratfelet som funktion av samplingsintervallet för olika förstärkningar.

Parametervärden:  $e_{ref} = 10.0$

$A_1 = 50.0$

$A_2 = 4.0$

$B = 1.0$

$T = 2.0$

$\sigma = 5.0$

$k \backslash h$	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00
0.1	129	127	126	105	102	116
0.5	64	56	49	46	61	124
1.0	50	46	44	47	86	495
2.0	42	45	37	55	368	2520
3.0	35	37	47	67	1088	5640
5.0	31	37	41	354	4060	20900
10.0	31	50	497	2340	11450	57500

Diagram (6.2):

D 6,2

Medelkvadratfelet som funktion av samplingsintervallet  
för olika förstärkningar.

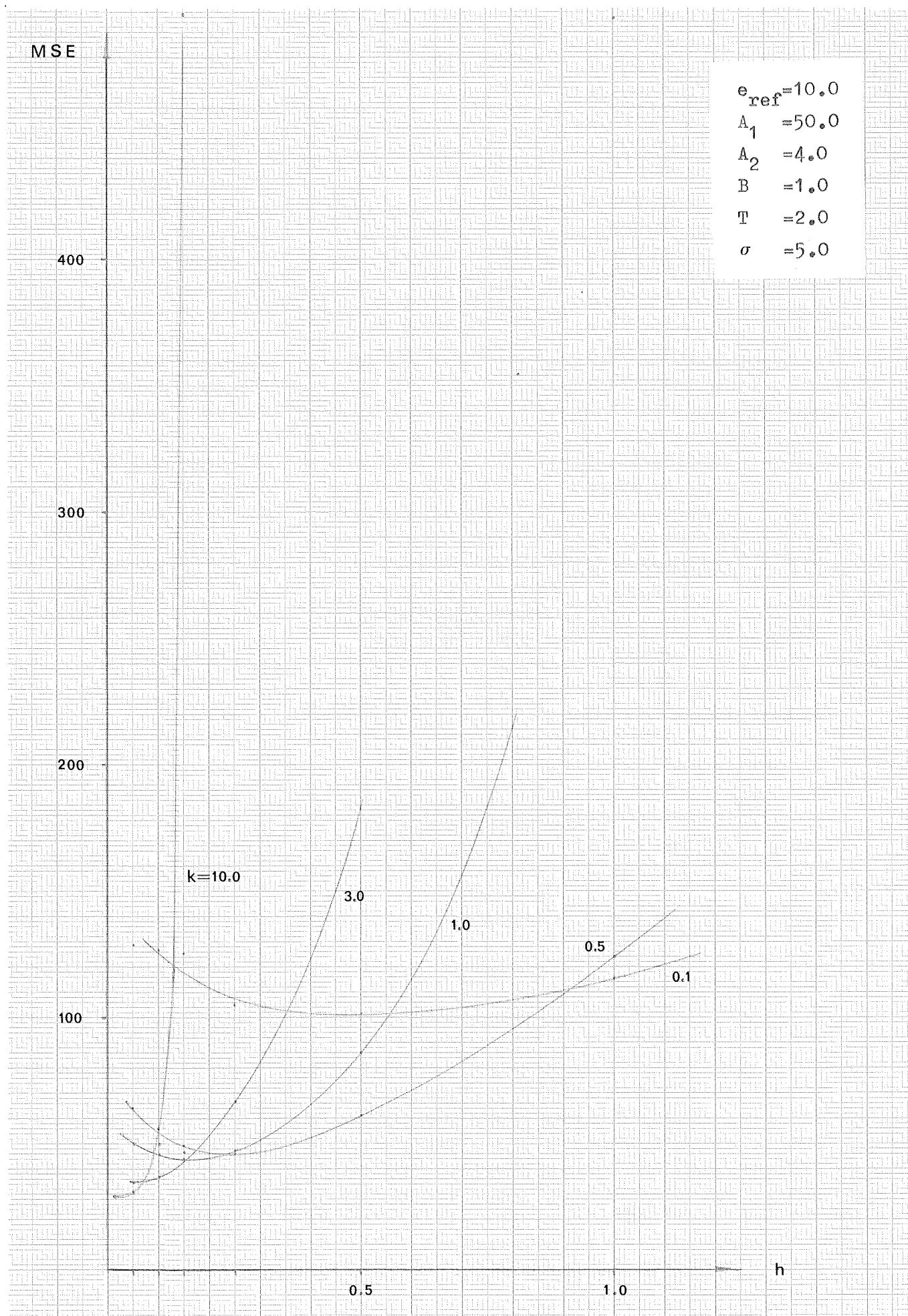
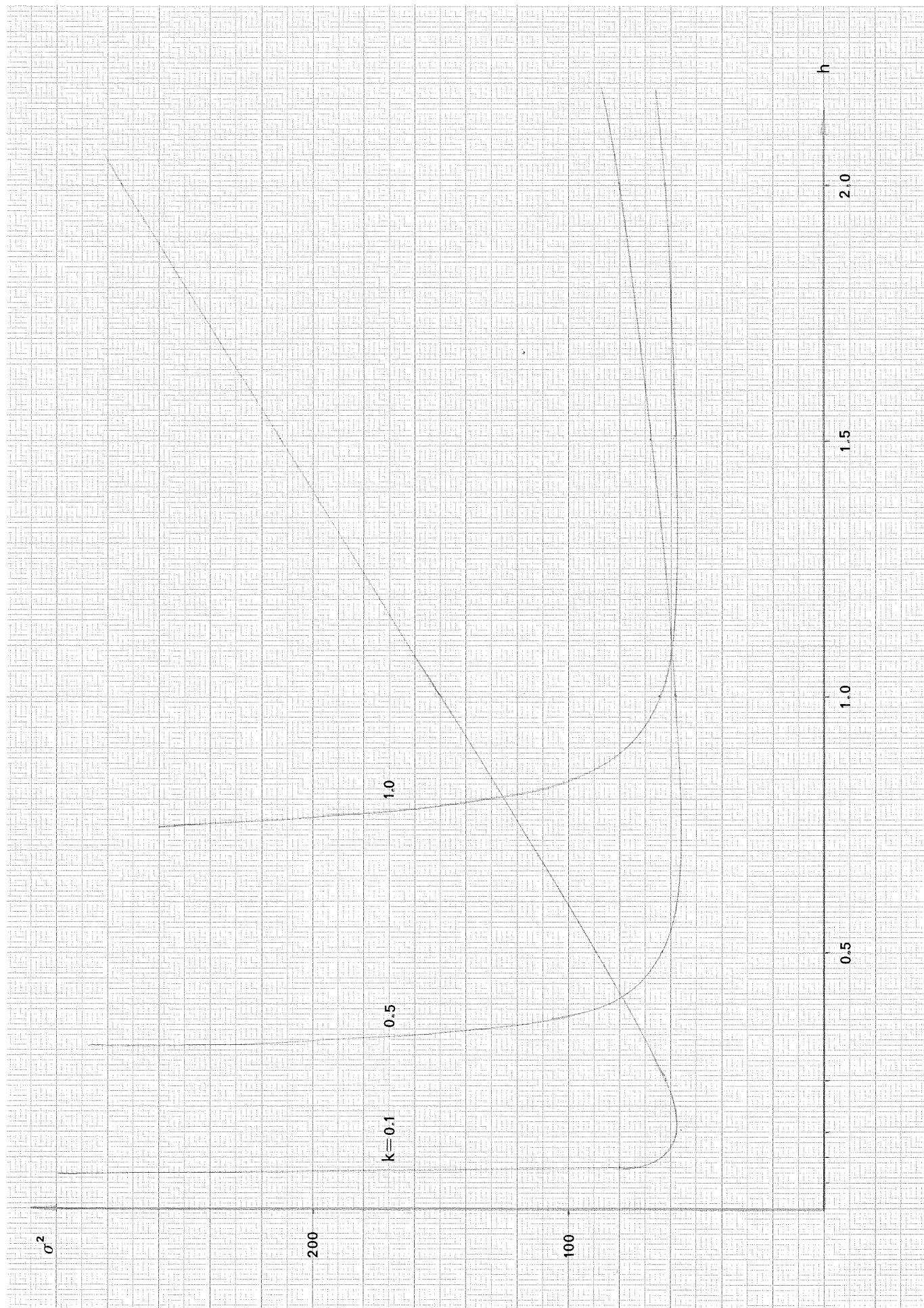


Diagram (6.3):

D 6.3

P-regulator. Förväntade värdet av utsignalens varians som funktion av samplingsintervallet för olika värden på återkopplingskonstanten.



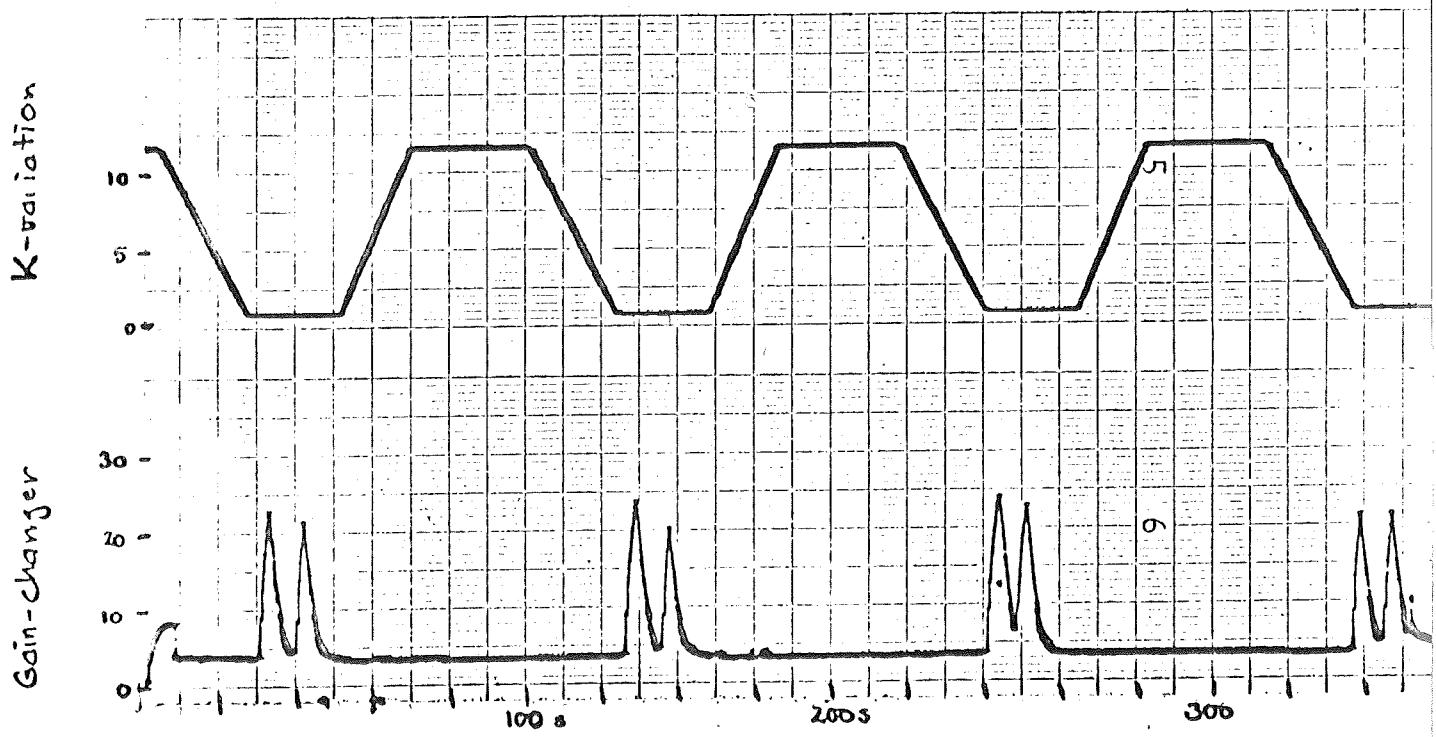
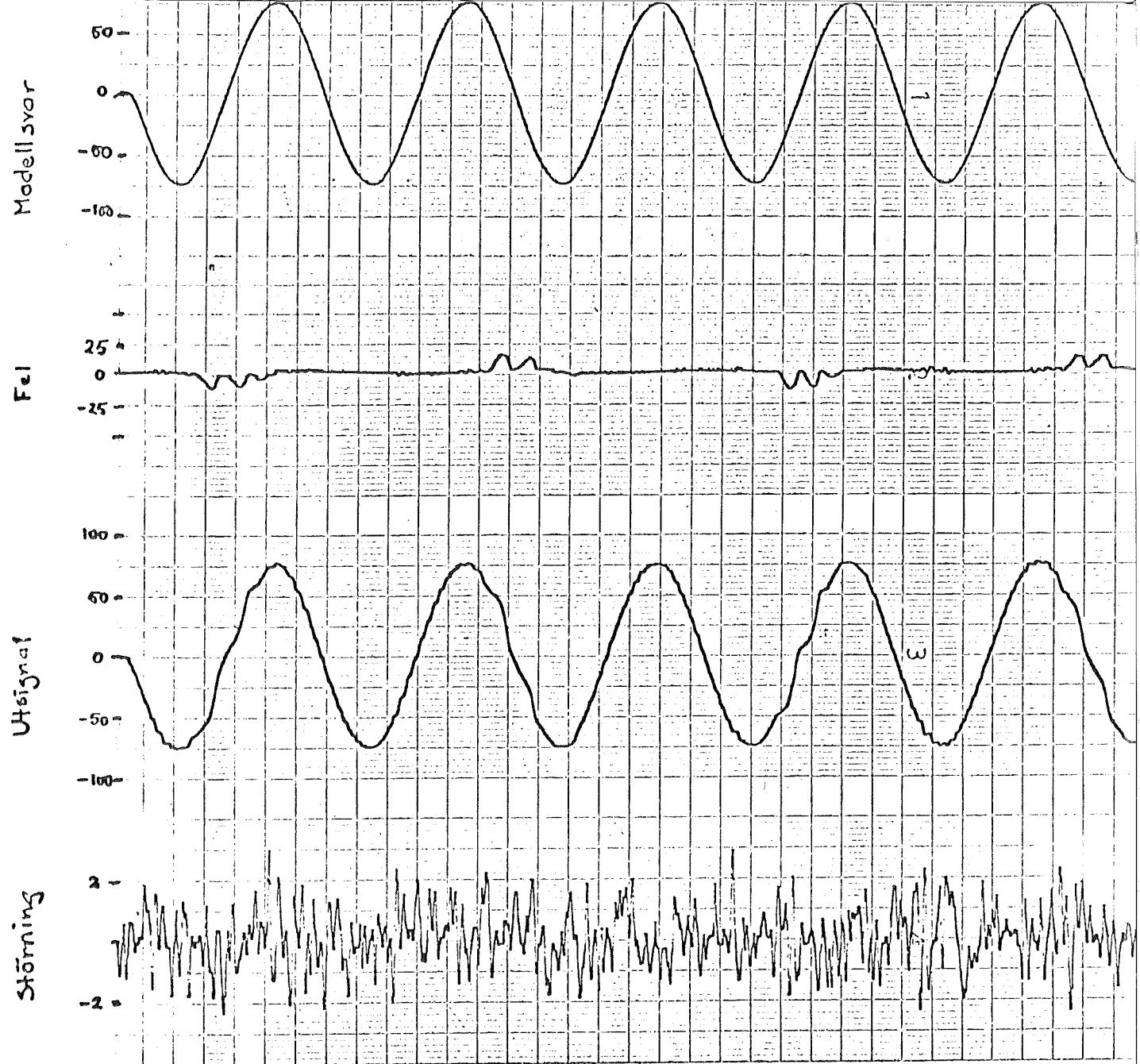


Diagram (7.1).

Diagram (7.2):

Digital simulerings.

Insignalen, utsignalen, felet, förstärkningen och styrsignalens absolutvärde som funktion av tiden.

Parametervärden:  $e_{ref} = 10.0$

$A_1 = 50.0$

$A_2 = 4.0$

$B = 0.8$

$T = 2.0$

$\sigma = 2.0$

$h = 0.05$

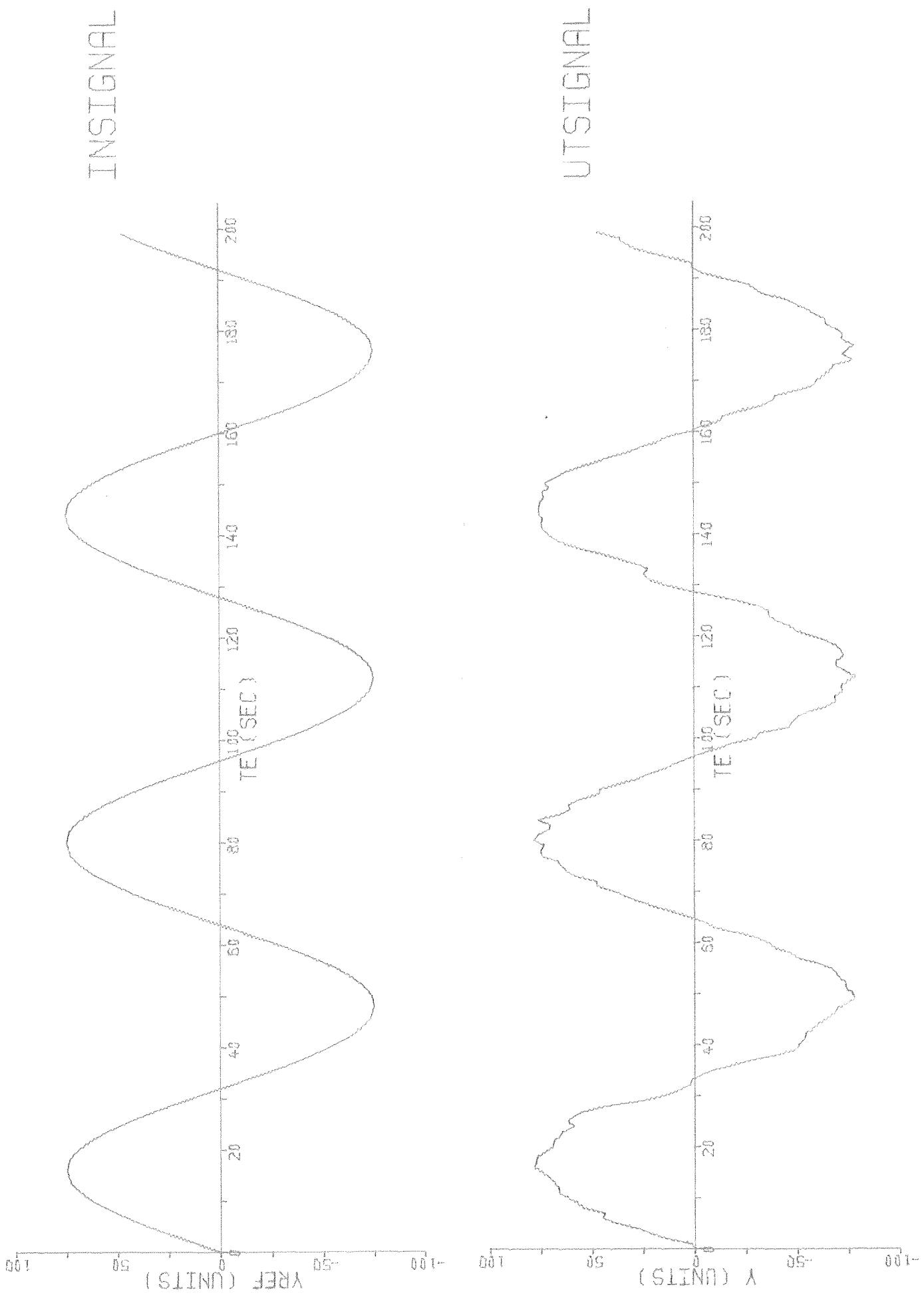
Medelfel:  $ME = -0.17$

Medelkvadratfel:  $MSE = 27.6$

Medelvärde för 5 simuleringar med ovanstående

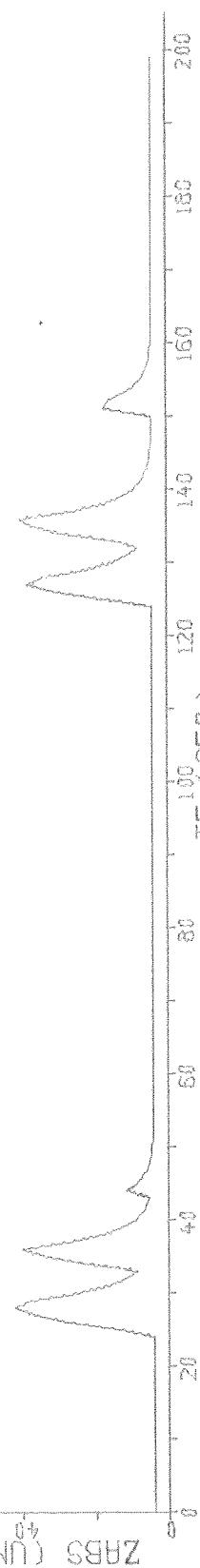
parametervärden:  $MSE = 31$

D 7.2

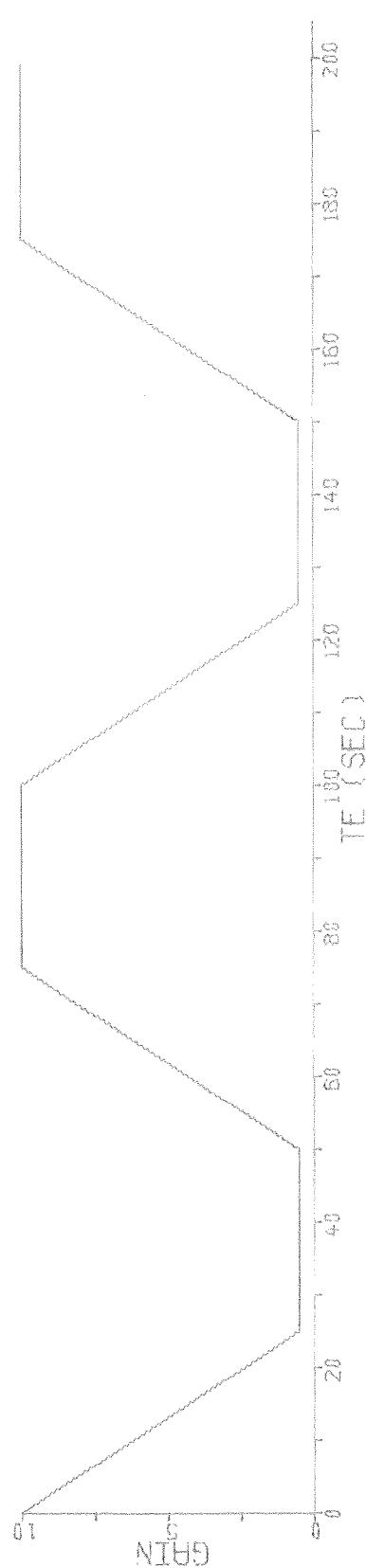


D 7.2

STYRSIGNAL



FÖRSTÄRKN.



FEL

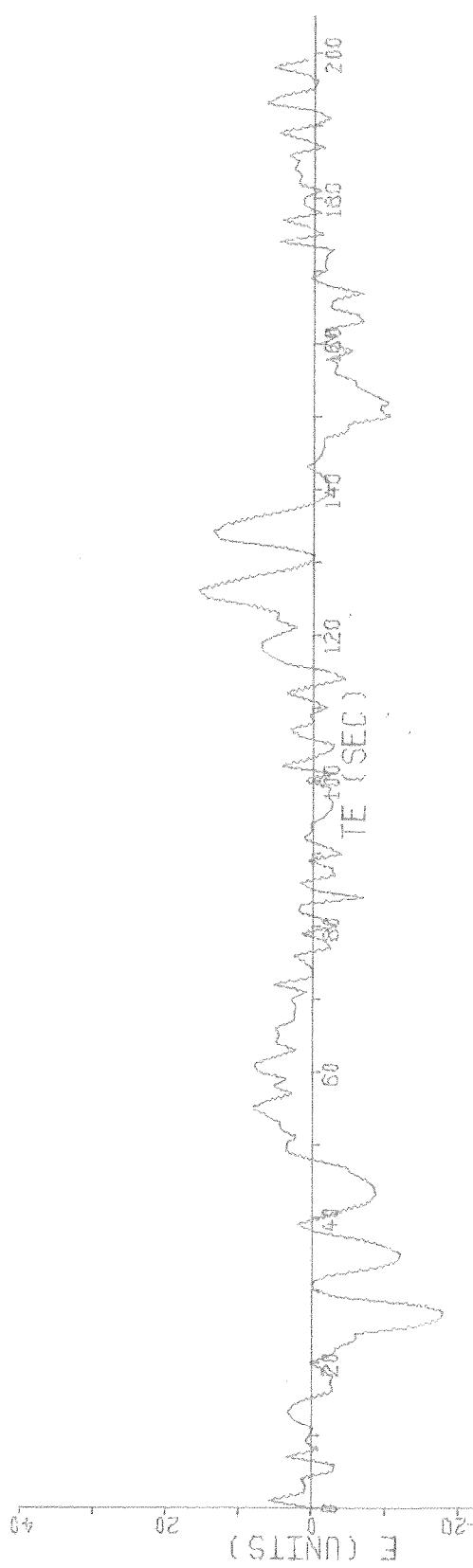


Diagram (7.3):

Digital simulerings.

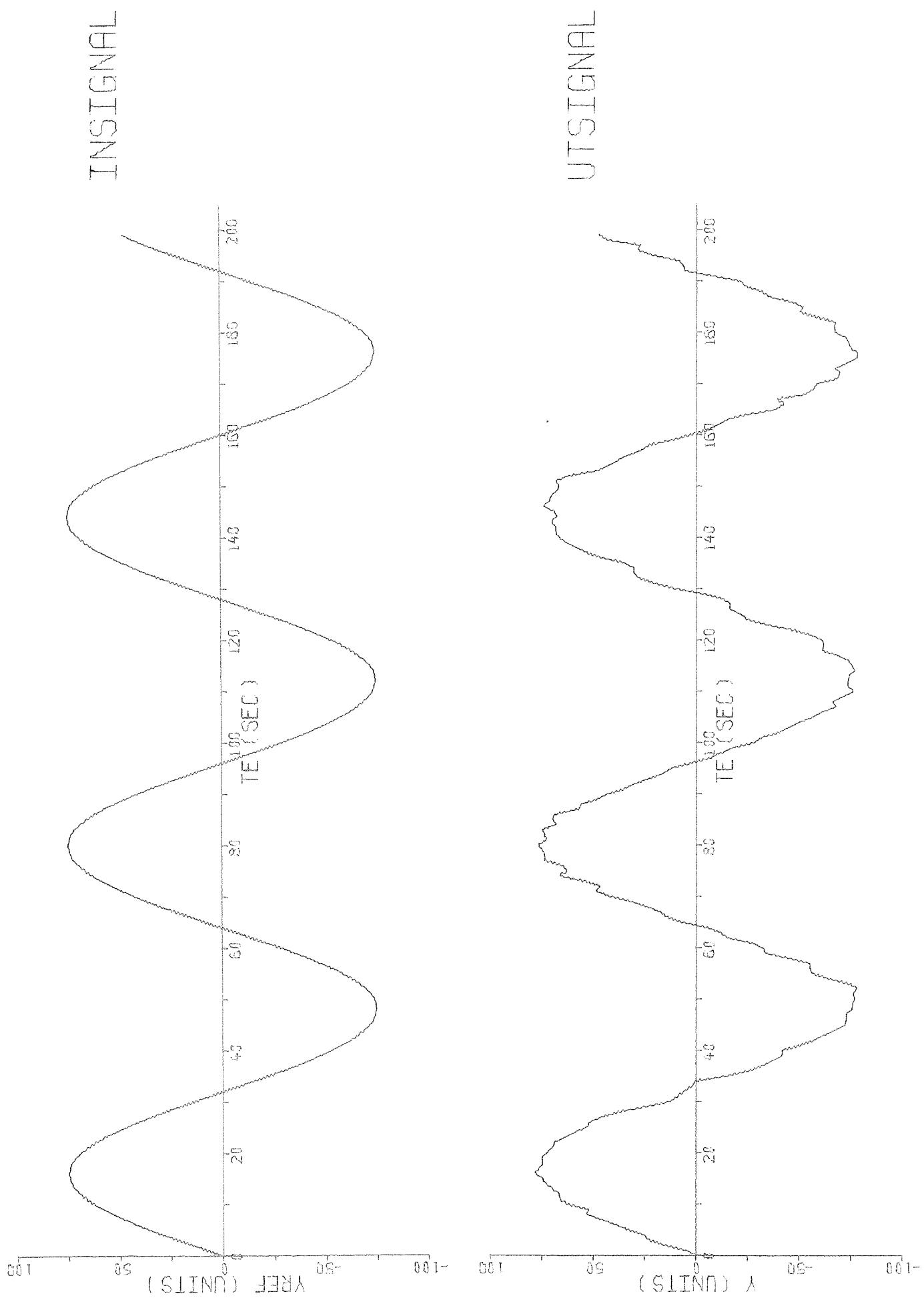
Insignalen, utsignalen, felet förstärkningen, styrsignalens absolutvärde som funktion av tiden.

Parametervärden:  $e_{ref} = 7.1$   
 $A_1 = 100.0$   
 $A_2 = 8.0$   
 $B = 0.8$   
 $T = 1.0$   
 $\sigma = 2.0$   
 $h = 0.01$

Medelfel:  $ME = 0.00$

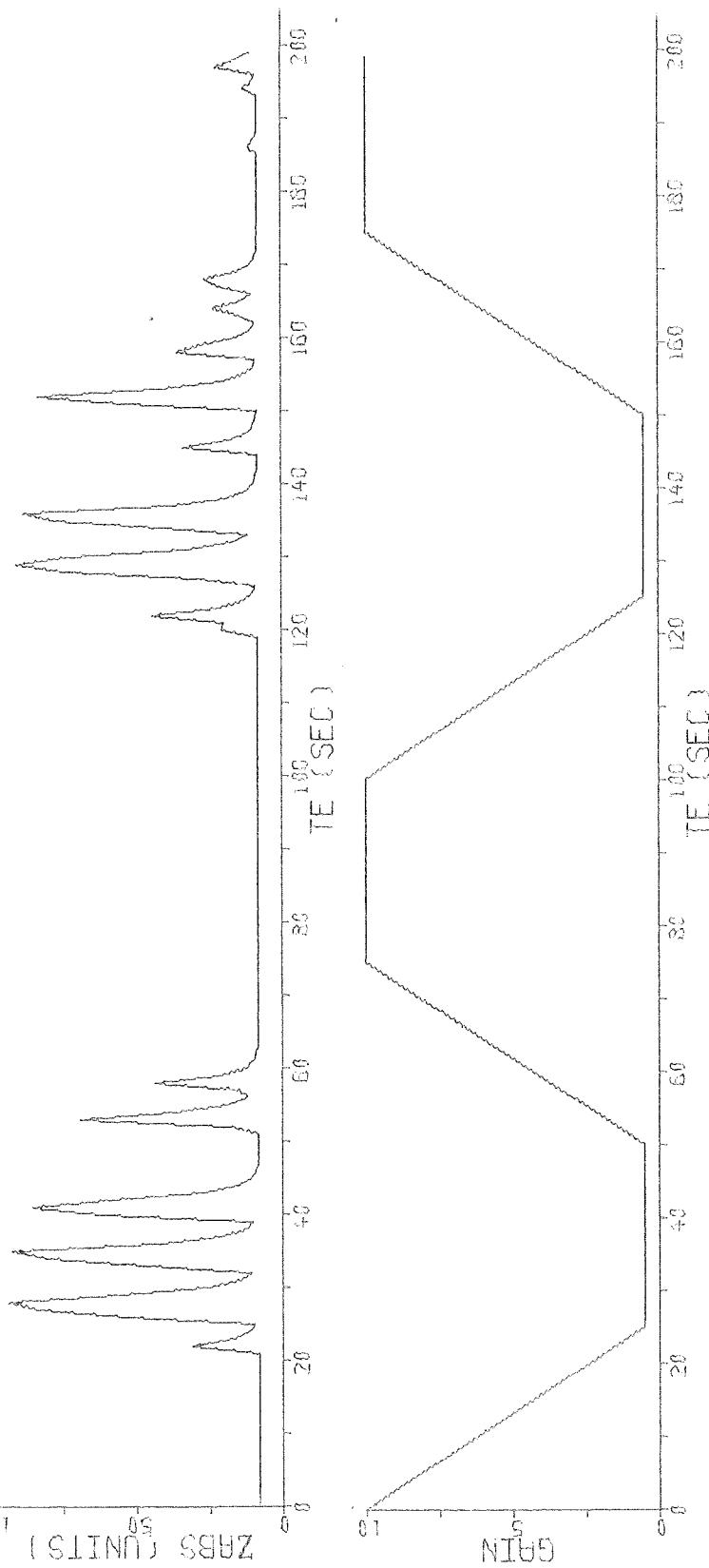
Medelkvadratfel:  $MSE = 19.6$

Medelvärde för 5 simuleringar med ovanstående parametervärden:  $MSE = 18$

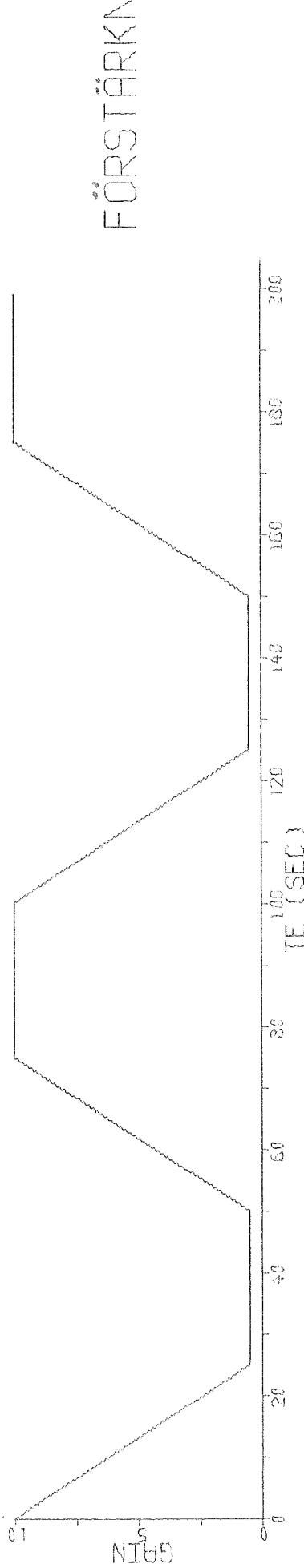


D 7.3

STYRSIGNAL



FÖRSTÄRKN.



FEL

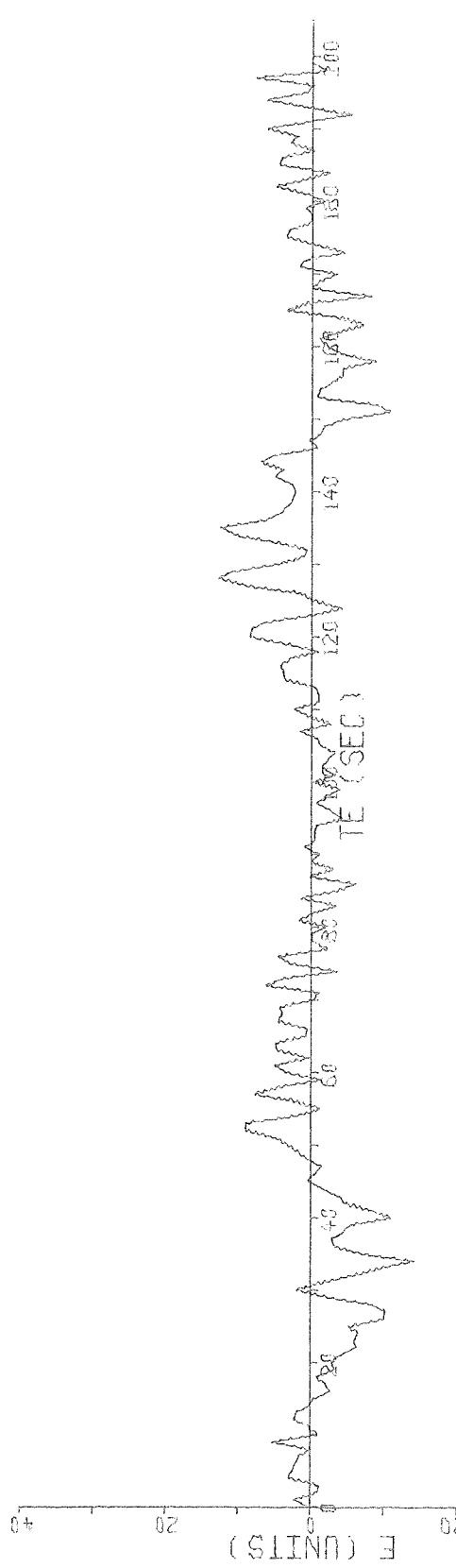


Diagram (8.1):

D 8.1

Standardavvikelsen som funktion av förstärkningen för  
P-regulator resp. M-H-regulator.

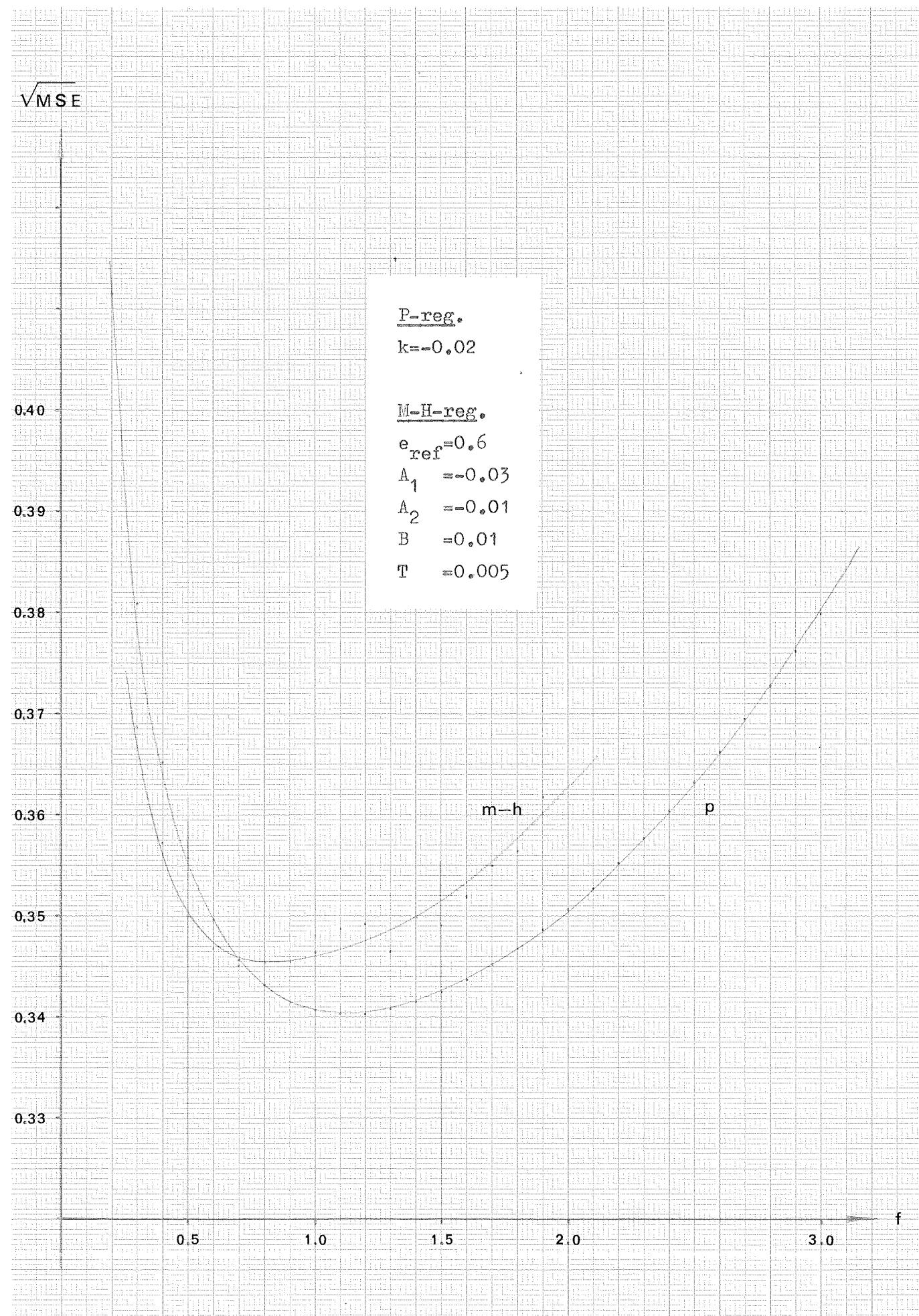


Diagram (8.2):

D 8.2

Standardavvikelsen som funktion av förstärkningen för  
P-regulatorn resp. M-H-regulatorn.

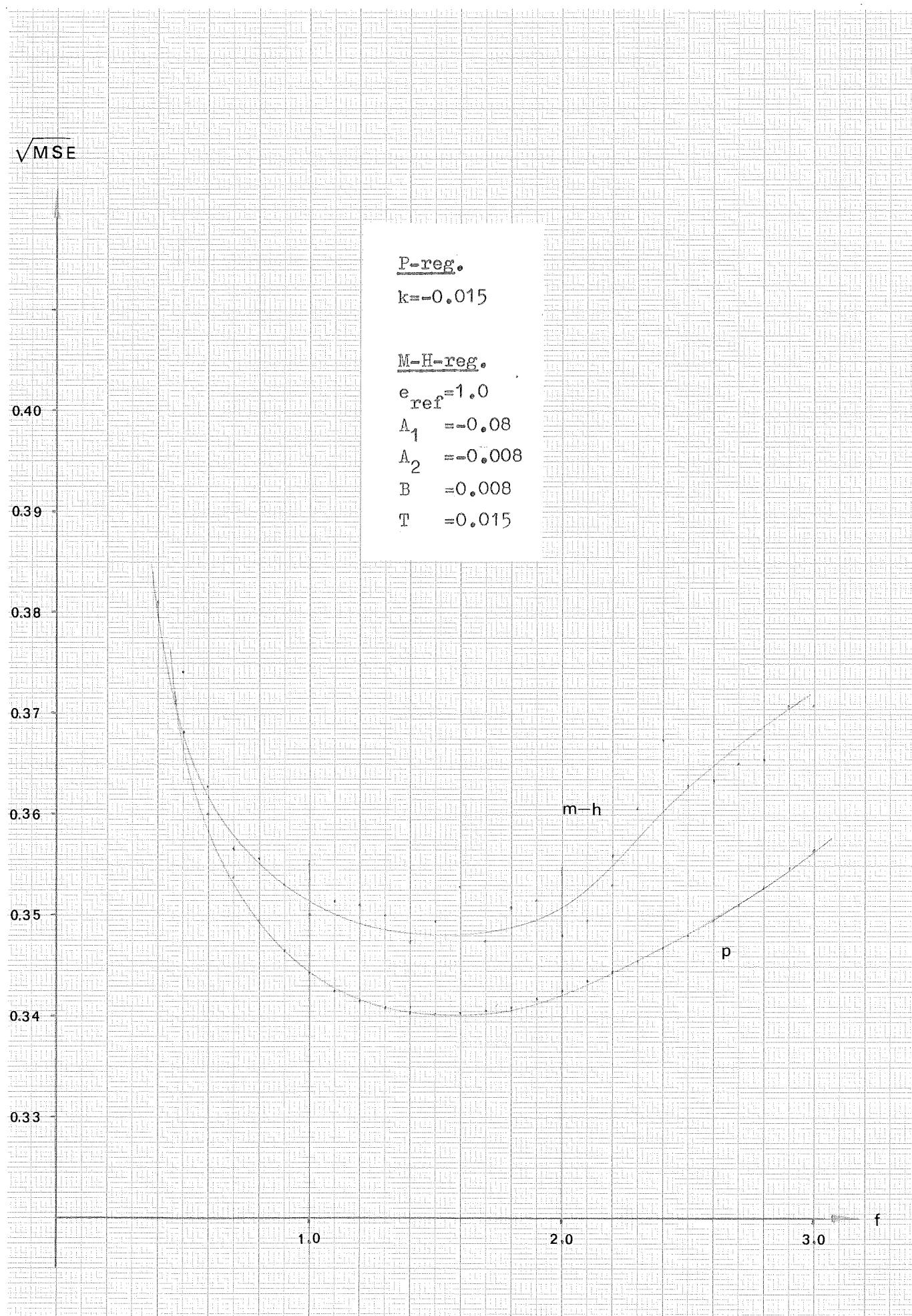


Diagram (8.3):

D 8.3

Standardavvikelsen som funktion av förstärkningen för  
P-regulator resp. M-H-regulator.

