

TRÖGHETSDÄMPADE SERVOMOTORER

KJELL WERNER

Rapport RE - 40 nov. 1968

Tröghetsdämpade servomotorer (ID-motorer)

ID-motorn (för Inertial Damped) utgöres av en vanlig elektrisk servomotor med ett på axeln lagrat magnetiskt svänghjul med relativt stort tröghetsmoment. I ett djupt cylindriskt spår i detta löper en s.k. drag cup av aluminium, fastsatt på motoraxeln. Denna konstruktion ger en viskös dämpning, proportionell mot derivatan av motoraxelns rotationshastighet.

En härledning av överföringsfunktionen visar för denna motortyp ökad fasmarginal och ökad dämpning i mellanfrekvensområdet och därmed större stabilitet i ett återkopplat servosystem.

Överföringsfunktionen för tre olika bärfrekventa motortyper bestämdes experimentellt med en Solartronutrustning + förstärkare. I stället för att mäta vinkelläget hos ID-motorn, bestämdes dess derivata, dvs. vinkelhastigheten, med hjälp av en tachometer, vars tröghetsmoment utgjorde ca 3% av systemets totala tröghetsmoment.

Mätutrustningen ger användbara och relativt noggranna resultat men har vissa nackdelar:

Den last tachometern utgör påverkar övre hörnfrekvensen i riktning nedåt.

Om god upplösning av amplitudkurvan önskas, blir uppmätningen ganska tidskrävande.

Det är svårt att enbart ur amplitudkurvan bestämma ett noggrant värde på hörnfrekvenserna.

För att råda bot på det sistnämnda kan man utnyttja den information faskurvan ger. En teoretisk behandling av motorn visar att faskurvan har två extremvärden, som (approximativt) enkelt beror av ID-motorns tre hörnfrekvenser.

För att studera hur ID-motorns dämpningskaraktäristik inverkar på snabbhet och stabilitet hos ett positionsservo i Vigen simulerades stegsvaret hos detta på analogmaskin för olika lägen av hörnfrekvenserna. Vid en jämförelse med stegsvaret i det verkliga servot erhöles, kvalitativt sett, god överensstämmelse, kvantitativt, mindre god.

Inertially damped servomotors (ID-motors)

The ID-motor is a normal a.c. servomotor with a magnetic inertia wheel running on bearings on the shaft. A drag cup secured to the shaft runs in an annular gap in the magnet. This design gives a viscous damping proportional to the derivative of the angular velocity of the motor shaft.

The transfer function shows for this type of motor increased phase margin and increased damping in the middle frequency area and thereby greater stability in a feed back servosystem.

The transfer function for three different motortypes, all designed for a carrier frequency of 400 Hz, was experimentally determined using a Solartron equipment + power amplifier. In stead of measuring the angle position its derivative, that is the angle velocity, was measured by help of a tachometer whose moment of inertia constituted about 3 % of the total moment of inertia to be contolled.

The equipment gives useful and rather accurate results but it has got certain disadvantages:

The tachometer represents a load which moves the upper corner frequency downwards.

If a good dissolution of the amplitude characteristic is required, the measurement becomes rather time consuming.

To make it easier to determine an accurate value of the corner frequencies one can use the information provided by the phase curve. A theoretical investigation of the motor shows that the phase curve has got two extreme values that (approximately) simply depend on the three corner frequencies of the ID-motor.

To investigate how the damping characteristic influences the speed and stability of a position servo in J 39 "Viggen" its step function response was simulated in an analogue computer for different values of the corner frequencies. At a comparison with the step function response obtained in the real system the conformity was, in matter of ouality good, in matter of quantity not so good.

Kritik

✓ 4.3 Ref + Quad angår v-matrislag. ✓

✓ (4.4) Def. f_{min} o f_{max} . ✓ f_i och hänvisa till diskussionen på sid 5,4 5. Omsämna felaktigheterna i

✓ 4.6 Moore - Reed stämmer dåligt. —||— ✓

✓ 4.7 Kearyott —||— ✓

✓ 4.4. Värmakatalogen: med el. utan last. ✓

✓ Omsämna jämförelsen med $\left\{ \begin{array}{l} \text{Moore - Reed} \\ \text{Kearyott} \end{array} \right\}$.

✓ Diskutera felaktigheterna med Moore - Reed

✓ (5.2) Härledningarna under 5.2 är giltiga endast om

$f \equiv w$, vilket du även antyder i formeln

$$f_i = \frac{1}{T_i} \quad \text{sid 5.3}$$

✓ Förslag: ersätt f med w överallt, så att missförstånd undvikas.

✓ formeln $f_2 = \frac{f_{min}^2}{f_1}$ o.s.v. (sid 5.5) är ändå giltig. ✓

→ Kap 5.3 Verkar meningslöst att gå över en minimal realisation, när du bara kan inverstransformera $G(s) \cdot u(s)$, eftersom bara $y(t)$ är sökt.

✓ Komplettera kap. 5.4 med Keanfott-data
och jämför direkt de olika överföringskurvorna.

Sid. 5.18 se (*) . Hänvisa till ekvationer. ✓

→ Diagram 6:7-8

Angiv att det gäller Vermitron

" 6:8 Man hade velat jämföra
förloppsvägar hos simulerat system.

Sid 7.3 ?

Diagram 7:1 Olinj. effekter ej påvisade:

Vermitron: övergång olika beroende på
dynamiska riktning

More Reed: oscillationerna.

Keanfott: olika dämpning vid depning uppåt
resp nedåt.

Sammanfattning kortare.

NO.

TRÖGHETSDÄMPADE SERVOMOTORER

Examensarbete

Kjell G. Werner/E⁴

Lunds Tekniska
Högskola

1/11 1968

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 0.1

Inledning

- Kap. 1 Allmänt om tröghetsdämpade servomotorer och deras användning
- 1.1 Motorns uppbyggnad
 - 1.2 Motorns egenskaper
 - 1.3 Fördelar med ID-motorer
 - 1.4 Exempel på användningsområde
- Kap. 2 Härledning av ID-motorns överföringsfunktion
- Kap. 3 Mätapparatur, allmän beskrivning
- Kap. 4 Mätresultat
- 4.1 Kalibrering av tachometern
 - 4.2 Bestämning av tachometerns tröghetsmoment
 - 4.3 Uppmätning av överföringsfunktionen
- Kap. 5 Beräkningar
- 5.1 Allmänt
 - 5.2 Ett approximativt samband mellan hörnfrekvenserna och de frekvenser för vilka faskurvan antar sina extremvärden
 - 5.3 Ett analytiskt uttryck för frekvenssvaret
 - 5.4 Beräkning av hörnfrekvenserna ur uttrycket för överföringsfunktionen
 - 5.5 Diskussion av mätresultat och beräkningar
- Kap. 6 Simulering av servosystemet
- 6.1 Parametervärden
 - 6.2 Det simulerade systemet
 - 6.3 Tillståndsekvationer och kopplingschema
 - 6.4 Stegsvaret
 - 6.5 Övriga mätningar

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 0.2

Kap. 7 Jämförelse mellan det simulerade och det
verkliga systemet

7.1 Egenskaper hos det verkliga systemet

7.2 Jämförelse

Sammanfattning

Appendix: Mätapparatur, uppkoppling och mätning

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 0.3

Inledning

Föreliggande examensarbete avser att ge en bild av den tröghetsdämpade AC-servomotorn. Härvid har huvudvikten lagts vid de dynamiska egenskaperna: dess överföringsfunktion och dess uppträdande i ett enkelt positionsservo.

Arbetets syfte har varit att undersöka om motorer av olika fabrikat uppfyllt AGA:s krav samt att ge vissa praktiska anvisningar, vilka kan vara nytta vid exempelvis en leveranskontroll.

Både teoretiska beräkningar och praktiska mätningar har gjorts. Materialet har disponerats på följande sätt:

- Kap. 1 ger en allmän beskrivning av den tröghetsdämpade servomotorn och exempel på användningsområden.
- Kap. 2 upptar en härledning av motorns överföringsfunktion och en kort diskussion om felkoefficienterna.
- Kap. 3 behandlar mätapparaturen och mätuppställning.
- Kap. 4 redovisar mätningar på tachometern och mätresultaten för tre olika motortyper.
- Kap. 5 innehåller de teoretiska beräkningarna. Här visas approximativa samband mellan hörnfrekvenserna och de frekvenser för vilka faskurvan antar sina extremvärden.
Ett analytiskt uttryck för frekvenssvaret härledes.
Vidare beräknas hörnfrekvenserna för den ena motortypen ur dess mekaniska data.
- Kap. 6 upptar en simulering av servosystemet på analogimaskin. Här redovisas stegsvaret för olika värden på hörnfrekvenserna och ett frekvenssvar.
- Kap. 7 ger en jämförelse mellan resultaten i kap. 6 och stegsvaret i det verkliga systemet.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 0.4

Efter sammanfattningen följer ett appendix med detaljerade anvisningar för uppmätning av överföringsfunktionen med Solartron-utrustningen.

AGA

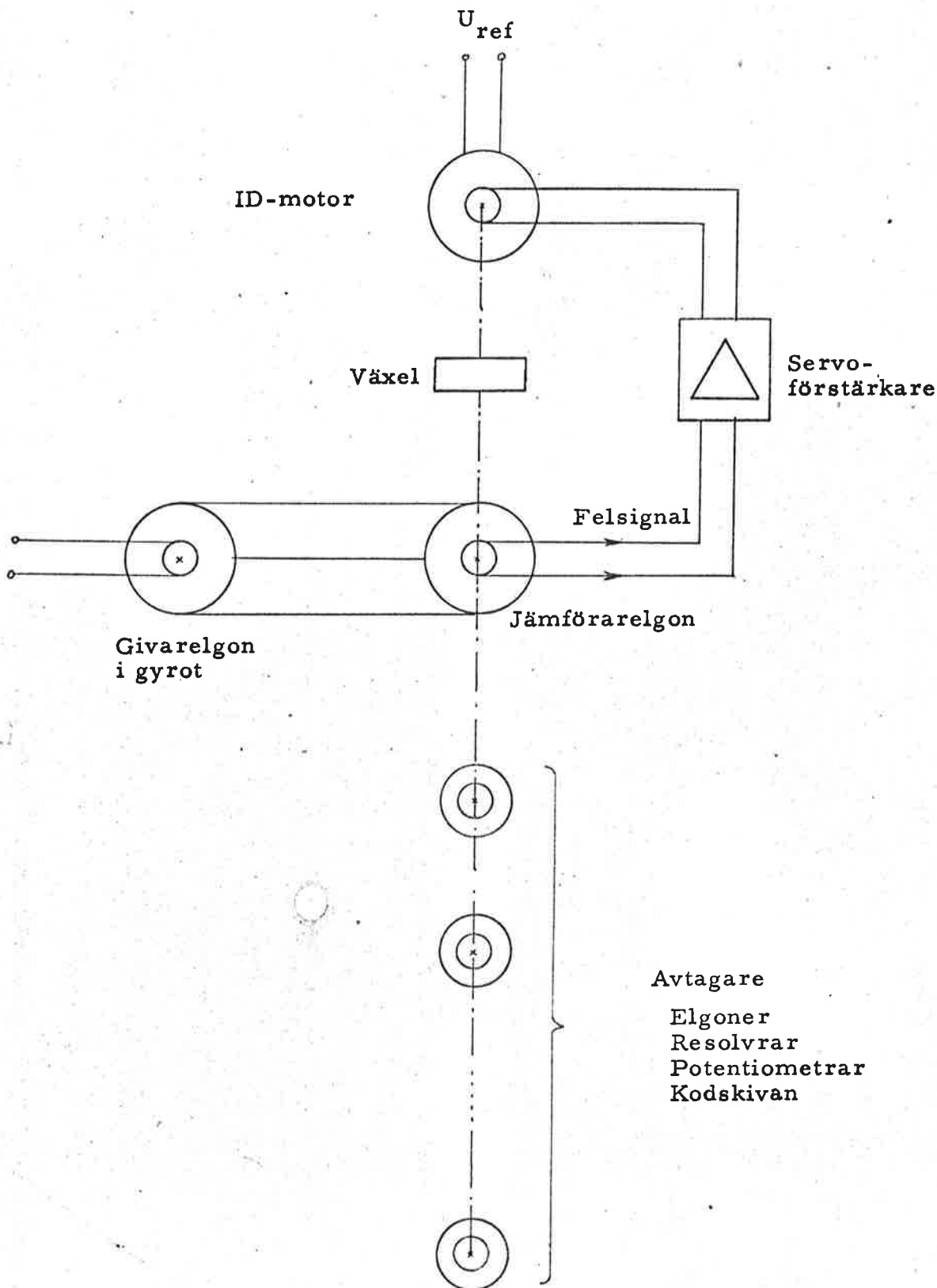
RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

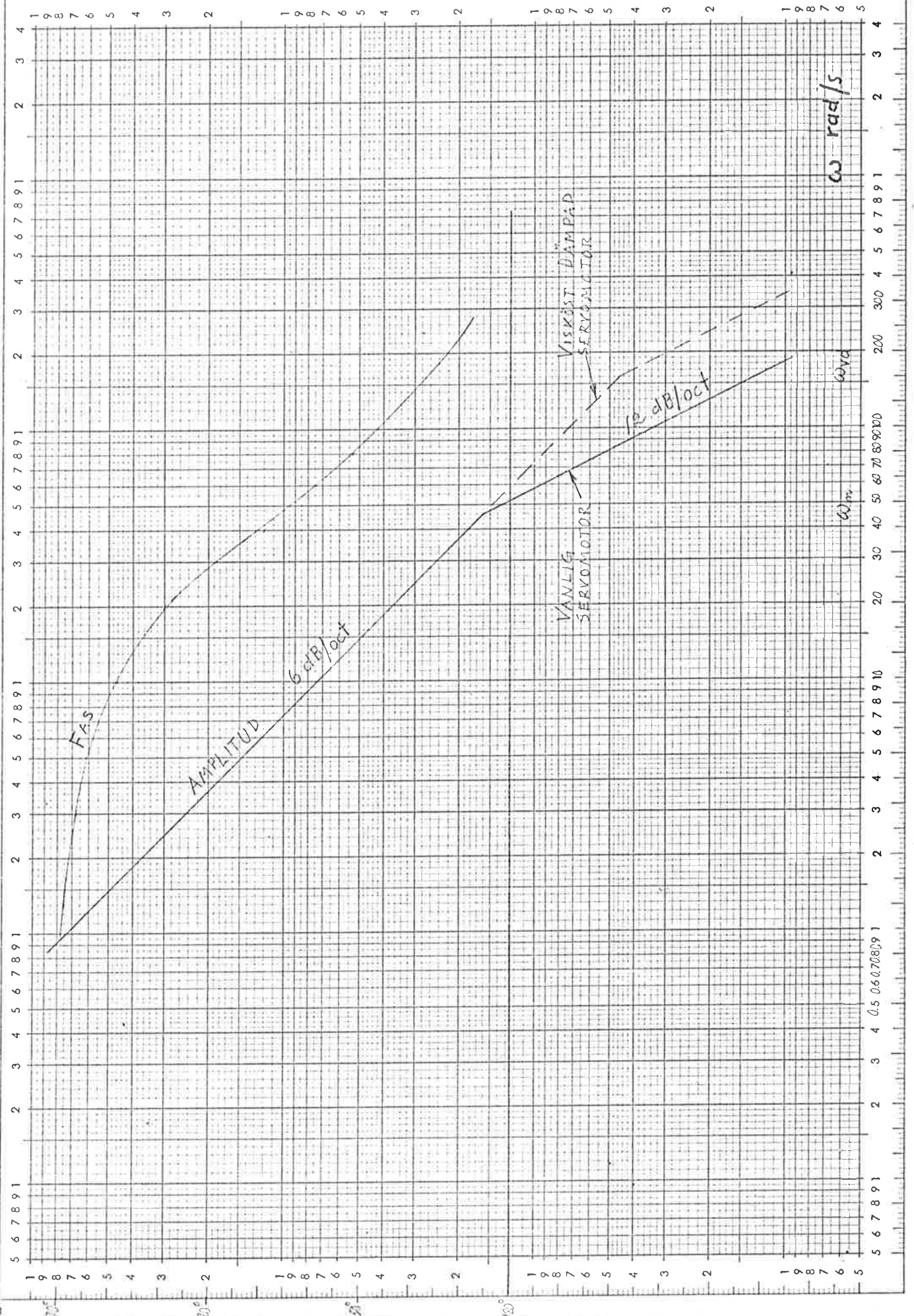
ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 1:4



$$\frac{\theta}{V} = \frac{K}{s(sT + 1)}$$

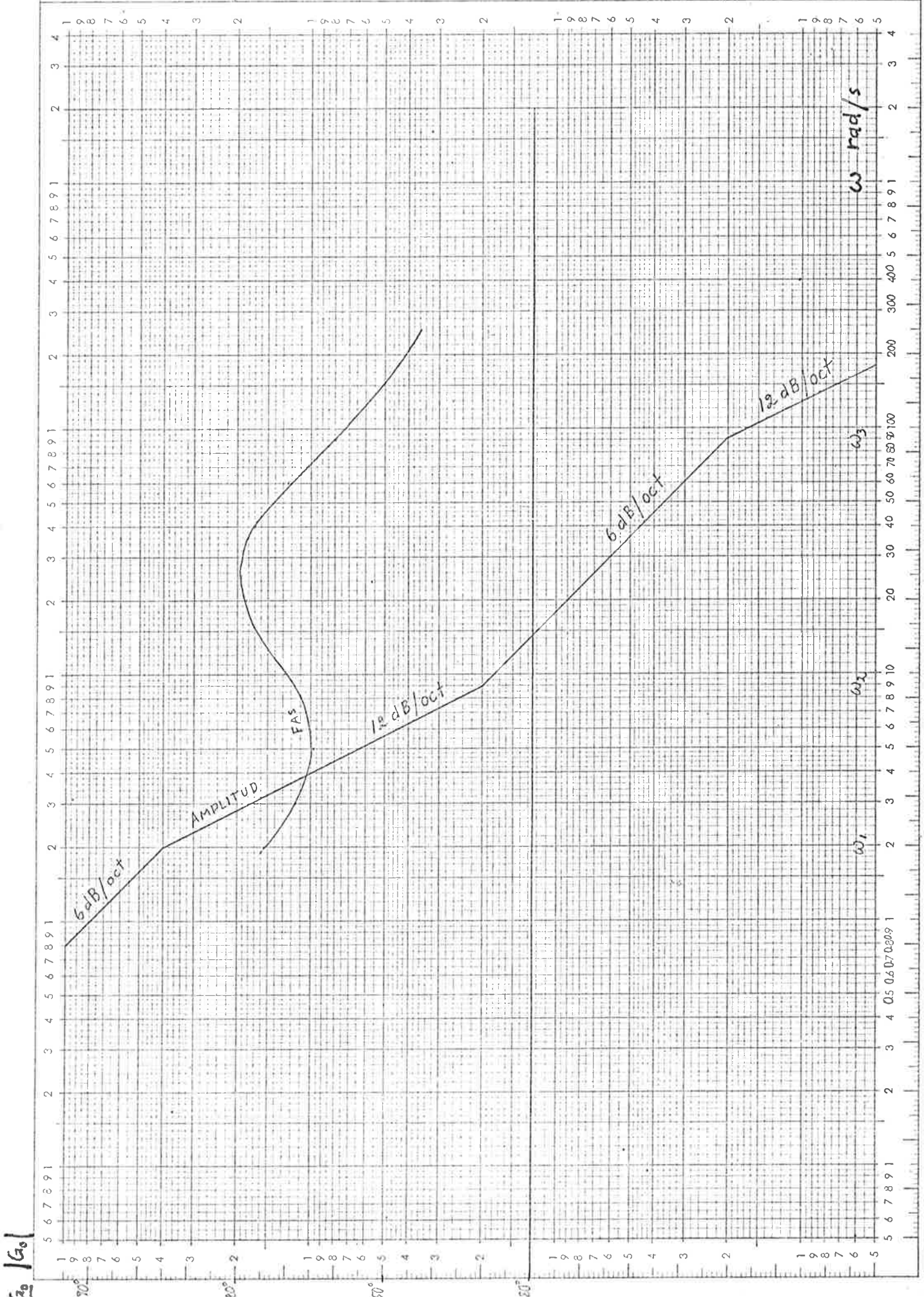


Bodedigram

Tröghetsdämpad servomotor

Diagram 1:2

$$\frac{\theta}{V} = \frac{K(sT_2 + 1)}{s(sT_1 + 1)(sT_3 + 1)}$$



AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

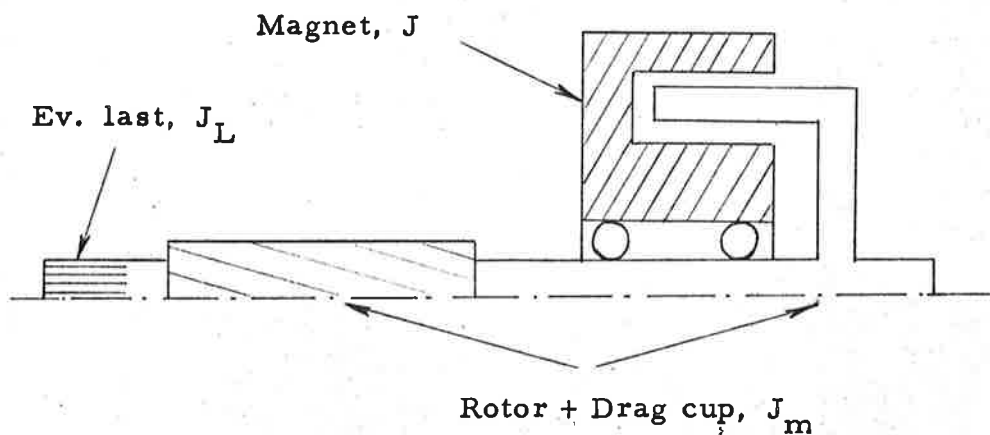
ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 2:1

Kap. 2 Härledning av ID-motorns överföringsfunktion

Motorns principiella utseende:



Beteckningar:

$$I = J_m + J_L$$

θ = Vinkelläget för motoraxeln

θ' = Vinkelläget för magneten

D = Virvelströmsdämpning

D_m = Viskös dämpning i motorn

T_D = Motorns drivande moment

K_m = Motorns förstärkning (Vinkelhast/Insp.)

V = Inspänning dvs $T_D = K_m D_m V$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 2:2

För rotor + dragcup och ev. reflekterad last:

$$I \ddot{\theta} = T_D - D_m \dot{\theta} - D (\dot{\theta} - \dot{\theta}') \quad (1)$$

För magneten gäller:

$$J \ddot{\theta}' = D (\dot{\theta} - \dot{\theta}') \quad (2)$$

Laplacetransformering ger

$$I s^2 \theta = K_m D_m V - (D_m + D) s \theta + D s \theta' \quad (1')$$

$$J s^2 \theta' = D s \theta - D s \theta' \quad (2')$$

Ur (2') fås

$$\theta' = \frac{D s}{J s^2 + D s} \theta$$

Insatt i (1'):

$$[I s^2 + (D_m + D) s - D s \frac{D}{J s + D}] \theta = K_m D_m V$$

$$[I J s^3 + J (D_m + D) s^2 + I D s^2 + D D_m s + D^2 s - D^2 s] \theta =$$

$$= K_m D_m V (J s + D)$$

$$\therefore \frac{\theta}{V} = \frac{K_m D_m (J s + D)}{s [I J s^2 + (J D_m + J D + I D) s + D D_m]}$$

Faktoreering av uttrycket ger

$$\frac{\theta}{V} = \frac{K_m (s T_2 + 1)}{s (s T_1 + 1) (s T_3 + 1)}$$

där

$$T_2 = \frac{J}{D}$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 2:3

$$T_1 = \frac{J(D + D_m) + ID + \sqrt{J^2(D + D_m)^2 + 2JID(D - D_m) + I^2 D^2}}{2DD_m}$$

$$T_3 = \frac{J(D + D_m) + ID - \sqrt{J^2(D + D_m)^2 + 2JID(D - D_m) + I^2 D^2}}{2DD_m}$$

Eventuellt kan följande approximationer göras

$$T_1 = \frac{J(D + D_m)}{DD_m}$$

$$T_3 = \frac{I}{D + D_m}$$

Detta är tillåtet om

$$\frac{ID^2}{D + D_m} \ll J(D + D_m) + ID \frac{D_m}{D + D_m}$$

ty då får överföringsfunktionen utseendet

$$\frac{\theta}{V} = \frac{K_m D_m (Js + D)}{s [IJs^2 + (JD_m + JD + ID \frac{D_m}{D + D_m}) s + DD_m]}$$

Överföringsfunktionen är av typen

$$G_o(s) = \frac{K_1 B(s)}{s^1 A(s)}$$

dvs dess typnummer är $n = 1$

Detta innebär att vid återkoppling på vanligt sätt blir felkoefficienterna

$$e_0 = 0$$

$$e_1 = \frac{1}{k_1}$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 2:4

Om inga andra komponenter införes i kretsen blir

$$k_1 = K_m$$

K_m anger den hastighet med vilken utgående axeln roterar för en konstant inspanning och kallas även hastighetskonstanten.

Följefelet vid rampsignal blir alltså mindre ju större K_m är.

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 3:1

Kap. 3 Mätapparatur, allmän beskrivning

För uppmätning av ID-motorns överföringsfunktion användes en uppställning enligt fig. 3:1. Huvudkomponenterna i denna är:

ID-motor

Tröghetsdämpad servomotor under test.

Tachogenerator

I stället för att mäta vinkeln hos ID-motorns axel mätes dess derivata, dvs vinkelhastigheten med hjälp av en tachogenerator.

Tachogeneratorns utsignal $y(t)$ är en växelspänning, vars amplitud är proportionell mot varvtalet. Uttryckt med Laplacetransformen är

$$y(s) = M s \theta(s)$$

där θ är axelns vinkelläge och
 M är tachometerkonstanten.

Se vidare Kap. 4 Mätresultat.

Spänningskälla

För drift av ID-motorn samt för tachogeneratorns excitationsspänning användes 400 Hz växelspänning med olika faslägen och amplitud.

För att i samtliga fall kunna ha en spänningsutgång på jordpotential användes en

Isolationstransformator

För generering av lämplig modulerande frekvens, modulering och demodulering av bärfrekvensen samt bestämning av ID-motorns förstärkning och fasförskjutning användes en SOLARTRON-utrustning bestående av följande tre delar:

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 3:2

Low-frequency decade oscillator OS 103 med frekvensområdet 0.01 Hz - 11.1 Hz samt möjlighet till frekvensmultiplikation 10, 100 och 1000 ggr.

Frekvensnoggrannhet: ± 1.5 % upp till 5 kHz. Den balanserade utspänningen (10 V RMS) kopplas till

TFA Carrier Converter JX 541 där den 400-periodiga bärvågen moduleras och skickas in på testobjektet. Modulerande frekvens bör enligt fabrikanter ej överstiga 10 % av bärfrekvensen (i detta fall 400 Hz).

Utsignal från testobjektet demoduleras och överföres till

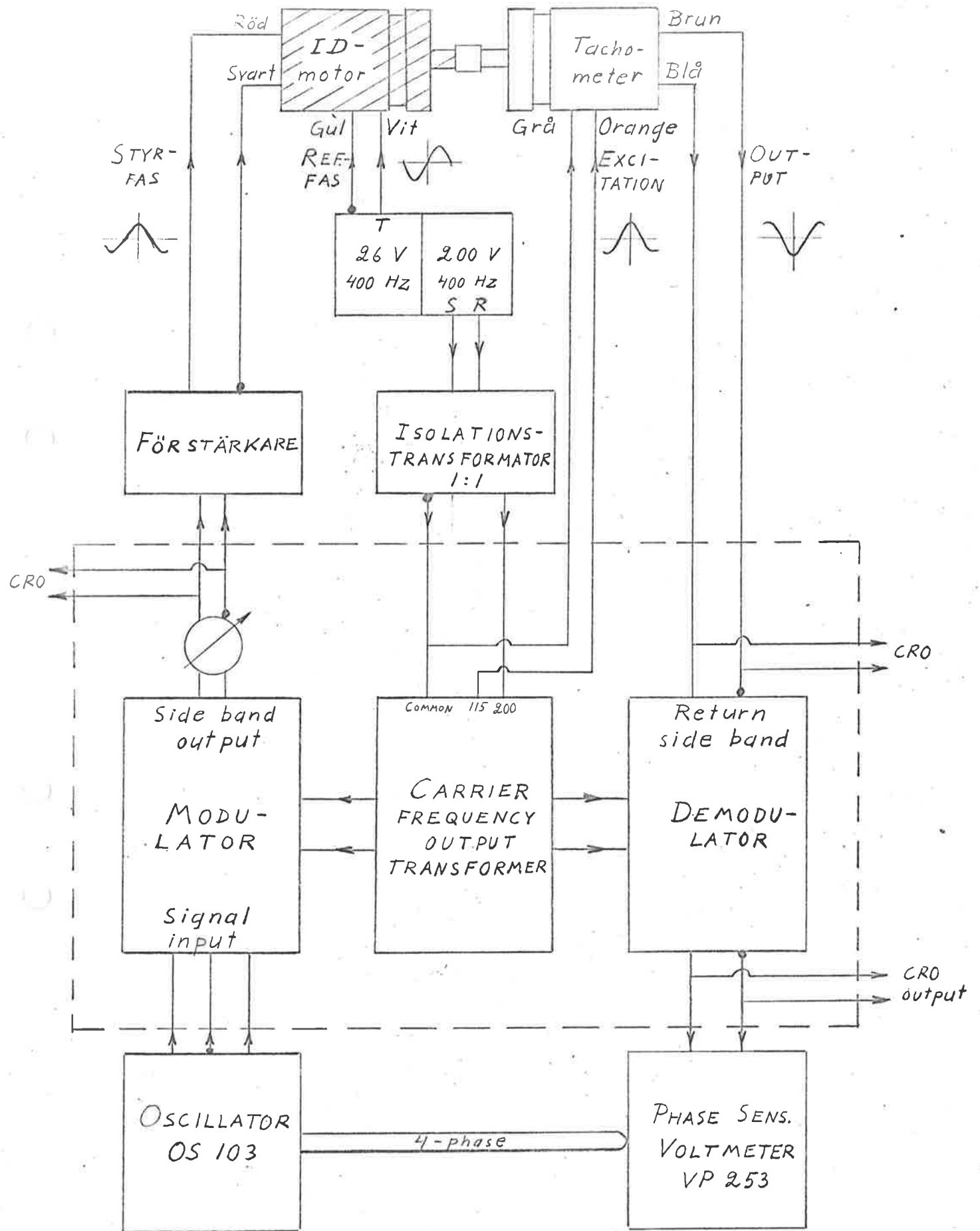
L. F. Phase Sensitive Voltmeter VP 253 där två voltmetrar anger spänningen ptp i fas ("Reference") och vinkelrät däremot ("Quadrature") hänfört till utsignalen från oscillator OS 103 från vilken en fyrfasig anslutning gjorts.

Härur kan en del av testobjektets dynamiska egenskaper beräknas.

Voltmetrarnas noggrannhet inom området 0.5 Hz - 1 kHz är ± 3 % av fullt utslag.

Då uteffekten från modulatorens endast är ungefär 400 mW medan ID-motorn kräver upp till några watt, kopplas en 2250 MB Power amplifier på ingången till motorns kontrollfas.

Fig. 3:1. BLOCKSCHEMA



• anger jordpunkt

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 4:1

Kap. 4 Mätresultat

4.1 Kalibrering av tachometern

För mätning av ID-motorns vinkelhastighet användes en Vactric Tachogenerator 11 MG 180 med bortsvarvad rotor.

Nollspänningen (residual voltage) minimerades till 5.6 mV effektivvärde.

Utspänningen U som funktion av varvtalet n återfinnes i diagram 4:1.

Ur detta bestäms tachometerkonstanten.

$$M = \frac{3}{5040} \text{ Volt/RPM} =$$
$$= 0.0357 \text{ V/varv per sek.}$$

4.2 Bestämning av tachometerns tröghetsmoment

För att utröna storleksordningen av den last, som tachometerinkopplingen innebär, bestämdes tröghetsmomentet för dess roterande delar (med undantag för lagerna) med hjälp av torsionspendelmetoden.

Jämförelsekroppens data:

Massa $m = 0.316 \text{ kg}$

Diameter $d = 46 \text{ mm}$

Periodtid $T_1 = 28.01 \text{ s}$

Tröghetsmomentet för en homogen cylindrisk kropp:

$$J_1 = m \frac{d^2}{8}$$

Med data enligt ovan

$$J_1 = 0.838 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 4:2

Provkroppens data

Periodtid $T_2 = 0.551 \text{ s}$

Tröghetsmoment J_2

Nu gäller

$$\frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2$$

vilket ger

$$J_2 = 0.325 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2 = 0.325 \text{ g cm}^2$$

4.3

Uppmätning av överföringsfunktionen

Vernitron 11D4A - BHO - D3 S/N 24

Styrspänning $\sqrt{2} \cdot 20 \text{ V}$ toppvärde

Startspänning, fri: 0.6 V

uppkopplad: 0.6 V

Motorvarvtal utan last: 6980 varv/min.

Inmatad ström och effekt:

Utan last: 0.28 A 2.1 W

Med fastbromsad

rotor: 0.33 A 4.8 W

Fas- och amplitudkurvorna återfinnes i diagram 4:2.

Av praktiska skäl har amplitudvärdet angetts som

$$|G_o'| = \sqrt{\frac{\text{Ref} + \text{Quad}}{M \cdot f}}$$

där Ref och Quad anger de båda vultmetrarnas utslag och M är tachometerkonstanten.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 | ING. Kjell Werner | RAPPORT N:R 1491 | SIDA N:R 4:3

Låt f_{\min} och f_{\max} beteckna de frekvenser för vilka faskurvan antar sina extremvärden.

Ur diagrammet, med hjälp av sambanden på sid. 5:3, beräknades hörnfrekvenserna till

$$f_1 = 0.64 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 5.6 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 26 \text{ Hz}$$

$$f_{\min} = 1.9 \text{ Hz}$$

$$f_{\max} = 12 \text{ Hz}$$

Enligt firmakatalogen, som ger motorns hörnfrekvenser utan last, gäller att

$$f_1 = 0.64 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 5.6 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 48 \text{ Hz}$$

En jämförelse visar att överensstämmelsen är mycket god utom då det gäller f_3 .

En diskussion om de på olika sätt bestämda hörnfrekvensvärdena återfinnes i Kap. 5.5.

Moore Reed 11D4A-103 nr 58524A

Styrspänning: $\sqrt{2} \cdot 10 \text{ V}$ toppvärde

Startspänning, fri: 0.08 V

uppkopplad: 0.11 V

Motorvarvtal utan last: 6930 varv/min.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 4:4

Inmatad ström och effekt:

Utan last: 0.56 A 1.9 W

Med fastbromsad

rotor: 0.66 A 3.8 W

Fas- och amplitudkurvorna återfinnes i diagram 4:3.

Hörfrekvenserna beräknades till

$$f_1 = 0.42 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 0.9 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 8.0 \text{ Hz}$$

$$f_{\min} = 0.62 \text{ Hz}$$

$$f_{\max} = 27 \text{ Hz}$$

Överensstämmelsen med firmadata är i detta fallet mycket dålig, se vidare Kap. 5.5. (Firmadata samma som för Vernitronmotorn.)

Kearfott CR 413 000 15 nr A3

Styrspänning: $\sqrt{2} \cdot 18 \text{ V}$ toppvärde

Startspänning: fri: 0.23 V

uppkopplad: 0.26 V

Motorvarvtal utan last: 6.800 varv/min.

Inmatad ström och effekt:

Utan last: 0.30 A 1.7 W

Med fastbromsad

rotor: 0.35 A 4.5 W

Fas- och amplitudkurvorna återfinnes i diagram 4:4.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R

4:5

Hörfrekvenserna beräknades till

$$f_1 = 0.60 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1.5 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 13 \text{ Hz}$$

$$f_{\min} = 0.95 \text{ Hz}$$

$$f_{\max} = 4.4 \text{ Hz}$$

Motorns hörfrekvenser enligt firmakatalog

$$f_1 = 0.60 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1.6 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 19.9 \text{ Hz}$$

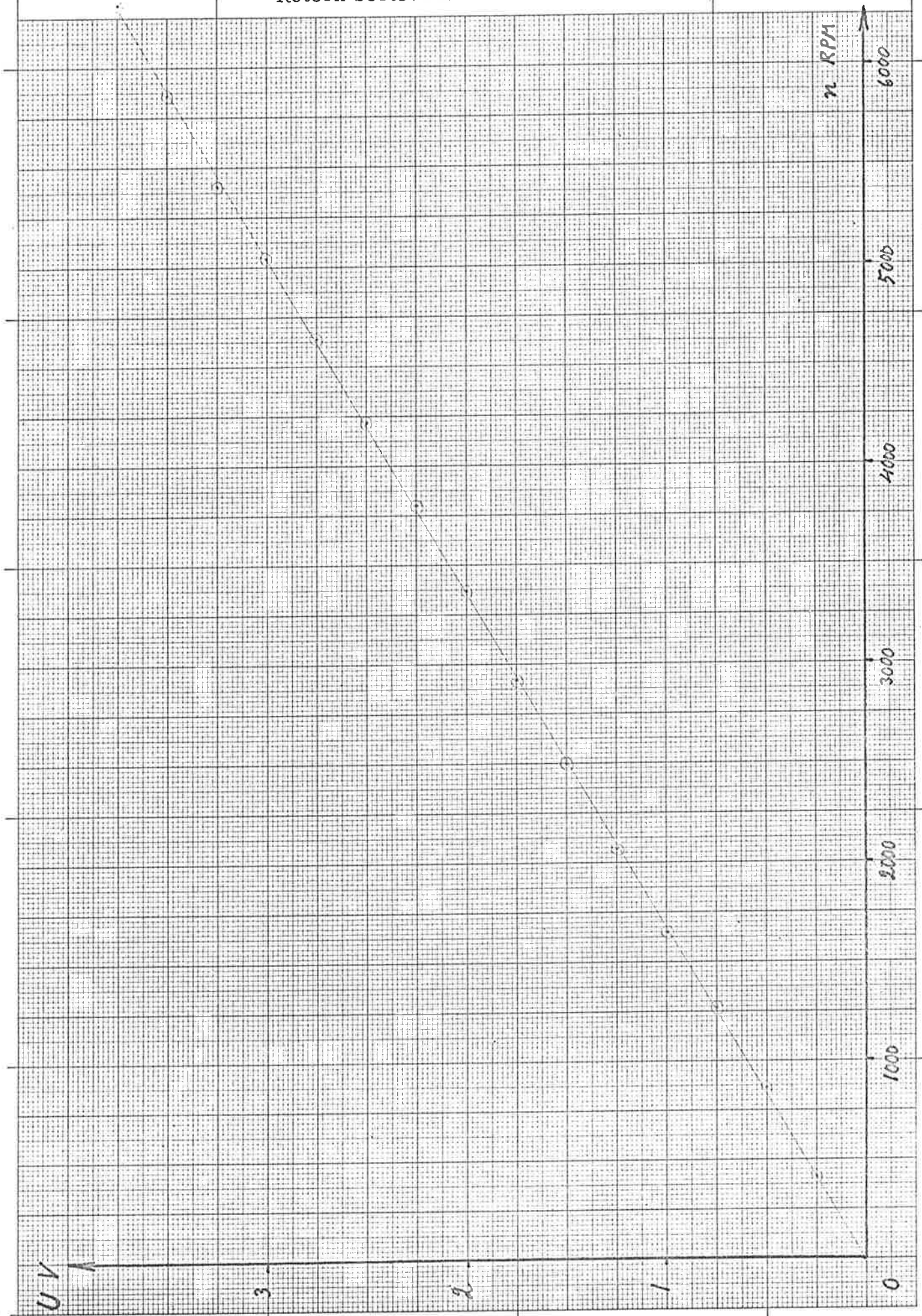
Liksom vid Vernitronmotorn gäller här att överensstämmelsen för f_1 och f_2 är mycket god medan det experimentellt bestämda värdet på f_3 ligger lägre än det som angetts av firman.

Se även kap. 5.5.

Vactric
11MG180

Tachometerkarakteristik
 $U = f(n)$
Rotorn bortsvavrad

Diagram 4:1

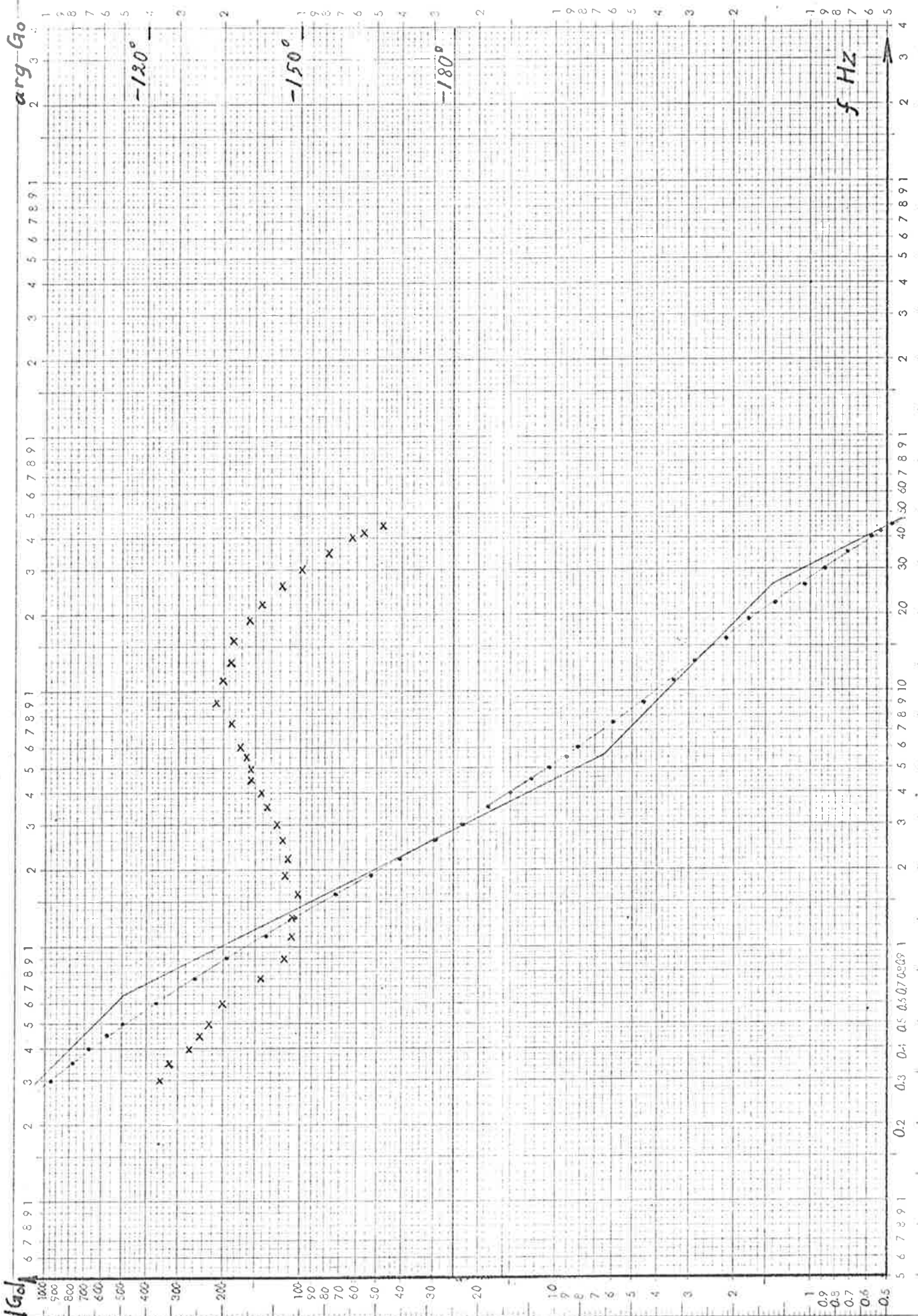


SIS 732501 - 514 A4 - 1 x 1 mm

Vernitron
11D4A-BH0-D3
S/N 24

Experimentellt bestämt Bodediagram
Asymptoternas brytfrekvenser:
 $f_1 = 0.64 \text{ Hz}$ $f_2 = 5.6 \text{ Hz}$ $f_3 = 26 \text{ Hz}$

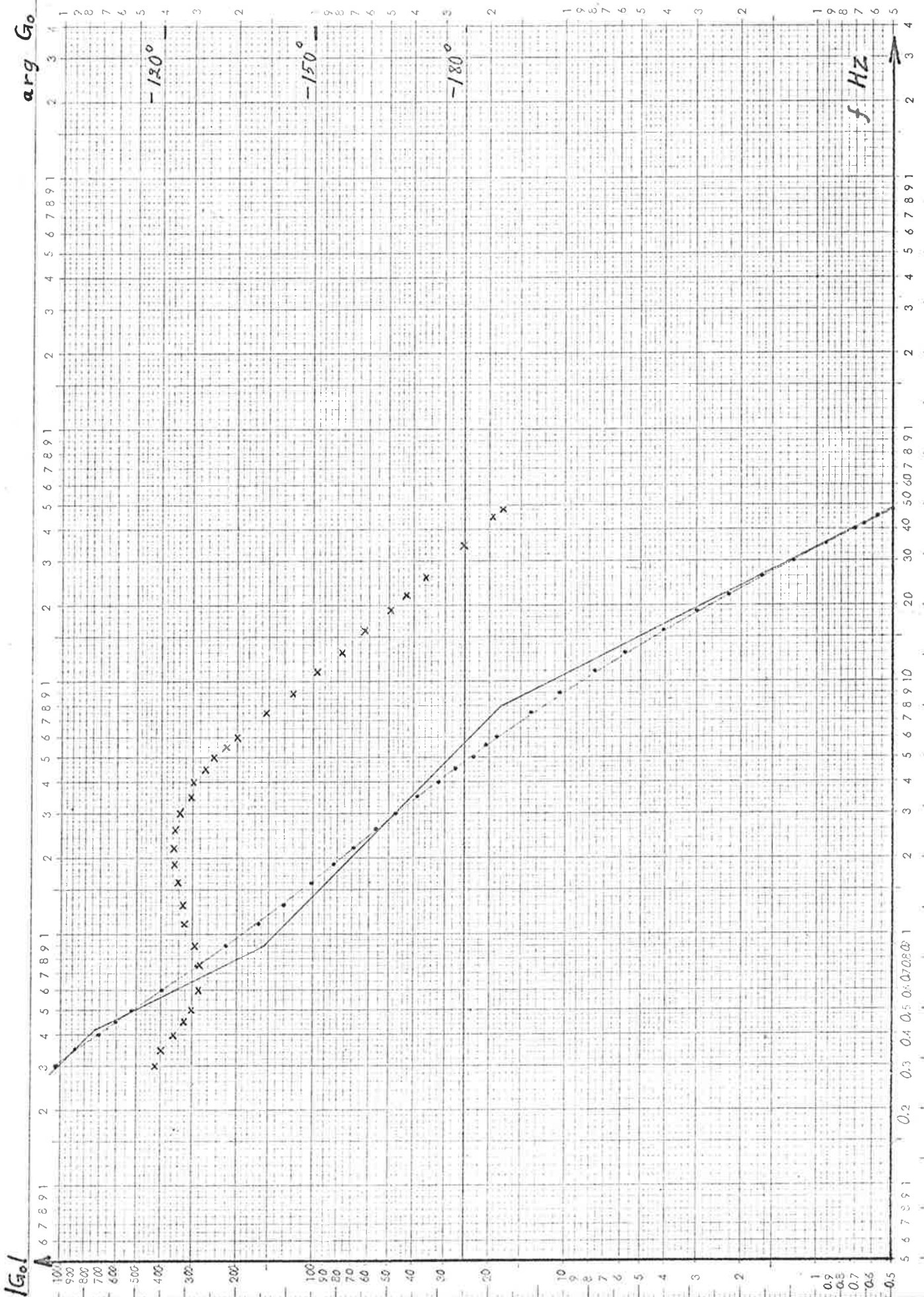
Diagram 4:2



Moore Reed
11D4A-103
58524A

Experimentelt bestemt Bodediagram
Asymptoternas brytfrekvenser:
 $f_1 = 0.42 \text{ Hz}$ $f_2 = 0.90 \text{ Hz}$ $f_3 = 8 \text{ Hz}$

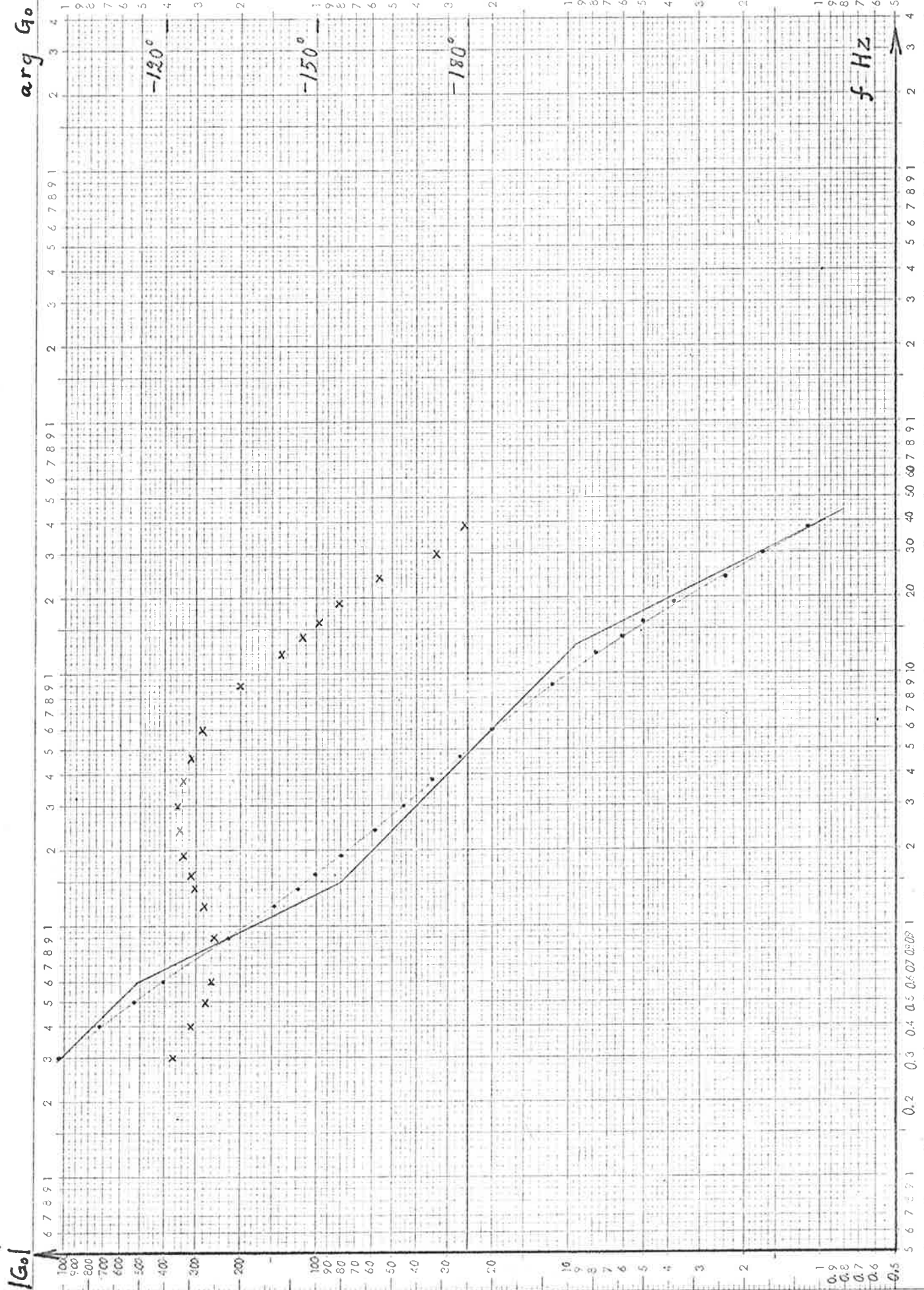
Diagram 4:3



Kearfott
CR 413 000 15
A3

Experimentelt bestemt Bodediagram
Asymptoternas brytfrekvenser:
 $f_1 = 0.6 \text{ Hz}$ $f_2 = 1.5 \text{ Hz}$ $f_3 = 13 \text{ Hz}$

Diagram 4:4



RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:1

Kap. 5 Beräkningar5.1 Allmänt

Då ID-motorns överföringsfunktion är känd, är det mycket enkelt att få en ungefärlig uppfattning om förstärkningens och fasförskjutningens frekvensberoende.

I det följande kommer i viss mån det omvända problemet att behandlas:

Utgående från en experimentell bestämning av förstärkning och fasförskjutning skall överföringsfunktionen bestämmas. Dess form antages överensstämma med den som tidigare härletts, varför det blir tidskonstanterna eller hörnfrekvenserna som skall beräknas.

Ur förstärkningskurvans gång i Bode-diagrammet kan man i princip bestämma hörnfrekvenserna genom att dra asymptoterna till kurvan. Deras skärningspunkter anger hörnfrekvenserna. I praktiken är det emellertid ganska svårt att någorlunda noggrannt ange asymptoternas läge. Önskvärt vore, att också utnyttja den information, som faskurvan kan ge.

I det följande skall visas att det approximativt gäller ett enkelt samband mellan de tre tidskonstanterna och läget av faskurvans maximum och minimum. Härur kan tidskonstanternas inbördes storleksförhållanden bestämmas. Detta kan ske med god precision genom att

Faskurvan antar sitt maximum och minimum vid distinkta, enkelt bestämbara frekvenser.

Fasbestämningen använder sig endast av de inbördes förhållandena mellan voltmeterutslagen Reference och Quadrature. Amplitudbestämningen (förstärkningskurvan) däremot, kräver mycket god linearitet av den faskänsliga voltmeteren över det aktuella frekvensområdet.

Ett försök att analytiskt bestämma extremvärdenas exakta beroende av

tidskonstanterna misslyckades, men redovisas.

Beteckningar:

$\alpha = \arg G_0$ Fasförskjutningen

f Frekvens

$f_i = \frac{1}{2\pi T_i}$ $i = 1, 2, 3$ Hörfrekvenser och Tidskonstanter

5.2 Ett approximativt samband mellan hörfrekvenserna och de frekvenser för vilka faskurvan antar sina extremvärden

Ur överföringsfunktionen

$$G_0(s) = \frac{\theta}{V} = \frac{K(1 + sT_2)}{s(1 + sT_1)(1 + sT_3)}$$

fås

$$\alpha = \arg G_0 = \arctan \omega T_2 - \arctan \omega T_1 - \arctan \omega T_3 - \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{d\alpha}{d\omega} = \frac{T_2}{1 + \omega^2 T_2^2} - \frac{T_1}{1 + \omega^2 T_1^2} - \frac{T_3}{1 + \omega^2 T_3^2} =$$

$$= \frac{1}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)}$$

$$\cdot [(T_1^2 T_2 T_3^2 - T_1 T_2^2 T_3^2 - T_1^2 T_2^2 T_3) \omega^4 +$$

$$+ (T_1^2 T_2 + T_2 T_3^2 - T_1 T_2^2 - T_1 T_3^2 - T_1^2 T_3 -$$

$$- T_2^2 T_3) \omega^2 + (T_2 - T_1 - T_3)]$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:3

Om derivatan sättes = 0, kan denna ekvation i princip lösas, men lösningen blir ohanterlig. I stället göres följande approximation (tidskonstanterna antages skilja sig med ca en tiopotens från varandra):

I det ursprungliga uttrycket för derivatan försummas T_3 -termen vid bestämningen av α_{\min} , dvs vid låga frekvenser. På motsvarande sätt försummas T_1 -termen vid bestämningen av α_{\max} (höga frekvenser). Detta ger:

$$\frac{d\alpha}{d\omega} = \frac{T_2}{1 + \omega^2 T_2^2} - \frac{T_1}{1 + \omega^2 T_1^2} = 0$$

och

$$\frac{d\alpha}{d\omega} = \frac{T_2}{1 + \omega^2 T_2^2} - \frac{T_3}{1 + \omega^2 T_3^2} = 0$$

De vinkelfrekvenser ω_{\min} och ω_{\max} för vilka faskurvan antar sina extremvärden blir

$$\omega_{\min} = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{T_2 T_3}}$$

vilket ger

$$T_2 = \frac{1}{\omega_{\min}^2 \cdot T_1}$$

$$T_3 = \frac{1}{\omega_{\max}^2 \cdot T_2}$$

eller

$$f_2 = \frac{f_{\min}^2}{f_1}$$

$$f_3 = \frac{f_{\max}^2}{f_2}$$

Med hjälp av dessa samband och amplitudkurvan kan hörnfrekvensernas lägen sedan bestämmas genom passningsförfarande.

5.3 Ett analytiskt uttryck för frekvenssvaret

I det följande skall härledas ett analytiskt uttryck för utsignalen, då insignalen är en sinusfunktion.

En minimal realisation av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}$$

ges av

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [b_1 \quad b_2 \quad b_3] x$$

sätt

$$G(s) = G_0(s) = \frac{\theta}{V} = \frac{K(sT_2 + 1)}{s(sT_1 + 1)(sT_3 + 1)} =$$

$$= \frac{\frac{KT_2}{T_1 T_3} s + \frac{K}{T_1 T_3}}{s^3 + \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3} s^2 + \frac{1}{T_1 T_3} s}$$

En jämförelse med det allmänna uttrycket för $G(s)$ ger:

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:5

$$\begin{aligned} b_1 &= 0 & a_1 &= \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3} \\ b_2 &= \frac{K T_2}{T_1 T_3} & a_2 &= \frac{1}{T_1 T_3} \\ b_3 &= \frac{K}{T_1 T_3} & a_3 &= 0 \end{aligned}$$

Systemet av differentialekvationer blir då

$$\dot{x}_1 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = x_2 \quad (3)$$

$$y = b_2 x_2 + b_3 x_3 \quad (4)$$

(1) och (2) ger

$$\ddot{x}_2 = -a_1 \dot{x}_2 - a_2 x_2 + u \quad (5)$$

Homogena ekvationen har karakteristiska ekvationen

$$r^2 + a_1 r + a_2 = 0$$

med lösningarna

$$r = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}$$

$$r_1 = -\frac{1}{T_1}$$

$$r_2 = -\frac{1}{T_3}$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:6

Lösningen till homogena ekvationen blir

$$x_2(t) = A e^{-\frac{t}{T_1}} + B e^{-\frac{t}{T_3}}$$

där A och B är godtyckliga konstanter.

Med sinusformad insignal

$$u = U \sin \omega t$$

ansättes en partikulärlösning

$$x_2 = D \sin \omega t + E \cos \omega t$$

Insatt i (5) fås

$$\begin{aligned} & a_2 (D \sin \omega t + E \cos \omega t) + a_1 (D \omega \cos \omega t - E \omega \sin \omega t) + \\ & + (-D \omega^2 \sin \omega t - E \omega^2 \cos \omega t) = \\ & = (a_2 D - D \omega^2 - a_1 E \omega) \sin \omega t + (a_2 E - E \omega^2 + a_1 D \omega) \cos \omega t \\ & = U \sin \omega t \end{aligned}$$

Identifiering av koefficienten ger

$$D = - \frac{\omega^2 - a_2}{(\omega^2 - a_2)^2 + (a_1 \omega)^2} U$$

$$E = - \frac{a_1 \omega}{(\omega^2 - a_2)^2 + (a_1 \omega)^2} U$$

Den fullständiga lösningen till ekvation (5) är alltså

$$x_2(t) = A e^{-\frac{t}{T_1}} + B e^{-\frac{t}{T_3}} + D \sin \omega t + E \cos \omega t$$

med D och E enligt ovan.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:7

Vidare är enligt ekvation (2)

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{d}{dt} x_2(t) = \\ &= -\frac{A}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{B}{T_3} e^{-\frac{t}{T_3}} + D\omega \cos \omega t - E\omega \sin \omega t \end{aligned}$$

samt enligt (3)

$$\begin{aligned} x_2(t) &= \frac{d}{dt} x_3(t) \quad \text{dvs} \\ x_3(t) &= -AT_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - BT_3 e^{-\frac{t}{T_3}} - \\ &\quad - \frac{D}{\omega} \cos \omega t + \frac{E}{\omega} \sin \omega t + G \end{aligned}$$

där G är en integrationskonstant.

För att bestämma konstanternas värden antages samtliga tillstånd vara noll vid $t = 0$:

$$x_1(0) = -\frac{A}{T_1} - \frac{B}{T_3} + D\omega = 0$$

$$x_2(0) = A + B + E = 0$$

$$x_3(0) = -AT_1 - BT_3 - \frac{D}{\omega} + G = 0$$

Härur erhålles

$$A = \frac{T_1 E + \omega T_1 T_3 D}{T_3 - T_1}$$

$$B = -\frac{T_3 E + \omega T_1 T_3 D}{T_3 - T_1}$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 ING. Kjell Werner RAPPORT N:R 1491 SIDA N:R 5:8

$$G = - (T_1 + T_3) E - \omega T_1 T_3 D + \frac{D}{\omega}$$

Utsignalen blir enligt (4):

$$\begin{aligned} y &= b_2 x_2 + b_3 x_3 = \\ &= AK \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_3} e^{-\frac{t}{T_1}} + BK \frac{T_2 - T_3}{T_1 T_3} e^{-\frac{t}{T_3}} + \\ &\quad + \frac{K}{T_1 T_3} \left[(T_2 D + \frac{E}{\omega}) \sin \omega t + (T_2 E - \frac{D}{\omega}) \cos \omega t \right] + b_3 G \end{aligned}$$

Detta kan skrivas om, om man inför F och α definierade av

$$\begin{cases} F \sin \alpha = T_2 E - \frac{D}{\omega} \\ F \cos \alpha = T_2 D + \frac{E}{\omega} \end{cases}$$

vilket ger

$$\begin{cases} F = \sqrt{(D^2 + E^2) (T_2^2 + \frac{1}{\omega^2})} \\ \alpha = \arcsin \frac{T_2 E - \frac{D}{\omega}}{F} \end{cases}$$

Utsignalen kan då skrivas

$$\begin{aligned} y &= \frac{K}{T_1 - T_3} \left[\left(\frac{E}{T_3} + \omega D \right) (T_1 - T_2) e^{-\frac{t}{T_1}} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{E}{T_1} + \omega D \right) (T_2 - T_3) e^{-\frac{t}{T_3}} \right] + \\ &\quad + \frac{K}{T_1 T_3} \left[\sqrt{(D^2 + E^2) (T_2^2 + \frac{1}{\omega^2})} \sin (\omega t + \alpha) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{D}{\omega} - \omega T_1 T_3 D - (T_1 + T_3) E \right] \end{aligned}$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R

5:9

Uttrycket inom första klammern representerar transienta fenomen vid starten, varför utsignalen efter insvängningsförloppet blir

$$y = \frac{K}{T_1 T_3} \left[\sqrt{(D^2 + E^2) \left(T_2^2 + \frac{1}{\omega^2} \right)} \sin(\omega t + \alpha) + \frac{D}{\omega} - \omega T_1 T_3 D - (T_1 + T_3) E \right]$$

$$\alpha = \arcsin \frac{T_2 E - \frac{D}{\omega}}{\sqrt{(D^2 + E^2) \left(T_2^2 + \frac{1}{\omega^2} \right)}}$$

α kan förenklas till följande uttryck, vilket ger fasförskjutningen som funktion av insignalens vinkelfrekvens och med ID-motorns tidskonstanter som parametrar.

$$\alpha = \arcsin \frac{[T_2 (T_1 + T_3) - T_1 T_3] \omega^2 + 1}{\sqrt{(\omega^2 T_1^2 + 1) (\omega^2 T_2^2 + 1) (\omega^2 T_3^2 + 1)}}$$

Försöket att finna explicita uttryck för de frekvenser vid vilka α antar sina extremvärden misslyckades emellertid.

Derivering av α ger nämligen att de sökta frekvenserna återfinnes bland rötterna till ekvationen.

$$\begin{aligned} \omega^6 - 3 \frac{1}{T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)} \omega^4 - \\ - \left[\frac{T_1^2 + T_2^2 + T_3^2}{(T_1 T_2 T_3)^2} + 2 \frac{(T_1 T_3)^2 + (T_1 T_2)^2 + (T_2 T_3)^2}{(T_1 T_2 T_3)^2 [T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)]} \right] \omega^2 - \\ - \frac{(T_1 - T_2 + T_3)^2}{(T_1 T_2 T_3)^2 [T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)]} = 0 \end{aligned}$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R

5:10

5.4 Beräkning av hörnfrekvenserna ur uttrycket för överföringsfunktionen

Som framgår av härledningen av motorns överföringsfunktion påverkas T_3 och i någon mån även T_1 av en eventuell last på motorn.

De hörnfrekvenser som anges i datablad gäller motorn utan last, medan den experimentella bestämningen gjorts med en tachometer direktkopplad till motorn. I det följande skall därför en jämförelse göras mellan beräknade värden (med och utan hänsyn till last) och uppmätta värden. Härvid kommer dels de approximativa och dels de "exakta" uttrycken för tidskonstanterna att användas.

Som beräkningsgrund väljes de data som uppges för Vernitron 11D4A-ADO-DO (vilka även skall gälla för den licenstillverkade Moore Reed 11D4A-103) samt tachometerrotorns uppmätta tröghetsmoment. För fullständighetens skull medtages också de beräknade värdena för Kearfott CR 413 000 15.

Beteckningar samt storheter enligt datablad för Vernitronmotorn:

Max vridmoment $T_{D \max} = 0.63 \text{ oz in} = 4.45 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$

Max varvtal $n_{\max} = 6300 \text{ varv/min} = 105 \text{ varv/s}$

Tröghetsmoment,

Rotor $J_m = 1.5 \text{ gcm}^2 = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$

Magnet $J = 10 \text{ gcm}^2 = 10 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$

Last $J_L = 0.33 \text{ gcm}^2 = 0.33 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$

$I = J_m + J_L = 1.83 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$

Virvelströmsdämpning

$D = 350 \text{ dyn cm s/rad} = 350 \cdot 10^{-7} \text{ Nm s/rad}$

Motordämpning

$D_m = \frac{T_{D \max}}{n_{\max}} = 67.4 \cdot 10^{-7} \text{ Nm s/rad}$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R

5:11

I härledningen av överföringsfunktionen (Kap. 2) visades approximativa uttryck för tidskonstanterna. Villkoret var att

$$\frac{I D^2}{D + D_m} \ll J (D + D_m) + I D \frac{D_m}{D + D_m}$$

I det aktuella fallet fås

	$J_L = 0$	$J_L = 0.33 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$
VL	$4.40 \cdot 10^{-12}$	$5.37 \cdot 10^{-12}$
HL	$42.55 \cdot 10^{-12}$	$42.74 \cdot 10^{-12}$
$\frac{VL}{HL}$	10.3 %	12.6 %

De approximativa uttryckens användbarhet minskar alltså med ökande last.

Både exakt och approximativt, oberoende av lasten, är

$$T_2 = \frac{J}{D} = \frac{1}{35} \text{ s/rad} \quad (1)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} = 35 \text{ rad/s}$$

dvs $f_2 = 5.6 \text{ Hz}$

Approximativt gäller, oberoende av lasten,

$$T_1 = \frac{J (D + D_m)}{D D_m} = \frac{1}{5.65} \text{ s/rad} \quad (2)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 5.65 \text{ rad/s}$$

dvs $f_1 = 0.90 \text{ Hz}$

Approximativt gäller, då lasten försummas,

AGA

RUBR.	Tröghetsdämpade servomotorer		
DATUM	10/10 1968	ING. Kjell Werner	RAPPORT N:R 1491
			SIDA N:R 5:12

$$T_3 = \frac{J_m}{D + D_m} = \frac{1}{278} \quad \text{s/rad} \quad (3)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = 278 \quad \text{rad/s}$$

dvs $f_3 = 44 \text{ Hz}$

Approximativt gäller, då hänsyn tages till lasten,

$$T_3 = \frac{I}{D + D_m} = \frac{1}{228} \quad \text{s/rad} \quad (4)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = 228 \quad \text{rad/s}$$

dvs $f_3 = 36 \text{ Hz}$

"Exakt" gäller:

$$T_1 = \frac{1}{2DD_m} [J(D + D_m) + (J_m + J_L)D + \sqrt{J^2(D + D_m)^2 + 2J(J_m + J_L)D(D - D_m) + (J_m + J_L)^2 D^2}] \quad (5)$$

$$T_3 = \frac{1}{2DD_m} [J(D + D_m) + (J_m + J_L)D - \sqrt{J^2(D + D_m)^2 + 2J(J_m + J_L)D(D - D_m) + (J_m + J_L)^2 D^2}] \quad (6)$$

Om lasten försummas ($J_L = 0$), fås

$$T_1 = \frac{1}{5.10} \quad \text{s/rad}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 5.10 \quad \text{rad/s}$$

dvs $f_1 = 0.81 \text{ Hz}$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:13

$$T_3 = \frac{1}{314} \quad \text{s/rad}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = 314 \quad \text{rad/s}$$

dvs $f_3 = 50 \text{ Hz}$

Om hänsyn tages till lasten fås

$$T_1 = \frac{1}{5.00} \quad \text{s/rad}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 5 \quad \text{rad/s}$$

dvs $f_1 = 0.80 \text{ Hz}$

$$T_3 = \frac{1}{256} \quad \text{s/rad}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_3} = 256 \quad \text{rad/s}$$

dvs $f_3 = 41 \text{ Hz}$

Sammanfattning (Vernitron, Moore Reed):

(siffrorna inom parentes anger ekvation som använts eller var uppgifter hämtats)

			$f_1 \text{ Hz}$	$f_2 \text{ Hz}$	$f_3 \text{ Hz}$
Approximativt	Utan last (2, 1, 3)		0.90	5.6	44
	Med last (2, 1, 4)		0.90	5.6	36
Exakt	Utan last (5, 1, 6)		0.81	5.6	50
	Med last (5, 1, 6)		0.80	5.6	41
Experimentellt värde (Kap. 4.3)	Med last	Vernitron	0.64	5.6	26
		Moore Reed	0.42	5.9	8.0
Katalogvärde (Kap. 4.3)	Utan last	Vernitron	0.64	5.6	48
		Moore Reed	0.64	5.6	48

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 ING. Kjell Werner RAPPORT N:R · 1491 SIDA N:R · 5:14

Beteckningar samt storheter enligt datablad för Kearfottmotorn:

Max vridmoment	$T_{D \max}$	$= 0.60 \text{ oz in} = 4.24 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$
Max varvtal	n_{\max}	$= 6000 \text{ varv/min} = 100 \text{ varv/s}$
Tröghetsmoment,		
Rotor	J_m	$= 1.45 \text{ gcm}^2 = 1.45 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$
Magnet	J	$= 10 \text{ gcm}^2 = 10 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$
Last	J_L	$= 0.33 \text{ gcm}^2 = 0.33 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$
	I	$= J_m + J_L = 1.78 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$
Virvelströmsdämpning	D	$= (100 \pm 20) \cdot 10^{-7} \text{ Nm s/rad}$
Motordämpning	D_m	$= \frac{T_{D \max}}{n_{\max}} = 67.6 \cdot 10^{-7} \text{ Nm s/rad}$

Förhållandet mellan VL och HL i approximationsvillkoret (sid 5:11) blir nu:

	$J_L = 0$	$J_L = 0.33 \cdot 10^{-7} \text{ kgm}^2$
VL	$0.865 \cdot 10^{-12}$	$1.062 \cdot 10^{-12}$
HL	$17.34 \cdot 10^{-12}$	$17.48 \cdot 10^{-12}$
$\frac{VL}{HL}$	5.0 %	6.1 %

AGA

RUBR.	Tröghetsdämpade servomotorer			
DATUM	10/10 1968	ING. Kjell Werner	RAPPORT N:R 1491	SIDA N:R 5:15

Med användning av samma formler som tidigare fås

Sammanfattning (Kearfott):

			f_1 Hz	f_2 Hz	f_3 Hz
Approximativt	Utan last (2, 1, 3)		0.64	1.6	18.4
	Med last (2, 1, 4)		0.64	1.6	15.0
Exakt	Utan last (5, 1, 6)		0.61	1.6	19.2
	Med last (5, 1, 6)		0.60	1.6	15.8
Experimentellt värde (Kap. 4.3)	Med last	Kearfott	0.60	1.5	13
Katalog värde (Kap. 4.3)	Utan last	Kearfott	0.60	1.6	19.9

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 | ING. Kjell Werner | RAPPORT N:R 1491 | SIDA N:R 5:16

5.5 Diskussion av mätresultat och beräkningar

Mätresultaten för Vernitron- och Kearfottmotorn enligt Kap. 4.3 jämförda med motsvarande motorers katalogdata tyder på att mätmetoden åtminstone för de båda lägre hörnfrekvenserna är tillförlitlig.

Däremot ligger den översta hörnfrekvensen i mätningarna genomgående på ett lägre värde än det teoretiska. Som framgår av Kap. 5.4 förklaras detta delvis av den belastning som tachot utgör.

I mätupställningen (inklusive motorn) förekommer emellertid dämpningar (friktion o. dyl.) och olineariteter vilka försumrats i härledningen av överföringsfunktionen (Kap. 2). Deras förekomst märks mest vid högre frekvenser, då de gör att amplitudkurvan faller snabbare än 12 dB/oktav.

Den licenstillverkade Moore Reed motorn skulle teoretiskt ha exakt samma överföringsfunktion som den dyrare Vernitron-motorn. Av mätresultaten framgår att skillnaden mellan de undersökta motorerna är mycket stor.

Förklaringen till detta ligger troligen i en för liten virvelströmsdämpningskonstant, D , hos Moore Reed-motorn.

Utgående från det experimentellt bestämda värdet på f_2 ($= 0.9$ Hz) och ekvation (1):

$$T_2 = \frac{J}{D}$$

fås nämligen

$$D' = 56.5 \cdot 10^{-7} \text{ Nm s/rad}$$

i stället för det angivna

$$D = 350 \cdot 10^{-7} \text{ Nm s/rad}$$

Övriga hörnfrekvenser, beräknade enligt de approximativa sambanden (2) och (4) (dvs med hänsyn tagen till lasten) blir med D' :

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 5:17

$$f_1' = 0.49 \text{ Hz}$$

$$f_3' = 10.4 \text{ Hz}$$

De experimentellt bestämda värdena var

$$f_1 = 0.42 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 8.0 \text{ Hz}$$

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 6:1

Kap. 6 Simulering av servosystemet

För att studera servosystemets egenskaper, främst stegsvaret, simulerades detta på KTH:s analogmaskin PACE TR-48. Härvid användes data från ett servosystem i Viggen och endast läget av ID-motorns hörnfrekvenser varierades. Dessutom registrerades i ett fall steg- och frekvenssvar i ett antal mätpunkter på uppkopplingen.

6.1 Parametervärden

Som utgångspunkt valdes frekvensdata för Vernitron 11D4A-ADO-DO (och Moore Reed 11D4A-103)

$$f_1 = 0.64 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 5.6 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 48 \text{ Hz}$$

Den frekvens f_0 vid vilken lågfrekvens- och högfrekvensasymptoterna skär varandra beräknades till

$$f_0 = 5.5 \text{ Hz}$$

Med fixt f_0 valdes sedan hörnfrekvenserna på följande sätt:

$$f_1 = 0.64 \text{ Hz}$$

$$\frac{f_2}{f_3} = \frac{5.6}{48} \text{ Hz}$$

Fem olika värden på f_2 och f_3

och

$$f_3 = 48 \text{ Hz}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{0.64}{5.6} \text{ Hz}$$

Fem olika värden på f_1 och f_2

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer.

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 6:2

I tabellform:

	f_1 Hz	f_2 Hz	f_3 Hz
a)	0.64	2.1	18
b)	0.64	3.5	30
c)	0.64	5.6	48
d)	0.64	7.0	60
e)	0.64	10.5	90
f)	0.20	1.75	48
g)	0.40	3.5	48
h)	0.64	5.6	48
i)	1.2	10.5	48
k)	2.5	21.9	48

I diagram 6:0 finns uppritat inom vilka områden hörfrekvenserna befinns.

Ytterligare två frekvenskombinationer studerades.

I det första fallet (1) användes de experimentellt bestämda hörfrekvenserna hos Moore Reed 11D4A-103 nr 58524A (Se Kap. 4 Mätresultat, sid 4:4).

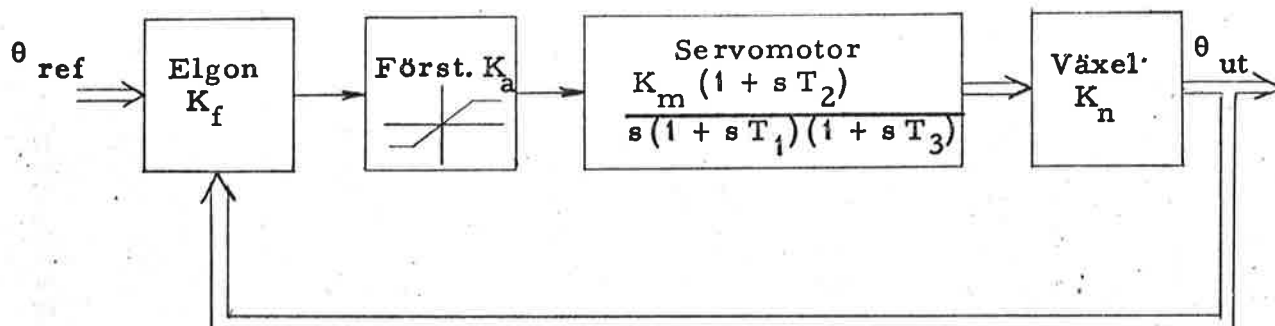
I fall två (m) användes frekvensdata hos Kearfott CR413 000 15 nr A3 vilka verifierats experimentellt (se Kap. 4 Mätresultat sid. 4:5).

I tabellform:

	f_1 Hz	f_2 Hz	f_3 Hz
1)	0.415	0.93	7.0
m)	0.6	1.6	19.9

6.2 Det simulerade systemet

Schematiskt kan positionsservot tecknas



- Elektrisk förbindelse
- ⇒ Mekanisk förbindelse

För de olika komponenterna gäller:

Elgon

Utspänningen är proportionell mot sinus för vinkelskillnaden

$$\theta_{ref} - \theta_{ut}$$

Maximum 22.5 V erhålles vid 90°:s skillnad.

Härav följer att vid en linearisering för små vinklar ($< 5^\circ$) fås förstärkningen:

$$K_f = 0.4 \text{ V/grad}$$

Förstärkare

Maximal utspänning från förstärkaren är 18 V. Med en förstärkning på 330 ggr motsvarar detta en insignal på 0.0545 V, vilket i sin tur betyder en vinkelskillnad på 0.136°.

Större vinkelskillnader ger alltså mättnad i förstärkaren.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 6:4

Servomotor

Sambandet vinkelhastighet - inspänning antages vara lineärt för servomotorn med 6000 varv/min vid 18 V.

Växel

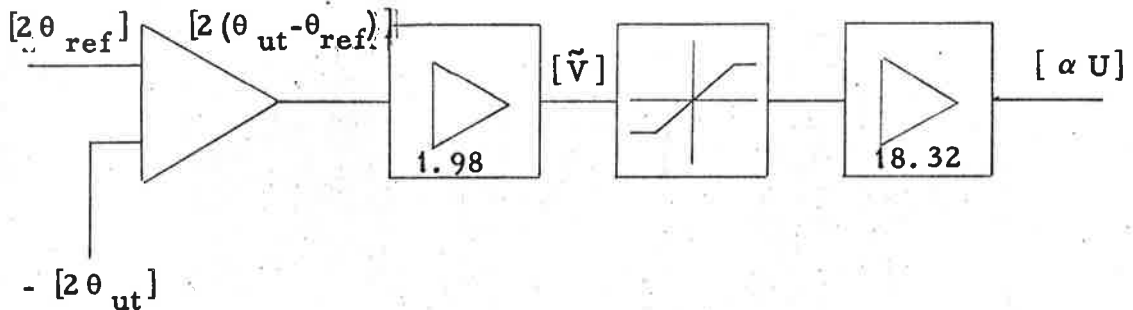
Mekanisk nedväxling av varvtalet med 1:155.66. Detta ger

$$K_n = \frac{1}{155.66}$$

Växel och hastighetskonstant i servomotorn ger en total hastighetskonstant på

$$K = K_m \cdot K_n = \frac{6000}{18} \cdot \frac{1}{155.66} \text{ varv/V min} = 12.87^\circ/\text{Vs}$$

För att öka noggrannheten och förenkla skalningen vid uppkoppling av systemet har verkan av elgon och förstärkare uppdelats på följande sätt.



Värden inom klammer anger maskinvariabler, vilkas absolutbelopp alltså ej får överstiga 10 V.

Nu antages att

$$(\theta_{ut} - \theta_{ref})_{max} = 2.5^\circ$$

Detta ger

$$\tilde{V} = 9.9 \text{ V}$$

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 | ING. Kjell Werner | RAPPORT N:R 1491 | SIDA N:R 6:5

Mättnad skall inträda för

$$(\theta_{ut} - \theta_{ref}) = 0.136^\circ$$

vilket ger

$$\tilde{V} = 0.54 \text{ V}$$

Mättnaden kan simuleras med två reläkomparatorer med en omslags-
spänning på 0.54 V.

Största utspänningen, 0.54 V, från mättnadssimulatorens höjs till

$$\alpha U = 18.32 \cdot 0.54 \text{ V} = 9.9 \text{ V}$$

6.3 Tillståndsekvationer och kopplingsschema

Överföringsfunktionen för motor och växel blir

$$\frac{\theta}{U} = \frac{K (s T_2 + 1)}{s (s T_1 + 1) (s T_3 + 1)}$$

Sätt $x_1 = \theta$ och $x_2 = \dot{\theta}$ varvid fås

$$K (s T_2 + 1) U = [T_1 T_3 s^2 + (T_1 + T_3) s + 1] x_2 \Rightarrow$$

$$- x_2 + K U = T_1 T_3 \dot{x}_2 + (T_1 + T_3) \dot{x}_2 - K T_2 \ddot{x}_2$$

$$\text{Sätt } x_3 = T_1 T_3 \dot{x}_2 + (T_1 + T_3) x_2 - K T_2 U$$

De oskalade tillståndsekvationerna blir då

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R 6:6

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3} x_2 + \frac{1}{T_1 T_3} x_3 + \frac{K T_2}{T_1 T_3} U \\ \dot{x}_3 = -x_2 + K U \end{cases}$$

Skalning:

Amplitudskalning

Följande maximumvärden antages kända:

$$U_{\max} = 18 \text{ V} \qquad x_1_{\max} = 5^\circ$$

Maximal vinkelhastighet fås vid 18 V konstant inspänning, dvs

$$x_2_{\max} = 18 \cdot 12.87^\circ/\text{s} = 231^\circ/\text{s}$$

x_3 beräknas uppgå till maximalt

$$|x_3|_{\max} = |K T_2 U| = 12.87 \cdot 2.5 \cdot 18^\circ = 576.4^\circ$$

Härur erhålles skalfaktorerna

Variabel	Max-värde	Skalfaktor
U	18 V	0.55
x_1	5°	2
x_2	$231^\circ/\text{s}$	0.043
x_3	576.4°	0.0175

De amplitudskalade tillståndsekvationerna:

$$\frac{d [2 x_1]}{d [\beta t]} = \frac{2}{0.043 \beta} [0.043 x_2]$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 ING. Kjell Werner RAPPORT N:R 1491 SIDA N:R 6:7

$$\frac{d [0.043 x_2]}{d [\beta t]} = - \frac{1}{\beta} \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3} [0.043 x_2] + \frac{0.043}{0.0175\beta} \frac{1}{T_1 T_3} [0.0175 x_3] + \frac{0.043}{0.55\beta} \frac{K T_2}{T_1 T_3} [0.55 U]$$

$$\frac{d [0.0175 x_3]}{d [\beta t]} = - \frac{0.0175}{0.043\beta} [0.043 x_2] + \frac{0.0175}{0.55\beta} K [0.55 U]$$

Tidsskalning

Det gäller att

$$f = \frac{1}{T}$$

För att finna lämpligt värde på β göres följande begränsningar ($T_1 \gg T_3$):

$$\left(\frac{T_1}{T_3} \right)_{\max} = \left(\frac{f_3}{f_1} \right)_{\max} = 400$$

$$T_{1 \max} = 5$$

$$T_{3 \min} = 0.00625$$

$$T_{2 \max} = \frac{1}{2} T_{1 \max} = 2.5$$

$$T_{2 \min} = \frac{1}{20} T_{1 \min} = 0.125$$

Med $\beta = 8$ fås de amplitud- och tidsskalade tillståndsekvationerna

$$\frac{d [2 x_1]}{d [8 t]} = 5.815 [0.043 x_2]$$

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

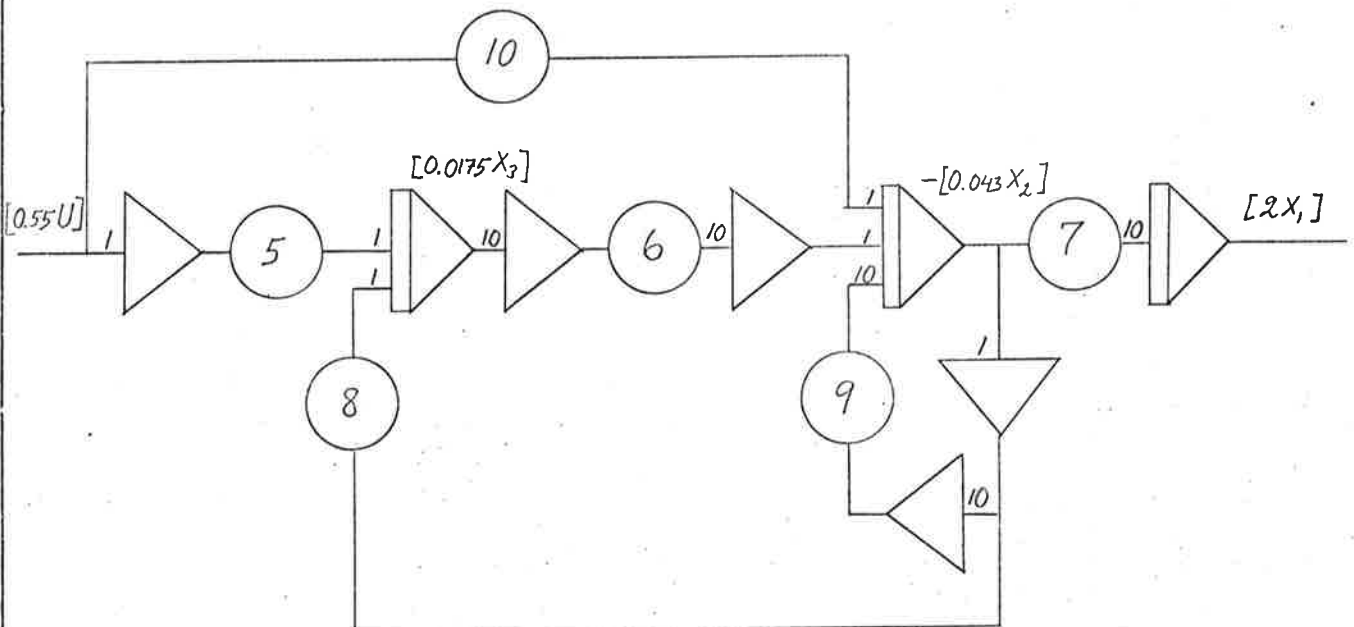
SIDA N:R

6:8

$$\frac{d [0.043 x_2]}{d [8 t]} = -0.125 \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3} [0.043 x_2] + 0.307 \frac{1}{T_1 T_3} [0.0175 x_3] + 0.1258 \frac{T_2}{T_1 T_3} [0.55 U]$$

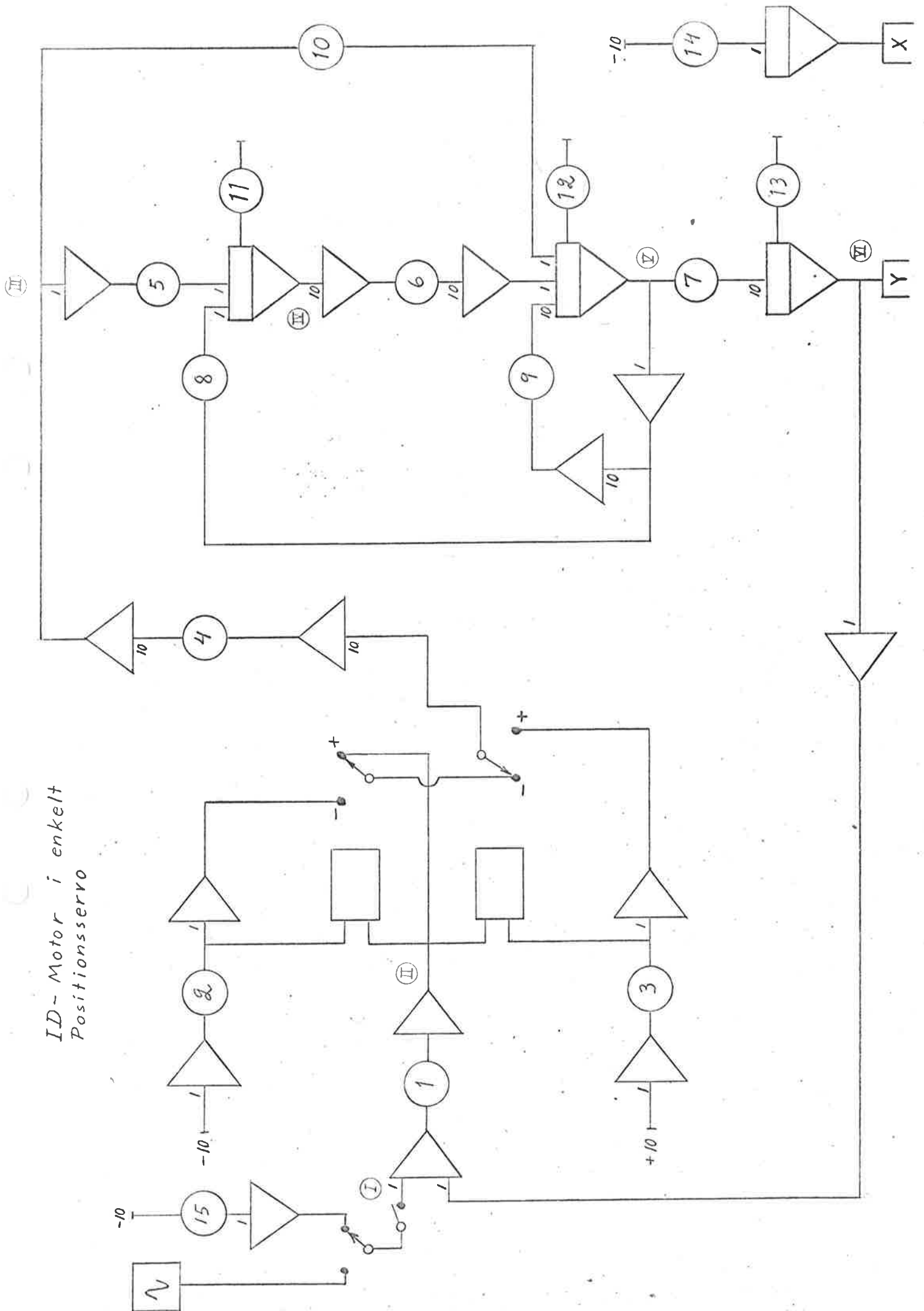
$$\frac{d [0.0175 x_3]}{d [8 t]} = -0.0508 [0.043 x_2] + 0.0512 [0.55 U]$$

Kopplingschema:



Kopplingschema och potentiometerlista för hela servosystemet följer nedan.

ID-Motor i enkelt
Positionsservo



AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 ING. Kjell Werner RAPPORT N:R 1491 SIDA N:R 6:9

Potentiometerlista

<u>Nr</u>	<u>Namn</u>	<u>Funktion</u>	<u>Värde</u>
1	01	0.198	0.198
2	03	Mättnadsnivå	0.054
3	00	Mättnadsnivå	0.054
4	05	0.1832	0.1832
5	10	0.0512	0.0512
6	20	$0.307 \frac{1}{T_1 T_3}$	a) 0.0353 b) 0.0590 c) 0.0943 d) 0.1180 e) 0.1770 f) 0.0295 g) 0.0590 h) 0.0943 i) 0.1770 k) 0.3685 l) 0.0086 m) 0.0367
7	23	0.5815	0.5815
8	22	0.0508	0.0508
9	21	$0.125 \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3}$	a) 0.0232 b) 0.0382 c) 0.0607 d) 0.0757 e) 0.1131 f) 0.0602 g) 0.0605 h) 0.0606 i) 0.0615 k) 0.0632 l) 0.0089 m) 0.0257
10	07	$0.1258 \frac{T_2}{T_1 T_3}$	a)-k) 0.690

AGA

RUBR.	Tröghetsdämpade servomotorer		
DATUM	10/10 1968	ING. Kjell Werner	RAPPORT N:R 1491 SIDA N:R 6:10

<u>Nr</u>	<u>Namn</u>	<u>Funktion</u>	<u>Värde</u>
			l) 0.379
			m) 0.939
11	15	Beg. värde	0
12	16	Beg. värde	0
13	17	Beg. värde	0
14	30	Svephastighet	0.125
15	02	0.5°	0.1

xy-skrivarens känslighet:

x-led $0.5 \text{ V/inch} = 0.197 \text{ V/cm}$

y-led $0.5 \text{ V/inch} = 0.197 \text{ V/cm}$

6.4 Stegsvaret

Systemets stegsvar för de olika hörnfrekvenserna vid $\theta_{in} = 0.5^\circ$ återfinnes i diagram 6:1-6.

Av dessa framgår att

För fixt värde på f_1 minskar insvängningstiden då f_2 och f_3 ökas.
Även överslängen minskar.

För fixt värde på f_3 ökar insvängningstiden då f_1 och f_2 ökas.
Även överslängen ökar något.

Om en översläng på 50 % kan tolereras, kan följande kombinationer av hörnfrekvenser användas:

b, c, d, e, f, g, h och i.

Vernitronmotorn uppfyller alltså stegsvarskravet. Kearfottmotorn har något för stor översläng och ganska lång insvängningstid, medan Moore Reed motorn ger helt oacceptabla värden.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 | ING. Kjell Werner | RAPPORT N:R 1491 | SIDA N:R 6:11

6.5 Övriga mätningar

För att få en något mer detaljerad bild av hur servot uppför sig registrerades vid simuleringen av Vernitronmotorn (c) signalen i ett antal punkter med hjälp av åttakanalsskrivare (diagram 6:7-8).

Två olika insignaler användes, dels ett steg på 0.5° (1 V), dels en sinus-signal med frekvensen 0.125 Hz (för en simulerad verklig frekvens på $8 \cdot 0.125 \text{ Hz} = 1 \text{ Hz}$) och toppvärdet 1° (2 V).

Mätpunkterna, som finns angivna med romerska siffror i kopplings-schemat, ger följande variabler.

(Problemvariabel $\hat{=}$ maskinvariabel $\hat{=}$ skrivarutslag i skalstreck):

I: Insignal θ_{in}
 $1^{\circ} \hat{=} 2 \text{ V} \hat{=} 20$

II: Skillnadssignal $\theta_{in} - \theta_{ut}$
 $0.5^{\circ} \hat{=} 1.98 \text{ V} \hat{=} 19.8$ (stegsvar), 99 (frekvenssvar)

III: Motorns insignal U
 $18 \text{ V} \hat{=} 9.9 \text{ V} \hat{=} 19.8$

IV: Hjälpvariabel x_3
 $400^{\circ} \hat{=} 7 \text{ V} \hat{=} 700$

V: Vinkelhastighet $x_2 = \dot{\theta}$
 $231^{\circ}/\text{s} \hat{=} 9.94 \text{ V} \hat{=} 199$

VI: Vinkelläge $x_1 = \theta = \theta_{ut}$
 $1^{\circ} \hat{=} 2 \text{ V} \hat{=} 20$

Av utseendet på signalen U V (diagram 6:7a) framgår att simuleringen av den mättade förstärkaren vid stegsvar ej fungerar helt idealt.

AGA

RUBR.	Tröghetsdämpade servomotorer			
DATUM	10/10 1968	ING. Kjell Werner	RAPPORT N:R 1491	SIDA N:R 6:12
<p>Vid en jämförelse mellan in- och utsignal i diagram 6:8 finner man att fasförskjutningen vid 1 Hz uppgår till ca 9.5°.</p>				

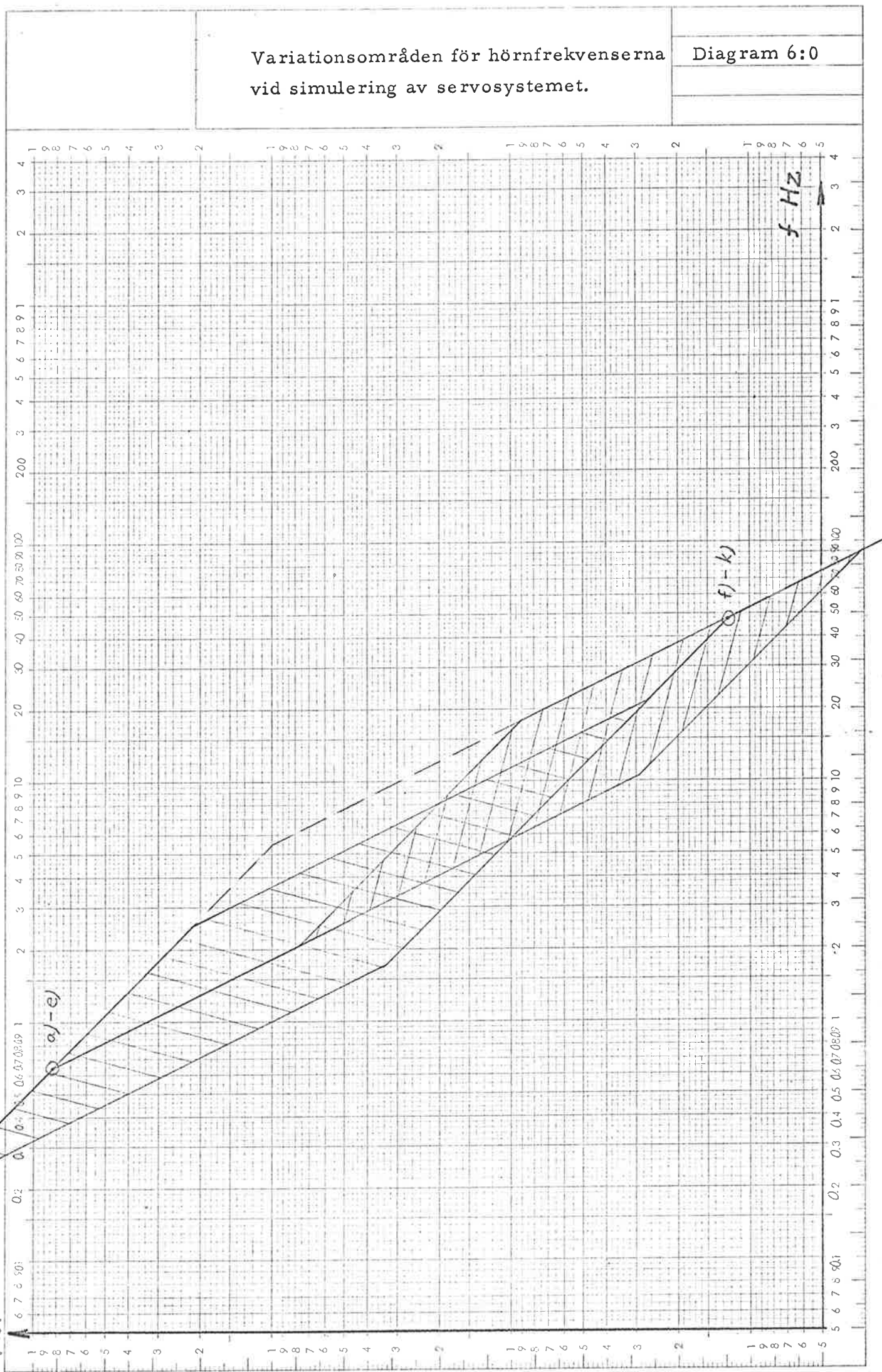
Variationsområden för hörnfrekvenserna
vid simulering av servosystemet.

Diagram 6:0

SIS 732501 - M4 - Log 4100 - M4504 50

EGEELLE
4469

$|G_{ol}|$

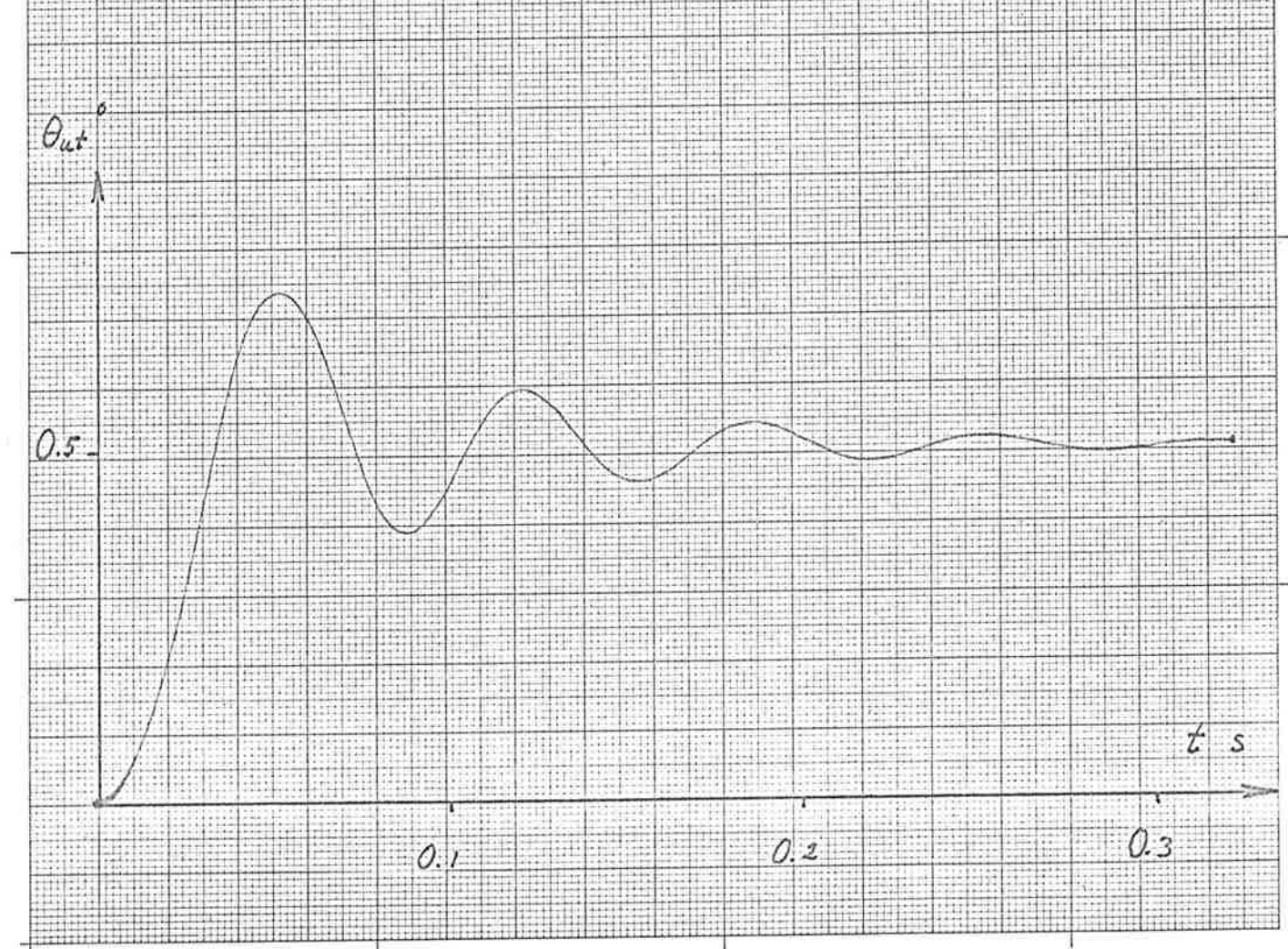
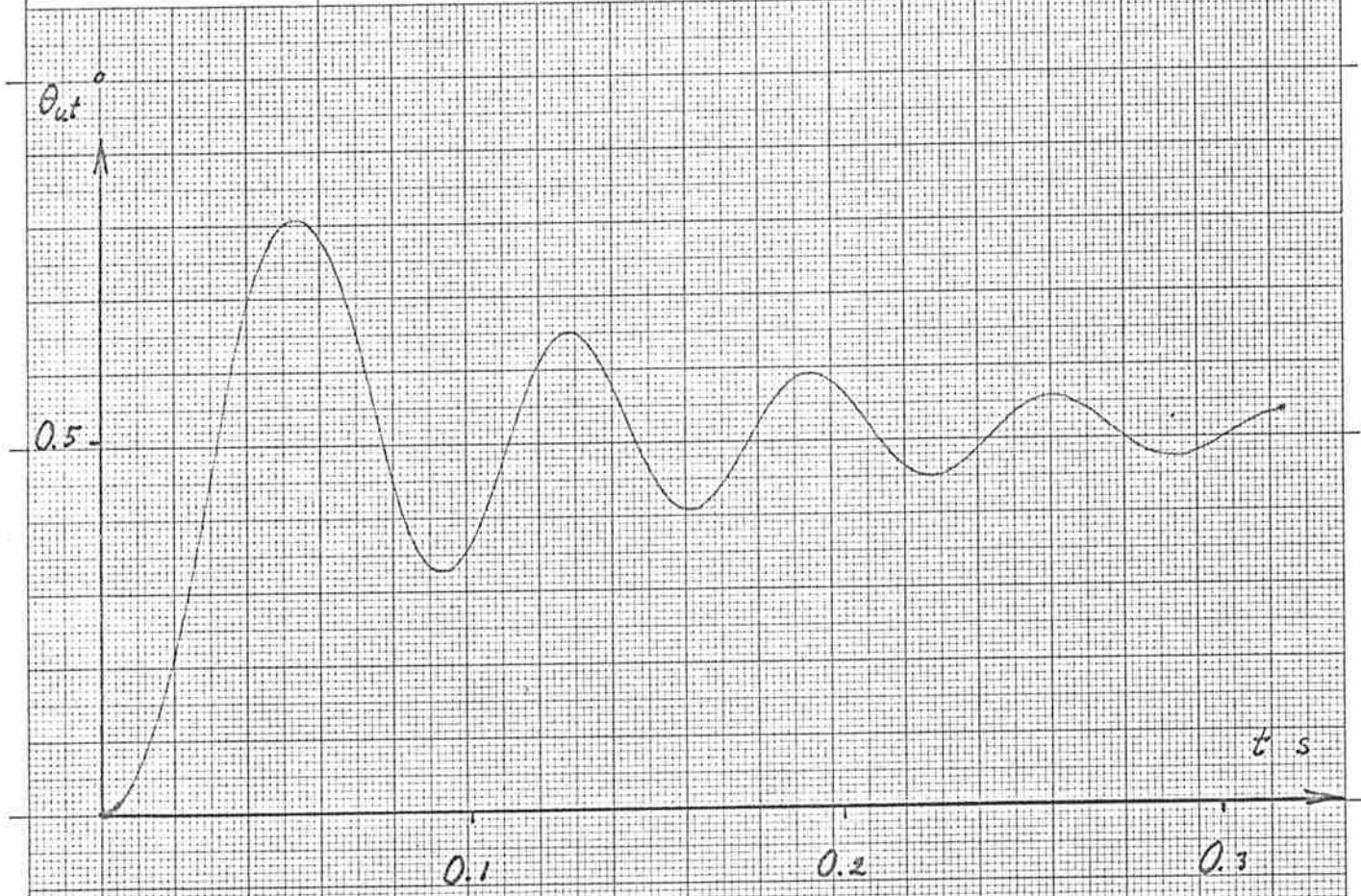


Stegsvar
för $\theta_{in} = 0.5^\circ$

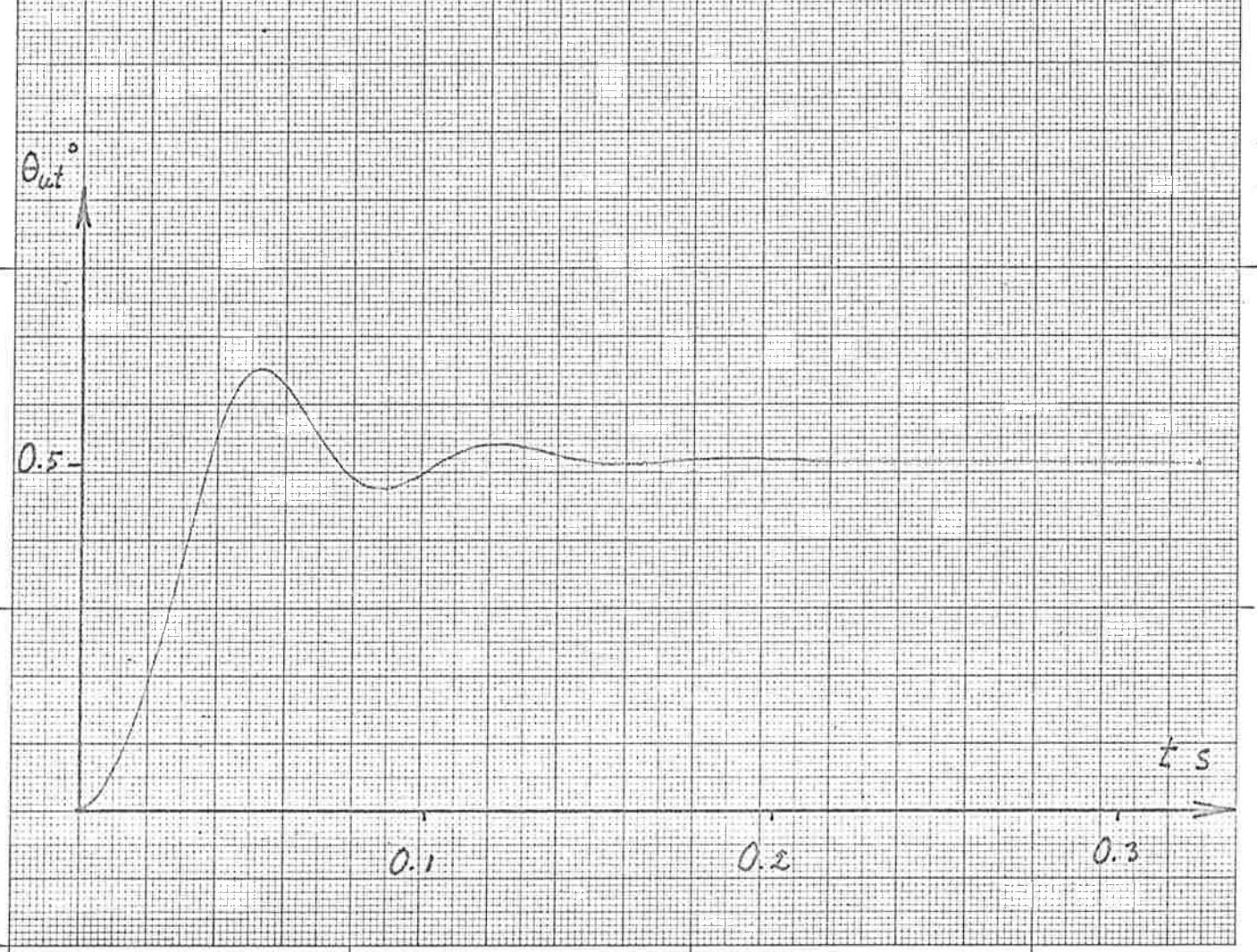
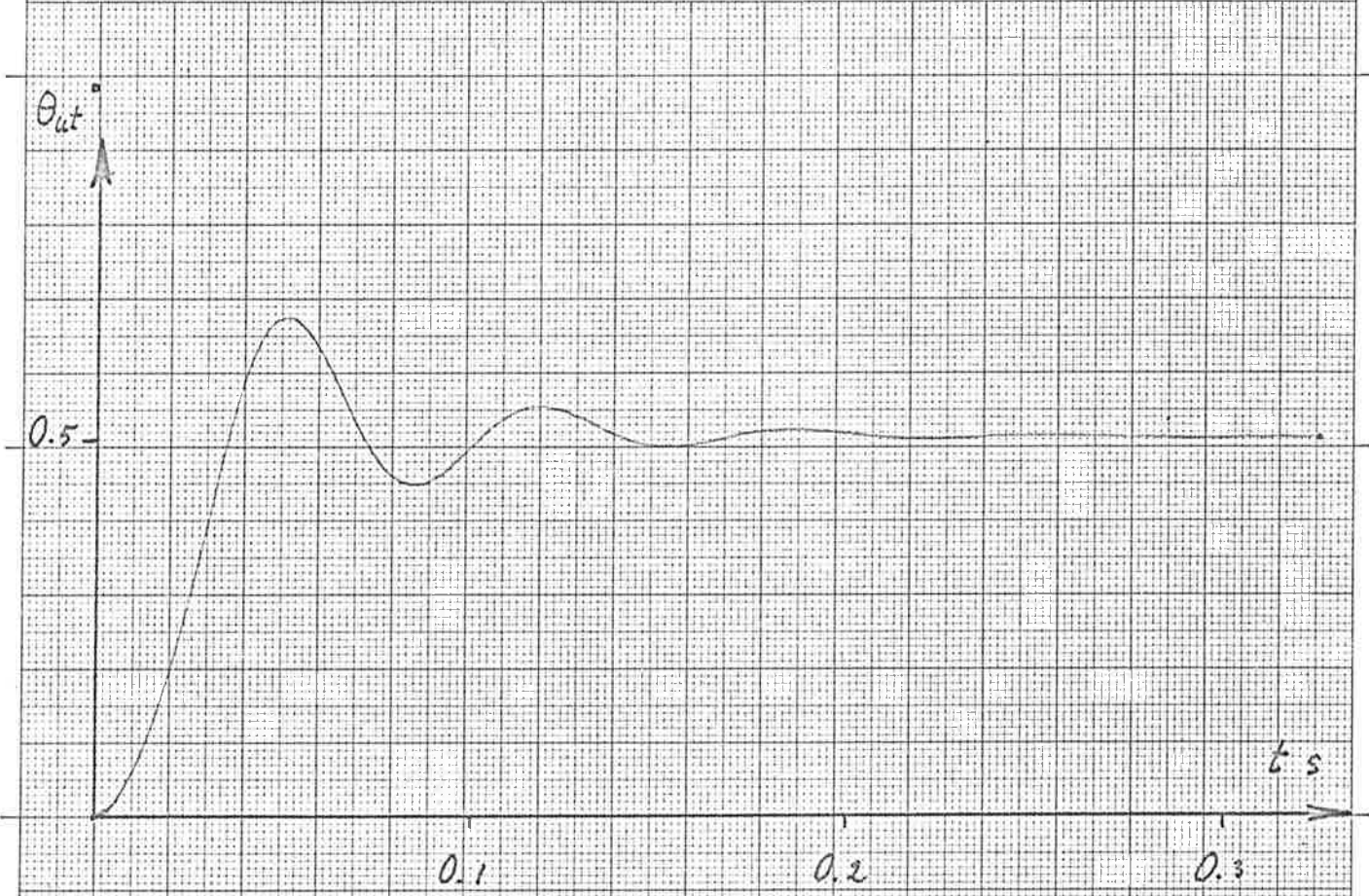
ID-motorns hörnfrekvenser i Hz:

	f_1	f_2	f_3
a)	0.64	2.1	18
b)	0.64	3.5	30

Diagram 6:1



Stegsvar för $\theta_{in} = 0.5^\circ$	ID-motorns hörfrekvenser i Hz:			Diagram 6:2
		f_1	f_2	f_3
	c)	0.64	5.6	48
	d)	0.64	7.0	60



732501 - 514 A4 - 1 x 1 mm

ID-motorns hörfrekvenser i Hz:

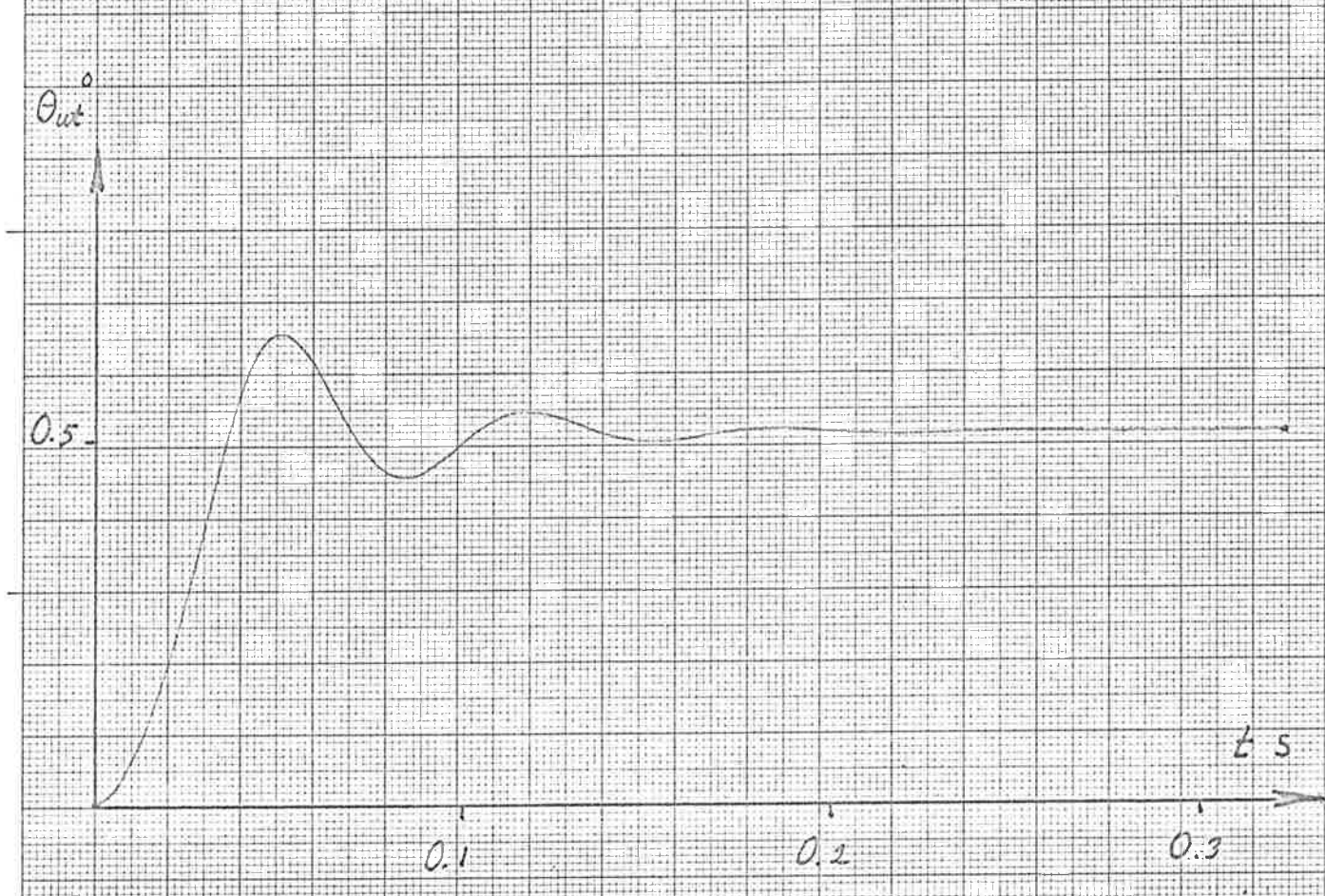
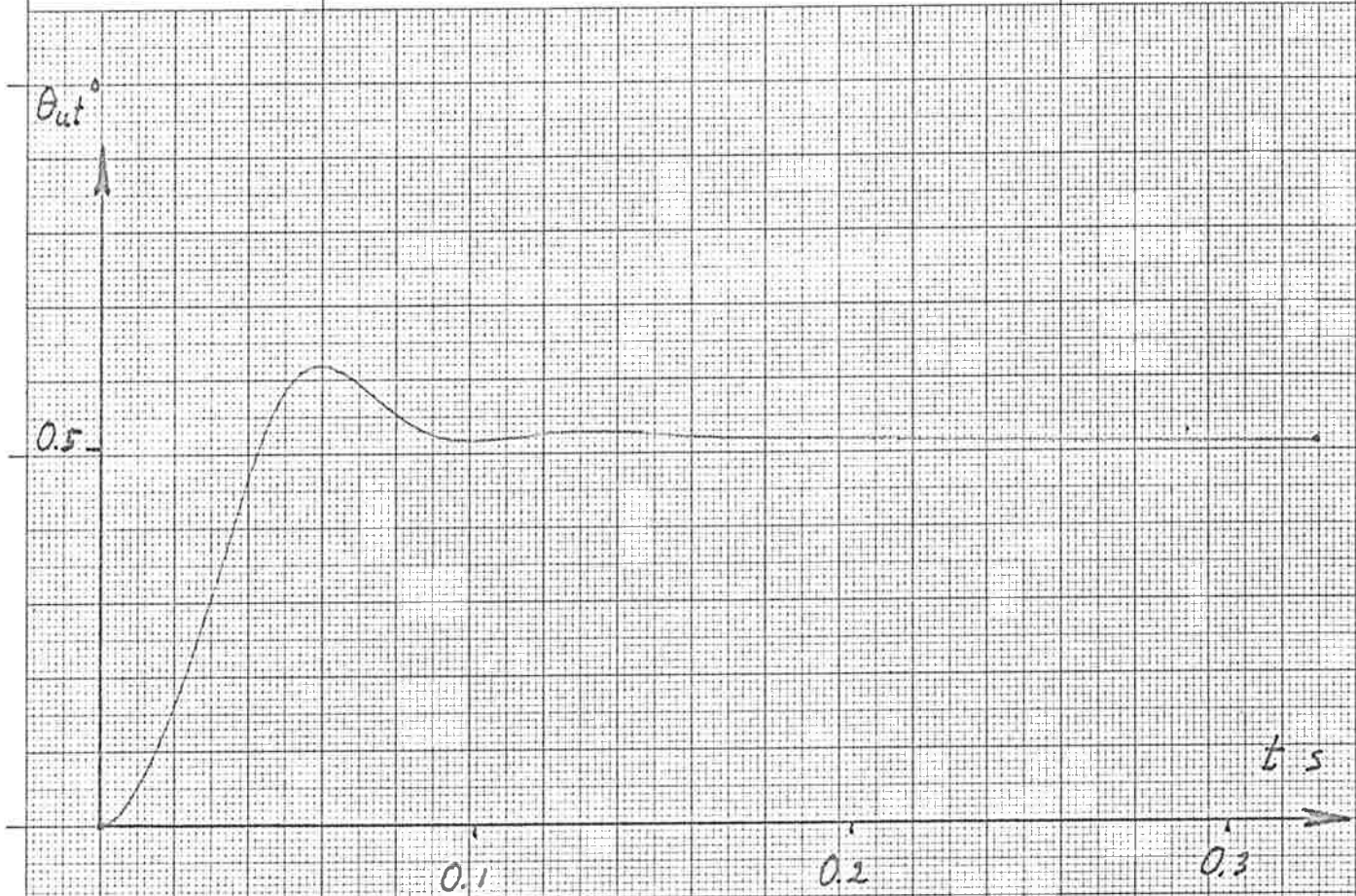
Stegsvar

för $\theta_{in} = 0.5^\circ$

e)
f)

f_1	f_2	f_3
0.64	10.5	90
0.20	1.75	48

Diagram 6:3

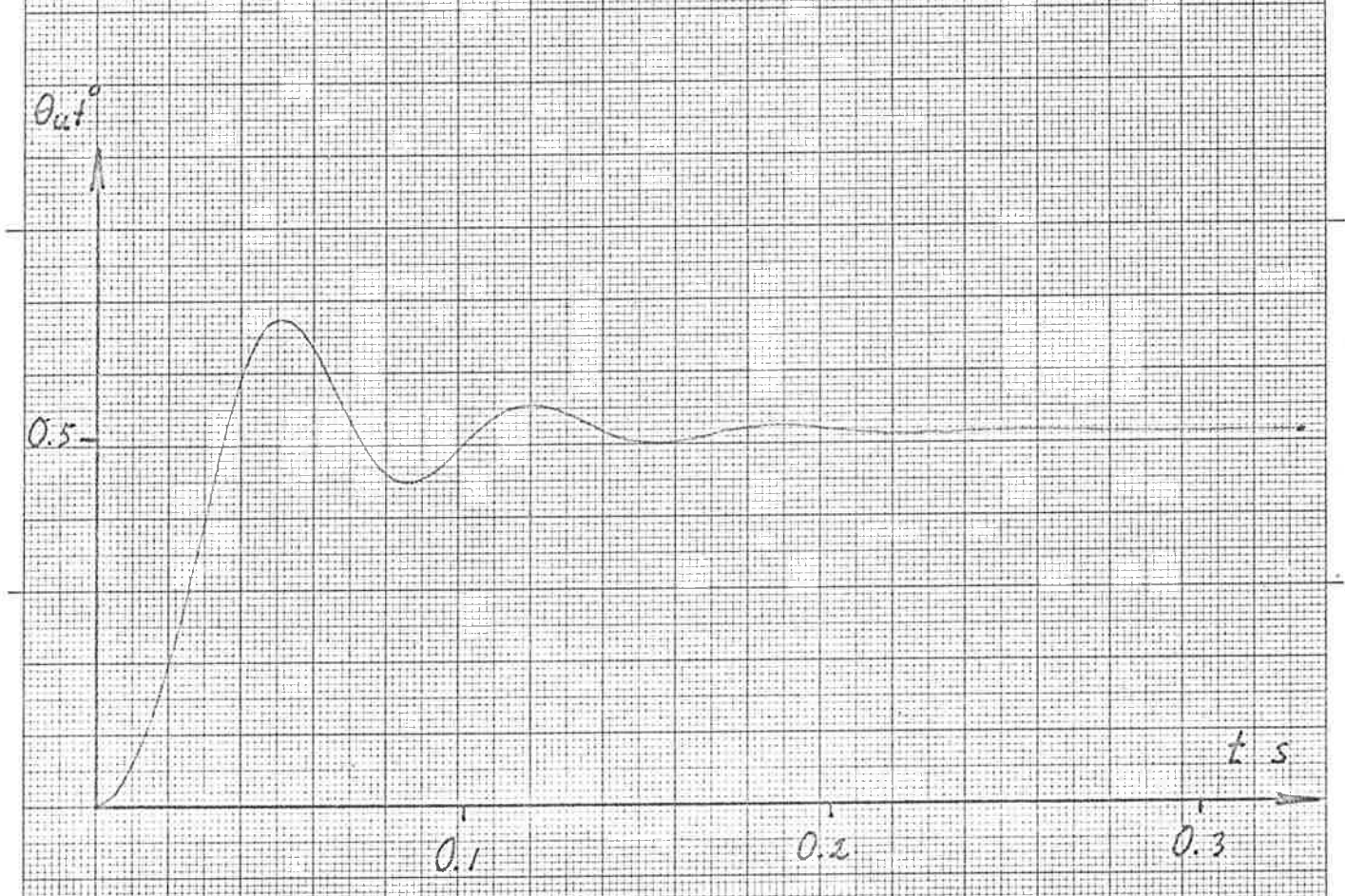
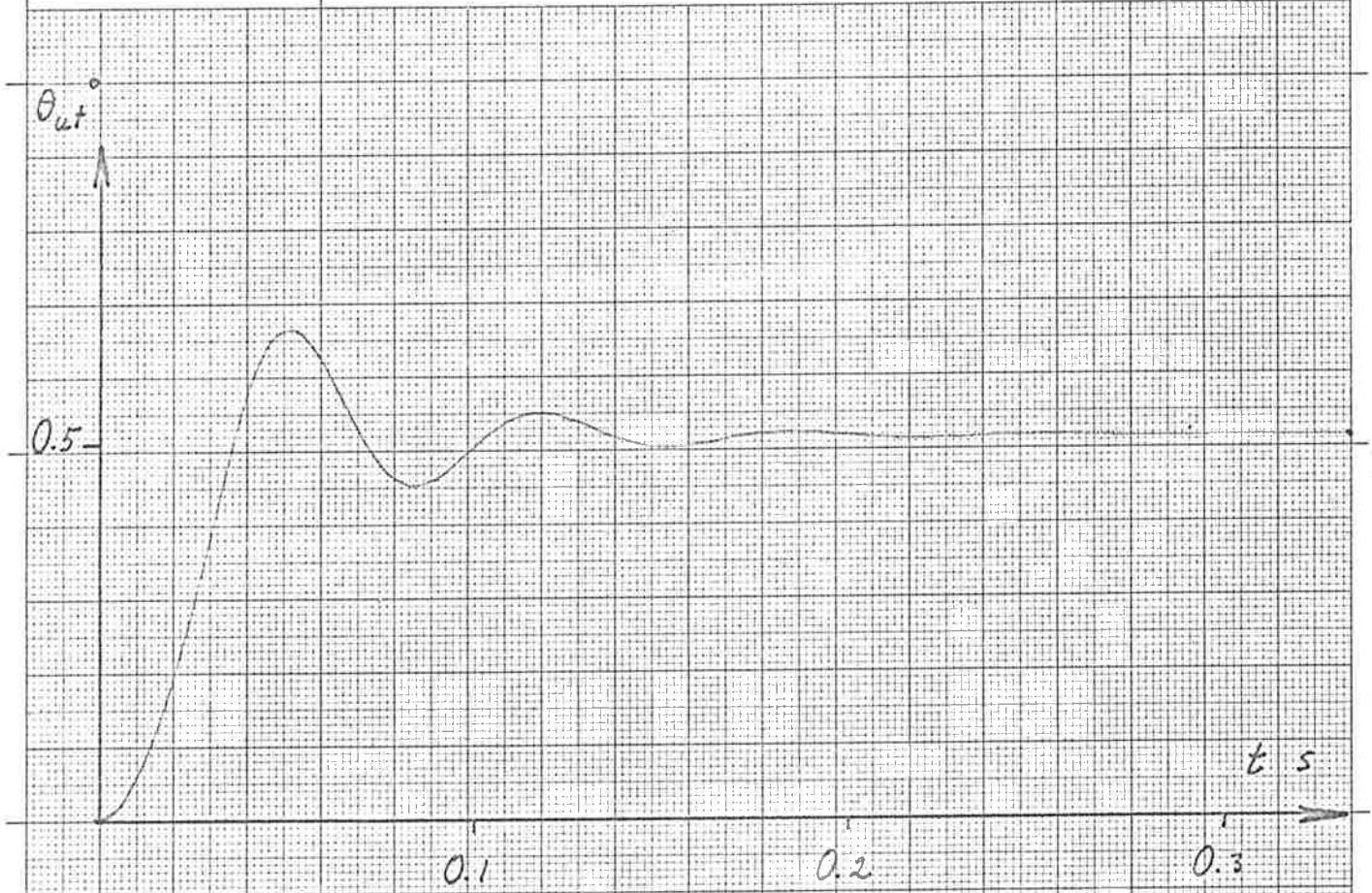


ID-motorns hörnfrekvenser i Hz:

Stegsvar
för $\theta_{in} = 0.5^\circ$

	f_1	f_2	f_3
g)	0.40	3.5	48
h)	0.64	5.6	48

Diagram 6:4



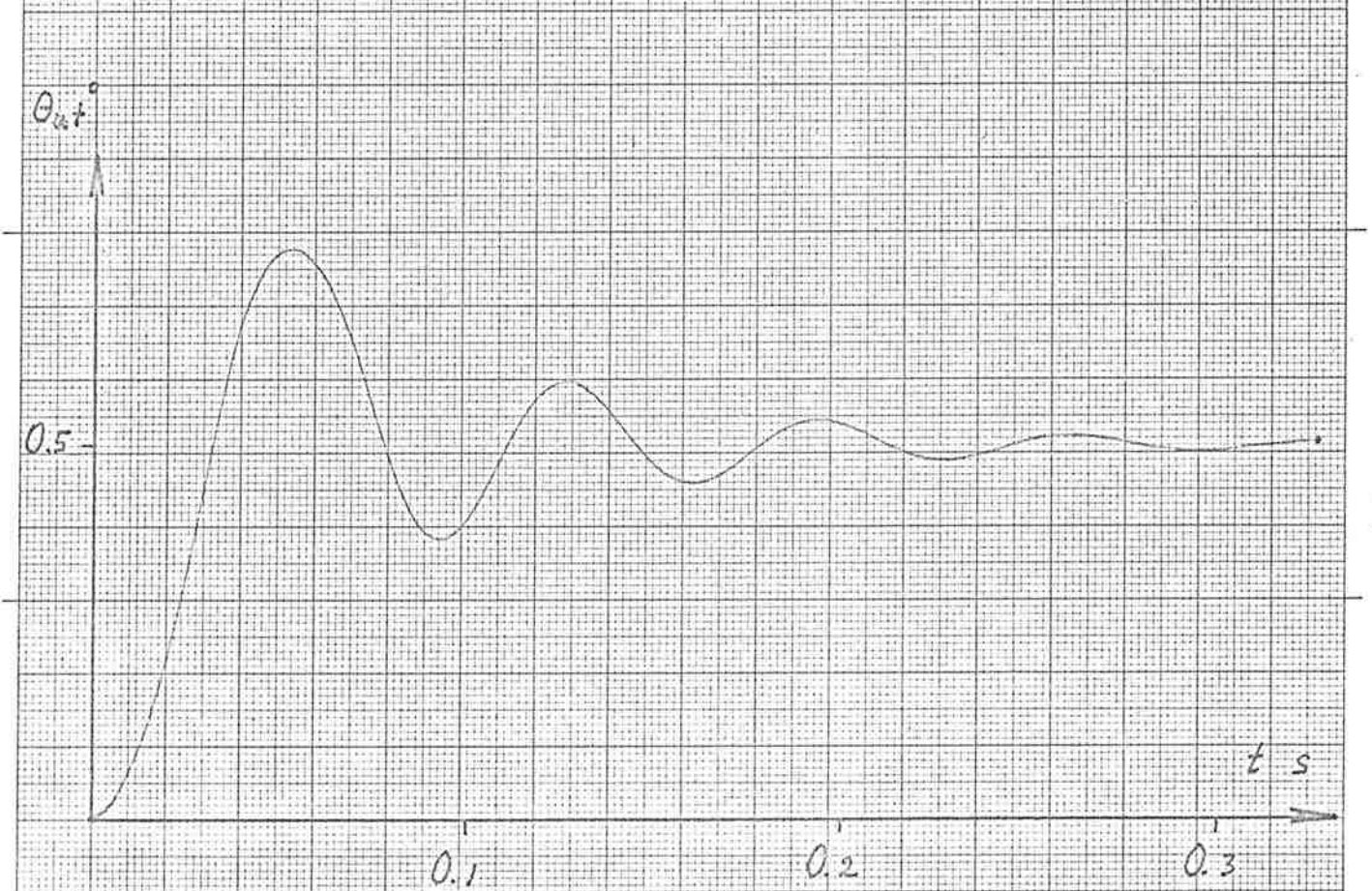
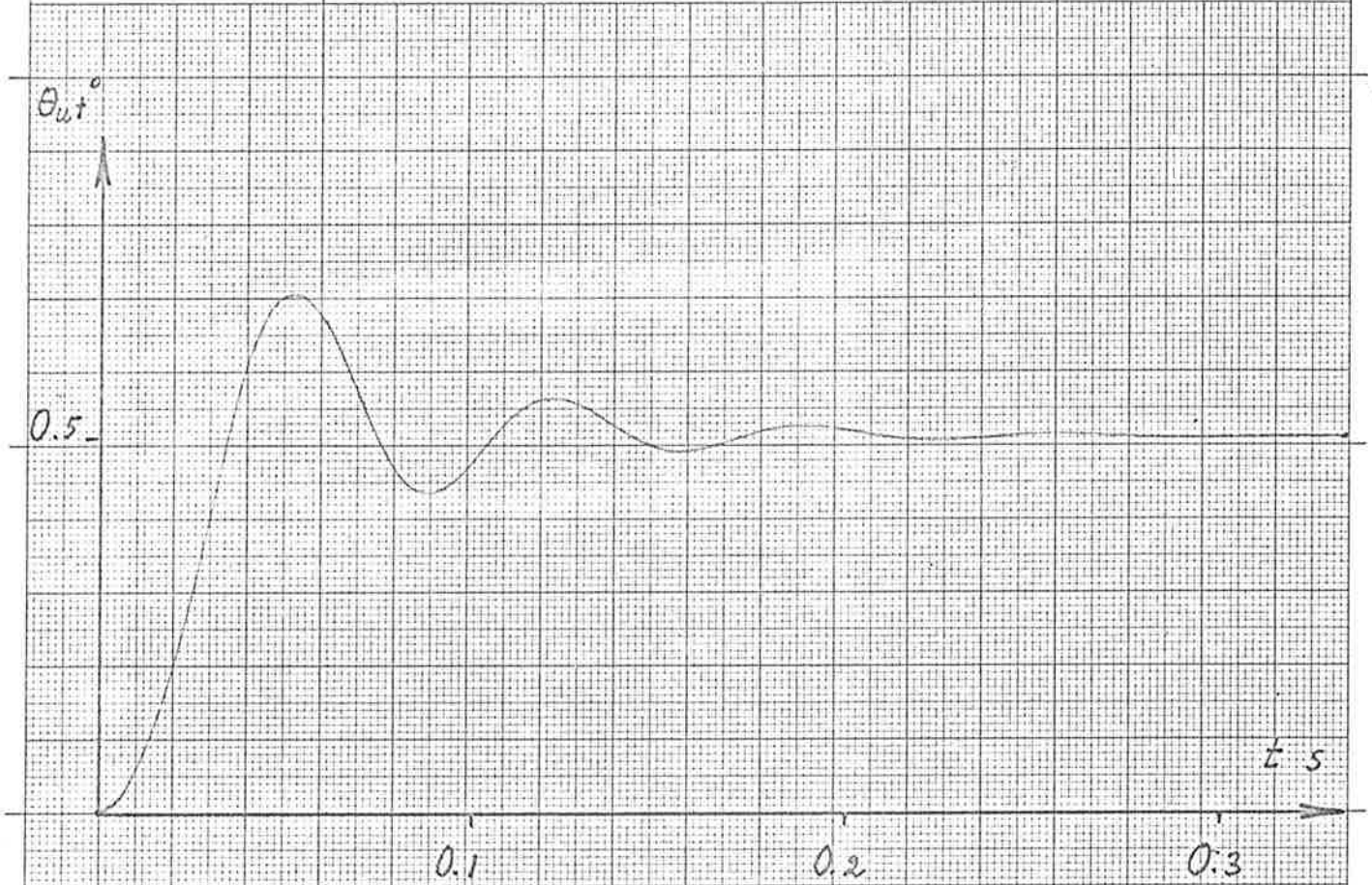
SLS 732501 - 514 A4 - 1 X 1 mm

Stegsvar
för $\theta_{in} = 0.5^\circ$

ID-motorns hörfrekvenser i Hz:

	f_1	f_2	f_3
i)	1.2	10.5	48
k)	2.5	21.9	48

Diagram 6:5

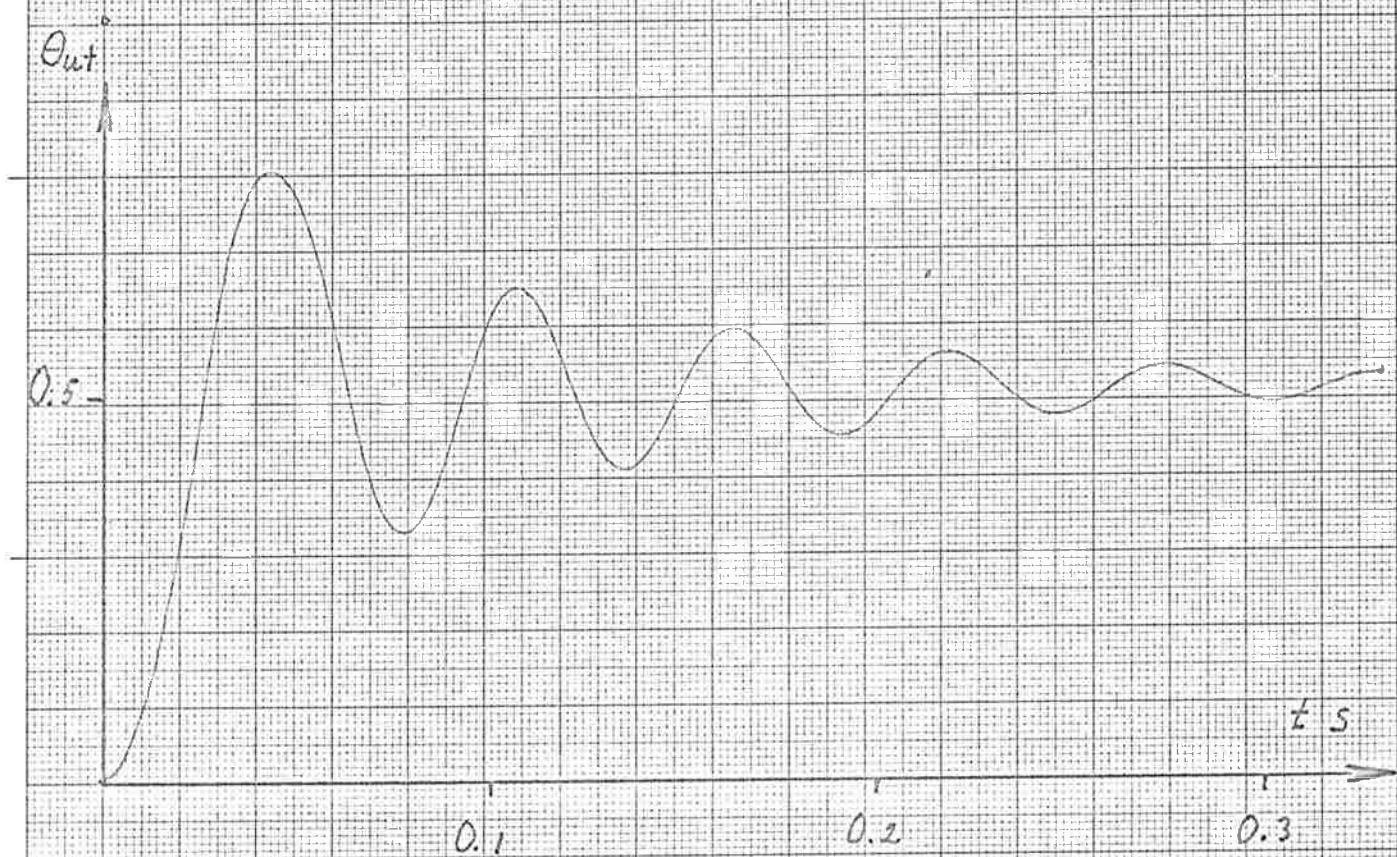
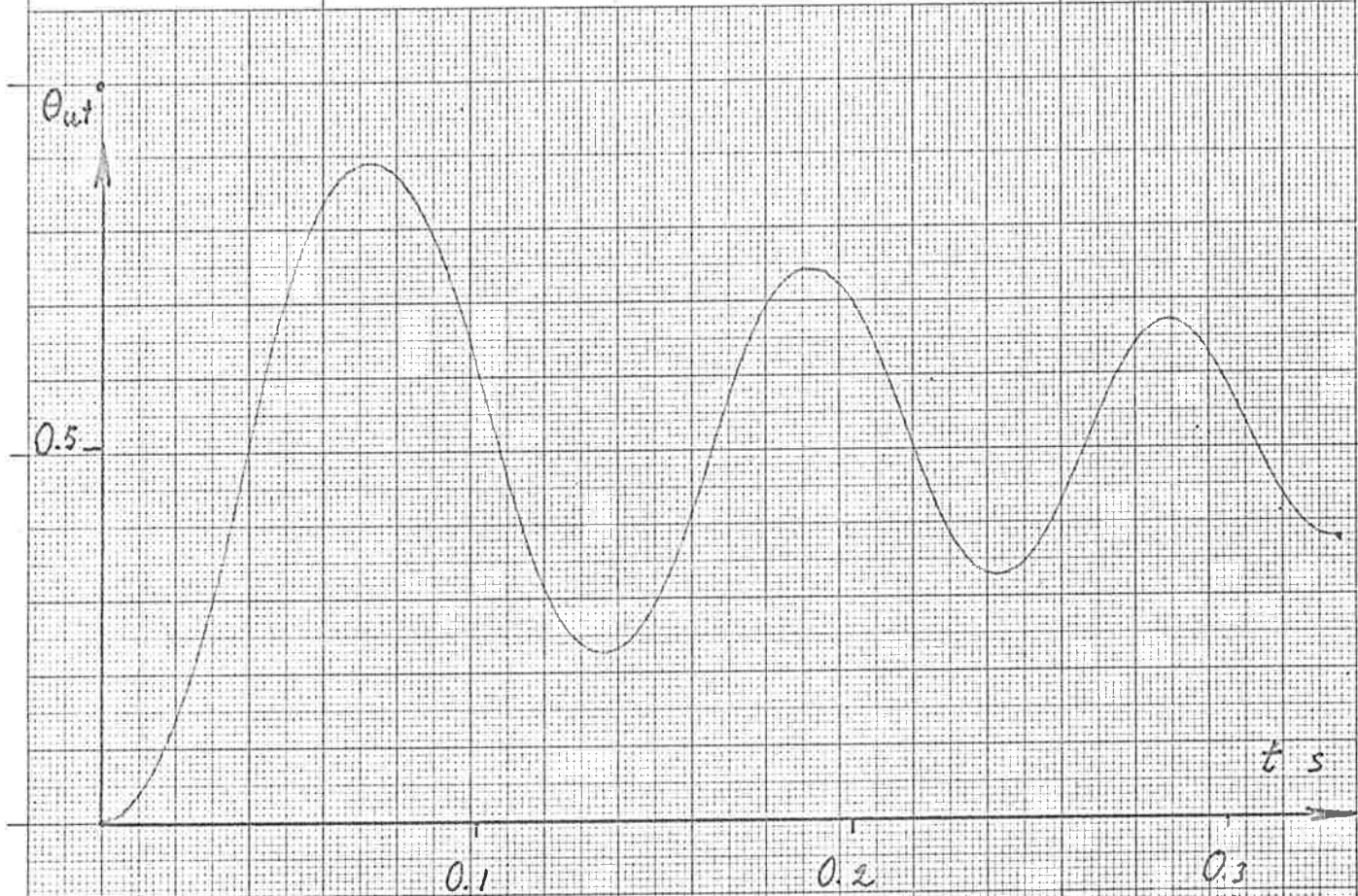


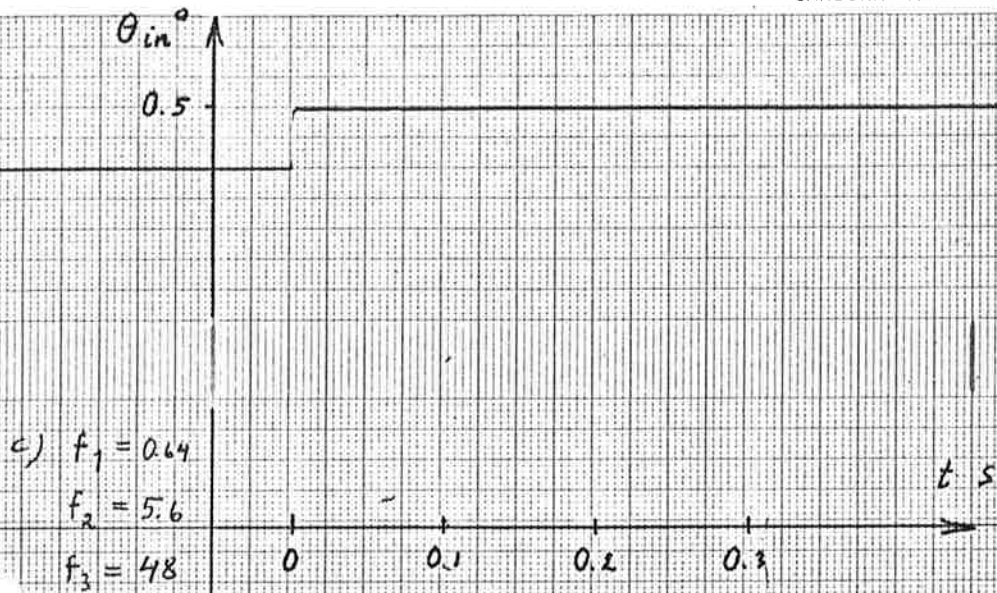
Stegsvar
för $\theta_{in} = 0.5^\circ$

ID-motorns hörnfrekvenser i Hz:

	f_1	f_2	f_3
l)	0.415	0.93	7.0
m)	0.60	1.60	19.9

Diagram 6:6





$\theta_{in} - \theta_{out} \text{ } ^\circ$
 0.5

UV
 10

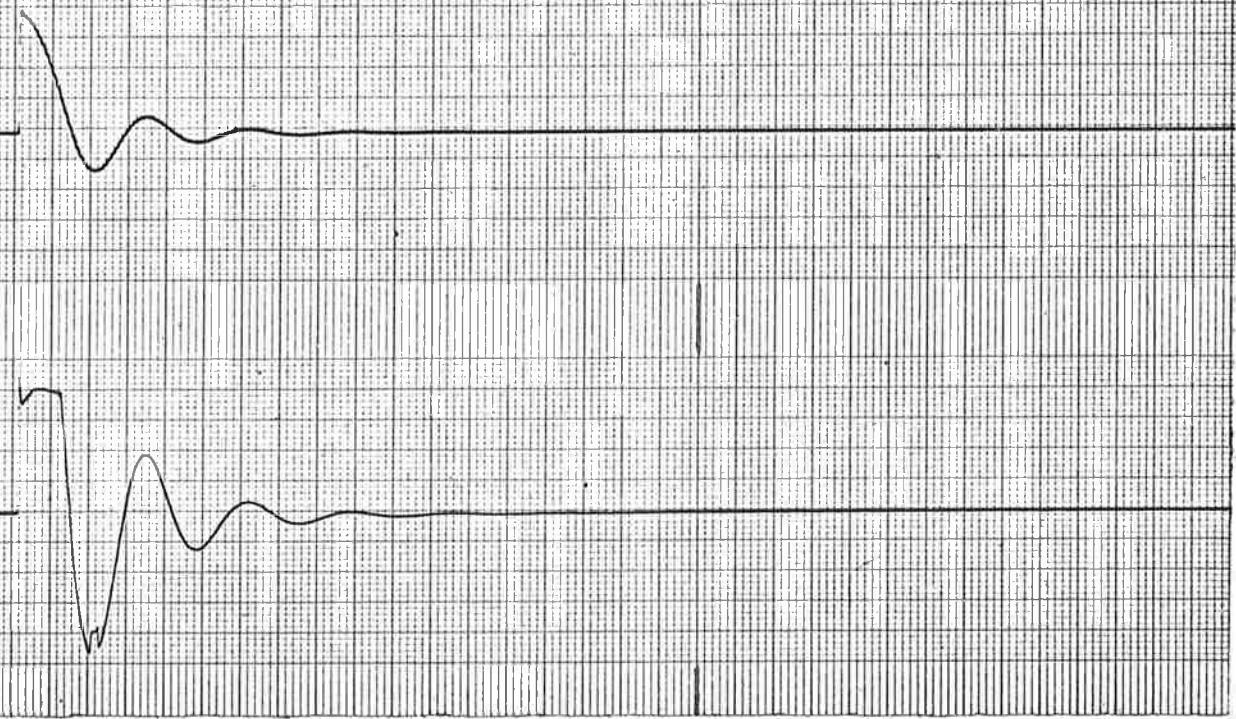


Diagram 6:7a
 Stegsvär c)

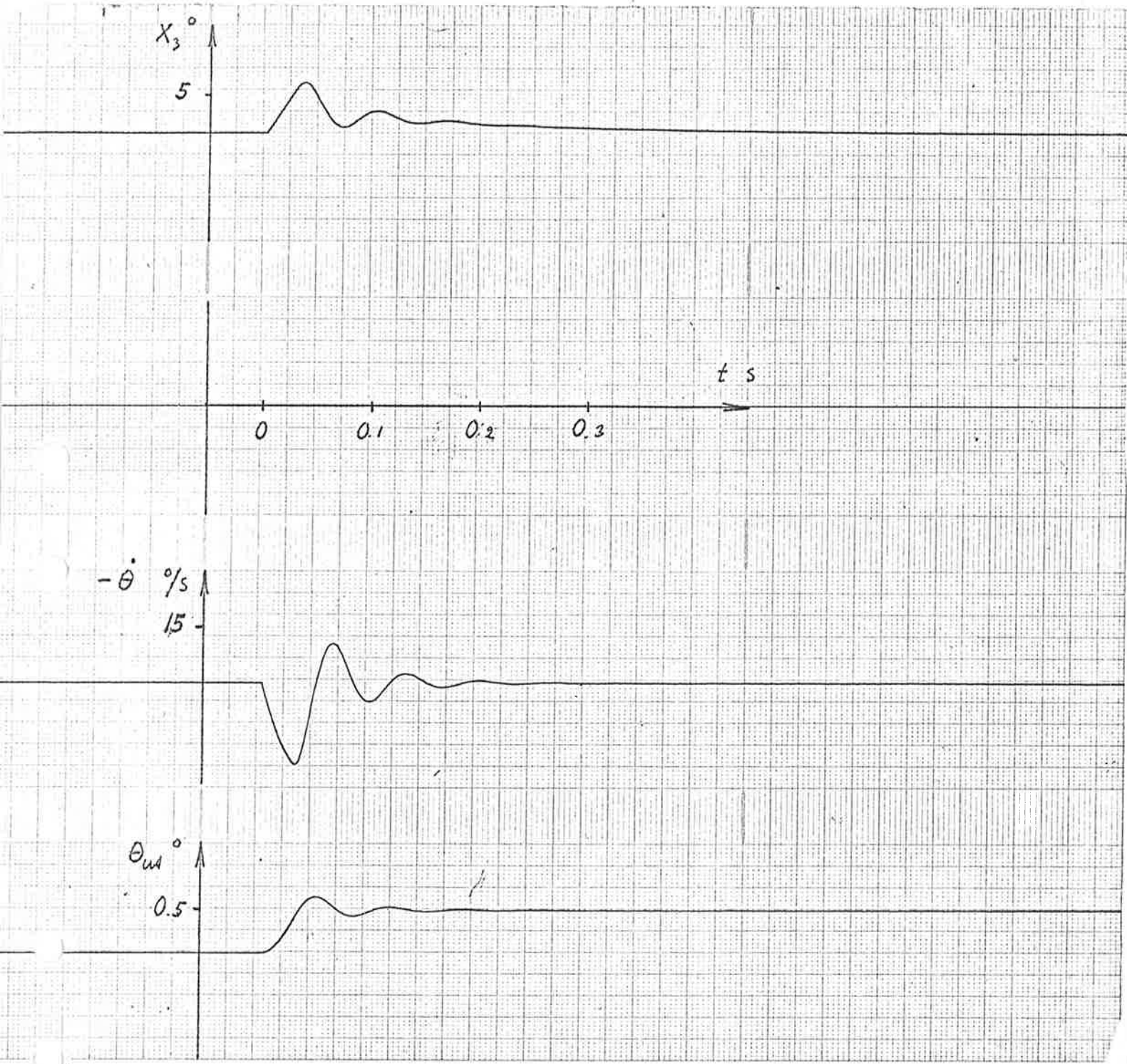
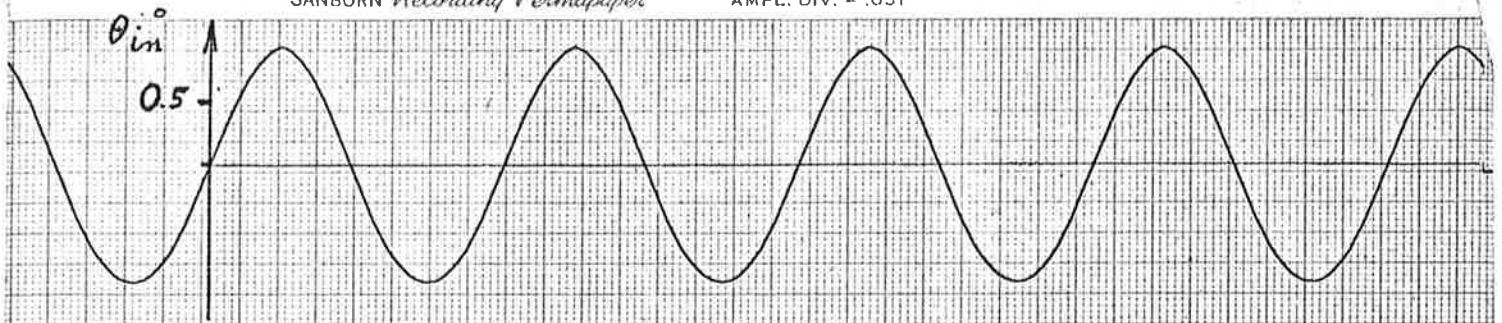


Diagram 6:7b
Stegsvar c)



c) $f = 1 \text{ Hz}$

$f_1 = 0.64$

$f_2 = 5.6$

$f_3 = 48$

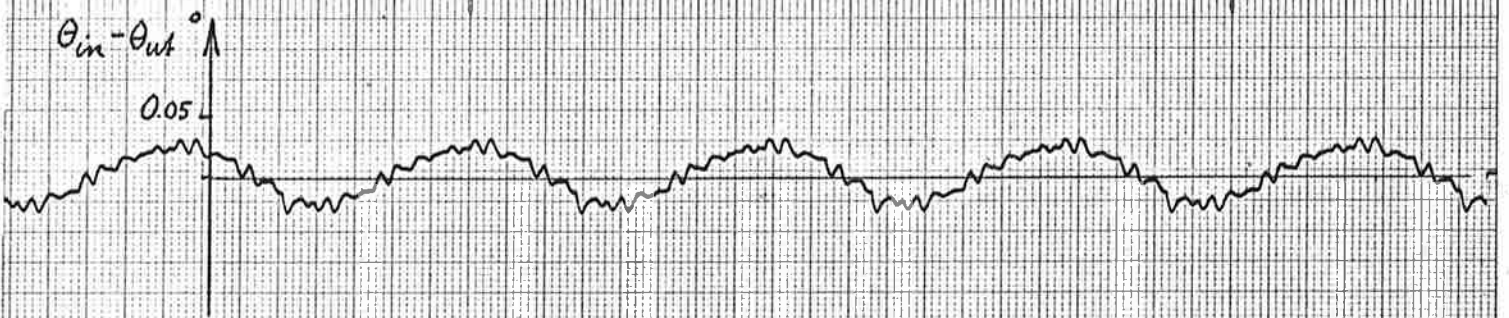


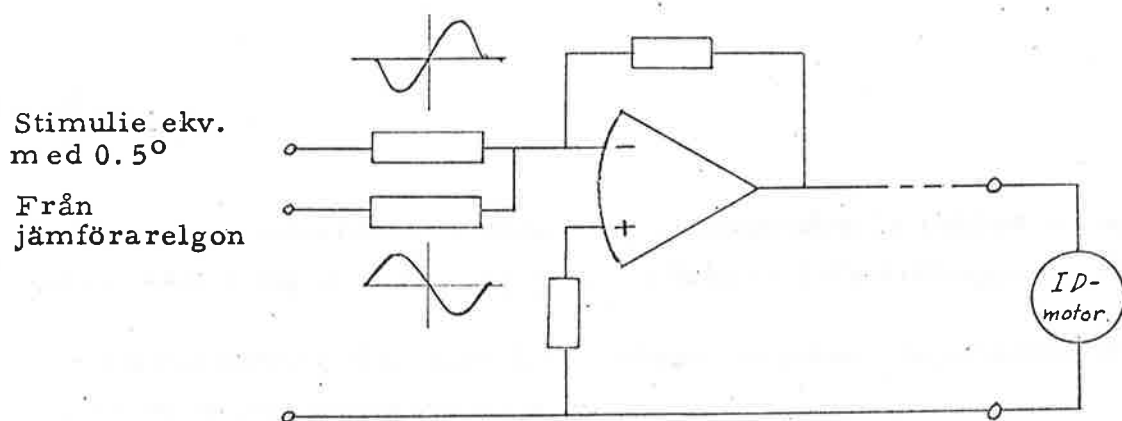
Diagram 6:8a
Frekvenssvar 1 Hz c)

RUBR.	Tröghetsdämpade servomotorer		
DATUM	10/10 1968	ING. Kjell Werner	RAPPORT N:R 1491
			SIDA N:R 7:1

Kap. 7 Jämförelse mellan det simulerade och det verkliga systemet

7.1 Egenskaper hos det verkliga systemet

För att undersöka det simulerade systemets överensstämmelse med verkligheten registrerades servots stegsvar för de tre motortyperna (diagram 7:1). Av praktiska skäl kunde emellertid, då det gällde Moore Reed och Kearfott, inte de motorer användas för vilka hörnfrekvenserna bestämts experimentellt. Som mest rättvisande undersöktes servots återgång till nollläget. Orsaken till detta är försöksapparaturens utseende.



En felsignal på 0.5° anges av en AC-signal av viss amplitud. Denna förstärks och får driva ID-motorn med jämförarelgon till dess att elgonen ger en AC-signal som adderad till felsignalen blir noll. Ideellt ligger signalerna då i motfas med samma amplitud.

I praktiken finns emellertid alltid en viss fasskillnad, vilken ger upphov till en tvärfas, som på vanligt sätt förstärks och som, om den överstiger ett visst värde, mättar förstärkaren.

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968

ING. Kjell Werner

RAPPORT N:R 1491

SIDA N:R

A:2

TFA Carrier Converter

vid Signal Input 20 V RMS balanced.

Modulator och Demodulator Filter inställes på aktuell bärfrekvens; i detta fallet 400 c/s.

200 V från isolationstransformatorn tas in på Carrier frequency output transformer mellan terminalerna 200 V och Common.

Tachogeneratorns excitationsspänning kan då tas ut mellan 115 V och Common.

För körning av ID-motorn med omodulerad styrspänning anslutes förstärkarens ingång till 20 V och Common, i serie med ett motstånd på 3.9 k Ω .

Modulerad styrspänning tas vid Output 30 V - Common.

Omkopplare Mains Earth: 47 Ω .

Mätområdesomkopplaren Full Scale VP 253 anger spänningen vid fullt utslag på de båda voltmetrarna.

För att studera den demodulerade signalen från testobjektet anslutes ett oscilloskop till CRO Output.

Den demodulerade signalen tas ut från utgången VP 253 0.5 V range och förs in på

Phase Sensitive Voltmeter

där den tas in på Signal Input 0°.

En fyrfasig anslutning göres mellan Oscillator och P. S. Voltmeter.

Omkopplare Mains Earth: 47 Ω .

Omkopplare Unbalanced.

Mätområdesomkopplaren skall vid denna uppkoppling vara ställd på 500 mV. Ändring av mätområde sker med omkopplaren Full Scale VP 253 på TFA Carrier Converter.

Mätområdena bör väljas så att summan av voltmetrarnas utslag inte överstiger fullt utslag på skalan.

RUBR.	Tröghetsdämpade servomotorer			
DATUM	10/10 1968	ING. Kjell Werner	RAPPORT N:R 1491	SIDA N:R A:3

Power amplifier

Styrspänningen förs in vid Input mellan 2 och Common och tas ut vid Output mellan + och -.

Eventuell förbindelse mellan - och jord brytes.

Isolationstransformator

Anslutning göres mellan terminalerna 5 och 7 både på primär- och sekundärsidan.

Tillse att samtliga jordanslutningar jordas i en gemensam punkt.

Kontrollera att faslägena överensstämmer med fig. 3:1.

Uppmätning av överföringsfunktionen

Reglera oscillatorspänningen till 10 V.

OBS! Detta värde måste hållas konstant under hela mätningen.

För största noggrannhet vid inställning av modulationsfrekvens använd lägsta möjliga multiplikatorvärde.

Undvik inställningen 0 Hz.

Reglera Sideband Output peak/peak till ungefär 15 V.

Ställ in styrspänningens toppvärde ($\sqrt{2}$ x nominella effektivvärdet) vid någon lämplig frekvens med hjälp av Amplitude på effektförstärkaren.

Använd oscilloskop eller rörvoltmeter för att mäta toppvärdet.

Justera balansen hos styrspänningen med Carrier balance:

Om styrspänningen studeras på oscilloskop, skall två på varandra följande maxima ha samma storlek.

Om motoraxeln betraktas, skall ingen resulterande rotation kunna upptäckas.

AGA

RUBR. Tröghetsdämpade servomotorer

DATUM 10/10 1968 | ING. Kjell Werner | RAPPORT N:R 1491 | SIDA N:R A:4

Mät upp och anteckna spänningen på de två voltmetrarna (Ref. och Quad.) för ett antal lämpliga värden på modulerande frekvensen f .

Ur de erhållna värdena beräknas överföringsfunktionen på följande sätt:

Amplituden G :

$$|G| = \frac{\sqrt{\text{Ref} + \text{Quad.}}}{f}$$

Fasförskjutningen φ :

$$\varphi = -90^\circ + \arctan \frac{\text{Quad}}{\text{Ref}}$$

De uträknade värdena inritas i ett Bodediagram (logaritmiska frekvens- och amplitudskalor, lineär vinkelskala).

Om ett absolut värde på förstärkningen önskas, beräknas detta enligt nedan.

Om överföringsfunktionen tecknas

$$\frac{\theta}{V} = G_0$$

så fås med tachometern utspänningen

$$y = M s \theta = M s G_0 V$$

Förstärkningen erhålles som

$$|G_0| = \left| \frac{y}{M s V} \right|$$

Eftersom voltmetrarna anger topp- till toppvärden fås

$$|G_0| = \frac{\sqrt{\text{Ref} + \text{Quad.}}}{\sqrt{8} \cdot M \cdot f \cdot V}$$

vilket alltså ger axelns vinkelutslag per volt in vid den aktuella frekvensen.

/gb