

EXPERIMENTELLA UNDERSÖKNINGAR AV
LINJÄRA OCH OLINJÄRA REGLERSYSTEM

BENGT HERNE

Rapport RE - 10 jan. 1967

ANALYTISK OCH EXPERIMENTELL UNDERSÖKNING AV
LINJÄRT RESP. OLINJÄRT POSITIONSSERVO

av

Bengt Herne

SAMMANFATTNING AV DEN LINJÄRA DELEN (AVD. I OCH II).

1. Undersökning av det öppna systemets dynamik

Det öppna systemets överföringsfunktion bestämdes med två metoder:

- Frekvensanalys
- Stegvarsanalys

Resultaten voro (E-potentiometern sattes till 0.1)

$$Y_1 = \frac{29.4}{s(1 + 0.152s)}$$

$$Y_2 = \frac{28.2}{s(1 + 0.149s)}$$

Dessutom bestämdes hastighetskonstanten genom direkt mätning. Då erhöills

$$K_V = 289$$

vilket gäller när hela E-potentiometern är inkopplad.

2. Undersökning av det slutna systemet

Det slutna systemets dynamik med proportionell återkoppling undersöktes med frekvensanalys och transient analys för två parametrar

A. $K_V = 25$

B. $K_V = 12$

Frekvensanalysen gav:

| K_V | 25 | 12 |
|------------------|------|------|
| resonansfrekvens | 11.3 | 7.2 |
| M-(resonanstopp) | 1.97 | 1.42 |

Teoretisk analys baserad på det öppna systemets dynamik (enligt I. 4.1) ger:

| | | |
|------------------|------|------|
| K_V | 25 | 12 |
| resonansfrekven | 12.0 | 7.6 |
| M-(resonanstopp) | 2.01 | 1.44 |

Vid mätning på stegsvaret erhöles följande värden på överslängen (se I. 4.2)

| | |
|------------------|-------|
| A ($K_V = 25$) | 44.8% |
| B ($K_V = 12$) | 27.6% |

Teoretisk analys baserad på det öppna systemets dynamik ger:

| | |
|---|-------|
| A | 43.1% |
| B | 27.7% |

Följdfelet för rampsvar undersöktes. Vi fann för inställningen

| | | |
|------------|---------------|-------|
| $K_V = 25$ | felspänningen | 7.5V |
| $K_V = 12$ | -"- | 15.0V |

Teoretiskt (se I. 4.3) bör felspänningarna bli 7.8 resp. 16.3V.

3. Kompensering

a) I det slutna systemet introducerades ett fasavancerande nät med överföringsfunktionen

$$H(s) = 0.2 \frac{(1 + 0.15s)}{(1 + 0.02s)^2}$$

För det okompenserade nätet med $K_V = 8.5$ erhöles $\omega_c = 5$.

För det kompenaserade nätet med effektivt $K_V = 37$ erhöles $\omega_c = 21.5$

dvs bandbredden ökar med en faktor 4. Detta medförde också att stegsvaret blev mycket snabbare.

b) Genom att dessutom införa ett fasreducerande nät

$$H(s) = 10 \cdot \frac{(1 + 0.2s)}{(1 + 2.2s)}$$

kan den maximala hastighetskonstanten höjas från i förra fallet $K_V = 0.2 \cdot 289 = 57.8$ till $K_V = 2 \cdot 289 = 578$. Följdfelet kan härigenom göras 10 gånger mindre med bibehållen bandbredd.

c) Tackometeråterkoppling.

Det öppna systemets överföringsfunktion justeras till

$$Y_o(s) = \frac{1}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)}$$

vilket medförde att det slutna systemet blev instabilt för $K_V \approx 56.5$. Genom tackometeråterkoppling blev systemet åter stabilt. För $\tau_t = 0.040$ erhöles 30% översläng. Effektiva hastighetskonstanten blev dock liten eftersom

$$K_V = \frac{K}{1 + K \tau_t} \quad (\text{se II.3.1})$$

$$K = 56.5 \quad K_V = 15.5$$

Självsvängningsfrekvensen blev för

$$\tau_t = 0 \quad \omega_o = 16.0$$

$$\tau_t = 0.026 \quad \omega_o = 35.0$$

dvs bandbredden ökade med tackometeråterkopplingen.

d) Accelerationsåterkoppling

Om tackometersignalen filtreras så ger endast ändringar i hastigheten signal. Detta medför att effektiva hastighetskonstanten $K_V = K$ dvs följdfelét minskar.

4. Fältstyrt system

Öppna systemets överföringsfunktion beräknades till

$$Y_o(s) = \frac{1}{s^2(1 + 0.0147s)}$$

Det slutna systemet måste kompenseras för att vara stabilt, antingen med fasavancerande nät eller accelerationsåterkoppling.

I. EXPERIMENT MED LINJÄRT SYSTEM

1. Mätning av hastighetskonstanten K_v

Hastighetskonstanten beror av tre faktorer; K_e (felspänningen / radion fel) ; K_s (motorhastigheten / tillförd spänning till servo-förstärkaren) ; och N utväxlingen. Dvs

$$K_v = \frac{K_e K_s}{N}$$

1.1 Mätning av K_e

Tag ut spänningen mellan punkt 1 och jord, så att man får hela spänningsändringen.

| | | |
|------|-------|---------------|
| -20° | -1.3V | |
| -10° | 4.2V | |
| 0° | 9.7V | |
| 10° | 14.9V | |
| 20° | 20.3V | Se Diagram 1. |

$$K_e = \frac{20.3 + 1.3}{40} = 0.54 \text{ V/grad} = \underline{\underline{30.9 \text{ V/rad}}}$$

1.2 Mätning av K_s

| | | |
|-----|-------|------------------------------|
| E% | V_t | (E = felåterkopplingen) |
| 0 | 0 | V_t = tackometerspänningen |
| 20 | 14 | |
| 40 | 30 | |
| 60 | 45 | |
| 80 | 60 | |
| 100 | 75 | Se Diagram 1. |

Tackometergeneratoren ger 21V/1000 rpm, vilket ger

$$\text{motorhast.} = \frac{75 \cdot 1000 \cdot 2\pi}{21 \cdot 60} = 374 \text{ rad/sek}$$

$$\text{Tillförd spänning} = 2.5\text{V} \quad K_S = \frac{374}{2.5} = \underline{\underline{150}}$$

1.3 Beräkning av K_V

$$K_V = \frac{K_e \cdot K_S}{N} = \frac{30.9 \cdot 150}{16} = \underline{\underline{289}}$$

1.4 Direkt mätning av K_V

| | V_t | |
|------|-------|---------------|
| 130° | 65 | |
| 120° | 54 | |
| 110° | 33 | |
| 100° | 18 | |
| 88° | 0 | |
| 80° | -13 | |
| 70° | -30 | |
| 60° | -48 | |
| 50° | -62 | Se Diagram 2. |

Ur diagrammet fås:

$$K_V = \frac{129}{80} \text{ V/grad} = \frac{129 \cdot 1000 \cdot 2\pi \cdot 360}{80 \cdot 21 \cdot 60 \cdot 16 \cdot 2\pi} = 28.8$$

Återkopplingen kan göras 10 gånger större vid full återkoppling.

$$K_V = \underline{\underline{288}}$$

2. Frekvenssvar i den öppna kretsen θ_o/E

Spänningen anger amplituden

| cps | Volt/(volt in) | grader |
|------|----------------|-------------|
| 0.1 | 30.5 | -6° |
| 0.2 | 30.0 | -12° |
| 0.4 | 28.7 | -22° |
| 0.6 | 27.0 | -32° |
| 0.8 | 24.7 | -39° |
| 1.0 | 22.5 | -44° |
| 1.4 | 18.0 | -54° |
| 2.0 | 14.0 | -62° |
| 4.0 | 7.0 | -75° |
| 10.0 | 3.5 | -83° |

Signalen kopplades direkt i punkt 3. Enligt diagram 3 erhålles en halvcirkelbåge med ganska god precision. Insignalens amplitud behöfve ej ändras eftersom motorn ändå inte blev överbelastad, vilket kontrollerades. Systemet har 45° fasförskjutning för $v \approx 1.05$ c/s. Tidskonstanten blir:

$$\tau_m = \frac{1}{1.05 \cdot 2\pi} = 0.152$$

$$K_v = \frac{K_e \cdot K}{D}$$

Där $K_e = 30.9$ V/rad enligt I.1.1.

$K = 30.5$ likspänningsförstärkningen enligt diagram 3

$D = 3.21$ V/rad är tackometerkonstanten enligt I.4.3

$$\therefore K_v = \frac{30.9 \cdot 30.5}{3.21} = 294$$

3. Bestämning av tidskonstanten med hjälp av stegsvaret

Se foto nr. 1

| | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| $y(0) = 0$ | $y(0.4) = 13.2$ | $y(0.8) = 14.0$ |
| $y(0.1) = 7.6$ | $y(0.5) = 13.6$ | $y(0.9) = 14.05$ |
| $y(0.2) = 10.3$ | $y(0.6) = 13.8$ | $y(1.0) = 14.1$ |
| $y(0.3) = 12.1$ | $y(0.7) = 13.9$ | |

Likströmsförstärkningen är $2 \times 14.1 = 28.2$

$y(t)$ kan approximeras med: $y(k) = a \underbrace{(1 - e^{-\alpha k})}_{b_i}$

$y(t) = y(k) - \epsilon$; $\sum \epsilon^2 = \sum (y(t) - y(k))^2$

$$\left. \begin{aligned} \sum \frac{d\epsilon^2}{da} &= \sum 2a b_i^2 - \sum 2b_i y(k) = 0 \\ \sum \frac{d\epsilon^2}{db} &= \sum 2a^2 b_i - \sum 2a y(k) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$a \sum b_i - \sum y(k) = 0$

$y(\infty) = a \Rightarrow a = 14.15$

$\Rightarrow \sum y(k) = 126.65 = 14.15 \sum b_i$

$\sum_{\tau=0}^{\tau=10} b_i = 1 - e^0 + 1 - e^{-\alpha} + 1 - e^{-2\alpha} + \dots - 1 - e^{-10\alpha} = 10 - e^{-\alpha} - e^{-2\alpha} - \dots - e^{-10\alpha}$

$\frac{126.65}{14.15} = 10 - e^{-\alpha} - e^{-2\alpha} - \dots - e^{-10\alpha}$

$1.04947 = e^{-\alpha} + e^{-2\alpha} + \dots + e^{-10\alpha}$

| | | | |
|------|------------------|------------------|------------------|
| Ant. | $\alpha = 0.670$ | $\alpha = 0.665$ | |
| | 0.5117 | 0.5143 | |
| | 0.2618 | 0.2645 | |
| | 0.1352 | 0.1360 | |
| | 0.06856 | 0.06995 | $\alpha = 0.669$ |
| | 0.0351 | 0.0360 | |
| | 0.0180 | 0.0185 | |
| | 0.0092 | 0.0096 | |
| | 0.00471 | 0.00490 | $\tau_m = 0.149$ |
| | 0.00241 | 0.00251 | |
| | 0.00123 | 0.00130 | |
| | 1.04791 | 1.05756 | |

De bägge bestämningarna av tidskonstanten ger alltså $\tau_m = 0.15$

4. Sluten krets

$$K_V = 29 \quad \text{med} \quad 100 \times 0.1\% \quad \text{återkoppling}$$

$$K_V = 25 \quad \text{"} \quad 86 \times 0.1\% \quad \text{"-}$$

$$K_V = 12 \quad \text{"} \quad 41 \times 0.1\% \quad \text{"-}$$

4.1 Frekvenssvaret

$$K_V = 25 \Rightarrow Y_S(s) = \frac{\frac{25}{s(1 + 0.152s)}}{1 + \frac{25}{s(1 + 0.152s)}} = \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164}$$

| cps | Spänning | fasförskjutning |
|-----|----------|-----------------|
| 0.5 | 3.3 | -9° |
| 0.8 | 3.6 | -15° |
| 1.0 | 4.0 | -21° |
| 1.3 | 4.7 | -32° |
| 1.5 | 5.3 | -44° |
| 1.6 | 5.6 | -50° |
| 1.7 | 6.05 | -59° |
| 1.8 | 6.1 | -70° |
| 1.9 | 6.05 | -80° |
| 2.0 | 5.9 | -94° |
| 2.3 | 4.4 | -130° |
| 2.5 | 3.4 | -131° |
| 3.0 | 2.0 | -149° |
| 4.0 | 0.9 | -162° |

$$K_V = 12$$

$$Y_S(s) = \frac{79}{s^2 + 6.6s + 79}$$

| cps | spänning | fasförskjutning |
|-----|----------|-----------------|
| 0.3 | 3.1 | -12° |
| 0.5 | 3.3 | -20° |
| 0.8 | 3.9 | -37° |
| 0.9 | 4.1 | -45° |
| 1.0 | 4.3 | -56° |
| 1.1 | 4.4 | -64° |
| 1.2 | 4.4 | -73° |
| 1.3 | 4.2 | -84° |
| 1.5 | 3.3 | -108° |
| 1.8 | 2.3 | -128° |
| 2.0 | 1.7 | -137° |
| 3.0 | 0.7 | -156° |
| 4.0 | 0.3 | -165° |

Se Diagram 4.

Analytiskt erhålls maximum för ($K_V = 25$)

$$\omega = \sqrt{\frac{2K_V \tau_m - 1}{2\tau_m^2}} = \sqrt{\frac{6.5}{0.045}} = 12.0$$

$$\Rightarrow f = \frac{12.0}{2\pi} = \underline{\underline{1.91}} \text{ cps}$$

vid mätning erhölls $f = \underline{\underline{1.80}}$

$$M = \frac{2K_V \tau_m}{\sqrt{4K_V \tau_m - 1}} = \frac{7.5}{3.74} = \underline{\underline{2.01}}$$

enligt mätningarna $M = \frac{6.1}{3.1} = \underline{\underline{1.97}}$

För det slutna systemet gäller

$$Y_S = \frac{K_V}{j\omega(1 + j\omega\tau_m) + K_V} = \frac{K_V}{K_V + j\omega - \omega^2\tau_m}$$

Y har maximum när nämnaren har minimum.

$$|N| = \sqrt{\omega^2 + (K_V - \omega^2\tau_m)^2} = \sqrt{\omega^2 + K_V^2 + \omega^4\tau_m^2 - 4\omega K_V\tau_m}$$

Minimera under rottecknet

$$\frac{d}{d\omega} = 2\omega + 4\omega^3\tau_m^2 - 4\omega K_V\tau_m = 0$$

$$\omega = \left(\frac{+}{-}\right) \frac{2K_V\tau_m - 1}{2\tau_m^2} \quad (\omega = 0)$$

$$Y_m = M = \frac{K_V}{\sqrt{\frac{2K_V\tau_m - 1}{2\tau_m^2} + (K_V - \frac{2K_V\tau_m - 1}{2\tau_m})^2}} = \frac{2\tau_m K_V}{\sqrt{4K_V\tau_m - 1}}$$

4.2 Transienta svaret

Se foto nr. 2.

Överslängen blir för

$$K_V = 12 \quad \frac{3.7 - 2.9}{2.9} \cdot 100 = 27.6\% \quad Y_S(s) = \frac{79}{s^2 + 66s + 79}$$

$$K_V = 25 \quad \frac{4.2 - 2.9}{2.9} \cdot 100 = 44.8\% \quad Y_S(s) = \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164}$$

Teoretiskt erhålles:

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Inverstransformera $\frac{G(s)}{s}$ så erhålles
stegsvaret (se III.3)

$$y(t) = 1 - e^{-\zeta\omega t} \left\{ \cos \omega \sqrt{1 - \zeta^2} t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega \sqrt{1 - \zeta^2} t \right\}$$

Överslängen är $y(t) - 1$ för $\omega t = \pi$

$$K_V = 12 \quad \zeta = 0.371 \quad \underline{27.7\%}$$

$$K_V = 25 \quad \zeta = 0.258 \quad \underline{43.1\%}$$

4.3 Följdfelet vid rampsvar

Eftersom taktometern ger 21V/1000 rpm så motsvarar 1 rps av

$$16 \cdot \frac{21 \cdot 60}{1000} = 19.55V \text{ över taktometerutgångarna 20 och 21.}$$

Felspänningen blir för $K_V = 25$, $e = 7.5V$

$$K_V = 12, \quad e = 15.0V$$

dvs felet är omvänt proportionellt mot K_V . Teoretiskt skall spänningen vara:

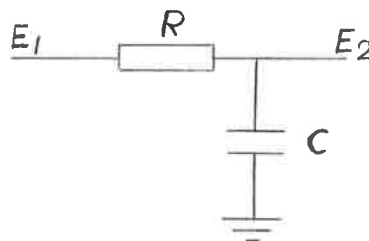
Vid hastigheten 1 rps och $K_V = 25$ blir stationära felet

$$\frac{2\pi}{25} = 0.252 \text{ radianer}$$

eftersom $K_e = 30.9 \text{ V/rad}$ (se I.1.1) blir spänningen $30.9 \cdot 0.252 = \underline{7.8V}$

5. Instabilitet på grund av extra tidskonstant i framåtriktningen

Tidskonstanten består av



Spänningsdelning ger

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRc}$$

$$\left. \begin{array}{l} R = 100 \cdot 10^3 \Omega \\ C = 0.2 \cdot 10^{-6} F \end{array} \right\} \Rightarrow Y_o(s) = \frac{K_V}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)} = \frac{K_V}{s(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}$$

Vilket ger:

$$Y_s(s) = \frac{K_V/\tau_1\tau_2}{s^3 + s^2\left(\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2}\right) + \frac{s}{\tau_1\tau_2} + \frac{K_V}{\tau_1\tau_2}}$$

Karakteristiska ekvationen blir:

$$s^3 + s^2\left(\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2}\right) + \frac{s}{\tau_1\tau_2} + \frac{K_V}{\tau_1\tau_2} = 0$$

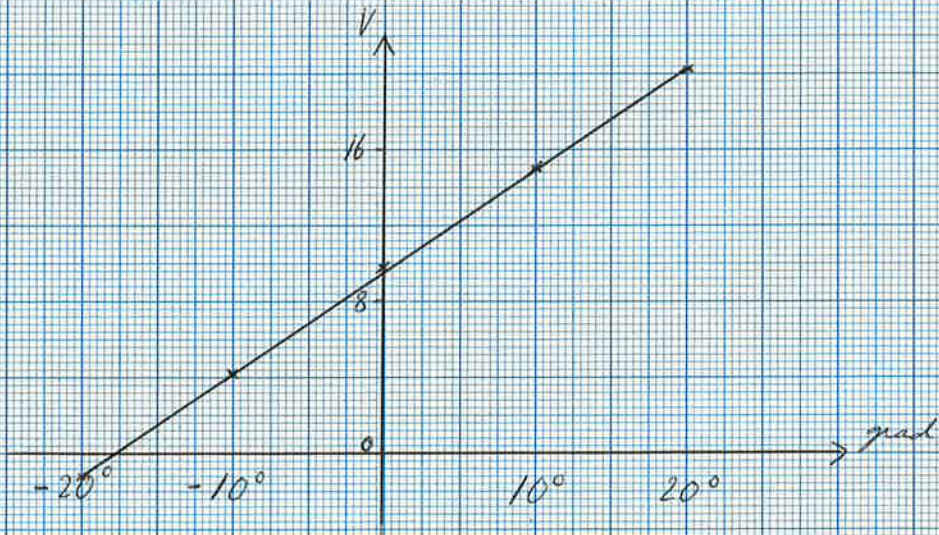
Sök skärningen med imaginära axeln genom att sätta $s = i\omega$.

$$i\omega\left(\frac{1}{\tau_1\tau_2} - \omega^2\right) + \left(\frac{K_V}{\tau_1\tau_2} - \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2}\omega^2\right) = 0$$

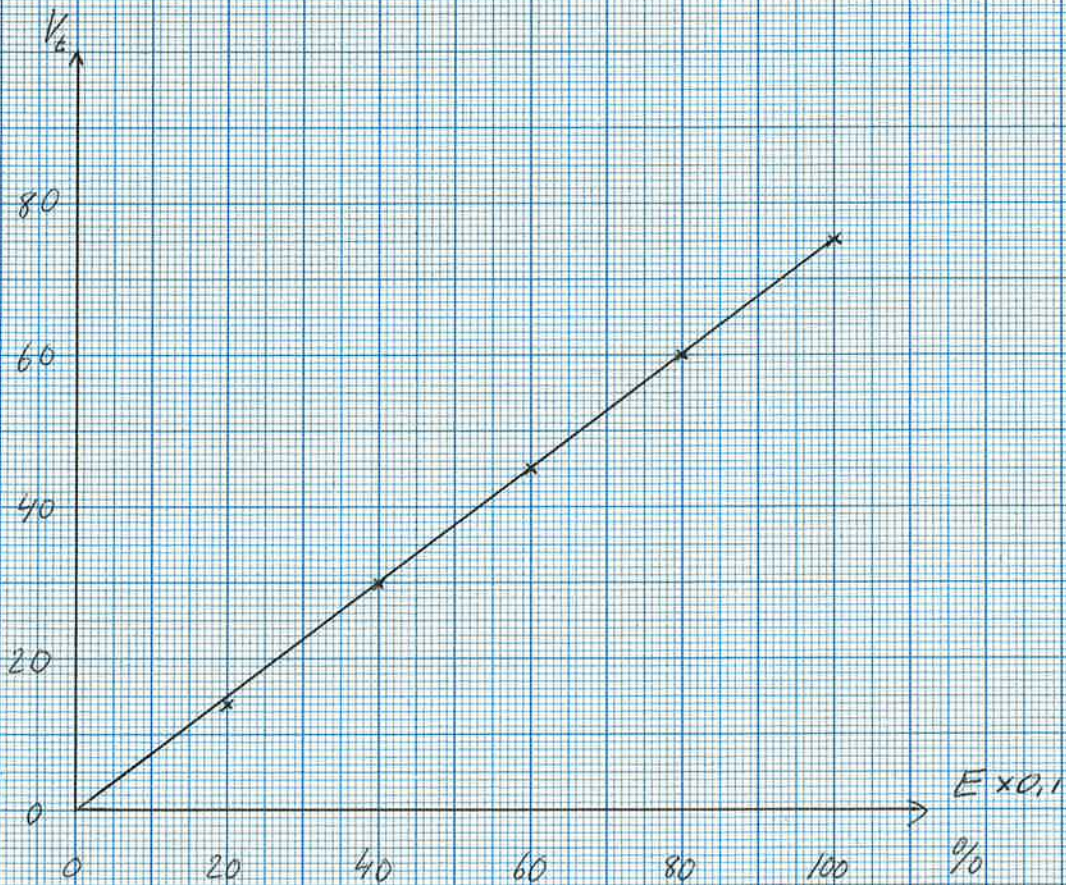
$$\underline{\omega} = \frac{1}{\tau_1\tau_2} = 18.25 \text{ rad/sek} = \underline{2.90 \text{ cps}}$$

$$\underline{K_V} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2} = \underline{56.5}$$

Utan extra tidskonstant och med $K_V = 25$ tar det c:a 1.6 sek för systemet att dämpas. Med den extra tidskonstanten tar det c:a 2.3 sek. Med ökad återkoppling blir den oscillativa komponenten större och systemet blir till sist instabilt. Självsvängning uppstod för $\omega \approx 2.8 \text{ cps}$ (överbelastning uppstod lätt, varvid frekvensen sjönk) och $\underline{K_V} = 0.20 \cdot 289 = \underline{58}$.



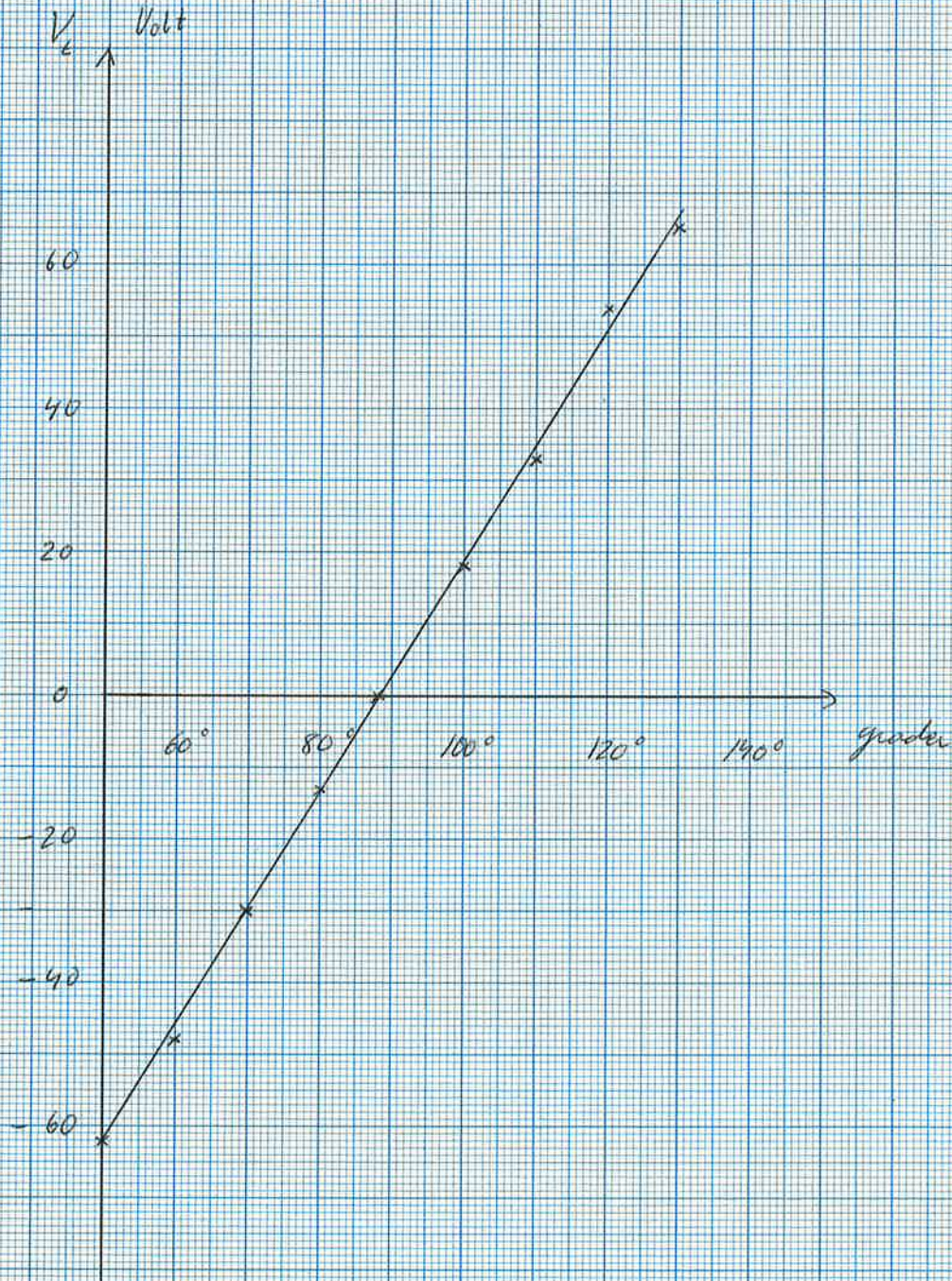
Felspänning som funktion av vinkeländring



Takometer-spänning som funktion av återkoppling

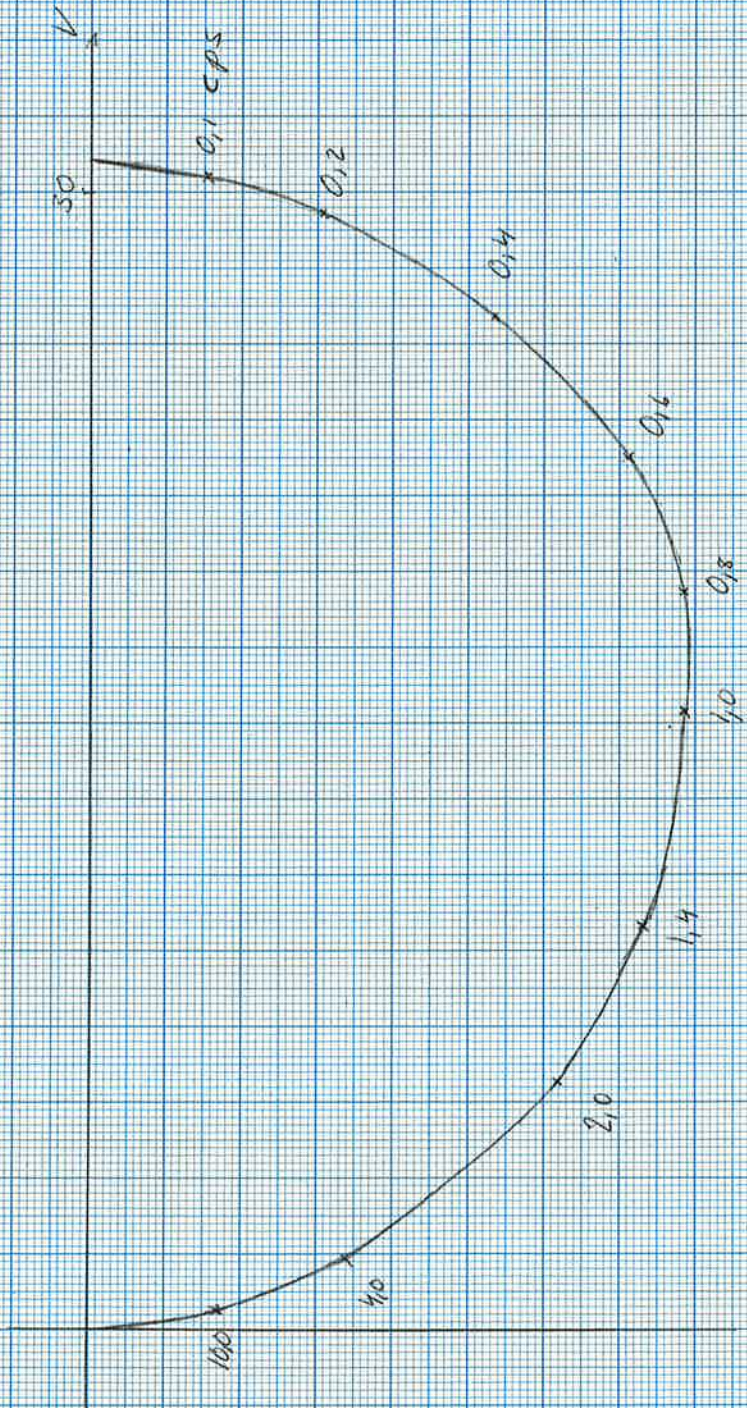
Tachometerspänning som funktion
av inputaxelns vridning

Diagram 2



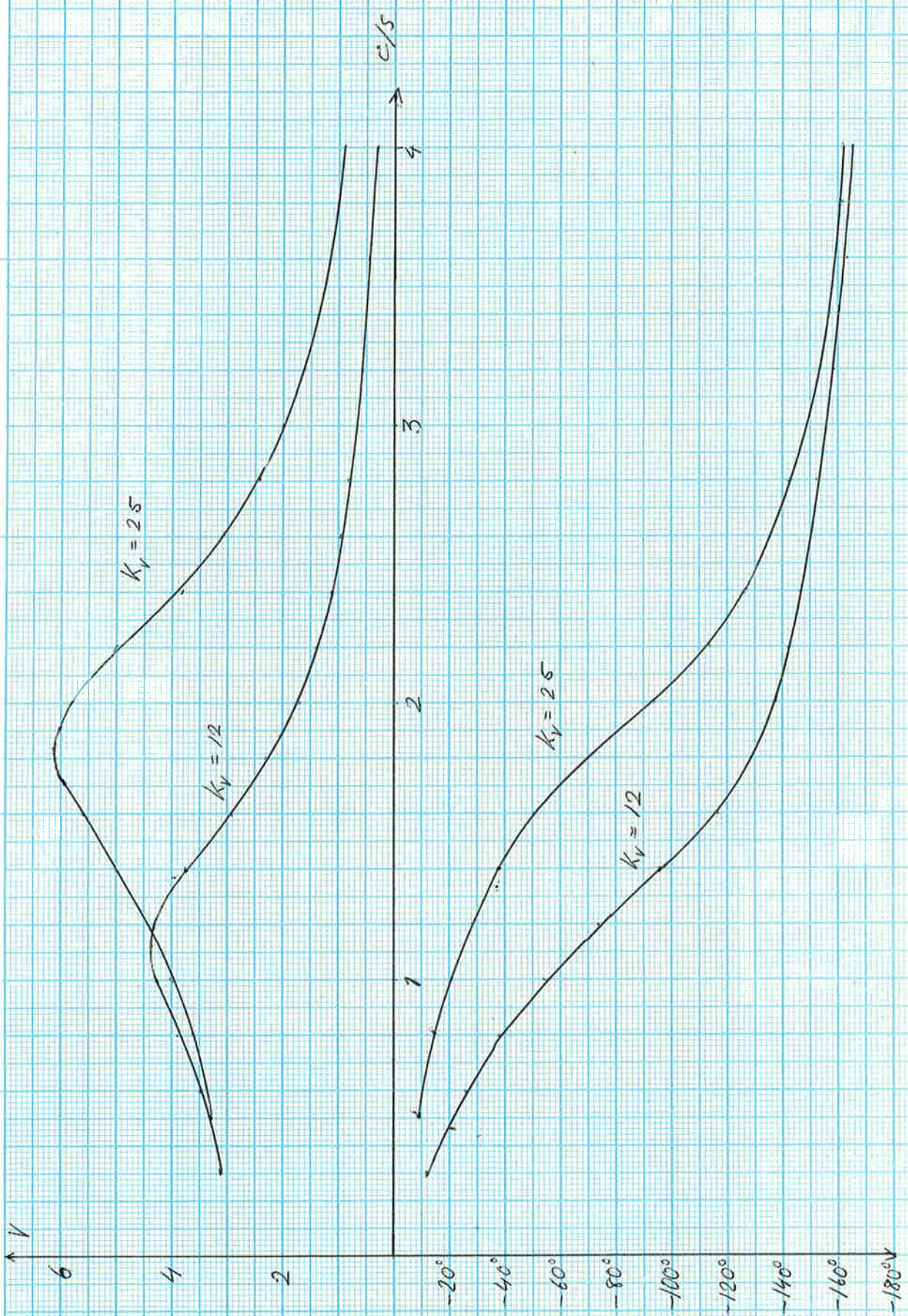
Frekvenssvaret för $\frac{KV}{(1+j\omega T_m)}$

Diagram 3



Frekvenssvaret för den slutna kretsen

Diagram 4



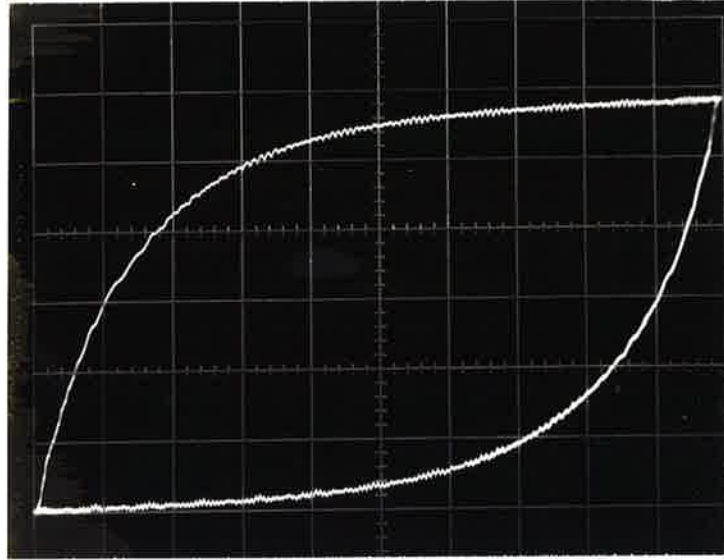


Foto 1 - Stegsvär för den öppna kretsen

$$Y_o(s) = \frac{1}{1 + \tau_m s}$$

2V/cm i x-led, 0.5 cps , 5V/cm i y-led

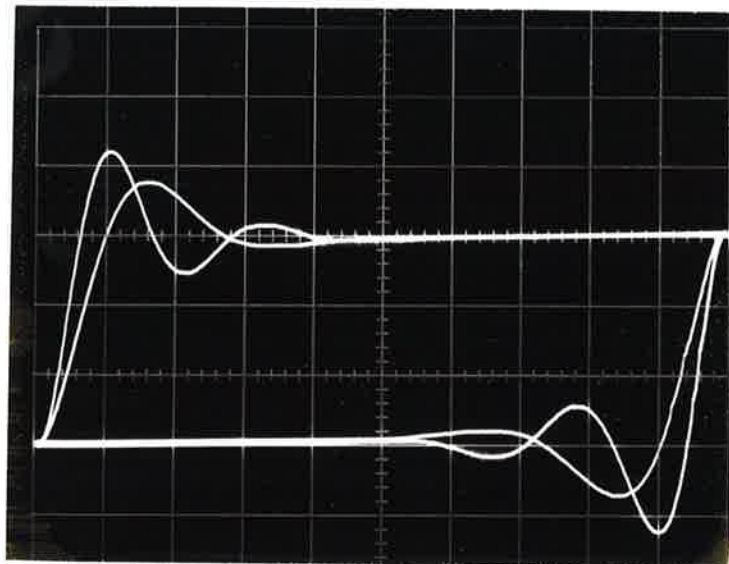


Foto 2 - Stegsvär för den slutna kretsen. Det snabba svaret

$$Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164}$$

Det långsamma svaret

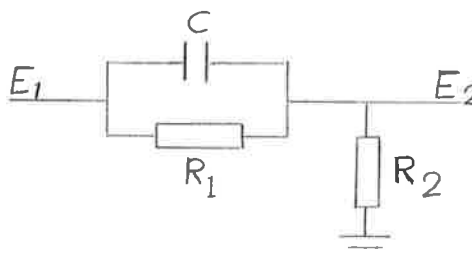
$$Y_s(s) = \frac{79}{s^2 + 6.6s + 79}$$

15 Volt input, 2V/cm x-led 0.2 cps, 1V/cm y-led

II. KOMPENSATIONSEXPERIMENT

1. Fasavancerande nät tillsammans med 2:a ordningens system

Det fasavancerande nätet är



Spänningsdelning ger:

$$E_2 = E_1 \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + sc}} = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{(1 + sR_1c)}{(1 + sR_1c \frac{R_2}{R_1 + R_2})}$$

$$K_O = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \tau = R_1c$$

I vårt fall är $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 25 \text{ k}\Omega$ och $c = 1\mu\text{F}$

Dvs $H(s) = \frac{0.2(1 + 0.1s)}{(1 + 0.02s)}$ med tidskonstanten $H(s) = \frac{0.2(1 + 0.1s)}{(1 + 0.02s)^2}$

Frekvenssvaret utan fasavancerande nät (se diagram 5) $K_V = 8.5$

| cps | V | grader |
|------|------|--------|
| 0.1 | 1.9 | -10° |
| 0.25 | 2.0 | -16° |
| 0.5 | 2.25 | -33° |
| 0.7 | 2.4 | -50° |
| 0.8 | 2.5 | -59° |
| 0.9 | 2.4 | -71° |
| 1.0 | 2.3 | -82° |
| 1.2 | 1.8 | -102° |
| 1.5 | 1.2 | -125° |
| 2.0 | 0.7 | -142° |

$$\Rightarrow f_c = 0.8 \Leftrightarrow \omega_c = 5$$

Frekvenssvaret med fasavancerande nät (se diagram 5) $K_V = \frac{185}{5} = 37$

| cps | V | grader |
|-----|------|--------|
| 0.1 | 2.1 | -4° |
| 0.4 | 2.1 | -5° |
| 1.0 | 2.3 | -13° |
| 1.5 | 2.45 | -21° |
| 2.0 | 2.75 | -30° |
| 2.5 | 3.15 | -42° |
| 3.0 | 3.6 | -62° |
| 3.2 | 3.7 | -70° |
| 3.4 | 3.8 | -80° |
| 3.5 | 3.7 | -85° |
| 3.7 | 3.6 | -98° |
| 4.0 | 3.2 | -113° |
| 4.5 | 2.6 | -136° |

De sista punkterna är tagna med 5V input annars uppstår mättning.

$f_c = 3.4 \iff \omega_c = 21.4$, vilket visar att bandbredden har ökat.

Stegsvaret se foto nr. 3.

Dämpningen blev inte densamma i bägge fallen, som var avsikten med det speciella valet av hastighetskonstanter.

2. Förbättring av hastighetskonstanten

Introducera ett fasreducerande nät med hjälp av operationsförstärkaren

$$H(s) = \frac{10(1 + 0.2s)}{(1 + 2.2s)}$$

$$K_V \cdot G(s) = K \cdot 2 \cdot \frac{(1 + 0.2s)(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 2.2s)(1 + 0.02s)^2}$$

Stegsvaret för olika hastighetskonstanter framgår av foto 4.

Med hastigheten 1 rps bör följdfelet bli ($K_V = 250$)

$$\frac{2\pi}{K_V} = \frac{2\pi}{250} = 0.0252 \text{ rad}$$

$K_e = 30.9 \text{ V/rad} \implies$ Spänningen i punkt 1 bör vara

$$30.9 \cdot 0.0252 = 0.78 \text{ V}$$

Mätning ger 0.82V.

3. Tackometeråterkoppling

$$K_e = 30.9 \text{ V/rad} \quad (\text{se I.1.1})$$

$$K_g = \frac{21}{1000} \cdot \frac{60 \cdot 16}{2\pi \cdot 2} = 1.603 \text{ V/rad/sek}$$

$$\tau_t = K_g/K_e = 0.052 \text{ med } 100\% \text{ återkoppling}$$

3.1 Inverst Nyquist diagram

$$Y_o(s) = \frac{1}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)} \quad \text{dvs extra tidskonstant} \\ \text{(jämför I.5)}$$

$$\frac{1}{Y_o(j\omega)} = j\omega(1 + 0.152j\omega)(1 + 0.02j\omega)$$

| | | |
|---------------|--------------|-------------------------|
| $\omega = 5$ | $ A = 6.5$ | $\varphi = 139.5^\circ$ |
| $\omega = 10$ | $ A = 18.4$ | $\varphi = 157.6^\circ$ |
| $\omega = 15$ | $ A = 38.5$ | $\varphi = 172.7^\circ$ |
| $\omega = 17$ | $ A = 49.0$ | $\varphi = 177.4^\circ$ |
| $\omega = 20$ | $ A = 68.0$ | $\varphi = 183.0^\circ$ |

Se diagram 6.

Addera termen $j\omega\tau_t$ i diagrammet. Detta ger en kurva som tangerar cirkeln $M = 1.3$ för $\tau_t = 0.048$ ($M = 1.3$ ger systemet bra transienta egenskaper).

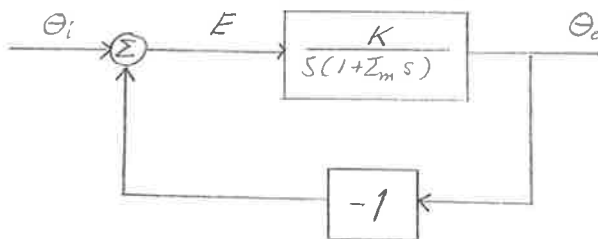
Mätning på systemet ger 30% översläng för $\tau_t = 0.040$ (77% tackometeråterkoppling) vilket svarar mot $M = 1.3$. För $\tau_t = 0.048$ fås 21% översläng.

Det kompenserade systemet tangerar $M = 1.3$ för $\omega = 17 \iff f = 17/2\pi = 2.7$.

Upptagning av frekvenssvaret ger:

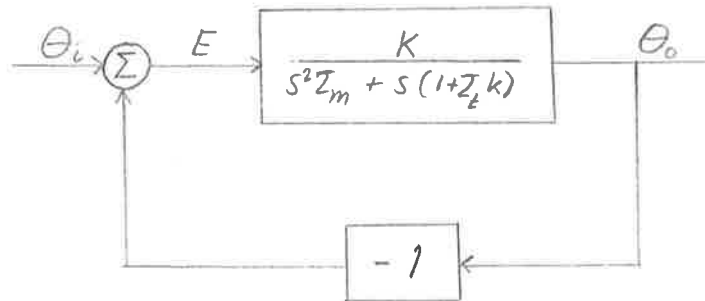
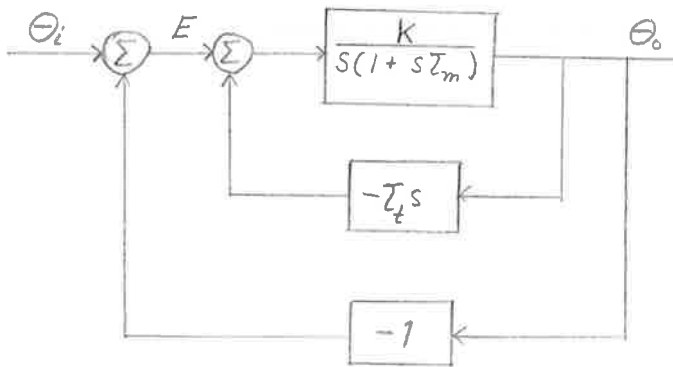
| cps | Volt | grader |
|------|------|--------------|
| 0.1 | 4.55 | -3° |
| 0.5 | 4.55 | -12° |
| 1.0 | 4.80 | -23° |
| 1.4 | 5.15 | -33° |
| 1.8 | 5.5 | -45° |
| 2.2 | 6.3 | -61° |
| 2.5 | 6.5 | -76° |
| 2.7 | 6.7 | -87° |
| 2.8 | 6.7 | -96° |
| 3.0 | 6.2 | -110° |
| 4.0 | 3.6 | -158° |
| 5.0 | 1.75 | -183° |
| 10.0 | 0.25 | -228° |

Dvs resonanstopp för $f = 2.75\text{cps}$, vilket stämmer bra med det teoretiska värdet. Blockschemata ger:



$$\left. \begin{aligned} E &= \theta_i - \theta_o \\ \frac{\theta_o}{E} &= \frac{k}{s(1+\tau_m s)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\tau_m}{k} \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} + \frac{1}{k} \frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o = \theta_i$$

Differentialekvationen för andra ordningens system utan tackometeråterkoppling.



$$\left. \begin{aligned} E &= \theta_i - \theta_o \\ \frac{\theta_o}{E} &= \frac{k}{s^2 \tau_m + s(1 + \tau_t k)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\tau_m}{k} \frac{d^2 \theta_o}{dt^2} + \left(\frac{1}{k} + \tau_t \right) \frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o = \theta_i$$

Differentialekvationen för andra ordningens system med tackometeråterkoppling.

Detta ger att $\frac{1}{k}$ motsvaras av $(\frac{1}{k} + \tau_t)$ vid tackometeråterkoppling.

∴ effektiva hastighetskonstanten blir $k_v = \frac{k}{1 + k\tau_t}$

Instabilitet inträffade i systemet med extra tidskonstant för återkopplingsraden $E = 19.5\% \implies K = 289 \cdot 0.195 = 56.5$.

Med $\tau_t = 0.048$ blir effektiva hastighetskonstanten $k_v = 15.5$

Följdfelet blir $\frac{2\pi}{15.5} = 0.405$ rad ; eftersom $k_e = 30.9$ V/rad fås

$0.405 \cdot 30.9 = 12.5$ V i punkt 1.

Mätning ger 12.4V vilket alltså stämmer bra. (jämför I.4.3).

3.2 Rotorten

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{kG}{1 + (1+s\tau_t)kG} \quad \text{polerna bestäms av}$$

$$(1 + s\tau_t)kG = -1 \quad -1/\tau_t = s \frac{kG}{1 + kG}$$

Om vi varierar τ_t fås rotorten enligt diagram 6.

Att de komplexa polerna flyttar sig utåt nära den imaginära axeln är ekvivalent med att bandbredden ökar.

$$\text{Mätning ger : } \tau_t = 0 \implies \omega_o = 16.0$$

$$\tau_t = 0.026 \implies \omega_o = 35.0$$

Genom att multiplicera med hjälp av operationsförstärkaren kan tackometeråterkopplingen göras 10 gånger större.

Sätt $k_v = 56.5$ och $\tau_t = 0.26$ (motsvarar 19.5% felåterkoppling och 50% tackometeråterkoppling), varvid vi får stegsvar enligt foto 5.

Om vi tar hänsyn till det lilla glappet som orsakar en liten tidsförskjutning i stegsvaret fås: (jämför I.3)

$$\begin{array}{llll}
 y(0) = 0 & y(0.3) = 2.8 & y(0.6) = 3.5 & y(0.9) = 3.80 \\
 y(0.1) = 1.6 & y(0.4) = 3.2 & y(0.7) = 3.65 & y(1.0) = 3.85 \\
 y(0.2) = 2.3 & y(0.5) = 3.4 & y(0.8) = 3.75 &
 \end{array}$$

$$y(\infty) = 4.0$$

$$\Sigma y(k) = 31.85$$

$$31.85/4.0 = 7.96 \implies 2.04 = e^{-\alpha} + e^{-2\alpha} + \dots e^{-10\alpha}$$

| Ant | $\alpha = 0.4$ | $\alpha = 0.39$ | |
|-----|----------------|-----------------|------------------|
| | 0.6703 | 0.6771 | |
| | 0.4493 | 0.4584 | |
| | 0.3012 | 0.3104 | |
| | 0.2019 | 0.2101 | $\alpha = 0.392$ |
| | 0.1353 | 0.1423 | $\tau_t = 0.255$ |
| | 0.0907 | 0.0963 | |
| | 0.0608 | 0.0652 | |
| | 0.0408 | 0.0458 | |
| | 0.0273 | 0.0305 | |
| | <u>0.0183</u> | <u>0.0202</u> | |
| | 1.9959 | 2.0563 | |

Detta stämmer mycket bra med det uppskattade värdet.

$\tau_t = 0.045$ ger 31% översläng.

För små värden av τ_t ($0 \sim 0.15$) dominerar de komplexa polerna, vilket orsakar ett oscillativt svar. Ju större τ_t blir ju mer dominerar den reella polen, som ger ett långsamt exponentiellt svar. De komplexa polerna orsakar ett svagt rippel.

3.3 Accelerationsåterkoppling

För att förhindra minskningen av hastighetskonstanten inkopplas ett filter i tackometeråterkopplingen, så att endast ändringar i hastigheten ger signal. Detta medför att $k_v = k$. Överföringsfunktionen för återkopplingen blir

$$1 + \left(\frac{s\tau_b}{1 + s\tau_b} \right) s\tau_t = \frac{s^2 \tau_b \tau_t + s\tau_b + 1}{s\tau_b + 1}$$

vilket ger en pol och två nollställena mot tidigare endast ett nollstället.

Diagram 7 visar rotortdiagram för olika tackometeråterkopplingar.

Fig. 1 Tackometeråterkoppling orsakar ett nollställe på reella axeln i $s = 1/\tau_t$. Nollstället närmar sig origo när τ_t växer, vilket lyfter rotortkurvan in i vänstra halvplanet.

Fig. 2 Accelerationsåterkoppling τ_b stort (~ 0.225) ger med lämpligt τ_t (~ 0.03) reella rötter och nollställena. Den ena polen och nollstället tar i det närmaste ut varandra, så att systemet verkar som en enkel tidskonstant med ett fasfördröjande nät. k kan hållas stort och vi får acceptabelt transient svar.

Fig. 3 Genom att minska τ_b till c:a 0.05 sek och τ_t till c:a 0.05 erhålls komplexa nollställena. De dominerande polerna kommer att läsas av dessa nollställena, så att vi erhåller ett i det närmaste invariant system vid stor återkoppling.

4. Fältstyrt system

Systemet karakteriseras av överföringsfunktionen

$$Y_{\ddot{o}}(s) = \frac{1}{s^2(1 + s\tau_f)}$$

Rotorten för det återkopplade systemet visar att de bägge polerna i origo ger sig in i högra halvplanet, varför systemet måste kom-penserar på något sätt för att bli stabilt.

Mätning av fälttidskonstanten τ_f

Introducera det fasavancerande nätet

$$H(s) = \frac{0.2(1 + 0.1s)}{(1 + 0.02s)}$$

Systemet självsvänger för $f_o \approx 7.5 \iff \omega_o = 47$

Se diagram 8.

Geometriska överläggande ger:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \phi_1 &= \frac{10}{47} \implies \phi_1 = 12.0^\circ \\ \operatorname{tg}(\phi_1 + \phi_2) &= \frac{50}{47} \implies \phi_1 + \phi_2 = 46.7^\circ \end{aligned} \right\} \implies \phi_2 = 34.7^\circ$$

$$\operatorname{tg} 34.7 = 0.6924 = \frac{47}{x} \implies x = 68$$

$$\text{Detta ger } \tau_f = \frac{1}{68} = 0.0147$$

Självsvängning inträffar för relativt liten förstärkning.

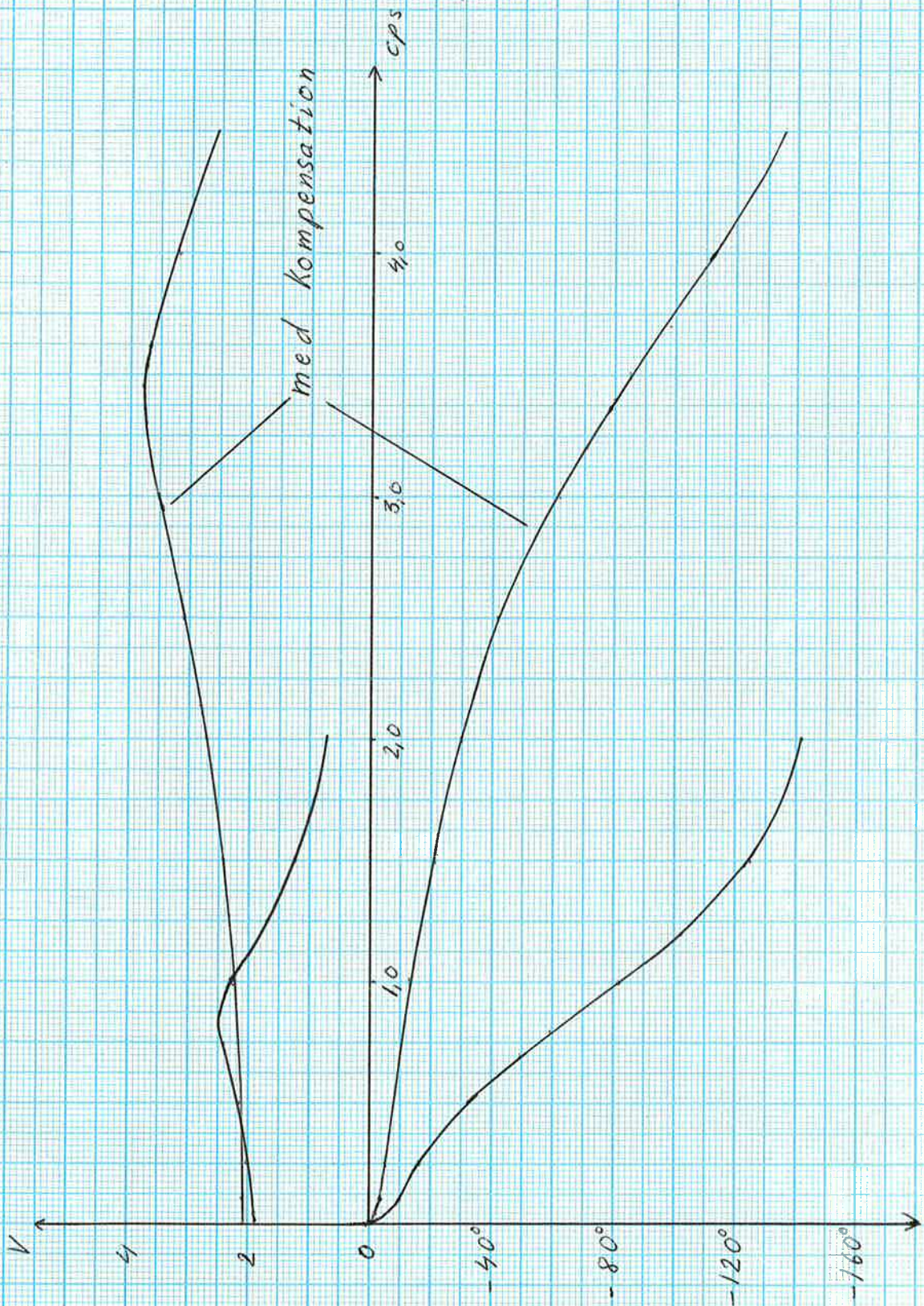
Alternativt kan accelerationsåterkoppling användas för att erhålla två komplexa nollställen, som kan låsa polerna så att man kan använda maximalförstärkning. Härigenom får man följdfelet mindre.

Frekvenssvar för återkopplat system

med $Y_0(s) = \frac{8,5}{s(1+0,152s)(1+0,02s)}$

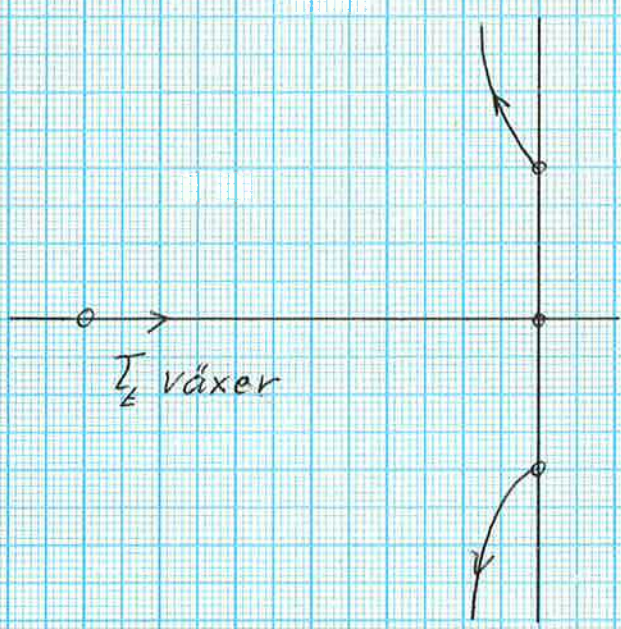
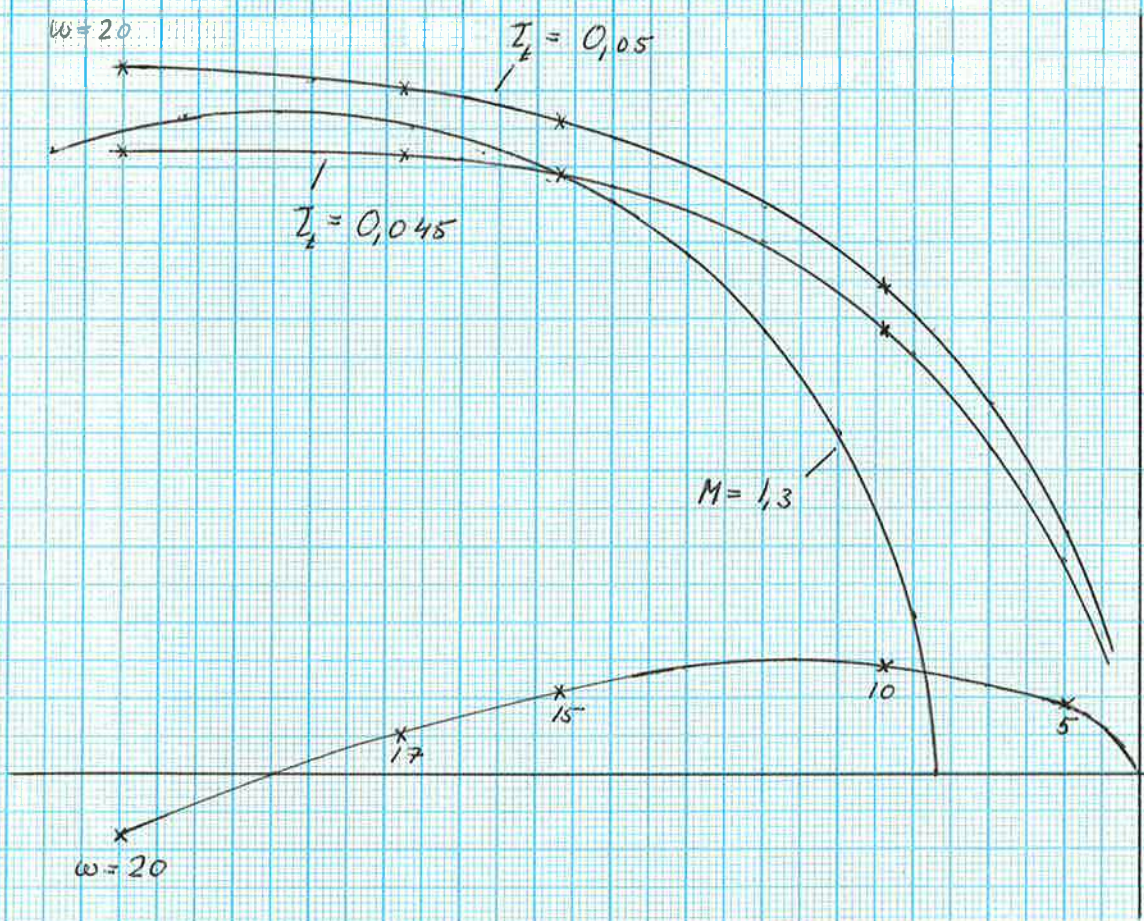
resp. $Y_0(s) = \frac{37(1+0,1s)}{s(1+0,152s)(1+0,02s)^2}$

Diagram 5



Inverst Nyquistdiagram

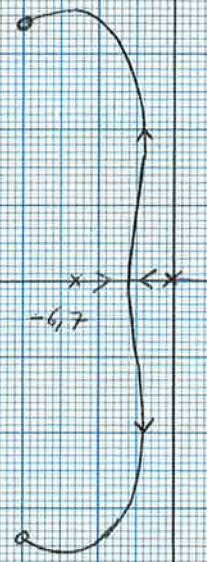
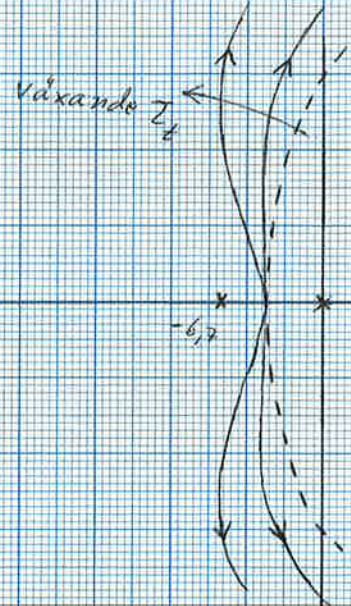
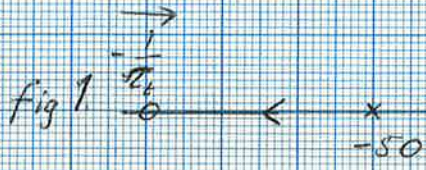
Diagram 6



Rotorten för
$$-\frac{1}{\sigma_z} = s \cdot \frac{k G(s)}{1 + k G(s)}$$

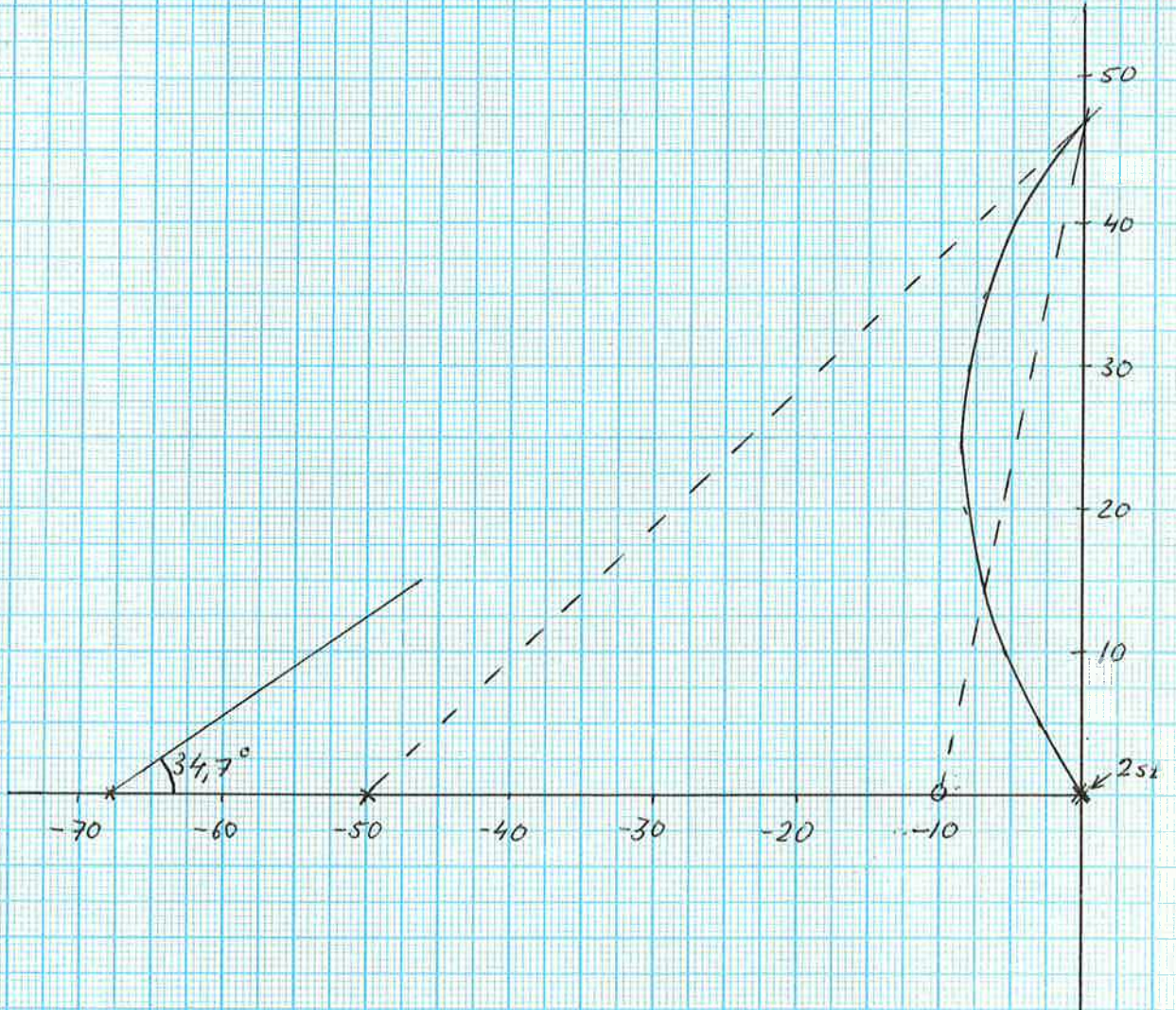
Rotorkurvor

Diagram 7



Rotorddiagram för fältstyrt system

Diagram 8



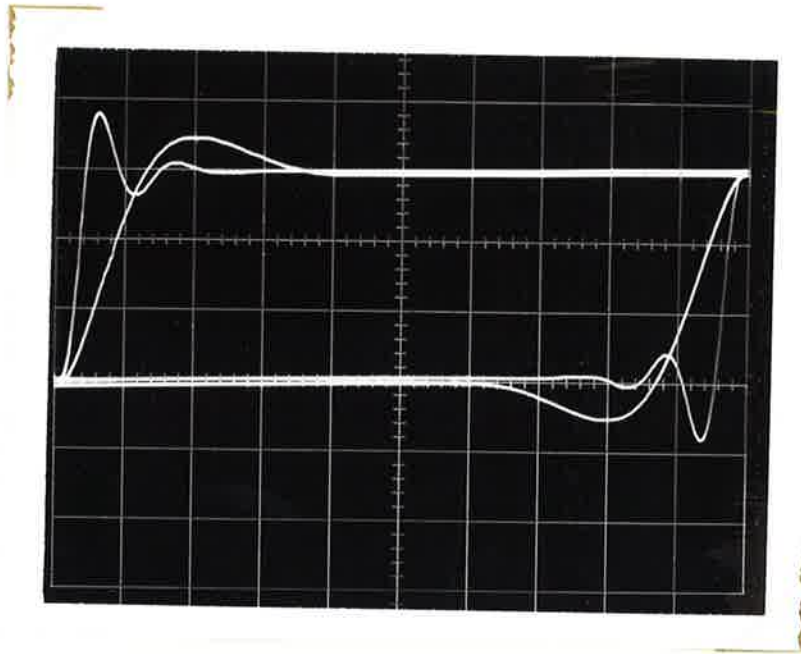


Foto 3 - Stegsvär för återkopplat system med $Y_s = \frac{Y_o}{1 + Y_o}$

$$Y_o(s) = \frac{8.5}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)} \quad (\text{långsamma svaret})$$

$$Y_o(s) = \frac{37(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)^2} \quad (\text{snabba svaret})$$

15 Volt input, 2V/cm i x-led, 0.2cps, 1V/cm i y-led.

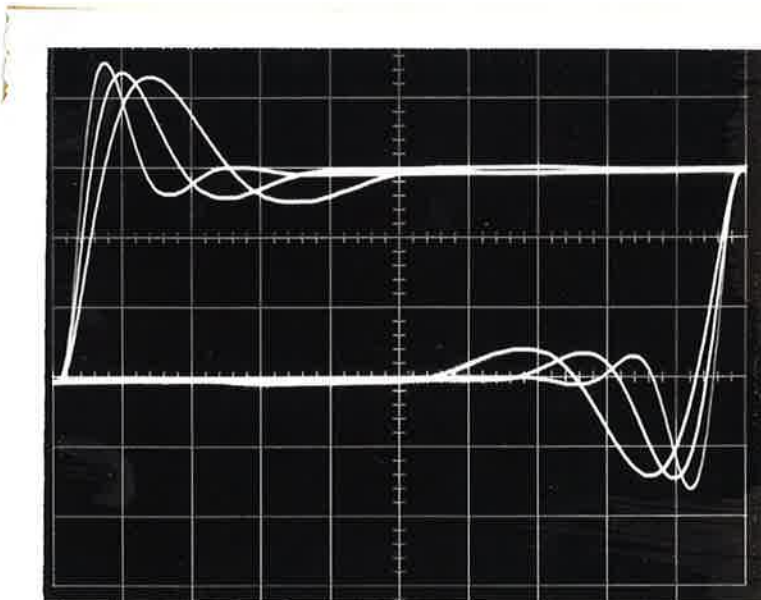


Foto 4 - Stegsvär för det slutna systemet där den öppna överföringsfunktionen är

$$Y_{\ddot{o}}(s) = \frac{k \cdot 2(1 + 0.2s)(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 2.2s)(1 + 0.02s)^2}$$

k = 250 snabbast

k = 150 mellersta

k = 100 långsammaste

15 Volt input, 2V/cm x-led, 0.2 cps, 1V/cm y-led

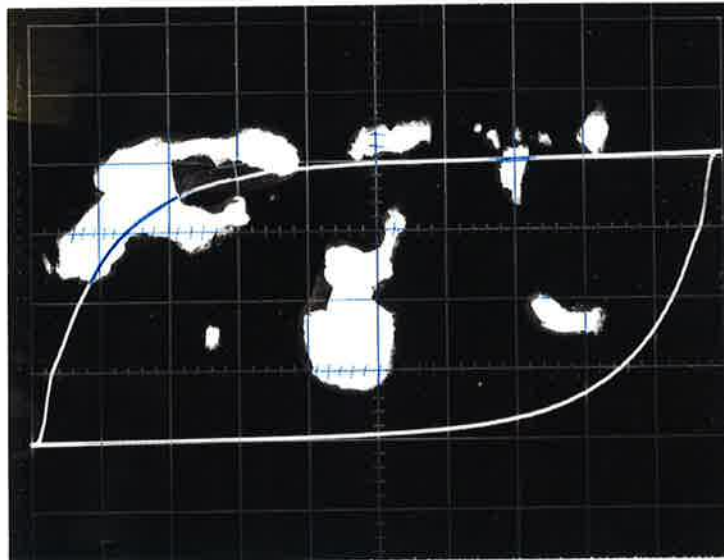


Foto 5 - Stegsvär för system med stor tackometeråterkoppling

$$G(s) = \frac{56.5}{s(1 + 0.152s)}$$

$$Y_s(s) = \frac{G(s)}{1 + (1 + 0.26s)G(s)}$$

20 Volt input, 2V/cm x-led, 0.2 cps, 1V/cm y-led.

III. FASPLANANALYS OCH BESKRIVANDE FUNKTIONEN

1. Linjära fasplantrajektorier

Genom att koppla felsignalen till x-plattorna på ett oscilloscop och tackometersignalen till y-plattorna erhålls en avbildning av fasplanet på oscilloscopet. Slutna systemets överföringsfunktion är

$$Y(s) = \frac{k_v}{s(1 + 0.152s) + k_v}$$

Karakteristiska ekvationen för systemet kan skrivas (se II.3.1)

$$\frac{\tau_m}{k} \frac{d^2\theta_o}{dt^2} + \frac{1}{k} \frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o = \theta_i$$

2:a ordningens differentialekvation i normaliserad form skrivs:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi \omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = 0$$

Sätt $y = x_1$, $\frac{dy}{dt} = x_2$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -2\xi \omega_n x_2 - \omega_n^2 x_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{vmatrix} x$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tr } A &= -2\xi \omega_n \\ \det A &= \omega_n^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Om } \xi > 0 &\Rightarrow \text{tr } A < 0 \\ &\det A > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{systemet stabilt}$$

$$\det A < \frac{(\text{tr } A)^2}{4} \Rightarrow \text{stabil nod}$$

$$\omega_n^2 < \frac{4\xi^2 \omega_n^2}{4} = \xi^2 \omega_n^2 \implies \xi > 1 \text{ ger stabil nod}$$

$0 < \xi < 1$ stabilt focus

Sök egenvärden:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0$$

$$\lambda_{0,1} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$\xi \geq 1$ ger reella egenvärden. Sök egenvektorerna:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e_1 \\ e_2 \end{vmatrix} = \omega_n (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}) \begin{vmatrix} e_1 \\ e_2 \end{vmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} e_2 &= e_1 \omega_n (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}) \\ -\omega_n^2 e_1 - 2\xi\omega_n e_2 &= e_2 \omega_n (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}) \end{aligned} \right\} \implies$$

$$e = \begin{vmatrix} 1 \\ -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{1}{-\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}} = \frac{y}{\dot{y}} \quad \text{om } \xi < 1$$

Jämförelse mellan systemets differentialekvation och den normaliserande ekvationen ger:

$$1/\tau_m = 2\xi\omega_n$$

$$k/\tau_m = \omega_n^2$$

För stabilt focus erhålls alltså komplexa egenvärden, varigenom också egenvektorerna blir komplexa.

Karakteristiska ekvationen för systemet med tackometeråterkoppling kan skrivas (se II.3.1)

$$\frac{\tau_m}{k} \frac{d^2 E}{dt^2} + \left(\frac{1}{k} + \tau_t \right) \frac{dE}{dt} + E = 0$$

Jämförelse med den normaliserade ekvationen ger

$$\frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{k} + \tau_t ; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{\tau_m}}$$

$$\text{Kritisk dämpning} \iff \xi = 1 \implies \tau_t = 2 \sqrt{\frac{\tau_m}{k}} - \frac{1}{k}$$

För $\tau_m = 0.152$ och $k = 25$ fås $\tau_t = 0.116$, $\omega_n = 12.8$ rad/sek.

Detta i sin tur ger $\frac{y}{\dot{y}} = \frac{1}{-128}$, y är uttryckt i radianer och skall omvandlas till volt.

$$k_e = 30.9 \text{ V/rad} \implies y = 30.9V$$

\dot{y} är uttryckt i rad/sek och skall omvandlas till volt.

$$19.55 \text{ V} \iff 2\pi \text{ rad/sek (se I.4.3)} \implies \dot{y} = -39.9V$$

$$\frac{y}{\dot{y}} = \frac{1}{-1.29}$$

Mätningar på systemet ger fasplan enligt:

$$\text{Foto 6. } k_V = 25 \quad Y_S(s) = \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164} \quad \text{ger } 45.3\% \text{ översläng}$$

$$\text{Foto 7. } k_V = 12 \quad Y_S(s) = \frac{79}{s^2 + 6.6s + 79} \quad \text{ger } 29.9\% \text{ översläng}$$

(jämför I.4.2)

För $k_V = 25$ erhöles kritisk dämpning för $T = 20\%$ dvs $\tau_t = 0.104$, vilket nära överensstämmer med det teoretiska värdet.

Foto 8. $k_v = 25, \tau_t = 0.104 \Rightarrow Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 23.6s + 164}$

Foto 9. $k_v = 25, \tau_t = 0.052 \Rightarrow Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 15.1s + 164}$

2. Självsvängning

Om tackometeråterkopplingens polaritet ändras blir den dämpade termen i karakteristiska ekvationen:

$$\frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{k} - \tau_t$$

Dvs för $\frac{1}{k} = \tau_t$ är dämpningen noll och systemet självsvinger.

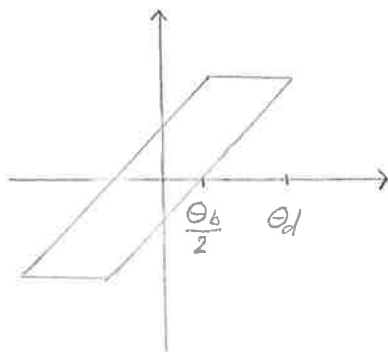
$$k_v = 25 \Rightarrow \tau_t = 0.104 ; \omega_o = 12.8 \text{ rad/sek}$$

Mätning på systemet gav självsvängning för $\tau_t = 0.044$ med $k_v = 25$.

Självsvängningsfrekvensen blev $\omega_o = 12.4$

3. Introduktion av glapp

Beräkning av beskrivande funktionen för glapp:



Insignalen är $x(t) = \cos \omega t$

Utsignalen blir

$$y(t) = \begin{cases} 1 - \theta/2 & 0 < t < t_1 \\ \theta/2 + \cos \omega t & t_1 < t < \pi \end{cases}$$

Där $\theta = \theta_b / \theta_d$; $\cos \omega t_1 = \cos \theta_1 = 1 - \theta$

$y(t)$ kan Fourierutvecklas

$$y(t) = \sum_0^{\infty} A_n \cos n \omega t + \sum_0^{\infty} B_m \sin m \omega t$$

Beskrivande funktionen är enligt definition: $N(\theta) = A_1 - j B_1$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos \omega t d(\omega t) = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_1} (1 - \theta/2) \cos v dv + \frac{2}{\pi} \int_{\theta_1}^{\pi} (\theta/2 + \cos v) \cos v dv = \\ &= \frac{2}{\pi} \left\{ (1 - \theta/2)(\sin \theta_1 - \sin 0) + \theta/2(\sin \pi - \sin \theta_1) + \frac{\pi - \theta_1}{2} + \frac{\sin 2\pi - \sin 2\theta_1}{4} \right\} = \\ &= \frac{1}{\pi} \left\{ \pi - \arccos(1 - \theta) + (1 - \theta) \sqrt{2\theta - \theta^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ty } (1 - \theta) \sin \theta_1 - \frac{\sin 2\theta_1}{4} &= (1 - \theta) \sin \theta_1 - \frac{\cos \theta_1 \sin \theta_1}{2} = \\ &= \frac{1}{2} (1 - \theta) \sin \theta_1 = \frac{1}{2} (1 - \theta) \sqrt{2\theta - \theta^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin \omega t d(\omega t) = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_1} (1 - \theta/2) \sin v dv + \frac{2}{\pi} \int_{\theta_1}^{\pi} (\theta/2 + \cos v) \sin v dv = \\ &= \frac{2}{\pi} \left\{ (-\cos \theta_1 + \cos \theta)(1 - \theta/2) + \theta/2(-\cos \pi + \cos \theta_1) + \right. \\ &\left. + \left(\frac{-\cos 2\pi + \cos 2\theta_1}{4} \right) \right\} = -\frac{1}{\pi} \left\{ \theta^2 - 2\theta \right\} \end{aligned}$$

$$N(\theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \sqrt{2\theta - \theta^2} (1 - \theta) + \pi - \arccos(1 - \theta) + j(\theta^2 - 2\theta) \right\}$$

- $\frac{1}{N(\theta)}$ är inritat tillsammans med frekvenssvaret för $k_v = 50$ i diagram 9. Teoretiska oscillationsfrekvensen blir 14.5 rad/sek
 $\theta_d/\theta_b = 1.45$. Maximala felet blir $(\theta_d - \theta_b/2)$. Om $\theta_b = 31^\circ$ så är
 $\theta_d = 45^\circ$ och $\theta_o = 45^\circ - 15.5^\circ = \underline{29.5^\circ}$

Låt oss göra motsvarande beräkning med hjälp av fasplananalys.

Systemets linjära överföringsfunktion är:

$$Y_s(s) = \frac{k_v}{s(1 + \tau_s) + k_v}$$

normaliserad kan funktionen skrivas som:

$$Y_s(s) = \frac{\omega_o^2}{s^2 + 2\xi\omega_o s + \omega_o^2} \quad \omega_o = \frac{k_v}{\tau} \quad ; \quad \xi = \frac{1}{2\tau\omega_o}$$

Polerna blir:

$$\sigma_{0,1} = -\xi\omega_o \pm i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2} \quad ; \quad \xi < 1 \implies \text{komplexa rötter.}$$

Genom att inverstransformera $y(s) = \frac{Y(s)}{s}$ erhålls stegsvaret:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{1}{s} Y_s(s) e^{st} ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{\omega_o^2}{s(s-\sigma_o)(s-\sigma_1)} e^{st} ds =$$

transformelltabell ger:

$$= \omega_o^2 \left\{ \frac{1}{\sigma_o - \sigma_1} + \frac{1}{\sigma_1 - \sigma_o} \left(\frac{e^{\sigma_1 t}}{\sigma_1} - \frac{e^{\sigma_o t}}{\sigma_o} \right) \right\} =$$

$$= \omega_o^2 \left\{ \frac{1}{(-\xi\omega_o - i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2})(-\xi\omega_o + i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2})} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2}} \left(\frac{e^{(-\xi\omega_o + i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2})t}}{-\xi\omega_o + i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2}} - \frac{e^{(-\xi\omega_o - i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2})t}}{-\xi\omega_o - i\omega_o \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left\{ \frac{e^{i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t} + e^{-i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t}}{2} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \frac{e^{i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t} - e^{-i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t}}{2} \right\} = \\
 &= 1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left\{ \cos \omega_0\sqrt{1-\xi^2}t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_0\sqrt{1-\xi^2}t \right\} \\
 \dot{y}(t) &= \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_0 t} \sin \omega_0\sqrt{1-\xi^2}t
 \end{aligned}$$

Fortsätt nu med specialfallet $k_v = 50$ och $\tau_m = 0.152$. Detta medför att $\omega_0 = 18.15$ rad/sek och $\xi = 0.1815$.

Beräkna tiden det tar att genomlöpa den del av limit cyclen då glappet är slutet, samt initialhastigheten. Först beräknar vi tidpunkten när hastigheten för andra gången blir 0. Detta är ekvivalent med skärningen av x-axeln (se Foto 10). Insatta värden ger:

$$\dot{y} = 18.45 \cdot e^{-3.29t} \sin 1021t = 0 \implies 1021t = 0 \pm n \cdot 180^\circ$$

$$\dot{y} \text{ skär } x\text{-axeln andra gången efter } 180^\circ \implies$$

$$t_2 = \frac{180}{1021} = 0.176 \text{ sek}$$

Limitcyclen skär x-axeln två gånger med samma amplitud fast olika tecken. Den transienta amplituden med insatta värden blir

$$y = -e^{-3.29t} \{ \cos 1021t + 0.1845 \sin 1021t \}$$

$$y(0.176) = 0.561 \text{ enheter.}$$

Sök tidpunkten när $y = -0.561$ enheter.

Detta erhålls för $t_1 = 0.057$ sek

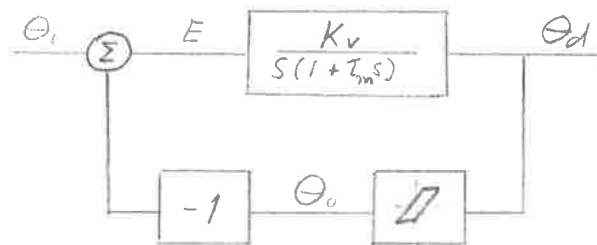
Tiden för den del, som har glappet slutet, blir alltså

$$t_L = t_2 - t_1 = 0.176 - 0.057 = 0.119 \text{ sek}$$

Initialhastigheten dvs hastigheten vid tidpunkten $t_1 = 0.057$ sek blir

$$\dot{y} = 13.0 \text{ enheter/sek}$$

För delen med öppet glapp gäller att motorn startar med hela glappet öppet och hastigheten 0. Felet i systemet blir konstant så länge glappet är öppet. Felsignalen kommer att påverka motorn som en stegsignal och återkopplingen är bruten så länge glappet är öppet.



θ_d = motoraxelns amplitud

θ_o = utsignalens amplitud

θ_b = glappets amplitud

Med glappet öppet gäller

$$\theta_o = \theta_{d \max} - \theta_b/2 = \text{konstant} = -E$$

Blockschemat ger stegsvaret

$$\frac{\theta_d}{E/s} = \frac{k_v}{s(1 + \tau s)} \Rightarrow \dot{\theta}_d = \frac{E k_v}{s(1 + \tau s)} = E k_v (1 - e^{-t/\tau_m})$$

$$\theta_d = E k_v \{ t - \tau_m (1 - e^{-t/\tau_m}) \}$$

E = maximala amplituden för den linjära delen = 0.561 enheter.

Hastigheten skall vara 13.0 enheter/sek när glappet slutits

$$\Rightarrow 13.0 = 0.561 \cdot 50(1 - e^{-t/0.152}) \Rightarrow t_{OL} = 0.095 \text{ sek}$$

Detta ger tiden för ett helt varv

$$T = 2(t_L + t_{OL}) = 2(0.119 + 0.095) = 0.428 \text{ sek}$$

$$\Rightarrow \omega_o = \underline{14.7 \text{ rad/sek}}$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_b &= \frac{31}{360} \cdot 2\pi = 0.541 \text{ rad} \\ \theta_d(0.095) &= \theta_b = 0.687 \text{ enheter} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 \text{ enhet} = 0.787 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \theta_{o \text{ max}} = 0.441 \text{ rad} = 25.3^\circ$$

$$\theta_{d \text{ max}} = \theta_{o \text{ max}} + \theta_b/2 = 0.711 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \theta_d/\theta_b = \underline{1.31} \quad \dot{\theta}_d(0.095) = 13.0 \cdot 0.787 = 10.25 \text{ rad/sek}$$

Vid direkt mätning erhöjls (se Foto 10):

$$\omega_o = 2.20 \cdot 2\pi = \underline{13.8 \text{ rad/sek}}$$

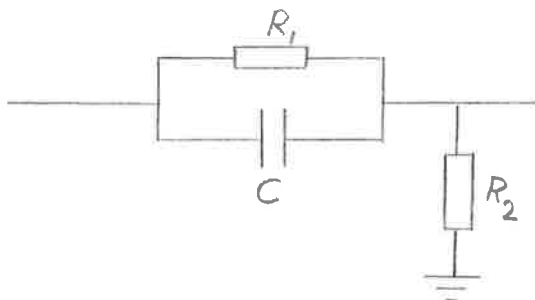
$$K_e = 30.9 \text{ V/rad} \Rightarrow \theta_o = \frac{12.5}{30.9} \cdot \frac{360}{2\pi} = 23.2^\circ$$

$$\theta_d = \theta_o + \theta_b/2 = 38.7^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_d/\theta_b = 38.7/31.0 = \underline{1.25}$$

$$3.11 \text{ V} \leftrightarrow 1 \text{ rad/sek} \Rightarrow \dot{\theta}_d = 32/3.11 = 10.3 \text{ rad/sek}$$

4. I stället för att använda rotortrepresentation använde jag frekvenssvaret (se diagram 10) för att åskådliggöra händelseförloppet vid introduktion av fasavancerande nät (jämför II.1)



$$R_1 = 100 \text{ k } \Omega$$

$$R_2 = 25 \text{ k } \Omega$$

$$C = 7 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$\Rightarrow k_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.2$$

$$\tau = C \cdot R_1 = 7 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5 = 0.7$$

dvs $H(s) = 0.2 \cdot \frac{1 + 0.7s}{1 + 0.145s}$

Diagram 10 ger lägsta möjliga K_v för limit cycle till $K_v = 19.5$ och $\omega_o = 13 \text{ rad/sek}$. Mätning ger $K_v = 18.5$ och $\omega_o = 14.3 \text{ rad/sek}$.

För $H(s) = 0.2 \cdot \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.02s}$ och $K_v = 30$ erhålles trajektorier enligt

fotografierna 12 och 13. Det transienta svaret är här bra. Frekvenssvaret för det linjära systemet kommer här aldrig i närheten av $-1/N(\theta)$. Använd maximalt 5V pulser annars uppträder mätning i systemet.

Tackometerspänningen

Ge motorn konstant hastighet, och fotografera tackometerspänningen (foto 11).

1 sek/cm i x-led.

För de bägge nedre kurvorna gäller 1V/cm i y-led. Motorns hastighet är här 4 resp. 3 rad/sek.

För översta kurvan gäller 0.5 V/cm i y-led. Motorns hastighet är 2 rad/sek.

1. Motorns hastighet = 2 rad/sek

Kurvan upprepar sig 5 ggr på 8.1 cm

$$\omega = \frac{5}{8.11} \cdot 2\pi = 3.88 \text{ rad/sek}$$

2. Motorns hastighet = 3 rad/sek

$$\omega = \frac{6}{6.4} \cdot 2\pi = 5.89 \text{ rad/sek}$$

3. Motorns hastighet = 4 rad/sek

$$\omega = \frac{5}{8.0} \cdot 2\pi = 3.93 \text{ rad/sek}$$

Dvs de långsamma variationerna är direkt beroende på varvtalet.

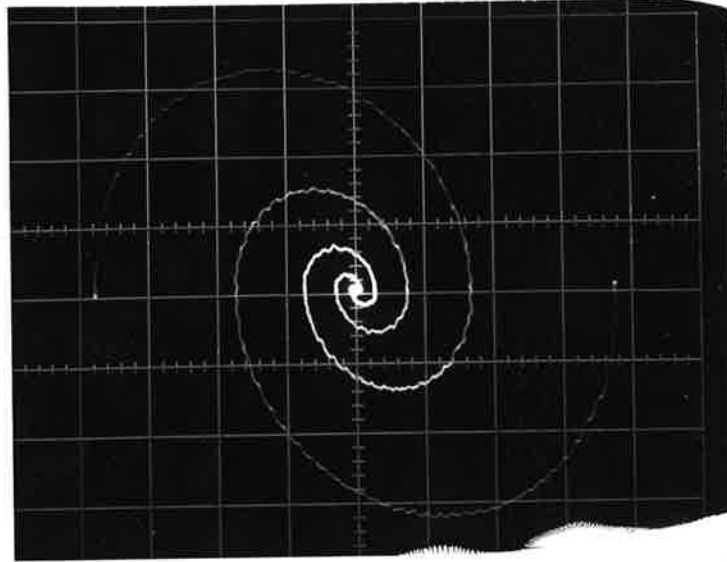
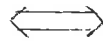


Foto 6 - Linjärt system med $K_V = 25$



$$Y_S(s) = \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

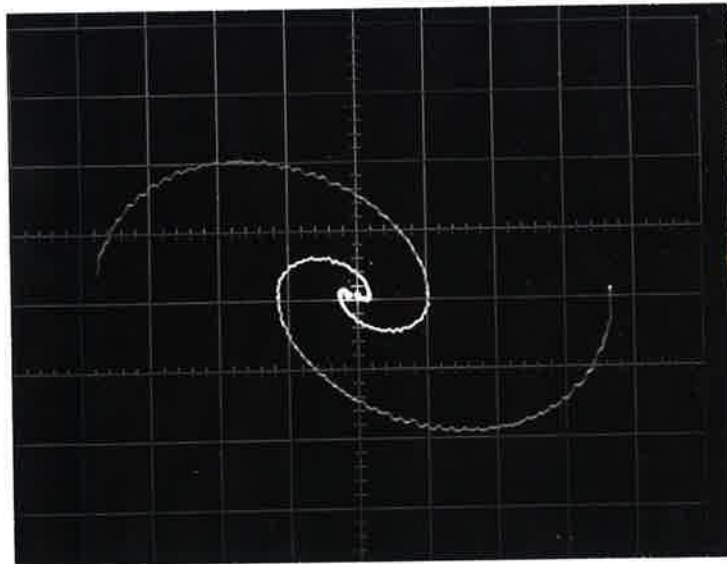


Foto 7 - Linjärt system med $K_V = 12$



$$Y_S(s) = \frac{79}{s^2 + 6.6s + 79}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

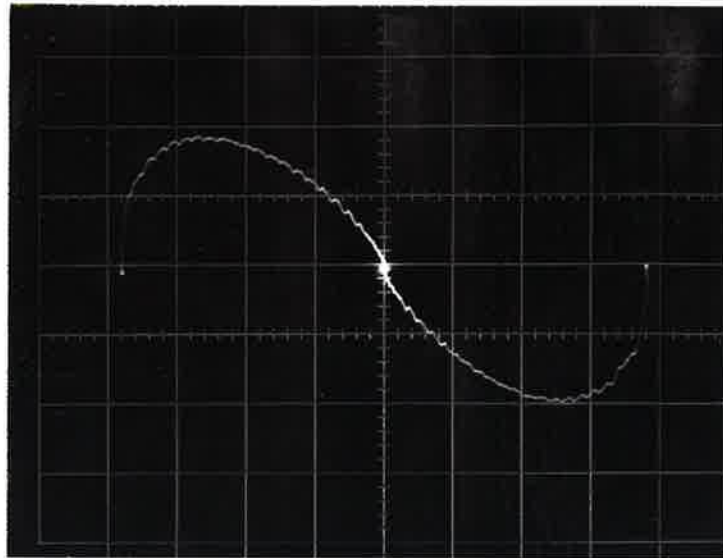


Foto 8 - Linjärt system med $K_v = 25$ och $\tau_t = 0.104$

$$Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 23.6s + 164}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

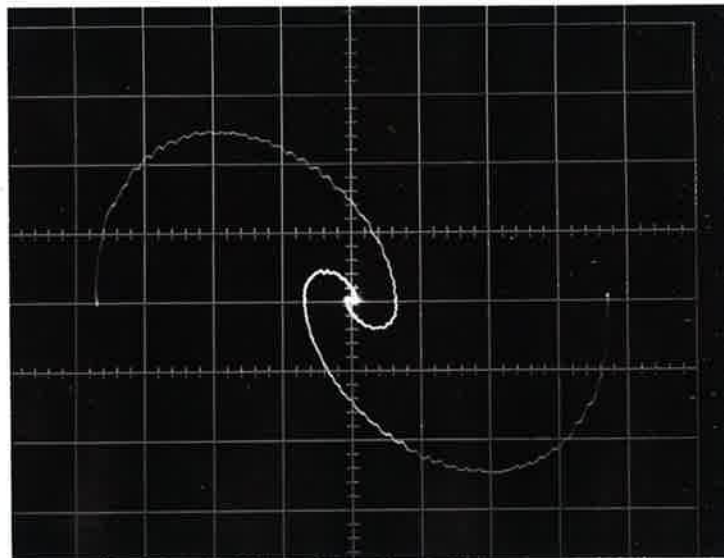


Foto 9 - Linjärt system med $K_v = 25$ och $\tau_t = 0.052$

$$Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 15.1s + 164}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

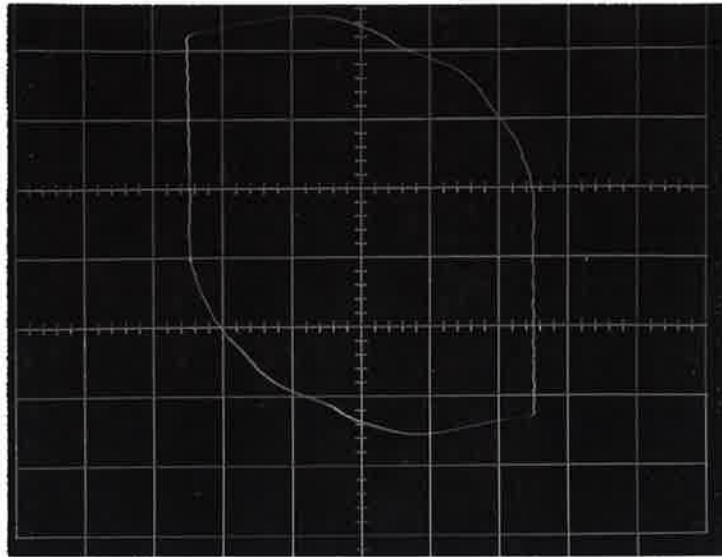


Foto 10 - Linjärt system med $K_V = 50$ \longleftrightarrow

$$Y_s(s) = \frac{328}{s^2 + 6.6s + 328} \quad \text{och } 31^\circ \text{ glapp}$$

5V/cm i x-led

10V/cm i y-led

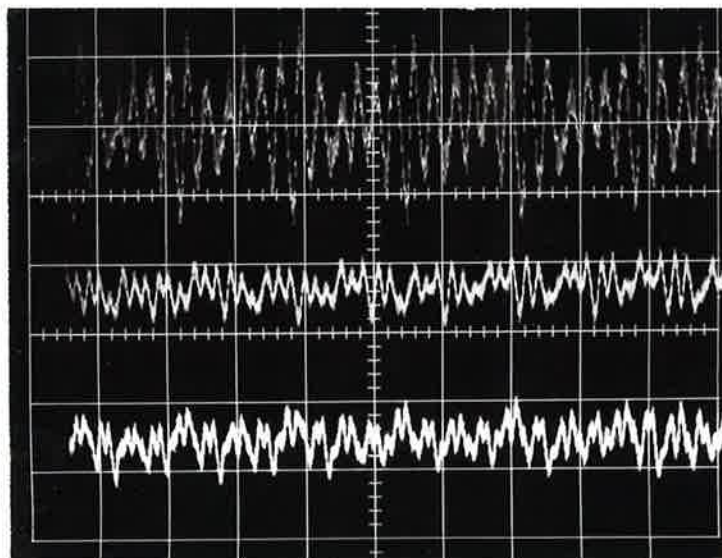


Foto 11 - Tackometerspänningen vid olika konstanta hastigheter.

Överst. Motorhast. 2rad/sek, 1 sek/cm i x-led, 0.5V/cm i y-led

Mitten Motorhast. 3 rad/sek, 1 sek/cm i x-led, 1V/cm i y-led

Underst Motorhast. 4 rad/sek, 1 sek/cm i x-led, 1 V/cm i y-led

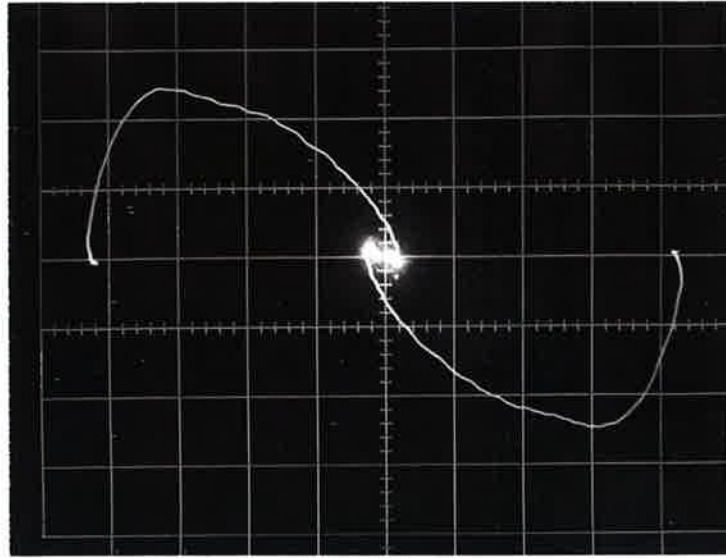


Foto 12 - Linjärt system med $K_v = 30$ och kompensation

$$Y_{\ddot{o}}(s) = \frac{30(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)}$$

Motorn startar med glappet slutet.
5V/cm i x-led, 5V/cm i y-led.

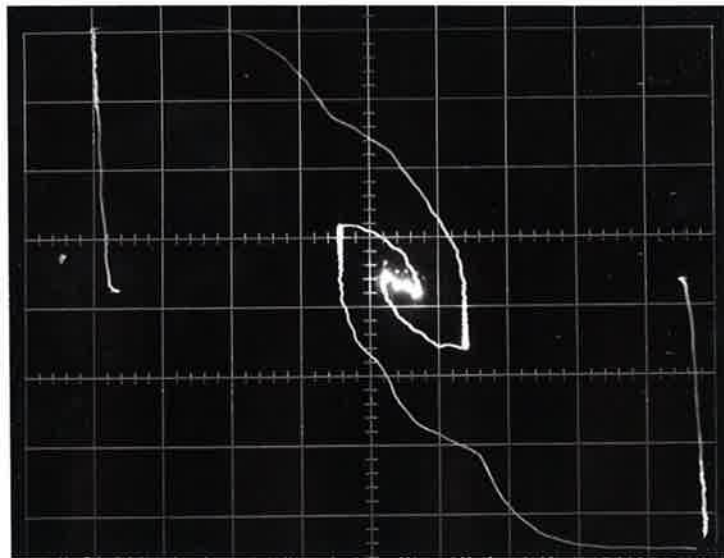
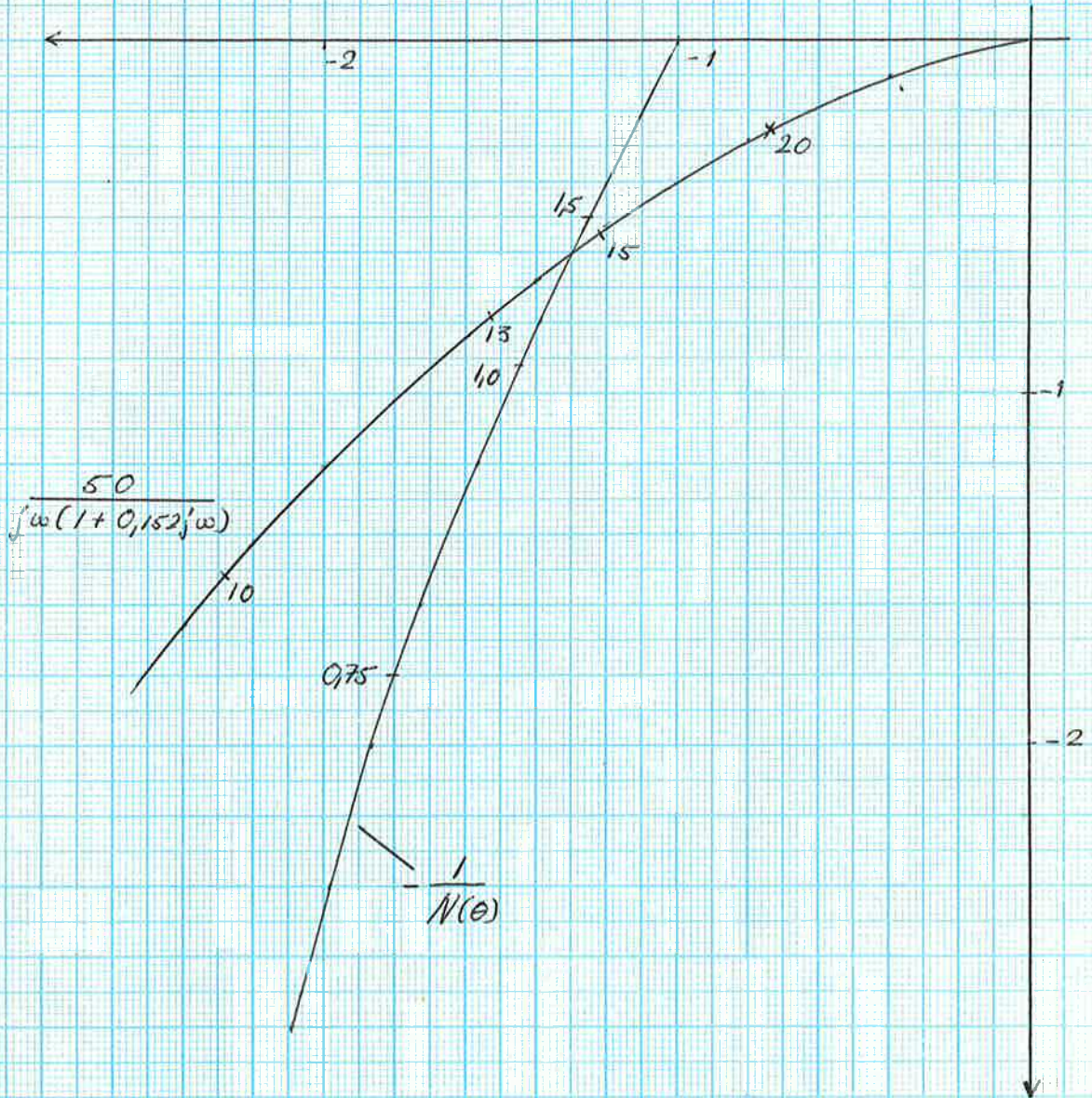


Foto 13 - Samma system som för foto 12, men motorn startar med glappet öppet.
5V/cm i x-led, 5V/cm i y-led.

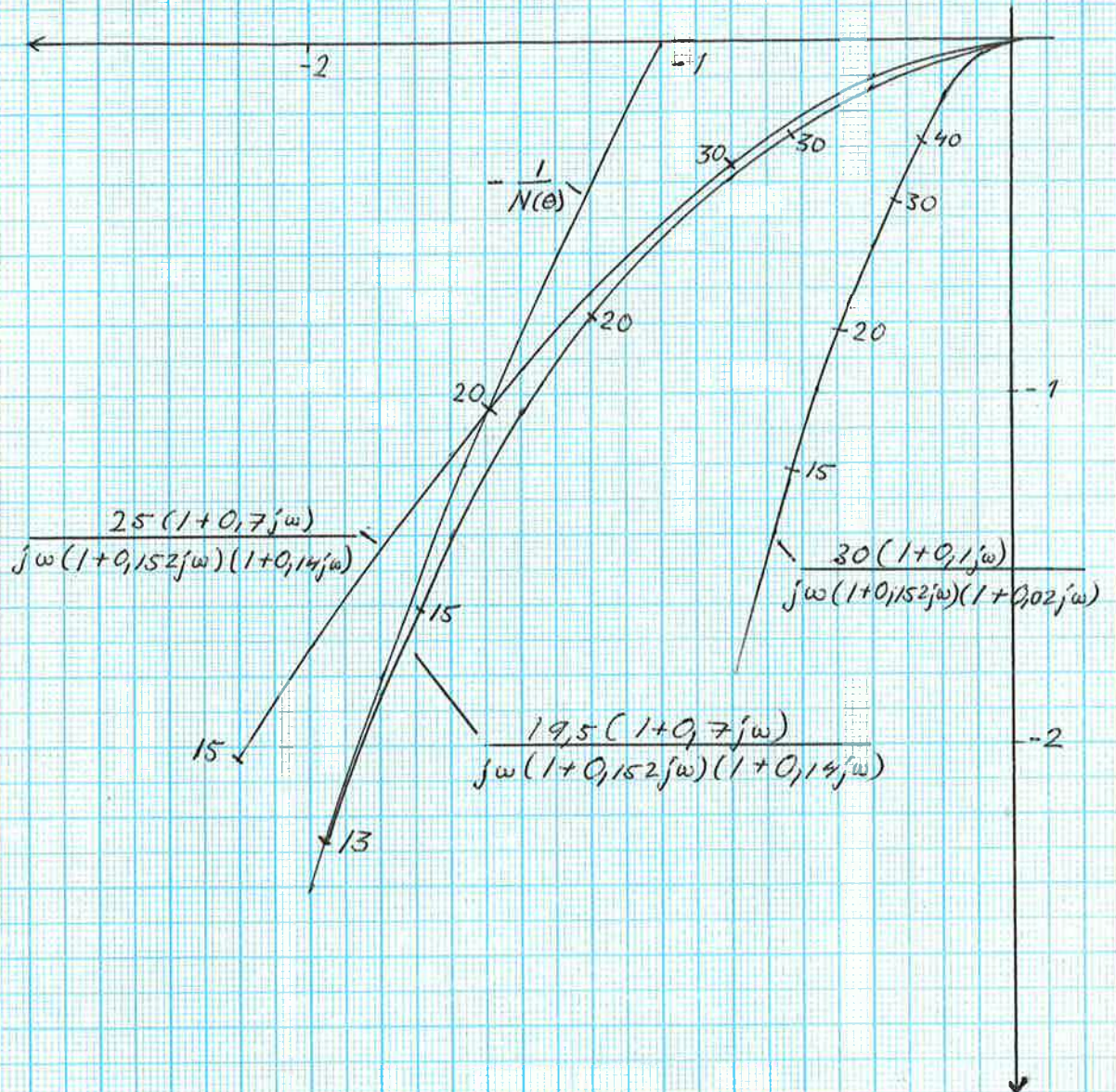
Beskrivande funktionen
för glapp, samt frekvenssvar
för linjärt system.

Diagram 9



Beskrivande funktionen för glapp, samt frekvenssvar för olika kompenserade system.

Diagram 10



IV. ÖVERBELASTNING

1. Ideell begränsning i öppna kretsen

Insignaler med amplitud $\leq a_0$ släpps igenom oförändrade, medan större signaler klipps bort. Se diagram 11.

$$x(t) = a \sin \omega t = a \sin \phi$$

$$y(t) = \begin{cases} a \sin \phi & 0 < \phi < \phi_0 = \arcsin a_0/a \\ a_0 & \phi_0 < \phi < \pi - \phi_0 \end{cases}$$

Fourieruppdelning av $y(t)$

$$y = \sum_0^{\infty} a_n \sin n\phi$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\phi) \sin n\phi \, d\phi$$

Beskrivande funktionen ges av a_1/a

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\phi) \sin \phi \, d\phi = \frac{4}{\pi} \int_0^{\phi_0} a \sin^2 \phi \, d\phi + \frac{4}{\pi} \int_{\phi_0}^{\pi/2} a_0 \sin \phi \, d\phi = \\ &= a \left\{ \frac{2}{\pi} \phi_0 + \frac{1}{\pi} \sin 2\phi_0 \right\} \end{aligned}$$

$$\therefore \begin{cases} N(\phi_0) = \frac{2}{\pi} \phi_0 + \frac{1}{\pi} \sin 2\phi_0 \\ \phi_0 = \arcsin a_0/a \end{cases}$$

2. Begränsning i servomotor

Extra fasförskjutning kan uppstå på grund av ökande hysteresis i de magnetiska kretsarna vid överbelastning eller på grund av överbelastning i förstärkare. Med ökande signalamplitud visar beskrivande funktionen ofta en växande fasfördröjning tillsammans med minskning i

förstärkningen. I praktiken är överbelastningsförhållandena nästan alltid frekvensberoende, vilket ger ett antal olika kurvor.



Detta ger en situation, som i viss mån liknar den vi hade vid glapp (jämför diagram 9). Vid hög förstärkning i den slutna kretsen behövs endast liten överbelastning, för att beskrivande funktionen ska bli komplex och därmed orsaka självsvängning.

3. Cyklisk felkanal

Med ett system som har felkanal bestående av en cykliskt kontinuerlig potentiometer kan man få "run-away" oscillation där output axeln roterar kontinuerligt. Felsignalen fås som funktion av vinkeln enligt diagram 12a. Kanalen får alternerande stabila och instabila punkter med intervallet π . Låt oss utveckla principerna för denna typ av oscillaton, till att börja med för ett andra ordningens system utan dämpning.

För områdena kring $0, \pm 2\pi, \pm 4\pi \dots$ med en bredd för felet på $\pm \pi/2$ har systemet negativ återkoppling, och systemet kan enligt tidigare beskrivas av

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dE}{dt} + \omega_n^2 E = 0$$

Om dämpningen är 0 erhålles

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + \omega_n^2 E = 0$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E} \quad ; \quad \frac{d\dot{E}}{dt} = -\omega_n^2 E$$

Vilket ger representationen som fasplan

$$\frac{d\dot{E}}{dE} = -\frac{\omega_n^2 E}{\dot{E}} \quad \text{eller}$$

$$\dot{E}d\dot{E} + \omega_n^2 E dE = 0 \quad \text{eller integrerat}$$

$$\dot{E}^2 + \omega_n^2 E^2 = C^2$$

Dvs cirklar (om $\omega_n = 1$) med radien C enligt diagram 12b.

Kring de instabila punkterna $+\pi, +3\pi \dots$ blir ekvationen

$$\frac{d^2 E}{dt^2} - \omega_n^2 E = 0$$

Vilket leder till ekvationen

$$\dot{E}^2 - \omega_n^2 E^2 = C^2$$

som ger hyperboliska trajektorier enligt diagram 12c.

Dessa två uppsättningar av trajektorier möts exakt vid $+\pi/2$ linjerna och ger på så sätt ett mönster som upprepas med intervall på 2π som i diagram 12d.

Om vi inför dämpning i systemet blir trajektorieekvationerna för de två områdena

$$\frac{d\dot{E}}{dE} = - \frac{(2\xi\omega_n \dot{E} + \omega_n^2 E)}{\dot{E}} \quad - \pi/2 < E < + \pi/2$$

$$\frac{d\dot{E}}{dE} = \left(\frac{-2\xi\omega_n \dot{E} + \omega_n^2 E}{\dot{E}} \right) \quad + \pi/2 < E < 3\pi/2$$

Villkoret för att trajektorierna skall vara horisontella är $d\dot{E}/dE = 0$ dvs

$$2\xi\omega_n \dot{E} + \omega_n^2 E = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dot{E}/E = - \omega_n/2\xi \quad - \pi/2 < E < \pi/2$$

$$-2\xi\omega_n \dot{E} + \omega_n^2 E = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dot{E}/E = \omega_n/2\xi \quad \pi/2 < E < 3\pi/2$$

Det allmänna utseendet framgår av diagram 13 ($\omega_n = 1$). Alla trajektorier konvergerar mot den stabila punkten.

Verkan av överbelastning:

Ovanstående gäller under förutsättning av att den öppna kretsen är linjär. I praktiken gäller detta endast för mycket små felsignaler och med överbelastning kan det hända att den verkliga effekten till motorn försenas och byter riktning efter det att felet är noll. Hastigheten får då också maximum efter det att felet är noll (se foto 15). Denna förskjutning beror på den extra fasfördröjningen orsakad av hysteres i motorn. Den extra effekt som motorn levererar på grund av det försenade hastighetsmaximat motverkar dämpningsförlusten. Systemet får negativ dämpning.

4. Extra fasförskjutning i öppna kretsen på grund av överbelastning

Gör samma experiment som i I.2 och jämför med diagram 3. Vid överbelastning ökar fasfördröjningen samtidigt som förstärkningen minskar.

| <u>7 cps</u> | | | <u>5 cps</u> | | |
|--------------|-----------------|--------|--------------|-----------------|--------|
| Volt in | Volt ut/Volt in | grader | Volt in | Volt ut/Volt in | grader |
| 2 | 4.0 | -84° | 2 | 6.0 | -77° |
| 4 | 4.0 | -90° | 4 | 6.0 | -77° |
| 5 | 3.4 | -106° | 5 | 5.7 | -85° |
| 6 | 2.8 | -122° | 6 | 5.0 | -95° |
| 8 | 2.0 | -138° | 8 | 3.6 | -113° |
| 10 | 1.6 | -144° | 10 | 2.7 | -121° |
| 15 | 1.0 | -152° | 15 | 1.7 | -132° |
| 20 | 0.8 | -158° | 20 | 1.3 | -137° |

| <u>3 cps</u> | | | <u>2 cps</u> | | |
|--------------|-----|-------|--------------|------|------|
| 2 | 8.5 | -72° | 2 | 12.7 | -65° |
| 6 | 7.8 | -77° | 6 | 11.3 | -65° |
| 8 | 6.3 | -84° | 8 | 9.7 | -67° |
| 10 | 4.9 | -94° | 10 | 7.7 | -73° |
| 12 | 4.0 | -102° | 12 | 6.4 | -77° |
| 15 | 3.2 | -107° | 15 | 5.1 | -84° |
| 20 | 2.4 | -112° | 20 | 3.9 | -94° |

Se diagram 14.

Eftersom kurvorna skär varandra är det besvärligt att göra noggranna förutsägelser av överbelastningstillstånd.

5. Limit Cycle på grund av överbelastning

Sätt hastighetskonstanten $K_V = 100$. Detta ger

$$Y_S(s) = \frac{658}{s^2 + 6.6s + 658}$$

Överföringsfunktionen har poler för

$$S = 3.3 + j 25.4$$

dvs det behövs endast en liten fasfördröjning för att rötterna skall passera imaginära axeln, varvid systemet blir instabilt. Det uppstår en instabil limit cycle och oscillationen växer tills något begränsar den. I den aktuella apparaten orsakas begränsningen av att potentiometeraxeln oscillerar mer än $\pi/2$, i så fall minskar felsignalen på grund av de kontinuerliga rotationspotentiometrarna i felkanalen, varvid amplituden begränsas.

Om felsignalen kopplas till x-plattorna och hastigheten till y-plattorna fås ett fasplan enligt foto 14. Koppla spänningen från potentiometeraxelns potentiometer till x-plattorna i stället för felsignalen, varvid vi får foto 15. Här kommer vi ifrån felkanalens begränsade utsignal.

Man kan tydligt se att maximala hastigheten inträffar efter det att felet har bytt tecken, som beror på den försenade effektvändningen, som i sin tur beror på fasfördröjning orsakad av överbelastning.

6. Run-away oscillation

Om man ökar återkopplingen i systemet så ökar amplituden hos felet. Men eftersom felet avtar för värden större än $\pi/2$, blir det verkliga resultatet en minskning, för stora fel, Till sist möts de bägge återvändande halvorna av fasplanet, se foto 16. Foto 17 illustrerar samma fall, men här anslöts potentiometeraxelns läge för avlänkning i x-led. Potentiometeraxelns hastighet blir enkelriktad men med varierande hastighet.

7. Limiter inkopplad i den öppna kretsen

Sätt $K_v = 100$

Genom att koppla in en limiter i kretsen hindras servomotorn att bli överbelastad. Detta medför att den extra fasfördröjningen i systemet elimineras.

Lägg två olika pulser med amplituderna 5V resp. 20V på systemet. Tag upp stegsvaret, se foto 18, för dessa bägge fall och beräkna tiden till den andra korsningen av slutläget hos det transienta svaret.

Vid 5V insignal blir $\tau = 0.25$ sek. Insignalen är så liten att servomotorn inte överbelastas även utan limiter.

Vid 20V insignal blir $\tau = 0.36$. I detta fall skär limitern felsignalen, så att ingen överbelastning uppstår. Detta medför att motorn inte tillförs hela felsignalen, varför accelerationen proportionellt sett blir långsammare än för det första fallet. Härav följer att stegsvaret blir långsammare, men stabilt, vilket det inte blev utan limiter (se IV.5).

Av fasplanet för 20V insignal, foto 19, framgår att fasfördröjningen har blivit eliminerande, eftersom maximal hastighet inträffar strax innan felsignalen byter tecken.

8. Fasavancerande nät

Genom att koppla in ett fasavancerande nät, som flyttar fram punkten för maximal hastighet, får vi ett stabilt system utan att skära felsignalen med en limiter.

Koppla in

$$H(s) = \frac{0.2(1 + 0.1s)}{(1 + 0.02s)} \quad (\text{se II.1})$$

Ställ in återkopplingen så att K_v blir 100. Stegsvaret ger för 20V insignal $\tau = 0.25$ sek, enligt foto 20, och ett mycket bra transient svar. Fasplanet framgår av foto 21. Man ser att hastighetsmaximum kommer mycket tidigt, vilket är ekvivalent med ett system med stor dämpning.

9. Accelerationsåterkoppling med extra tidskonstant

För system med extra tidskonstant (se I.5) medför tackometeråterkoppling effektiv stabilisering men har nackdelen att den effektiva hastighetskonstanten K_v reduceras (se II.3.1). På grund av detta använder vi accelerationsåterkoppling, som inte påverkar K_v . Detta system kan få invariant transient svar men kan ha dålig stabilitet vid överbelastning eftersom rötterna ligger nära imaginära axeln. (se diagram 7 fig. 3). Genom att koppla in en limiter elimineras instabiliteten. Systemet har ganska långsamt transient svar oberoende av insignalen. $K_v = 300$ ger $\tau = 0.4$ sek men stor dämpning foto 20.

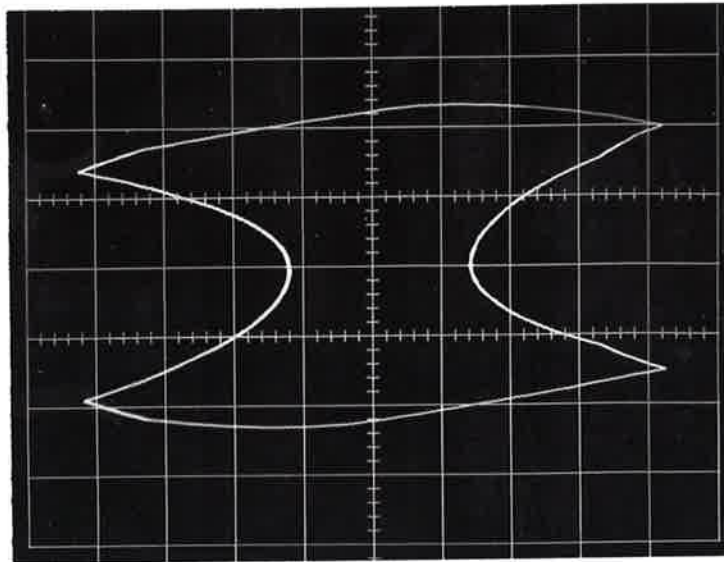


Foto 14 - Linjära överföringsfunktionen är

$$Y_s(s) = \frac{658}{s^2 + 6.6s + 658}$$

Överbelastning orsakar Limit cycle. Felet
i x-led 10V/cm. Hastighet i y-led 20V/cm

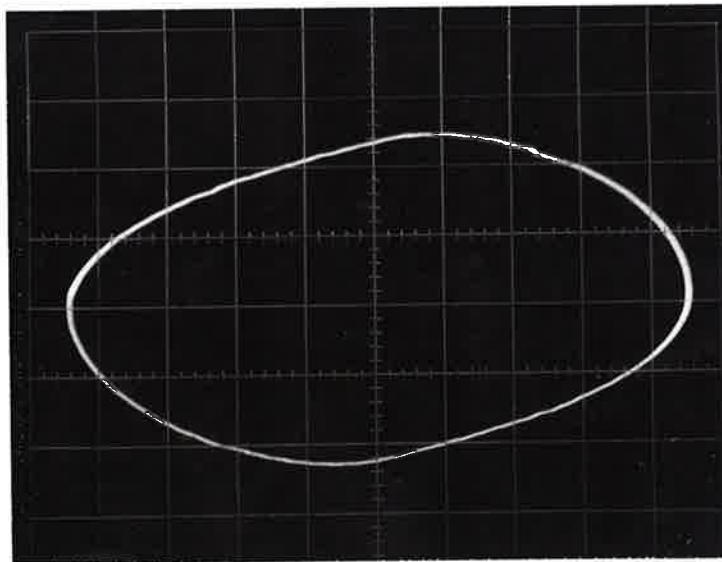


Foto 15 - Samma som foto 14 men positionen i x-led, 2V/cm
i stället för felet

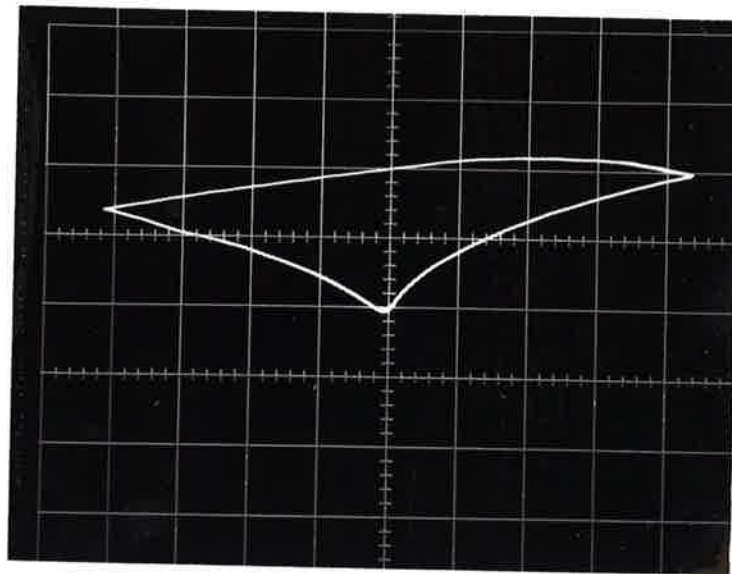


Foto 16 - Samma som foto 14 fast med större återkoppling

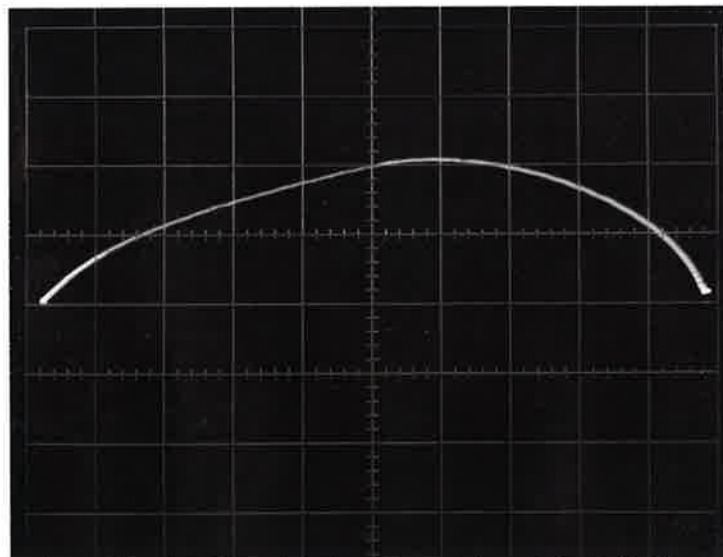


Foto 17 - Samma som foto 15 fast med större återkoppling

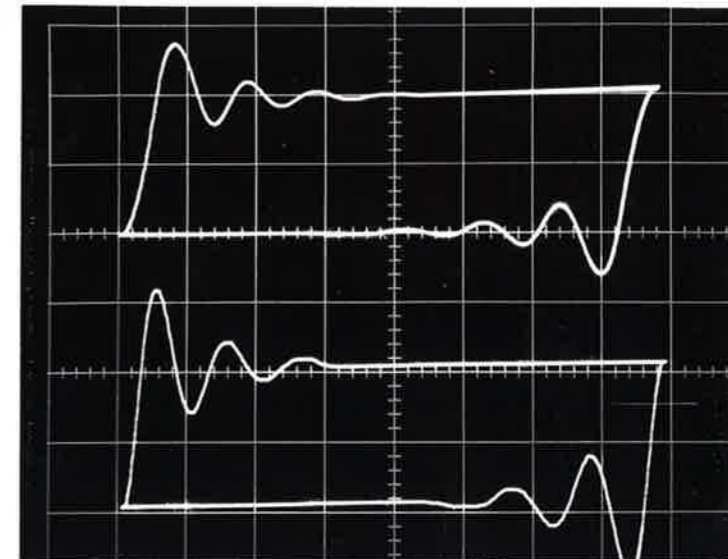


Foto 18 - Stegsvär för systemet

$$Y_s(s) = \frac{658}{s^2 + 6.6s + 658} \quad \text{med Limiter:}$$

Överst: 20V in, 0.2 cps ger $\tau = 0.36$ 2V/cm i x-led
2V/cm i y-led
Underst: 5V in, 0.2 cps ger $\tau = 0.25$ 2V/cm i x-led
0.5V/cm i y-led

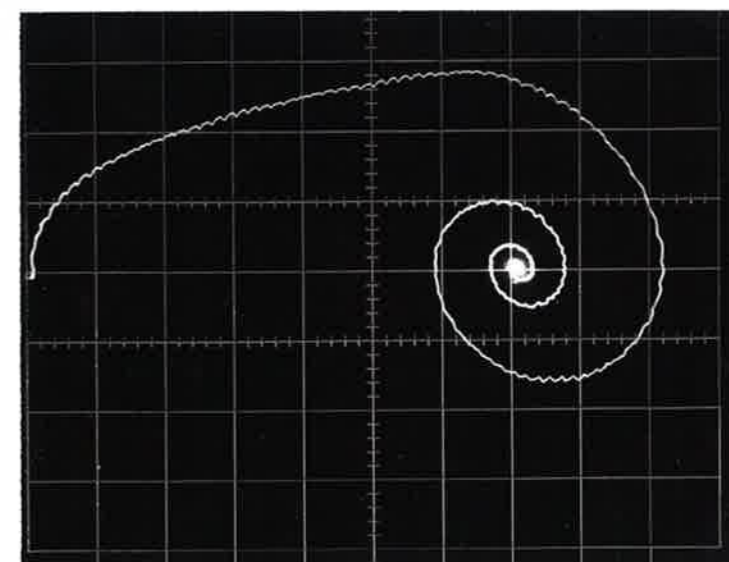


Foto 19 - Fasplan för samma system som foto 18 med 20V_{in},
5V/cm i x-led
5V/cm i y-led

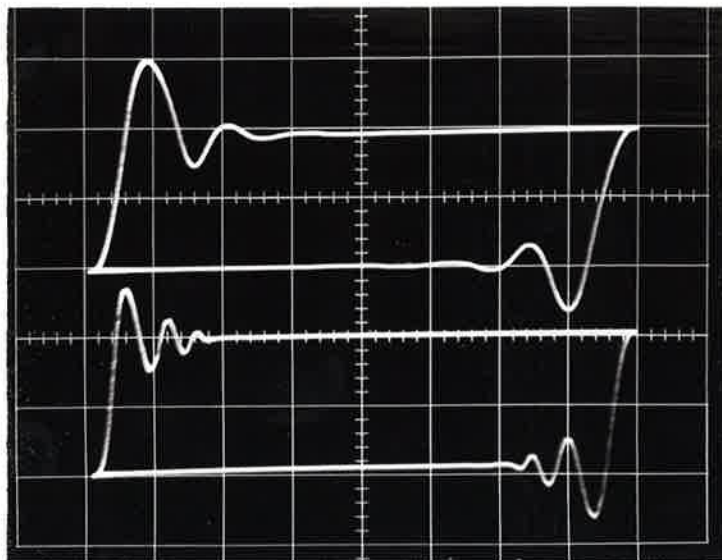


Foto 20 - Överst: Stegsvär för system med accelerationsåterkoppling. $20V_{in}$ $\tau = 0.4$ sek.
Underst: Stegsvär för system med fasavancerande nät
 $20V_{in}$ $\tau = 0.25$ sek
2V/cm x-led 0.2 cps
2V/cm y-led

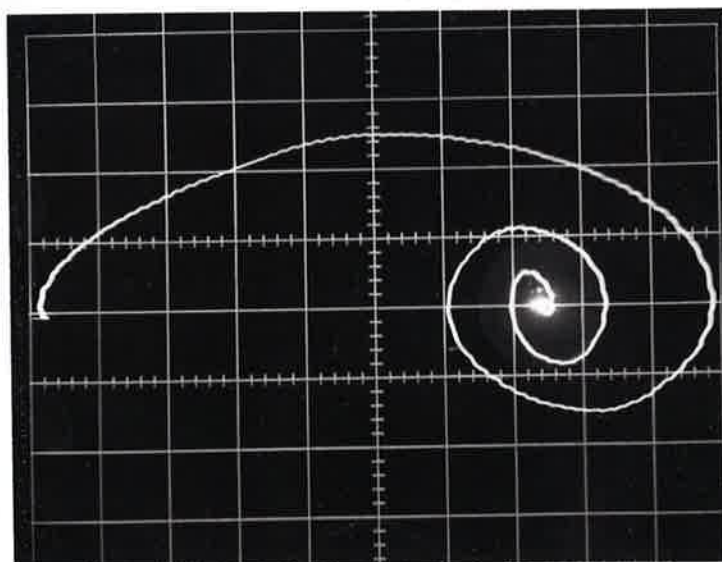
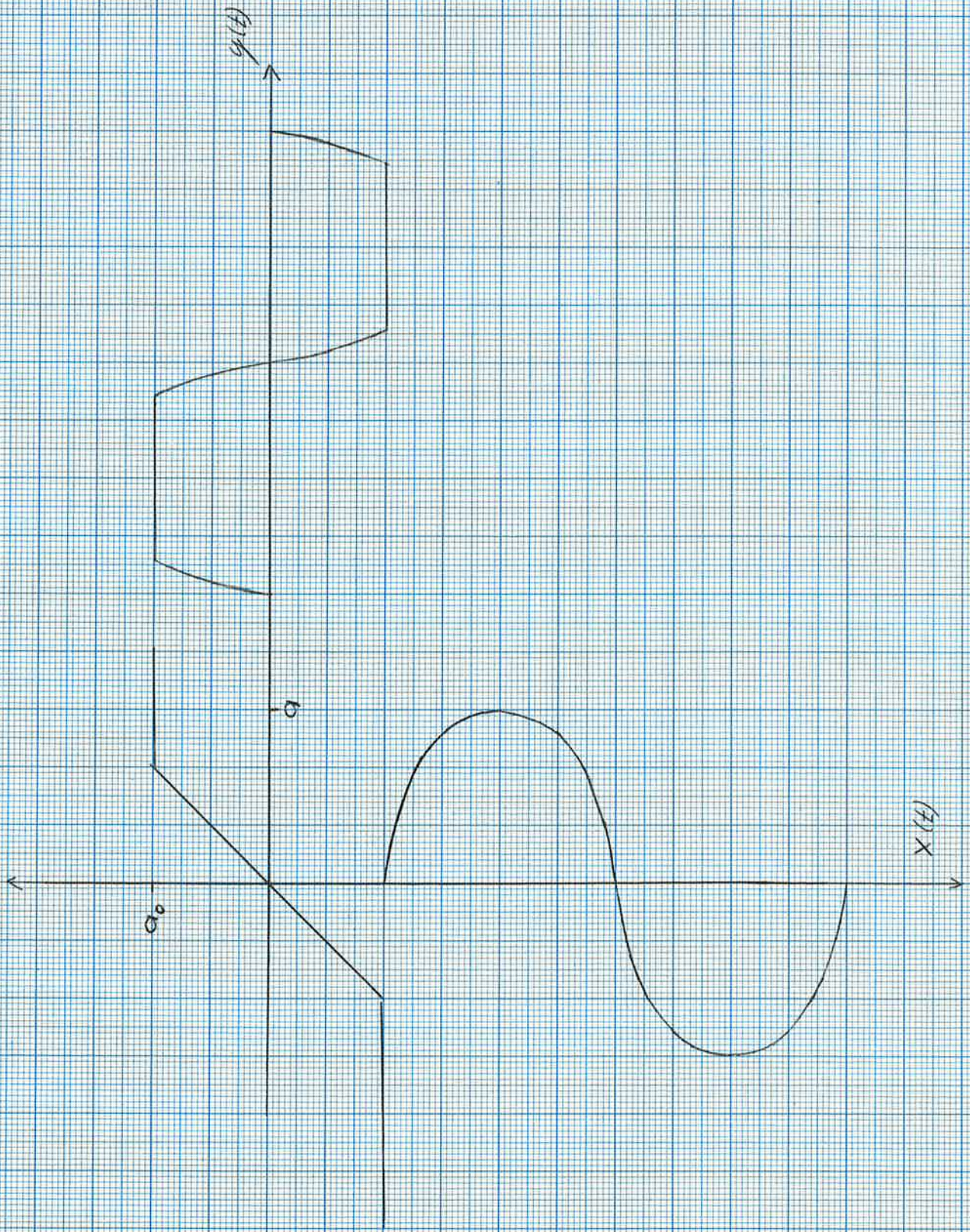


Foto 21 - Fasplan för system med fasavancerande nät $20 V_{in}$
5V/cm i x-led
20V/cm i y-led

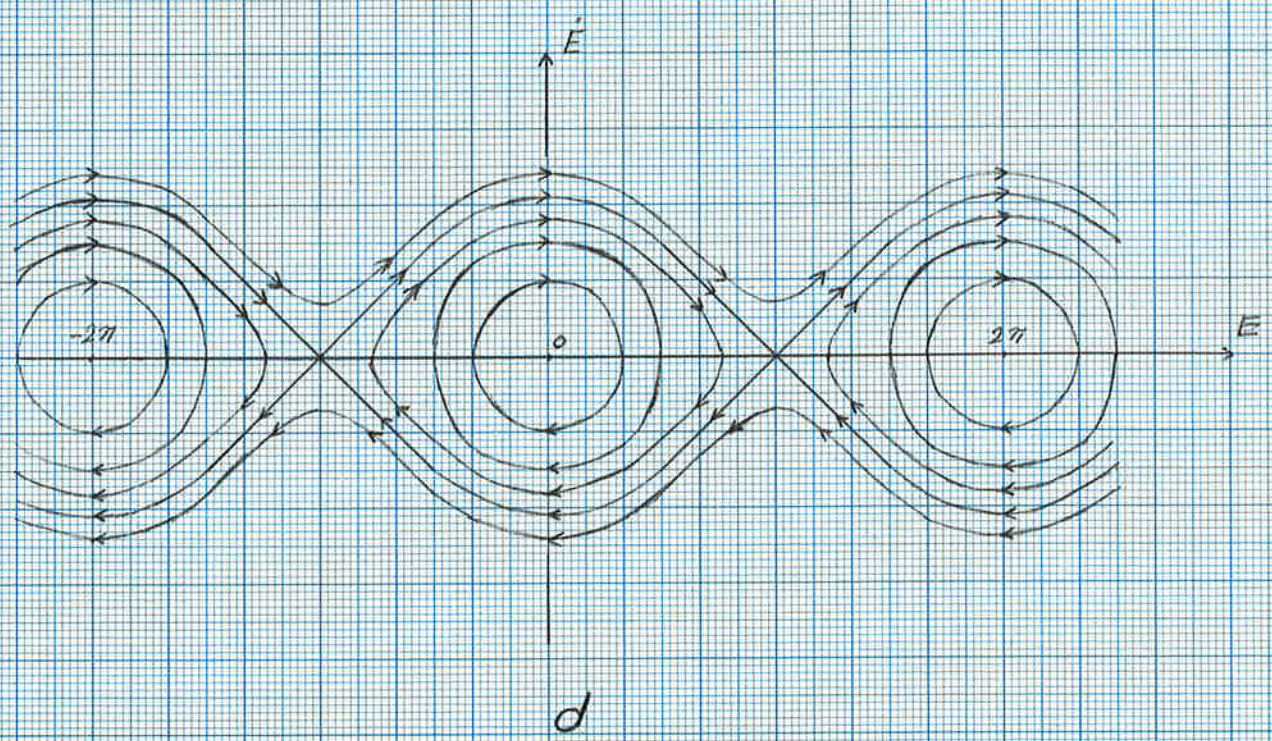
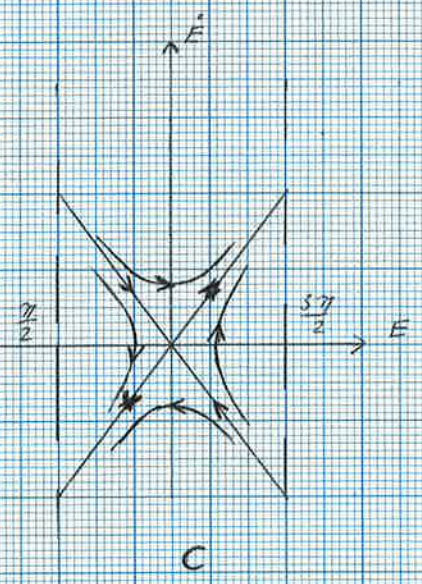
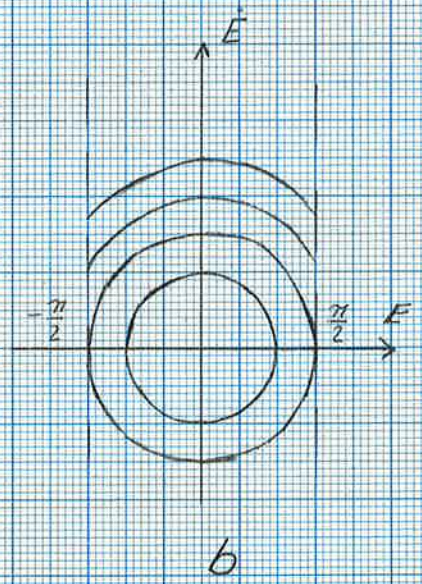
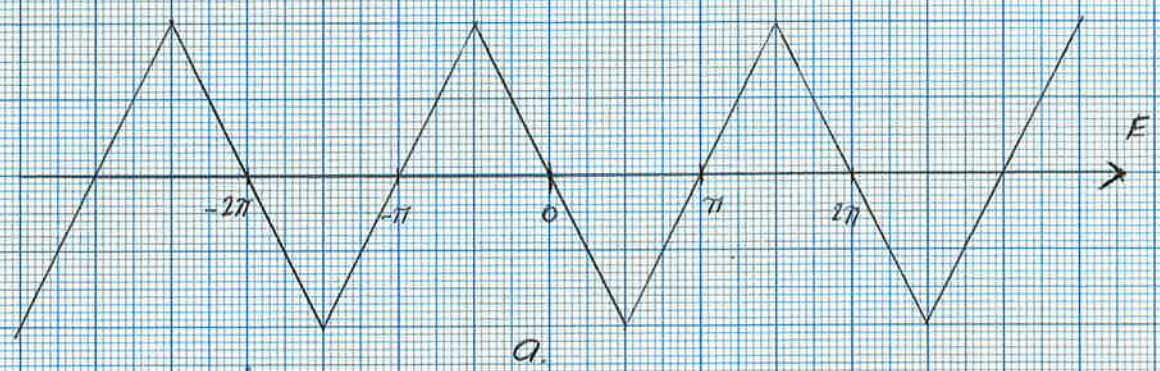
Ideell begynnning av signal

Diagram 11



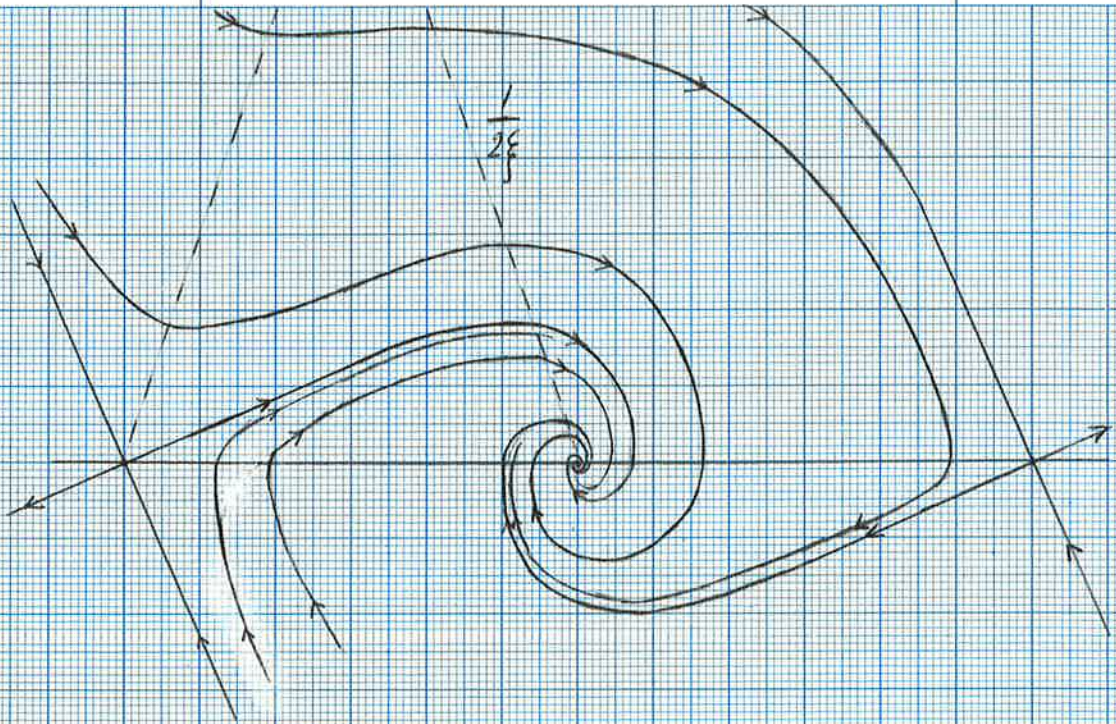
Trajektorier för odämpat system med kontinuerlig felkanal.

Diagram 12



Trajektorier för dämpat system
med kontinuerlig folsignal.

Diagram 13



Frekvenssvaret för $\frac{k_v}{(1+j\omega T_m)}$
vid överbelastning.

Diagram 14

V/V_{in}

10

0

10

7 cps

5 cps

3 cps

2 cps

LITTERATURFÖRTECKNING

1. ES130 Servo System
Provisional Instruction Book
Feedback LTD
2. Supplementary Instruction Book for ES130 Servo System
Feedback LTD
3. Instructional Servo System Type ES130
Maintenance Manual
Feedback LTD
4. Ahrendt & Savant, Servomechanism Practice, McGraw-Hill
Book Company, 1960
5. Gibson and Tuteur, Control System Components, McGraw-Hill
Book Company, 1958

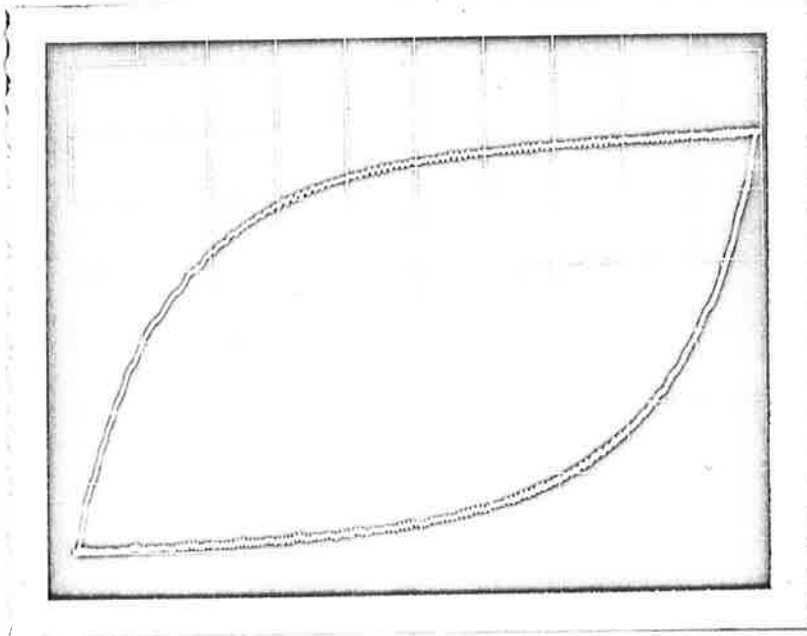


Foto 1 - Stegsvär för den öppna kretsen

$$Y_o(s) = \frac{1}{1 + \tau_m s}$$

2V/cm i x-led, 0.5 cps, 5V/cm i y-led

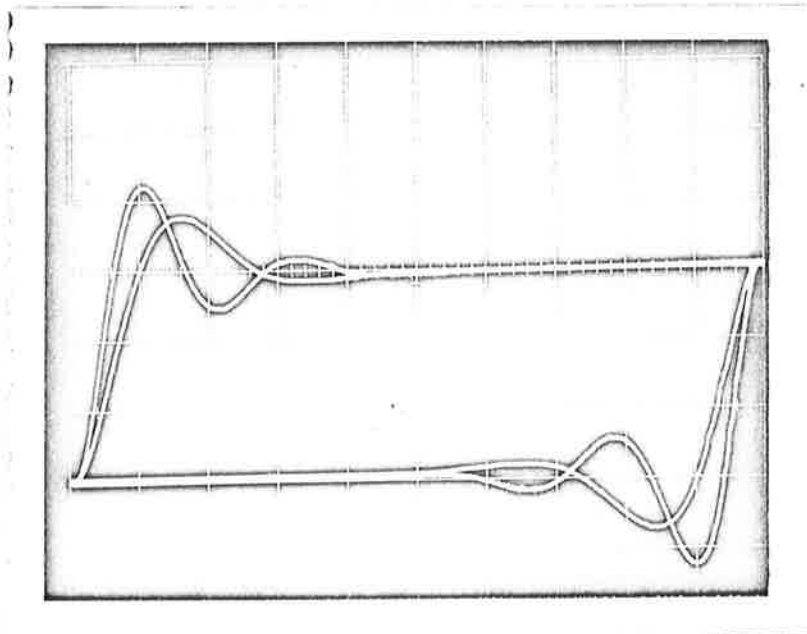


Foto 2 - Stegsvär för den slutna kretsen. Det snabba svaret

$$Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164}$$

Det långsamma svaret

$$Y_s(s) = \frac{79}{s^2 + 6.6s + 79}$$

15 Volt input, 2V/cm x-led 0.2 cps, 1V/cm y-led

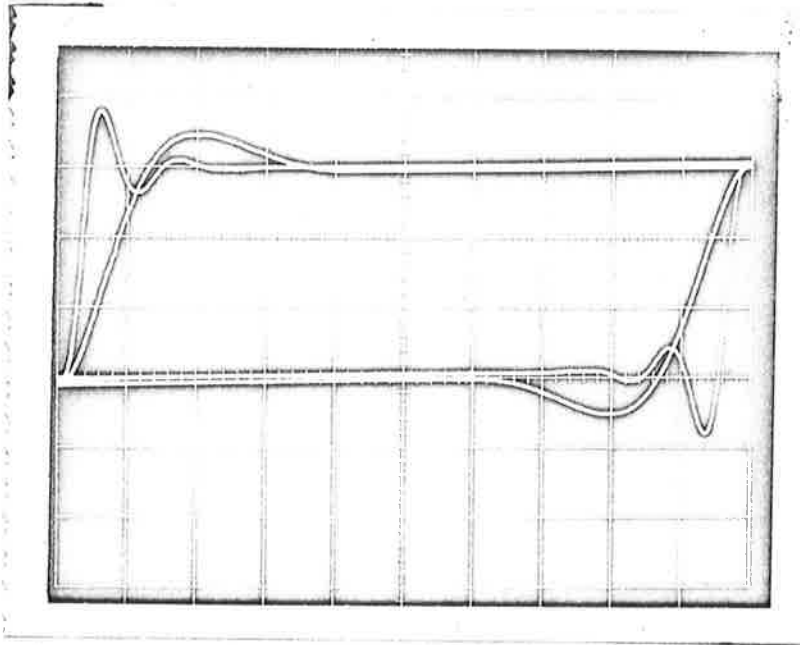


Foto 3 - Stegsvär för återkopplat system med $Y_s = \frac{Y_{\ddot{o}}}{1 + Y_{\ddot{o}}}$

$$Y_{\ddot{o}}(s) = \frac{8.5}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)} \quad (\text{långsamma svaret})$$

$$Y_{\ddot{o}}(s) = \frac{37(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)^2} \quad (\text{snabba svaret})$$

15 Volt input, 2V/cm i x-led, 0.2cps, 1V/cm i y-led.

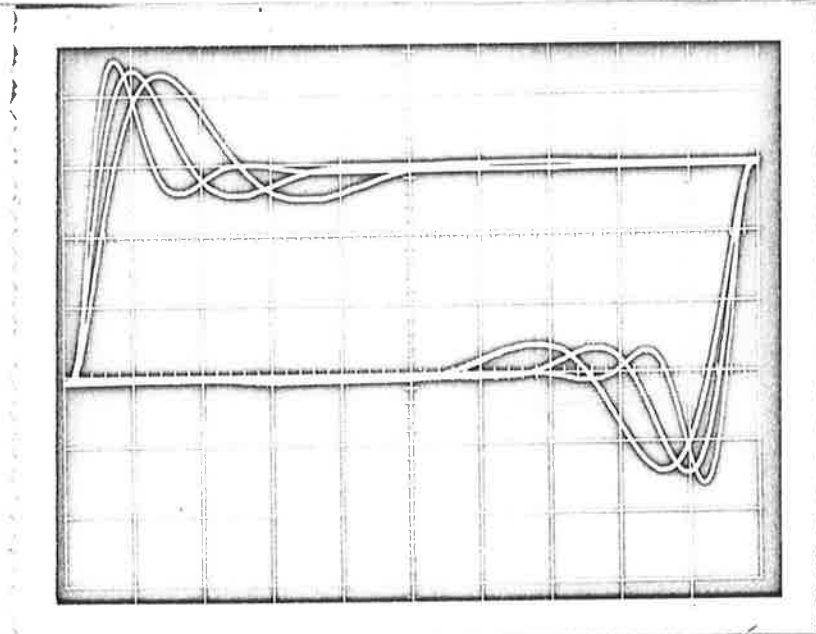


Foto 4 - Stegsvär för det slutna systemet där den öppna överföringsfunktionen är

$$Y_o(s) = \frac{k \cdot 2(1 + 0.2s)(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 2.2s)(1 + 0.02s)^2}$$

k = 250 snabbast

k = 150 mellersta

k = 100 långsammaste

15 Volt input, 2V/cm x-led, 0.2 cps, 1V/cm y-led

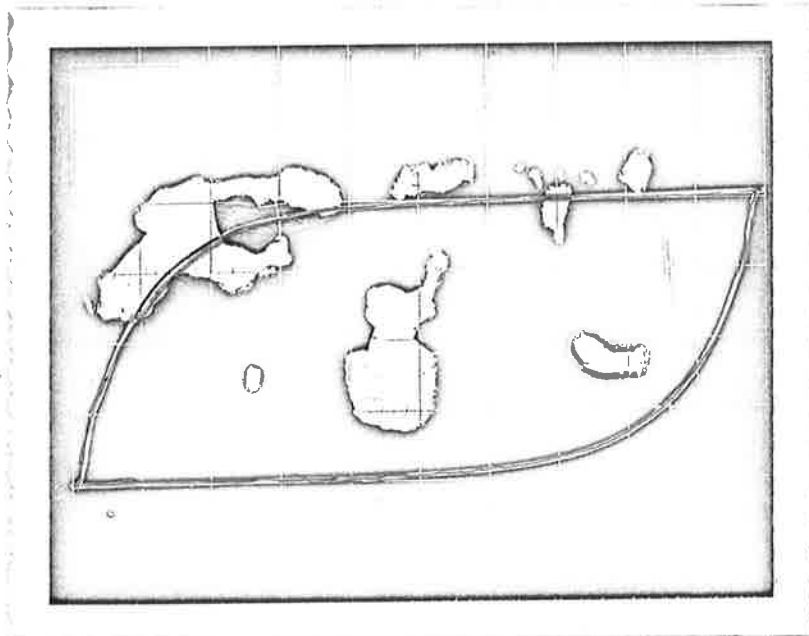


Foto 5 - Stegsvär för system med stor tackometeråterkoppling

$$G(s) = \frac{56.5}{s(1 + 0.152s)}$$

$$Y_s(s) = \frac{G(s)}{1 + (1 + 0.26s)G(s)}$$

20 Volt input, 2V/cm x-led, 0.2 cps, 1V/cm y-led.

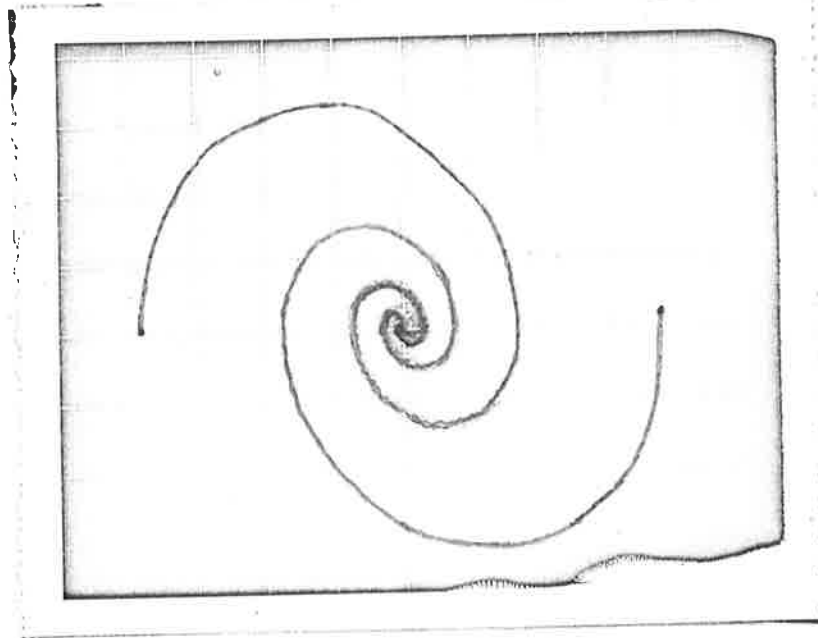


Foto 6 - Linjärt system med $K_V = 25$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow \\ Y_s(s) &= \frac{164}{s^2 + 6.6s + 164} \end{aligned}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

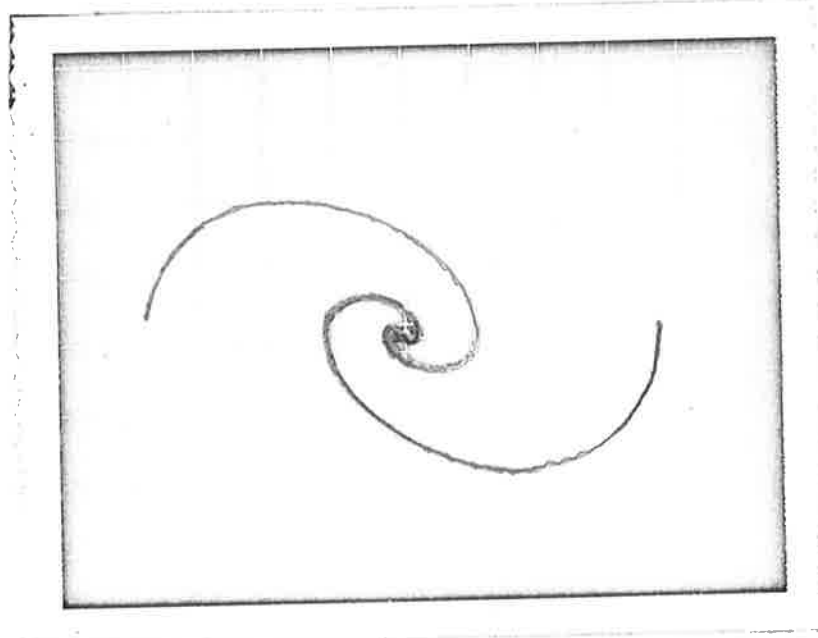


Foto 7 - Linjärt system med $K_V = 12$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow \\ Y_s(s) &= \frac{79}{s^2 + 6.6s + 79} \end{aligned}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

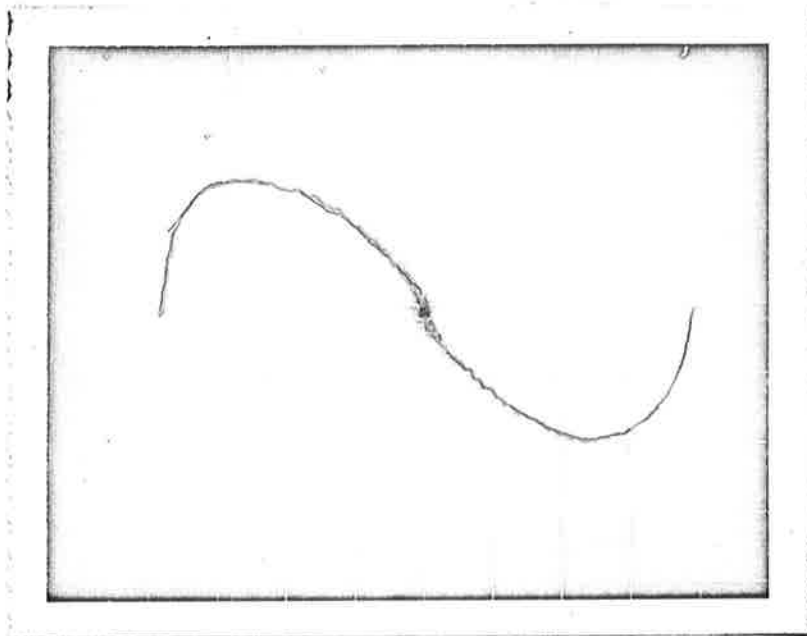


Foto 8 - Linjärt system med $K_V = 25$ och $\tau_t = 0.104$

$$Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 23.6s + 164}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

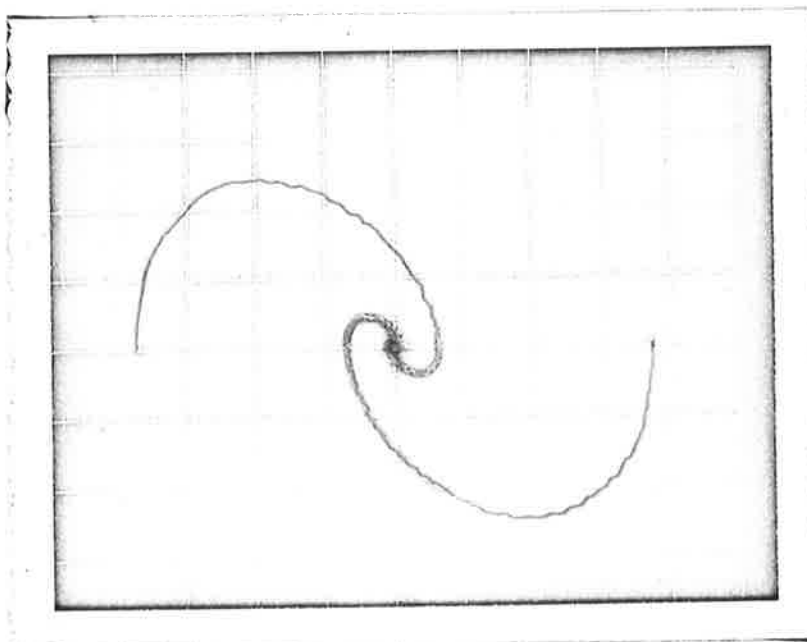


Foto 9 - Linjärt system med $K_V = 25$ och $\tau_t = 0.052$

$$Y_s(s) = \frac{164}{s^2 + 15.1s + 164}$$

5V/cm i x-led

5V/cm i y-led

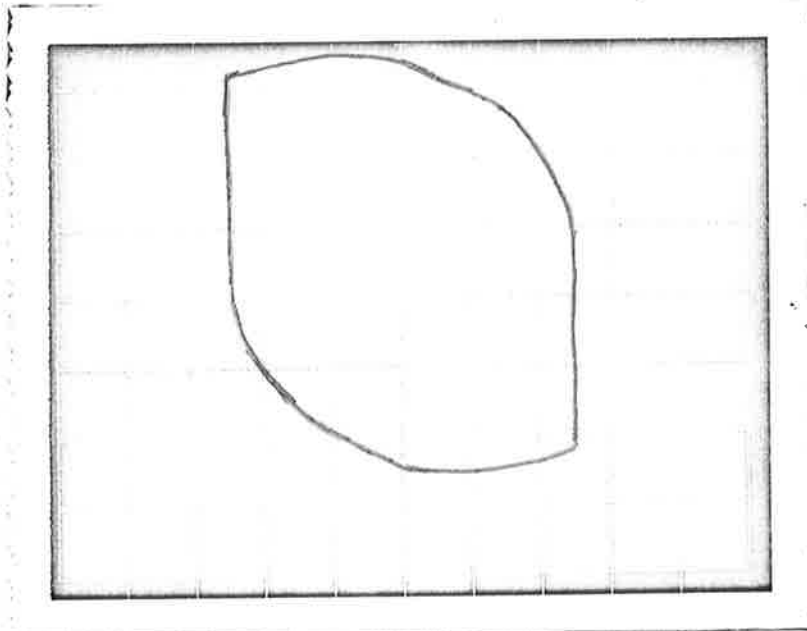


Foto 10 - Linjärt system med $K_v = 50$ \longleftrightarrow

$$Y_s(s) = \frac{328}{s^2 + 6.6s + 328} \quad \text{och } 31^\circ \text{ glapp}$$

5V/cm i x-led

10V/cm i y-led

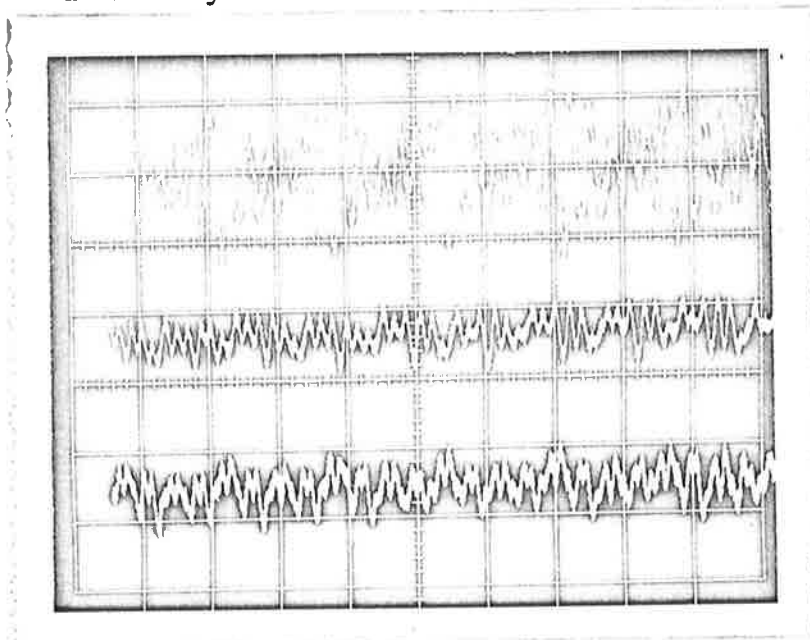


Foto 11 - Tackometerspänningen vid olika konstanta hastigheter.

Överst. Motorhast. 2rad/sek, 1 sek/cm i x-led, 0.5V/cm i y-led

Mitten Motorhast. 3 rad/sek, 1 sek/cm i x-led, 1V/cm i y-led

Underst Motorhast. 4 rad/sek, 1 sek/cm i x-led, 1 V/cm i y-led

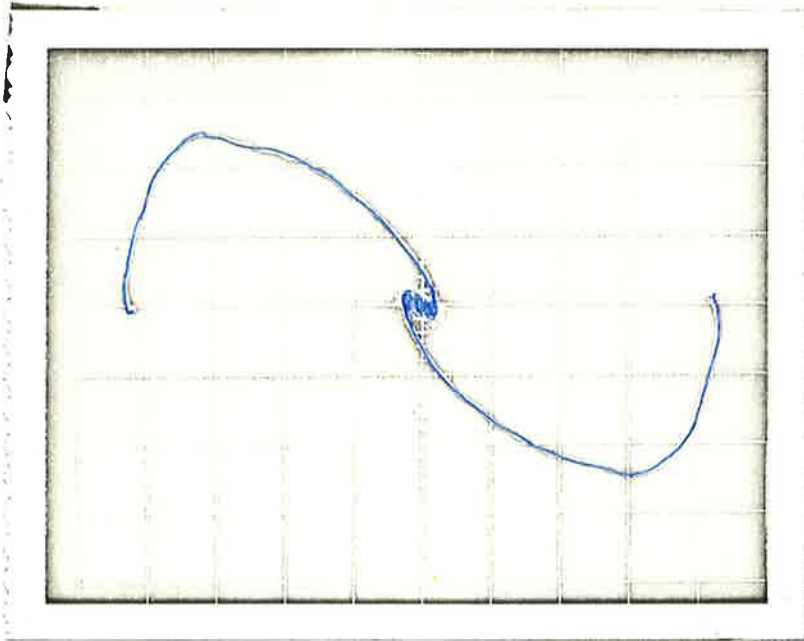


Foto 12 - Linjärt system med $K_v = 30$ och kompensation

$$Y_{\ddot{o}}(s) = \frac{30(1 + 0.1s)}{s(1 + 0.152s)(1 + 0.02s)}$$

Motorn startar med glappet slutet.

5V/cm i x-led, 5V/cm i y-led.

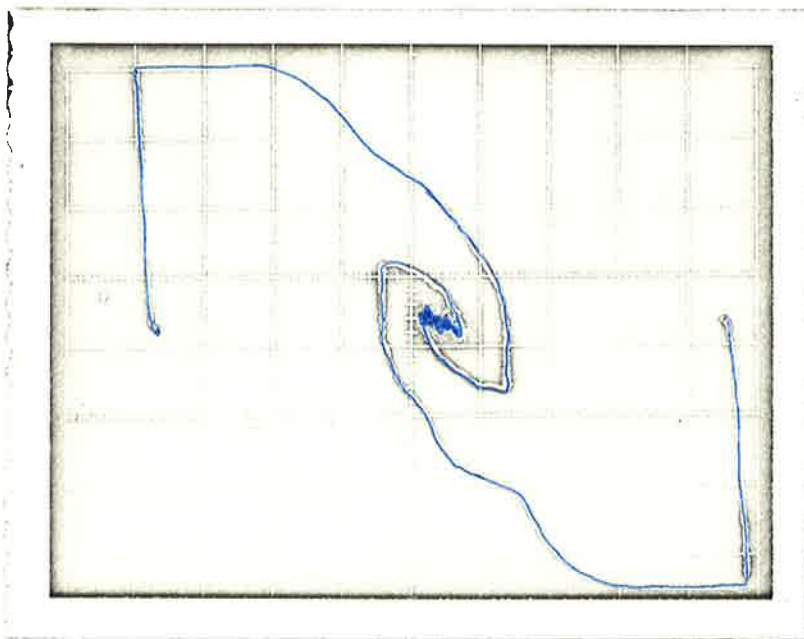


Foto 13 - Samma system som för foto 12, men motorn startar med glappet öppet.

5V/cm i x-led, 5V/cm i y-led.

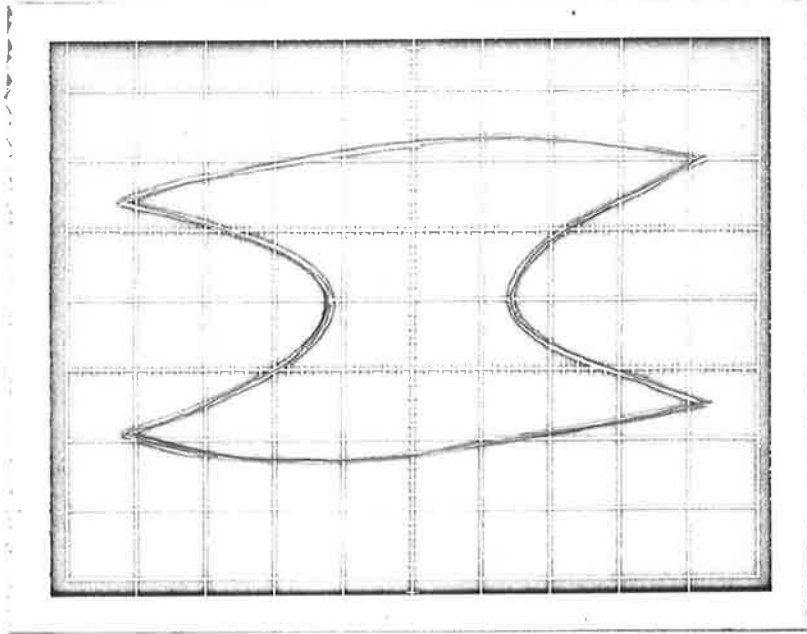


Foto 14 - Linjära överföringsfunktionen är

$$Y_s(s) = \frac{658}{s^2 + 6.6s + 658}$$

Överbelastning orsakar Limit cycle. Felet
i x-led 10V/cm. Hastighet i y-led 20V/cm

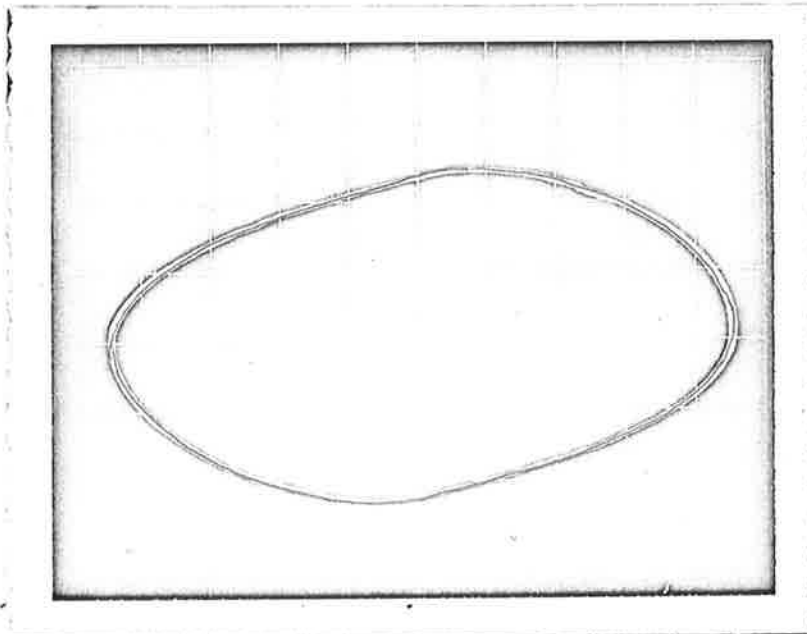


Foto 15 - Samma som foto 14 men positionen i x-led, 2V/cm
i stället för felet

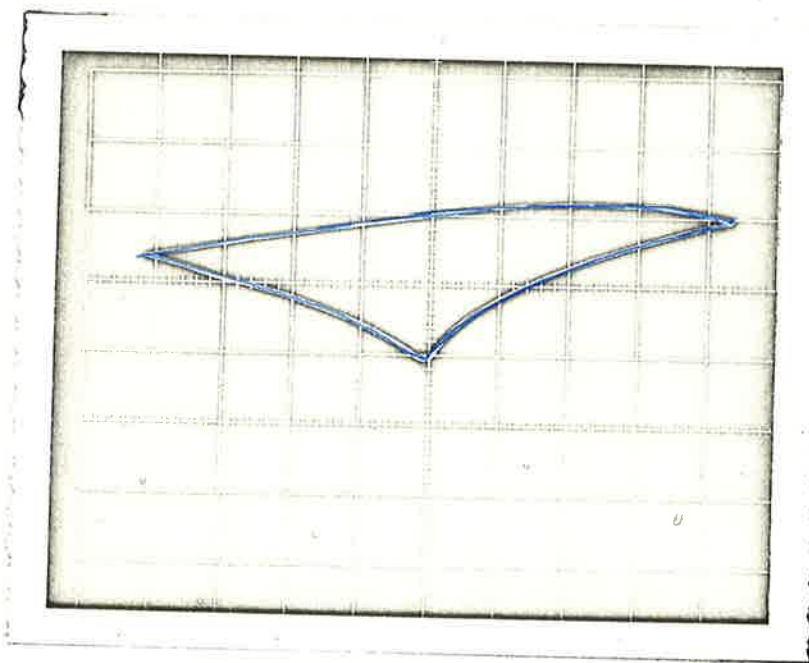


Foto 16 - Samma som foto 74 fast med større återkoppling

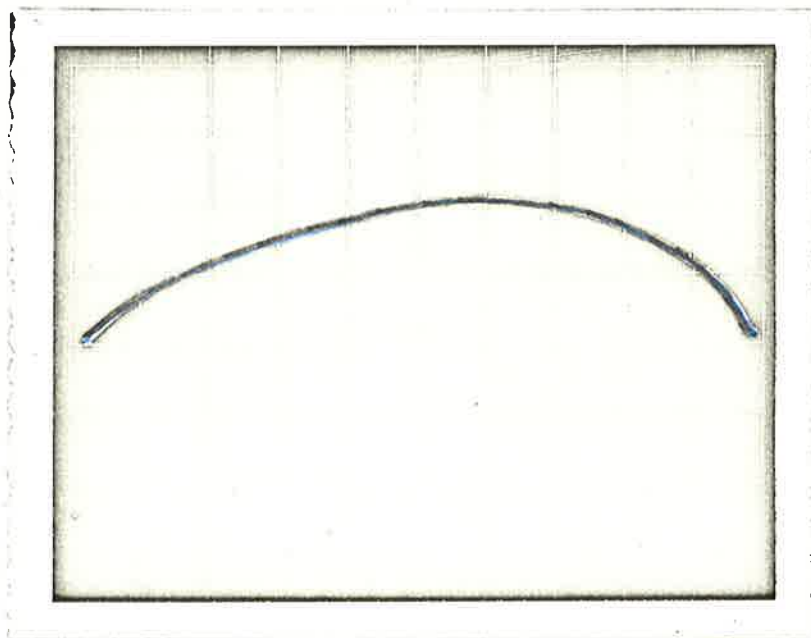


Foto 17 - Samma som foto 75 fast med større återkoppling

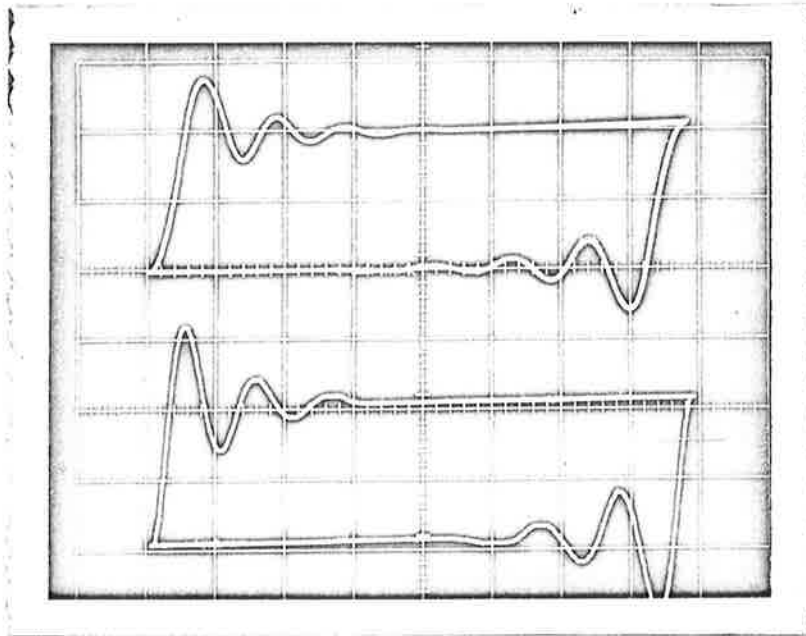


Foto 18 - Stegsvär för systemet

$$Y_s(s) = \frac{658}{s^2 + 6.6s + 658} \quad \text{med Limiter:}$$

Överst: 20V in, 0.2 cps ger $\tau = 0.36$ 2V/cm i x-led
2V/cm i y-led

Underst: 5V in, 0.2 cps ger $\tau = 0.25$ 2V/cm i x-led
0.5V/cm i y-led

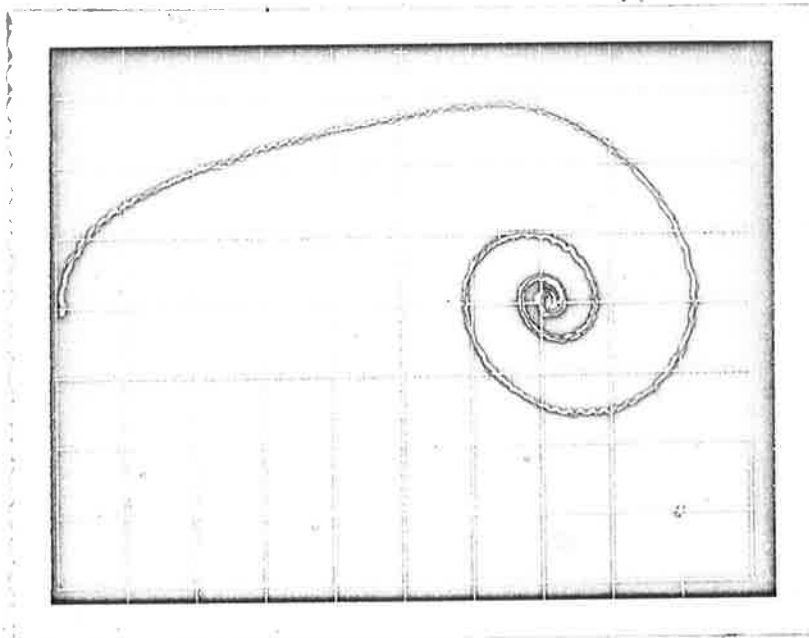


Foto 19 - Fasplan för samma system som foto 18 med 20V_{in},
5V/cm i x-led
5V/cm i y-led

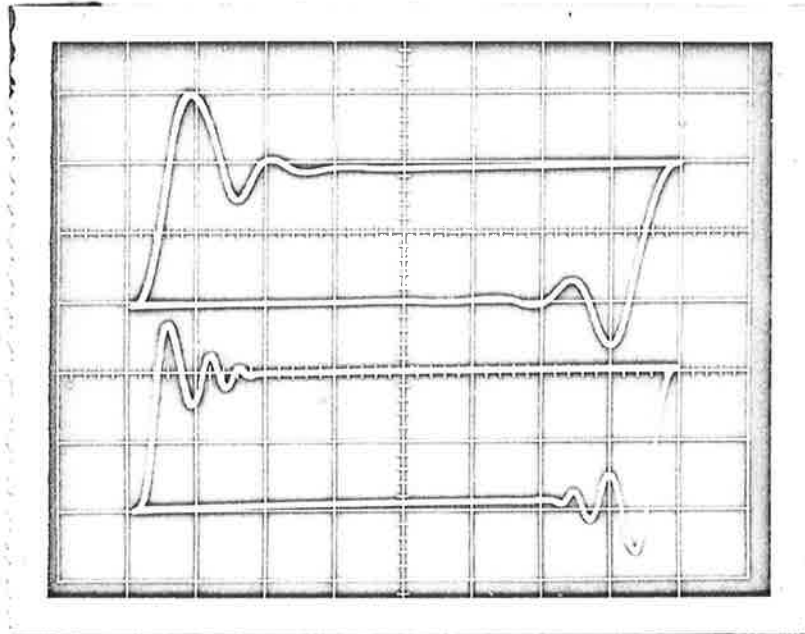


Foto 20 - Överst: Stegsvär för system med accelerationsåterkoppling. $20V_{in}$ $\tau = 0.4$ sek.
Underst: Stegsvär för system med fasavancerande nät
 $20V_{in}$ $\tau = 0.25$ sek
 $2V/cm$ x-led 0.2 cps
 $2V/cm$ y-led

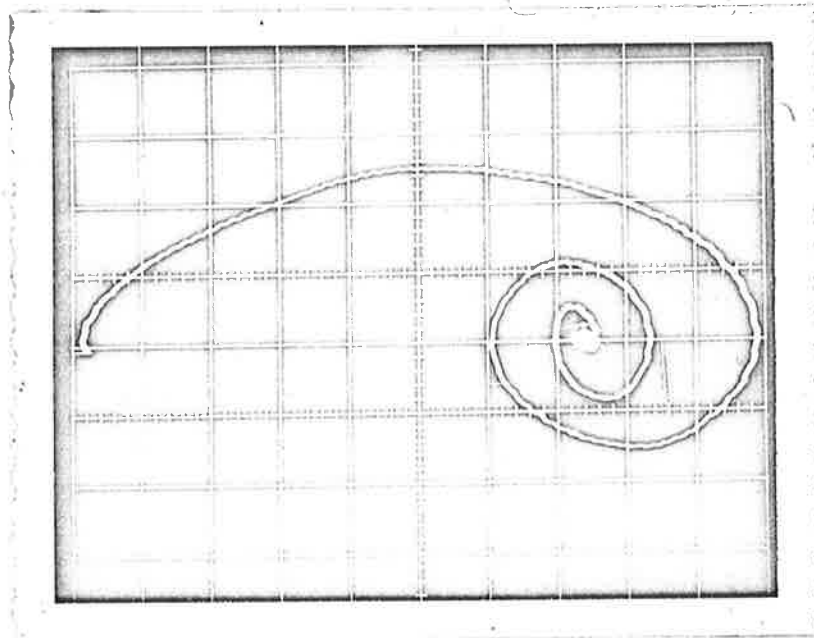


Foto 21 - Fasplan för system med fasavancerande nät $20 V_{in}$
 $5V/cm$ i x-led
 $20V/cm$ i y-led

1. Undersökning av det öppna systemets dynamik.

Det öppna systemets överföringsfunktion bestämdes med två metoder

- Frekvensanalys
- Stegsvansanalys.

Resultaten varo (inställningar!)

$$Y_1 =$$

$$Y_2 =$$

Desse utvärderades hastighetskonstant
genom direkt mätning. Då erhöles



Desse resultat gäller för fullt för
(pot K_e i kollen)

2. Undersökning av det slutna systemet

Det slutna systemets dynamik undersöktes med frekvensanalys och ~~och~~ stegsvansanalys för två parameter

A.

B.

Helhetsanalysen gav
resultat

M. (resurstyp)

Beräkna nu det öppna systemets dynamik enligt ()



Vid mätning på stegsvaret erhålls följande värden på amplitud

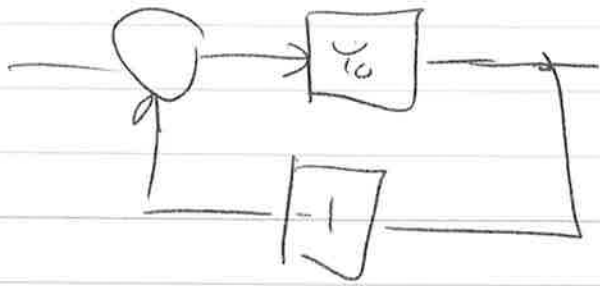
A 25,8 %

B 45,8 %

En teoretisk analys baserad på det öppna systemets dynamik gav

A

B



$$Y(s) = \frac{Y_0}{1 + Y_0} = \frac{K_v}{s(1+sT) \left(1 + \frac{K_v}{s(1+sT)}\right)}$$

$$= \frac{K_v}{K_v + s + s^2 T}$$

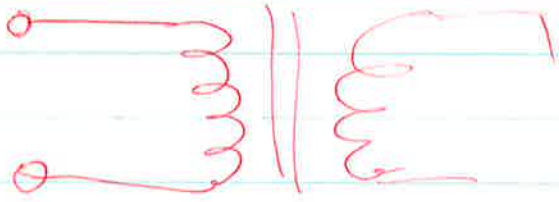
$$= \frac{K_v/T}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K_v}{T}} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{K_v}{T} = \frac{12}{0.15} = \frac{4 \cdot 20}{0.05 \cdot 20} = 80$$

$$2\zeta\omega_0 = \frac{1}{T}$$

$$\omega_0 = 9 \text{ rad/sec}$$

$$\zeta = \frac{1}{2\omega_0 T} = \frac{1}{2 \cdot 9 \cdot 0.15} = \frac{1}{2.7} = 0.37$$



o (ref)

Experiment med oljöst servosystem

Arbetet omfattar experiment och beräkningar på ett elo

Arbetet ska bestå i att genomföra en serie experiment med ett befintligt elektriska servosystem. Följande

~~experiment~~

Består av överförfunktioner för det ~~delar~~ öppna systemet. med problemlösning