

TFRT-5013

1967

Identifierring av linjär modell för en lättvatten kokareaktor

Examensarbete i Regleringsteknik

Claes Wallentinson

## 1. Inledning.

För att kunna styra en atomreaktor måste sambanden mellan in- och utstorheterna vara kända. I detta examensarbete göres ett försök att med hjälp av minsta kvadrat metoden bestämma ett par i detta sammanhang intressanta samband.

De samband, som råder mellan de undersökta in- och utstorheterna i reaktorn är olinjära. I detta arbete utvecklas ett ALGOL-program, som ur ett antal observationer av in- och utstorheterna, ger en linjär samplad approximation till dessa olinjära samband. Vid användning av programmet erhålles som resultat ett antal samband av olika ordningstal. För att kunna bestämma modellens ordningstal beräknas för varje systemordning en förlustfunktion. Vidare används statistisk hypotesprövning ty det visar sig att den klassiska F-testen är giltig i detta fall. För att få en uppfattning om de erhållna koeficienternas noggrannhet tillämpas kända statistiska metoder för att bestämma deras standardavvikelse.

I kap. 2 ges en kort presentation av de metoder, som kommer till användning vid reglering av en atomreaktor. I kap. 3 formuleras problemet och i kap. 4 löses det med minsta kvadrat metoden. Kap. 5 innehåller identifieringsprogrammet skrivet i ALGOL avpassad till ASEA:s datamaskin GE-625.

Eftersom programmet ursprungligen skrevs för datamaskinen i Lund (SMIL), som har ett betydligt mindre kärnminne är GE-625, är det ALGOL-program, som presenteras i kap. 5, ej det ur alla synpunkter bästa. Bl. a. är beräkningen av förlustfunktionen ej bra. I appendix är samma program ändrat så att denna svaghet hos programmet är eliminerad.

Kap. 6 visar resultatet av en körning med ett testexempel. I kap. 7 har identifieringsprogrammet använts på reaktormodellen och resultatet av detta redovisas och en sammanfattning ges. I kap. 8 räknas de i kap. 7 erhållna samplade överföringsfunktionerna om till kontinuerlig form.

## 2. ALLMÄNT OM ATOMREAKTORN OCH DESS REGLERING

Det aktuella atomkraftverket skall avge en elektrisk effekt på 400 MW och reaktorn är en lättvattenkokare ( BWR = Boiling Water Reactor ) med direktcykel, vilket innebär att den producerade ångan leds direkt till turbinen utan mellanliggande värmeväxlare.

En förenklad bild av atomreaktorn visas på nästa sida och i denna figur är även utsatt de i detta arbete intressanta storheterna.

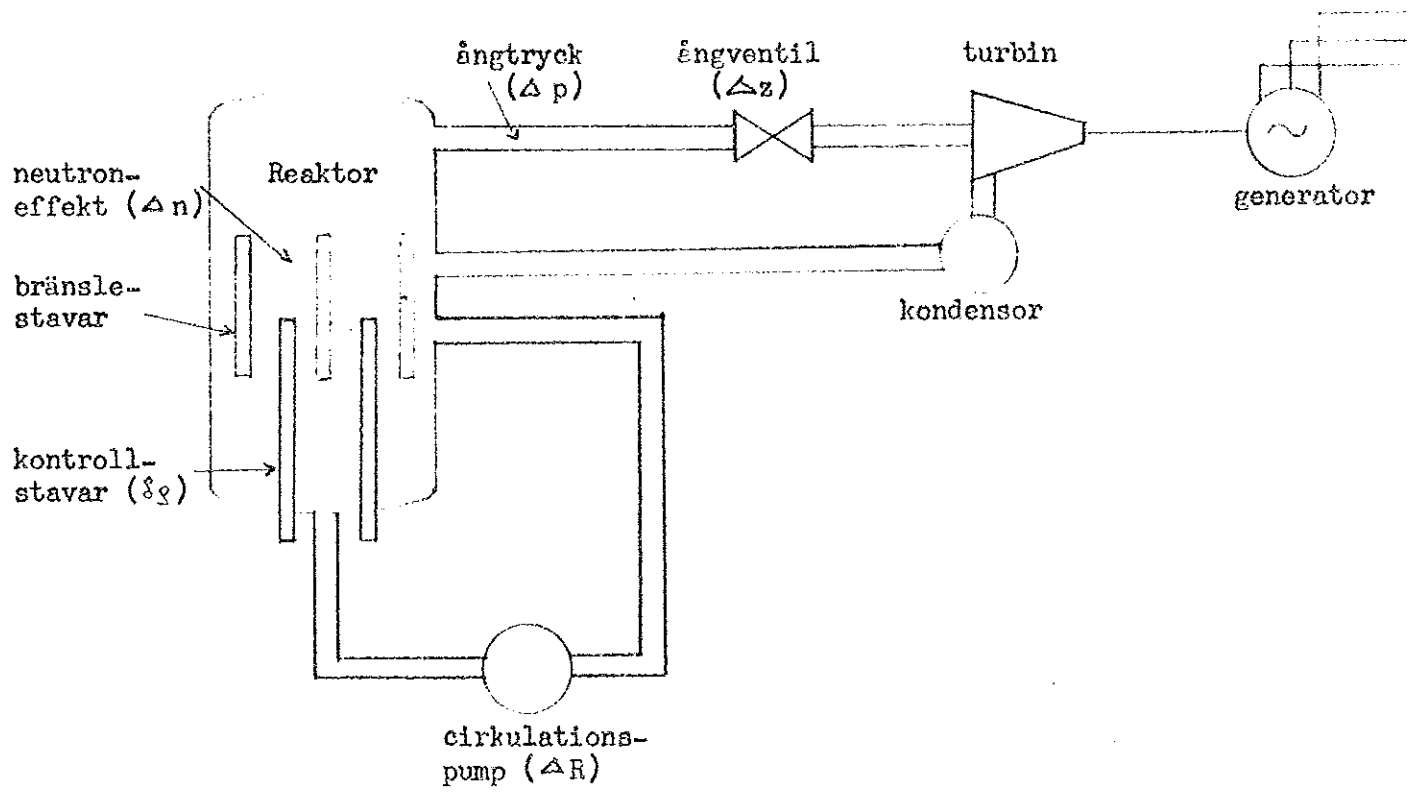
Att reglera den från en atomkraftstation utmatade effekten kan sägas vara ekvivalent med att reglera neutronflödesnivån i reaktorn. Detta emedan en konstant elektrisk uteffekt svarar mot konstant ångproduktion och termisk effekt i reaktorn. Den termiska reaktoreffekten är direkt proportionell mot neutronflödet, vilket förklarar ovanstående påstående. Den centrala roll som därmed intas av neutronflödet motiverar en kort genomgång av neutronbalansen i reaktorhärden.

Varje fission frigör två eller tre nya neutroner med hög energi. Neutronerna förbrukas huvudsakligen enligt följande:

1. Snabba neutroner absorberas i konstruktionsmaterial
2. Snabba neutroner läcker ur härden
3. Neutronläckage under moderering
4. Termiska neutroner absorberade i konstruktionsmaterial
5. Termiska neutroner absorberade av icke fissionabla delar av bränslet
6. Termiskt neutronläckage
7. Termiska neutroner absorberade i styrstavar

Vid jämvikt innebär detta, att den nonproduktiva förbrukningen av neutroner anpassas, så att varje fission ger upphov till en och endast en ny fission.

Neutronflödesreglering med hjälp av styrstavar är grunden för många reaktorers effektkontroll. Styrtavarnas uppgift är därvid dels att hålla en viss effektnivå i härden dels att under driftåret kompensera för bränslets utbränning. Genom att föra in styrstavar i reaktorn erhålles en negativ påverkan av neutronekonomin. Detta leder till en minskad



Principbild av atomkraftverket med de i detta arbete intressanta storheterna utsatta.

effekt och om inga andra fenomen uppträder slocknar reaktorn.

I en BWR finns emellertid interna återkopplingar i härden, som påverkar neutronflödet, nämligen förändrade egenskaper hos moderatoren och bränslet. Kylningen av härdens bränsleelement sker med vatten, som bringas till kokning. Moderatoren kommer följaktligen att bestå av en blandning av ångblåsor och vatten. När effekten minskas genom införandet av styrstavar, minskar också moderatorns ånginnehåll och dess modereringseffektivitet ökar. Detta motverkar effektminskningen, emedan färre neutroner läcker ut ur härden och därmed fler når termiska energiområdet med ökad sannolikhet att ge upphov till en ny fission. En stabilisering av effekten på en nivå under utgångseffekten erhålles. En ökning av reaktorns effekt genom att dra ut en styrstav ger på motsvarande sätt en ökning av moderatorns ånginnehåll, ett ökat neutronläckage och en stabilisering av effekten på en nivå högre än utgångsläget.

Följaktligen kan effekten i en BWR påverkas dels genom styrstavsrörelser, dels genom ändringar i moderatorns tillstånd.

Den beskrivna återkopplingen från ånginnehåll i härden till effekt bidrar till kokreaktorns självstabilisering. En ökning av effekten på grund av en tillfällig störning ger ett ökat ånginnehåll och sämre moderering, vilket återför effekten till utgångsläget.

Moderatorn i en BWR kan påverkas utifrån via trycket i reaktorn eller kylflödet genom härden.

En ökning av trycket ger momentant en minskning av ångblåsornas storlek och leder dessutom så småningom till ett minskat ånginnehåll på grund av ökad underkylning. Den momentana minskningen av ångblåsornas storlek ger ökad effektivitet åt moderatoren och en i det närmaste momentan ökning av neutronflödet. En sänkning av trycket ger analogt större ångblåsor, sämre moderering och en minskad effekt.

Ett minskat kylflöde ger ökad kokning, emedan värmefflöde till kylmedlet i första ögonblicket är oförändrat. Detta leder till sämre moderering och därmed minskad effekt. Ett nytt jämviktsläge erhålles, när kombina-

tionen av det ändrade kylflödet och värmeflödet till kylmedlet balanserar varandra. Ett ökat kylflöde ger på motsvarande sätt en ökad effekt.

Effektreglering genom ändring av kylflödesmängden används i de flesta kokarreaktorer som är i drift och under uppförande.

Det bästa sättet att hålla reaktortrycket konstant under effekt drift är att låta trycket styra turbinens pådragsventil. Detta innebär, att turbinen tar den ånga som reaktorn producerat på så sätt att reaktortrycket hålles vid önskat värde. Alla order om ändrad stationseffekt passerar via reaktorn. Effektändringsorder verkställs manuellt eller automatiskt genom kylflödesreglering alternativt manuellt genom ändrade styrstavslägen.

### 3. Formulering av problemet.

Betrakta ett tidsdiskret dynamiskt system med en utsignal och  $(p-1)$  insignaler, vars insignal-utsignalrelation beskrives av ekv.

$$u_1(t) = B_1(z^{-1}) u_1(t) + B_2(z^{-1}) u_2(t) + \dots + B_p(z^{-1}) u_p(t) + \lambda C(z^{-1}) e(t) \quad (3.1)$$

$u_1(t)$  betecknar utsignalen medan  $u_j(t)$   $j=2,3, \dots, p$  betecknar insignalerna,  $e(t)$  betecknar en följd av oberoende störningar  $N(0,1)$ .

Då  $e(t)$  tillhör  $N(0,1)$  kan  $\lambda$  tolkas som feltermernas (störningarnas) standardavvikelse.

$z$  betecknar skiftoperatören.  $zx(t) = x(t+1)$

$B_1(z), B_2(z), \dots, B_p(z)$  och  $C(z)$  är polynom.

$$B_1(z) = b_{11}z + b_{12}z^2 + \dots + b_{1n}z^n \quad (3.2)$$

$$B_j(z) = b_{j0} + b_{j1}z + \dots + b_{jn}z^n \quad j=2,3,\dots,p \quad (3.3)$$

$$C(z) = 1 + c_1z + \dots + c_nz^n \quad (3.4)$$

I detta arbete skall systemmodellen

$$u_1(t) = \sum_{j=1}^p B_j(z^{-1}) u_j(t) + \lambda e(t) \quad (3.5)$$

som är ett specialfall av (3.1) behandlas.

För att förenkla beräkningarna gör vi den inskränkningen att sätta

koefficienterna  $b_{j0}=0; j=2,3,\dots,p$ . Detta innebär att vi i modellen

(3.5) inte räknat med möjligheten att insignalerna vid en viss tidpunkt

kan påverka systemets utsignal vid samma tidpunkt. Vid snabba fysikaliska

system måste dock även  $b_{j0}$  bestämmas, se ref. (2).

Problemet är nu att, utgående från en given sekvens indata

$$u_2(t), u_3(t), \dots, u_p(t) \quad t=1,2,\dots$$

och observerade utdata

$$u_1(t) \quad t=1,2,\dots$$

uppskatta koeff. i polynomen

$$B_1, B_2, \dots, B_p$$

samt den lämpligaste ordningen  $n$  för systemet.



#### 4. Lösning av problemet.

I detta kapitel utvecklas den metod för bestämning av systemmodellen, på vilken identifieringsprogrammet bygger. I varje steg uppskattas med minsta-kvadratmetoden systemkoeff., deras varians samt förlustfunktionen Q. Systemordningen kan bestämmas genom signifikanstest av Q.

Härledning och geometrisk tolkning av minsta-kvadratmetoden kan studeras i ref. 2 eller 3.

Metoden, sådan den är utformad i ALGOL-programmet, börjar med den högsta systemordning man önskar undersöka och fortsätter sedan ned till den lägsta systemordning man vill undersöka. Denna metod har valts därför att övergång till en lägre systemordning sker på ett enkelt sätt genom vissa strykningar i de matriser, som erhållits vid närmast föregående beräkning, ( se kap. 4.1 ).

##### 4.1. Bestämning av modeller med avtagande ordningstal.

För en systemmodell av ordning n kan (3.5) uttryckas som:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= b_{11}u_1(t-1) + b_{12}u_1(t-2) + \dots + b_{1n}u_1(t-n) \\ &+ b_{21}u_2(t-1) + b_{22}u_2(t-2) + \dots + b_{2n}u_2(t-n) \\ &\vdots \\ &+ b_{p1}u_p(t-1) + b_{p2}u_p(t-2) + \dots + b_{pn}u_p(t-n) + \lambda e(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Utsignalen  $u_1(t)$  är alltså i varje tidpunkt t behäftad med det okända felet  $\lambda e(t)$ .

En följd av kända indata och observerade utdata ger då ett överbestämt ekvationssystem, som i matrisform får utseendet:

$$\begin{bmatrix} u_1(1) \\ u_1(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_1(N+1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} u_1(0) u_1(-1) \dots u_1(1-n) & u_2(0) u_2(-1) \dots u_2(1-n) & \dots & u_p(0) u_p(-1) \dots u_p(1-n) \\ u_1(1) u_1(0) \dots u_1(2-n) & u_2(1) u_2(0) \dots u_2(2-n) & \dots & u_p(1) u_p(0) \dots u_p(2-n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_1(N) u_1(N-1) \dots u_1(N-n+1) & u_2(N) u_2(N-1) \dots u_2(N-n+1) & \dots & u_p(N) u_p(N-1) \dots u_p(N-n+1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{1n} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{p1} \\ b_{p2} \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{pn} \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ e(N+1) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Här har vi alltså observerat samhörande in och utstorheter  $(N+1)$  ggr och det gäller att  $(N+1) > n$ .

För att få ett mer kompakt skrivsätt införes följande beteckningar.

$$U_1 = \begin{bmatrix} u_1(1) \\ \vdots \\ u_1(N+1) \end{bmatrix} \quad \text{av typ } (N+1)/1$$

$$K = \begin{bmatrix} b_{11} \\ \vdots \\ b_{1n} \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{p1} \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{pn} \end{bmatrix} \quad \text{av typ } p \cdot n/1$$

$$E = \begin{bmatrix} e(1) \\ \vdots \\ e(N+1) \end{bmatrix} \quad \text{av typ } (N+1)/1$$

$$X = \begin{bmatrix} u_1(0) u_1(-1) \dots u_1(1-n) & u_2(0) u_2(-1) \dots u_2(1-n) & \dots & u_p(0) u_p(-1) \dots u_p(1-n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_1(N) u_1(N-1) \dots u_1(N-n+1) & u_2(N) u_2(N-1) \dots u_2(N-n+1) & \dots & u_p(N) u_p(N-1) \dots u_p(N-n+1) \end{bmatrix}$$

av typ  $(N+1)/p \cdot n$

Ett mera kompakt skrivsätt för ekv. (4.2) är alltså:

$$U_1 = X \cdot K + E$$

Koefficientmatrisen K uppskattas med minsta-kvadratmetoden.

Enligt ref. 2 skall förlustfunktionen Q minimeras.

$$Q = (U_1 - X \cdot K)^T (U_1 - X \cdot K) = E^T E \quad (4.3)$$

Då Q minimeras med avseende på K erhålles:

$$Q_{\min} = U1^T(U1 - X \cdot K) \quad (4.4)$$

för

$$K = (X^T X)^{-1} X^T U1 \quad (4.5)$$

Vid beräkning av  $(X^T X)^{-1}$  bildas först  $X^T X$ . Det är emellertid ur minnes-ekonomisk synpunkt olämpligt att direkt multiplicera samman  $X^T$  och  $X$ , ty dessa är av typen  $p \cdot n / (N+1)$  resp.  $(N+1) / p \cdot n$  och  $N$  kan vara stort (i detta arbete upp till 390). En annan nackdel hos denna direkta metod är att om man senare vill utöka antalet datagrupper, måste man göra om hela beräkningen av  $X^T X$ . Nedan angives en metod, som är befriad från dessa nackdelar.

Skriv  $X$  på följande sätt:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_{(N+1)1} & x_{(N+1)2} & \dots & x_{(N+1)p} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Varje element i matrisen är en radvektor med  $n$  element t. ex.

$$x_{jk} = (u_k(j-1) \ u_k(j-2) \ \dots \ u_k(j-n)) \quad (4.7)$$

där  $j = 1, 2, \dots, (N+1)$

$k = 1, 2, \dots, p$

Med detta skrivsätt blir

$$X^T = \begin{bmatrix} x_{11}^T & x_{21}^T & \dots & x_{(N+1)1}^T \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_{1p}^T & x_{2p}^T & \dots & x_{(N+1)p}^T \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Härav fås genom hopmultiplicering

$$X^T X = \begin{bmatrix} \sum_{v=1}^{N+1} x_{v1}^T x_{v1} & \dots & \sum_{v=1}^{N+1} x_{v1}^T x_{vp} \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{v=1}^{N+1} x_{vp}^T x_{v1} & \dots & \sum_{v=1}^{N+1} x_{vp}^T x_{vp} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

elementet på plats  $(j,k)$  i  $X^T X$  är alltså

$$\sum_{v=1}^{N+1} x_{vj}^T x_{vk} \quad \text{där } j=1,2,\dots,p \\ k=1,2,\dots,p$$

Vi söker nu  $\sum_{v=1}^{N+1} x_{vj}^T x_{vk}$  uttryckt i de givna in- och utstorheterna.

Enligt (4.7) gäller

$$x_{vk} = (u_k(v-1) \ u_k(v-2) \ \dots \ u_k(v-n)) \quad \text{av typ } 1/n$$

och vi får då att

$$x_{vj}^T = \begin{bmatrix} u_j(v-1) \\ u_j(v-2) \\ \vdots \\ u_j(v-n) \end{bmatrix} \quad \text{av typ } n/1$$

Genom hopmultiplicering finner man den sökta summan uttryckt i kända storheter.

$$\sum_{v=1}^{N+1} x_{vj}^T x_{vk} = \begin{bmatrix} \sum_{v=1}^{N+1} u_j(v-1)u_k(v-1) & \dots & \sum_{v=1}^{N+1} u_j(v-1)u_k(v-n) \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{v=1}^{N+1} u_j(v-n)u_k(v-1) & \dots & \sum_{v=1}^{N+1} u_j(v-n)u_k(v-n) \end{bmatrix} \quad \text{av typ } n/n \quad (4.10)$$

Genom att placera in (4.10) på sin plats i (4.9) finner man att i  $p \cdot n / p \cdot n$  matrisen  $X^T X$  ges elementet på plats  $(j, k)$  av

$$X^T X(j, k) = \sum_{v=1}^{N+1} u_a(v-j+n(a-1)) \cdot u_b(v-k+n(b-1)) \quad (4.11)$$

där  $a = \text{entier}((j+n-1)/n)$

$b = \text{entier}((k+n-1)/n)$

(Enklaste sättet att inse detta är att kontrollera att det stämmer för några godtyckligt valda  $(j, k)$ ).

Man ser av formeln för elementens bildande att de beräknas rekursivt.

Vidare konstaterar man att  $X^T X$  är symmetrisk och positivt semidefinit.

Detta utnyttjas i den ALGOL-procedur, som bildar  $(X^T X)^{-1}$  ur  $X^T X$  (se kap. 5).

För att erhålla koefficientmatrisen  $K$  behövs förutom  $(X^T X)^{-1}$  även  $X^T U_1$ .

På samma sätt som vid beräkningen av  $X^T X$  finner man att  $X^T U_1$  blir en kolonnvektor med  $n \cdot p$  element, vilka erhålles genom följande formel

$$X^T U_1(j, l) = \sum_{v=1}^{L+1} u_c(v-j+n(c-1)) u_1(v) \quad (4.12)$$

där  $c = \text{entier}((j+n-1)/n)$ .

Det som återstår för att erhålla koefficientvektorn  $K$  är att multiplicera ihop matriserna  $(X^T X)^{-1}$  och  $X^T U_1$ , varvid man får koefficienterna till ett  $n$ te ordningens linjärt system.

För att finna koefficienterna i det linjära systemet av ordning  $(n-1)$  behöver man nu endast stryka de rader och kolonner i  $X^T X$  och  $X^T U_1$ , som innehåller element av typen  $u_1(t-n), u_2(t-n), \dots, u_p(t-n)$ . Vilka dessa rader och kolonner är finner man ur (4.11) och (4.12).

Exemplet på nästa sida visar vilka strykningar, som behöver göras, vid övergång från tredje till andra ordningens system, för det fall att  $p=4$  dvs 3 insignaler. Elementen i matriserna markeras med x (kryss).

xxx	xxx	xxx	xxx
xxx	xxx	xxx	xxx
<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>
xxx	xxx	xxx	xxx
xxx	xxx	xxx	xxx
<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>
xxx	xxx	xxx	xxx
xxx	xxx	xxx	xxx
<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>
xxx	xxx	xxx	xxx
xxx	xxx	xxx	xxx
<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>	<del>xxx</del>

$X^T X$  för fallet 3 insignaler och som 3:e ordningens system. De överstrukna elementen stryks vid övergång till 2:a ordningens system.

xx	xx	xx
<del>xx</del>	<del>xx</del>	<del>xx</del>
xx	xx	xx
<del>xx</del>	<del>xx</del>	<del>xx</del>
xx	xx	xx
<del>xx</del>	<del>xx</del>	<del>xx</del>
xx	xx	xx
<del>xx</del>	<del>xx</del>	<del>xx</del>

$X^T X$  för fallet 3 insignaler och som 2:a ordningens system. De överstrukna elementen stryks vid övergång till 1:a ordningens system.

x	x	x
x	x	x
x	x	x
x	x	x

$X^T X$  för fallet 3 insignaler och som 1:a ordningens system.

Helt i analogi med ovanstående figurer göres motsvarande strykningar i  $X^T U$  vid övergång från 3:e till 2:a systemordningen resp. från 2:a till 1:a ordningens system.

x
x
<del>x</del>
x
x
<del>x</del>
x
x
<del>x</del>
x
x
<del>x</del>

$X^T U$  för fallet 3 insignaler och som 3:e ordningens system.

x
<del>x</del>
x
<del>x</del>
x
<del>x</del>
x
<del>x</del>

$X^T U$  för fallet 3 insignaler och som 2:a ordningens system.

x
x
x
x

$X^T U$  för fallet 3 insignaler och som 1:a ordningens system.

När dessa strykningar gjorts finner man koefficienterna i det linjära system av ordning  $(n-1)$  genom att multiplicera det "nya"  $(X^T X)^{-1}$  med det "nya"  $X^T U$ . Vid övergång till ordningen  $(n-2)$  upprepas förförandet.

## 4.2 Bestämning av förlustfunktionen Q

Enligt kap. 4.1 kan förlustfunktionen Q skrivas på följande två sätt:

$$Q = (U1 - X K)^T (U1 - X K) = E^T E \quad (4.3)$$

$$Q = U1^T (U1 - X K) \quad (4.4)$$

Vid utvärdering av Q användes i ALGOL-programmet det senare uttrycket och Q bildades alltså som skillnaden mellan  $U1^T U1$  och  $U1^T X K$ . Detta sätt att bilda Q är emellertid mindre bra eftersom signifikans går förlorad då två stora, ungefär lika, tal subtraheras från varandra. En bättre, men mer minneskrävande, metod är att använda uttrycket (4.3) och bilda

Q som

$$Q = \sum_{t=1}^{k+1} e^2(t) \quad (4.13)$$

Denna ändring är införd i det förbättrade ALGOL-program, som återfinnes i appendix.

De förlustfunktioner, som redovisas längre fram i detta arbete, är i efterhand justerade med den bättre metoden. Denna justering av förlustfunktionerna har utförts i Lund med användande av systemkoefficienter, som erhöles vid tidigare beräkningar i Västerås. Emellertid har det vid dessa justeringar inträffat att förlustfunktionen blivit större för en högre systemordning än för en lägre. Detta kan ej inträffa enligt teorin ty med ett högre ordningstal kan man alltid anpassa den lineära approximationen på ett minst lika bra sätt som man kan med ett lägre ordningstal. Att sådana fel trots allt inträffat torde bero på, att de i efterhand använda koefficienterna haft för dålig noggrannhet.

De fel, som uppstått på detta sätt, är dock ej av ödeläggande karaktär, utan kan tolkas som en indikation på att någon förbättring av förlustfunktionen ej skett vid övergång till den högre systemordningen.

Vid användande av det förbättrade ALGOL-programmet torde fel av denna typ ej uppstå.



I ref. 2 anges en metod att bestämma systemkoefficienternas standardavvikelse. Här återges endast resultatet av denna metod.

Först göres en uppskattning  $\hat{\sigma}$  av feltermernas standardavvikelse  $\sigma$  på följande sätt:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{Q}{N - n \cdot p}}$$

Därefter erhålles systemkoefficienternas standardavvikelse genom att multiplicer kvadratroten av matrisen  $(X^T X)^{-1}$  diagonalelement med feltermernas standardavvikelse  $\hat{\sigma}$ .

Följande metod för bestämning av systemordningen  $n$  genom signifikanstest av förlustfunktionen  $Q$ , är också beskriven i ref. 2.

$Q_n$  = förlustfunktionens värde då systemet ordning är  $n$ .

$Q_{n+1}$  = förlustfunktionens värde då systemets ordning är  $n+1$ .

$\sigma^2$  = feltermernas varians.

$N$  = antalet datagrupper.

Det kan visas att kvoten  $F_n = \frac{(Q_n - Q_{n+1})/p}{Q_{n+1}/(N - p(n+1))}$  tillhör en F-för-

delning med  $p$  och  $N - p(n+1)$  frihetsgrader.

Om  $F_n < F_{\alpha}(p, N - p(n+1))$  har på  $100\alpha$  -procentnivån ingen signifikant sänkning av förlustfunktionen skett vid övergång till systemordningen  $n+1$ .

På denna nivå identifieras systemet då som ett  $n$ te ordningens system.

$F(p, N - p(n+1))$  konvergerar relativt snabbt mot det konstanta värdet  $F(p, \infty)$ , varför detta användes vid de tester, som utföres i kap. 7.

## 5. Programmering.

Uppbyggnaden av ALGOL-programmet för identifiering av systemmodellen

$$u_1(t) = \sum_{j=1}^p B_j(z^{-1}) u_j(t) + \lambda e(t)$$

följer helt teorin i kap. 4 och de förekommande kommentarerna underlättar läsningen av programmet.

Om programmet skall användas på ett annat material bör dock det i appendix återgivna, förbättrade programmet utnyttjas.

### 5.1. Inläsning.

Programmet är liksom datamaterialet stansat på hålkort. In och utmatningen är avpassade att passa till ASFA:s datamaskin GE-625.

Då programmet är färdigkompilerat, inläses data i följande ordning:

NMAX = högsta systemordning som undersökes.

NMIN = lägsta systemordning som undersökes.

ANTAL = (totala antalet datagrupper) - (NMAX + 1). Med en datagrupp menas de p talen  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ , . . .  $u_p(t)$ . Orsaken till att man måste minska totala antalet datagrupper med (NMAX + 1) är, att man behöver startvärden.

Y = antalet insignaler ( = (p+1) i kap. 4 ).

N = ( antal datagrupper ) - ( NMAX + 1 ), som man vill ha med vid första identifieringen, (  $N \leq \text{ANTAL}$  ). Programmet är uppbyggt så, att man kan göra en första identifiering med endast en del av datamaterialet som underlag. Detta kan vara användbart för det fall att man vill undersöka, om man får samma resultat, då man använder en del av datamaterialet, som då man använder hela.

Därefter inläses datagrupperna, som skall vara stansade i följande ordning.

$u_1, u_2, \dots, u_p$	1:a datagruppen
$u_1, u_2, \dots, u_p$	2:a datagruppen
$\vdots$	
$\vdots$	
$u_1, u_2, \dots, u_p$	(N+NMAX+1):a datagruppen

Efter dessa datagrupper stansas:

$$\text{ANTAL} = (\text{totala antalet datagrupper}) - (\text{NMAX} + 1). \quad (5.1)$$

Härefter följer nya datagrupper

$$\begin{array}{ll} u_1, u_2, \dots, u_p & (\text{NMAX} + \text{N} + 2): \text{a datagruppern} \\ u_1, u_2, \dots, u_p & (\text{NMAX} + \text{N} + 3): \text{e datagruppern} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ u_1, u_2, \dots, u_p & (\text{ANTAL} + \text{NMAX} + 1): \text{a datagruppern} \end{array}$$

Sist stansas 0, som gör att programmet stannar.

Om så önskas kan man göra flera delidentifieringar, som endast utnyttjar delar av datamaterialet. I så fall ersättes vid (5.1) ANTAL med ett nytt N.

## 5.2. Utmatning.

Utskriften sker på radskrivare och den text, som skrivs ut tillsammans med resultatet, gör att utskriften blir lättläst. Utskriften följer nedanstående disposition.

1. Antalet datagrupper, som identifieringen bygger på.
2. Systemordningen, börjar med den högsta och går nedåt.
3. Matrisen  $X^T X$ .
4. Pivotelement och maxnormer, som använts vid inverteringen av  $X^T X$ .
5. Matrisen  $(X^T X)^{-1}$ .
6. Systemkoefficienterna i följande ordning:  
$$\begin{array}{llll} b_{11}, & b_{12}, & \dots & b_{1n} \\ b_{21}, & b_{22}, & \dots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ b_{p1}, & b_{p2}, & \dots & b_{pn} \end{array}$$
7. Förlustfunktionen Q.
8. Testkvantiteten  $F_n$ .

9. Feltermernas standardavvikelse  $\sigma$ .

10. Systemkoefficienternas standardavvikelse, utskriven i samma ordning som systemkoefficienterna.

Därefter fortsätter utskrivningen av närmast lägre systemordning enligt samma mönster som ovan. Vid högsta systemordningen kan givetvis ej någon testkvantitet uträknas, då ju testkvantiteten är ett mått på den förbättring, som erhålles vid övergång till närmast högre systemordning.

```

'BEGIN' 'INTEGER' NMAX, NMIN, ANTAL, Y, Z;
INPUT4(5, "\, NMAX, NMIN, ANTAL, Y); Z:=Y+1;
'BEGIN' 'INTEGER' B, C, J, I, L, M, N, P, V, D;
'REAL' U1TU1, STAV, STAVK; EXTRA;
'ARRAY' XTXS, XTX, XTXI(1:(Y+1)*NMAX, 1:(Y+1)*NMAX),
U(1:Y+1, 1-NMAX:ANTAL+1), K, XTU1S, XTU1(1:Z*NMAX, 1:1),
F, G(1:NMAX+1), U1TX(1:1, 1:Z*NMAX), U1TXK(1:1, 1:1);
  'PROCEDURE' NORM(A, N1, N2, S);
    'INTEGER' N1, N2;
    'REAL' S;
    'ARRAY' A;
'BEGIN' 'INTEGER' I, J; 'REAL' R, S1;
S:=S1:=0;
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N2 'DO'
'BEGIN' R:=0; 'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL'
  N1 'DO'
  R:=R+ABS(A(I, J)); 'IF' R 'GR' S1 'THEN'
  S1:=R;
'END';
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N1 'DO'
'BEGIN' R:=0; 'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL'
  N2 'DO'
  R:=R+ABS(A(I, J));
  'IF' R 'GR' S 'THEN' S:=R;
'END';
'IF' S 'GR' S1 'THEN' S:=S1;
SLUT PA NORM;
'PROCEDURE' INVPD(T, N, FAIL);
'COMMENT' PROCEDUREN INVERTERAR EN SYMMETRISK POS DEF.
  MATRIS T AV ORDNING N, T OCH DESS INVERS SKRIVS UT;
'VALUE' N;
'ARRAY' T;
'INTEGER' N;
'LABEL' FAIL;
'BEGIN' 'INTEGER' I, J, K;
'ARRAY' V(1:Z*NMAX);
'REAL' Y, PIVOT, R;
OUTPUT0(6, "/MATRISEN XTX \/\);
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
'BEGIN' OUTPUT0(6, "/\);
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
  OUTPUT1(6, "-5ZD\, T(J, K));
'END';
'FOR' K:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N-1 'DO'
'BEGIN' 'IF' T(1, 1) 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' SINGULAR;
  PIVOT:=1/T(1, 1); NORM(T, N, N, R);
  OUTPUT0(6, "/PIVOTELEMENT 'EQ' \);
  OUTPUT1(6, "-ZZD.10D\, PIVOT);
  OUTPUT0(6, "/MAXNORM 'EQ' \);
  OUTPUT1(6, "-5ZD.4D\, R);
  OUTPUT0(6, "/\);
  'FOR' I:=2 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'

```

```

V(I-1):=T(1,I) ;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N-1 'DO'
'BEGIN'
T(I,N):=Y:= -V(I)*PIVOT ;
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL'
N-1 'DO' T(I,J):=T(I+1,J+1)+V(J)*Y
'END' ;
T(N,N):= -PIVOT
'END' ;

'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
T(I,J):=T(J,I):= -T(I,J) ;
'GOTO' SLUT J
SINGULAR: OUTPUT(67,"MATRISEN EJ POSITIVT DEFINIT\\") ;
'GOTO' FAIL ;
SLUT ;
OUTPUT(67,"MATRISEN XTXI \\") ;
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
'BEGIN'
OUTPUT(67,"\\") ;
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
OUTPUT(67,"=5ZD.3D\\,T(J,K))
'END'
'END'

SLUT PÅ INUPD ;
'PROCEDURE' MPROD(M,N,P,M1,N1,P1) ;
'COMMENT' MATRISMULT. AV EN M1/N1 OCH EN N1/P1 MATRIS,
RESULTATET I P ;
'VALUE' M1, N1, P1 ; 'INTEGER' M1, N1, P1 ;
'ARRAY' M#N,P ;
'BEGIN'
'REAL' S ; 'INTEGER' I,J,R ;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' M1 'DO'
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P1 'DO'
'BEGIN'
S:=0 ; 'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL'
N1 'DO'
S:=S+M(I,R)*N(R,J) ; P(I,J):=S ;
'END'
'END' ;
INPUT(5,"\\,N); U1TU1:=0 ;
'FOR' J:=NMIN 'STEP' 1 'UNTIL'
NMAX 'DO' Q(J):=0 ;
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' Z*NMAX 'DO'
'BEGIN'
XTU1S(J,1):=0 ;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL'
Z*NMAX 'DO' XTXS(J,I):=0
'END' ;
DI:=1-NMAX ; O:=1 ;
DATA: 'FOR' L:=D 'STEP' 1 'UNTIL' N+1 'DO'
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' Z 'DO' INPUT(5,"\\,U(J,L)) ;
'COMMENT' INLXSNING AV DATAGRUPPERNA ;
B:=NMAX+1 ;
OUTPUT(67,"//ANTAL DATAGRUPPER 'EQ' \\") ;
OUTPUT(67,"=ZZZD\\,N+1+NMAX) ;
OUTPUT(67,"\\) ;
'FOR' J:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N+1 'DO'
U1TU1:=U1TU1+U(1,J)*U(1,J) ;
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' Z*NMAX 'DO'

```

```

'FOR' V:=C 'STEP' 1 'UNTIL' N+1 'DO'
'BEGIN'
P:=ENTIER((J+NMAX-1)/NMAX) ;
XTU1S(J,1):=XTU1S(J,1)+U(P,V-J+NMAX*(P-1))*U(1,V) ;
'END' ;
'FOR' JI=1 'STEP' 1 'UNTIL'
Z*NMAX 'DO'
'FOR' I:=A 'STEP' 1 'UNTIL'
Z*NMAX 'DO'
'FOR' VI=C 'STEP' 1 'UNTIL' N+1 'DO'
'BEGIN'
P:=ENTIER((J+NMAX-1)/NMAX) ;
LI:=ENTIER((I+NMAX-1)/NMAX) ;
XTXS(J,I):=XTXS(J,I)+U(P,V-J+NMAX*(P-1))*U(L,V-I+NMAX*(L-1)) ;
'END' ;
'FOR' JI=1 'STEP' 1 'UNTIL'
Z*NMAX 'DO'
'BEGIN'
XTU1(J,1):=XTU1S(J,1) ;
'FOR' II=1 'STEP' 1 'UNTIL'
Z*NMAX 'DO'
'BEGIN'
XTX(J,I):=XTXS(J,I) ;
XTXI(J,I):=XTXS(J,I) ;
'END'
'END'
XTXI BLIR SEDAN I PROCEDUREN INVPD DEN INVERTERADE
MATRISEN TILL XTX ;
L2:
B:=B-1 ;
OUTPUT0(67/"SYSTEMORDNING 'EQ' \\\) ;
OUTPUT1(67"-D\,B) ;
INVPD(XTXI, Z*B,L3) ;
'FOR' JI=1 'STEP' 1 'UNTIL'
B*B 'DO' U1TX(1,J):=XTU1(J,1) ;
'COMMENT' DENNA MATRIS BEHOVS SEDAN FÖR BERÄKNING AV Q ;
MPROD(XTXI,XTU1,K,Z*B,Z*B,1) ;
OUTPUT0(67/"SYSTEMKOEFFICIENTER\)\) ;
'FOR' JI=1 'STEP' 1 'UNTIL' Z*B 'DO'
'BEGIN'
OUTPUT1(67"-4ZD.5D\,K(J,1)) ;
OUTPUT0(67"/\)\) ;
'END'
NU BÖRJAR BERÄKNING AV Q ;
MPROD(U1TX,K,U1TXK,1,Z*B,1) ;
Q(B):=U1TU1-U1TXK(1,1) ;
OUTPUT0(67/"FÖRLUSTFUNKTIONEN Q 'EQ' \\\) ;
OUTPUT1(67"-4ZD.5D\,Q(B)) ;
OUTPUT0(67"/\)\) ;
'COMMENT' BERÄKNING AV TESTKVANTITET ;
'IF' B 'IS' NMAX 'AND' Q(B+1) 'NO' 0 'THEN'
'BEGIN'
F(B):=(N-Z*(B+1))*(Q(B)-Q(B+1))/Z/Q(B+1) ;
OUTPUT0(67/"TESTKVANTITETEN F 'EQ' \\\) ;
OUTPUT1(67"-3ZD.5D\,F(B)) ;
'END'
NU BÖRJAR BERÄKNING AV STANDARD AVVIKELSEN ;
STAV:=SQRT(ABS(Q(B)/(N-Z*B))) ;
OUTPUT0(67/"STANDARD AVVIKELSEN 'EQ' \\\) ;
OUTPUT1(67"-3DZ.5D\,STAV) ;
OUTPUT0(67/"SYSTEMKOEFFICIENTERNAS STANDARD AVVIKELSE 'EQ'
\\)\) ;

```

```

'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' Z*B 'DO'
'BEGIN' STAVK:=STAV*SQRT(ABS(CTXI(J,J))) ;
        OUTPUT1(6,"-4ZD.5D",STAVK) ;
        OUTPUT0(6,"/\") ;
'END' ;
L3:    'IF' B 'LE' NMIN 'THEN' 'GOTO' NYTT N ;
        'COMMENT' NU GBRES Z*B MATRISEN CTX OM TILL EN Z*(B-1)MATRIS;
        P:=0 ;
        'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL'
        Z*B-1 'DO'
        'IF' J 'NO' B 'AND' J 'NO' 2*B 'AND' J 'NO' 3*B
'AND' J 'NO' 4*B 'AND' J 'NO' 5*B 'AND' J 'NO' 6*B 'AND' J 'NO' 7*B
'THEN'
'BEGIN' L:=0 ;
        P:=P+1 ;
        XTU1(P,1):=XTU1(J,1) ;
        'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' Z*B-1 'DO'
        'IF' I 'NO' B 'AND' I 'NO' 2*B
        'AND' I 'NO' 3*B 'AND' I 'NO' 4*B 'AND' I 'NO' 5*B 'AND' I
'NO' 6*B 'AND' I 'NO' 7*B 'THEN'
'BEGIN' L:=L+1 ;
        CTX(P,L):=CTX(J,I) ;
        CTXI(P,L):=CTX(P,L) ;
'END' ;
'END' ; 'GOTO' L2 ;
NYTTN: D:=C:=N+2 ;
        INPUT1(5,"",N) ;
        'IF' N 'EQ' 0 'THEN' 'GOTO' STOP
        'ELSE' 'GOTO' DATA ;
STOP ;
'END' 'END' PROGRAM

```



## 6. Testexempel.

För att kontrollera ALGOL-programmets riktighet har det testats på ett lineärt system vars koef. är kända. Som testexempel har valts systemet

$$u_1(t) = 1.5u_1(t-1) - 0.7u_1(t-2) + u_2(t-2) + u_3(t-1) + u_4(t-1) + 0.5u_4(t-2) \quad (6.1)$$

dvs ett andra ordningens system med tre insignaler.

Insignalerna  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$  och  $u_4(t)$  har utgjorts av oberoende rektangelfördelade slumpstal (0,1). Med hjälp av (6.1) har motsvarande värde på  $u_1(t)$  beräknats, så att 50 datagrupper erhållits.

Vid användning av identifieringsprogrammet på detta material identifierades systemet som ett andra ordningens system med nedanstående koef. Det spridningsmått, som anges efter koef. är resp. systemkoefficients standardavvikelse.

$$b_{11} = 1.49998 \pm 0.00394$$

$$b_{12} = -0.69998 \pm 0.00369$$

$$b_{21} = 0.00008 \pm 0.00892$$

$$b_{22} = 1.00006 \pm 0.00861$$

$$b_{31} = 0.99984 \pm 0.00847$$

$$b_{32} = 0.00019 \pm 0.00985$$

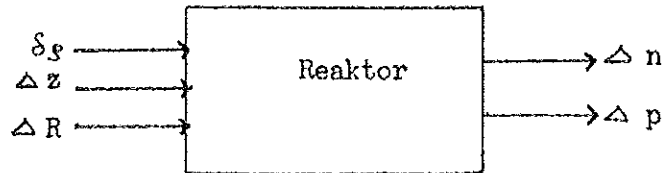
$$b_{41} = 0.99984 \pm 0.00801$$

$$b_{42} = 0.50012 \pm 0.00909$$

Som synes erhålles en god överensstämmelse med det givna systemet, vilket är en god indikation på programmets riktighet.

## 7. Användning av identifieringsprogrammet på den olinjära reaktormodellen.

Den i kap. 2 visade figuren över atomreaktorn kan förenklas till nedanstående "black box".



I denna figur är de i detta arbete intressanta storheterna isolerade, nämligen instorheterna

$\delta \rho$  = reaktiviteten

$\Delta z$  = ändringen av ångventilinställningen

$\Delta R$  = ändringen av cirkulationspumpens varvtal

och utstorheterna

$\Delta n$  = ändringen av neutroneffekten

$\Delta p$  = ändringen av ångtrycket

För att erhålla material till identifieringarna har atomreaktorn simulerats på datamaskin. Denna simulering har utförts av ASEA. Simuleringarna har pågått en tid motsvarande 35 - 40 sek. ( något olika i de skilda fallen ) för atomreaktorn. Med ett samplingsintervall på 0.1 sek. erhålles alltså 350 - 400 datagrupper. Resultatet av simuleringarna återfinns dels i tabellform och dels i form av diagram i appendix. Diagrammen omfattar dock endast tiden 0 - 25 sek..

Fyra simuleringar har gjorts, vardera en där endast en av de tre instorheterna varierats medan de andra två hålls konstanta samt en där samtliga tre instorheter varierar. Vid varje simulering observerades hur de båda utsignalerna varierar dvs man får underlag för totalt åtta identifieringar.

I avsnitt 7.1 presenteras resultaten av identifieringarna med en insignal, i 7.2 resultaten av identifieringarna med tre insignaler och i avsnitt 7.3 jämföres dessa resultat och en sammanfattning ges.

Beteckningsättet  $u_j(t-n)$  har behållits och här står nu  $n$  för  $n$  samplingsintervall eller  $0.1 \cdot n$  sek..

### 7.1. Resultat av identifieringar enligt modellen en insignal en utsignal.

I detta avsnitt identifieras ett system med en utsignal  $u_1(t)$  och en insignal  $u_2(t)$ , dvs systemmodellen är

$$u_1(t) = b_{11}u_1(t-1) + b_{12}u_1(t-2) + \dots + b_{1n}u_1(t-n) + b_{21}u_2(t-1) + b_{22}u_2(t-2) + \dots + b_{2n}u_2(t-n) + \lambda e(t) \quad (7.1)$$

och vi söker koefficienterna  $b_{jk}$  och den lämpligaste systemordningen. På de följande sidorna redovisas resultatet av de olika identifieringarna i tabeller innehållande de skattade koefficienterna, deras standardavvikelse, förlustfunktionen  $Q$  och testkvantiteten  $F$ . De i tabellhuvudet angivna  $b_{1j}$  och  $b_{2j}$  hänför sig till systemmodellen (7.1), där alltså  $b_{1j}$  svarar mot utsignalen och  $b_{2j}$  mot insignalen. Samtliga identifieringar har gjorts tom. 7:e ordningen, men här redovisas endast de vid varje identifiering intressanta systemordningarna.

## Identifiering 1

Insignal  $\delta_S$

Utsignal  $\Delta_n$

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	0.842 $\pm$ 0.020	0.013 $\pm$ 0.002	164	3029
n=2	1.010 $\pm$ 0.013	0.116 $\pm$ 0.002	9.1	15.6
	-0.042 $\pm$ 0.012	-0.116 $\pm$ 0.002		
n=3	0.698 $\pm$ 0.074	0.122 $\pm$ 0.002	8.4	6.5
	0.313 $\pm$ 0.076	-0.086 $\pm$ 0.007		
	-0.052 $\pm$ 0.012	-0.036 $\pm$ 0.009		
n=4	0.642 $\pm$ 0.080	0.123 $\pm$ 0.002	8.1	4.0
	0.358 $\pm$ 0.090	-0.081 $\pm$ 0.009		
	-0.004 $\pm$ 0.080	-0.042 $\pm$ 0.010		
	-0.044 $\pm$ 0.010	-0.000 $\pm$ 0.009		
n=5	0.603 $\pm$ 0.080	0.123 $\pm$ 0.002	7.94	3.6
	0.383 $\pm$ 0.090	-0.076 $\pm$ 0.009		
	0.110 $\pm$ 0.090	-0.048 $\pm$ 0.010		
	-0.120 $\pm$ 0.080	-0.012 $\pm$ 0.010		
	-0.026 $\pm$ 0.010	0.013 $\pm$ 0.009		
n=6	0.571 $\pm$ 0.080	0.124 $\pm$ 0.002	7.78	0.34
	0.378 $\pm$ 0.090	-0.073 $\pm$ 0.009		
	0.167 $\pm$ 0.100	-0.048 $\pm$ 0.010		
	0.016 $\pm$ 0.090	-0.022 $\pm$ 0.010		
	-0.170 $\pm$ 0.080	-0.001 $\pm$ 0.010		
	-0.014 $\pm$ 0.010	0.019 $\pm$ 0.009		

### Kommentarer:

På 5% nivån gäller att  $F(2, \infty) = 3.00$ , dvs om man enbart ser till testkvantiteten F, blir resultatet av identifieringen ett 6:e ordningens system ( $0.34 \leq 3$ ). Följande resonemang ger dock ett annat resultat. Vid jämförelse mellan koefficienterna  $b_{1j}$ 's standardavvikelse finner man en markant försämring av denna vid övergång från 2:a till 3:e ordningens system. För att undersöka dessa två systemordningar närmre skrivs överföringsfunktionerna ut varvid erhålles.

$$\Delta n_2 = \frac{0.116z - 0.116}{z^2 - 1.01z + 0.042} \delta_S$$

$$\Delta n_3 = \frac{0.122z^2 - 0.086z - 0.036}{z^3 - 0.698z^2 - 0.313z + 0.052} \delta_S$$

(index på  $\Delta n$  anger systemordningen)

Man finner härur att  $\Delta n_2$  kan skrivas på följande sätt:

$$\frac{0.116z - 0.116}{z^2 - 1.01z + 0.04} \cdot \frac{z + 0.31}{z + 0.31} = \frac{0.116z^2 - 0.08z - 0.036}{z^2 - 0.70z^2 - 0.27z + 0.013} = \frac{\Delta n_3}{\delta_S}$$

Alltså har 3:e ordningens systemet uppstått ur 2:a ordningens systemet genom förlängning med faktorn  $(z+0.31)$ .

Vid undersökning av  $\Delta n_2$  finner man att även denna överföringsfunktion innehåller en gemensam faktor i nämnare och täljare ty

$$\frac{0.116z - 0.116}{z^2 - 1.01z + 0.043} = \frac{0.116}{z - 0.01} \cdot \frac{z - 1}{z - 1}$$

Faktorn  $(z-1)$  höjer skenbart systemordningen till 2.

På grund av dessa argument har systemet identifierats som ett 1:a ordningens system

$$\Delta n_1 = \frac{0.116}{z - 0.01} \quad \text{sg}$$

## Identifiering 2

Insignal  $\Delta z$

Utsignal  $\Delta n$

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	$0.992 \pm 0.008$	$-0.015 \pm 0.055$	81.4	6755
n=2	$1.878 \pm 0.009$ $-0.879 \pm 0.009$	$-21.607 \pm 0.35$ $21.608 \pm 0.35$	2.11	77
n=3	$1.349 \pm 0.044$ $0.137 \pm 0.082$ $-0.487 \pm 0.039$	$-21.680 \pm 0.30$ $10.603 \pm 1.00$ $11.081 \pm 1.00$	1.47	2.73
n=4	$1.279 \pm 0.053$ $0.153 \pm 0.085$ $-0.325 \pm 0.085$ $-0.109 \pm 0.048$	$-21.718 \pm 0.29$ $9.117 \pm 1.20$ $10.380 \pm 1.20$ $2.229 \pm 1.20$	1.45	-0.54

### Kommentarer:

Identifiering med hjälp av testkvantiteten F ger på 5% nivån ett 3:e ordningens system. Vid övergång från 2:a till 3:e ordningen försämras dock standardavvikelsen och vidare kan  $\Delta n_3$  erhållas ur  $\Delta n_2$  genom förlängning, vilket framgår av nedanstående.

$$\Delta n_2 = \frac{-21.61z + 21.61}{z^2 - 1.88z + 0.88} \Delta z$$

$$\Delta n_3 = \frac{-21.68z^2 + 10.60z + 11.08}{z^3 - 1.35z^2 - 0.14z + 0.49} \Delta z$$

Härur fås

$$\frac{-21.61z + 21.61}{z^2 - 1.88z + 0.88} \cdot \frac{z + 0.51}{z + 0.51} = \frac{-21.61z^2 + 10.60z + 11.01}{z^3 - 1.37z^2 - 0.08z + 0.45}$$

Även  $\Delta n_2$  innehåller en faktor gemensam för täljare och nämnare ty

$$\Delta n_2 = \frac{-21.61}{z - 0.88} \cdot \frac{z - 1}{z - 1} \Delta z$$

varför systemet identifieras som ett 1:a ordningens system

$$\Delta n_1 = \frac{-21.61}{z - 0.88} \Delta z$$

### Identifiering 3

Insignal  $\Delta R$

Utsignal  $\Delta n$

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	0.991 $\pm$ 0.009	0.068 $\pm$ 0.13	1656	3534
n=2	1.952 $\pm$ 0.012 -0.981 $\pm$ 0.012	-0.229 $\pm$ 0.53 0.056 $\pm$ 0.53	84	311
n=3	2.674 $\pm$ 0.032 -2.418 $\pm$ 0.063 0.740 $\pm$ 0.032	0.284 $\pm$ 0.33 2.820 $\pm$ 0.45 -3.127 $\pm$ 0.33	32	151
n=4	2.272 $\pm$ 0.039 -1.267 $\pm$ 0.110 -0.371 $\pm$ 0.110 0.368 $\pm$ 0.037	0.521 $\pm$ 0.24 2.933 $\pm$ 0.33 1.061 $\pm$ 0.35 -4.517 $\pm$ 0.27	17.5	13.6
n=5	2.143 $\pm$ 0.051 -0.940 $\pm$ 0.120 -0.688 $\pm$ 0.120 0.531 $\pm$ 0.100 -0.044 $\pm$ 0.041	0.574 $\pm$ 0.24 2.976 $\pm$ 0.38 1.444 $\pm$ 0.36 -3.367 $\pm$ 0.35 -1.634 $\pm$ 0.36	16.3	-16.9

### Kommentarer:

Vid identifiering med hjälp av testkvantiteten F erhålles ett 5:e ordningens system. Förlustfunktionen Q avtar dock endast obetydligt vid övergång från 4:e till 5:e ordningen.  $\Delta n_4$  innehåller faktorn  $(z-1)$  i nämnare och täljare ty

$$\Delta n_4 = \frac{(0.52z^3 + 2.93z^2 + 1.06z - 4.52) \Delta R}{z^4 - 2.27z^3 + 1.27z^2 + 0.37z - 0.37} = \frac{0.52z^3 + 3.45z + 4.51}{z^3 - 1.27z^2 + 0.37} \cdot \frac{z-1}{z-1} \Delta R$$

alltså identifieras systemet som 3:e ordningens

$$\Delta n_3 = \frac{0.52z^3 + 3.45z + 4.51}{z^3 - 1.27z^2 + 0.37} \Delta R$$

Vid försök att överföra resultatet av identifiering 3 till kontinuerlig form, visade det sig att en vanlig överföringsfunktion med reella koefficienter ej kunde erhållas. Bland de förhållande, som kan tänkas orsaka detta kan nämnas, olinjäriteter, tidsfördröjningar eller mindre lyckat val av samplingsintervall. På grund av detta förhållande bör ovanstående identifieringsresultat behandlas med stor försiktighet. En närmare undersökning av orsakerna till ovannämnda förhållande vore givetvis önskvärd, men ligger av tidsskäl utanför detta arbetes ram.

#### Identifiering 4

Insignal  $\delta g$

Utsignal  $\Delta p$

	$b_{1j} \pm \tau(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \tau(b_{2j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	$1.002 \pm 0.002$	$0.00003 \pm 0.00008$	0.129	0.015
n=2	$0.994 \pm 0.050$ $0.008 \pm 0.050$	$0.00001 \pm 0.00017$ $0.00002 \pm 0.00017$	0.129	0.84

#### Kommentarer:

Av tabellen framgår att systemet bör identifieras som 1:a ordningens, dock är koefficienterna för  $\delta g$  så nära 0 att det ligger nära till hands att tro att  $\Delta p$  är oberoende av  $\delta g$ .

Resultatet av identifieringen blir alltså

$$\Delta p = \frac{0.00003}{z - 1.00} \delta g$$



### Identifiering 5

Insignal  $\Delta z$

Utsignal  $\Delta p$

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	$0.996 \pm 0.005$	$0.020 \pm 0.015$	1.45	9.6
n=2	$1.049 \pm 0.052$ $-0.051 \pm 0.051$	$-1.216 \pm 0.280$ $1.231 \pm 0.280$	1.38	63
n=3	$0.989 \pm 0.045$ $0.483 \pm 0.065$ $-0.473 \pm 0.044$	$-1.365 \pm 0.240$ $-0.011 \pm 0.350$ $1.385 \pm 0.250$	1.02	66

### Kommentarer:

Testkvantiteten F blir ej mindre än 3 för någon systemordning under 7:e. På grund av att någon väsentlig sänkning av förlustfunktionen ej inträder vid övergång till högre systemordningar, identifieras systemet som 1:a ordningens.

$$\Delta p_1 = \frac{0.02}{z-1} \Delta z$$

En ytterligare indikation på att systemet är av 1:a ordningen är, att koefficienternas standardavvikelse ökar vid övergång till högre systemordningar.

## Identifiering 6

Insignal  $\Delta R$

Utsignal  $\Delta p$

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	$0.893 \pm 0.005$	$-0.302 \pm 0.016$	6.2	338
n=2	$0.471 \pm 0.007$ $0.469 \pm 0.007$	$0.004 \pm 0.084$ $-0.183 \pm 0.084$	2.2	91
n=3	$0.322 \pm 0.007$ $0.318 \pm 0.007$ $0.316 \pm 0.007$	$0.020 \pm 0.069$ $0.041 \pm 0.097$ $-0.203 \pm 0.069$	1.5	-8.8

### Kommentarer:

Systemet identifieras som 3:e ordningens, ty ingen sänkning av förlustfunktionen sker vid övergång till högre ordning.

$$\Delta p_3 = \frac{0.02z^3 + 0.04z - 0.20}{z^3 - 0.32z^2 - 0.32z - 0.32} \Delta R$$

Nämnare och täljare saknar gemensamma faktorer.

## 7.2. Resultat av identifieringar enligt modellen tre insignaler en utsignal.

I detta avsnitt identifieras ett n:te ordningens system med en utsignal  $u_1(t)$  och tre insignaler  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$  och  $u_4(t)$ . Systemmodellen är alltså

$$\begin{aligned} u_1(t) = & b_{11}u_1(t-1) + b_{12}u_1(t-2) + \dots + b_{1n}u_1(t-n) + \\ & b_{21}u_2(t-1) + b_{22}u_2(t-2) + \dots + b_{2n}u_2(t-n) + \\ & b_{31}u_3(t-1) + b_{32}u_3(t-2) + \dots + b_{3n}u_3(t-n) + \\ & b_{41}u_4(t-1) + b_{42}u_4(t-2) + \dots + b_{4n}u_4(t-n) + \lambda e(t) \end{aligned} \quad (7.2)$$

och vi söker koefficienterna  $b_{jk}$  och den lämpligaste systemordningen.

På de följande sidorna redovisas resultatet av de olika identifieringarna i tabeller innehållande de skattade koefficienterna, deras standardavvikelse, förlustfunktionen Q och testkvantiteten F. De i tabellhuvudet angivna  $b_{1j}$ ,  $b_{2j}$ ,  $b_{3j}$  och  $b_{4j}$  hänför sig till systemmodellen (7.2) där

$b_{1j}$  svarar mot utsignalens koefficienter

$b_{2j}$  " " 1:a insignalens koefficienter

$b_{3j}$  " " 2:a " "

$b_{4j}$  " " 3:e " "

Båda identifieringarna har gjorts t o m 7:e ordningen, men här redovisas endast de vid varje identifiering intressanta systemordningarna.

Identifiering 7Utsignal  $\Delta n$ Insignaler (i ordning)  $\delta \varphi$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta R$ 

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	$b_{3j} \pm \sigma(b_{3j})$	$b_{4j} \pm \sigma(b_{4j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	$0.942 \pm 0.008$	$0.025 \pm 0.007$	$-24.958 \pm 1.35$	$13.176 \pm 0.740$	822	356
n=2	$1.676 \pm 0.023$	$0.104 \pm 0.007$	$-25.663 \pm 3.10$	$-0.052 \pm 0.840$	162	65
	$-0.722 \pm 0.022$	$-0.108 \pm 0.007$	$15.016 \pm 3.20$	$5.813 \pm 0.940$		
n=3	$1.736 \pm 0.043$	$0.107 \pm 0.005$	$-25.260 \pm 2.39$	$-0.078 \pm 0.640$	92	2.8
	$-0.796 \pm 0.074$	$-0.192 \pm 0.008$	$24.490 \pm 3.49$	$4.050 \pm 0.890$		
	$0.008 \pm 0.036$	$0.089 \pm 0.007$	$-9.849 \pm 2.50$	$1.659 \pm 0.760$		
n=4	$1.733 \pm 0.072$	$0.108 \pm 0.005$	$-25.137 \pm 2.39$	$-0.104 \pm 0.645$	89	5.0
	$-0.718 \pm 0.133$	$-0.193 \pm 0.010$	$24.418 \pm 3.74$	$4.047 \pm 0.890$		
	$-0.132 \pm 0.094$	$0.083 \pm 0.016$	$-2.717 \pm 3.92$	$2.175 \pm 0.936$		
	$0.067 \pm 0.035$	$0.007 \pm 0.009$	$-6.848 \pm 2.60$	$-0.676 \pm 0.768$		
n=5	$1.692 \pm 0.071$	$0.108 \pm 0.005$	$-24.818 \pm 2.32$	$-0.101 \pm 0.625$	84	5.1
	$-0.465 \pm 0.142$	$-0.193 \pm 0.010$	$23.471 \pm 3.64$	$4.055 \pm 0.863$		
	$-0.443 \pm 0.137$	$0.058 \pm 0.017$	$2.569 \pm 4.02$	$2.323 \pm 0.906$		
	$0.143 \pm 0.092$	$0.051 \pm 0.017$	$-5.458 \pm 3.80$	$-0.301 \pm 0.921$		
	$0.033 \pm 0.035$	$-0.021 \pm 0.010$	$-4.128 \pm 2.57$	$-1.540 \pm 0.746$		
n=6	$1.622 \pm 0.073$	$0.109 \pm 0.005$	$-24.731 \pm 2.26$	$-0.105 \pm 0.603$	79	1.6
	$-0.364 \pm 0.142$	$-0.186 \pm 0.009$	$21.878 \pm 3.59$	$4.067 \pm 0.841$		
	$-0.312 \pm 0.142$	$0.044 \pm 0.017$	$3.790 \pm 3.94$	$2.614 \pm 0.892$		
	$-0.126 \pm 0.138$	$0.039 \pm 0.017$	$-1.728 \pm 3.92$	$-0.077 \pm 0.902$		
	$0.144 \pm 0.090$	$0.014 \pm 0.017$	$-4.744 \pm 3.77$	$-1.257 \pm 0.897$		
	$0.002 \pm 0.034$	$-0.018 \pm 0.009$	$-1.916 \pm 2.60$	$-1.283 \pm 0.740$		

Kommentarer:

På 5% nivån är  $F(4, \infty) = 2.37$  vilket skulle innebära 6:e ordningens system ( $1.6 < 2.37$ ). Emellertid har testkvantiteten ett lokalt minimum vid 3:e systemordningen och dessutom avtar ej förlustfunktionen så markant för de högre systemordningarna. Detta gör att systemet identifieras som 3:e ordningens system.

## Identifiering 8

Utsignal  $\Delta p$

Insignaler (i ordning)  $\delta g, \Delta z, \Delta R$

	$b_{1j} \pm \sigma(b_{1j})$	$b_{2j} \pm \sigma(b_{2j})$	$b_{3j} \pm \sigma(b_{3j})$	$b_{4j} \pm \sigma(b_{4j})$	Q	$F_{n \rightarrow n+1}$
n=1	$0.988 \pm 0.012$	$0.0004 \pm 0.0005$	$-0.403 \pm 0.100$	$0.227 \pm 0.056$	5.2	-4.4
n=2	$1.069 \pm 0.110$ $-0.076 \pm 0.110$	$-0.0003 \pm 0.0013$ $0.0007 \pm 0.0013$	$-1.772 \pm 0.580$ $1.433 \pm 0.580$	$0.232 \pm 0.150$ $-0.045 \pm 0.160$	5.4	110
n=3	$1.005 \pm 0.078$ $0.389 \pm 0.110$ $-0.398 \pm 0.076$	$-0.0001 \pm 0.0008$ $0.0008 \pm 0.0012$ $-0.0005 \pm 0.0008$	$-2.044 \pm 0.390$ $0.855 \pm 0.550$ $1.005 \pm 0.400$	$0.129 \pm 0.100$ $0.028 \pm 0.150$ $-0.054 \pm 0.100$	2.4	11
n=4	$0.803 \pm 0.082$ $0.545 \pm 0.110$ $0.109 \pm 0.110$ $-0.458 \pm 0.080$	$-0.0001 \pm 0.0008$ $0.0010 \pm 0.0011$ $-0.0011 \pm 0.0011$ $0.0003 \pm 0.0008$	$-2.214 \pm 0.370$ $0.352 \pm 0.540$ $0.854 \pm 0.540$ $0.927 \pm 0.390$	$0.113 \pm 0.098$ $-0.026 \pm 0.140$ $0.015 \pm 0.140$ $-0.057 \pm 0.098$	2.1	25
n=5	$0.664 \pm 0.080$ $0.568 \pm 0.098$ $0.255 \pm 0.110$ $-0.208 \pm 0.100$ $-0.279 \pm 0.076$	$-0.0001 \pm 0.0007$ $0.0009 \pm 0.0010$ $-0.0009 \pm 0.0010$ $-0.0002 \pm 0.0010$ $0.0002 \pm 0.0007$	$-2.263 \pm 0.330$ $0.017 \pm 0.480$ $0.681 \pm 0.480$ $1.042 \pm 0.480$ $0.498 \pm 0.350$	$0.073 \pm 0.089$ $0.019 \pm 0.120$ $-0.014 \pm 0.120$ $0.021 \pm 0.120$ $-0.083 \pm 0.089$	1.6	-34

### Kommentarer:

På grund av förlustfunktionens ringa förbättring vid övergång till högre ordningstal, har systemet identifierats som varande av 3:e ordningen.

### 7.3. Sammanfattning av identifieringarna.

I detta avsnitt jämföres resultatet av identifieringarna, som gjorts i avsnitt 7.1 och 7.2.

Enligt identifiering 7 har vi funnit

$$\begin{aligned}\Delta n_3 &= \frac{0.11z^2 - 0.19z + 0.09}{z^3 - 1.74z^2 + 0.80z - 0.01} \delta_S \\ &+ \frac{-25.26z^2 + 24.49z - 9.85}{z^3 - 1.74z^2 + 0.80z - 0.01} \Delta z \\ &+ \frac{-0.08z^2 + 4.05z + 1.66}{z^3 - 1.74z^2 + 0.80z - 0.01} \Delta R\end{aligned}\quad (7.3)$$

Detta skall jämföras med de identifieringar, som gjorts enligt modellen en utsignal en insignal.

Enligt identifiering 1 gäller

$$\Delta n_1 = \frac{0.116}{z - 0.01} \delta_S \quad (7.4)$$

Genom att förlänga detta uttryck med  $(z^2 - 1.73z + 0.73)$  finner man att (7.4) övergår i

$$\Delta n = \frac{0.12z^2 - 0.20z + 0.09}{z^3 - 1.74z^2 + 0.75z - 0.01} \delta_S$$

vilket väl överensstämmer med den del av (7.3) som beror av  $\delta_S$ .

På samma sätt finner man att det vid identifiering 2 erhållna resultatet

$$\Delta n_1 = \frac{-21.61}{z - 0.88} \Delta z$$

kan fås att överensstämma med den del av (7.3) som beror av  $\Delta z$  genom förlängning med  $(z^2 - 0.86z - 0.14)$  ty

$$\frac{-21.61}{z - 0.88} \cdot \frac{z^2 - 0.86z - 0.14}{z^2 - 0.86z - 0.14} = \frac{-21.61z^2 + 18.59z + 3.02}{z^3 - 1.74z^2 + 0.62z + 0.12}$$

Detta stämmer väl för koefficienterna för de högre z-termerna medan avvikelserna är större för de lägre z-koefficienterna.

Till skillnad från de identifieringar, som gjorts med  $\delta_S$  och  $\Delta z$  som insignal, kan man då  $\Delta R$  är insignal inte spåra något samband mellan identifiering nr 3 och den del av (7.3) som beror av  $\Delta R$ . Detta kan bero på att sambandet mellan  $\Delta n$  och  $\Delta R$  är mera olinjärt än sambandet mellan  $\Delta n$  och de andra två insignalerna.

Enligt identifiering 8 gäller

$$\begin{aligned} \Delta p_3 &= \frac{-0.0001z^3 + 0.0008z - 0.0005}{z^3 - 1.01z^2 - 0.39z + 0.40} \delta_S \\ &+ \frac{-2.04z^3 + 0.86z - 1.00}{z^3 - 1.01z^2 - 0.39z + 0.40} \Delta z \\ &+ \frac{0.13z^3 + 0.03z - 0.05}{z^3 - 1.01z^2 - 0.39z + 0.40} \Delta R \end{aligned} \quad (7.5)$$

En jämförelse med de resultat, som erhållits vid identifiering med en insignal ger följande. Vid identifiering 4 med  $\delta_S$  som insignal erhålls

$$\Delta p_1 = \frac{0.0003}{z - 1.00} \delta_S$$

genom att förlänga detta uttryck med  $(z^2 - 0.01z - 0.40)$  erhålles

$$\Delta p = \frac{0.0003z^2 - 0.00012}{z^3 - 1.01z^2 - 0.39z + 0.40} \delta_S$$

vilket väl stämmer med den del av (7.5) som beror av  $\delta_S$ .

Vid identifiering 5 med  $\Delta z$  som insignal erhålls ett 1:a ordningens system

$$\Delta p_1 = \frac{0.02}{z - 1} \Delta z \quad (7.6)$$

För att kunna jämföra (7.6) med den del i (7.5) som beror av  $\Delta z$ , förlängs (7.6) med  $(z^2 - 0.01z - 0.40)$ , vilket gör att nämnarna blir desamma.

$$\frac{0.02}{z - 1} \cdot \frac{z^2 - 0.01z - 0.40}{z^2 - 0.01z - 0.40} = \frac{0.02z^2 - 0.0002z - 0.008}{z^3 - 1.01z^2 - 0.39z + 0.40}$$

Härav framgår att överensstämmelsen mellan täljarna är mindre god.

Vid identifiering 6 erhålls

$$\Delta p_3 = \frac{0.02z^3 + 0.04z - 0.20}{z^3 - 0.32z^2 - 0.32z - 0.32} \Delta R$$

detta skall jämföras med den del av (7.5) som beror av  $\Delta R$ . Man finner att koefficienterna är ganska olika. För de båda insignalerna  $\Delta z$  och  $\Delta R$  kan alltså ej något samband mellan identifieringarna med en resp. tre insignaler spåras, vilket däremot är fallet då  $\delta_S$  är insignal.

En möjlighet att förbättra säkerheten i identifieringarna är givetvis att ta med fler datagrupper. I detta arbete har använts ca 370 datagrupper och med kännedom om att standardavvikelsen är prop. mot  $1/\sqrt{N}$  är det lätt att i det enskilda fallet beräkna hur många datagrupper, som behövs för att uppnå en viss given noggrannhet.

## 8. Överföring av resultatet från samplad till kontinuerlig form.

I detta kapitel överföres de vid identifieringen erhållna samplade överföringsfunktionerna till kontinuerlig form. Härvid användes de resultat, som uppnåddes vid identifiering enligt modellen en insignal en utsignal, dvs identifieringarna 1 - 6.

Den metod, som i första hand användes vid dessa transformationer, är hämtad ur ref. 4. För de fall denna metod ej går att tillämpa har andra metoder använts, dessa kommenteras i samband med tillämpningen av dem.

### Transformering 1.

Samplad överföringsfunktion

$$\Delta n = \frac{0.12}{z - 0.01} \delta s$$

Den i ref. 4 beskrivna metoden ger omedelbart följande kontinuerliga system, där  $s$  betecknar Laplaceoperatören.

$$\Delta n = \frac{5.58}{s + 46.05} \delta s$$

### Transformering 2.

Samplad överföringsfunktion

$$\Delta n = \frac{-21.61}{z - 0.88} \Delta z$$

Metoden i ref. 4 tillämpas och ger omedelbart

$$\Delta n = \frac{-230.3}{s + 1.28} \Delta z$$

### Transformering 3.

Ej genomförd, se kommentaren till identifiering 3.



#### Transformering 4.

Samplad överföringsfunktion

$$\Delta p = \frac{0.00003}{z - 1} \delta_S$$

Här göres följande omskrivning

$$\Delta p = \frac{0.00003 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \delta_S$$

Den kontinuerliga motsvarigheten till  $1/(1 - z^{-1})$  är  $1/s$   
" " " " "  $z^{-1}$  är  $e^{-sT}$

I vårt fall är samplingsintervallet  $T = 0.1$  sek.

Vi får alltså

$$\Delta p = \frac{0.00003}{s} e^{-0.1s} \delta_S$$

#### Transformering 5.

Samplad överföringsfunktion

$$\Delta p = \frac{0.02}{z - 1} \Delta z$$

Med samma tillvägagångsätt som i föregående transformering erhålles

$$\Delta p = \frac{0.02}{s} e^{-0.1s} \Delta z$$

Transformering 6.

Samplad överföringsfunktion

$$\Delta p = \frac{0.02z^2 + 0.04z - 0.20}{z^3 - 0.322z^2 - 0.318z - 0.316} \Delta R$$

Med den i ref. 4 beskrivna metoden finner man

$$\Delta p = \frac{-3.80s^2 + 62.44s - 241.14}{s^3 + 11.70s^2 + 498.55s + 91.30} \Delta R$$

Om detta uttryck faktoreras erhålles

$$\Delta p = \frac{-3.80(s - 10.17)(s - 6.23)}{(s + 0.18)(s + 5.76 - j \cdot 21.7)(s + 5.76 + j \cdot 21.7)} \Delta R$$

Referenser.

1. Angående tillämpning av ALGOL-60 på GE-625.  
(Häfte utgivet vid ASEA.)
2. Eriksson, K.-E. Numerisk bestämning av processdynamik.  
( Examensarbete i regleringsteknik )
3. Linnik. Method of least squares.
4. Mårtensson, K. Laboration i Reglerteknik fortsättningskursen - samplade system.  
(Laborationshandledning vid LTH)

Appendix.

## Datamaterial till examensarbete i regleringsteknik.

Det datamaterial, som använts vid de identifieringar, som utförts i examensarbetet, finns stansade på 5-kanals hålremsa. Remsorna är numrerade 1 - 8 och till varje remsa svarar en A4-sida. På detta blad är angivet vilka ut- och insignaler som remsan omfattar samt de första av de tal som är stansade på remsan. Nedanstående tabell visar på vilken remsa de olika kombinationerna av ut- och insignaler är stansade.

Remsa	Utsignal	Insignal
1	$\Delta n$	$\delta g$
2	$\Delta n$	$\Delta z$
3	$\Delta n$	$\Delta R$
4	$\Delta p$	$\delta g$
5	$\Delta p$	$\Delta z$
6	$\Delta p$	$\Delta R$
7	$\Delta p$	$\delta g, \Delta z, \Delta R$
8	$\Delta n$	$\delta g, \Delta z, \Delta R$

Varje remsa inleds med 4 tal

1. Högsta undersökta systemordning ( alltid 7)
2. Lägsta undersökta systemordning ( alltid 1)
3. (Antal datagrupper) - 8
4. Antal insignaler (1 eller 3)

Därefter följer datagrupperna stansade i ordning, som framgår är de följande sidorna.

Efter datagrupperna följer på varje remsa de systemkoefficienter, som framkommit genom identifieringsprogrammet. Dessa koefficienter tillhör alltså ej datamaterialet varför åtgärder måste vidtagas så att dessa systemkoefficienter ej kommer med som datamaterial. Detta är emellertid lätt gjort då varje remsa ju bl. a. inleds med det antal datagrupper remsan innehåller.









Remsa 4.

Utsignal  $\Delta p$

Insignal  $\delta s$

```
7          Högsta undersökta systemordning
1          Lägsta      "      "
362       Antal datagrupper = 370
1          En insignal
0.1       Utsignalen vid t=0
0         Insignalen vid t=0
0         Utsignalen vid t=0.1
0         Insignalen vid t=0.1
0         Utsignalen vid t=0.2
0         Insignalen vid t=0.2
0
0
0
0
0
0
-0.1
0
-0.1
0
-0.1
0
-0.1
0
-0.1
25
-0.1
25
-0.1
25
-0.2
25
-0.2
25
.
.
.
.
.
.
```

Remsa 5.

Utsignal  $\triangle p$

Insignal  $\triangle z$

7           Högsta undersökta systemordning  
1           Lägsta undersökta systemordning  
362        Antal datagrupper = 370  
1           En insignal

0.1        Utsignalen vid t=0

0.53       Insignalen vid t=0

0           Utsignalen vid t=0.1

0.53       Insignalen vid t=0.1

0           Utsignalen vid t=0.2

0.53       Insignalen vid t=0.2

0

0.53

0

0.53

0

0.53

-0.1

0.53

-0.1

0.53

-0.1

0.53

-0.1

0.53

-0.1

0.48

0

0.48

0

0.48

0.1

0.48

0.2

0.48

.

.

.

.

.

.

Remsa 6.

Utsignal  $\Delta p$

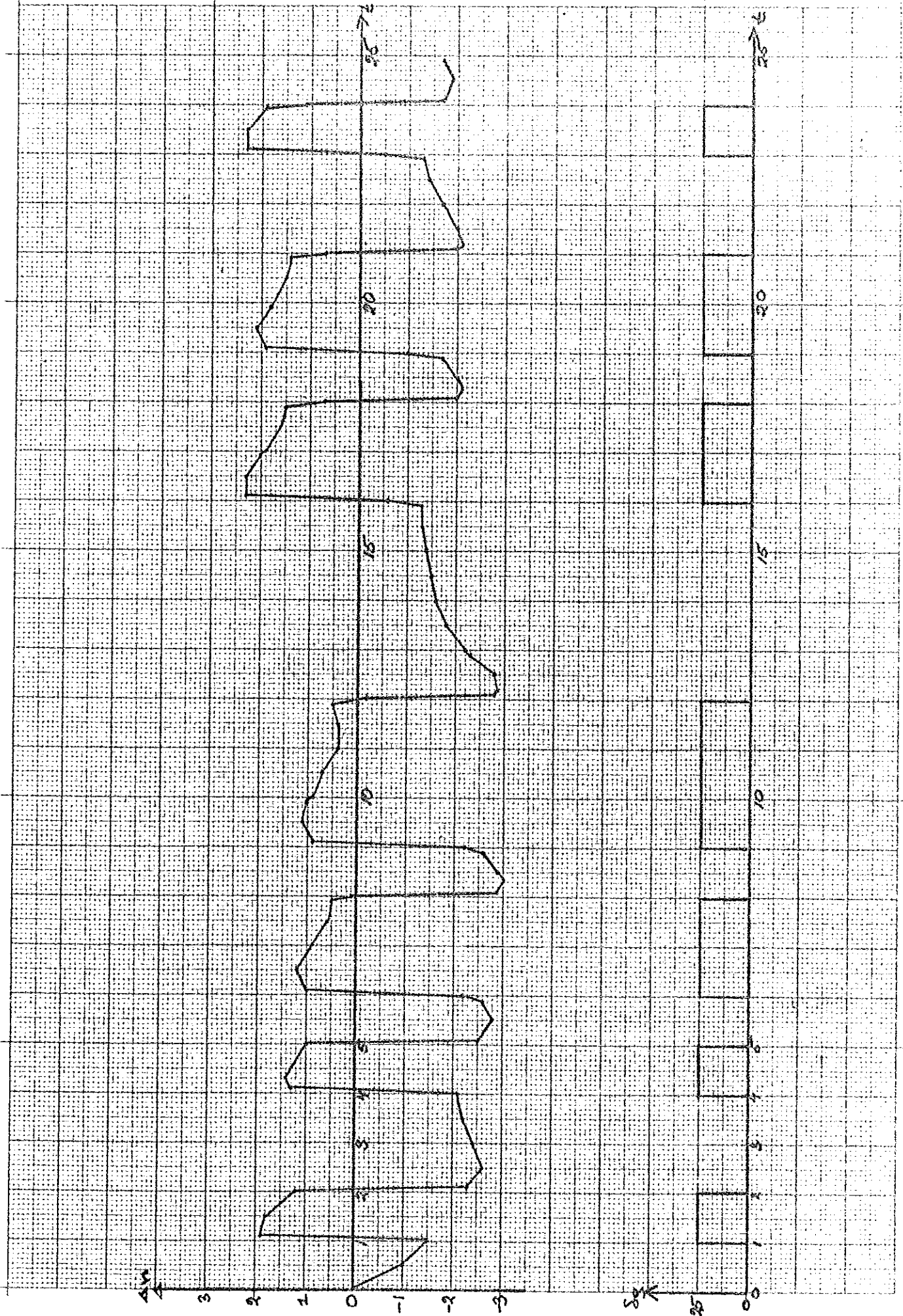
Insignal  $\Delta R$

7	Högsta undersökta systemordning
1	Lägsta " "
382	Antal datagrupper = 390
1	En insignal
0.1	Utsignalen vid t=0
1	Insignalen vid t=0
0	Utsignalen vid t=0.1
1	Insignalen vid t=0.1
0	Utsignalen vid t=0.2
1	Insignalen vid t=0.2
0	
1	
0	
1	
0	
1	
-0.1	
1	
-0.1	
1	
-0.1	
1	
-0.1	
1	
-0.1	
0.8	
-0.1	
0.8	
-0.2	
0.8	
-0.2	
0.8	
-0.2	
0.8	
.	
.	
.	
.	

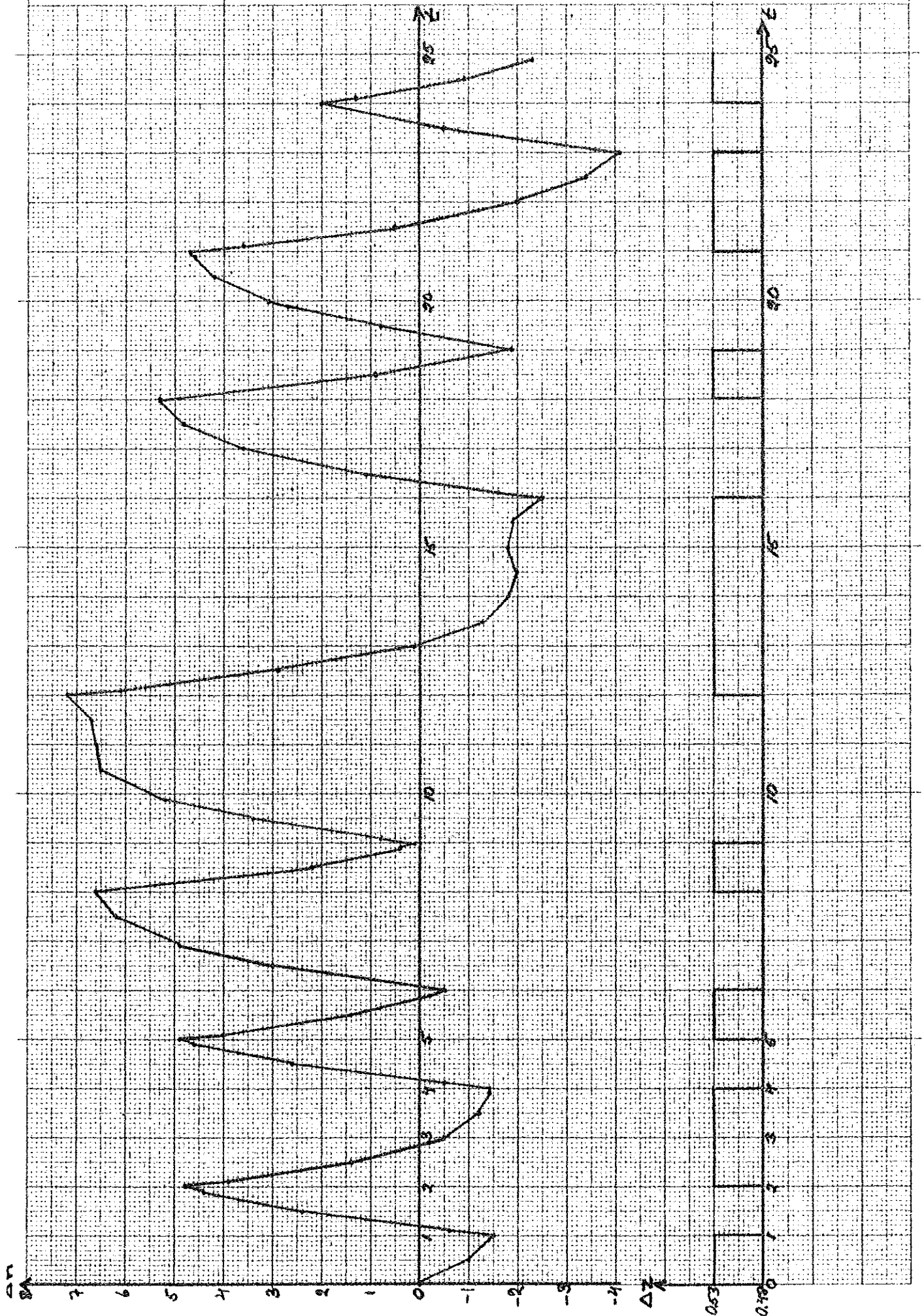




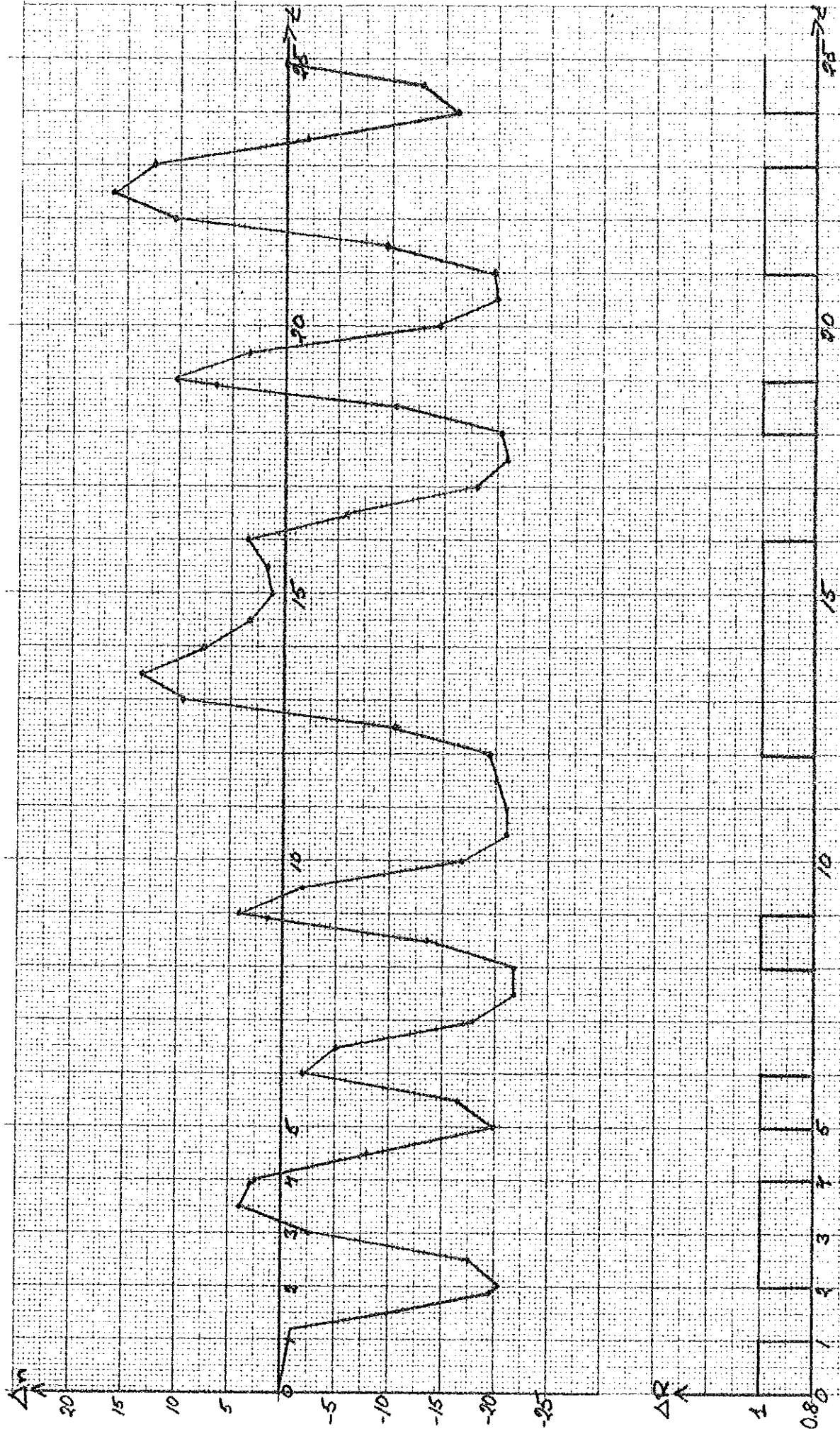
Samband mellan insignalen  $\delta g$  och utsignalen  $\Delta n$



Samband mellan insignalen  $\Delta z$  och utsignalen  $\Delta n$

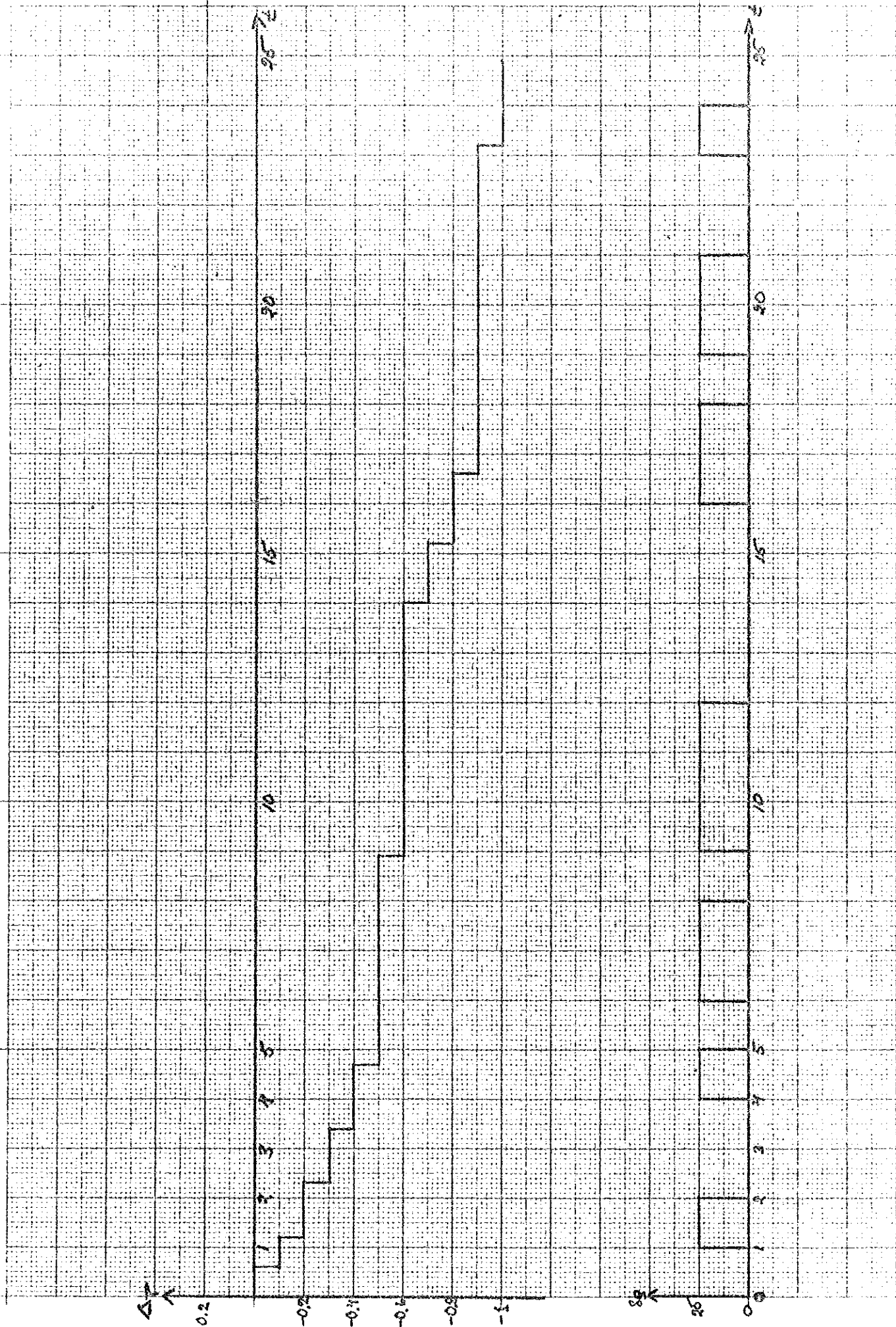


Samband mellan insignalen  $\Delta R$  och utsignalen  $\Delta n$ .

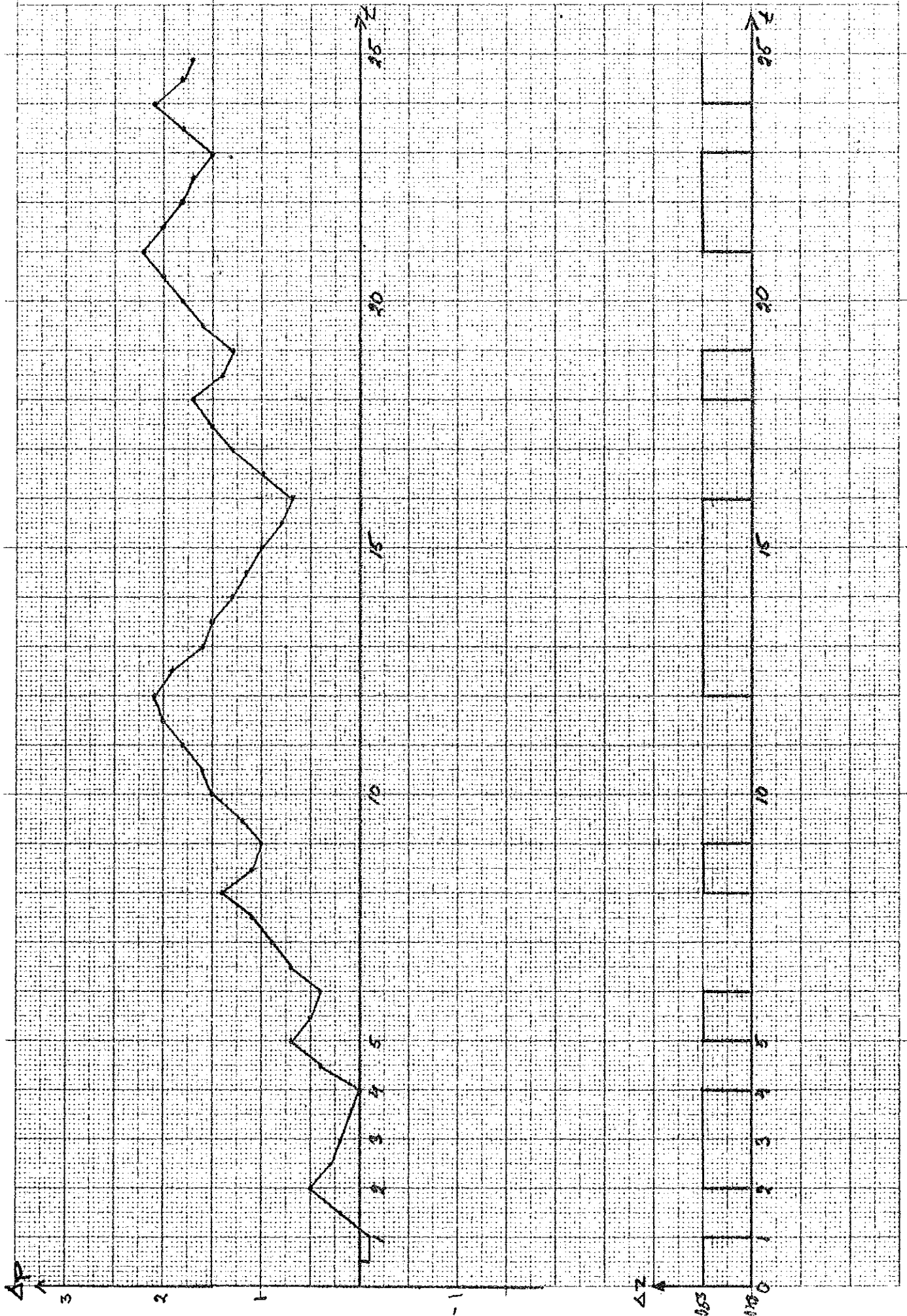




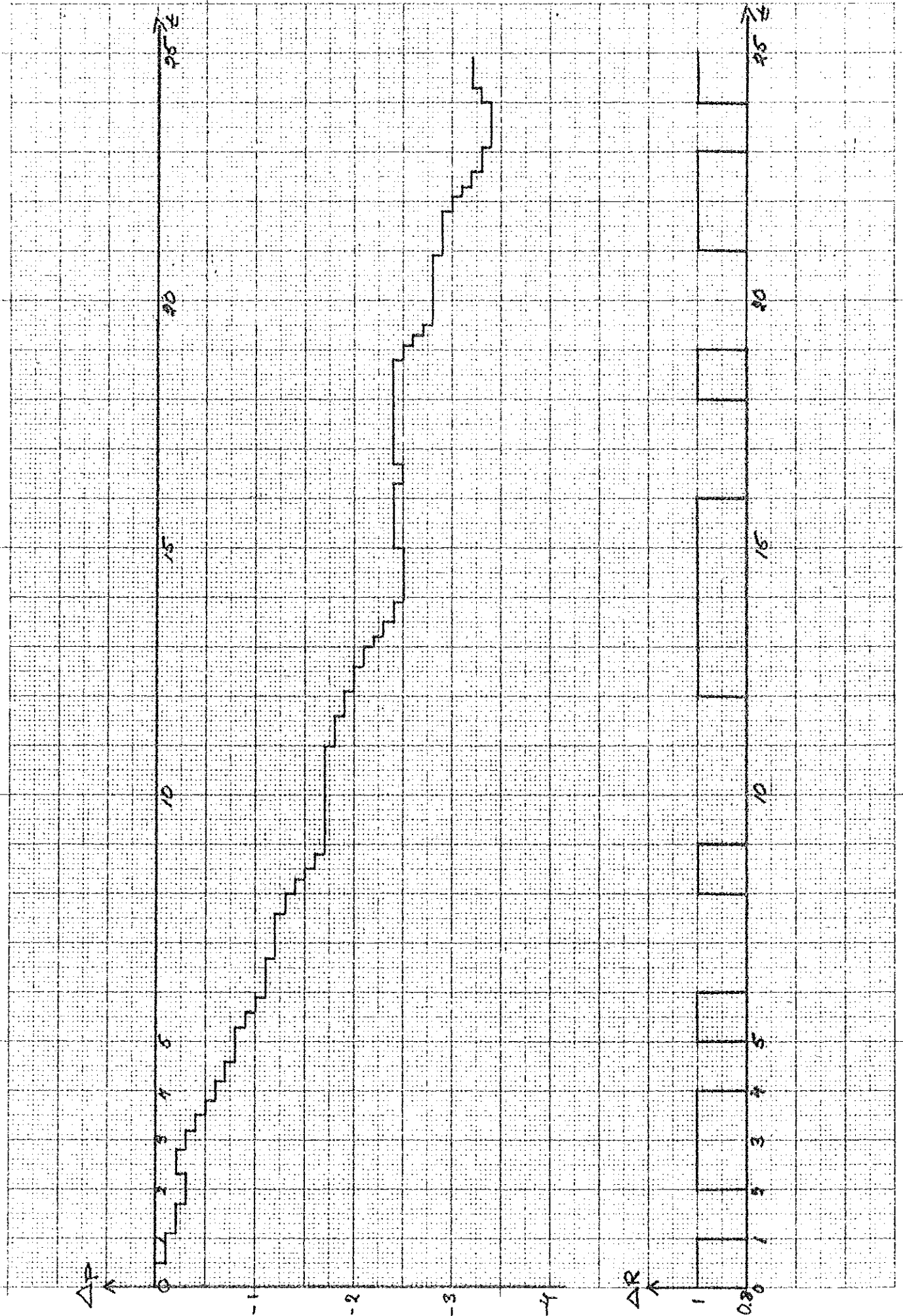
Samband mellan insignalen  $\Delta q$  och utsignalen  $\Delta p$



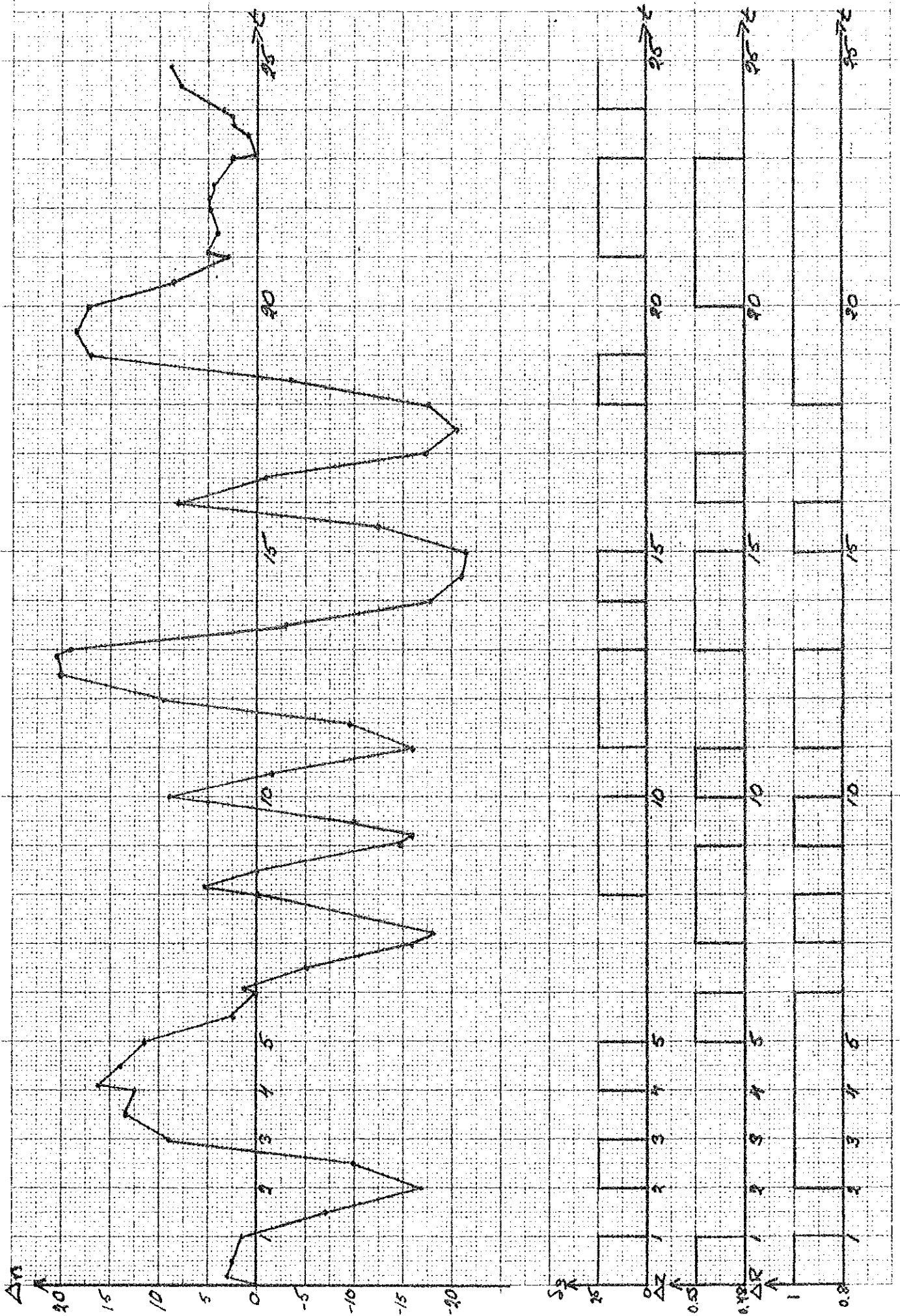
Samband mellan insignalen  $\Delta z$  och utsignalen  $\Delta p$



Samband mellan insignalen  $\Delta R$  och utsignalen  $\Delta p$



Samband mellan insignalerna  $\delta z$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta R$   
och utsignalen  $\Delta n$



Samband mellan insignalerna  $\delta p$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta R$   
 och utsignalen  $\Delta p$

