REGLERSYSTEM FÖR KALLBANDVALSVERK (ASEA)

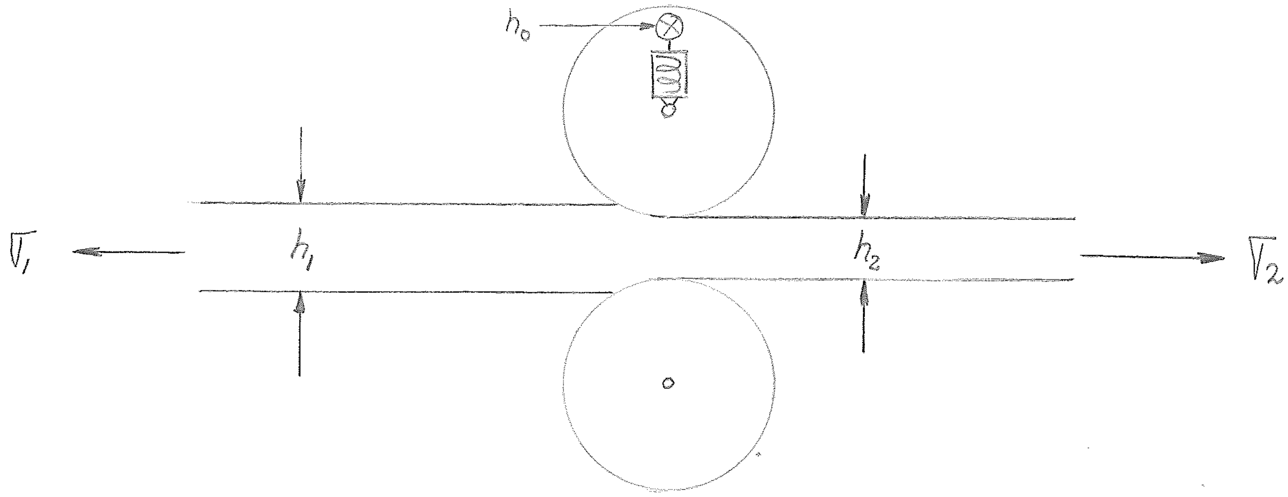
YNGVE ANDERBERG o LEIF HANSSON

Rapport RE - 23 nov. 1967

Examensarbete i reglerteknik

REGLERING AV BANDVALSVERK.

Skiss över aktuell del av bandvalsverket:



h_o = önskad plåttjocklek efter valsarna
h_1 = plåttjocklek före valsarna
h_2 = plåttjocklek efter valsarna
σ_1 = dragspänning före valsarna
σ_2 = dragspänning efter valsarna

Problem: Att konstruera reglersystem för ovanstående bandvalsverk där plåttjockleken h_1 är en stokastisk process. Samplat system avses.

Huvudpunkter för examensarbetet:

1. Studera problem och tillgänglig litteratur.
2. Ställ upp enkel diff. ekvation för hela systemet.
   Input: h_o , σ_1 och σ_2 .
   Output: h_2 .
   Störningar: h_1 och hårdheten i materialet.
3. Simulera på analogimaskin.
4. Studera Con PAC. Läs mätvärden analogt.
5. Betrakta alternativa sätt att beräkna styrlagen.
6. Prova.
6. Skriv rapport.

Leif Hansson E_{4a}

Yngve Anderberg E_{4t}

Innehållsförteckning.

Översikt.

I detta examensarbete har några reglerproblem för valsverksstyrning studerats.

I kapitel 2 ges en sammanfattning av en matematisk modell, som sedan ligger till grund för de fortsatta beräkningarna. Denna modell är uppställd efter studium av de i examensarbetet angivna referenserna. Valsverkets dynamik ligger i dess motorer, två haspelmotorer och en storskruvsmotor. Insignaler är ingående tjocklek, hårdhet och friktion, varav den första mätes och anses som helt känd medan de senare betraktas som störningar. Utsignal är utgående tjocklek. Störningarna antages vara stokastiska processer med rationella effektspektra.

Vid en förberedande analys antogs givna störspektra för tjockleks- och hårdhetsvariationerna. Regulator med konstanta parametrar ansattes och parametrarna justerades så att utgående spridningen minimerades. Dessa räkningar visade att hapelmotorerna ej skulle användas.

Efter dessa preliminära analyser valde vi ett störspektra vars parametrar bestämdes av vid ASEA gjorda mätningar. För att minimera spridningen i uttjockleken valdes som styrstrategi minimalvariansstrategin. Datamaskinen, som behövdes för strategins genomförande, hade två insignaler, varav intjockleken mättes medan uttjockleken måste predikteras.

Styrstrategin programmerades i PAL-kod för CON/PAC. Av intresse var programmets minnesbehov samt behövlig beräkningstid. Programmet är skrivet i flytande aritmetik, då detta ej förlänger räknetiden. Vi fann att CON/PAC:ens beräkningstid var klart längre än tillgänglig beräkningstid. Sålunda kan processdatamaskinen CON/PAC i det här aktuella utförandet ej användas vid styrning av den angivna processen enligt minimalvariansstrategin.

Då CON/PAC:en var mycket upptagen slutförde vi examensarbetet på datamaskin GE 625 genom att simulera både process och styrstrategi på denna maskin. De erhållna resultaten finns angivna i slutet av kapitel 6 jämte jämförelser mellan teoretiska och praktiska värden på styrningens inverkan på spridningen.

De olika dataprogrammen har bifogats.

Reglersystem för kallbandvalsverk.

Inledning.

Automatisk reglering av kallbandvalsverk är önskvärd av olika skäl. Materialet, som skall valsas, är redan i bandplåtform, erhållen genom varmvalsning på ett sådant sätt att en ganska stor spridning i bl.a. plåttjockleken och hårdheten föreligger. Kallvalsning sker nu för att reducera plåttjockleken. Om därvid ett reglersystem införes i valsverket, kan kvaliteten förbättras; så kan t.ex. spridningen i bandtjockleken minskas. Vidare kan en ekonomisk synpunkt läggas på regleringen. Reduktion av tjockleken kan nämligen ske genom variation av olika variabler, såsom storskruvsinställning och dragspänningar, vilkas variation är olika kostsam.

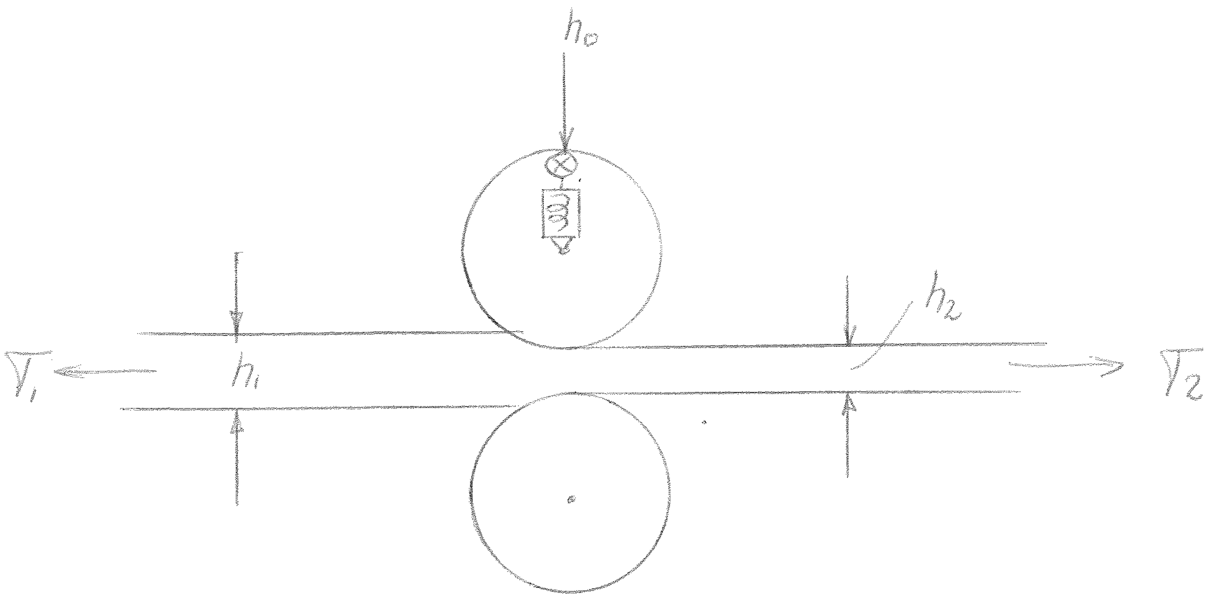
Speciellt intressanta avsnitt vid kallvalsningen är de transienta förloppen vid start och stopp, där en utveckling och förbättring förmodligen skulle kunna medföra stora ekonomiska vinster. Om man bortser från de transienta förloppen, är det vid konstant bandhastighet av intresse att spridningen i bandtjockleken minimeras.

Vid föreliggande examensarbete är problemställningen just den sistnämda, att minimera tjocklekens spridning vid konstant bandhastighet. Förutsättningar är alltså att bandet hela tiden framdrives med konstant hastighet av en redan befintlig reglerutrustning, vilken vi ej kommer att beröra, likaså att det föreligger spridning i bl.a. ingående bandtjocklek och hårdhet.

Matematisk modell.

Beskrivning av processen.

Processen:



h_0 = önskad plåttjocklek efter valsarna.
h_1 = plåttjocklek före valsarna.
h_2 = plåttjocklek efter valsarna.
σ_1 = dragspänning före valsarna.
σ_2 = dragspänning efter valsarna.
s = valsavstånd utan plåt.
μ = friktionskoefficient mellan valsarna och plåten.
τ = hårdheten i plåten.

Förutsättningar: De båda dragspänningarna och valsavståndet, dvs. storskruvens inställning, antages direkt mätbara. Vidare antages att positionsåterkopplad storskruvsmotor och dragåterkopplade dragmotorer, med för de båda återkopplade systemen givna överföringsfunktioner givna, finnes.

Det aktuella valsverket utgöres av ett valspar och två hasplar. Valsningen tillgår så, att bandet köres genom valsarna ett antal gånger till dess önskad plåttjocklek erhållits. Tänkt bandhastighet är c:a 3 m/s. Vi kommer endast att betrakta en körning genom valsarna av bandet, och anser att de övriga genomkörningarna endast utgör en kopia av den betraktade körningen med andra plåtdimensioner och andra spridningar.

Störningar:

Plåttjockleken före valsarna (h_1) betraktas såsom varande sammansatt av dels en konstant tjocklek, dels en variation kring denna konstanta tjocklek. Variationen kommer att betraktas som en i processen inkommande störning. Vidare kommer variationen i bandets hårdhet att betraktas som en störning. Slutligen kommer variationen i friktionskoefficienten mellan valsarna och bandet att betraktas som en störning.

Alla störningarna antages bestå av brus, vars spektraltätheter utgöres av rationella funktioner av $j\omega$, detta för att göra analytiska räkningar genomförbara.

Vi kommer att bortse från störningar orsakade av svetsar i bandet.

Matematisk modell av processen:

Enligt G.F. Bryant* kan för små variationer i dragspänningarna, storskruvsinställningen och inkommande plåttjocklek ändringen i utgående plåttjocken approximeras med följande lineära ekvation:

$$\Delta h_2 = a_1 \cdot \Delta \sigma_1 + a_2 \cdot \Delta \sigma_2 + a_3 \cdot \Delta s + a_4 \cdot \Delta h_1 \quad .$$

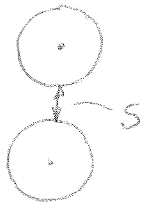
I vårt fall skall även beaktas variationer i utgående plåttjockleken beroende av variationer i friktionen (μ) och i hårdheten (σ). Vi antar att även detta beroende approximativt är lineärt. Då fås:

$$\Delta h_2 = a_1 \cdot \Delta \sigma_1 + a_2 \cdot \Delta \sigma_2 + a_3 \cdot \Delta s + a_4 \cdot \Delta h_1 + a_5 \cdot \Delta \sigma + a_6 \cdot \Delta \mu \quad .$$

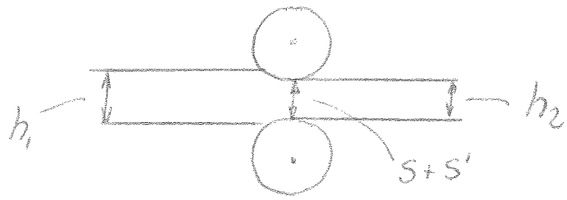
Betraktande av valsarna med och utan plåt och av de krafter, som uppkommer då plåt införes mellan valsarna, och av uppkommen förändring i valsavståndet leder till följande ekvationer:

* se ref. nr 1

Utan plåt



Med plåt



s' = Ökning av valsavstånd

$$\begin{cases} h_2 = s + s' \\ s' = K \cdot f_2 \qquad K = \text{fjäderkonst. för valshuset.} \\ f_1 = \text{fkn}(T_1, T_2, h_1, h_2, T, \mu) \end{cases}$$

$$\Delta f_1 = \frac{\partial f}{\partial T_1} \Delta T_1 + \frac{\partial f}{\partial T_2} \Delta T_2 + \frac{\partial f}{\partial h_1} \Delta h_1 + \frac{\partial f}{\partial h_2} \Delta h_2 +$$

$$+ \frac{\partial f}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta \mu$$

$$f_2 = \frac{1}{K} \cdot s' = \frac{1}{K}(h_2 - s) \Longrightarrow$$

$$\Delta f_2 = \frac{1}{K} \Delta h_2 - \frac{1}{K} \Delta s$$

$$\Delta f_1 = \Delta f_2 \Longrightarrow$$

$$\Delta h_2 = \frac{K \cdot \frac{\partial f}{\partial T_1}}{1 - K \frac{\partial f}{\partial h_2}} \Delta T_1 + \frac{K \cdot \frac{\partial f}{\partial T_2}}{1 - K \cdot \frac{\partial f}{\partial h_2}} \Delta T_2 + \frac{1}{1 - K \frac{\partial f}{\partial h_2}} \Delta s +$$

$$+ \frac{K \cdot \frac{\partial f}{\partial T}}{1 - K \cdot \frac{\partial f}{\partial h_2}} \Delta T + \frac{K \cdot \frac{\partial f}{\partial \mu}}{1 - K \frac{\partial f}{\partial h_2}} \Delta \mu + \frac{K \cdot \frac{\partial f}{\partial h_1}}{1 - K \frac{\partial f}{\partial h_2}} \Delta h_1$$

$$\Delta h_2 = a_1 \Delta T_1 + a_2 \Delta T_2 + a_3 \Delta s_1 + a_4 \Delta h_1 + a_5 \Delta T +$$

$$+ a_6 \Delta \mu ;$$

Jämförelse mellan ovanstående ekvationer ger de olika a-konstanterna uttryckta i partiella derivator, som kan erhållas ur formel enligt W.L. Roberts* för valskraften:

$$F = \left[\frac{\alpha \cdot \sqrt{\frac{D}{E}} + \sqrt{\frac{\alpha^2 D}{E} + \sqrt{8Dtr}\left(\frac{1}{\sigma_c} - \frac{\alpha^2 \mu D(2-r)}{2Et(1-r)}\right)}}{2\left(\frac{1}{\sigma_c} - \frac{\alpha^2 \mu D(2-r)}{2Et(1-r)}\right)} \right]^2$$

D = arbetscylindrarnas diameter.
t = plåttjockleken före valsarna ($= h_1$).
r = reduktionen ($= (h_1 - h_2)/h_1$)
$\sigma_c = 1{,}15 \cdot \sigma_{Y(r/2)} - \sigma_T$ enligt W.L. Roberts*.
$\sigma_T = (\sigma_1 + \sigma_2 \cdot (1-r))/(2-r)$ enligt W.L. Roberts*.
σ_1 = dragspänning före valsarna.
σ_2 = dragspänning efter valsarna.
σ_c = " the resultant compressive yield strength".
σ_Y = "the tensile yield strength".
μ = friktionskoefficienten mellan plåt och valsar.
E = elastisitetsmodulen.
α = dimensionslös konstant (1,08) enligt W.L. Roberts*.
$\sigma_{Y(r)} = \sigma_{Yo} + A_1 \cdot r + A_2 \cdot \sqrt{r}$ enligt W.L. Roberts*.

Genom att i ovanstående formel insätta värden på de ingående storheterna, och i tur och ordning variera en variabel medan de övriga hålles konstanta, kan man ungefär få fram de partiella derivator man är intresserad av.

Med hjälp av datamaskin (Con - Pac) realiserades formeln med följande aktuella värden:

D = 100 mm
E = 20.000
α = 1,08
σ = 50 kp/mm^2
A_1 = 10
A_2 = 0

Kraften är uträknad per mm valsbredd. Följande tabell erhölls:

* se ref. nr 2

t	r	μ	σ_1	σ_2	F
1,0	0,20	0,08	4,0	5,0	242,81445
0,9	0,20	0,08	4,0	5,0	233,19531
1,0	0,22	0,08	4,0	5,0	253,56641
1,0	0,20	0,09	4,0	5,0	243,84180
1,0	0,20	0,08	5,0	5,0	239,85547
1,0	0,20	0,08	4,0	6,0	240,44531

Med = 55 kp/mm^2 erhölls följande tabell:

t	r	μ	σ_1	σ_2	F
1,0	0,20	0,08	4,0	5,0	274,00000
0,9	0,20	0,08	4,0	5,0	263,37109
1,0	0,22	0,08	4,0	5,0	285,96875
1,0	0,20	0,09	4,0	5,0	275,30078
1,0	0,20	0,08	5,0	5,0	270,94531
1,0	0,20	0,08	4,0	6,0	271,55469

Ur ovanstående tabell erhålles följande värden på derivator per mm valsbredd:

a) $\frac{\partial F}{\partial \mu} = 102,7 \text{ kp}$ b) $\frac{\partial F}{\partial \mu} = 130,1 \text{ kp}$

$\frac{\partial F}{\partial \sigma_1} = -3,0$ $\frac{\partial F}{\partial \sigma_1} = -3,1$

$\frac{\partial F}{\partial \sigma_2} = -2,4$ $\frac{\partial F}{\partial \sigma_2} = -2,4$

$\frac{\partial F}{\partial r} = 537,6 \text{ kp}$ $\frac{\partial F}{\partial r} = 598,4 \text{ kp}$

$\frac{\partial F}{\partial h_1} = 528 \text{ kp/mm}$ $\frac{\partial F}{\partial h_1} = 576 \text{ kp/mm}$

Försök a) + b) $\Longrightarrow \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 6,2 \text{ mm}^2$

Ovan har vi $F = \text{fkn}(h_1, r, \sigma_1, \sigma_2, \mu, \sigma)$

dvs. $\Delta F = \frac{\partial F}{\partial h_1}\Delta h_1 + \frac{\partial F}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial F}{\partial \sigma_1}\Delta\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2}\Delta\sigma_2 + \frac{\partial F}{\partial \mu}\Delta\mu + \frac{\partial F}{\partial \sigma}\Delta\sigma$

Nu är vi i stället intresserade av

$F = \text{fkn}(h_1, h_2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma, \mu)$

a) 1) $\begin{cases} \Delta F = -9,6 \\ \Delta h_1 = -0,1 \\ \Delta r = 0 \end{cases}$ $r = \frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{0,9 - h_2}{0,9} = 0,2$

$\Longrightarrow h_2 = 0,72$

h_2 borde vara 0.80, ty $h_1 = 1.00$ och $r = 0,20$

$\Longrightarrow h_2 = 0.80 \Longrightarrow \Delta h_2 = -0,08$

Insättning i

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial h_1}\Delta h_1 + \frac{\partial F}{\partial h_2}\Delta h_2 + \frac{\partial F}{\partial \mu}\Delta\mu + \frac{\partial F}{\partial \overline{V}_1}\Delta\overline{V}_1 + \frac{\partial F}{\partial \overline{V}_2}\Delta\overline{V}_2 + \frac{\partial F}{\partial \overline{V}}\Delta\overline{V}$$

ger $9{,}6 = \frac{\partial F}{\partial h_1}0{,}1 + \frac{\partial F}{\partial h_2}0.08$

$$2\begin{cases}\Delta F = 10.8\\ \Delta h_1 = 0\\ \Delta r = 0{,}02\end{cases}\qquad \begin{aligned} h_2 &= h_1(1-r)\\ \Delta h_2 &= -\Delta r\, h_1 = -0{,}02\cdot 1 = -0{,}02\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow 10.8 = -\frac{\partial F}{\partial h_2}\cdot 0.02 \Longrightarrow \frac{\partial F}{\partial h_2} = -540 \text{ kp/mm}$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial F}{\partial h_1} = 528$$

b) ger på motsvarande sätt

$$\frac{\partial F}{\partial h_2} = -600 \qquad \frac{\partial F}{\partial h_1} = 576$$

Med en valsbredd på 1156 mm enligt försök av G.F. Bryant fås:

$$\frac{\partial F}{\partial h_2} \approx -550\cdot 1156 = -635.8 \text{ ton/mm}$$

Likaså hämtas ur samma litteraturkälla koefficienten före $\Delta S = 0.158$
Med hjälp av detta värde erhålles genom insättning i tidigare förhållande:

$$0.158 = \frac{1}{1 + K\cdot 635{,}8}$$

$\Longrightarrow$ fjäderkonstanten $K = 8{,}4\cdot 10^{-3}$ mm/ton.

Uttrycket $\dfrac{K}{1-K\frac{\partial F}{\partial h_2}}$ erhålles då till $1{,}32 \cdot 10^{-3}$ mm/ton.

Genom insättning av ovan beräknade värden och identifiering erhålles a-konstanterna till:

$a_1 = -0.0040$ mm/ton $\quad a_2 = -0.0032$ mm/ton

$a_3 = 0.16$ mm/mm $\quad a_4 = 0.84$ mm/mm

$a_5 = 9{,}4$ mm³/ton $\quad a_6 = 0.17$ mm

$$\Longrightarrow \Delta h_2 = 0.16\,\Delta s + 0.84\,\Delta h_1 - 4{,}0\,\Delta T_1 - 3{,}2\,\Delta T_2 + 170\,\Delta\mu + 9{,}4\cdot 10^{9}\,\Delta T$$

(sorter i µm och ton)

Fortranprogram för beräkning av valskraft vid kallvalsning

(enl. Ing. N. Claesson, ASEA)

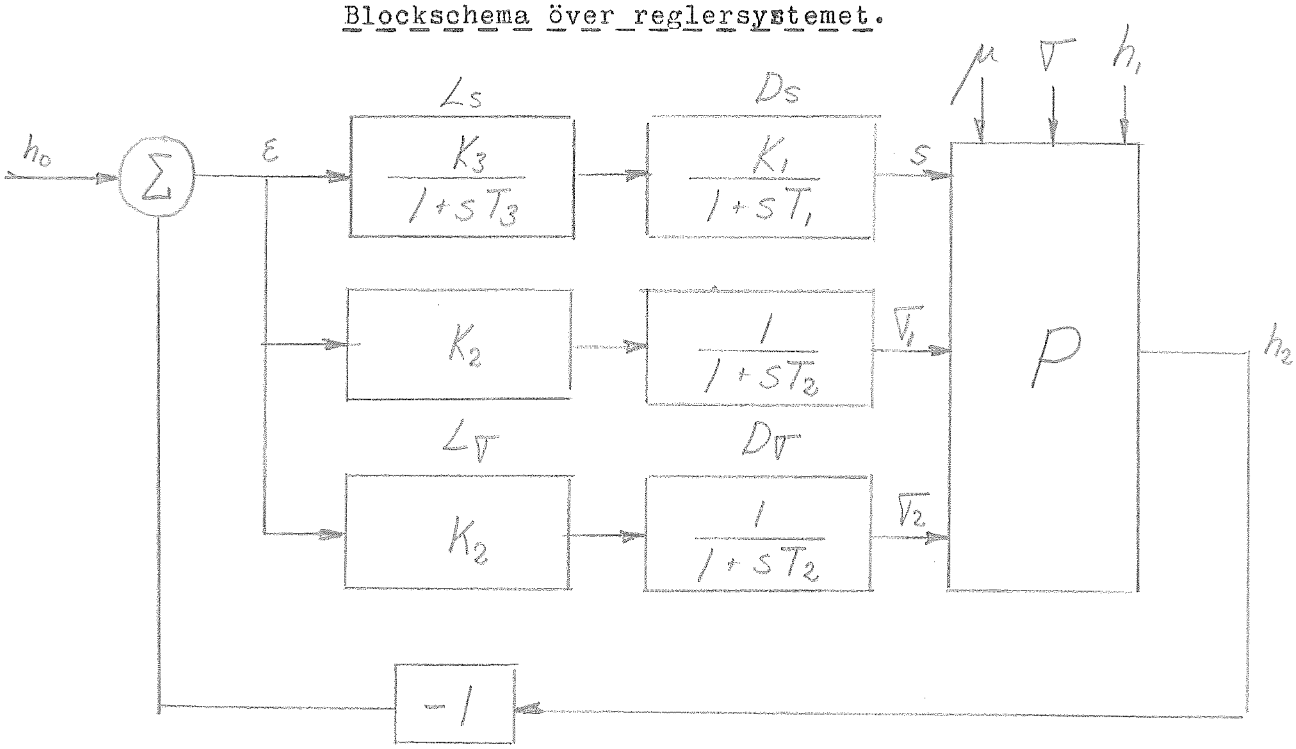
```
C     BERÄKNING AV VALSKRAFT VID KALLVALSNING
C     ROBERTS "A SIMPLIFIED MODEL"
      BEGIN PROGRAM AT /100000
      DIMENSION T(20), R(20), FMY (20), SG1(20), SG2(2
      READ I, N, ALFA, DM, E
1     FORMAT (I4 , 3F10.4)
      PRINT 2
2     FORMAT (2X, 1HN, 4X, 4 HALFA, 7X, 2 HDM ,8X, 1HE
      PRINT I, N, ALFA, DM, E
      READ 3, SG0, A1 , A2
3     FORMAT (3F10.5)
      PRINT 4
4     FORMAT (3X, 3HSG0, 6X, 2HA1, 7X, 2HA2)
      READ 5(T(I), R(I) , FMY (I), SG1 (I), SG2 (I), I=1,N
5     FORMAT (5F10.4)
      I=1
8     SGT = (SG1(I) + SG2(I) * (2. - R(I))) / (2. - R(I))
      SGY = SG0 + A1 * R(I)/2. + A2 * SQRTF(R(I)/2.)
      SGC = 1.15 * SGY - SGT
      H1 = ALFA ** 2 * FMY (I) * DM * (2. - R(I))
      H2 = 2. * E * T (I) * (1. - R(I))
      H3 = H1 / H2
      H4 = SQRTF(8. * DM * T(I) * R(I))
      H5 = ALFA * SQRTF (DM / E)
```

```
      H6 = 1./SGC-H3
      H7 = (H5+SQRTF(H5*H5+H4*H6))/(2.*H6)
      FM = H7*H7
      PRINT 6
6     FORMAT (4X,1HT,9X,1HR,8X,3HFMY,17X,
         3HSG1,7X,3HSG2,8X,2HFM)
      PRINT 7,T(I),R(I),FMY(I),SG1(I),SG2(I),FM
7     FORMAT (6F10.5)
      I = I+1
      IF (I-N) 8,8,9
9     CONTINUE
      STOP
      END
```

Parametrisk optimering med olika störspektra.

De olika Laplace-transformerna av överföringsfunktionerna för de tre motorerna var givna vid examensarbetets begynnelse. Med kännedom om de i föregående kapitel beräknade sambanden mellan de olika variablerna kan man nu åstadkomma ett blockschema över systemet. Med hjälp av detta kan man sedan beräkna de olika överföringsfunktionerna från instorheterna till utstorhet h_2.

Blockschema över reglersystemet.



L_s = Eventuellt filter för storskruven.

L = Förstärkningsparameter för dragmotorerna.

D_s = Given överföringsfunktion för storskruvsmotorn.

D = Given överföringsfunktion för dragmotorerna.

P = Processen

Anledning till av vi placerat K_3, T_3 och K_2 som en form av filter framför motorernas överföringsfunktioner är att vi ansåg dessa som variabla vid de optimeringsberäkningar som gjorts i kapitel 2. Optimeringsberäkningarna gjordes för att erhålla optimal spridning på uttjockleken av plåten.

Beräkning av överföringsfunktioner från de olika instorheterna till utstorheten h_2:

$$\begin{cases} \varepsilon = h_0 - h_2 \\ s = L_s D_s \varepsilon \\ \nabla_1 = \nabla_2 = L_\nabla D_\nabla \varepsilon \end{cases}$$

Beteckningar se fig.

$$h_2 = a_1 \nabla_1 + a_2 \nabla_2 + a_3 s + a_4 h_1 + a_5 \nabla + a_6 \mu$$

$$h_0 = \mu = \nabla = 0 \Longrightarrow$$

$$h_2 = -a_1 L_\nabla D_\nabla h_2 - a_2 L_\nabla D_\nabla h_2 - a_3 L_s D_s h_2 + a_4 h_1$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{a_4}{L_\nabla D_\nabla (a_1 + a_2) + a_3 L_s D_s + 1} = G_2$$

På motsvarande sätt erhålles

$$\frac{h_2}{\nabla} = \frac{a_5}{L_\nabla D_\nabla (a_1 + a_2) + a_3 L_s D_s + 1} = G_3$$

$$\frac{h_2}{\mu} = \frac{a_6}{L_\nabla D_\nabla (a_1 + a_2) + a_3 L_s D_s + 1} = G_4$$

$$\frac{h_2}{h_0} = \frac{(a_1 + a_2) L_\nabla D_\nabla + a_3 L_s D_s}{L_\nabla D_\nabla (a_1 + a_2) + a_3 L_s D_s + 1} = G_1$$

$$\Longrightarrow h_2 = G_1 \cdot h_0 + G_2 \cdot h_1 + G_3 \nabla + G_4 \mu$$

$$G_1 = \frac{a' L_\nabla D_\nabla + a_3 L_s D_s}{a' L_\nabla D_\nabla + a_3 L_s D_s + 1} = \frac{G_0}{G_0 + 1}$$

Beräkning av stabilitetskrav för hela systemet:

$$\frac{h_2}{h_0} = \frac{a' \cdot \frac{K_2}{(1+sT_2)} + \frac{a_3 \cdot K_3 \cdot K_1}{(1+sT_3)(1+sT_1)}}{1 + \frac{a' K_2}{1+sT_2} + \frac{a_3 K_3 K_1}{(1+sT_3)(1+sT_1)}} = G_1$$

Efter räkning erhålles

$$G_1 = \frac{s^2 \cdot A + s \cdot B + C}{s^3 \cdot D + s^2 \cdot E + s \cdot F + C + 1}$$

där

$$A = b_1 T_1 T_3 \qquad a' K_2 = b_1$$
$$B = b_1 (T_1 + T_3) + b_2 T_2 \qquad a_3 K_3 K_1 = b_2$$
$$C = b_1 + b_2$$
$$D = T_1 T_2 T_3$$
$$E = T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3 + b_1 T_1 T_3$$
$$F = T_1 + T_2 + T_3 + b_1 (T_1 + T_3) + b_2 T_2$$

Routh' test ger följande villkor:

1) $T_1 T_2 T_3 > 0$

2) $T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3 + a' K_2 T_1 T_3 > 0$

3) $a_3 K_3 K_1 + K_2 a' > -1$

4) $$\left[T_1 + T_2 + T_3 + b_2 T_2 + b_1 (T_1 + T_3)\right] - \frac{T_1 T_2 T_3 \; (1 + b_1 + b_2)}{\underbrace{T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3 + b_1 T_1 T_3}_{X}} > 0$$

$X > 0$ enl. villkor 1–3.

Processen (P) utgöres alltså av den tidigare framräknade ekvationen:

$$\Delta h_2 = 0{,}16 \cdot \Delta s + 0{,}84 \cdot \Delta h_1 - 4{,}0 \cdot \Delta \nabla_1 - 3{,}2 \cdot \Delta \nabla_2 + 170 \cdot \Delta \mu + 9{,}4 \cdot 10^9 \cdot \Delta \nabla \ .$$

Det ingår alltså ingen dynamik i själva systemet. Dynamiken kommer in via de båda tidigare nämda återkopplade systemen:

$$\nabla / \nabla_0 = 1/(1 + s \cdot T_2) \quad \text{och} \quad s/s_0 = K_1/(1 + s \cdot T_1) \ ,$$

där det antagits att de båda dragåterkopplade systemen har lika överföringsfunktioner, och vidare har överföringsfunktionerna (approximerats) med förstagradsfunktioner i s.

K_1 sättes = 1.

Värden på T_1 och T_2 är ej tagna ur något specifikt system, utan T_1 och T_2 ges för de båda återkopplade systemen normala värden; sådana är:

$T_2 = 0{,}08$ sek.

$T_1 = 0{,}125$ sek.

Med de i blockschemat givna filtren framför motorerna skall K_3, K_2 och T_3 optimeras med avseende på minimal spridning i uttjockleken under förutsättning av endast en störsignal med ett enkelt rationellt effektspektrum.

Effektspektrat antages vara: $\Phi_\mu(\omega) = \dfrac{a^2}{a^2 + \omega^2}$

Överföringsfunktionen mellan uttjockleken och störsignalen är:

$$h_2 = a_6 \cdot 1 / \left[\frac{a' K_2}{1 + s \cdot T_2} + \frac{a_3 K_1 K_3}{(1 + s \cdot T_1)(1 + s \cdot T_3)} + 1 \right] = G_4 \ .$$

Omformning ger:

$$h_2 = \frac{s^3 \cdot A + s^2 \cdot B + s \cdot C + 1}{s^3 \cdot A + s^2 \cdot D + s \cdot E + F} \quad ;$$

där:

$A = T_1 T_2 T_3$; $B = T_1 T_3 + T_1 T_2 + T_2 T_3$;

$C = T_1 + T_2 + T_3$; $D = b_1 T_1 T_3 + B$;

$E = b_2 T_2 + b_1(T_1 + T_3) + C$; $F = 1 + b_1 + b_2$;

$b_1 = a' K_2$; $b_2 = a_3 K_1 K_3$;

Utsignalens spektraltäthet: $\phi_{h_2}(\omega) = G(i\omega)G(-i\omega)\,\phi_{\mu}(\omega)$

Via standardformler för integraler erhålles: (bilaga 1)

$$E(h_2^2(t)) = 2\pi a_6^2 a^2 I_4 \quad .$$

I_4 erhålles ur formelblad. De i I_4 ingående konstanterna äro:

$c_o = 1$; $c_1 = C$; $c_2 = B$; $c_3 = A$; $d_o = Fa$;

$d_1 = Ea + F$; $d_2 = Da + E$; $d_3 = Aa + D$; $d_4 = A$.

För konstant värde på K_2 och T_3 beräknas optimalt K_3, på så sätt att $E(h_2^2(t))$ deriveras med avseende på K_3, och derivatan sättes = 0. Därvid erhålles följande ekvation för K_3:

$$K_3^4 \cdot B6 + K_3^3 \cdot C6 + K_3^2 \cdot D6 + K_3 \cdot E6 + F6 = 0.$$

Vidare erhålles ett uttryck för spridningen:

$$E(h_2^2) = 2\pi a_6^2 a^2 \cdot \frac{K_3^3 A5 + K_3^2 B5 + K_3 C5 + D5}{K_3^3 E5 + K_3^2 F5 + K_3 G5 + H5}$$

Ett algolprogram (gives som bilaga2) skrevs för att för ett antal värden på T_3 och K_2 lösa ovanstående ekvation och beräkna tillhörande spridning. I programmet är: $A = a = 0{,}07$; $B = a_3 = 0{,}16$; $A1 = a_1 + a_2$; Konstanterna B6, A5 osv. ovan erhålles ur programmet. I programmet är även inlagt kontroll av stabiliteten, och $E(h_2^2)$ beräknas endast för de K_3-värden för vilka systemet är stabilt.

Vid körning av programmet erhölls värdena i tabellen på nästa sida.

Ur tabellen finner man lätt att av positiva K_2-värden är värdet 0 det bästa. Vidare finner man att spridningen avtar med ökande värde på T_3, varvid även det optimala K_3-värdet ökar kraftigt. Av detta ledes man ju lätt att vilja dra den slutsatsen att filtret borde bytas mot ett med utseendet: K_3/s . Det bör alltså ingå en integrerande länk, vilket man lättare kan komma fram till genom att fodra att statiskt fel skall elimineras. En integrerande länk medför just detta.

Genom att förenkla systemet på så sätt att vissa konstanter tilldelas speciellt enkla värden, och genom att giva filtret forman K_3/s kan man räkna analytiskt på systemet utan att behöva använda datamaskin.

Då störsignalernas effektspektrum ej är helt kända, kan det vara av intresse att genomräkna ett antal exempel med några enkla effektspektrum.

T_3	K_2	K_3	E_1
1	0,2	x	x
	0,1	$0{,}15 \cdot 10^{1}$	$0{,}16 \cdot 10^{2}$
	0,01	$0{,}29 \cdot 10^{1}$	$0{,}80 \cdot 10^{1}$
	0	$0{,}13 \cdot 10^{1}$	$0{,}77 \cdot 10^{1}$
21	0,2	x	x
	0,1	$0{,}21 \cdot 10^{3}$	$0{,}16 \cdot 10^{0}$
	0,01	$0{,}62 \cdot 10^{3}$	$0{,}27 \cdot 10^{-1}$
	0	$0{,}66 \cdot 10^{3}$	$0{,}25 \cdot 10^{-1}$
41	0,2	x	x
	0,1	$0{,}62 \cdot 10^{3}$	$0{,}10 \cdot 10^{-1}$
	0,01	$0{,}31 \cdot 10^{4}$	$0{,}94 \cdot 10^{-2}$
	0	$0{,}33 \cdot 10^{4}$	$0{,}85 \cdot 10^{-2}$
61	0,2	x	x
	0,1	$0{,}11 \cdot 10^{4}$	$0{,}88 \cdot 10^{-1}$
	0,01	$0{,}11 \cdot 10^{5}$	$0{,}52 \cdot 10^{-2}$
	0	$0{,}12 \cdot 10^{5}$	$0{,}47 \cdot 10^{-2}$
81	0,2	x	x
	0,1	$0{,}15 \cdot 10^{4}$	$0{,}82 \cdot 10^{-1}$
	0,01	$0{,}73 \cdot 10^{5}$	$0{,}33 \cdot 10^{-2}$
	0	$0{,}13 \cdot 10^{6}$	$0{,}29 \cdot 10^{-2}$

Tabell över spridningen i uttjockleken h_2 vid optimalt värde på K_3, för några olika värden på T_3 och K_2. E_1 är ej spriningen exakt, utan skiljer sig från $E(h_2^2(t))$ med en konstant faktor. x anger att systemet är instabilt för dessa värden.

Analys av några exempel på parametrisk optimering.

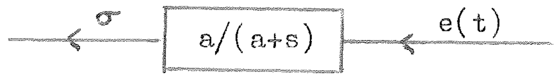
Brus med olika spektraltäthet får utgöra störning som inkommer i ett system bestående av en återkopplad motor, överföringsfunktion $1/(1+sT_1)$, jämte eventuellt ett filter, överföringsfunktion$(1/s)\cdot K_3$ eller $K_3/(1+sT_3)$. K_3 skall optimeras med avseende på minimal spridning i utsignalen med brus som insignal. (Inget filter blir alltså här detsamma som att det då finns en konstant = K_3 framför den återkopplade motorn.) Bruset får ha ett enkelt, rationellt effektspektrum.

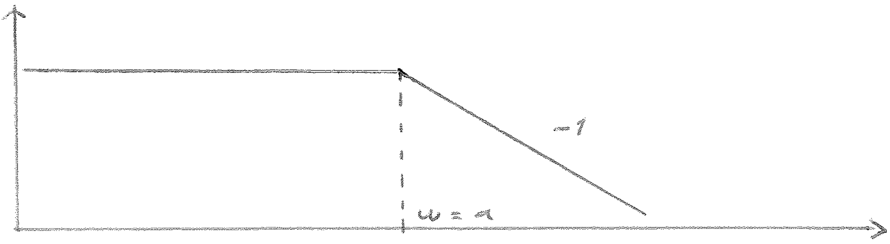
Exempel på brus.

$e(t)$ = "vitt brus", dvs. brus med konstant spektraltäthet $\Longleftrightarrow$ att $\phi_e(\omega)$ = konstant. Konstanten sättes = 1.

Vid uppritandet av amplitudkurvorna utritas endast assymptoterna. Kurvorna ritas med log G(i) = fkn av log( ).

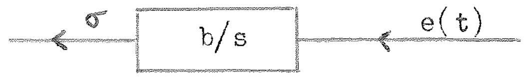
a. $\phi_\sigma(\omega) = a^2/(\omega^2+a^2)$ $\Longleftrightarrow$

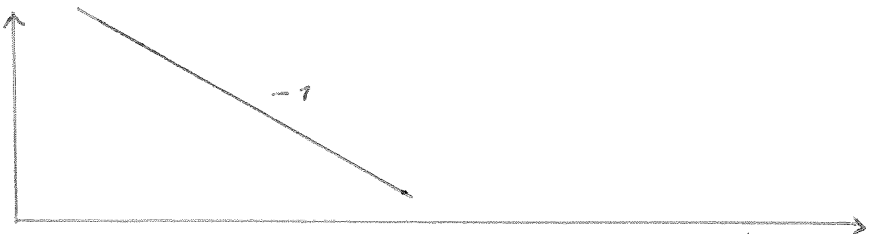




Amplitudkurva för överföringsfunktionen a/(a+s).

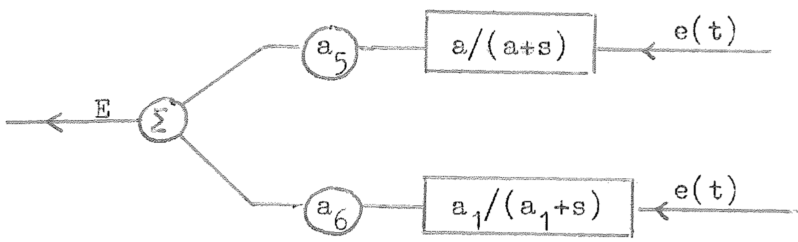
b. $\phi_\sigma(\omega) = b^2/\omega^2$ $\Longleftrightarrow$





Amplitudkurva för överföringsfunktionen b/s.

c. $\phi_E(\omega) = A^2\cdot(\omega^2+B^2)/(\omega^2+a^2)\cdot(\omega^2+a_1^2)$ $\Longleftrightarrow$



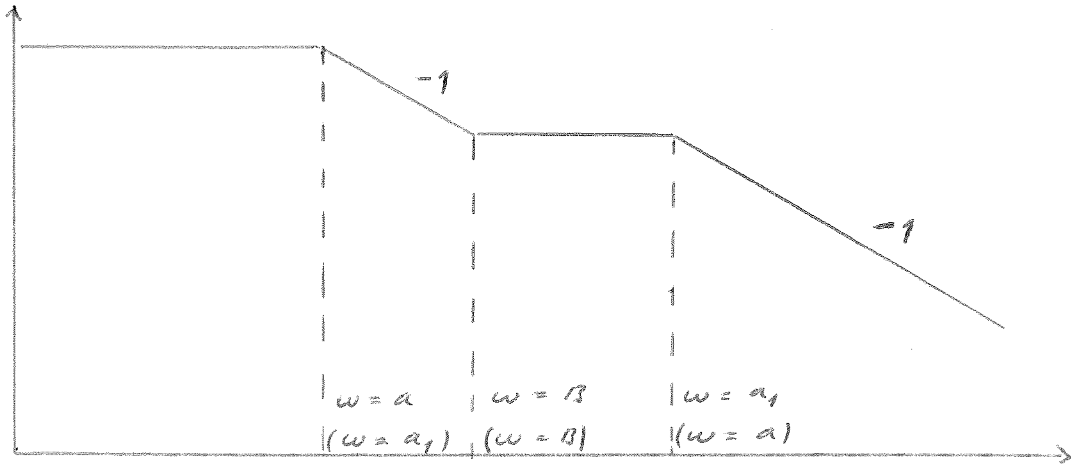
$$A^2 = a_5^2\cdot a^2 + a_6^2\cdot a_1^2 \quad . \qquad B^2 = \frac{(a_5^2 + a_6^2)a^2\cdot a_1^2}{a_5^2\cdot a^2 + a_6^2\cdot a_1^2}$$

3 tänkbara utseende finns nu på amplitudkurvan beroende på storleksordningen mellan a, a_1 och B.

c.1.

a är större än B som är större än a_1, eller

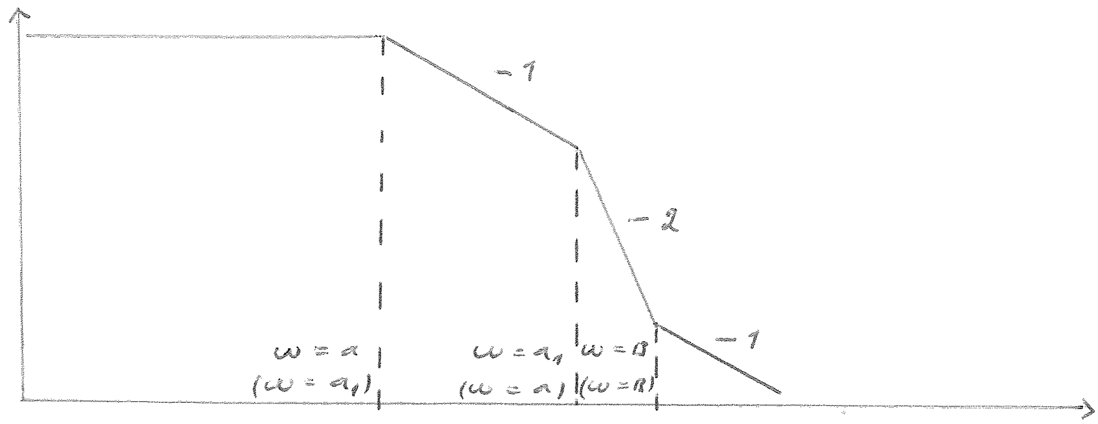
a_1 är större än B som är större än a. I dessa båda fall blir utseendet hos amplitudkurvan:



c.2.

a är större än a_1 som är större än B, eller

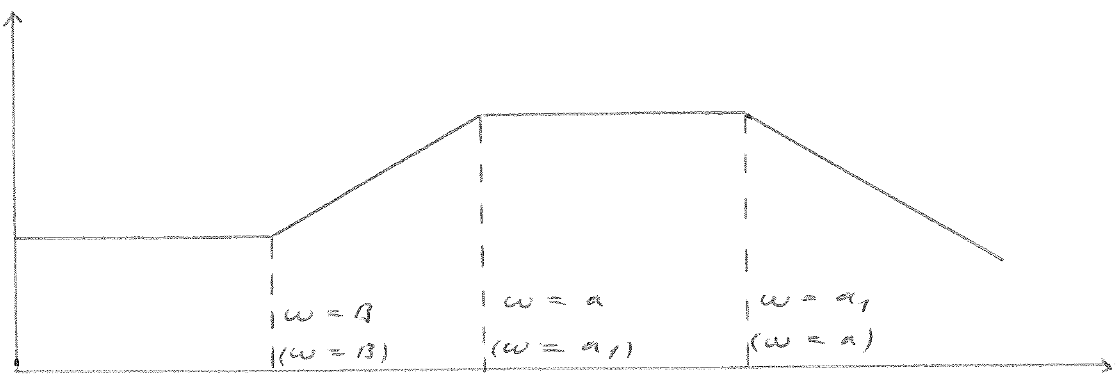
a_1 är större än a som är större än B. I dessa båda fall blir utseendet hos amplitudkurvan:



c.3.

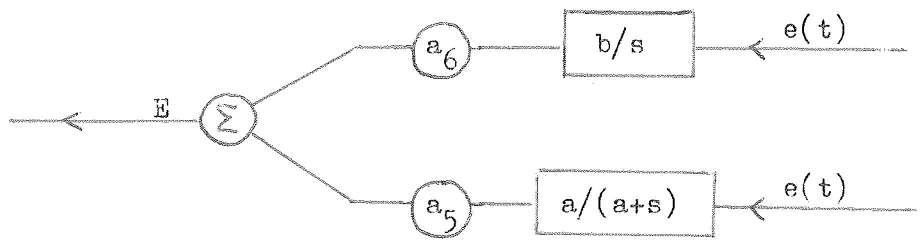
B är större än a som är större än a_1, eller

B är större än a_1 som är större än a. I dessa båda fall blir utseendet hos amplitudkurvan:



d.

$$\phi_E(\omega) = A^2 \cdot (B^2+\omega^2)/(a^2+\omega^2)\cdot\omega^2$$

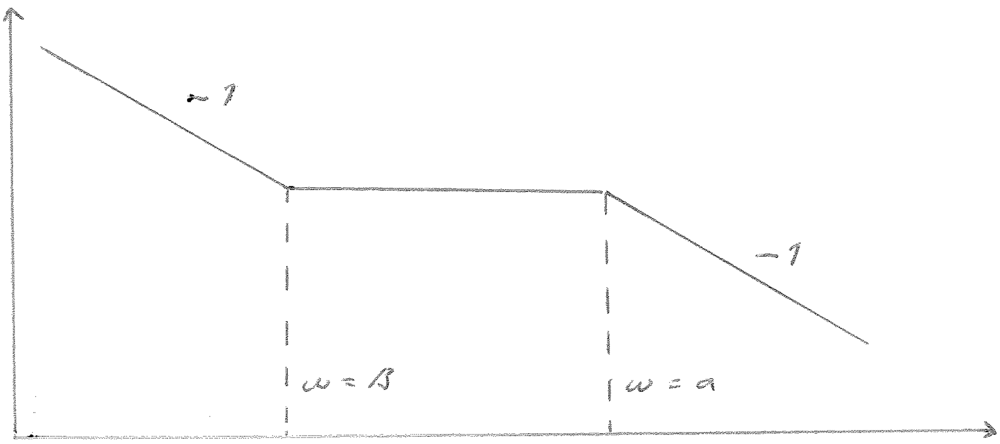


$$A^2 = a_5^{\,2}\cdot a^2 + a_6^{\,2}\cdot b^2 \quad . \qquad B^2 = \frac{a_6^{\,2}\cdot a^2\cdot b^2}{a_5^{\,2}\cdot a^2 + a_6^{\,2}\cdot b^2} \quad .$$

2 tänkbara utseende finns nu på amplitudkurvan beroende på storleksordningen mellan a och B:

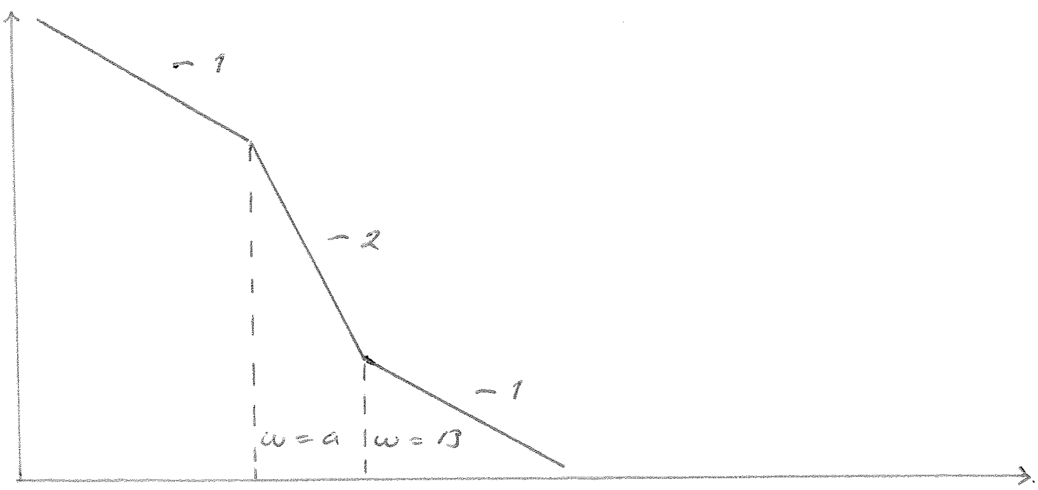
d.1.

B är större än a. Då blir amplitudkurvans utseende:



d.2.

a är större än B. Då blir amplitudkurvans utseende:



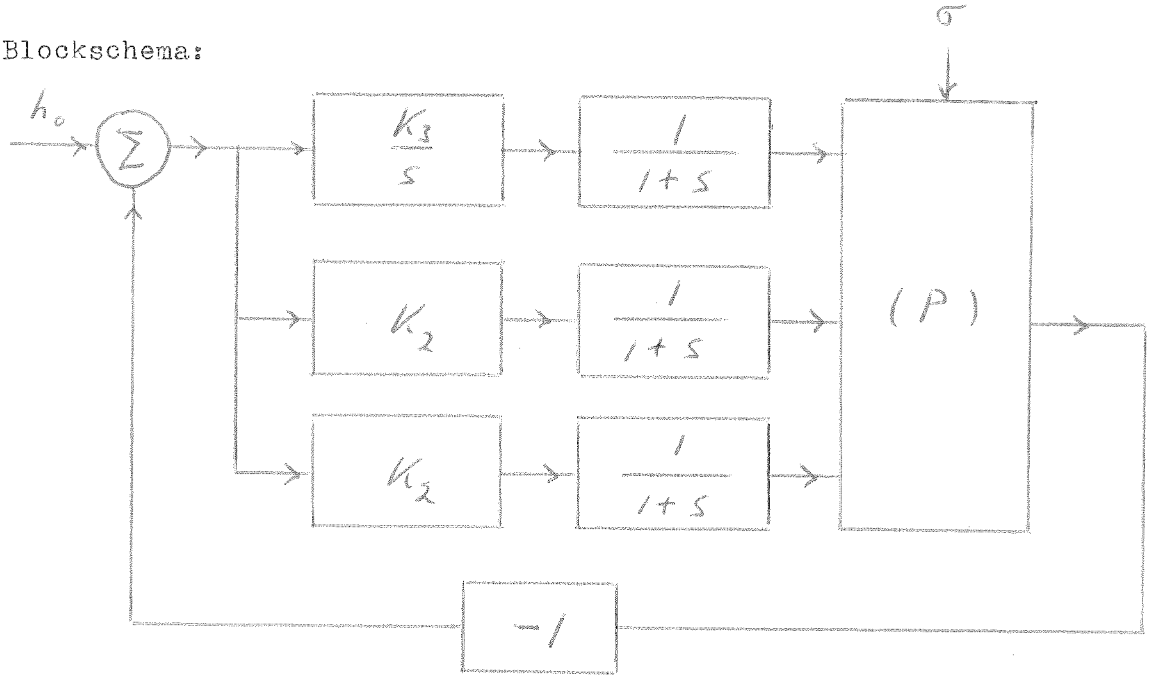
Först ett exempel angående optimering av K_2 med filter K_3/s och effektspektrum hos störsignalen enligt brusexempel <u>a.</u>

Överföringsfunktionen:

$$\frac{h_2}{\sigma} = \frac{a_5}{a_3K_3/s(1+sT_1) + a'K_2/(1+sT_2) + 1}$$

förenklas på så sätt att vi sätter: $a_3=T_1=T_2=1$.

Blockschema:



Överföringsfunktionen förenklas till: $\frac{h_2}{\sigma} = \frac{a_5(s^2+s)}{s^2+s(1-K_2)+1} = G$

Stabilitetskrav: $K_2 \leq 1$

Utsignalens spektraltäthet: $\Phi_{h_2}(\omega) = G(i\omega)\,G(-i\omega)\,\phi_\sigma(\omega)$

Integralformler ger:

$$E(h_2^2(t)) = 2\pi a_5^2 a^2 \cdot \frac{a^2+2a-K_2a^2}{2a(a^2+a-K_2a^2+a+1-K_2a\cdot 2-K_2+K_2^2a-2a)}$$

$$\frac{dE}{dK_2} = 2\pi a_5 a^2 \cdot \frac{8a(1-K)+8a^2(1-K)+4a^2K_2+2a^2K_2^2+4}{2a(a^2+a-K_2a^2+a+1-2K_2a-K_2+K_2^2a-2a)'}$$

Stabilitetskravet medför att derivatan blir större än 0 för alla K_2 inom stabilitetsgränserna. Spridningen avtar alltså med avtagande K_2. Optimalt K_2 blir alltså 0, eller eventuellt $-\infty$.

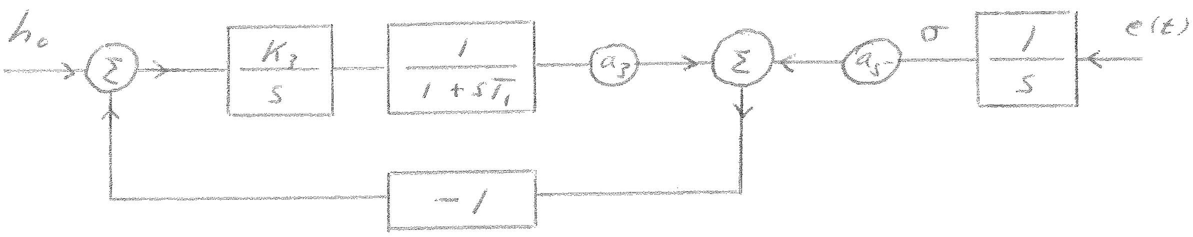
Det har visat sig att optimalt K_2 är 0 eller ev. $-\infty$. Med negativt värde på K_2 kommer man att få tre parallellkopplade motorer med i stort sett samma inverkan i systemet, under förutsättning att det finns samma eventuella filter framför alla tre motorerna. Det ger då inte mycket extra att betrakta alla tre motorerna, utan vi förenklar då på så sätt att vi i fortsättningen sätter $K_2 = 0$, dvs använder ej dragmotorerna i styrningen. Vidare sättes ett filter K_3/s framför motorn, detta för att det ej skall kunna bli något statiskt fel. Eventuellt kan man tänka sig detta filter i samband med motorn, så att denna då är: $K_3/s(1+sT_1)$.

1) Optimering av K_3 för minimering av spridningen.

Effektspektrum: $\phi_\sigma(\omega) = \frac{1}{\omega^2}$

Överföringsfunktion: $\frac{h_2}{\sigma} = \frac{a_5}{\frac{a_3 K_3}{s(1+sT_1)} + 1} = \frac{a_5 s(1+sT_1)}{s^2 T_1 + s + a_3 K_3} = G$

Blockschema:



Stabilitetskrav enligt Routh's test: $K_3 \cdot a_3 \geq 0$

Utsignalens spektraltäthet: $\phi_{h_2}(\omega) = G(i\omega)\, G(-i\omega) \cdot \phi_\sigma(\omega)$

Integralformler ger:

$$E(h_2^2(t)) = 2\pi a_5^2 \cdot \frac{K_3 \cdot a_3 T_1^2 + T_1}{K_3 \cdot 2 a_3 T_1}$$

$$\frac{dE}{dK_3} = -2 a_3 T_1^2 \cdot 2\pi a_5^2 \cdot \frac{1}{(K_3 \cdot 2 a_3 T_1)^2}$$

Derivatan är således negativ för alla K_3, och alltså spridningen avtagande med växande K_3. Optimala värdet på K_3 blir därför: $K_3 = \infty$, för alla a 0. Med detta K_3-värde blir spridningen $= \pi \cdot a_5^2 \cdot T_1$. Om filtret K_3/s bytes mot endast K_3 blir spridningen $= \infty$. Filtret har alltså flera fördelar än den ovan nämda, att motverka statiskt fel.

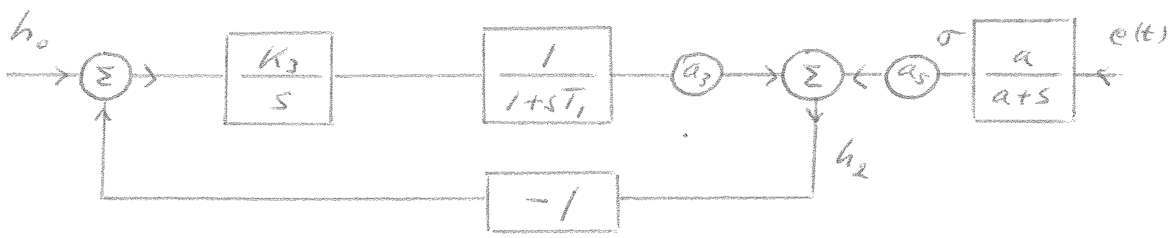
Ett effektspektrum som kan anses vara ganska verklighetsnära, vad intjockleke hos plåtbandet beträffar, är det i nästa exempel använda:

2) Optimering av K_3 för minimering av spridningen.

Effektspektrum: $$\Phi_\sigma(\omega) = \frac{a^2}{a^2+\omega^2}$$

Överföringsfunktion: $$\frac{h_2}{\sigma} = \frac{a_5 \cdot s \cdot (1+sT_1)}{s^2T_1 + s + a_3 K_3}$$

Blockschema:



Stabilitetskrav: $$a_3 \cdot K_3 \geq 0$$

Utsignalens spektraltäthet: $$\Phi_{h_2}(\omega) = G(i\omega)\cdot G(i\omega)\cdot \Phi_\sigma(\omega)$$

Integralformler ger:

$$E(h_2^2(t)) = \pi a_5^2 a^2 \cdot \frac{K_3 \cdot a_3 T_1 + aT_1 + 1}{K_3 a_3 + a + a^2 T_1}$$

$$\frac{dE}{dK_3} = \pi a_5^2 a^2 \cdot \frac{a_3(a^2T_1^2 - 1)}{(K_3 a_3 + a + a^2T_1)^2}$$

Här kan nu några olika fall särskiljas:

a.

Om $a^2 \cdot T_1 - 1 = 0$, så blir derivatan = 0 oberoende av värdet på K_3. Då blir alltså spridningen också helt oberoende av K_3:s värde. Värdet på spridningen blir för detta värde på a (dvs $a = 1/T_1$):

$$E(h_2^2(t)) = \pi \cdot a_5^2 \cdot (1/T_1).$$

b.

Om $a^2 \cdot T_1^{\,2} - 1 > 0$, dvs. om $a > 1/T_1$ så blir derivatan > 0 för alla K_3. Dvs. spridningen ökar med ökande K_3. Optimalt K_3-värde blir alltså: $K_3 = 0$.

För optimalt K_3 blir spridningen $= \pi \cdot a_5^{\,2} \cdot a$.

c.

Om $a^2 \cdot T_1^{\,2} - 1 < 0$, dvs. om $a < 1/T_1$ så blir derivatan < 0 för alla värden på K_3. Spridningen minskar alltså med växande K_3. Optimalt värde på K_3 blir då: $K_3 = \infty$.

För optimalt K_3 blir spridningen $= \pi \cdot a_5^{\,2} \cdot a^2 \cdot T_1$.

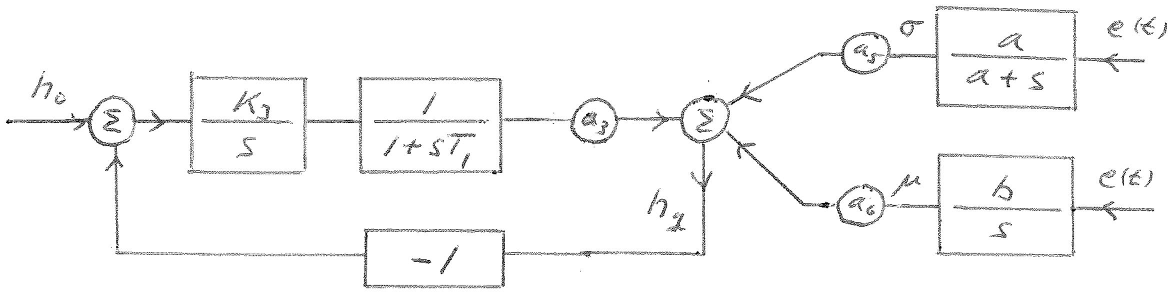
---

3) Optimering av K_3 för minimering av spridningen.

Effektspektrum: $\phi_E(\omega) = A^2 \cdot \dfrac{B^2 + \omega^2}{(a^2+\omega^2)\cdot \omega^2}$

Överföringsfunktion: $\dfrac{h_2}{\sigma\ (\mu)} = \dfrac{a_5\ (a_6) \cdot s \cdot (1+sT_1)}{s^2 T_1 + s + a_3 K_3} = G \cdot a_5\ (a_6)$

Blockschema:



$$\phi_E(\omega) = a_5^2 \cdot \frac{a^2}{a^2+\omega^2} + a_6^2 \cdot \frac{b^2}{\omega^2} = a_6^2\,\phi_\mu(\omega) + a_5^2\,\phi_\sigma(\omega)$$

Konstanterna A och B: se tidigare beskrivning av störningar, pkt d. De båda störningarna med effektspektrum $\phi_\sigma(\omega)$ och $\phi_\mu(\omega)$ antages vara oberoende. Detta medför:

$$\phi_{h_2}(\omega) = a_5^2 \cdot G(i\omega) \cdot G(-i\omega) \cdot \phi_\sigma(\omega) + a_6^2 \cdot G(i\omega) \cdot G(-i\omega) \cdot \phi_\mu(\omega)$$

$$E(h_2^2(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{h_2}(\omega)\, d\omega$$

På grund av integralens linearitet fås:

$$E(h_2^2(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} a_5^2 \cdot G(i\omega) \cdot G(-i\omega) \cdot \phi_\sigma(\omega)\, d\omega +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} a_6^2 \cdot G(i\omega) \cdot G(-i\omega)\, \phi_\mu(\omega)\, d\omega$$

Integralformler ger:

$$E(h_2^2(t)) = \pi a_5^2 a^2 \cdot \frac{K_3 \cdot a_3 T_1 + a T_1 + 1}{K_3 \cdot a_3 + a + a^2 T_1} +$$

$$+ \pi \cdot a_6^2 b^2 \cdot \frac{K_3 \cdot a_3 T_1 + 1}{K_3 \cdot a_3}$$

$$\frac{dE}{dK_3} = \pi a_3 \cdot \left(a_5^2 a^2 \cdot \frac{a^2 T_1^2 - 1}{(K_3 a_3 + a + a^2 T_1)^2} - \frac{a_6^2 b^2}{(K_3 a_3)^2} \right)$$

Om nu $a > 1/T_1$ så blir derivatan negativ för alla K_3, och alltså spridningen avtagande med växande K_3, varför optimalt värde på K_3 således blir: $K_3 = \infty$.

Med detta optimala värde på K_3 blir spridningen:

$$E(h_2^2(t)) = \pi \cdot a_5^2 \cdot a^2 \cdot T_1 + \pi a_6^2 \cdot b^2 \cdot T_1 \quad .$$

Om i stället $a < 1/T_1$ så blir derivatan positiv eller negativ beroende på bl.a. värdet på K_3. Derivatan kan kanske bli = 0 för något K_3, dvs. det kan kanske finnas ett optimalt $K_3 \neq \infty$.

Antagande: $a_5 \cdot a = a_6 \cdot b$. Då fås:

$$\frac{dE}{dK_3} = \pi a_3 a_5^2 a^3 \cdot \frac{K_3^2 a a_3^2 T_1^2 - K_3(a_3 + a a_3 T_1) \cdot 2 - (2a^2 T_1 + a + a^3 T_1^2)}{(K_3 a_3)^2 \cdot (K_3 a_3 + a + a^2 T_1)^2}$$

Sättes nu derivatan = 0 fås:

$$K_3 = \frac{1 + aT_1}{a a_3 T_1^2} \pm \sqrt{\left(\frac{1 + aT_1}{a a_3 T_1^2}\right)^2 + \frac{2a^2 T_1 + a + a^3 T_1^2}{a a_3^2 T_1^2}}$$

Således finns en positiv rot.

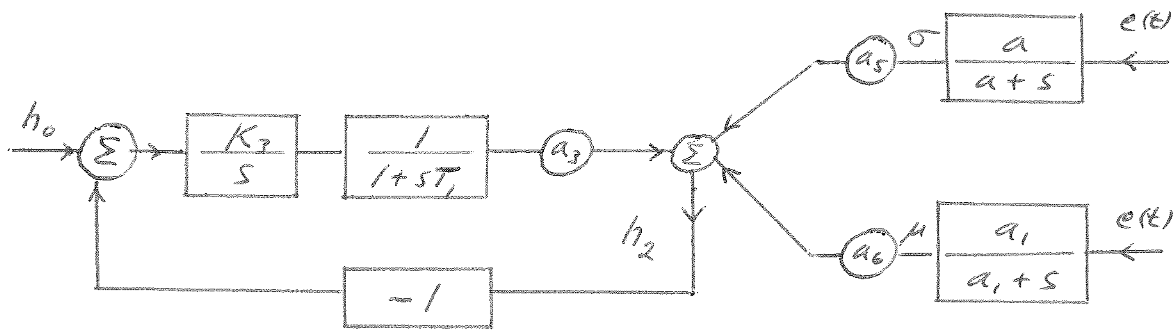
Med vissa värden på a_5, a_6, a och b kan det alltså vara tänkbart att finna ett optimalt $K_3 \neq \infty$, och $\neq 0$.

4) Optimering av K_3 för minimering av spridningen.

Effektspektrum: $\Phi_E(\omega) = \dfrac{\omega^2+B^2}{(\omega^2+a^2)(\omega^2+a_1^2)}\cdot A^2$

Överföringsfunktion: $\dfrac{h_2}{\underset{(\mu)}{\sigma}} = \dfrac{\overset{(a_6)}{a_5}\cdot s\cdot(1+sT_1)}{s^2T_1+s+a_3K_3} = G\cdot \overset{(a_6)}{a_5}$

Blockschema:



$$\Phi_E(\omega) = a_5^2\cdot\frac{a^2}{a^2+\omega^2} + a_6^2\cdot\frac{a_1^2}{a_1^2+\omega^2} = a_5^2\,\Phi_\sigma(\omega) + a_6^2\,\Phi_\mu(\omega)$$

Konstanterna A och B: se tidigare beskrivning av störningar, pkt d.
De båda störningarna antages vara oberoende. Detta medför (se analogin med föregående exempel):

$$E(h_2^2(t)) = \pi a_5^2 a^2\cdot\frac{K_3\cdot a_3T_1 + aT_1 + 1}{K_3a_3 + a + a^2T_1} +$$

$$+ \pi a_6^2 a_1^2\cdot\frac{K_3a_3T_1 + a_1T_1 + 1}{K_3a_3 + a_1 + a_1^2T_1}$$

$$\frac{dE}{dK_3} = \pi a_5^2a^2a_3\cdot\frac{a^2T_1^2-1}{(K_3a_3+a+a^2T_1)^2} + \pi a_6^2a_1^2a_3\cdot\frac{a_1^2T_1^2-1}{(K_3a_3+a_1+a_1^2T_1)^2}$$

Några olika fall kan nu här särskiljas i likhet med i exempel nr 2).

a.

Om $a = a_1 = 1/T_1$, så blir derivatan noll för alla K_3, och alltså spridningen konstant oberoende av värdet på K_3. Spridningen blir:

$E(h_2^2(t)) = \pi\cdot a_5^2\cdot 1/T_1 + \pi\cdot a_6^2\cdot 1/T_1$.

b.

Om $a > 1/T_1$ och $a_1 > 1/T_1$ så blir derivatan > 0 för alla K_3, och alltså optimalt $K_3 = 0$. Spridningen blir då:

$$E(h_2^2(t)) = \pi \cdot a_5^2 \cdot a + \pi \cdot a_6^2 \cdot a_1 .$$

c.

Om $a < 1/T_1$ och $a_1 < 1/T_1$ så blir derivatan < 0 för alla K_3, och allts optimalt $K_3 = \infty$. Spridningen blir då:

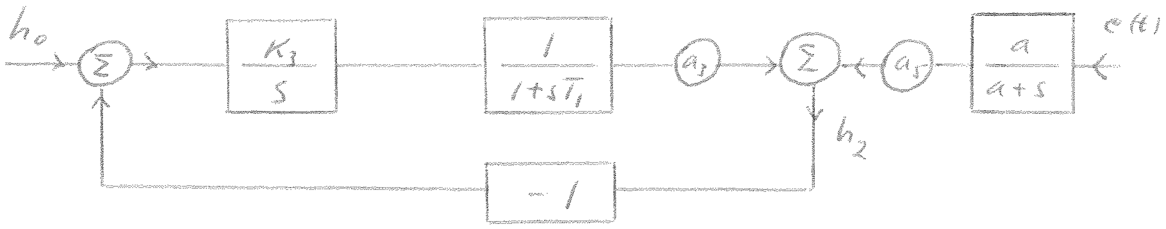
$$E(h_2^2(t)) = \pi \cdot a_5^2 \cdot a^2 \cdot T_1 + \pi \cdot a_6^2 \cdot a_1^2 \cdot T_1 .$$

d.

Om $a > 1/T_1$ och $a_1 < 1/T_1$ eller $a < 1/T_1$ och $a_1 > 1/T_1$ så fås ju en negativ term och en positiv term i derivatan, vilkas summa kan bli positiv eller negativ beroende på bl.a. värden på K_3, a_5 och a_6. Det kan alltså finnas en möjlighet att för i övrigt fixa värden på ingående storheter finna ett värde på K_3 som medför att derivatan blir $= 0$. Ett optimalt värde på $K_3 \neq 0$ och $\neq \infty$, alltså.

Optimering av T_1 för minimering av spridningen.

5) Med samma effektspektrum som i exempel 2, och med samma överföringsfunktion optimeras T_1 i stället för K_3:



Liksom tidigare fås:

$$E(h_2^2(t)) = \underbrace{\pi a_5^2 a^2}_{K} \cdot \frac{K_3 \cdot a_3 T_1 + a T_1 + 1}{K_3 \cdot a_3 + a + a^2 T_1} ;$$

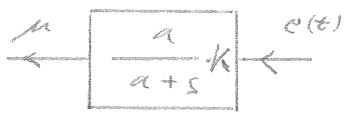
$$\frac{dE}{dT_1} = K \frac{2 a a_3 K_3 + a_3^2 K_3^2}{(T_1 a_3^2 + a + a_3 K_3)^2} ;$$

Derivatan är större än noll för alla T_1 och alla K_3 större än noll. Optimalt T_1 blir alltså = 0. För detta värde på T_1 fås:

$$E(h_2^2(t)) = K \cdot \frac{1}{a + a_3 K_3} ;$$

Med $K_3 = \infty$ fås då att spridningen blir = 0.

Med ett effektspektrum: $K^2 a^2/(a^2+\omega^2)$ fås spridningen $\pi K^2 a$, i signalen μ.



Kovariansfunktionen för en signal med ovanstående effektspektrum är: $r(\tau) = \pi K^2 a \cdot e^{-a|\tau|}$

Vid mätningar på ett två mm tjockt plåtband erhölls följande värden: spridningen $\sigma^2 = 3{,}34 \cdot 10^{-4}$ mm^2

tidskonstanten $1/a = 0{,}4$ s (detta vid en bandhastighet av 3 m/s .)

Ur värdet på spridningen fås att $K^2 = 4{,}25 \cdot 10^{-5}$.

$\phi(\omega)$	$G_s(s)$	Vissa värden	σ^2 $[\sigma^2] = mm^2$
F_a	1		$7,85K = 3,34\cdot 10^{-4}$
F_b	1	alla $K \neq 0$	∞
F_b	$a_4\cdot G_1$	$T_1=0,1;\ K_3=\infty$	$0,22K = 0,085\cdot 10^{-4}$
F_a	$a_4\cdot G_1$	$T_1=0,1;\ K_3=\infty$	$1,38K = 0,59\cdot 10^{-4}$
F_a	$a_4\cdot G_1$	$T_1=0,1;\ K_3=100$	$2,3K = 0,98\cdot 10^{-4}$
F_a	$a_4\cdot G_1$	$T_1=0;\ K_3=100$	$0,75K = 0,32\cdot 10^{-4}$
F_a	$a_4\cdot G_1$	$T_1=0;\ K_3=\infty$	0
$a_4^{\,2}\cdot F_a+a_6^{\,2}\cdot F_{a1}$	G_1	$T_1=0,1;\ K_3=\infty$	$0,59\cdot 10^{-4} + \sigma_1^{\,2}$

Tabell över spridningen i utsignalen h_2 för några olika fall, med insatta värden på konstanterna ingående i effektspektrum och överföringsfunktion.

Konstanterna ingående i själva processen:

$a_3= 0,16$; $a_4= 0,84$; $a_6= 0,17$.

Konstanter i effektspektrum:

$a= 2,5$; $K= 4,25\cdot 10^{-5}$.

$$F_a = K\cdot(a^2/(a^2+\omega^2));\ F_b = K\cdot 1/\omega^2 .\quad F_{a1} =(a1^2/(a1^2+\omega^2))\cdot K_1 .$$

$$G_1 = 1/[(a_3K_3/s(1+sT_1))+1] .$$

F_a är med de ovan satta värdena effektspektrum för intjockleken hos bandet om detta är 2 mm tjockt, och om bandhastigheten är 3 m/s, enligt förut omtalade mätning.

I sista exemplet i tabellen har a_6 satts till 0,17, den konstant som i processen är relaterad till friktionen. F_{a1} är då alltså friktionens effektspektrum. Spridningen i friktionen sättes till σ_μ^2, då fås: $\sigma_1^2 = a_6^2 \cdot T_1 \cdot a_1 \cdot \sigma_\mu^2 = 0{,}003 \cdot a_1 \cdot \sigma_\mu^2$. Kovariansfunktionen för friktionen är alltså: $r_\mu(\tau) = \sigma_\mu^2 \cdot e^{-a_1 \cdot |\tau|}$.

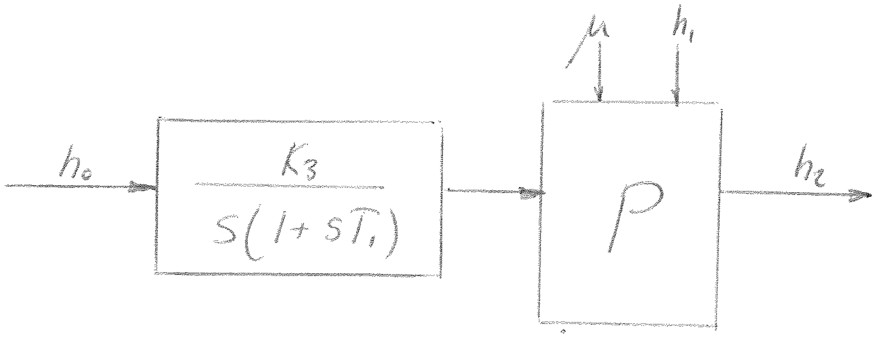
För att man ej skall behöva beakta friktionens inverkan på spridningen i uttjockleken, skall σ_1^2 vara exempelvis mindre än 1/10 av spridningen i uttjockleken orsakad av spridning i intjockleken. Då fås: $a_1 \cdot \sigma_\mu^2 < 2 \cdot 10^{-3}$ mm^2/s.

Om a_6 ändras till a_5, dvs konstanten relaterad till hårdheten, och F_{a1} i stället är effektspektrum för hårdheten kan liknande krav fås på konstanterna i hårdhetens kovariansfunktion.

Minimalvariansstrategin för det samplade systemet.

Sampling av systemet för optimal styrning med datamaskin.

Om man vill åstadkomma en optimal styrstrategi för minimering av spridningen i uttjockleken (h_2), måste man använda någon form av beräkningsenhet i återkopplingen. För att kunna reglera systemet med datamaskin måste detta vara samplat , då en datamaskin endast kan arbeta med tidsdiskreta värden. Systemet, som vi kommer att arbeta med under det samplade fallet har nedanstående blockschema:



Vi förutsätter sålunda att förstärkningskonstanten för haspelmotorerna är satt till 0. Reglering sker därför endast med storskruvsmotorn.

De störningar som verkar på processen antages ha effektspektrat

$$\Phi(\omega) = \frac{a^2}{a^2 + \omega^2} \cdot K$$

Detta antagande grundar sig på vissa mätningar som är gjorda på ASEA. Vid dessa fann man att störningarna på insignalen h_1 ungefär hade ovanstående effektspektrum med a = 2,5. Detta ger en periodtid på 0,4 sekunder samt en våglängd av 1,2 meter (bandhastighet 3 m/sek). Då variationerna i friktion är långsammare än de ovan nämnda, satte vi periodtiden för dessa variationer till 5 sekunder medförande a = 0,2. Variationerna i hårdheten bortser vi tills vidare ifrån.

Den öppna överföringsfunktionen för h_2/h_0 erhålles till

$$\frac{h_2}{h_0} = \frac{A_3 K_3}{s(1 + sT_1)}$$

Om man låter insignalen h_0 vara ett steg 1/s så erhålles

$$h_2 = \frac{A_3 K_3}{s^2(1 + sT_1)}$$

Denna kvot kan faktoruppdelas, varefter man kan z-transformera varje del för sig. Om sedan z-transformen av steget åter utbrytes så erhålles z-transformen av det ovan angivna kontinuerliga systemet.

$$\frac{h_2}{h_0} = \frac{z^{-1}(z^{-1}N_2 + N_1)}{z^{-2}B_3 - z^{-1}N_3 + 1}$$

$$A_3 \cdot N_1 = A_3 K_3 T + A_3 K_3 (B_3 - 1)$$

$$A_3 \cdot N_2 = A_3 K_3 T_1 (1 - B_3) - A_3 K_3 T B_3$$

$$N_3 = 1 + B_3$$

$$B_3 = e^{-T/T_1}$$

T = samplingsintervallets längd i sekunder.

På motsvarande sätt erhålles den samplade överföringsfunktionen för

$$\frac{h_2}{e} = \frac{a}{s + a} \sqrt{K}$$

till

$$\frac{h_2}{e} = \frac{M z^{-1}}{1 - z^{-1} \cdot L}$$

$$M = \sqrt{K}(1 - L)$$

$$L = e^{-Ta}$$

Detta sistnämnda system är stabilt ty

$$1 - z^{-1}L = 0 \Longrightarrow z = L < 1 \quad \therefore \text{ stabilt, ty}$$

rötterna är belägna innanför enhetscirkeln.

Det förra systemet är även stabilt, ty

$$z^{-2} \cdot B_3 - z^{-1} N_3 + 1 = 0$$

är med insättning av konstanternas lika med

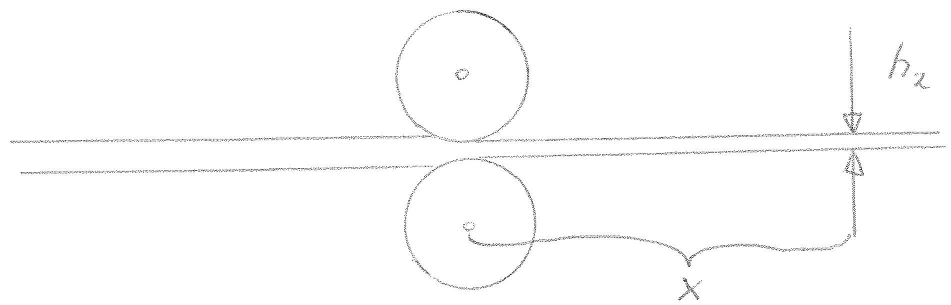
$$z^{-2} \cdot 0{,}606 - z^{-1} \cdot 1{,}606 + 1 = 0$$

vilken ekvation har rötterna: $z_1 = 0{,}842$

$z_2 = 0{,}764$

båda innanför enhetscirkeln.

Härledning av minimalvariansstrategin. *



Härledningen göres under förutsättningen att av praktiska skäl uttjockleken h_2 kan mätas först x samplingsintervall efter valsarna. Vidare antages att intjockleken h_1 kan mätas minst så långt före valsarna som av härledningen kan visa sig erforderligt.
Systemet beskrives av följande ekvation:

$$h_2(t) = BA^{-1}h_o(t-k-x) + DA^{-1}h_1(t-x) + \lambda CA^{-1}e(t-x)$$

där:

$$A(z) = 1 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3$$
$$B(z) = b_o + b_1z + b_2z^2$$
$$C(z) = 1 + c_1z + c_2z^2$$
$$D(z) = d_o + d_1z + d_2z^2 + d_3z^3$$
$$\lambda = M$$

De ovan angivna gradtalen på A, B, C och D är speciellt i detta fallet. För härledningens skull kan de fyra funktionenrna vara av allmän grad n.

* ref. nr 3

Genom att införa identiteten:

$$C(z) = AE_{k+x-1} + z^{k+x}F_{n-1}$$

fås:

$$CA^{-1} = E + z^{k+x}FA^{-1}$$

vilket medför att det ovan angivna sambandet kan skrivas:

$$h_2(t) = BA^{-1}h_o(t-k-x) + DA^{-1}h_1(t-x) + \lambda Ee(t-x) + \lambda A^{-1}Fe(t-k-2x)$$

Nu är emellertid:

$$\lambda e(t-k-2x) = AC^{-1}h_2(t-k-x) - BC^{-1}h_o(t-2k-2x) - DC^{-1}h_1(t-k-2x)$$

varför man ytterligare kan omskriva:

$$\begin{aligned} h_2(t) &= \lambda Ee(t-x) + FC^{-1}h_2(t-k-x) - A^{-1}FBC^{-1}h_o(t-2k-2x) - \\ &\quad - A^{-1}FDC^{-1}h_1(t-k-2x) + BA^{-1}h_o(t-k-x) + DA^{-1}h_1(t-x) = \\ &= \lambda Ee(t-x) + C^{-1}Fh_2(t-k-x) + A^{-1}B(1-C^{-1}Fz^{-k-x})h_o(t-k-x) + \\ &\quad + A^{-1}D(1-C^{-1}Fz^{-k-x})h_1(t-x) \end{aligned}$$

Men nu är:

$$1-C^{-1}Fz^{-k-x} = C^{-1}AE$$

varför man får:

$$\begin{aligned} h_2(t) &= \lambda Ee(t-x) + C^{-1}Fh_2(t-k-x) + C^{-1}BEh_o(t-k-x) + \\ &\quad + C^{-1}DEh_1(t-x) \end{aligned}$$

Om nu $h_o(t)$ är en godtycklig funktion av $h_2(t)$, $h_2(t-1)$,......; $h_o(t-1)$, $h_o(t-2)$,.....; $h_1(t+k)$, $h_1(t+k-1)$,......; så finner man:

$$\begin{aligned} E(h_2^{\,2}(t)) &= E((\quad Ee(t-x))^2) + E((Fh_2(t-k-x) + BEh_o(t-k-x) + \\ &\quad + DEh_1(t-x))^2) \end{aligned}$$

ty $e(t)$, $e(t-1)$,......; är oberoende av $h_2(t-k)$, $h_2(t-k-1)$,.......; och av $h_o(t-k-1)$, $h_o(t-k-2)$,.......;

Om man nu utformar styrsignalen så att:

$$Fh_2(t) + BEh_o(t) + DEh_1(t+k) = 0$$

så fås minimal spridning i uttjockleken $h_2(t)$, nämligen

$$E(h_2^{\,2}(t))_{min} = \lambda^2(\ 1 + e_1^{\,2} + e_2^{\,2} + e_3^{\,3} + \ldots + e_{k+x-1}^{\,2})$$

Således: Om man styr med en signal:

$$h_o(t) = -\frac{F(\xi^{-1})}{B(\xi^{-1})E(\xi^{-1})}\cdot h_2(t) - \frac{D(\xi^{-1})E(\xi^{-1})}{B(\xi^{-1})E(\xi^{-1})}\cdot h_1(t+k)$$

så erhålles ett reglersystem som ger minimal varians i utsignalen.

Om $z^n \cdot B(z^{-1})$ skulle ha nollställen utanför enhetscirkeln, ex. vis om $z^n \cdot B(z^{-1})$ innehåller faktorn $z^r \cdot B_1(z^{-1})$ vilken har nollställen utanför enhetscirkeln, med $B_1(z^{-1})$ av graden r, så måste man bestämma polynomet $F(z)$ så att det har faktorn $B_1(z)$. Således:

$$F(z) = F_2(z) \cdot B_1(z)$$

Med $B(z^{-1}) = B_1(z^{-1}) \cdot B_2(z^{-1})$ erhålles då att i styrlagen $B(z^{-1})$ skall utbytas mot $B_2(z^{-1})$ och $F(z^{-1})$ skall utbytas mot $F_2(z^{-1})$.

I vårt fall är $B(z) = b_o + b_1 z + b_2 z^2$, där

$$b_o = a_3 K_3 (T + T_1(e^{-T/T_1} - 1))$$

$$b_1 = a_3 K_3 (T_1(1 - e^{-T/T_1}) - Te^{-T/T_1}) - b_o e^{-Ta}$$

$$b_2 = -a_3 K_3 (T_1(1 - e^{-T/T_1}) - Te^{-T/T_1}) e^{-Ta}$$

Med $T_1 = 0,1$; $T = 0,05$; $a = 2,5$; $K_3 = 100$; $a_3 = 0,16$ erhålles att

$z^2 \cdot (b_o + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})$ har nollställena

$$z_1 = 0,880$$

$$z_2 = -0,846$$

båda nollställen innanför enhetscirkeln, således.

Programmering av strategin på CON-PAC.

Realiserande av styrstrategin för processdatamaskinen CON-PAC.

Om man sätter samplingsintervallets längd = T = 0,05 sekunder, så blir den tidigare nämnda sträckan x indelad i 10 samplingsintervall. Detta medför att identiteten, som användes vid härledning av styrstrategin, blir $C = AE_{10} + z^{11}F_2$.

Med denna identitet erhålles

$$1 + c_1 z + c_2 z^2 = (1 + v_1 z + v_2 z^2 + v_3 z^3)(1 + e_1 z + e_2 z^2 + e_3 z^3 + e_4 z^4 + e_5 z^5 + e_6 z^6 + e_7 z^7 + e_8 z^8 + e_9 z^9 + e_{10} z^{10}) + z^{11}(f_0 + f_1 z + f_2 z^2)$$

Identifiering ger

$e_1 = c_1 - v_1$

$e_2 = c_2 - v_2 - v_1 e_1$

$e_3 = -v_3 - v_2 e_1 - v_1 e_2$

$e_4 = -v_3 e_1 - v_2 e_2 - v_1 e_3$

$e_5 = -v_3 e_2 - v_2 e_3 - v_1 e_4$

$e_6 = -v_3 e_3 - v_2 e_4 - v_1 e_5$

$e_7 = -v_3 e_4 - v_2 e_5 - v_1 e_6$

$e_8 = -v_3 e_5 - v_2 e_6 - v_1 e_7$

$e_9 = -v_3 e_6 - v_2 e_7 - v_1 e_8$

$e_{10} = -v_3 e_7 - v_2 e_8 - v_1 e_9$

$f_0 = -v_3 e_8 - v_2 e_9 - v_1 e_{10}$

$f_1 = -v_3 e_9 - v_2 e_{10}$

$f_2 = -v_3 e_{10}$

där $c_1 = -(1 + e^{-T/T_1})$ $\qquad v_1 = c_1 - e^{-Ta}$

$c_2 = e^{-T/T_1} = B_3$ $\qquad v_2 = c_2 - c_1 e^{-Ta}$

$v_3 = -c_2 e^{-Ta}$

För att kunna bestämma styrstrategin är vi även intresserade av produkterna BE och DE.

$$BE = (b_0+b_1z+b_2z^2)(1+e_1z+e_2z^2+e_3z^3+e_4z^4+e_5z^5+e_6z^6+e_7z^7+e_8z^8+e_9z^9+$$
$$+e_{10}z^{10}) = g_0+g_1+g_2 \;\ldots\ldots g_{12}z^{12}$$

där

$$\begin{aligned}
g_o &= b_0\\
g_1 &= b_1 + b_0e_1\\
g_2 &= b_2 + b_1e_1 + b_0e_2\\
g_3 &= b_2e_1 + b_1e_2 + b_0e_3\\
g_4 &= b_2e_2 + b_1e_3 + b_0e_4\\
g_5 &= b_2\,e_3 + b_1e_4 + b_0e_5\\
g_6 &= b_2e_4 + b_1e_5 + b_0e_6\\
g_7 &= b_2e_5 + b_1e_6 + b_0e_7\\
g_8 &= b_2e_6 + b_1e_7 + b_0e_8\\
g_9 &= b_2e_7 + b_1e_8 + b_0e_9\\
g_{10} &= b_2e_8 + b_1e_9 + b_0e_{10}\\
g_{11} &= b_2e_9 + b_1e_{10}\\
g_{12} &= b_2e_{10}
\end{aligned}$$

med

$$\begin{aligned}
b_0 &= a_3K_3(T + T_1(e^{-T/T_1} - 1))\\
b_1 &= a_3K_3(T_1(1-e^{-T/T_1})-Te^{-T/T_1})-b_0e^{-Ta}\\
b_2 &= -a_3K_3(T_1(1-e^{-T/T_1})-Te^{-T/T_1})e^{-Ta}
\end{aligned}$$

$$DE = (d_0+d_1z+d_2z^2+d_3z^3)(1+e_1z+ \;\ldots\ldots e_{10}z^{10}) = (j_0+j_1z+ \;\ldots\ldots j_{13}z^{13})$$

där

$$\begin{aligned}
j_0 &= d_0\\
j_1 &= d_1 + d_0e_1\\
j_2 &= d_2 + d_1e_1 + d_0e_2\\
j_3 &= d_3 + d_2e_1 + d_1e_2 + d_0e_3\\
j_4 &= d_3e_1 + d_2e_2 + d_1e_3 + d_0e_4\\
j_5 &= d_3e_2 + d_2e_3 + d_1e_4 + d_0e_5\\
j_6 &= d_3e_3 + d_2e_4 + d_1e_5 + d_0e_6\\
j_7 &= d_3e_4 + d_2e_5 + d_1e_6 + d_0e_7\\
j_8 &= d_3e_5 + d_2e_6 + d_1e_7 + d_0e_8\\
j_9 &= d_3e_6 + d_2e_7 + d_1e_8 + d_0e_9\\
j_{10} &= d_3e_7 + d_2e_8 + d_1e_9 + d_0e_{10}
\end{aligned}$$

$$j_{11} = d_3e_8 + d_2e_9 + d_1e_{10}$$

$$j_{12} = d_3e_9 + d_2e_{10}$$

$$j_{13} = d_3e_{10}$$

med $d_0 = a_4$

$$d_1 = d_0v_1$$

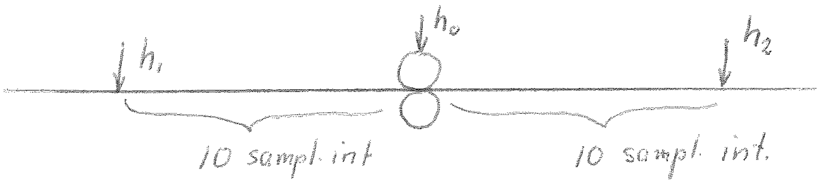
$$d_2 = d_0v_2$$

$$d_3 = d_0v_3$$

Insättning av ovanstående konstanter i den härledda styrlagen ger:

$$h_0(t) = -1/g_0((f_0+f_1z^{-1}+f_2z^{-2})h_2(t) + z^{-9}(j_0+j_1z^{-1}+ \ldots j_{13}z^{-13})h_1(t) +$$
$$+ (g_1z^{-1}+g_2z^{-2}+ \ldots\ldots g_{12}z^{-12})h_0(t))$$

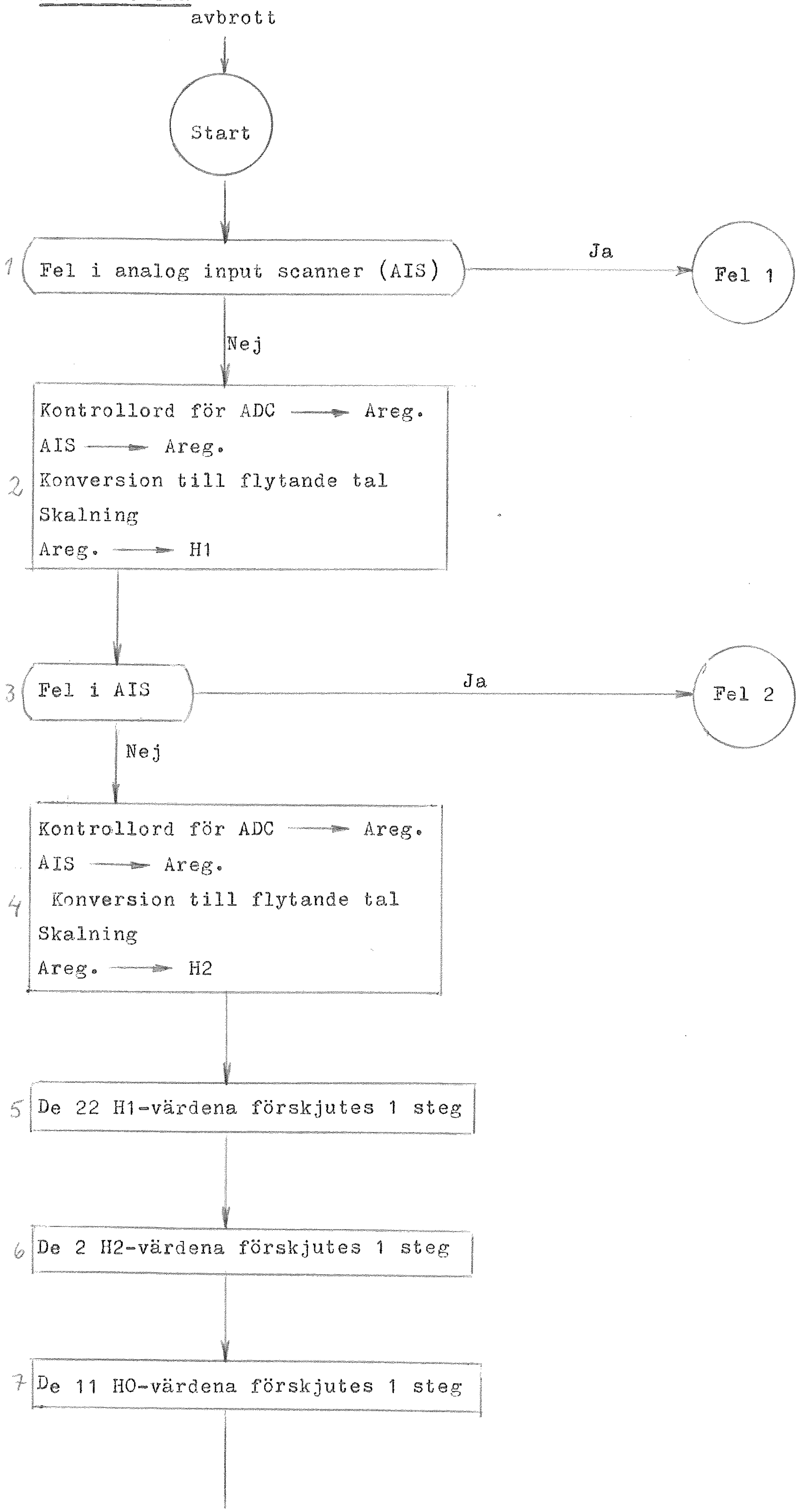
Faktorn z^{-9} framför $h_1(t)$ beror på att vid realisering av styrlagen måste men mäta insignalen h_1 10 samplingsintervall innan storskruven.



$h_1(t+k)$ i styrlagen med i vårt fall $k = 1$ är sålunda lika med $h_1(t)z^1$.
Detta skall multipliceras med $z^{-10} \Longrightarrow$ faktorn z^{-9} framför $h_1(t)$.

Vid programmering av styrstrategin måste man lagra 2 h_2-värden, 22 h_1-värden samt 11h_0-värden. Dessa antal beror helt på hur lång prediktion man gör vid ett visst samplingsintervall. Hur programmet i övrigt ser ut för processdatamaskinen visar flödesschemat på nästa sida. Vissa beteckningar som förekommer i flödesschemat hänsyftar på beteckningar ur PAL-språket (Program Assembling Language), i vilket vårt program är skrivet. Se bilaga 3.

Flödesschema



0 → Areg.
0 → SUM
H2 • F beräknas
Areg. → SUM
H1 • J beräknas
8 Areg. + SUM → SUM
HO • G beräknas
Areg. + SUM → SUM
HO := SUM/GO

Skalning
9 Konversion till fix aritmetik
Skifta vänster för output

10 Addera MOD-ord (multiple output distributer)

11 Fel i MOD

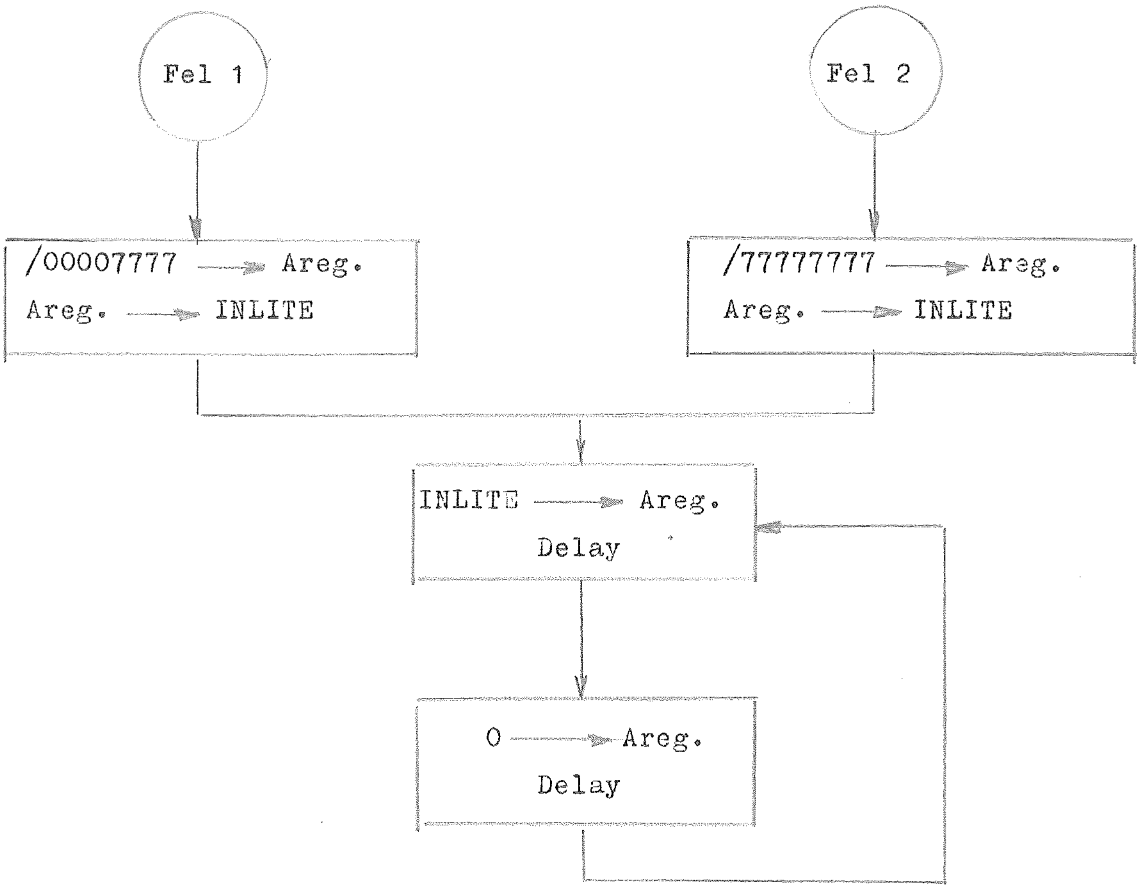
12 Out MOD

Tillåt avbrott

Avbrott

Omstart

Flödesschema för blinkanordning



/00007777 Areg. INLITE innebär att en viss sifferkombination (i detta fall 00007777) överföres till läget INLITE. Då ett fel uppstår medför cykeln ovan att de 12 högra lamporna kommer att blinka (för varje 7:a åtgår 3 lampor då systemet är oktalt).

Beräkningstid och minnesbehov för CON-PAC beräknat ur programmet.

Beräkningstid: (siffrorna till vänster hänsyftar till motsvarande betecckningar på flödesschemat).

1	204	μsek.
2	25492	"
3	172	"
4	25492	"
5	1495	"
6	155	"
7	758	"
8	73748	"
9	5363	"
10	16	"
11	46	"
12	32	"

Detta ger en sammanlagd beräkningstid på c:a 133 msek. De mest tidskrävande procedurerna är AIS, det vill säga inläsning av analoga värden från processen, samt beräkning av själva styrstrategin. Varje analog inläsning tog 25000 μsek. Beräkningen av styrstrategin tog c:a 74000 μsek. Den ovan angivna beräkningstiden blev alltså större än samplingsintervallet, vilket medför att man antingen måste ha en snabbare maskin än CON-PAC 4040, vilken är en serieadderinsmaskin, eller förlänga samplingsintervallet. Med en parallelladderingsmaskin kan beräkningstiden nedbringas avsevärt.

Minnesutrymme:

Konstanter	9	celler
Konstanter i styrlagen	43	"
Celler för bevarande av H-värdena	29	"
Minnesutrymme för beräkningsprogrammet	93	"

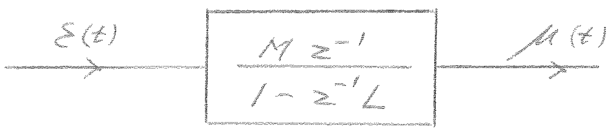
Totala behovet = 174 celler, vilket är en mycket liten del av processdatamaskinens minne.

Ett sätt att realisera styrningen vore att simulera processen på analogimaskin samt styra med CON-PAC. Då det var svårt att få tid på CON-PAC:en för samkörning med analogimaskinen, simulerade vi i stället både process och styrning på datamaskinen GE 625.

Realisering av process och styrstrategi på GE 625.

Att realisera själva processen på datamaskin är enkelt, då processen i stort sett är en sumering av insignalerna viktade med konstanter. Dynamiken i systemet bestående av överföringsfunktionen h_2/h_o har vi ju redan i samplad form. Även denna är enkel att realisera på datamaskin. Storskruvsinställningen är i programmet benämd H3(0) (= s(t)), $h_2(t)$ = H2(0) , $h_1(t)$ = H1(0) och $h_o(t)$ = H1(0) . $h_2(t-R)$ = H2(R), och liknande för de övriga. Styrsignalen beräknas i stort set som på CON/PAC:en.

Även intjockleken h_1 som mätes och alltså anses helt känd, och den störsignal vars spektraltäthet härledningen av styrsignalen bygger på, vilken vi valt att vara friktionen, skall genereras på datamaskinen. Den samplade överföringsfunktionen från vitt brus (eller i samplad form normalfördelade slumptal) till störsignal med önskat effektspektrum är för båda signalerna: $\frac{Mz^{-1}}{1-z^{-1}L}$ med olika M och L, förstås.



$$E(\mu^2(t)) = \frac{M^2}{1-L^2}\cdot E(\varepsilon^2(t))$$

För intjockleken h_1 önskas $E(h_1^2(t)) = \pi Ka = 3{,}34\cdot 10^{-4}$, med a = 2,5 och $K = 4{,}25\cdot 10^{-5}$. Då fås:

$$E(\varepsilon^2(t)) = \frac{a(1-L^2)}{(1-L)^2}$$

$L = e^{-Ta}$, $T = 1/20$

Med insatta värden erhålles: $\sigma_\varepsilon^2 = 1{,}23\cdot 10^2$.

För störsignalen är a = 0,2 och för denna signal erhålles då $\sigma_\varepsilon^2 = 1{,}27\cdot 10^2$.

För att erhålla önskad intjocklek h_1 och önskad störsignal behövs alltså i varje samplingsögonblick två slumptal, för h_1 ett som tillhör N(0, 11,1) och för störsignalen ett som tillhör N(0, 11.1) vilka sedan köres genom ovanstående filter med för de båda signalerna aktuella värden på konstanterna.

Då nu ε (t) användes i stället för som i härledningen av styrsignalen e(t), vilken tilhör N(0,1), fås:

$$E(h_2^2(t)) = M^2\cdot E(\varepsilon^2(t))\cdot\left(1+\sum_{\nu=1}^{K+X-1} e_\nu^2\right)$$

Förbättringen i spridning som erhålles genom styrningen, dvs. förhållandet $E(h_2^2(t))/E(\mu^2(t))$, lika med: $(1-L^2)\cdot(1+\sum_{\nu=1}^{K+\chi-1} e_\nu^2)$.

För några olika a-värden har detta förhållande uträknats i nedanstående tabell:

a	$1+\sum_{\nu=0}^{K+\chi-1} e_\nu^2$	$1-L^2$	$\sigma_{h_2}^2/\sigma_\mu^2$
0,1	9,95	0,01	0,10
0,2	9,87	0,02	0,20
0,4	9,00	0,04	0,36
0,6	8,05	0,06	0,48
0,8	7,32	0,08	0,59
1,0	6,67	0,09	0,60
2,0	4,48	0,18	0,80
2,5	4,05	0,22	0,89
3,0	3,68	0,26	0,96
4,0	3,04	0,33	1,00

Programmet, vilket medföljer som bilaga, kördes på GE 625 dels med endast h_1 som insignal, dvs utan störsignal, och dels med både h_1 och störsignalen som insignaler.

Vid den först angivna körningen erhölls en spridning i uttjockleken som var mindre än $1/10^8$ av spridningen i intjockleken. Då intjockleken h_1 mätes och är helt känd, skall dess inverkan på spridningen i uttjockleken h_2 teoretiskt helt slås ned. I praktiken kan nog den erhållna minskningen i spridning anses fullt tillfredsställande.

Vid båda körningarna utskrevs värden på in- och utsignaler vid 200 succesiva samplingstidpunkter. Ur den andra körningens 200 signalvärdesgrupper utvaldes 25 succesiva grupper ur vilka uträknades störsignalens spridning och spridningen i h_2. Den förra erhölls till $3,164\cdot10^{-4}$, vilket ju är i ganska bra överensstämmelse med det väntade värdet $3,34\cdot10^{-4}$. Spridningen i h_2 erhölls till $7,868\cdot10^{-6}$, vilket är $= 0,0249\cdot3,34\cdot10^{-4}$. Om man bortser från den "förbättring" som erhålles genom att störsignalen i processen minskas med den i detta fallet till friktionen relaterade konstanten 0,17 , vilken minskar spridningen i h_2 med en faktor $0{,}17^2 = 0{,}0289$, så kvarstår en faktisk minskning i spridningen med en konstant vars storlek är 0,86. Om detta värde jämföres med det för a = 2,5 ur tabellen ovan hämtade, teoretiskt framräkanade värdet på förbättringen, dvs förhållandet $E(h_2^2(t))/E(\mu^2(t))$, nämligen 0,89 så finner man en god överensstämmelse.

Som slutsats finner vi alltså att spridningen i ingående tjockleken h_1 genom styrningen via reglersystemet nästan helt kan kompenderas så att den ej inverkar på utgående plåttjockleken h_2. (Detta under förutsättning att signalen h_1 är bandbegränsad och att den samplas med mer än dubbla högsta frekvensen som förefinnes i h_1. Se samplingsteoremet.)

Förbättringen som fås genom att reglera, jämfört med att ej reglera, vad beträffar förhållandet $\sigma_{h_2}^2/\sigma_{\mu}^2$ är ju ej speciellt stor. Nu är ju denna förbättring erhållen med ett antagande av att a för friktionens del (eller för hårdhetens del) är $\approx 2{,}5$. Som ses ur tabellen ovan fås en betydligt större förbättring om det antages att a i stället är ex. vis 0,2, vilket vi ju kan hoppas framtida mätningar kanske ger vid handen. Om så skulle vara fallet får det undersökas huruvida detta nya a-värde medför att $z^n \cdot B(z^{-1})$ har alla sina nollställen innanför enhetscirkeln.

Ett sätt att förbättra reglersystemet är att minska det avstånd som finnes mellan valsarna och mätapparaturen för h_2, vilket avstånd vi har antagit vara 1,5 m.

Litteraturförteckning.

1) G. F. Bryant, B.Sc., Graduate, and M. H. Butterfield, M.A.: "Simulator assessment of tandem cold-rolling-mill automatic gauge-control systems".

2) William L. Roberts : "A simplified cold rolling model".

3) K. J. Åström : "Reglerteknik, stokastiska system".

Bilagor.

1) Tabulerade värden över integralformer.

2) Algolprogram för optimering av T_3,K_2 och K_3.

3) Program i PAL-kod och ASS-kod för styrstrategin på CON-PAC 4040.

4) Algolprogram för process och styrstrategi på GE-625.

Tabell II

E.2 TABULATED VALUES OF THE INTEGRAL FORM

Table E.2-1 gives the value of I_n for values of n from 1 to 10 where

$$I_n = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty} ds\, \frac{c(s)c(-s)}{d(s)d(-s)} \qquad \text{(E.2-1)}$$

and

$$c(s) = c_{n-1}s^{n-1} + \cdots + c_0 \qquad \text{(E.2-2)}$$

$$d(s) = d_n s^n + \cdots + d_0 \qquad \text{(E.2-3)}$$

$$I_1 = \frac{c_0^2}{2d_0d_1}$$

$$I_2 = \frac{c_1^2d_0 + c_0^2d_2}{2d_0d_1d_2}$$

$$I_3 = \frac{c_2^2d_0d_1 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3 + c_0^2d_2d_3}{2d_0d_3(-d_0d_3 + d_1d_2)}$$

$$I_4 = \frac{c_3^2(-d_0^2d_3 + d_0d_1d_2) + (c_2^2 - 2c_1c_3)d_0d_1d_4 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3d_4 + c_0^2(-d_1d_4^2 + d_2d_3d_4)}{2d_0d_4(-d_0d_3^2 - d_1^2d_4 + d_1d_2d_3)}$$

$$I_5 = \frac{1}{2\Delta_5}\left[c_4^2m_0 + (c_3^2 - 2c_2c_4)m_1 + (c_2^2 - 2c_1c_3 + 2c_0c_4)m_2 + (c_1^2 - 2c_0c_2)m_3 + c_0^2m_4\right]$$

where

$$m_0 = \frac{1}{d_5}(d_3m_1 - d_1m_2) \qquad m_3 = \frac{1}{d_0}(d_2m_2 - d_4m_1)$$

$$m_1 = -d_0d_3 + d_1d_2 \qquad m_4 = \frac{1}{d_0}(d_2m_3 - d_4m_2)$$

$$m_2 = -d_0d_5 + d_1d_4 \qquad \Delta_5 = d_0(d_1m_4 - d_3m_3 + d_5m_2)$$

$$I_6 = \frac{1}{2\Delta_6}\Big[c_5^2m_0 + (c_4^2 - 2c_3c_5)m_1 + (c_3^2 - 2c_2c_4 + 2c_1c_5)m_2 + (c_2^2 - 2c_1c_3 + 2c_0c_4)m_3 + (c_1^2 - 2c_0c_2)m_4 + c_0^2m_5\Big]$$

where

$$m_0 = \frac{1}{d_6}(d_4m_1 - d_2m_2 + d_0m_3) \qquad m_4 = \frac{1}{d_0}(d_2m_3 - d_4m_2 + d_6m_1)$$

$$m_1 = -d_0d_1d_5 + d_0d_3^2 + d_1^2d_4 - d_1d_2d_3 \qquad m_5 = \frac{1}{d_0}(d_2m_4 - d_4m_3 + d_6m_2)$$

$$m_2 = d_0d_3d_5 + d_1^2d_6 - d_1d_2d_5 \qquad \Delta_6 = d_0(d_1m_5 - d_3m_4 + d_5m_3)$$

$$m_3 = d_0d_5^2 + d_1d_3d_6 - d_1d_4d_5$$

Bilaga 2

21584 01 08-22-67   600 ALGOL COMPILER, PASS 1

```
'BEGIN'     'INTEGER' F,N,M;
            'REAL' T1,T2,T3,K2,A,A1,B1,K1,A3,B3,C3,D3,E3,
            F3,G3,H3,K3,A4,B4,D4,G4,H4,I4,J4,K4,
            L4,M4,O4,R4,A5,B5,C5,D5,E5,F5,G5,
            H5,B6,C6,D6,E6,F6,PI,EH2,X,Y,Z,B;
            'EXTENDED REAL' 'ARRAY' S(0:4),U,V,KO(1:4);
            'PROCEDURE' ROOTPOLY (N,A,F,U,V,KO,DIV);
            'VALUE' N,F;
            'INTEGER' N,F;
            'ARRAY' A,U,V,KO;
            'LABEL' DIV;
'COMMENT'   PROGRAMMET LÖSER POLYNOM AV N-TE GRADEN MED NEWTONS
            OCH BALRSTOWS ITERETIVA METOD ENLIGT ALGORITHM 30 I
            COMMUNICATIONS OF THE ACM NR12 1960. MODIFIERAT OCH
            ÖVERFÖRT TILL GE-ALGOL 25.8-65 WS;

'BEGIN'     'INTEGER' I,J,  NK;
            'REAL' T,K,REV,M ;
            'EXTENDED REAL' P,Q,S,PS,QS,PT,QT,R ;
            'EXTENDED REAL' 'ARRAY' H,B,C,D,E,RK,IK(-2:N);
                  'PROCEDURE' MULCOX(A,B,C,D,E,F);
            'VALUE' A,B,C,D,E;
            'INTEGER' E;
            'EXTENDED REAL' A,B,C,D;
'BEGIN'     'IF'E'EQ'1'THEN'       F:= A*C-B*D'ELSE'       F:= A*D+B*C ;
'END'       MULCOX;

            B(-1):=B(-2):=C(-1):=C(-2):=D(-1):=E(-1):=H(-1):=0;
            'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N    'DO' H(J):=A(J);
            T:=1; K:=10**F; NK:=N;
ZEROTEST:   'IF' H(N) 'EQ' 0 'THEN'
'BEGIN'     U(N):=0; V(N):=0; N:=N-1;
            'IF' N 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' KONTROLL ;
            'GOTO' ZEROTEST;
'END';
INIT:       'IF' N 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' KONTROLL ;
            PS:=QS:=PT:=QT:=S:=0 ;  M:=0 ;

            REV := 1 ;  K := 10**F ;
            'IF' N 'EQ' 1 'THEN'
'BEGIN'     R:=-H(1)/H(0);
            'GOTO' LINEAR;
'END' ;
            I:=ENTIER(N/2) ;
            'IF' N/2 'GR' I 'THEN'
'BEGIN'     J := 0 ;
            L1:  'IF' H(J) 'EQ' 1 'THEN' J:=J+1 'ELSE' 'GOTO' L2 ;
            'IF' J 'EQ' N 'THEN'
'BEGIN'     R:=-1;
            'GOTO' ITERATE;
'END';      'GOTO' L1;
'END';
```

```
                    L2:  'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
                    'IF' H(J) 'NQ' 0 'THEN'
        'BEGIN'     S:=S+LN(ABS(H(J)));
                    M := M+1 ;
        'END';
                    S:=EXP(S/M);
                    'FOR' J := 0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO' H(J) := H(J)/S ;
                    'IF' ABS (H(1)/H(0)) 'LS' ABS (H(N-1)/H(N)) 'THEN'
        REVERSE:
        'BEGIN'     T:=-T; M:=ENTIER((N-1)/2);
                    'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
        'BEGIN'     S:=H(J); H(J):=H(N-J); H(N-J):=S;
        'END' ;
        'END'       REVERSE;

                    'IF' QS 'NQ' 0 'THEN'
        'BEGIN'     P:=PS; Q:=QS;
                    'GOTO' ITERATE;
        'END';
                    'IF' H(N-2) 'EQ' 0 'THEN'
        'BEGIN'     Q:=1; P:=-2;
        'END'       'ELSE'
        'BEGIN'     Q:=H(N)/H(N-2);
                    P:=(H(N-1)-Q*H(N-3))/H(N-2);
        'END';
                    'IF' N 'EQ' 2 'THEN' 'GOTO' QUADRATIC ;
                    R:=0;
        ITERATE:    'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 30 'DO'
        'BEGIN'     'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
        'BEGIN'     B(J):=H(J)-P*B(J-1)-Q*B(J-2);
                    C(J):=B(J)-P*C(J-1)-Q*C(J-2);
        'END';
                    'IF' H(N-1) 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' BNTEST ;
                    'IF' B(N-1) 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' BNTEST ;
                    'IF' ABS(H(N-1)/B(N-1)) 'LS' K 'THEN' 'GOTO' NEWTON;
                    B(N):=H(N)-Q*B(N-2);
        BNTEST:     'IF' B(N) 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' QUADRATIC ;
                    'IF' K 'LS' ABS(H(N)/B(N)) 'THEN' 'GOTO' QUADRATIC ;
        NEWTON:     'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
        'BEGIN'     D(J):=H(J)+R*D(J-1);
                    E(J):=D(J)+R*E(J-1);
        'END'       ;
                    'IF' D(N) 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' LINEAR ;
                    'IF' K 'LS' ABS(H(N)/D(N) ) 'THEN' 'GOTO' LINEAR;
                    C(N-1):=-P*C(N-2)-Q*C(N-3);
                    S:=C(N-2)**2-C(N-1)*C(N-3);
                    'IF' S 'EQ' 0 'THEN'
        'BEGIN'     P:=P-2; Q :=Q*(Q+1);
        'END'       'ELSE'
        'BEGIN'     P:=P+(B(N-1)*C(N-2)-B(N)*C(N-3))/S;
                    Q:=Q+(-B(N-1)*C(N-1)+B(N)*C(N-2))/S;
        'END';
```

```
                 'IF' E(N-1) 'EQ' 0 'THEN' R := R-1
                 'ELSE' R:=R-D(N)/E(N-1);
                 QS:=QT;
        'END'    ITERATE;

                 PS:=PT; QS:=QT; PT:=P; QT:=Q;
                 'IF' REV 'LS' 0 'THEN' K:=K/10;
                 'IF' K 'LQ' 1000 'THEN' 'GOTO' DIV;
                 REV:=-REV;
                 'GOTO' REVERSE;
        LINEAR:  'IF' T 'LS' 0 'THEN' R := 1/R ;
                 U(N) := R ; V(N) := 0 ; N := N-1 ;
                'FOR' J := 0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO' H(J) := D(J) ;
                 'IF' N 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' KONTROLL ;
                 'GOTO' ITERATE ;
        QUADRATIC:'IF' T 'LS' 0 'THEN'
        'BEGIN'  P:=P/Q; Q:=1/Q;
        'END' ;  M := Q-(P/2)**2 ;
                 'IF' 0 'LS' M 'THEN'
        'BEGIN'  U(N):=U(N-1):=-P/2;
                 S := SQRT(M) ;
                 V(N):=S; V(N-1):=-S;
        'END'    'ELSE'
        'BEGIN'  S:=SQRT((P/2)**2-Q);
                 'IF' P 'LS' 0 'THEN' U(N):= -P/2+S
                 'ELSE' U(N):=-P/2-S;
                 U(N-1) := Q/U(N) ;
                 V(N):=V(N-1):=0;
        'END';
                 N:=N-2;
                 'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
                 H(J):=B(J);
                 'GOTO' INIT;

        KONTROLL: 'COMMENT' KONTROLLRÄKNING AV ROOTPOLYS FRAMRÄKNADE RÖTTER;
                 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' NK 'DO'
        'BEGIN'  KO(I):=D(0):=P:=S:=0 ;
                 C(0):=1; C(1):=U(I); D(1):=V(I);
                 'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' NK-1 'DO'
        'BEGIN'          MULCOX(C(J), D(J), U(I), V(I), 1, E(I));
              C(J+1):=E(I);
                         MULCOX(C(J), D(J), U(I), V(I), 2, E(I));
              D(J+1):=E(I);
        'END';
                 J:=NK;
                 'FOR' M:=0 'STEP' 1 'UNTIL' NK 'DO'
        'BEGIN'  P:=A(M)*C(J)+P;
                 S:=A(M)*D(J)+S;
                 J := J-1 ;
        'END';
                 RK(I):=P;   IK(I):=S;
                 KO(I):=SQRT(P*P+S*S);
```

```
         'END'     KONTROLL;
         'END'     ROOTPOLY;
                   T1:=0.125 ; T2:=0.08 ; K1:= 1.0 ;
                   PI:=3.1415927; A:=0.07; A1:=-8.3;
                    B:=0.16;
                   N:=4 ; F:=10 ;
                   'FOR' T3:= 0.1,11,200,1'STEP'20'UNTIL'90'DO'
                   'FOR' K2:=0.001,0.0005,0.0001,0.00005,0.00001,0'DO'
         'BEGIN'   B1:=A1*K2;
                   A3:=T3*T2*T1 ;
                   B3:=T3*(T1+T2)+T1*T2 ;
                   C3:=T3+T1+T2 ;
                   D3:=T3*T1*B1+B3 ;
                   E3:=K1*B*T2;
                   F3:=B1*(T1+T3)+C3 ;
                   G3:=K1*B;
                   H3:=B1+1 ;
                   A4:=D3*A**2+A*A3*(B3**2-2*C3*A3)-
                   A**2*A3**2*(A3*A+D3) ;
                   B4:=A*A3*(A3*A+D3)*(C3**2-2*B3)-
                   A3**2 ;
                   D4:=A3*(A3*A+D3)-A*A3**2 ;
                   G4:=A**2 ;
                   H4:=A**2*A3*(B3**2-2*C3*A3)+A**3*D3 ;
                   I4:=A ;
                   R4:=A*A3*D3*(A3*A+D3) ;
                   J4:=2*A3*A**2*D3*(A3*A+D3)-2*
                   A3*A**2*(A3*A+D3)**2 ;
                   K4:=-2*A*A3**2 ;
                   L4:=2*A*A3*(A3*A+D3)-4*A**2*A3**2 ;
                   M4:=2*A**2*A3*(A3*A+D3)-2*A**3*A3**2 ;
                   Q4:=2*A**3*A3*D3*(A3*A+D3) ;
                   A5:=E3**2*G3*G4+E3*G3**2*I4 ;
                   B5:=G3**2*A4+(E3**2*H3+2*E3*F3*G3)*G4
                   +E3*G3*H4+(G3**2*F3+2*E3*G3*H3)*I4 ;
                   C5:=2*G3*H3*A4+G3*B4+E3*D4+(2*E3*
                   F3*H3+F3**2*G3)*G4+(F3*G3+E3*H3)*
                   H4+(E3*H3**2+2*F3*G3*H3)*I4 ;
                   D5:=H3**2*A4+H3*B4+F3*D4+F3**2*H3*
                   G4+F3*H3*H4+F3*H3**2*I4+R4 ;
                   E5:=G3**3*K4+E3*G3**2*L4+E3**2*G3*M4 ;
                   F5:=G3**2*J4+3*G3**2*H3*K4+(F3*G3**2
                   +2*E3*G3*H3)*L4+(E3**2*H3+2*
                   E3*F3*G3)*M4+E3*G3*Q4 ;
                   G5:=2*G3*H3*J4+3*G3*H3**2*K4+(2*
                   F3*G3*H3+E3*H3**2)*L4+(2*E3*F3*
                   H3+G3*F3**2)*M4+(E3*H3+F3*G3)*Q4 ;
                   H5:=H3**2*J4+H3**3*K4+F3*H3**2*L4+
                   F3**2*H3*M4+F3*H3*Q4 ;
                   B6:=A5*F5-B5*E5 ;
                   C6:=2*(A5*G5-C5*E5) ;
                   D6:=3*A5*H5+B5*G5-C5*F5-3*E5*D5 ;
```

ASS.kod 30 aug. 17.59

```
                                        *
                                        beg    *eql /10000
          140000100 140000100                   org /100
                                                gen 15
000100   26200000  26200000                     nop
000101   26200000  26200000                                      0
000102   26200000  26200000                                      0
000103   26200000  26200000                                      0
000104   26200000  26200000                                      0
000105   26200000  26200000                                      0
000106   26200000  26200000                                      0
000107   26200000  26200000                                      0
000110   26200000  26200000                                      0
000111   26200000  26200000                                      0
000112   26200000  26200000                                      0
000113   26200000  26200000                                      0
000114   26200000  26200000                                      0
000115   26200000  26200000                                      0
000116   26200000  26200000                                      0
000117   14010000  14010000                     bru beg
          140010000 140010000                   org /10000
010000   25030000  25030000                     iai                   program interrupt
010001   25072100  25072100                     jne ais
010002   14010114  14040112                     bru fell
010003   00010137  00040134                     lda sewh              sean command
010004   25042100  25042100                     out ais
010005   25062100  25062100                     jnr ais
010006   14010010  14040002                     bru *+2
010007   14010005  14077776                     bru *-2
010010   25052100  25052100                     in  ais               inputing h1
010011   05014046  05014046                     sra 6
010012   74020027  74020027                     flo 23
010013   32010150  32040135                     sta ha
010014   25072100  25072100                     jne ais
010015   14010114  14040077                     bru fell
010016   00010140  00040122                     lda sewhh             sean command
010017   25042100  25042100                     out ais
010020   25062100  25062100                     jnr ais
010021   14010023  14040002                     bru *+2
010022   14010020  14077776                     bru *-2
010023   25052100  25052100                     in  ais               inputing h2
010024   05014046  05014046                     sra 6
010025   74020027  74020027                     flo 23
010026   32010200  32040152                     sta hha
                                        *                             inputing of h1 and
                                        *                             now starts the mov
                                        *                             values and h0
010027   07300026  07300026                     lxk 22,3
010030   00310150  00340120             h1      lda ha,3
010031   32310151  32340120                     sta hb,3
010032   06000003  06000003                     dmt 3
010033   34010030  34077775                     bts h1
010034   07300002  07300002                     lxk 2,3
010035   00310200  00340143             h2      lda hha,3               loop h2
010036   32310201  32340143                     sta hhb,3
010037   06000003  06000003                     dmt 3
010040   34010035  34077775                     bts h2
010041   07300013  07300013                     lxk 11,3
010042   00310204  00340142             h0      lda a,3               loop h0
010043   32310205  32340142                     sta b,3
010044   06000003  06000003                     dmt 3
010045   34010042  34077775                     bts h0
                                        *                             now starts the cou
                                        *                             control signal h0
```

```
010046 05000000  05000000           ldz
010047 32010147  32040100           sta  sum
010050 07300002  07300002           lxk  2,3
010051 00310201  00340130   del1    lda  hhb,3           loop h2*f
010052 72310237  72340165           fmp  fb,3
010053 70010147  70040074           fad  sum
010054 32010147  32040073           sta  sum
010055 06000003  06000003           dmt  3
010056 34010051  34077773           bts  del1
010057 07300015  07300015           lxk  13,3
010060 00310162  00340102   del2    lda  hk,3            loop h1*j
010061 72310221  72340140           fmp  jk,3
010062 70010147  70040065           fad  sum
010063 32010147  32040064           sta  sum
010064 06000003  06000003           dmt  3
010065 34010060  34077773           bts  del2
010066 07300013  07300013           lxk  11,3
010067 00310205  00340116   del3    lda  b,3             loop h0*g
010070 72310243  72340153           fmp  gb,3
010071 70010147  70040056           fad  sum
010072 32010147  32040055           sta  sum
010073 06000003  06000003           dmt  3
010074 34010067  34077773           bts  del3
010075 73010242  73040145           fdv  ga              div g0
010076 32010204  32040106           sta  a
010077 70010146  70040047           fad  fsv             scalef
010100 72010141  72040041           fmp  scal1
010101 72010142  72040041           fmp  scal2
010102 74000027  74000027           fix  23
010103 45002056  45002056           sla  14
010104 11010136  11040032           add  modo            output
010105 25074200  25074200           jne  mod
010106 14010117  14040011           bru  fel2
010107 25044200  25044200           out  mod
010110 25020000  25020000           pai                  program interrupt p
010111 26200000  26200000           nop
010112 26200000  26200000           nop
010113 14010111  14077776           bru  *-2
                            *                            explanation of blin
010114 00010143  00040027   fel1    lda  tresme
010115 32010145  32040030           sta  inlite
010116 14010121  14040003           bru  blink
010117 00010144  00040025   fel2    lda  sietes
010120 32010145  32040025           sta  inlite
010121 00010145  00040024   blink   lda  inlite
010122 07707777  07707777           lxk  /7777,7
010123 26200000  26200000           nop
010124 26200000  26200000           nop
010125 06000007  06000007           dmt  7
010126 34010123  34077775           bts  *-3
010127 05000000  05000000           ldz
010130 07707777  07707777           lxk  /7777,7
010131 26200000  26200000           nop
010132 26200000  26200000           nop
010133 06000007  06000007           dmt  7
010134 34010131  34077775           bts  *-3
010135 14010121  14077764           bru  blink
010136 00000004  00000004   modo    con  o,4             labels
010137 00000204  00000204   sewh    con  o,204
010140 00000404  00000404   sewhh   con  o,404
010141 17202665  17202665   scal1   con  f,0.1277875
010142 20367260  20367260   scal2   con  f,0.9661836
010143 00007777  00007777   tresme  con  o,7777
010144 77777777  77777777   sietes  con  o,77777777
010145 300000001 300000001  inlite  bss  1
010146 26372000  26372000   fsv     con  f,4000
010147 300000001 300000001  sum     bss  1
010150 300000001 300000001  ha      bss  1
010151 300000011 300000011  hb      bss  9
010162 300000016 300000016  hk      bss  14
```

5

```
010200 300000001 300000001       hha     bss 1
010201 300000003 300000003       hhb     bss 3
010204 300000001 300000001       a       bss 1
010205 300000014 300000014       b       bss 12
010221 300000016 300000016       jk      bss 14
010237 300000003 300000003       fb      bss 3
010242 300000001 300000001       ga      bss 1
010243 300000014 300000014       gb      bss 12
                                 ais     eql /2100
                                 mod     eql /4200
       *00000000 *00000000               end
```

ASS.kod (konst.)

27 AUG

```
*
          140010221 140010221                  org /10221
010221     20327024  20327024                  con f,0.840
010222     60654632  60654632                  con f,-1.350
010223     20202437  20202437                  con f,0.510
010224     00000000  00000000                  con f,0
010225     00000000  00000000                  con f,0
010226     00000000  00000000                  con f,0
010227     00000000  00000000                  con f,0
010230     00000000  00000000                  con f,0
010231     00000000  00000000                  con f,0
010232     00000000  00000000                  con f,0
010233     00000000  00000000                  con f,0
010234     56335136  56335136                  con f,-0.054
010235     16660102  16660102                  con f,0.086
010236     56207126  56207126                  con f,-0.033
010237     16603045  16603045                  con f,0.064
010240     56722743  56722743                  con f,-0.103
010241     16237575  16237575                  con f,0.039
010242     17257065  17257065                  con f,0.171
010243     17223351  17223351                  con f,0.144
010244     00000000  00000000                  con f,0
010245     00000000  00000000                  con f,0
010246     00000000  00000000                  con f,0
010247     00000000  00000000                  con f,0
010250     00000000  00000000                  con f,0
010251     00000000  00000000                  con f,0
010252     00000000  00000000                  con f,0
010253     00000000  00000000                  con f,0
010254     00000000  00000000                  con f,0
010255     55264163  55264163                  con f,-0.011
010256     55223351  55223351                  con f,-0.009
          *00000000 *00000000                  end
```

PAL kod 30 aug. 9.09 Bilaga 3


```
*
beg     *eql /10000
         org /100
         gen 15
         nop
         bru beg
         org /10000
         iai                      program interrupt inhibited mode
         jne ais
         bru fell
         lda sewh                 scan command
         out ais
         jnr ais
         bru *+2
         bru *-2
         in  ais                  inputing h1
         sra 6
         flo 23
         sta ha
         jne ais
         bru fell
         lda sewhh                scan command
         out ais
         jnr ais
         bru *+2
         bru *-2
         in  ais                  inputing h2
         sra 6
         flo 23
         sta hha
*                                 inputing of h1 and h2 is ready
*                                 now starts the moving of the input
*                                 values and h0
         lxk 22,3
h1       lda ha,3
         sta hb,3
         dmt 3
         bts h1
         lxk 2,3
h2       lda hha,3                  loop h2
         sta hhb,3
         dmt 3
         bts h2
         lxk 11,3
h0       lda a,3                  loop h0
         sta b,3
         dmt 3
         bts h0
*                                 now starts the counting of the
*                                 control signal h0
         ldz
         sta sum
         lxk 2,3
del1     lda hhb,3                loop h2*f
         fmp fb,3
         fad sum
         sta sum
         dmt 3
         bts del1
         lxk 13,3
del2     lda hk,3                 loop h1*j
         fmp jk,3
         fad sum
         sta sum
         dmt 3
         bts del2
         lxk 11,3
```

```
del3    lda b,3             loop h0*g
        fmp gb,3
        fad sum
        sta sum
        dmt 3
        bts del3
        fdv ga              div g0
        sta a
        fad fsv             scalef
        fmp scal1
        fmp scal2
        fix 23
        sla 14
        add modo            output
        jne mod
        bru fel2
        out mod
        pai                 program interrupt permitted mode
        nop
        nop
        bru *-2
*                           explanation of blinking
fel1    lda tresme
        sta inlite
        bru blink
fel2    lda sietes
        sta inlite
blink   lda inlite
        lxk /7777,7
        nop
        nop
        dmt 7
        bts *-3
        ldz
        lxk /7777,7
        nop
        nop
        dmt 7
        bts *-3
        bru blink
modo    con o,4              labels
sewh    con o,204
sewhh   con o,404
scal1   con f,0.1277875
scal2   con f,0.9661836
tresme  con o,7777
sietes  con o,77777777
inlite  bss 1
fsv     con f,4000
sum     bss 1
ha      bss 1
hb      bss 9
hk      bss 14
hha     bss 1
hhb     bss 3
a       bss 1
b       bss 12
jk      bss 14
fb      bss 3
ga      bss 1
gb      bss 12
ais     eql /2100
mod     eql /4200
        end
```

PAL kod (Konst.)

27 AUG

```
org /10221
con f,0.840
con f,-1.350
con f,0.510
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,-0.054
con f,0.086
con f,-0.033
con f,0.064
con f,-0.103
con f,0.039
con f,0.171
con f,0.144
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,0
con f,-0.011
con f,-0.009
end
```

32608 01 10-24-67 600 ALGOL COMPILER, PASS 1

```
'BEGIN'   'INTEGER'R,P,Z;
          'REAL' A0,A1,A2,A3,A4,A5,A6,B1,B0,B2,
          B3,B4,C1,C2,D0,D1,D2,D3,X,H40,H41,
          H50,H51,H6,H7,H8,K3,L0,L1,L2,M0,
          M1,M2,N1,N2,N3,S1,S2,S3,T,T1,V1,
          V3,V2,K0,K1,K2;
          'ARRAY' E(1:10),F(0:2),G(0:12),
          H0(0:12),H1(0:13),H2(0:2),
          H3(0:2),J(0:13);
          H40:=H41:=H50:=H51:=H6:=H7:=H8:=0;
          'FOR' R:=0 'STEP' 1 'UNTIL' 2 'DO'
          F(R):=H2(R):=H3(R):=0;
          'FOR' R:=0 'STEP' 1 'UNTIL' 12 'DO'
          G(R):=H0(R):=0;
          'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
          E(R):=0;
          'FOR' R:=0 'STEP' 1 'UNTIL' 13 'DO'
          H1(R):=0;
          'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 13 'DO'
          J(R):=0;
          A0:=2.5;A1:=0;A2:=2.5;
          A3:=0.16;A4:=0.84;A5:=0;A6:=0.17;
          X:=2.718; K3:=100;
          T:=0.05; T1:=0.1;
          K0:=6.5*10**(-3);
          K1:=0;
          K2:=6.5*10**(-3);
          B3:=X**(-T/T1);
          B4:=X**(-T*A2);
          C1:=-(1+B3);
          C2:=B3;
          V1:=C1-B4;
          V2:=C2-C1*B4;
          V3:=-C2*B4;
          B0:=A3*K3*(T+T1*(B3-1));
          B1:=A3*K3*(T1*(1-B3)-T*B3)-B0*B4;
          B2:=-A3*K3*(T1*(1-B3)-T*B3)*B4;
          D0:=A4;
          D1:=D0*V1;
          D2:=D0*V2;
          D3:=D0*V3;
          E(1):=C1-V1;
          E(2):=C2-V2-V1*E(1);
          E(3):=-V3-V2*E(1)-V1*E(2);
          E(4):=-V3*E(1)-V2*E(2)-V1*E(3);
          E(5):=-V3*E(2)-V2*E(3)-V1*E(4);
          E(6):=-V3*E(3)-V2*E(4)-V1*E(5);;
          E(7):=-V3*E(4)-V2*E(5)-V1*E(6);
          E(8):=-V3*E(5)-V2*E(6)-V1*E(7);
          E(9):=-V3*E(6)-V2*E(7)-V1*E(8);
          E(10):=-V3*E(7)-V2*E(8)-V1*E(9);
          F(0):=-V3*E(8)-V2*E(9)-V1*E(10);
```

```
          F(1):=-V3*E(9)-V2*E(10);
          F(2):=-V3*E(10);
          G(0):=B0;
          G(1):=B1+B0*E(1);
          G(2):=B2+B1*E(1)+B0*E(2);
          G(3):=B2*E(1)+B1*E(2)+B0*E(3);
          G(4):=B2*E(2)+B1*E(3)+B0*E(4);
          G(5):=B2*E(3)+B1*E(4)+B0*E(5);
          G(6):=B2*E(4)+B1*E(5)+B0*E(6);
          G(7):=B2*E(5)+B1*E(6)+B0*E(7);
          G(8):=B2*E(6)+B1*E(7)+B0*E(8);
          G(9):=B2*E(7)+B1*E(8)+B0*E(9);
          G(10):=B2*E(8)+B1*E(9)+B0*E(10);
          G(11):=B2*E(9)+B1*E(10);
          G(12):=B2*E(10);
          J(0):=D0;
          J(1):=D1+D0*E(1);
          J(2):=D2+D1*E(1)+D0*E(2);
          J(3):=D3+D2*E(1)+D1*E(2)+D0*E(3);
          J(4):=D3*E(1)+D2*E(2)+D1*E(3)+D0*E(4);
          J(5):=D3*E(2)+D2*E(3)+D1*E(4)+D0*E(5);
          J(6):=D3*E(3)+D2*E(4)+D1*E(5)+D0*E(6);
          J(7):=D3*E(4)+D2*E(5)+D1*E(6)+D0*E(7);
          J(8):=D3*E(5)+D2*E(6)+D1*E(7)+D0*E(8);
          J(9):=D3*E(6)+D2*E(7)+D1*E(8)+D0*E(9);
          J(10):=D3*E(7)+D2*E(8)+D1*E(9)+D0*E(10);
          J(11):=D3*E(8)+D2*E(9)+D1*E(10);
          J(12):=D3*E(9)+D2*E(10);
          J(13):=D3*E(10);
          OUTPUT0(6,"//"E-KONSTANTER\\);
          OUTPUT5(6,"\,E(1),E(2),E(3),E(4),E(5));
          OUTPUT5(6,"\,E(6),E(7),E(8),E(9),E(10));
          OUTPUT0(6,"//"F-KONSTANTER\\);
          OUTPUT3(6,"\,F(0),F(1),F(2));
          OUTPUT0(6,"//"G-KONSTANTER\\);
          OUTPUT7(6,"\,G(0),G(1),G(2),G(3),G(4),G(5),G(6));
          OUTPUT6(6,"\,G(7),G(8),G(9),G(10),G(11),G(12));
          OUTPUT0(6,"//"I-KONSTANTER\\);
          OUTPUT7(6,"\,J(0),J(1),J(2),J(3),J(4),J(5),J(6));
          OUTPUT7(6,"\,J(7),J(8),J(9),J(10),J(11),J(12),J(13));
          P:=0;
          Z:=0;
DIT:      H6:=RNORM(0,1);        (0, 11.1)
          H7:=RNORM(0,1);
          H8:=RNORM(0,1);        (0, 11.1)
          N1:=K3*T+K3*T1*(C2-1);
          N2:=K3*T1*(1-C2)-K3*T*C2;
          N3:=1+C2;
          L0:=X**(-T*A0);
          L1:=X**(-T*A1);
          L2:=X**(-T*A2);
          M0:=(1-L0)*K0;
```

```
                    M1:=(1-L1)*K1;
                    M2:=(1-L2)*K2;
                    H1(0):=M0*H6+L0*H1(1);
                    H3(0):=N2*H0(2)+N1*H0(1)-C2*H3(2)+N3*H3(1);
                    H40:=M1*H7+L1*H41;
                    H50:=M2*H8+L2*H51;
                    H2(0):=A4*H1(1)+A5*H40+A6*H50+A3*H3(0);
                    S1:=0;
                    'FOR'R:=0'STEP'1'UNTIL'2'DO'
                    S1:=S1+F(R)*H2(R);
                    S2:=0;
                    'FOR'R:=0'STEP'1'UNTIL'13'DO'
                    S2:=S2+J(R)*H1(R);
                    S3:=0;
                    'FOR'R:=1'STEP'1'UNTIL'12'DO'
                    S3:=S3+G(R)*H0(R);
                    H0(0):=(-1/G(0))*(S1+S2+S3);
                    OUTPUT0(6,"//\);
                    OUTPUT7(6,"\,P,H0(0),H1(1),H2(0),
                    H3(0),H40,H50);
                    'FOR' R:=2 'STEP' -1 'UNTIL' 1 'DO'
                    H2(R):=H2(R-1);
                    'FOR' R:=2 'STEP' -1 'UNTIL' 1 'DO'
                    H3(R):=H3(R-1);
                    'FOR' R:=13 'STEP' -1 'UNTIL' 1 'DO'
                    H1(R):=H1(R-1);
                    'FOR' R:=12 'STEP' -1 'UNTIL' 1 'DO'
                    H0(R):=H0(R-1);
                    H41:=H40;
                    H51:=H50;
                    P:=P+1;
                    'IF' P 'GR' 200 'THEN' 'GOTO' NER;
                    'GOTO' DIT;
        NER:        A2:=A6:=K2:=0;
                    'IF' Z 'GR' 0 'THEN' 'GOTO' SLUT;
                    P:=0;
                    Z:=1;
                    'GOTO' DIT;
        SLUT: 'END'
```

```
                        E6:=2*(B5*H5-D5*F5) ;
                        F6:=C5*H5-D5*G5 ;
                        OUTPUT0(6,"//"T3,K2\\);
                        OUTPUT2(6,"(-4ZD.3D)\,T3,K2);
                        OUTPUT0(6,"//"SPRIDNINGSKOEFF.    \\) ;
                        OUTPUT8(6,"\,A5,B5,C5,D5,E5,F5,G5,H5);
                        OUTPUT0(6,"//"KOEFF. FÖR OPT. AV K3\\);
                        OUTPUT5(6,"\,B6,C6,D6,E6,F6);
                        S(0):=B6; S(1):=C6; S(2):=D6;
                        S(3):=E6; S(4):=F6;
                        ROOTPOLY(N,S,F,U,V,KO,DIV);
                        OUTPUT0(6,"///"ROTENS REALDEL, K3 \\);
                        OUTPUT4(6,"\,U(1),U(2),U(3),U(4));
                        OUTPUT0(6,"//"ROTENS IMAGINÄRDEL\\);
                        OUTPUT4(6,"\,V(1),V(2),V(3),V(4));
                        'FOR' M:= 1 'STEP' 1 'UNTIL' 4 'DO'
                     'BEGIN' EH2:= 2*PI*A**2*(U(M)**3*A5+U(M)**2*B5+U(M)*C5+D5)/
                        (U(M)**3*E5+U(M)**2*F5+U(M)*G5+H5);
                        K3:= U(M);
                        X:=D3;
                        Z:=G3*K3+H3;
                        Y:=F3*K3*E3-(A3*Z)/D3;
                        'IF' X'LQ'0 'THEN' 'GOTO' P;
                        'IF' Y'LQ'0 'THEN' 'GOTO' P;
                        'IF' Z'LQ'0 'THEN' 'GOTO' P;;
                        OUTPUT0(6,"//"SPRIDNINGEN EH2 'EQ' \\);
                        OUTPUT1(6,"\,EH2);
                        'GOTO' Q;
            P:          OUTPUT0 (6,"/"SYSTEMET EJ STABILT\\);
            Q:   'END';
                        'GOTO' L;
                 DIV:   OUTPUT0(6,"//"DIVERGENS I ROOTPOLY \\);
            L:   'END';
              'END'
```