

IDENTIFIERING AV MÄNNISKANS
ÖVERFÖRINGSOPERATOR (SAAB)

JOHAN WIESLANDER

Rapport RE - 14 sept. 1967

IDENTIFIERING AV ÖVERFÖRINGSFUNKTIONEN
FÖR EN PILOT VID MANUELL STYRNING

Examensarbete i regleringsteknik

av

Johan Wieslander

Inledning

Detta examensarbete behandlar den reglertekniska beskrivningen av en mänsklig operatörs handlande i en styruppgift. Arbetet består dels av en litteraturstudie dels av ett försök att i ett praktiskt fall beräkna överföringsfunktionen för en pilot vid styrning av en luft-mot-mark robot.

I kap. 1 sker en redogörelse för dels allmänna begrepp kring mänsklig styrning dels olika modeller som beskrivits i litteraturen. I anslutning till litteraturstudien gjordes några enkla försök på analogmaskin. Dessa refereras i kap. 2.

Kap. 3 beskriver så hur de pilotdata som legat till grund för det fortsatta arbetet tillkommit. Dessa har genererats på simulator under en veckas besök hos SAAB i Linköping.

I kap. 4 beskrivs så teorin för beräkning av en lineär samplad modell ur data av den typ som erhöles vid simuleringen. Det programmeringsarbete som utförts för att kunna genomföra räkningarna på datamaskin redovisas även. I kap. 5 beskrivs hur en kontinuerlig överföringsfunktion kan beräknas ur den samplade modell som datamaskinberäkningarna leder fram till. Det egentliga arbetet med pilotidentifiering beskrivs så i kap. 6. De första körningarna gav som resultat kraftigt instabila system. Detta kan förklaras med att parametrarna i pilotmodellen varierar kraftigt, något som också var väntat. Därför indelades varje inspelning från simuleringen i 5 - 6 delar. Beräkningarna genomfördes sedan för delarna var för sig eller i grupper om två. Därvid framkom bland annat en stark variation i pilotens statiska förstärkning. Resultatet visar behovet av en fortsatt undersökning där mer utstuderade metoder som ger möjlighet att använda modeller med tidsberoende parametrar kommer till användning.

Innehåll

Referensindex

1. Litteraturstudie.
 - 1.1.1. Problemställning.
 - 1.1.2. Styr situationen.
 - 1.1.3. Känslensinnets inverkan vid styrning.
 - 1.2. Modeller.
 - 1.2.1. The Error Peak Model.
 - 1.2.2. Wilde & Westcott's modell.
 - 1.2.3. Kreifeldt's modell för pursuit tracking.
 - 1.2.4. Goodyear Study.
 - 1.2.5. Den kvasilineära modellen.
 - 1.2.6. Parameter-tracking metoden.
 - 1.2.7. Crossover modellen.
 - 1.3.1. The Remnant.
 - 1.3.2. Styrning av svåra system.
 - 1.4. Jämförelse mellan compensatory- och pursuit tracking.
2. Försök med manuell styrning.
 - 2.1. Försökets utförande.
 - 2.2. Resultat.
 - 2.3. Möjlig förbättring av styrspaken.
 3. Datamaterialet.
 4. Processidentifiering enligt minsta kvadratmetoden.
 - 4.1. Teori.
 - 4.2. Beräkning av parametrarnas standardavvikelse.
 - 4.3. Numeriska synpunkter inför programmeringen.
 - 4.4. Talen σ , F och MY .
 - 4.5. Programmering.
 - 4.6. Inversproceduren.
 - 4.7. Generering av testdata.
 - 4.8. Test av identifieringsprogrammet.
 5. En metod för övergång från samplad till kontinuerlig systemmodell.
 6. Försök med pilotdata.
 - 6.1. Beskrivning av försöken.
 - 6.2. Resultat redovisning.
 - 6.2.1. Data enligt figur 6.1.a.
 - 6.2.2. Data enligt figur 6.1.b.
 - 6.2.3. Identifiering med systemmodell med endast en insignal.
 - 6.3. Sammanfattning.

Referensindex.

Med § markerade referenser avser originalundersökning utförligt refererad i någon av de övriga uppsatserna.

- (1). L.G.Summers & K.Ziedman:
A Study of Manual Control Methodology with Annotated Bibliography. NASA Contractor Report CR-125 Nov -64.
- §(2). J.A.Adams & C.Webber:
Monte Carlo Model of Tracking Behaviour.
Human Factors 1963, 5, 81-102.
- (3). R.W.Wilde & J.H.Westcott:
The Characteristics of the Human Operator Engaged in a Tracking Task. Automatica Vol 1 Nr 1.
- (4). J.G.Kreifeldt:
A Sampled-Data Pursuit Tracking Model.
NASA Contractor Report CR 57221 Jan -65.
- §(5). N.D.Diamantides & A.J.Cacioppo:
Human Response Dynamics:
GEDA Computer Application. Goodyear Aircraft Corporation, GER-8033 Jan -57.
- §(6). A.Tustin:
The Nature of the Operator's Response in Manual Control and Its Implications for Controller Design.
Inst. of Elec. Eng. (London) 1947, 94, Part A, 190-202.
- §(7). E.S.Krendel:
A Preliminary Study of the Power-Spectrum Approach to the Analysis of Perceptual-Motor Performance.
AF Technical Report 6723, Wright Air Development Center
Oct -51.
- §(8). J.I.Elkind:
Characteristics of Simple Manual Control Systems.
MIT Technical Report Nr III. Apr -56.
- (9). D.T.McRuer & E.S.Krendel:
Dynamic Response of Human Operators.
WADC Technical Report 56-524 Oct -57.
- (10). J.J.Adams & H.P.Bergeron:
Measured Variations in the Transfer Function of a Human Pilot. ?

- (11). D.T.McRuer & H.R.Jex:
Effects of Task Variables on Pilot Models for
Manually Controlled Vehicles.
Systems Technology Inc. STI Paper 53 Sept -66.
- (12). D.T.McRuer, E.S.Krendel & D.Graham:
Adaptive and Optimizing Behaviour of the Human
Operator in Compensatory Tracking.
Proceedings of the XV-th International Astronautical
Congress, Warszawa -64 Vol I.
- (13). Young & Meir:
Bang-Bang Aspects of Manual Control in High-Order
Systems.
IEEE Proceedings on Automatic Control. AC-10 Nr 3.
- (14). K-E. Eriksson:
Numerisk bestämning av processdynamik.
Examensarbete i regleringsteknik, LTH -67.
- (15) C-E.Fröberg:
Lärobok i numerisk analys.
Scandinavian University Books. -62.

1. Litteraturstudie.

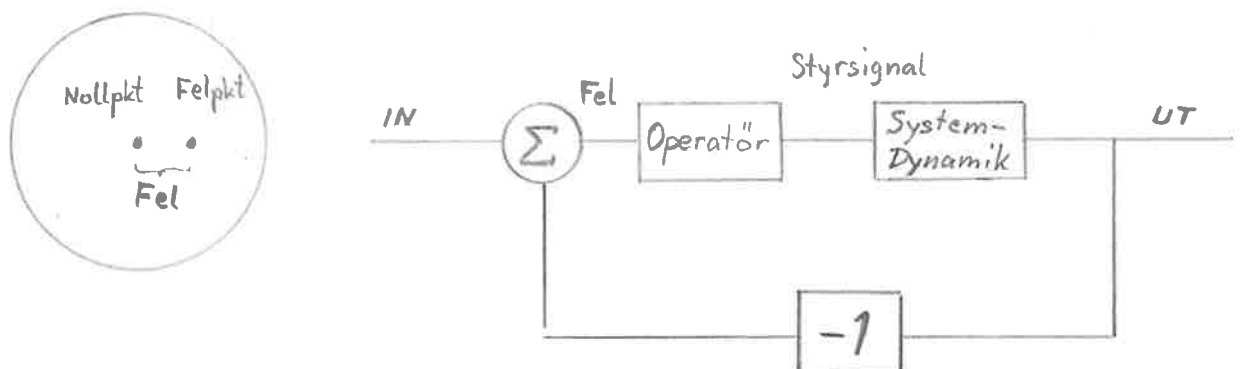
Framställningen i detta avsnitt bygger till stor del på ref.(1). Den däri ingående bibliografin har varit till stor hjälp.

1.1.1. Problemställning.

Man vill konstruera en modell som beskriver en människas beteende i en styruppgift. De krav som ställs på modellen är att den bör kunna simuleras på data- och analogmaskin samt kunna användas tillsammans med vanliga reglertekniska metoder vid konstruktion av styrsystem. De specifika svårigheter som uppstår vid val av modell sammanhänger med människans arbetssätt. Hon är nämligen till stora delar icke-lineär, stokastisk, lärande och adaptiv. Skillnaden mellan inläring och adaptation är den att inläringen yttrar sig i ett förbättrat styrresultat vid oförändrad styruppgift, medan adaptation innebär att ändringar i styruppgiften motverkas så att ett i någon mening gott resultat fortfarande uppnås. I allmänhet strävar man efter att använda vältränade försökspersoner med konstant styruppgift för att kunna uppställa enkla modeller där inga hänsyn till inlärnings- eller adaptationsfenomen behöver tas.

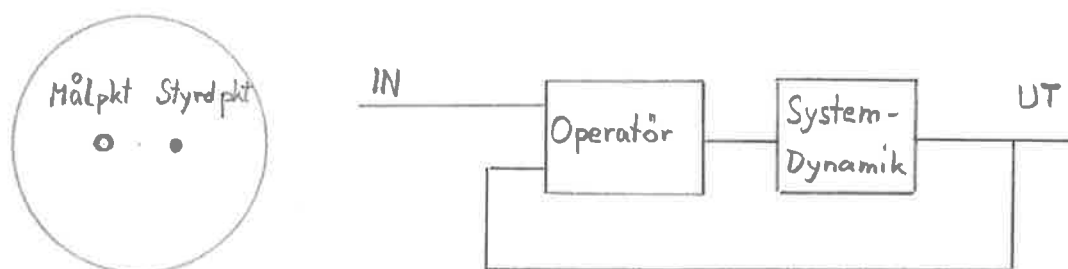
1.1.2. Styr situationen.

De i litteraturen behandlade styruppgifterna har i huvudsak varit av två slag, compensatory tracking (kompenserande styrning) och pursuit tracking (följestyning). Vid compensatory tracking ser operatören endast skillnaden mellan in- och utsignal, dvs felet, återgivet på en oscilloskopskärm el. dyl. Han försöker styra så att felsignalen blir noll.



Compensatory tracking.

Vid pursuit tracking däremot ser operatören såväl insignal som utsignal och bildar själv felet.



Pursuit tracking.

I detta fall är båda punkterna på skärmen rörliga och operatören försöker få den styrda punkten att täcka målpunkten, dvs utsignalen överensstämmer med insignalen.

I litteraturen har i huvudsak endast det enklaste fallet, compensatory tracking behandlats. Antalet frihetsgrader har oftast varit en. Dynamiken har med få undantag varit enkel: K eller K/s .

1.1.3. Känslens inverkan vid styrning.

Två delfunktioner av känslen har mycket stor betydelse i detta sammanhang. Genom förnimmelser av tryck eller belastning på olika delar av kroppen får hjärnan information om läge och rörelse hos kroppens olika delar. Detta det så kallade kinestetiska sinnet är i vissa fall av stort intresse. En pilot t.ex. känner flygplanets rörelser i luften genom de tröghetskrafter som påverkar honom ("stjärtkänsla"). Från receptorer i muskler och sensorer kommer uppgifter om spänningstillståndet i dessa till hjärnan. Detta kallas det proprioceptiva sinnet och ger operatören en direkt återkoppling av storleken av de styrgrepp han gör med styrspaken. Det skall slutligen sägas att skillnaden mellan dessa två sinnes-system är flytande.

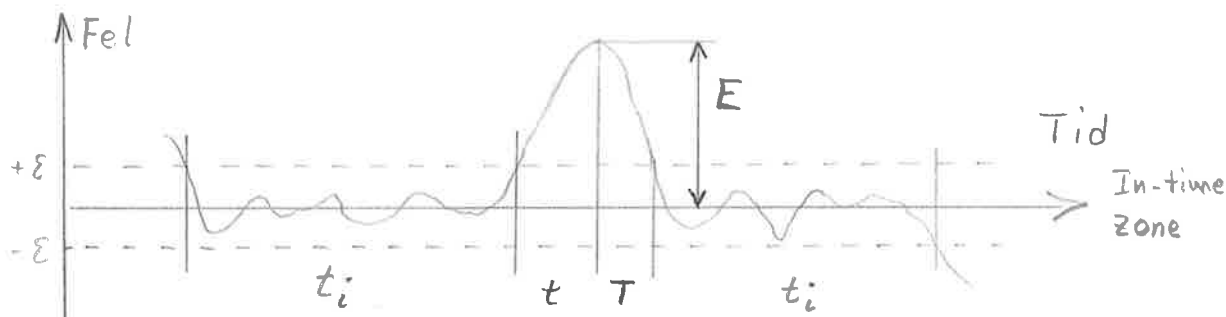
1.2. Modeller.

De modeller som föreslagits kan indelas i två typer:

1. De som till sin form bestämts av psykologisk-fysiologiska överväganden samt 2. De som endast bestämts så att de återger operatörens insignal- utsignalsamband tillfredsställande. Vi börjar i den förra änden.

1.2.1. The Error Peak Model.

I ref.(2) anges en modell av följande innehåll: Se fig!



Operatörens styrfel antas bestå av cykler omfattande en fel-puls (error peak) följt av ett tidsintervall där felet hålles mindre än ett visst fixt värde. Följande parametrar erhålles:

1. stigtiden t , 2. falltiden T , 3. felamplituden E och 4. nollfelstiden t_i (in-time). Modellen tar hänsyn till inlärnings-effekter genom att antalet träningspass N ingår:

E är normalfördelat med $\sigma_E = K_1 N^{-K_2} + K_3$

$$t = \frac{E}{K_4 + K_5 E} \quad \text{och} \quad T = \frac{E}{K_6 + K_7 E}$$

$$t_i = \frac{\log(-\log p) - \log(-\log K_8)}{\log K_8} \quad 0.1 \leq t_i \leq L$$

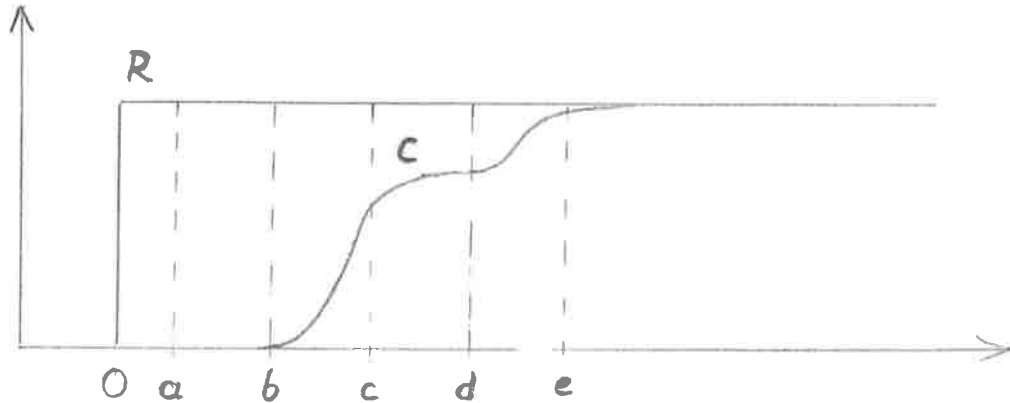
$$t_i = \frac{0.1 p}{c} \quad t_i < 0.1 \quad \text{där } c = p_{t_i} = 0.1$$

$$K_n = c_n N + d_n \quad n = 1.2 \dots 8$$

p är en kumulativ sannolikhet och L en empirisk övre gräns. Modellen har simulerats med hjälp av empiriskt bestämda värden på konstanterna och gav då vettiga resultat. En svaghet synes dock vara att modellen endast behandlar felsignalens amplitudfördelning och inte dess frekvens.

1.2.2. Wilde & Westcott's modell.

En intressant modell för compensatory tracking ges i ref.(3). Den grundar sig på ett arbete av Rogers vid Imperial College i början av 1957. Se figur!



R är den stegformade insignalen medan C är utsignalen från operatören. Vad som tänkes hända är följande:

Vid 0. Stegformat fel uppträder.

Vid a. Felet upptäcks, hjärnan programmerar bc och skickar impulser till musklerna genom nervbanorna som verkar som fördröjningsledningar.

Vid b. Hjärnan uppskattar R_b och predikterar R_c . Den jämför R_c med det programmerade C_c . Hjärnan programmerar nu cd och skickar impulser till musklerna.

Vid c. R_c och C_d uppskattas. de programmeras osv.

I uppsatsen visas också genom försök med steg som insignal att de programmerade kurvorna är parabelbågar, dvs operatören använder konstant kraft vid styrningen. Det skall dock observeras att det styrda objektet var enkelt (K). Försök gjordes också med brus som insignal. Samtidiga kurvor visande bruset och derivatan av styrsignalen upptogs, se fig nedan!

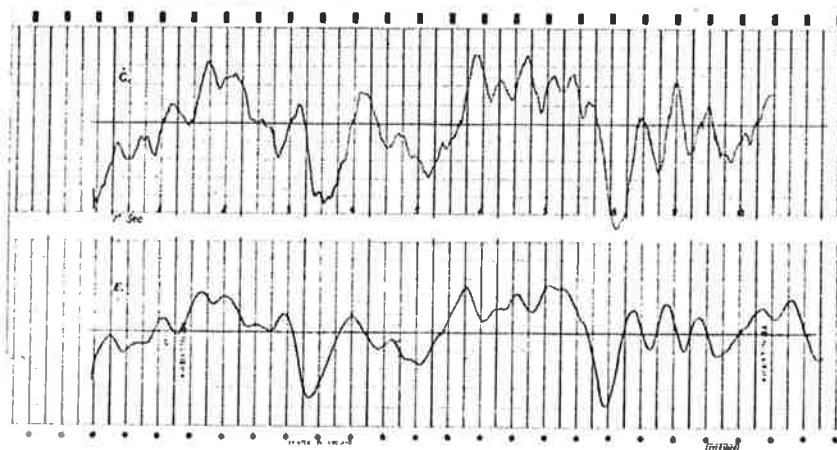
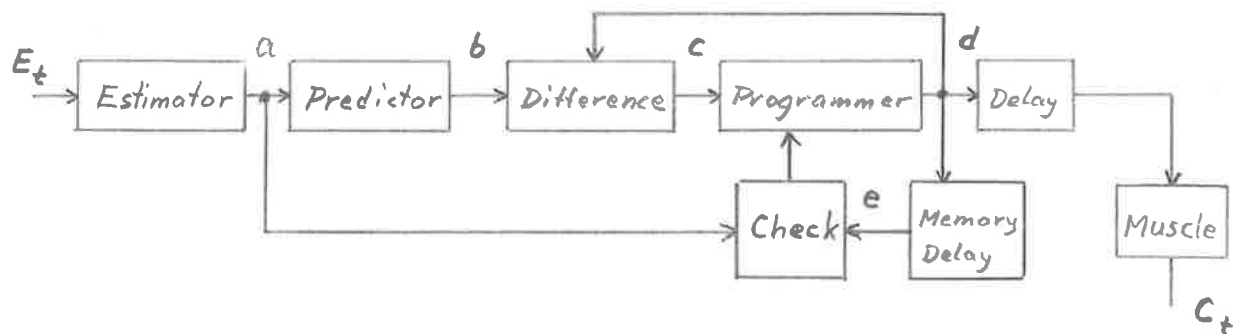


FIG. 13. A record of operator response to random input signal showing similarity between output rate \dot{C} and error.

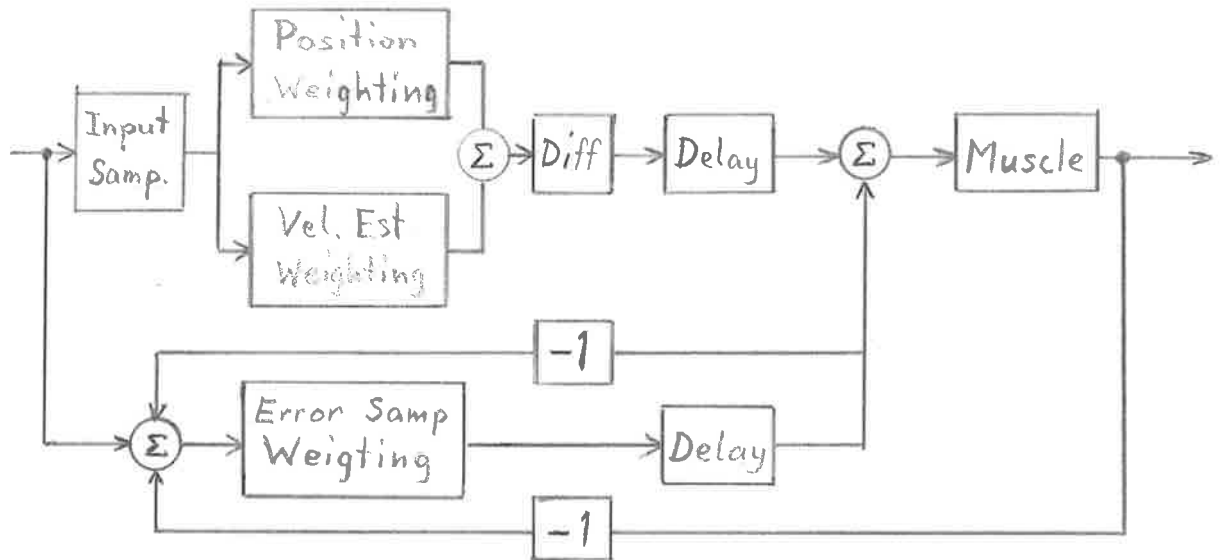
Man observerar att hastighetskurvorna uppvisar räta linjer (konstant kraft enligt ovan) samt att en slående likhet mellan felet och styrsignalens derivata kan iakttagas. Man föreslår slutligen följande modell:



En estimator uppskattar felet E_t och ger i pkten a uppskattningen $E(E_t)$. Denna signal går vidare till prediktorn som i pkten b ger signalen $E(E_{t+d})$. Det predikerade felet ger efter skalning en önskad styrsignalhastighet och denna jämförs med den senast programmerade. I pkten c fås nu den önskade ändringen i hastighet och i d genereras ett program som verkställer ändringen. I en extra loop jämförs det uppskattade felet a med det förväntade e. Detta senare bestäms ur styrprogrammet i föregående tidpunkt. Det skall vidare sägas att författarna antar att operatören använder en diskret uppsättning konstanta krafter med vilka han påverkar styrspeken.

1.2.3. Kreifeldt's modell för pursuit tracking.

En samplad modell för pursuit tracking som återspeglar ideerna i föregående avsnitt behandlas i ref.(4). Figur:



För en beskrivning av modellen citeras direkt från ref.(4):

"Conceptual operation of the model: The input is sampled every T sec. The samples representing instantaneous input position are passed to one circuit which weights them by a coefficient A. A parallel circuit subtracts the past value of the position and divides by the time between samples to give an approximation to the instantaneous velocity. This velocity estimate is then weighted by a coefficient B. The sum of these two quantities represents the prediction done on the input. Because of the operation of the 'muscle' which is a nonresetting integrator, just the difference in the prediction values must be sent to it. That is, if the prediction value does not change over a sample period, a zero value is passed to the summer through the 0.2 sec. delay.

The error is sampled and weighted and also passed to the summer through a 0.2 sec. delay. The delay is incorporated in each path separately since the internal stabilizing loop in the error path feeds back from the delayed error. The 'memory feedback' loop represents an operator's ability to remember the error over one sample period so as to compensate for the effective delay of the muscle of one sample period.

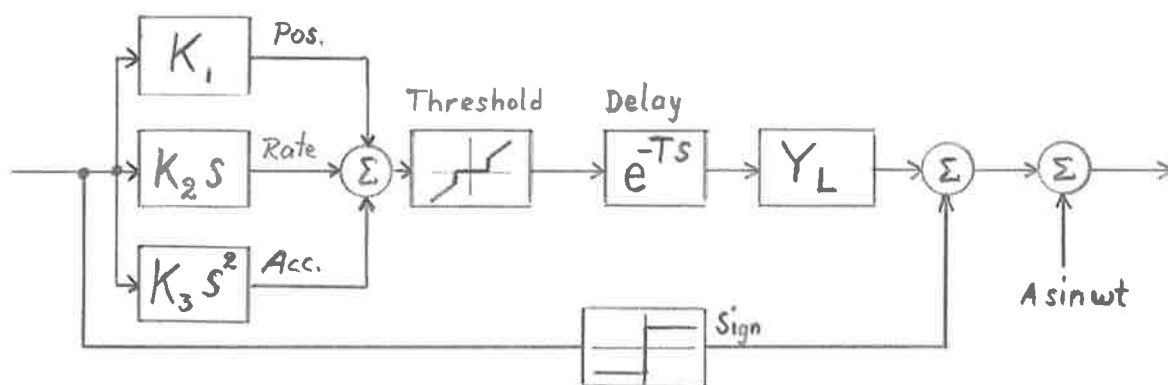
The operation of the model is then as follows: The input is sampled and the instantaneous position and estimated velocity computed and weighted separately. The changes in these quantities from the last sample instant are computed. The delay of 0.2 sec. represents this computation time and any neural reaction time. This computed information is sent to the muscle in the form of a command pulse of width 0.2 sec. and constant height. The muscle integrates this pulse to arrive at a new position. If any error results at the end of this movement, the error sampler takes this value and after one delay time adds it to the next command from the open-loop prediction path to the muscle for correction.

The memory feedback stabilizing loop is identical in purpose to that used by Lemay and Westcott in their step tracking compensatory model."

Slutligen skall sägas att trots att modellen är som gjord för simulering på datamaskin använde Kreifeldt analogi-maskin vid sina försök. Han rapporterar uppmuntrande resultat.

1.2.4. Goodyear Study.

En modell som ofta refereras i litteraturen konstruerades vid Goodyear Aircraft i mitten av femtiotalet. Ref.(5). Simuleringar av typ compensatory tracking utfördes med en pilot alternativt med en analogpilot. Det styrda systemet representerade dynamiken hos ett verkligt flygplan. Vid en del försök satt piloten i en rörlig vagg. Utsignalen från den analoga piloten jämfördes med signalen från den mänskliga. Parametrarna i den förra justerades så att signalerna såg lika dana ut. Dessutom kunde man växla så att antingen signalerna från den mänskliga eller den analoga piloten fick styra systemet. Den analoga modellen ansågs tillfyllest när den mänskliga piloten inte inom 30 sek efter att en omkoppling skett hade märkt att han inte längre styrde simulatören. Man stannade slutligen för följande modell:



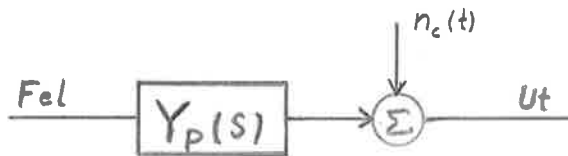
Den första delen representerar operatörens förmåga att uppskatta felets storlek, hastighet och acceleration. Den senare termen förekom endast hos vana piloter och då endast då vaggan var rörlig. Jämför 1.1.3'. Därefter följer en tröskelfunktion som representerar operatörens likgiltighet för små fel. Reaktions tiden motsvaras av e^{-Ts} -faktorn. Y_L är en linjär faktor av följande utseende:

$$Y_L = \frac{K(K's + 1)}{Ms^3 + Ns^2 + Ls + 1}$$

Denna faktor motsvarar dynamiken hos piloten själv (neuro-muscular lag and proprioceptive feedback). Det ideella relät har tillkommit då det visade sig att operatören hade en tendens att ändra sitt styrutslag då felet växlade tecken. Sinussignalen på utgången slutligen är en inlärdd egenhet som endast en del piloter uppvisade.

1.2.5. Den kvasilineära modellen.

Vi kommer nu in på en modell som rönt stort intresse och som utvecklats vidare under medverkan av ett stort antal auktoriteter på området. Den första undersökningen gjordes av Tustin, ref.(6). Han använde egentligen pursuit tracking men betraktade endast felets inverkan på styrningen och sedan dess har vid arbete på den kvasilineära modellen styrsituationen varit av typ compensatory tracking. Genom att undersöka fas och amplitud hos styrsignalen i relation till insignalen (felet) kunde Tustin beskriva den mänskliga operatören som en summa av en lineär del och en vars karaktär tills vidare lämnades åt sidan. Den senare termen kallade han "the Remnant". Vi får då följande modell:



För den lineära delen fann han:

$$Y_p(s) = \frac{K_1}{s} + K_2 e^{-Ts}$$

där T är en ren tidsfördröjning och K:na är parametrar som beror bl.a. på det styrda systemets egenskaper. Till egenskaper och möjliga förklaringar till "the Remnant" återkommer vi. Modellen kallas kvasilineär eftersom den till en dominerande del bestäms av ett lineärt samband.

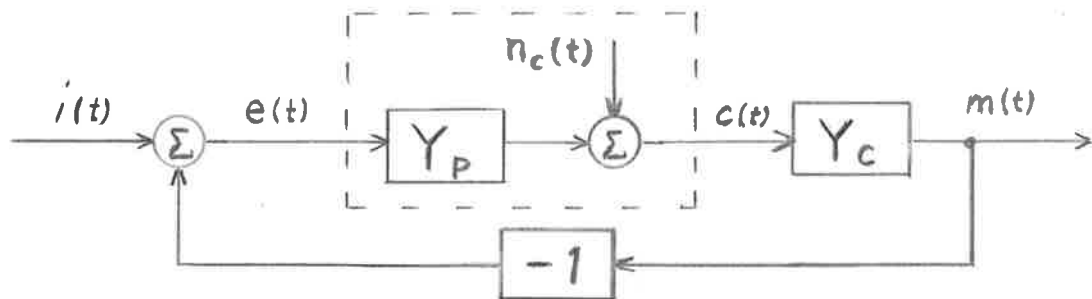
Den kvasilineära modellen har sedan utvecklats både vad gäller undersökningsmetodik och kännedom om parametrarnas beroende av styruppgiften. Med hjälp av kovariansfunktionen för insignal och utsignal för operatören kunde Krendel ref.(7) beräkna insignal och utsignalspektra. Han bestämde så en lineär överföringsfunktion ur

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{\phi_{ii}(j\omega)}{\phi_{oo}(j\omega)}$$

Relationen ger dock ingen information om fasförhållandena. Genom att istället använda korsspektra kunde Elkind ref.(8) och McRuer och Krendel ref.(9) uttrycka av typ

$$Y_p = \frac{\phi_{ic}}{\phi_{ie}} = \frac{\phi_{im}}{\phi_{ie}} \frac{1}{Y_c}$$

bestämma en kvasilineär modell enligt figuren nedan.



Här är $n_c(t)$ the Remnant och Y_P har formen:

$$Y_P = \frac{Ke^{-Ts}(T_L s + 1)}{(T_I s + 1)(T_N s + 1)}$$

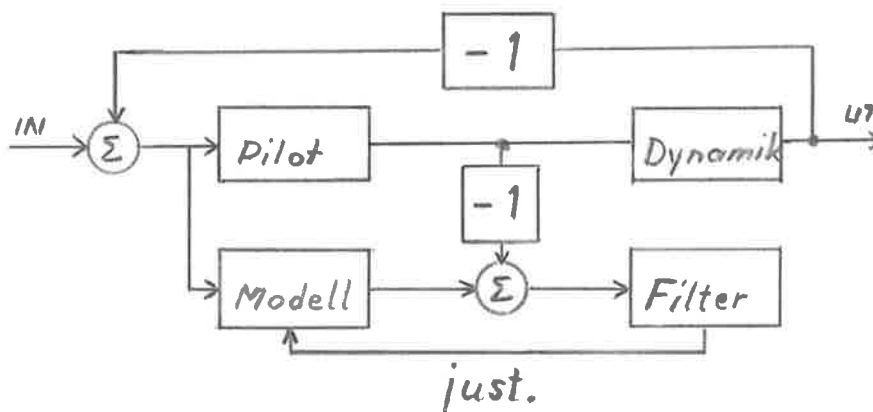
där K är förstärkningen, T är reaktionstiden ($0.12 \leq T \leq 0.20$) och tidskonstanterna T_I och T_L representerar operatörens förmåga att införa lead-lag kompensering. T_N slutligen representerar dynamiken nerver-muskler hos människan (neuro-muscular lag).

1.2.6. Parameter-tracking metoden.

En intressant metod att undersöka tidsberoendet hos parametrarna i den kvasilineära modellen beskrivs i ref.(10). Den mänskliga operatören antas kunna skrivas på formen

$$Y_P = \frac{K_1(\tau + K_2s)}{(\tau + s)^2} \cdot$$

Denna överföringsfunktion realiseras på en analogmaskin där skillnaden mellan utsignalerna från modellen och en mänsklig pilot beräknas då båda erhåller samma insignal. Den så erhållna felspänningen filtreras på lämpligt sätt och får justera parametrarna i den analoga modellen:



De så erhållna momentana värdena på parametrarna kan nu registreras kontinuerligt på skrivare el.dyl.

1.2.7. Crossover modellen.

I ref.(11) ges en beskrivning av hur man på ett ungefär kan bestämma hur den mänskliga överföringsoperatoren kommer att se ut i en viss styruppgift. Man utnyttjar då den så kallade crossover modellen. Resonemanget är detta. Människan försöker styra så att det slutna systemet blir stabilt och så att utifrån kommande störningar motverkas. Från teorin för syntes av reglersystem är känt att detta åstadkommes genom att tillse att det öppna systemet har hög förstärkning inom det frekvensområde som omfattar insignalen, medan förstärkningen därutöver skall vara låg. För stabilitet hos det slutna systemet fordras att förstärkningen för det öppna systemet i området kring ω_c (skärningsfrekvensen, crossover frequency) varierar med 20 dB/dekad.

Det öppna systemet människa-styrobjekt borde alltså nära ω_c kunna skrivas:

$$Y_P Y_C \approx \frac{\omega_c e^{-j\omega\tau_e}}{j\omega}$$

där τ_e är den effektiva fördröjningen orsakad av reaktionstiden och den neuro-muskulära lagtermen. Fig 1.2.7.a. från ref.(11) visar att denna enkla modell ger förvånansvärt gott resultat. I fig 1.2.7.b. visas hur ω_c och τ_e varierar beroende på styruppgiften. Det gäller:

ω_c beror ej av K_C dvs förstärkningen i det styrda systemet.

ω_c beror ej av insignalen så länge den är lågfrekvent dvs

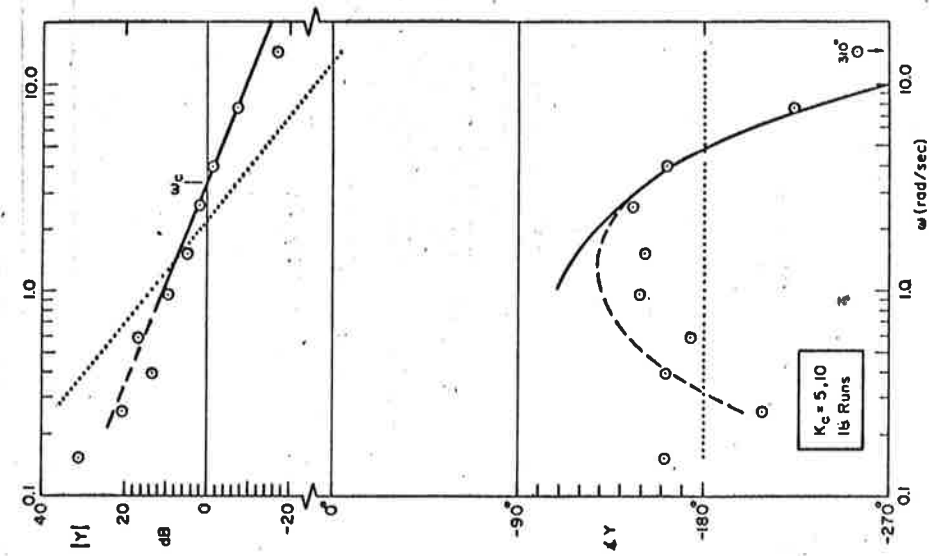
$\omega_i < 0.8 \omega_c$.

Då $\omega_i > 0.8 \omega_{c0}$ minskar ω_c drastiskt (crossover frequency regression).

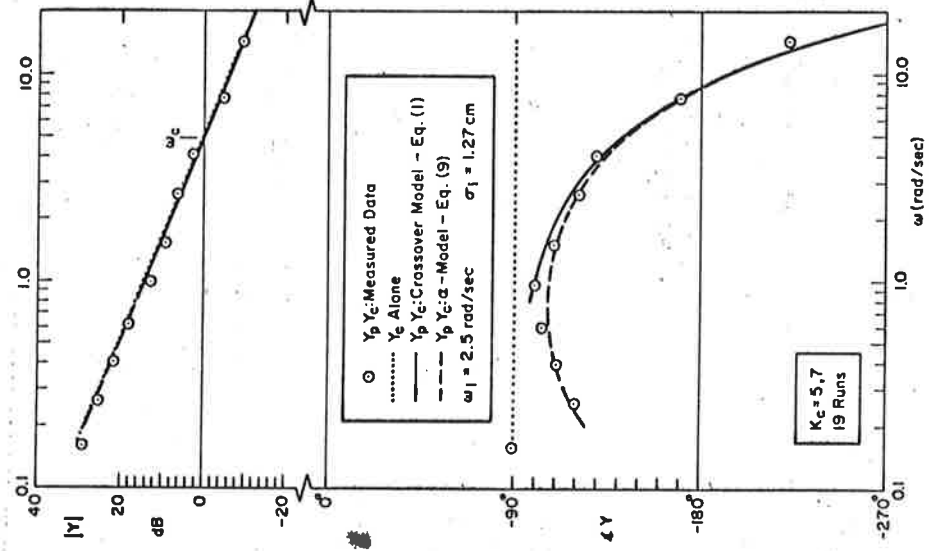
Om vi inför $s = j\omega$ kan vi göra en intressant iakttagelse:

$$Y_P Y_C = \frac{\omega_c e^{-s\tau_e}}{s}$$

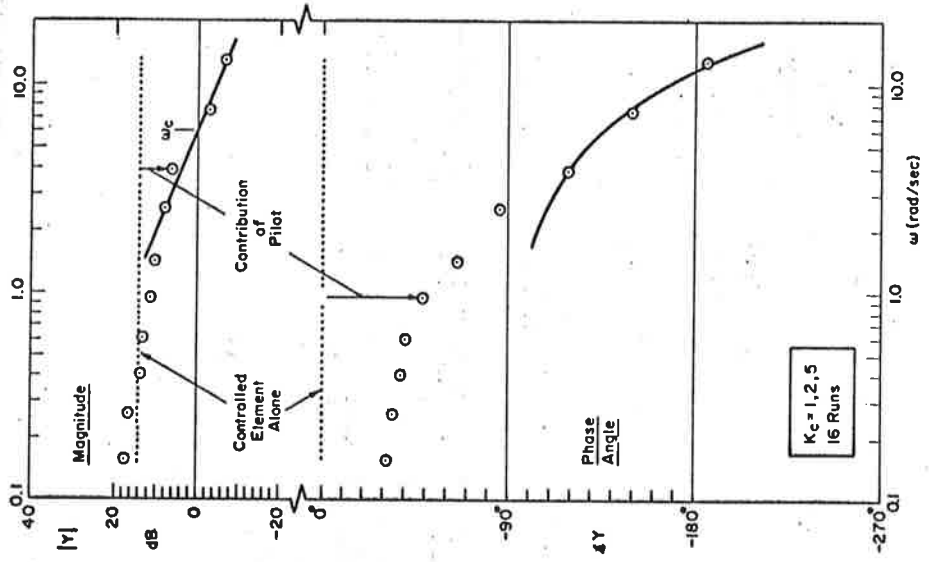
dvs människan strävar att förvandla det öppna systemet till en integrator plus en fördröjning.



(a) $Y_c = K_c$



(b) $Y_c = K_c/s$



(c) $Y_c = K_c/s^2$

Fig. 2. Measured open-loop describing functions and comparisons with crossover models for $Y_c = K$, K/s , and K/s^2 .

Figur 1.2.7.a.

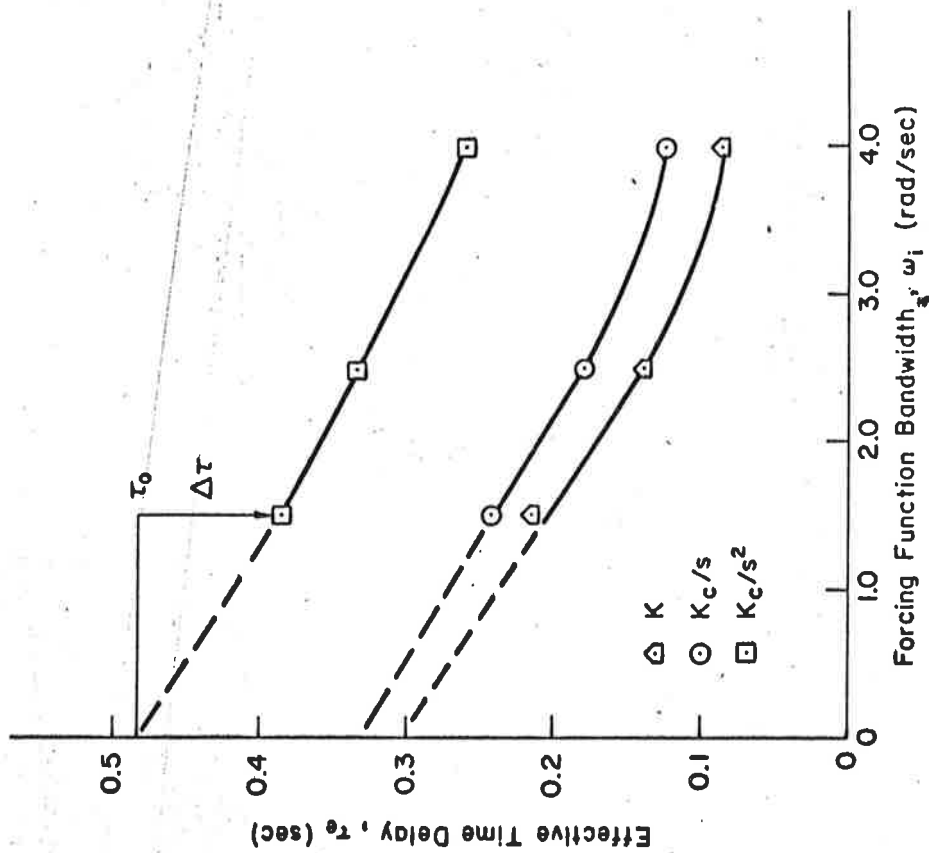


Fig. 4. Variation of effective time delay on type of controlled element and input bandwidth

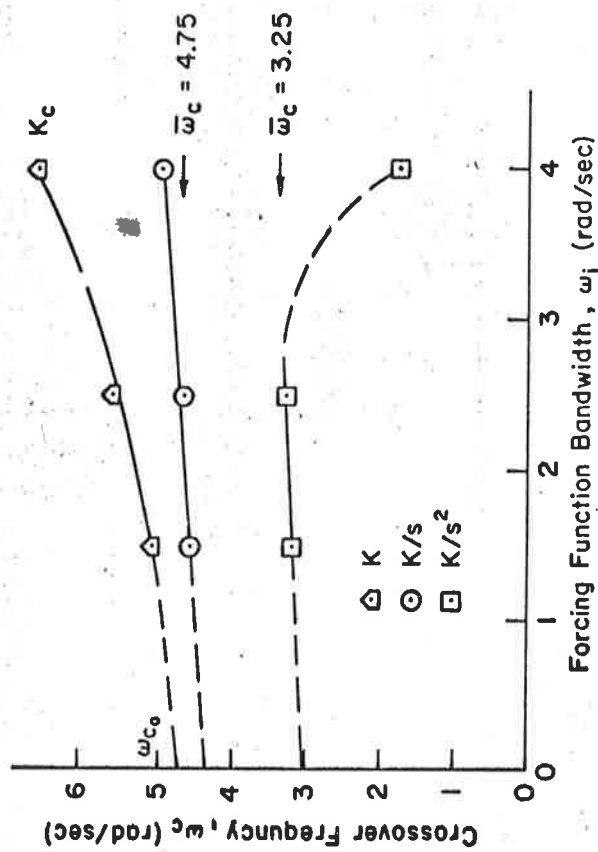


Fig. 3. Dependence of crossover frequency on type of controlled element and input bandwidth

Figure 1.2.7.b.

1.3.1. The Remnant.

Inledningsvis konstaterades att människan som operatör är både stokastisk och olinjär. Ändå har stora framgångar nåtts med den kvasilineära modellen där allt som inte beror lineärt av signalen sopas under mattan - the Remnant. Detta beror givetvis på att det bidrag denna senare del ger inte är stort. Om den lineära korrelationen ρ införs gäller

$$\rho^2 = 1 - \frac{\Phi_{nn}}{\Phi_{cc}}$$

I ref.(12) finner man t.ex. för $Y_C = K/s$ $0.942 < \rho < 0.994$
och för $Y_C = K/s^2$ $0.817 < \rho < 0.984$.

Det skall dock sägas att även om the Remnant inte inverkar på stabiliteten i någon större grad kan den ha en avgörande betydelse för prestanda.

Orsaker till the Remnant:

1. Brus i systemet.
2. Olineariteter hos människan (jämför 1.2.4.).
3. Reaktionen (lineära eller ej) på andra signaler.
4. Tidsvariationer hos parametrarna i modellen.
5. En mängd andra orsaker kan tänkas.

Egenskaper hos the Remnant: Den ökar med

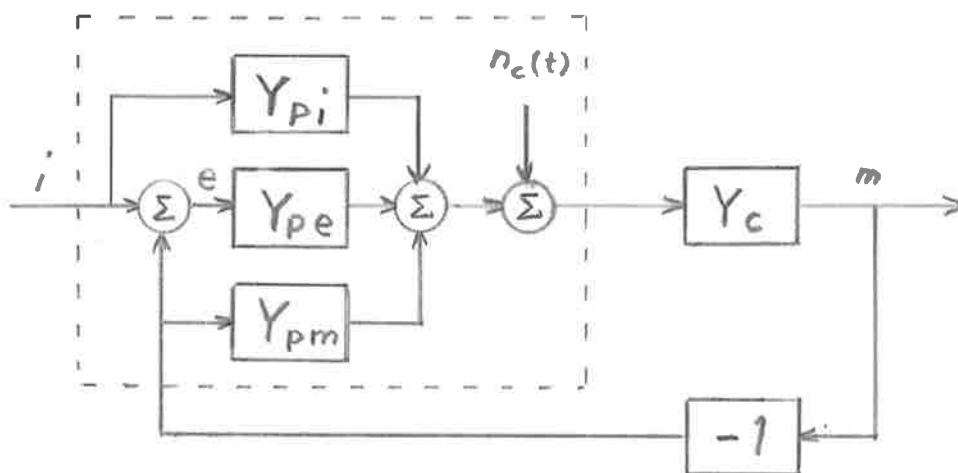
1. ökande förstärkning i styrojektet.
2. ökande bandbredd hos signalen.
3. högre ordning hos det styrda systemet.
4. kort sagt med växande svårighetsgrad på styruppgiften.

1.3.2. Styrning av svåra system.

En intressant illustration till vad som sagts i föregående avsnitt ges i ref.(13). Vid styrning av system av hög ordning är integralen av styrsignalen av stor betydelse. För att hålla reda på sina egna styringrepp tvingas piloten uppskatta denna integral, vilket är svårt. Det visar sig att han, även med en kontinuerlig styranordning, använder den på ett till-från manér, dvs med perioder med fullt spakutslag omväxlande med perioder med nollutslag. Uppskattningen av integralens värde ersätts då med en uppskattning av styringreppets tidslängd, vilket ställer sig enklare. Det säger sig självt att en styrning av ovan beskrivet slag är starkt olineär och ger upphov till en stor remnant-term.

Det visade sig också att om piloten försågs med en styrspak med endast tre lägen (+,0,-) så minskades felsignalens rms-värde tydligt. Ett väldefinierat nolläge då inget ofrivilligt styringrepp kan ske är även till stor hjälp. Författarna föreslår slutligen att man skall ta steget fullt ut och förse piloten med en styranordning som förutom nollsignal kan ge ett positivt eller negativt pulståg med pulser av konstant höjd, längd och repetitionsfrekvens. Piloten behöver då inte ens uppskatta en tidslängd utan behöver endast räkna antalet styripulser.

1.4. Jämförelse mellan compensatory- och pursuit tracking. I litteraturen har huvudsakligen compensatory tracking behandlats, dels beroende på att den är vanligast i praktiken, dels på att de så framtagna modellerna ger en god uppskattning (dock ofta i underkant) av den mänskliga förmågan även vid pursuit tracking. En kvasilineär modell för pursuit tracking hämtad ur ref.(11) visas i figur:



Förutom remnant-term observeras tre lineära operatorer. Dessa är Y_{Pi} som verkar direkt på insignalen, Y_{Pe} som verkar på felet (som operatören själv bildar) samt Y_{Pm} som verkar på utsignalen. Det är omedelbart klart att svårigheter dyker upp när det gäller att bestämma dessa överföringsfunktioner. De är ju inte åtkomliga var för sig för direkt mätning. Y_{Pm} är den som är minst känd av de tre. Den antas ha sin största betydelse vid styrsituationer där operatören genom rörelse känner utsignalen t.ex. vid styrning av flygplan. Y_{Pe} kan på goda grunder antas vara av samma form som vid styrning på felet enbart (compensatory tracking). Det är ju genom Y_{Pe} som systemet slutet och stabiliteten ställer då samma krav på Y_{Pe} som behandlats i avsnitt 1.2.7. Vad beträffar Y_{Pi} slutligen skulle man ju vänta sig $Y_{Pi} = 1/Y_c$, varigenom uppkomna fel endast skulle härröra från the Remnant. Mätningar på ett system $Y_c = 2.5/(s(s - 1.5))$ som refereras i ref.(11) visar god överensstämmelse i amplitud medan likheten i fas är dålig. Se figur 1.4.a! Vid denna mätning antogs Y_{Pe} vara samma som tidigare uppmätts då endast felet presenterades försökspersonen.

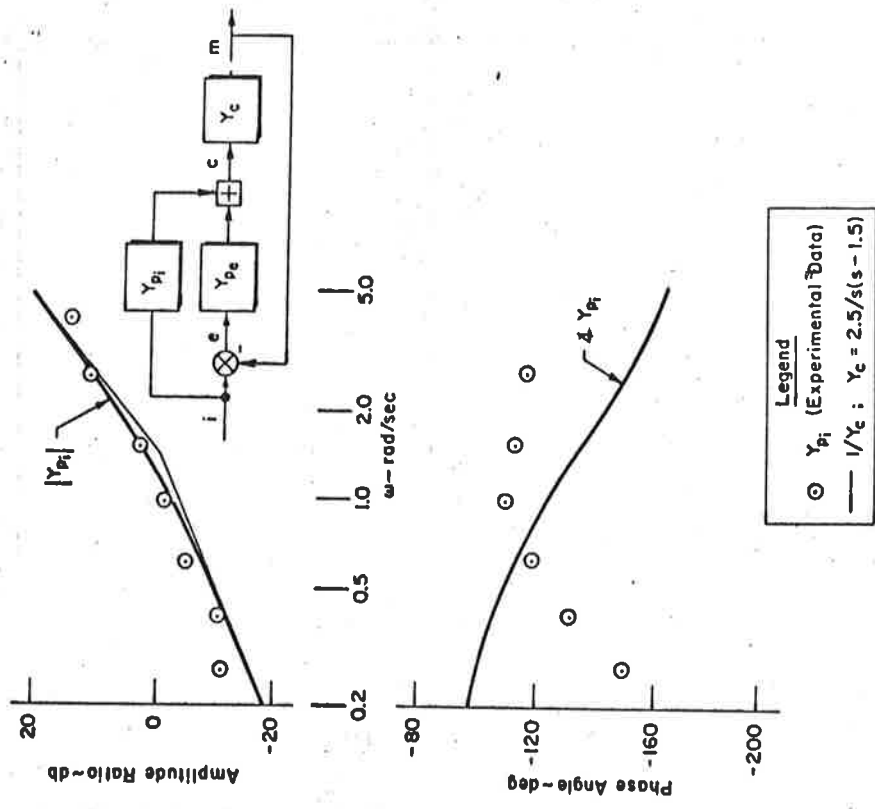


Fig. 11. Indirectly measured pilot feedforward describing function (from Ref. 31)

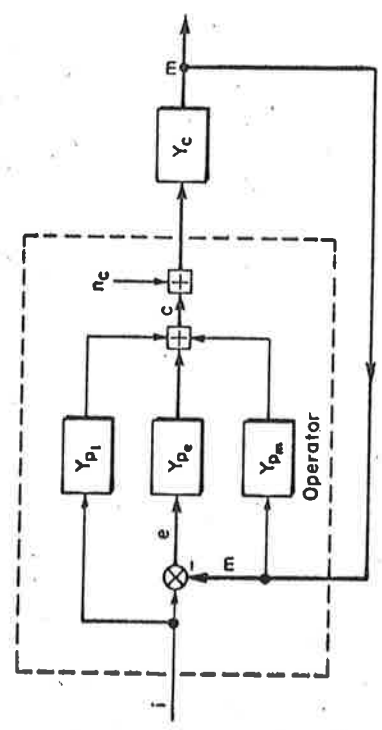


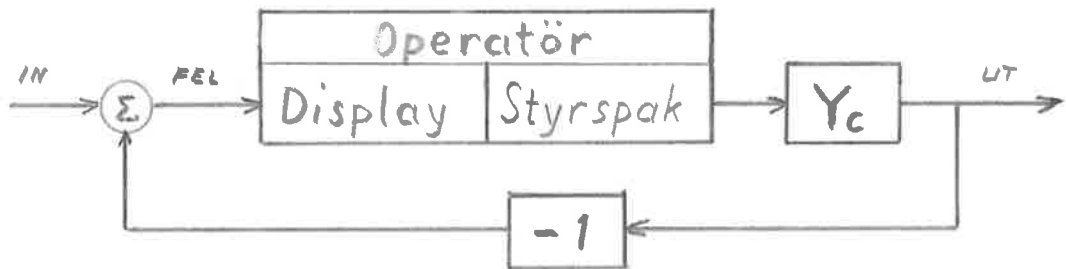
Fig. 10. Block diagram for the pursuit model

Figur 1.4.a.

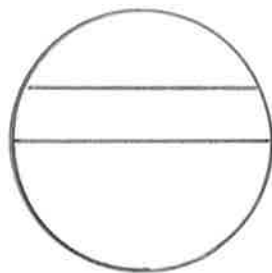
2. Försök med manuell styrning.

2.1. Försökets utförande.

I anslutning till litteraturstudierna företogs ett par anspråkslösa experiment med manuell styrning på analogmaskin. Uppkopplingen framgår schematiskt av figuren.



Operatören försöker styra så att det presenterade felet blir noll, dvs vi har compensatory tracking. Felpresentationen skedde med hjälp av ett dubbelstråleoscilloscop på c:a 50 cm avstånd från försökspersonens ögon. Det ena svepet fick tjänstgöra som nollinje medan det andra representerade felet.



Fellinje

Nollinje

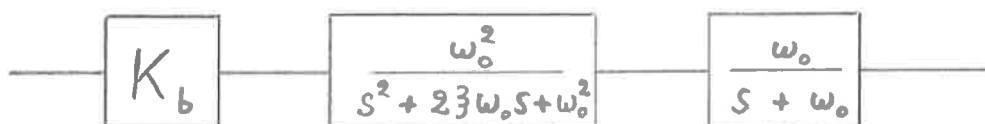
Fellinjen och nollinjen skall alltså bringas att sammanfalla.

Styrspaken bestod i princip av en potentiometer vars mittuttag påverkades av en spak. På potentiometerens ändar anbringades + resp. - 100 V. När spaken manövrerades kunde spänningen på mittuttaget alltså variera mellan dessa båda värden. Styrspaken var inte fjäderpåverkad.

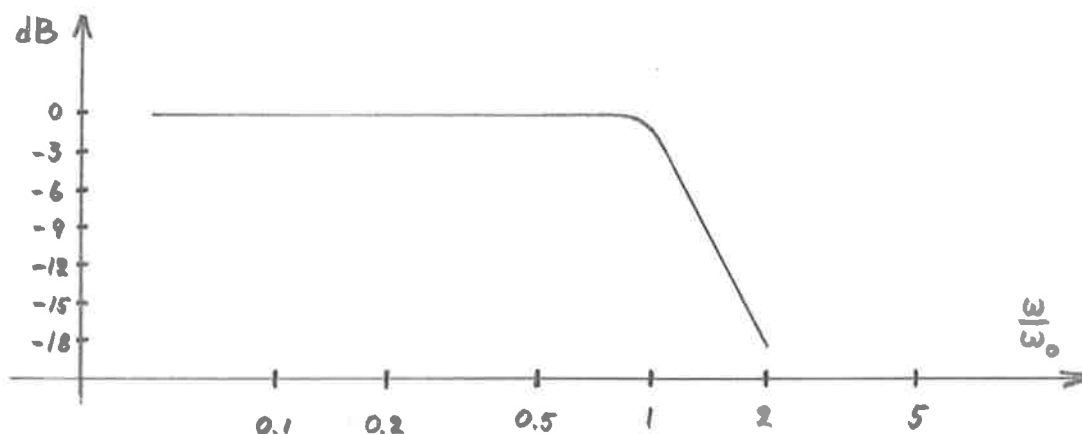
På analogmaskinen kunde olika system uppkopplas, i detta fall studerades K , K/s , K/s^2 och $K(1-s)/(1+s)$.

På maskinen genererades också insignalen. Tre olika deterministiska signaler användes: steg, ramp samt acceleration. Dessutom användes normalfördelat brus framställt genom filttering av brus från en brusgenerator med bandbredd 0 - 30 Hz.

Det använda filtret var av följande typ:



Dämpningskonstanten ζ valdes till 0.4. Därvid fås teoretiskt följande filterkurva:



Tre olika värden på ω_0 förekom: 1, 3 och 6 rad/sek. K_b justerades så att brusets rms-värde uppskattades vara ungefär lika för de olika värdena på ω_0 . Värdet i sig uppmättes dock inte. Överhuvud taget gjordes inga kvantitativa undersökningar, så t.ex. beräknades ej spakförstärkningen utan den justerades så att det "kändes bra" och detta värde bibehölls sedan oförändrat.

Felsignalen som funktion av tiden plottades på x-y skrivare med samma känslighet som på oscilloscopet (10 V/cm). Registreringen skedde alltså i samma skala som felpresentationen. I x-led pålades en rampspänning som gav tidsskalan 2 sek/cm.

2.2. Resultat.

Upptagningar från försöken visas i 2.2. Fig 1-5.

Fig 1. Kurvorna a, b och c visar realiseringar av brusets ω_0 lika med 1, 3 resp 6 rad/sek. Kurvorna d, e och f visar de tre deterministiska signalerna i ordning steg, ramp och acceleration.

Fig 2. Kurvorna a, b och c visar styrning med steg som insignal. $Y_C = K$, K/s och K/s^2 respektive. Kurvorna d, e och f visar motsvarande med ramp som insignal.

Fig 3. De tre första kurvorna visar samma som i fig 2 men med acceleration som insignal. Kurvorna d, e och f visar styrning med brus. För alla tre gäller $Y_C = K$. Däremot varierar ω_0 ; 6, 3 och 1 rad/sek resp.

Fig 4. Kurvorna a och b visar styrning av brus med $\omega_0 = 3$ och 1 rad/sek. $Y_C = K/s$. Kurvorna c och d visar motsvarande a och b men med $Y_C = K/s^2$.

Fig 5. Här visas styrning av systemet $K(1 - s)/(1 + s)$ med insignalerna steg, ramp och brus med $\omega_0 = 6$ rad/sek.

Kommentarer:

Fig 2 och fig 3 abc. I fall 2 a och b kan reaktionstidsfördröjningen uppskattas till 0.2 - 0.3 sek vilket är normalt vid styruppgifter av detta slag. I c är tiden c:a 0.5 sek vilket tyder på att försökspersonen "nickat till".

Man kan också observera att i de två enklare systemen K och K/s felet kan fås nära konstant lika med noll. I fallet K/s^2 däremot observeras att felet är oscillerande med ett korttidsmedelvärde skilt från noll. Oscillationen beror naturligtvis på att systemet är starkt instabilt och styruppgiften att beteckna som svår. Det från noll skilda medelvärdet skulle nog kunna avhjälpas genom ytterligare träning eventuellt i kombination med en ändring i styrspakens konstruktion, se vidare 2.3.

Enligt crossovermodellen som beskrivits tidigare anpassar operatören sin förstärkning till ett värde beroende på systemets egen förstärkning. Det är dock att märka att denna modell förutsätter brus som insignal, medan vi nu studerar deterministiska insignaler. Det är här mycket som talar för att operatören varierar sin förstärkning beroende på felets storlek. Se speciellt fig 2 f och fig 3 c där system-

dynamiken är K/s^2 . Innan rampen respektive accelerationen inträffat är felet långsamt oscillerande. När sedan felet plötsligt blir stort på grund av insignalen är det rimligt att anta att operatören snabbt försöker nollställa felet, dvs han ökar sin förstärkning. Man ser också hur oscillationerna blir snabbare, tills de efter en stund när felet blivit litet återgår till den långsammare takten, dvs han har sänkt sin förstärkning igen.

Vad gäller styrning med brus som insignal skall först en allmän iakttagelse göras: Fesignalen innehåller höga frekvenser som inte finns i insignalen. Dessa måste alltså vara introducerade av operatören (the Remnant!).

Försök gjordes att jämföra resultaten från styrning med olika bandbredd på bruset med de man kunde vänta ur figur 1.2.7.b. Lösligt kan sägas att för att styrningen skall lyckas åstadkomma en minskning av felet måste det öppna systemets skärningsfrekvens (crossover frequency) vara mindre än insignalens bandbredd. Enligt fig 1.2.7.b kan väntas

1. att för systemet $Y_C = K$ bör brus med bandbredden $\omega_o = 3$ och $\omega_o = 1$ rad/sek kunna styras medan det är osäkert hur det går med $\omega_o = 6$ rad/sek.

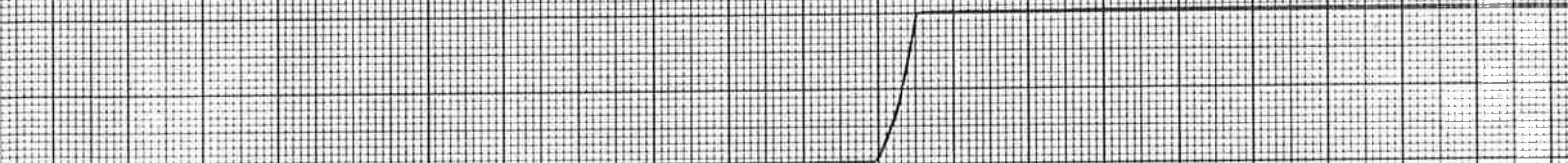
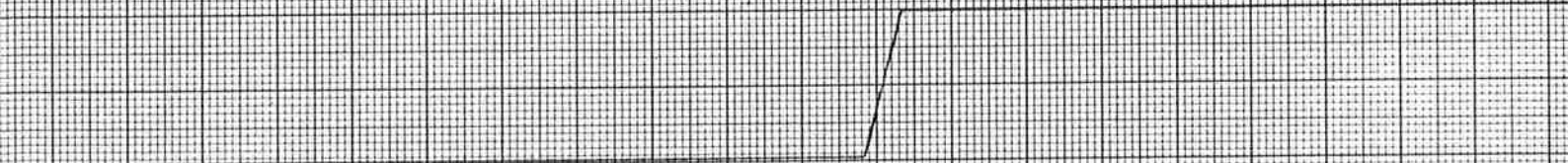
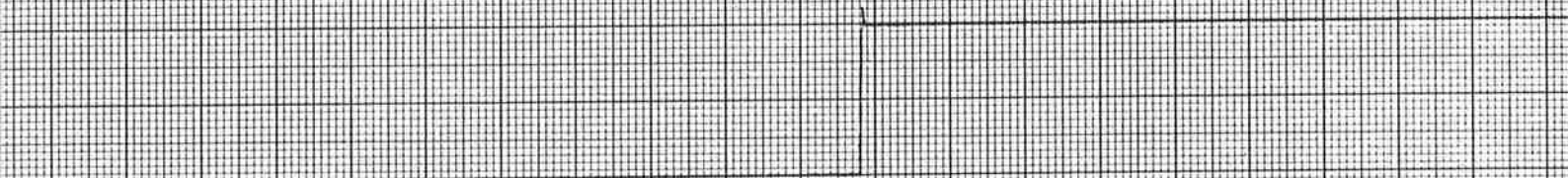
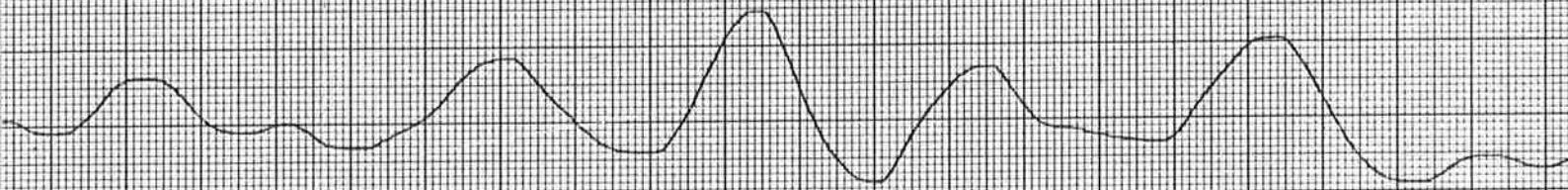
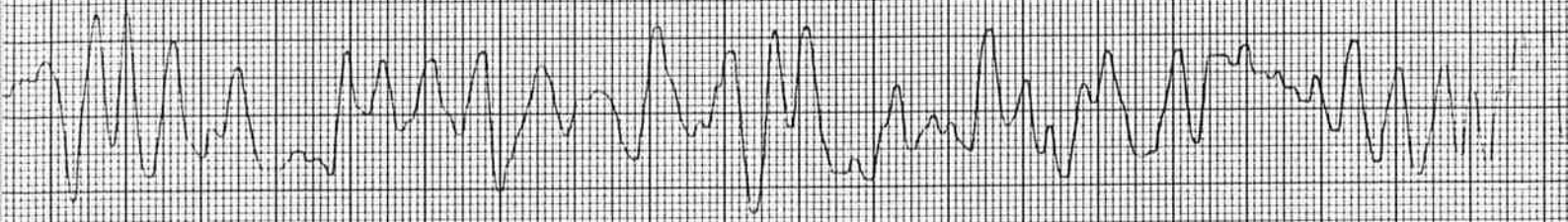
2. att för $Y_C = K/s$ $\omega_o = 6$ rad/sek bör vara omöjligt medan $\omega_o = 3$ och $\omega_o = 1$ rad/sek bör gå bra.

3. att för $Y_C = K/s^2$ bör $\omega_o = 1$ rad/sek kunna styras medan $\omega_o = 3$ rad/sek och högre ligger utom det möjligas gräns.

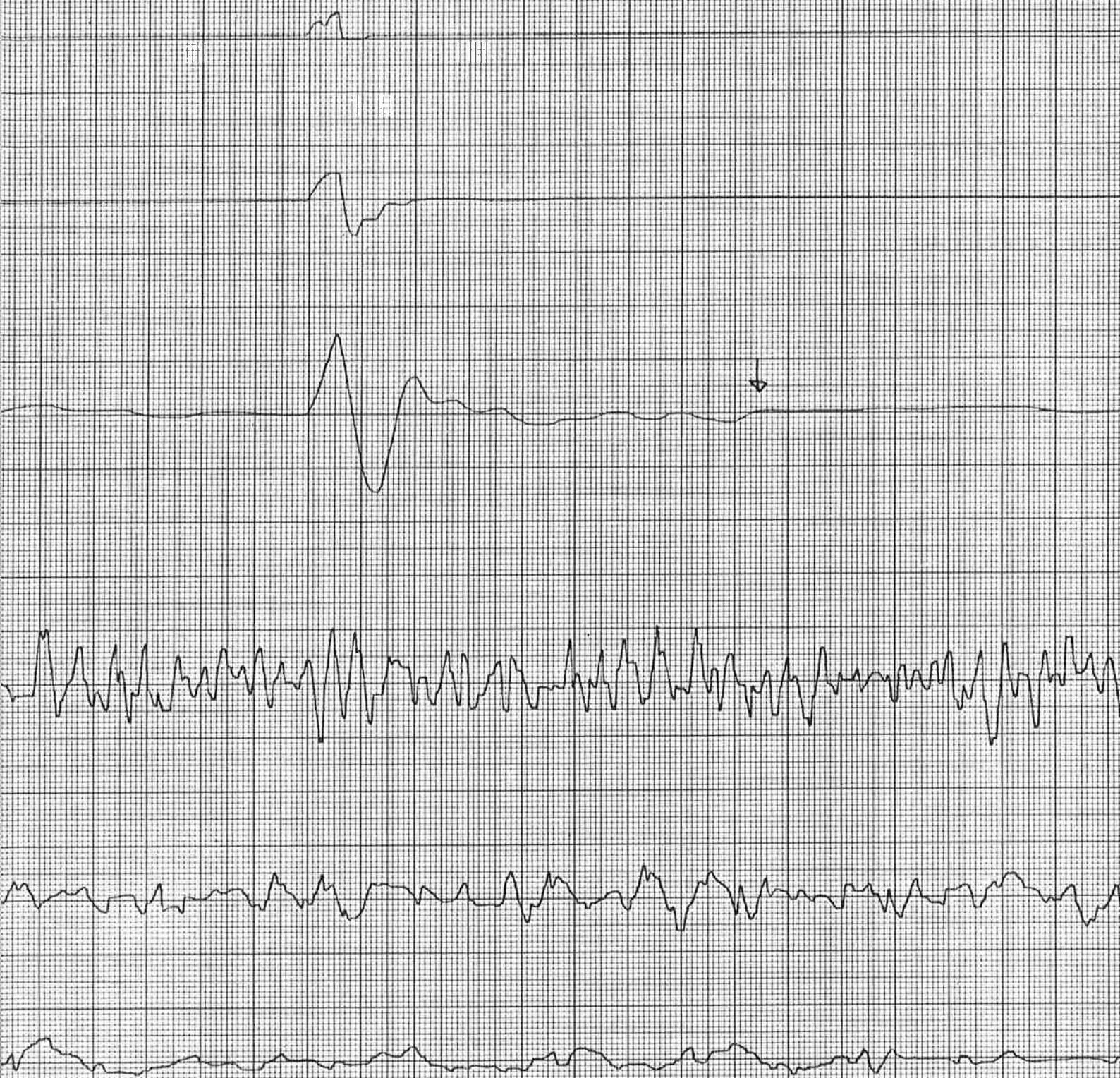
Experimenten stämmer faktiskt rätt väl härmed:

I fig 3 def syns att vid den högsta frekvensen felets rms-värde inte väsentligt minskats medan så är fallet för de båda lägre frekvenserna. I fig 4 ab visas resultatet med systemet $Y_C = K/s$. För $\omega_o = 3$ rad/sek syns en viss förbättring och för $\omega_o = 1$ rad/sek är resultatet av styrningen en klar framgång. I fig 4 cd slutligen observeras att för $\omega_o = 3$ rad/sek styrningen medför ökat fel, medan för $\omega_o = 1$ rad/sek en förbättring av felets amplitud uppnåtts.

I fig 5 visas resultatet av styrning av ett system som ej är minfas. Det känns mycket underligt att styra ett sådant system. För att få systemet stabilt måste man styra så att felet momentant ökas. Systemets dynamik gör då att felet därefter sakta går mot noll eller minskar. Om man däremot försöker styra så att felet momentant minskar (vilket kan lyckas för en kort stund) måste styrsignalen hela tiden ökas tills mättning sker då man förlorar kontrollen över systemet.



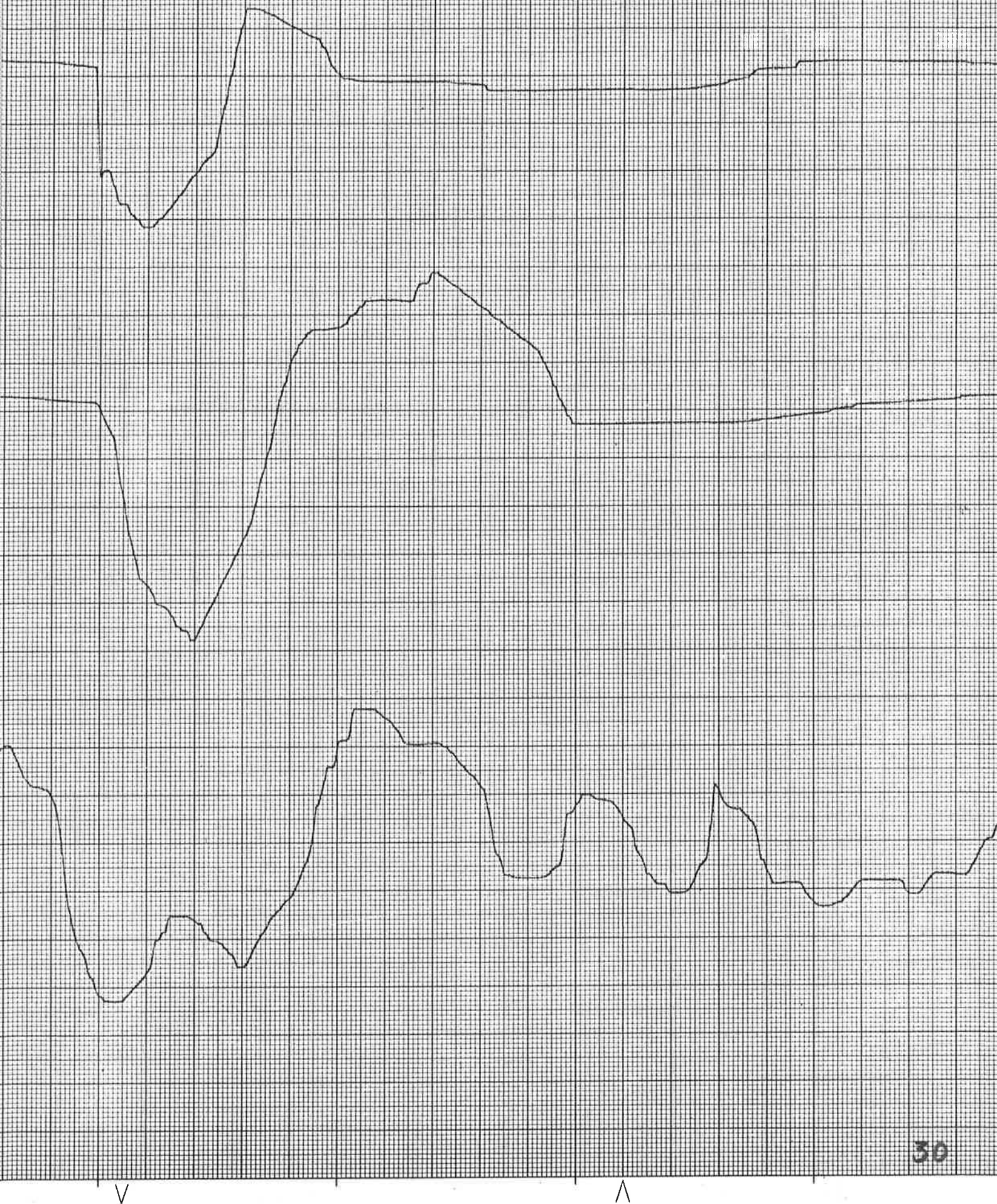






V

Λ



V

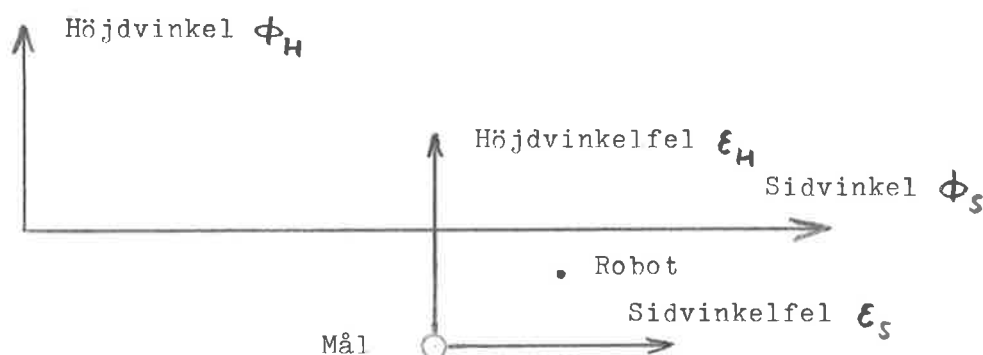
Λ

2.3. Möjlig förbättring av styrspaken.

Som redan antytts skulle ett bättre resultat främst vid styrning av K/s^2 eventuellt kunna uppnås genom en ändring av styrspaken. Enligt vad som nämnts i avsnitt 1.3.2. är det önskvärt att ha en väldefinierad nollpunkt eftersom integralen av styrsignalen har stor betydelse vid system av hög ordning. Modifieringen skulle alltså bestå i en fjäder sådan att spaken automatiskt återgår till neutralläge. Därigenom skulle operatören dessutom bättre kunna känna storleken av sitt styringrepp, även det en förbättring. (Proprioceptiv återkoppling 1.1.3!).

3. Datamaterialet.

De data som skall ligga till grund för pilotidentifieringen i detta examensarbete har följande bakgrund: Från ett flygplan som flyger rakt fram på konstant höjd med konstant fart avfyras en robot mot ett mål. Roboten kan styras med signaler från flygplanets pilot och det sker så att roboten hela tiden befinner sig på siktlinjen mellan flygplan och mål. På grund av flygplanets rörelse relativt målet kommer sid- och höjdvinkel till såväl mål som robot att variera. Piloten ser uppkomna fel i sid- och höjdvinkel och försöker nollställa dem. Situationen är alltså pursuit tracking i två dimensioner. Apparattekniskt utfördes försöket så att försökspersonen fick sitta i en modell av förarkabinen i ett flygplan. På höger sida satt styrorganet som var fast. Den kraft som piloten med handen utövar på detta är styrsignal till roboten. Cirka 3 m framför piloten fanns en krökt vit skärm. På denna avbildades med hjälp av en projektor dels en röd ring symboliserande målet dels en vit punkt symboliserande roboten. På en analogmaskin var uppkopplade de ekvationer som bestämmer målets rörelse i höjd och sida beroende på flygplanets flykt. Samma sak gällde beträffande roboten, men här medtoges också inverkan från pilotens styrororder, robotens dynamik, dess fart och dess avstånd från flygplanet. Signalerna från analogmaskinen fick så styra projektorn så att mål och robotsymbolerna rörde sig över skärmen. Försökspersonen försökte styra den vita punkten - roboten så att den låg inom den röda cirkeln - på syftlinjen till målet. Vid denna undersökning registrerades följande storheter på åttakanalsskrivare: styrsignal i sida och höjd, sid- och höjdvinkel till målet, sid- och höjdvinkelfel, robotens fart samt en digitaliseringsorder. Till denna senare återkommer vi. Samtidigt inspelades samtliga kanaler utom robothastigheten med hjälp av en databandspelare. Definitioner av sid- och höjdvinklar enligt figur.



Styrningen kan indelas i två faser:

1. Styrning av roboten till siktlinjen.
2. Styrning av roboten på siktlinjen.

Dessa två faser är av helt olika karaktär. I den första använder piloten sig mer eller mindre av ett standardprogram där felets storlek har liten inverkan på hans styrmanövrer. I den andra fasen däremot är styringreppen till största delen beroende på felets momentana storlek. Det är den andra fasen som här skall undersökas. Det är här som signalen i den åttonde kanalen kommer in. När felsignalerna blivit små dvs fas två kan antas ha börjat inläggas här manuellt en fast likspänning (digitaliseringsorder).

Bandet från bandspelaren behandlades därefter i SAAB:s automatiska provutvärderingscentral (SAPUC). Här återfördes signalerna till analog form och när en likspänning återfanns i kanal åtta samplades de övriga signalerna och digitaliserades som heltal mellan -1024 och +1024. Detta skedde i en D-21:a. Från denna utmatades styrsignal i sida, sidvinkel och sidvinkelfel stansade på 5-kanalsremsa för vidare behandling i SMIL. Tyvärr finns här en svaghet i dataöverföringen. Signalerna i analogmaskinen var för små att styra ut bandspelaren ordentligt och några lediga förstärkare fanns inte. Endast en liten del av det möjliga svinget vid digitaliseringen kunde alltså utnyttjas, vilket resulterar i ett onödigt kraftigt kvantiseringsbrus.

Försöket: Tre olika skjutfall genomfördes.

1. Skjutning rätt fram. Målet rör sig nu obetydligt i både sida och höjd. Detta skjutfall kan karaktäriseras som compensatory tracking i både sida och höjd.
2. Skjutning snett nedåt framåt. Målet rör sig obetydligt i sida men kommer att ha en ökande negativ höjdvinkel. (Målet kommer att passera under planet). Vi har nu compensatory tracking i sida men pursuit ditto i höjd.
3. Skjutning snett nedåt åt sidan. Målet har en starkt ökande positiv sidvinkel och en ökande negativ höjdvinkel. Vi har nu pursuit tracking i både sida och höjd.

Det är hela tiden endast styrning i sida som undersöks.

Försökspersoner:

Tre försökspersoner användes. Två fältflygare från flygvapnet sköt vardera 10 skott fördelade så: Första dagen efter någon träning sköts: Skjutfall 1 och 2, två skott efter varandra, Skjutfall 3, ett skott. Andra dagen när försökspersonerna ansågs fulltränade sköts samma serie om igen. Dessutom sköt en tredje försöksperson som ansågs mycket vältränad ett skott av vardera skjutfallet.

4. Processidentifiering enligt minsta kvadratmetoden.

4.1. Teori.

Vi antar att den process vi vill identifiera har två insignaler och en utsignal samt att den kan beskrivas med den linjära modellen:

$$A(z^{-1})y(t) + B_1(z^{-1})u_1(t) + B_2(z^{-1})u_2(t) = e(t) \quad \text{där}$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_pz^{-p}$$

$$B_1(z^{-1}) = b_{10} + b_{11}z^{-1} + b_{12}z^{-2} + \dots + b_{1p}z^{-p}$$

$$B_2(z^{-1}) = b_{20} + b_{21}z^{-1} + b_{22}z^{-2} + \dots + b_{2p}z^{-p}$$

Feltermen $e(t)$ beskriver den momentana avvikelser från den lineära modellen. För att modellen skall vara vettig bör denna avvikelse vara oberoende av in- och utsignalerna samt ha medelvärde noll. Dessutom förutsätter vi att $b_{10} = b_{20} = 0$. Situationen är nu den att vi känner ut- och insignalernas värden i tidpunkterna 1 tom. M . Vi kan då skriva upp $M - p$ ekvationer med $a_1 \dots a_p, b_{11} \dots b_{1p}, b_{21} \dots b_{2p}$ som obekanta.

$$y(p+1) + a_1y(p) + \dots + a_p y(1) + b_{11}u_1(p) + \dots + b_{2p}u_2(1) = e(p+1)$$

$$y(M) + a_1y(M-1) + \dots + a_p y(M-p) + b_{11}u_1(M-p) + \dots + b_{2p}u_2(M-p) = e(M)$$

Om vi nu inför följande matriser:

$$\Phi = \begin{bmatrix} y(p) & u_1(p) & u_2(p) & y(p-1) & u_1(p-1) & u_2(p-1) & \dots & y(1) & u_1(1) & u_2(1) \\ y(p+1) & u_1(p+1) & u_2(p+1) & y(p) & u_1(p) & u_2(p) & \dots & y(2) & u_1(2) & u_2(2) \\ y(p+2) & u_1(p+2) & u_2(p+2) & y(p+1) & u_1(p+1) & u_2(p+1) & \dots & y(3) & u_1(3) & u_2(3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(M-1) & u_1(M-1) & u_2(M-1) & y(M-2) & u_1(M-2) & u_2(M-2) & \dots & y(M-p) & u_1(M-p) & u_2(M-p) \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_{11} \\ b_{21} \\ a_2 \\ b_{12} \\ b_{22} \\ \vdots \\ a_p \\ b_{1p} \\ b_{2p} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y(p+1) \\ y(p+2) \\ y(p+3) \\ \vdots \\ y(M) \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} e(p+1) \\ e(p+2) \\ e(p+3) \\ \vdots \\ e(M) \end{bmatrix}$$

kan vi skriva ekvationerna i matrisform:

$$\Phi \Theta + Y = E$$

Man söker nu en skattning av Θ sådan att kvadratsumman av $e(t)$ $t = p+1 \dots M$ blir minimal. Matrisalgebra ger:

$$\begin{aligned} \sum e(t) &= E^T E = (\Phi \Theta + Y)^T (\Phi \Theta + Y) = (Y^T + \Theta^T \Phi) (\Phi \Theta + Y) = \\ &= Y^T \Phi \Theta + Y^T Y + \Theta^T \Phi^T \Phi \Theta + \Theta^T \Phi^T Y = \\ &= (\Theta + (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y)^T \Phi^T \Phi (\Theta + (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y) + Y^T Y - Y^T \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \end{aligned}$$

Här kan observeras att endast första termen beror av Θ samt att denna term är kvadratisk. Minimum erhålles alltså när denna är noll. Vi får således skattningen:

$$\hat{\Theta} = -(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \implies \sum e(t) = Y^T Y + Y^T \Phi \hat{\Theta} .$$

4.2. Beräkning av parametrarnas standardavvikelse.

Vi antar att feltermerna $e(t)$ är oberoende normalfördelade stokastiska variabler med medelvärde noll och variansen σ^2 .

Vi har enligt föregående matrisekvationen:

$$\Phi \theta + Y = E \quad \text{och skattningen:}$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= -(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y = -(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T (E - \Phi \theta) = \\ &= (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \Phi \theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E = \theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E \end{aligned}$$

Vi finner då medelvärdet av skattningen:

$$E\{\hat{\theta}\} = \theta - (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E\{E\} = \theta$$

Här har utnyttjats att felens medelvärde är noll. Vi har alltså konstaterat att skattningen är medelvärdesriktig. Vad är dess varians?

$$\begin{aligned} V\{\hat{\theta}\} &= E\{(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T\} = \\ &= E\{(-(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E)(-\Phi^T (\Phi^T \Phi)^{-1} E)^T\} = \\ &= E\{(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E E^T \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1}\} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T E\{E E^T\} \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \\ E\{E E^T\} &= \sigma^2 I \quad \Rightarrow \\ V\{\hat{\theta}\} &= \sigma^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} = \sigma^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} \end{aligned}$$

Variansen för var och en av systemparametrarna ges alltså av feltermernas varians gånger motsvarande element i $(\Phi^T \Phi)^{-1}$.

4.3. Numeriska synpunkter inför programmeringen.

Vid behandling på datamaskin observeras att matrisen Φ med ökande datamängd snabbt blir otympligt stor, medan den kvadratiske matrisen $\Phi^T \Phi$:s ordning $3p$ är relativt måttlig. P är här som förut systemmodellens ordning. Vilka är då elementen i $\Phi^T \Phi$? Hopmultiplicering ger: (OBS, att $\Phi^T \Phi$ är symmetrisk! Bevis: $(\Phi^T \Phi)^T = \Phi^T \Phi^{TT} = \Phi^T \Phi$.)

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)^2 & \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)u_1(j) & \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)u_2(j) & \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)\gamma(j-1) & \dots & \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)\gamma(j-p+1) & \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)u_1(j-p+1) & \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)u_2(j-p+1) \\ \sum_{j=1}^{M-1} u_1(j)^2 & \sum_{j=1}^{M-1} u_1(j)u_2(j) & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)\gamma(j-1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_1(j)\gamma(j-1) & \dots & \sum_{j=1}^{M-1} u_1(j)\gamma(j-p+1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_1(j)u_1(j-p+1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_1(j)u_2(j-p+1) \\ \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)^2 & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)\gamma(j-1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)u_1(j-1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)u_2(j-1) & \dots & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)\gamma(j-p+1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)u_1(j-p+1) & \sum_{j=1}^{M-1} u_2(j)u_2(j-p+1) \\ \sum_{j=1}^{M-2} \gamma(j)^2 & \sum_{j=1}^{M-2} \gamma(j)u_1(j) & \sum_{j=1}^{M-2} \gamma(j)u_2(j) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^{M-2} u_1(j)^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{M-p} \gamma(j)^2 & \sum_{j=1}^{M-p} \gamma(j)u_1(j) & \sum_{j=1}^{M-p} \gamma(j)u_2(j) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^{M-p} u_1(j)^2 & \sum_{j=1}^{M-p} u_1(j)u_2(j) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{M-p} u_2(j)^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T Y = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)\gamma(j-1) \\ \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)u_1(j-1) \\ \sum_{j=1}^{M-1} \gamma(j)u_2(j-1) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{M-p} \gamma(j)\gamma(j-p) \\ \sum_{j=1}^{M-p} \gamma(j)u_1(j-p) \\ \sum_{j=1}^{M-p} \gamma(j)u_2(j-p) \end{bmatrix}$$

Vi ser alltså att elementen i $\Phi^T\Phi$ och Φ^TY består av summor av termer av typen $y(j)y(j-k)$, $y(j)u_1(j-k)$, $y(j)u_2(j-k)$, $u_1(j)y(j-k)$, $u_1(j)u_1(j-k)$ etc. $k = 0, 1, 2, \dots$ Dessutom observeras att flera summor innehåller samma termer sånär som på några få i början och slutet.

Ex. $\sum_P^{M-1} y(j)^2$, $\sum_{P-1}^{M-2} y(j)^2$ ----- $\sum_1^{M-P} y(j)^2$ etc.

Det är ju intuitivt helt klart att ju flera datapunkter man har med vid räkningarna desto bättre bör uppskattningen bli. Å andra sidan minskar betydelsen av termerna i början och slutet av summorna ju flera termer dessa innehåller. Informationen om parametrarnas värden kan alltså knappast ligga i det faktum att vissa summor innehåller termer som inte finns i andra. För enkelhets skull låter vi alltså summorna ha samma gränser. Antalet termer betecknas med N . Därigenom behöver endast de tre översta raderna i $\Phi^T\Phi$ och de tre sista elementen i Φ^TY beräknas och när summabildningen är klar flyttas elementen ut på sina respektive platser så att hela matrisen $\Phi^T\Phi$ och hela vektorn Φ^TY har bildats.

4.4. Talen σ , F och MY .

För att beräkna systemparametrarnas standardavvikelse behövs enligt avsnitt 4.2. en uppskattning av feltermernas standardavvikelse. En sådan uppskattning anges i ref(14) till $\sigma = \sqrt{E/(N-3p)}$ där E är förlustfunktionens värde. Övriga beteckningar enligt tidigare.

Ett problem uppstår då det gäller att bestämma ett okänt systems ordning. Förlustfunktionen kan väntas minska med allt högre ordning på modellen. Frågan är då att avgöra hur länge minskningen är signifikant. Enligt ref.(14) kan detta ske genom beräkning av talet $F = (E_1 - E) (N - 3p) / 3E$. E_1 är förlustfunktionens värde för en modell med en enhet lägre grad. Talet F är testkvantiteten till en F -fördelning med första frihetsgraden lika med 3. Den andra sättes approximativt till oändligheten. $F_{0.05}(3, \infty) = 2.60$. Om F är mindre än 2.60 kan man alltså med mindre än 5% risk att ha fel säga att någon signifikant minskning av förlustfunktionen ej skett.

För att få en uppfattning om de numeriska svårigheterna vid beräkning av inversen sker för varje värde på systemmodellens ordning en utskrift av konditionstalet μ . Konditionstalet för den kvadratiske matrisen A av ordning n definieras:

$\mu = n \cdot M(A) \cdot M(A^{-1})$ där $M(A)$ är det största diagonalelementet i A . Jfr ref.(15) sid 72. En matris vars determinant är liten och som alltså är "nästan singular" har i allmänhet ett stort konditionstal. Konditionstalet har därigenom sitt intresse i detta sammanhang, ty det ger en fingervisning om det aktuella systemets ordning. Vid försök att anpassa en modell med för hög ordning till datamaterialet tenderar rader och kolonner i $\Phi^T \Phi$ att bli proportionella, dvs $\det(\Phi^T \Phi)$ går mot noll och konditionstalet växer.

4.5. Programmering.

Programmet är så beskaffat att den högsta ordning på systemet för vilken man vill ha identifieringen utförd läses in, p_{max} . Vidare inläses parametrarna k , se nedan, och N , antalet termer i summorna i $\Phi^T \Phi$. Datainläsningen sker från remsa med hjälp av proceduren Indata. Denna procedur skiftar insignalerna u_1 och u_2 k steg i förhållande till utsignalen y . $0 \leq k \leq 7$. Härigenom kan systemmodellen göras något allmännare:

$$A(z^{-1}) y(t) = z^{-k} (-B_1(z^{-1}) u_1(t) - B_2(z^{-1}) u_2(t)) + e(t).$$

Vid första anropet av proceduren sker automatiskt så många inläsningar från remsan att $y(t)$, $u_1(t-k)$ och $u_2(t-k)$ finns aktuella. Vid anrop av Indata lagras y , u_1 och u_2 i kolonn 1, rad 10, 11 och 12 respektive i matrisen FTF. Före varje anrop skiftas dessa rader i FTF ett steg åt höger så att $y(t)$, $y(t-1)$, $y(t-2)$... $y(t-p_{max})$ etc. finns lagrade samtidigt. Dessutom lagras in- och utsignaler för varje tidpunkt i ECS (yttre kärnminnet). När $y(t-p_{max})$, $u_1(t-p_{max})$ och $u_2(t-p_{max})$ finns tillgängliga startar beräkningen av $\Phi^T \Phi$ (motsvaras av FTF) och $\Phi^T Y$ (motsvaras av FTY), båda av ordning $3 p_{max}$. Därefter sker beräkningen av $\hat{\Theta}$. Denna börjar för $p = 1$ och fortsätter till $p = p_{max}$. I varje steg sker följande: $(\Phi^T \Phi)^{-1}$ beräknas för aktuellt p -värde. Skattningen av parametervektorn fås nu: $\hat{\Theta} = -(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$. Vid beräkningen av förlustfunktionen för den nu framräknade systemmodellen är det förut beskrivna uttrycket $\sum e^2 = Y^T Y + (\Phi^T Y)^T$ attraktivt i så motto att däri ingående storheter redan finns tillgängliga i räkningarna. Denna metod har dock en nackdel däri att den innebär att skillnaden mellan två stora tal beräknas. Detta ger dålig numerisk noggrannhet. Vid försök erhöles t.ex. negativa kvadratsummor. Därför infördes funktionsproceduren IOSSFKN. Denna beräknar ur de i ECS lagrade insignalerna de enligt den funna systemmodellen väntade värdena på utsignalen. Dessa jämförs med de verkliga värdena, även dessa hämtade från ECS. De funna differanserna kvadreras och summeras och bildar så förlustfunktionen. Därefter beräknas kvantiteterna F och σ enligt ovan. Därvid betecknar identifieraren E1 föregående förlustfunktion. Nu sker utskrift enligt figur på nästa sida. Därefter beräknas systemparametrarnas standardavvikelse enligt ovan och utskrift sker enligt samma mönster som för parametrarna själva. Programmet visas i fig. 4.5.a och 4.5.b.

N = K = YY =

P = E = F = MY =

A :

B1: Utskrift av systemparametrarna

B2:

A :

B1: Utskrift av standardavvikelser

B2:

Mall för utskriften. Första raden skrives endast för $p = 1$.
Jämför även med figur 4.8.a!

```

L:begin real E,YY; integer i,j,k,l,m,pmax,N;
  array T,FTY[1:18],FTF[1:18,1:18];
  for i:=1 step 1 until 18 do T[i]:=FTY[i]:=0;
  for i:=1,2,3 do for j:=1 step 1 until 3×pmax do FTF[i,j]:=0;
  k:=läs5k; pmax:=läs5k; N:=läs5k;
  begin integer g,h;
    procedure Indata (k,y,u1,u2,v1);
      integer k; real y,u1,u2; array v1;
      if k=0 then begin h:=h+1; y:=läs5k/10; u1:=läs5k/10; u2:=läs5k/10 end
      else
        begin I0: h:=h+1; y:=läs5k/10; u1:=v1[k];
          for i:=k step -1 until 2 do v1[i]:=v1[i-1]; v1[1]:=läs5k/10;
          u2:=v1[7+k]; for i:=7+k step -1 until 9 do v1[i]:=v1[i-1];
          v1[8]:=läs5k/10; if h=k then goto I0
        end;
      g:=h:=m:=0; goto H;
  L1: for i:=10,11,12 do for j:=pmax+1 step -1 until 2 do
    FTF[i,j]:=FTF[i,j-1]; m:=m+1;
  H: Indata(k,FTF[10,1],FTF[11,1],FTF[12,1],T);
    for i:=1,2,3 do LECS(FTF[9+i,1],3×m+i);
    if m<pmax then goto L1; g:=g+1;
    for i:=1,2,3 do for l:=0 step 1 until pmax-1 do
      for j:= (if l=0 then i else 1) step 1 until 3 do
        FTF[i,3×l+j]:=FTF[i,3×l+j]+FTF[9+i,1]×FTF[9+j,l+1];
    for i:=1,2,3 do
      FTY[3×(pmax-1)+i]:=FTY[3×(pmax-1)+i]+FTF[10,1]×FTF[9+i,pmax+1];
    if g<N then goto L1;
    for i:=1,2,3 do for l:=0 step 1 until pmax-2 do
      for j:= (if l=0 then i else 1) step 1 until 3 do
        for m:=1,m+1 while 3×(l+m)+j<3×pmax do
          FTF[i+3×m,3×(l+m)+j]:=FTF[i,3×l+j];
    for i:=1 step 1 until 3×pmax do for j:=1 step 1 until i-1 do
      FTF[i,j]:=FTF[j,i];
    for i:=1 step 1 until 3×(pmax-1) do FTY[i]:=FTF[1,3+i];
    E:=YY:=FTF[1,1]
  end;
begin integer p; real max1,max2,sigma,E1,F; Boolean B;
  real procedure LOSSFKN(T,N,n); value n;
  integer n,N; array T;
  begin real fel; array A[1:21];
    m:=l:=0; LOSSFKN:=0; goto S2;
  S1: for i:=n+3 step -1 until 4 do A[i]:=A[i-3]; l:=l+1;
  S2: for i:=1,2,3 do A[i]:=ECS(3×l+i);
    if l<pmax then goto S1; m:=m+1;
    fel:=A[1]; for j:=1 step 1 until n do fel:=fel+A[3+j]×T[j];
    LOSSFKN:=LOSSFKN+fel↑2;
    if m<N then goto S1
  end;;
  comment här insättes proceduren Escinv;

```

Fig. 4.5.a. Identifieringsprogrammet, del 1.

```

max1:=abs(FTF[1,1]); if abs(FTF[2,2])>max1 then max1:=abs(FTF[2,2]);
for p:=1 step 1 until pmax do
begin for m:= 3×p-2, 3×p-1, 3×p do
begin if m<3 then goto UT;
if abs(FTF[m,m])>max1 then max1:=abs(FTF[m,m]);
Escinv(FTF,T,I4,m);
if p=1 then
begin max2:=abs(FTF[1,1]);
if abs(FTF[2,2])>max2 then max2:=abs(FTF[2,2])
end;
if abs(FTF[m,m])>max2 then max2:=abs(FTF[m,m]);
UT:
end;
for i:=1 step 1 until 3×p do
begin T[i]:=0; for j:=1 step 1 until 3×p do
T[i]:=T[i]-FTF[i,j]×FTY[j]
end;
E1:=E; E:=LOSSTKH(T,N,3×p);
sigma:=sqrt(abs(E/(N-3×p))); F:=(E1-E)×(N-3×p)/(3×E);
if p=1 then
begin alfaut(23); alfaut(53); print(3,0,N); space(6);
alfaaut(20); alfaut(53); print(1,0,t); space(6);
alfaaut(34); alfaut(34); alfaut(53); print(0,5,XY); feed(2)
end;
alfaaut(25); alfaut(53); print(1,0,p); space(6);
alfaaut(14); alfaut(53); print(0,5,E); space(6);
alfaaut(15); alfaut(53); print(0,2,F); space(6);
alfaaut(22); alfaut(34); alfaut(53); print(0,2,3×p×max1×max2);
feed(1); B:=false;
L2: for i:=0,1,2 do
begin alfaut(10+sign(i));
if i≠0 then alfaut(i) else space(1); alfaut(48);
for j:=0 step 1 until p-1 do print(-6,3,T[1+i+3×j]); feed(1)
end;
if B then goto L3; B:=true;
for i:=1 step 1 until 3×p do T[i]:=sigma×sqrt(abs(FTF[i,i]));
goto L2;
L3: feed(3)
end;
goto L5;
L4: print(0,1,10-8);
L5: feed(4)
end
end

```

Fig. 4.5.b. Identifieringsprogrammet, del 2.

4.6. Inversproceduren.

I detta fall med beräkning av systemmodeller av allt högre ordning gäller att vid beräkning av $(\Phi^T \Phi)^{-1}$ av ordning $3p$ är $(\Phi^T \Phi)^{-1}$ av ordning $3(p-1)$ redan känd. En procedur för inversberäkning som utnyttjar detta förhållande är den sk. escalatormetoden. Se sid 82 ref. (15).

Inversen av matrisen A_{n+1} skall beräknas, A_n^{-1} är känd. Skriv då

$$A_{n+1} = \begin{bmatrix} A_n & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

där A_n är en kvadratisk matris av ordning n (med inversen A_n^{-1}), B och C en kolonn- resp radvektor och D ett reellt tal.

Vi skriver

$$A_{n+1}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix}$$

där Z_1, Z_2, Z_3 och Z_4 är av samma typ som A_n, B, C och D resp.

Önskemål:

$$A_{n+1} \cdot A_{n+1}^{-1} = \begin{bmatrix} A_n & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} = I_{n+1}$$

Detta leder till ett ekvationssystem som med viss listighet kan lösas så att resultatet lämpar sig för numerisk behandling.

$$\begin{cases} A_n \cdot Z_1 + B \cdot Z_3 = I_n \\ A_n \cdot Z_2 + B \cdot Z_4 = 0 \\ C \cdot Z_1 + D \cdot Z_3 = 0 \\ C \cdot Z_2 + D \cdot Z_4 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} (A_n - B \cdot D^{-1} \cdot C) Z_1 = I_n \\ Z_3 = -D^{-1} \cdot C \cdot Z_1 \\ Z_2 = -A_n^{-1} \cdot B \cdot Z_4 \\ (D - C \cdot A_n^{-1} \cdot B) \cdot Z_4 = 1 \end{cases}$$

Slutligen fås:

$$\begin{aligned} Z_1 &= (A_n - B \cdot D^{-1} \cdot C)^{-1} = A_n^{-1} + A_n^{-1} \cdot B \cdot (D - C \cdot A_n^{-1} \cdot B)^{-1} \cdot C \cdot A_n^{-1} = A_n^{-1} - Z_2 \cdot C \cdot A_n^{-1} \\ Z_2 &= -A_n^{-1} \cdot B \cdot Z_4 \\ Z_3 &= -D^{-1} \cdot C \cdot Z_1 \\ Z_4 &= (D - C \cdot A_n^{-1} \cdot B)^{-1} \end{aligned}$$

Nu kan Z_4, Z_2, Z_1 och Z_3 beräknas i denna ordning.

En procedur som utför detta är proceduren Escinv som visas på nästa sida. Den har som formella parametrar matrisen VA , vektorn VB , som användes som slask, läget singular samt n , ordningen på den bildade inversen. Proceduren förutsätter att den sökta inversen är av ordning 3 eller större. Om den aktuella parametern n är lika med 3 bildar proceduren själv utgångsinversen av ordning 2. Om därvid determinanten för $2/2$ matrisen

är mindre än 10^{-8} sker hopp till läget motsvarande den formella parametern singular. I identifieringsprogrammet motsvaras de formella parametrarna VA och VB av fälten FTF och T.

```

procedure Escinv(VA,VB,singular,n); value n; integer n;
array VA,VB; label singular;
begin real D; Boolean A;
  if n=3 then
    begin real det,slask;
      det:=VA[1,1]×VA[2,2]-VA[1,2]×VA[2,1];
      if det<10-8 then goto singular;
      slask:=VA[1,1]; VA[1,1]:=VA[2,2]/det; VA[2,2]:=slask/det;
      VA[1,2]:=-VA[1,2]/det; VA[2,1]:=-VA[2,1]/det
    end;
  for i:=1 step 1 until n-1 do
    begin VB[i]:=0;
      for j:=1 step 1 until n-1 do VB[i]:=VB[i]+VA[i,j]×VA[j,n]
    end;
  D:=VA[n,n]; A:=false;
  for i:=1 step 1 until n-1 do VA[n,n]:=VA[n,n]-VA[n,i]×VB[i];
  VA[n,n]:=1/VA[n,n];
  for i:=1 step 1 until n-1 do VA[i,n]:=-VB[i]×VA[n,n];
R1: for i:=1 step 1 until n-1 do
  begin VB[i]:=0;
    for j:=1 step 1 until n-1 do VB[i]:=VB[i]+VA[n,j]×VA[j,i]
  end;
  if A then goto R2; A:=true;
  for i:=1 step 1 until n-1 do for j:=1 step 1 until n-1 do
  VA[i,j]:=VA[i,j]-VA[i,n]×VB[j];
  goto R1;
R2: for i:=1 step 1 until n-1 do VA[n,i]:=-VB[i]/D
end;

```

4.7. Generering av testdata.

För att kunna kontrollera att identifieringsprogrammet fungerar och ger korrekta värden krävs tillgång till data genererade ur en känd systemmodell. Ett program som beräknar dylika data ur systemet

$$\begin{aligned} & y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + a_3 y(t-3) + a_4 y(t-4) \\ & + b_{11} u_1(t-1) + b_{12} u_1(t-2) + b_{13} u_1(t-3) + b_{14} u_1(t-4) \\ & + b_{21} u_2(t-1) + b_{22} u_2(t-2) + b_{23} u_2(t-3) + b_{24} u_2(t-4) = e(t) \end{aligned}$$

visas i figur 4.7.a. Som feltermerna används normalfördelade variabler $(0, k/10)$ framställda enligt följande metod: Låt r_1 och r_2 vara rektangulärfördelade slumpantal i intervallet $(0, 1)$.

Då är $n_1 = \sqrt{-2 \cdot \ln(r_1)} \cos(2\pi r_2)$ och

$n_2 = \sqrt{-2 \cdot \ln(r_1)} \sin(2\pi r_2)$ två oberoende stokastiska variabler normalfördelade $(0, 1)$. I det aktuella programmet

utnyttjas endast n_1 . De båda slumpantalen r_1 och r_2 erhålles genom anrop av den maskinkodade funktionsproceduren `rand`. Feltermernas standardavvikelse varierar från 0.1 med steget 0.1 uppåt genom att det framräknade normalfördelade slumpantalet multipliceras med $k/10$, $k = 1, 2, 3, 4, \dots$. Om $k = 0$ utföres inga räkningar utan samtliga feltermerna sättes lika med noll. Insignalerna u_1 och u_2 antar värdena -1 eller $+1$. Teckenväxlingen sker slumpvis med sannolikheterna 0.33 för u_1 och 0.167 för u_2 . Sannolikheten för x konsekutiva värden med samma tecken följer således en geometrisk fördelning. Medelvärdet för x_{u_1} är $\bar{x}_{u_1} = 3$ och för x_{u_2} , $\bar{x}_{u_2} = 6$.

Programmet matar ut $y(t)$, $u_1(t)$ och $u_2(t)$ på remsa. Talen skiljes åt av sitt tecken. Efter varje grupp om tre följer vagnretur. Dessutom skrives $e(t)$, $y(t)$, $u_1(t)$ och $u_2(t)$ ut på radskrivare. Om $k = 0$ skrivs $e(t)$ ej ut. Om $y(t) > 10^4$ sker utskrift av texten "SYSTEMET INSTABILT" följt av antalet genererade datapunkter. Vid programslut skrivs feltermernas standardavvikelse, feltermernas kvadratsumma och antal datapunkter ut.

Programmet inleds med att parametrarna k (bestämmer feltermernas standardavvikelse) och l (antalet datapunkter som skall genereras) samt systemparametrarna i ordning $a_1 \dots a_4, b_{11} \dots b_{14}, b_{21} \dots b_{24}$ läses in från 5-kanalsremsa. De senare skall stansas med ombytt tecken.

I fig 4.7.b. visas plottade data genererade med detta program. I detta fall är feltermerna lika med noll.

```

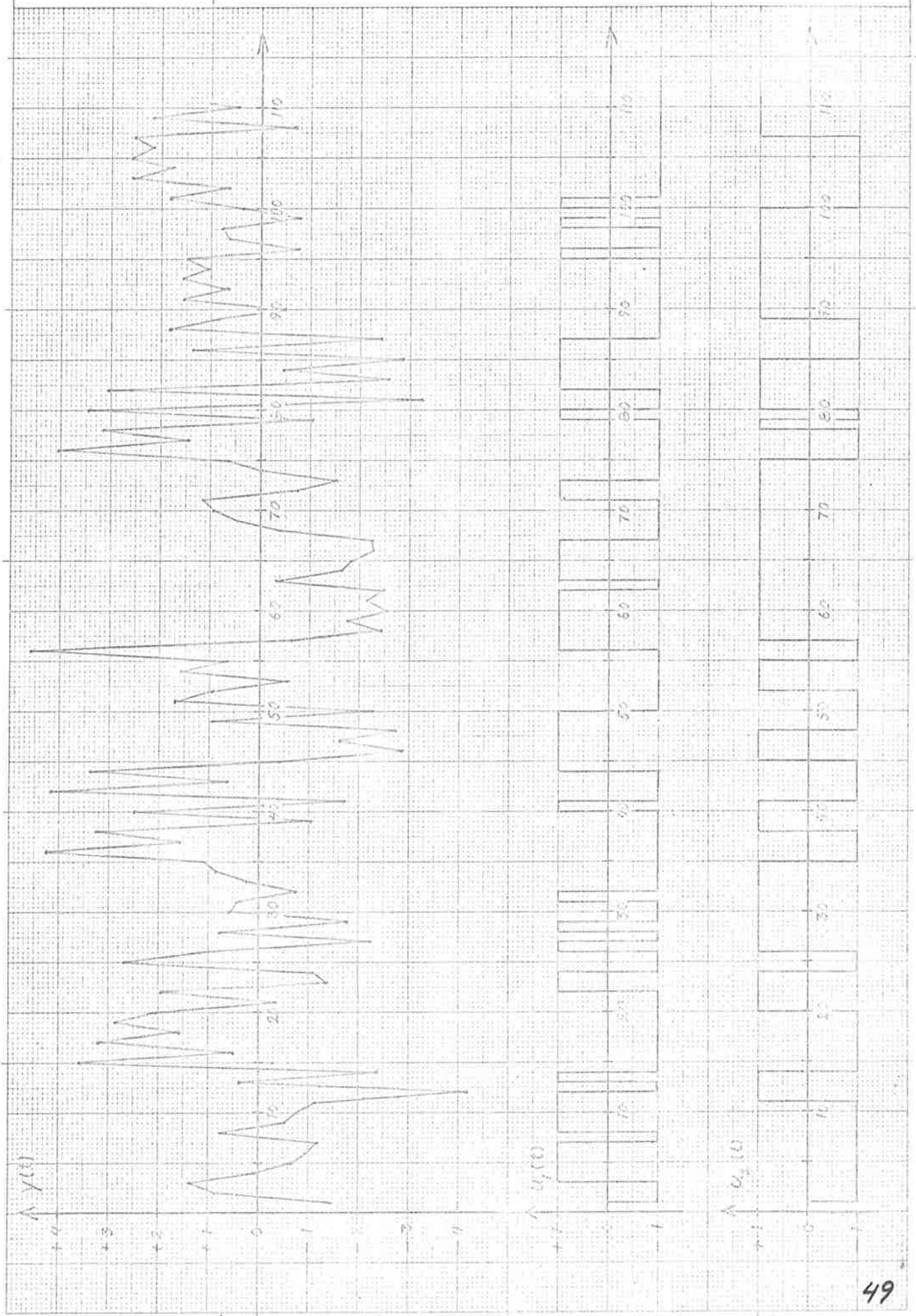
K:begin real r1,r2,E; integer k,h,i,j,l,tecken;
  array U[1:3],VA,VB[1:14];
  h:=0; k:=läs5k; VB[13]:=1; l:=läs5k; U[2]:=U[3]:=1; VA[13]:=0; E:=0;
  for i:=0,1,2 do for j:=1,2,3,4 do
    begin VB[4×i+j]:=läs5k; VA[4×i+j]:=0
    end;
L1: h:=h+1; if k≠0 then
  begin r1:=rand; r2:=rand;
    VA[13]:=k/10×sqrt(-2×ln(r1))×cos(6.28319×r2);
    E:=E+VA[13]×VA[13];
  end; VA[14]:=0;
  for i:=1 step 1 until 13 do VA[14]:=VA[14]+VA[i]×VB[i];
  for i:=12 step -1 until 2 do VA[i]:=VA[i-1];
  U[1]:=VA[1]:=VA[14];
  r1:=rand; r2:=rand;
  tecken:=if r1<0.33 then -1 else 1;
  VA[5]:=U[2]:=U[2]×tecken;
  tecken:=if r2<0.167 then -1 else 1;
  VA[9]:=U[3]:=U[3]×tecken;
  if h<5 then goto L1;
  if k≠0 then print(-10,2,VA[13]);
  for i:=1,2,3 do
    begin print(10,2,U[i]);
      if sign(U[i])>0 then stans(5); skriv(1,2,U[i])
    end;
  print(10,0,h-4); feed(0); stans(1); if abs(U[1])>104 then goto UT;
  if h-4<1 then goto L1;
  if k≠0 then
    begin write(⟨FELTERMERNAS,STANDARDVARIANS,=⟩); print(1,1,k/10); feed(1);
      write(⟨FELTERMERNAS,KVADRATSUMMA,=⟩); print(0,3,E); feed(1);
    end; goto L2;
UT: write(⟨INSTABILT,SYSTEM⟩); feed(1);
L2: write(⟨ANTAL,DATAPUNKTER,=⟩); print(1,0,h-4); feed(4); goto K
end

```

Fig. 4.7.a. Program för datagenerering.

Plottade data genererade med följande
 systemparametrar: $a_1 = 0.2$, $a_2 = -0.35$,
 $b_{11} = 1$, $b_{12} = 0.6$, $b_{21} = 1.5$, $b_{22} = -1.05$

Figur 4.7.b.



4.8. Test av identifieringsprogrammet.

Vid körning med data enligt systemet i fig. 4.7.b. dvs med $a_1 = 0.2$, $a_2 = -0.35$, $b_{11} = 1$, $b_{12} = 0.6$, $b_{21} = 1.5$ och $b_{22} = -1.05$ erhöles resultatutskriften enligt fig. 4.8.a och fig. 4.8.b då data genererats utan feltermen och med data med feltermen med standardavvikelsen 0.5 erhöles resultatet i fig. 4.8.c och 4.8.d. I det första fallet observeras att förlustfunktionen vid identifiering med ett andra ordningens system blir mycket liten, samt att de framräknade parametervärdena väl ansluter sig till de verkliga. Vid försök att identifiera med system av högre ordning ökar förlustfunktionen samtidigt som konditionstalet ökar markant. Detta senare förklarar också ökningen i förlustfunktionen. Skattningen av systemparametrarna blir osäker på grund av numeriska svårigheter. Vid beräkning av systemparametrarna ur data med feltermen observeras att förlustfunktionen hela tiden minskar då ordningen på systemmodellen ökas men att som utvisas av testkvantiteten F minskningen blir insignifikant för systemordningar ≥ 3 . Vidare noteras att konditionstalet nu uppvisar en jämnare ökningstakt.

N= 100 K= 0 YY= 3.7752010+ 0

P= 1 F= 1.2344910+ 0 F= 6.5010+ 1 MY= 1.2010+ 1

A : 1.87710- 1

B1: 1.33510+ 0

B2: 8.74910- 1

A : 6.17110- 2

B1: 1.16910- 1

B2: 1.17110- 1

P= 2 F= 3.7217910- 3 F= 1.0510+ 4 MY= 5.3010+ 1

A : 2.38710- 1 -3.32510- 1

B1: 9.89810- 1 6.21010- 1

B2: 1.49310+ 0 -1.06110+ 0

A : 5.56010- 3 3.66510- 3

B1: 6.87310- 3 9.99510- 3

B2: 7.92710- 3 9.62110- 3

Figur 4.8.a. Resultatutskrift.

P= 3	E= 0.38432 ₁₀ - 3	F=-1.27 ₁₀ + 1	MY= 1.29 ₁₀ + 3
A :	5.331 ₁₀ - 1	-2.706 ₁₀ - 1	-8.909 ₁₀ - 2
B1:	9.903 ₁₀ - 1	9.137 ₁₀ - 1	1.950 ₁₀ - 1
B2:	1.490 ₁₀ + 0	-6.292 ₁₀ - 1	-3.389 ₁₀ - 1
A :	4.640 ₁₀ - 2	1.235 ₁₀ - 2	1.624 ₁₀ - 2
B1:	9.175 ₁₀ - 3	4.676 ₁₀ - 2	3.202 ₁₀ - 2
B2:	1.090 ₁₀ - 2	6.975 ₁₀ - 2	5.162 ₁₀ - 2

P= 4	E= 1.35300 ₁₀ - 2	F=-1.55 ₁₀ + 1	MY= 1.92 ₁₀ + 3	
A :	5.738 ₁₀ - 1	-9.702 ₁₀ - 2	-1.287 ₁₀ - 1	-5.523 ₁₀ - 2
B1:	9.831 ₁₀ - 1	9.838 ₁₀ - 1	4.105 ₁₀ - 1	4.985 ₁₀ - 3
B2:	1.492 ₁₀ + 0	-5.389 ₁₀ - 1	-1.304 ₁₀ - 1	-2.708 ₁₀ - 1
A :	7.243 ₁₀ - 2	7.791 ₁₀ - 2	2.706 ₁₀ - 2	2.493 ₁₀ - 2
B1:	1.387 ₁₀ - 2	7.309 ₁₀ - 2	9.583 ₁₀ - 2	4.986 ₁₀ - 2
B2:	1.628 ₁₀ - 2	1.095 ₁₀ - 1	1.136 ₁₀ - 1	8.081 ₁₀ - 2

Figur 4.8.b. Resultatutskrift.

N= 100 K= 0 YY= 3.81130₁₀+ 0

P= 1 E= 1.61913₁₀+ 0 F= 4.38₁₀+ 1 MY= 1.28₁₀+ 1

A : 1.759₁₀- 1

B1: 1.230₁₀+ 0

B2: 1.124₁₀+ 0

A : 7.072₁₀- 2

B1: 1.336₁₀- 1

B2: 1.367₁₀- 1

P= 2 E= 2.57533₁₀- 1 F= 1.66₁₀+ 2 MY= 5.36₁₀+ 1

A : 1.656₁₀- 1 -2.938₁₀- 1

B1: 9.805₁₀- 1 5.636₁₀- 1

B2: 1.593₁₀+ 0 -1.018₁₀+ 0

A : 4.133₁₀- 2 2.991₁₀- 2

B1: 5.572₁₀- 2 7.549₁₀- 2

B2: 6.646₁₀- 2 8.012₁₀- 2

Figur 4.8.c. Resultatutskrift.

P= 3	E= 2.50756 ₁₀ - 1	F= 9.18 ₁₀ - 2	MY= 1.99 ₁₀ + 2
A :	3.114 ₁₀ - 1	-2.726 ₁₀ - 1	-7.792 ₁₀ - 2
B1:	9.811 ₁₀ - 1	6.979 ₁₀ - 1	8.242 ₁₀ - 2
B2:	1.592 ₁₀ + 0	-7.949 ₁₀ - 1	-1.673 ₁₀ - 1
A :	9.517 ₁₀ - 2	4.477 ₁₀ - 2	4.115 ₁₀ - 2
B1:	5.799 ₁₀ - 2	1.087 ₁₀ - 1	9.424 ₁₀ - 2
B2:	6.848 ₁₀ - 2	1.706 ₁₀ - 1	1.279 ₁₀ - 1

P= 4	E= 2.54677 ₁₀ - 1	F= 2.39 ₁₀ - 1	MY= 2.75 ₁₀ + 2	
A :	3.263 ₁₀ - 1	-1.618 ₁₀ - 1	-8.274 ₁₀ - 2	-3.413 ₁₀ - 2
B1:	9.748 ₁₀ - 1	7.296 ₁₀ - 1	1.891 ₁₀ - 1	3.959 ₁₀ - 2
B2:	1.601 ₁₀ + 0	-7.710 ₁₀ - 1	1.820 ₁₀ - 2	-1.836 ₁₀ - 1
A :	9.788 ₁₀ - 2	1.012 ₁₀ - 1	5.295 ₁₀ - 2	4.271 ₁₀ - 2
B1:	5.938 ₁₀ - 2	1.126 ₁₀ - 1	1.300 ₁₀ - 1	9.630 ₁₀ - 2
B2:	7.038 ₁₀ - 2	1.749 ₁₀ - 1	1.913 ₁₀ - 1	1.319 ₁₀ - 1

Figur 4.8.d. Resultatutskrift.

5. En metod för övergång från samplad till kontinuerlig systemmodell.

Vi har ur identifieringsprogrammet fått en modell av följande

typ:

$$(1) \quad y(t) = z^{-k} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t) = z^{-k} H(z^{-1}) u(t)$$

Om vi har ett fall med flera insignaler generaliseras metoden med superpositionsregeln. Polynomen A och B är som förut:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots + a_p z^{-p}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots + b_p z^{-p}$$

Vi söker nu en metod att omvandla ekvation (1) till en form liknande den som i kapitel 1 angavs för den kvasilineära modellen. Fördröjningen z^{-k} i ekvation (1) motsvaras i det kontinuerliga fallet av faktorn e^{-kTs} där T är samplingsintervallet. Delen $H(z^{-1})$ i den samplade modellen kan med tillståndsvariabler skrivas:

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = D \cdot x(t) + E \cdot u(t) \\ y(t) = F \cdot x(t) \end{cases}$$

$$D = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_p \\ 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_p \end{bmatrix}$$

Vi kan betrakta detta system som uppkommet genom sampling av det kontinuerliga systemet:

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = G \cdot x(t) + H \cdot u(t) \\ y(t) = F \cdot x(t) \end{cases}$$

Om system (3) samplas med intervallet T så gäller:

$$\begin{cases} D = e^{GT} \\ E = \int_0^T e^{Gs} ds \cdot H = (e^{GT} - I) \cdot H = (D - I) \cdot H \end{cases}$$

Problemet är nu att ur D och E beräkna G och H. Därefter kan

överföringsfunktionen i Laplacetransformering skrivs som uttrycket $F \cdot (sI - G)^{-1} \cdot H$.

Vi kan skriva $GT = \log D$ och $H = (D - I)^{-1} \cdot E$. Om vi börjar med den senare ekvationen observerar vi att vi måste förutsätta $\det(D - I) \neq 0$ dvs D har inget egenvärde lika med 1. Om ett egenvärde skulle vara lika med ett innebär det att $A(z^{-1})$ innehåller en faktor $(1 - z^{-1})$. Avskilj då faktorn $\frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}$ dvs en ren integration från $H(z^{-1})$ och tillämpa metoden på det som är kvar. På slutet återinförs integrationen t.ex. genom ett s i nämnaren på överföringsfunktionen.

Vid beräkningen av $\log D$ ansätter vi ett matrispolynom av grad $n-1$ där n är ordningen hos matrisen D . Termer av högre grad behöver enligt Cayley-Hamiltons sats ej ingå i ansatsen då de kan uttryckas som lineärkombinationer av termer med lägre grad. Alltså:

$$\log D = \alpha_1 I + \alpha_2 D + \alpha_3 D^2 + \dots + \alpha_n D^{n-1}$$

Nu gäller allmänt för en matrisfunktion $f(A)$ att den har egenvärdet $f(\lambda)$ där λ är egenvärde till A . Om nu $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots \mu_n$ är egenvärden till D erhålles således följande ekvationer:

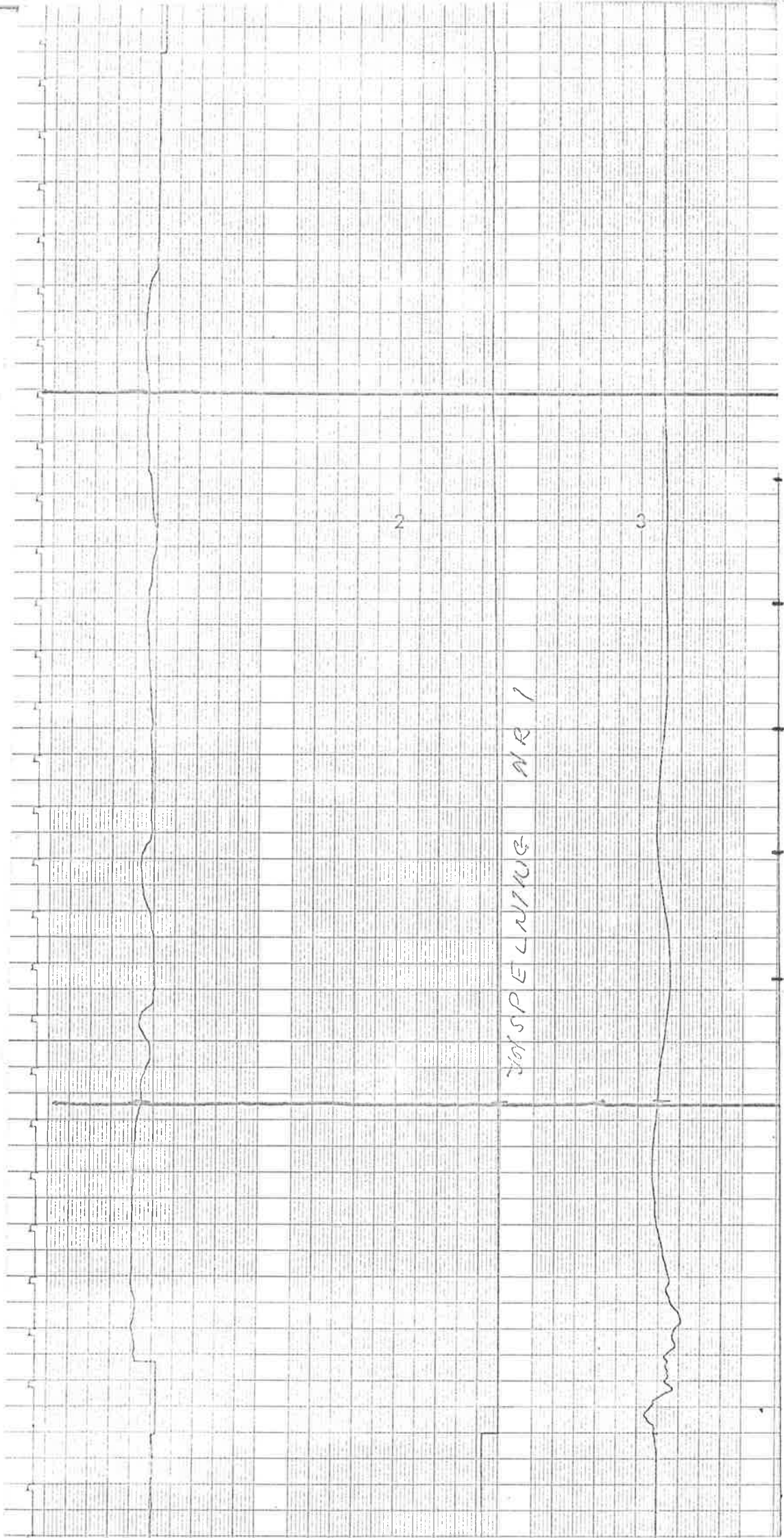
$$\begin{cases} \log \mu_1 = \alpha_1 + \alpha_2 \mu_1 + \alpha_3 \mu_1^2 + \dots + \alpha_n \mu_1^{n-1} \\ \log \mu_2 = \alpha_1 + \alpha_2 \mu_2 + \alpha_3 \mu_2^2 + \dots + \alpha_n \mu_2^{n-1} \\ \vdots \\ \log \mu_n = \alpha_1 + \alpha_2 \mu_n + \alpha_3 \mu_n^2 + \dots + \alpha_n \mu_n^{n-1} \end{cases}$$

Härur kan $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_n$ beräknas och därigenom kan $\log D$ bestämmas. Härmed är både matriserna G och H i ekvation (3) bestämda och problemet är löst.

6. Försök med pilotdata.

6.1. Beskrivning av försöken.

Med det i avsnitt 4 beskrivna programmet gjordes identifieringar på två av inspelningarna från de tidigare beskrivna simuleringarna. De två inspelningar som valdes visar skott rakt fram med samma försöksperson. I figurerna 6.1.a och 6.1.b visas diagrammet från skrivaren vid simuleringen. Kurvorna visar uppifrån och ned styrsignal, sidvinkel och sidvinkelfel. I figur 6.1.c är styrsignal och sidvinkelfel i var 5:te samplingspunkt plottade direkt från dataremsan. Här kan alltså storleken på de signaler som matas in i datamaskinen avläsas. Före körningarna delades datamaterialet upp i 5 grupper om 60 samplingspunkter för inspelning enligt 6.1.a och i 5 grupper om 50 samplingspunkter för inspelningen enligt 6.1.b. Försök gjordes även med en systemmodell som endast tar hänsyn till den ena insignalen.



DEL 1 DEL 2 DEL 3 DEL 4 DEL 5

JOSPE LNUKIG NR 1

Fig. 6.1.a.

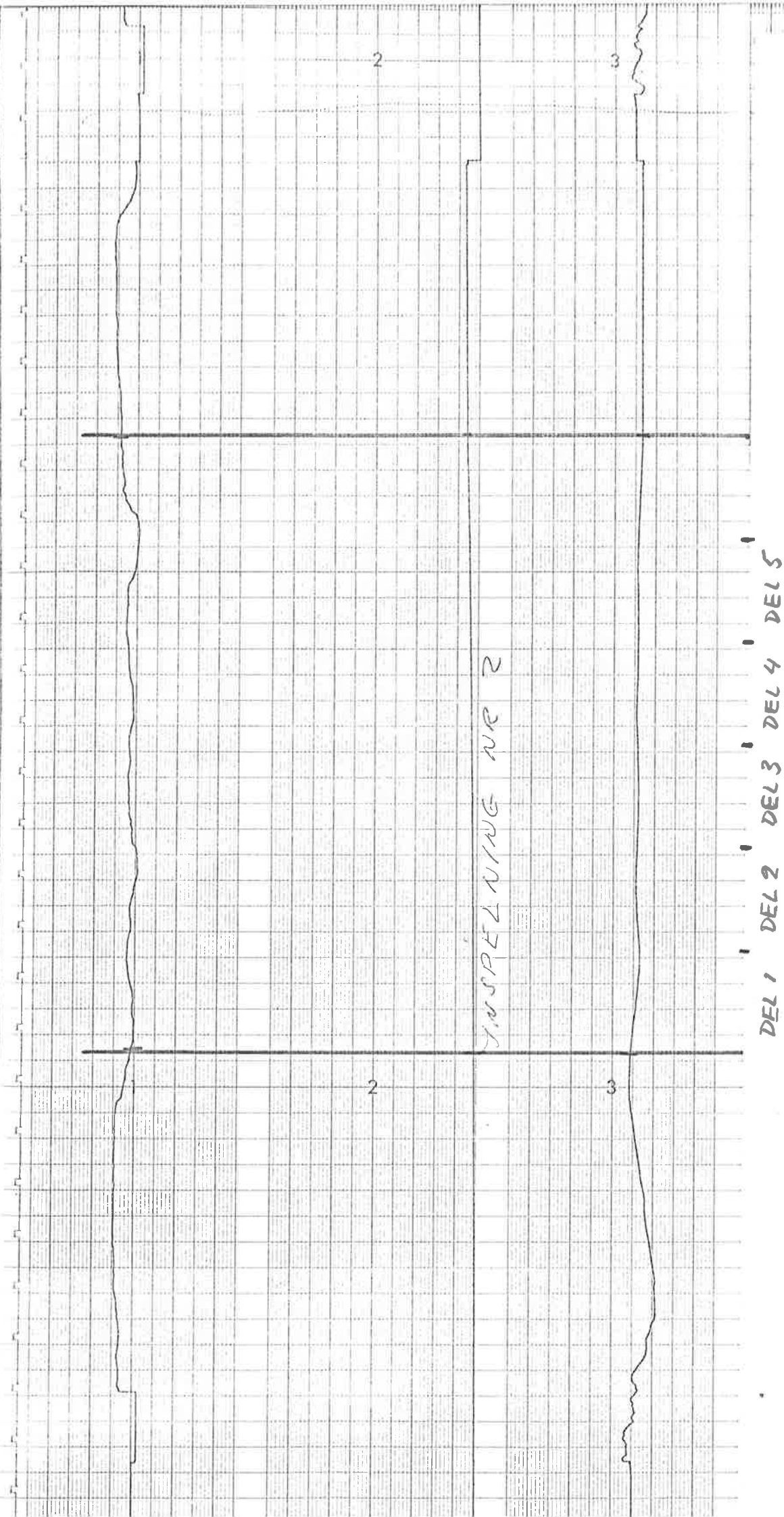
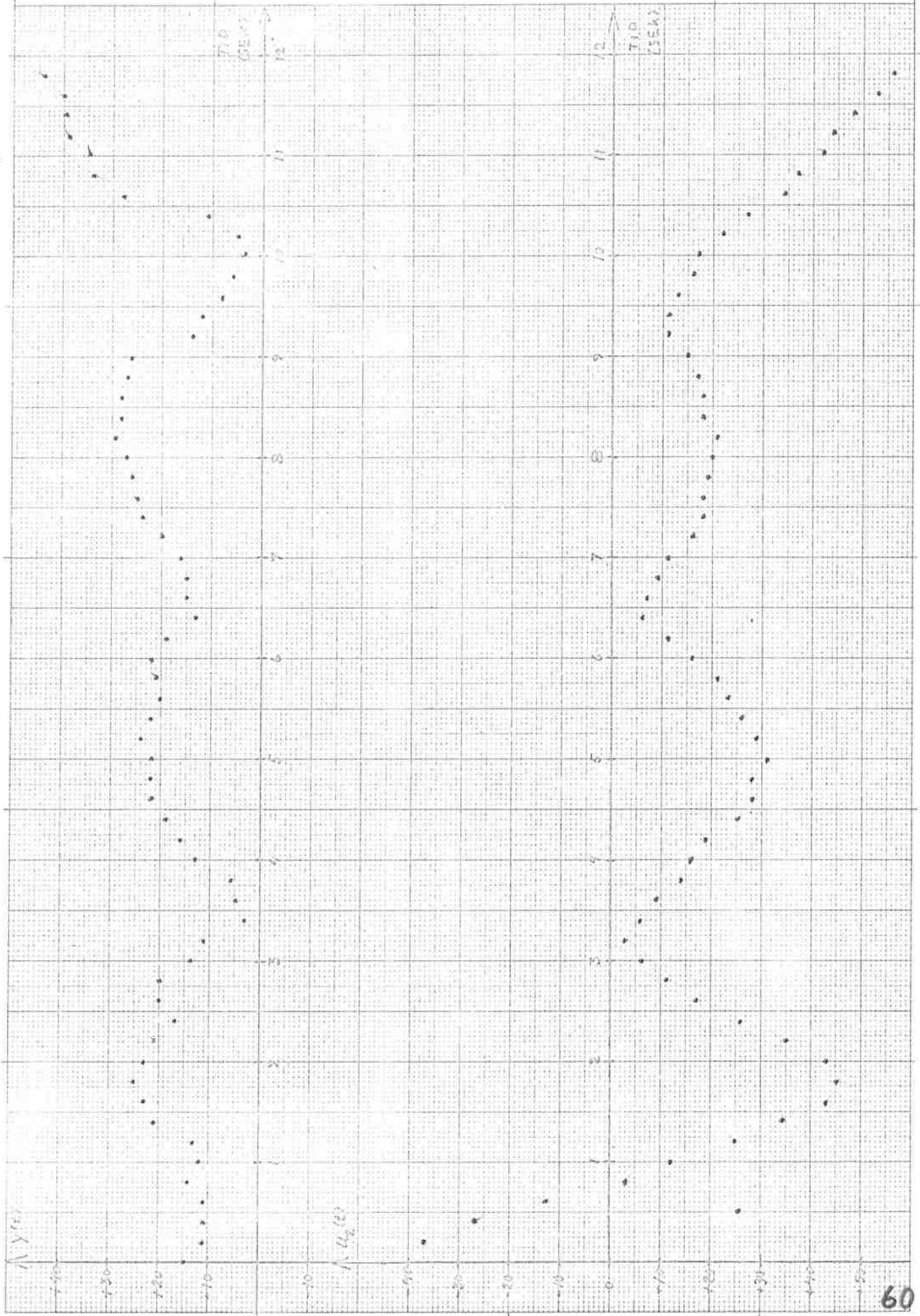


Fig. 6.1.b.

Fig. 6.1.c.



523 A4
732501



Nr 1634

6.2. Resultatredovisning.

6.2.1. Data enligt figur 6.1.a.

Först gjordes försök att bestämma tidsfördröjningen, dvs värdet på k i modellen i avsnitt 5 ekvation (1). Med olika värden på k gjordes identifieringar på del 2 + del 3. Lägst värde på förlustfunktionen erhöles för $k = 2$ (0.32% av Σy^2) vid skattning som andra ordningens system. Detta värde användes därför vid de följande körningarna. Utskriften för $k = 2$ visas i figur 6.2.1.a. Här observeras att vid skattning som första ordnings system parametern b_{11} är insignifikant, samt att $a_1 = -1.007$ indikerar ett instabilt system. Överföringsfunktionen från fel till styrsignal blir

$$\frac{Y(s)}{U_2(s)} = - \frac{0.0083 e^{-0.08s}}{s - 0.0175} = - \frac{0.47 e^{-0.08s}}{57.1s - 1}$$

Vid skattning som andra ordnings system erhålles en signifikant minskning av förlustfunktionen ($F = 4.4$). Men, man kan observera att A-polynomet innehåller faktorn $(1 - 1.002z^{-1})$ (instabilt!) och att B-polynomet består av en konstant gånger faktorn $(1 - 0.991z^{-1})$. Överföringsfunktionen från vinkel till styrsignal blir om vi anser oss kunna förkorta dessa båda faktorer:

$$\frac{Y(s)}{U_1(s)} = - \frac{0.0078 e^{-0.08s}}{0.054s + 1}$$

Överföringsfunktionen från fel till styrsignal blir:

$$\frac{Y(s)}{U_2(s)} = - \frac{75.5 e^{-0.08s} (0.053s + 1)}{(0.054s + 1)(14.3s - 1)}$$

Även här går det "nästan" att förkorta och systemet blir då fortfarande av första ordningen.

Nu kördes de 5 delarna av inspelningen var för sig.

Del 1: Skattning som system av första ordningen ger:

$$Y(s) = \frac{0.16 e^{-0.08s}}{6.2s + 1} U_2(s)$$

Styrning på vinkeln insignifikant.

Skattning som system av andra ordningen ger:

$$Y(s) = \frac{0.5 e^{-0.08s} (0.047s + 1)}{(0.62s + 1)(0.086s + 1)} U_1(s) + \frac{1.06 e^{-0.08s} (0.06s + 1)}{(0.62s + 1)(0.086s + 1)} U_2(s)$$

Skattningarna på de senare delarna gav endast system av första ordningen:

Del 2:

$$Y(s) = - \frac{0.033 e^{-0.08s}}{0.14s - 1} U_1(s) - \frac{0.011 e^{-0.08s}}{0.14s - 1} U_2(s)$$

Del 3:

$$Y(s) = \frac{0.0091 e^{-0.08s}}{0.072s + 1} U_1(s) + \frac{0.0017 e^{-0.08s}}{0.072s + 1} U_2(s)$$

Del 4:

$$Y(s) = - \frac{0.078 e^{-0.08s}}{0.46s - 1} U_1(s) - \frac{0.078 e^{-0.08s}}{0.46s - 1} U_2(s)$$

Del 5:

$$Y(s) = - \frac{0.099 e^{-0.08s}}{0.35s - 1} U_1(s) - \frac{0.20 e^{-0.08s}}{0.35s - 1} U_2(s)$$

N= 120 K= 2 YY= 4.08350₁₀+ 2

P= 1 E= 1.43839₁₀+ 0 F= 1.10₁₀+ 4 MY= 1.09₁₀+ 2
A : -1.007₁₀+ 0
B1: -3.791₁₀- 3
B2: -8.276₁₀- 3
A : 1.322₁₀- 2
B1: 6.051₁₀- 3
B2: 2.290₁₀- 3

P= 2 E= 1.28914₁₀+ 0 F= 4.40₁₀+ 0 MY= 5.89₁₀+ 3
A : -1.478₁₀+ 0 4.771₁₀- 1
B1: -1.450₁₀- 1 1.437₁₀- 1
B2: -2.733₁₀- 2 2.209₁₀- 2
A : 9.112₁₀- 2 9.155₁₀- 2
B1: 3.920₁₀- 2 3.887₁₀- 2
B2: 9.789₁₀- 3 9.605₁₀- 3

Figur 6.2.1.a.

6.2.2. Data enligt figur 6.1.b.

Först bestämdes det k-värde som ger minst förlustfunktion på samma sätt som förut. Härvid användes delarna 1 och 2. Bäst resultat erhöles med $k = 3$ vilket värde bibehölls vid de följande körningarna. Se figur 6.2.2.a.

Som första ordnings system erhöles:

$$Y(s) = \frac{0.017 e^{-0.12s}}{s - 0.37} \quad U_2(s) = \frac{0.046 e^{-0.12s}}{2.7s - 1} U_2(s)$$

Styrning på vinkeln insignifikant.

Även nu erhöles en signifikant minskning vid ökning av systemordningen ett steg. Då fås:

$$Y(s) = \frac{0.0034 e^{-0.12s}}{0.033s + 1} U_1(s) + \frac{9.8 e^{-0.12s}(0.018s + 1)}{(3.1s - 1)(0.034s + 1)} U_2(s)$$

Vid identifiering på delar om 50 punkter fås:

Del 1: Knappast någon styrning på vinkeln. $b_{11} = -0.059$ med standardavvikelsen 0.04.

$$Y(s) = \frac{0.016 e^{-0.12s}}{0.29s - 1} U_2(s)$$

Del 2: Ingen styrning på vinkeln.

$$Y(s) = - \frac{0.037 e^{-0.12s}}{0.18s + 1} U_2(s)$$

Del 3:

$$Y(s) = \frac{0.0058 e^{-0.12s}}{0.029s + 1} U_1(s) - \frac{0.0084 e^{-0.12s}}{0.029s + 1} U_2(s)$$

Del 4:

$$Y(s) = \frac{0.0088 e^{-0.12s}}{0.096s + 1} U_1(s) - \frac{0.017 e^{-0.12s}}{0.096s + 1} U_2(s)$$

Del 5:

$$Y(s) = - \frac{0.55 e^{-0.12s}}{5.9s + 1} U_1(s) - \frac{1.9 e^{-0.12s}}{5.9s + 1} U_2(s)$$

Del 3&4:

$$Y(s) = \frac{0.010 e^{-0.12s}}{0.17s + 1} U_1(s) - \frac{0.014 e^{-0.12s}}{0.17s + 1} U_2(s)$$

I figur 6.2.2.b visas amplitud och faskarakteristiken för skattningarna till del 2 - 5.

N= 100 K= 3 YY= 2.53850₁₀+ 2

P= 1 E= 1.46423₁₀+ 0 F= 5.57₁₀+ 3 MY= 1.57₁₀+ 2

A : -1.015₁₀+ 0

B1: -5.212₁₀- 4

B2: 1.655₁₀- 2

A : 2.431₁₀- 2

B1: 8.805₁₀- 3

B2: 7.530₁₀- 3

P= 2 E= 1.28643₁₀+ 0 F= 4.33₁₀+ 0 MY= 3.00₁₀+ 3

A : -1.318₁₀+ 0 3.091₁₀- 1

B1: -1.013₁₀- 1 1.032₁₀- 1

B2: 3.551₁₀- 2 -1.925₁₀- 2

A : 9.864₁₀- 2 9.814₁₀- 2

B1: 4.294₁₀- 2 4.290₁₀- 2

B2: 1.291₁₀- 2 1.421₁₀- 2

P= 3 E= 1.30087₁₀+ 0 F=-3.37₁₀- 1 MY= 4.72₁₀+ 3

A : -1.352₁₀+ 0 4.475₁₀- 1 -1.074₁₀- 1

B1: -1.125₁₀- 1 1.674₁₀- 1 -5.415₁₀- 2

B2: 3.692₁₀- 2 -2.335₁₀- 2 3.011₁₀- 3

A : 1.063₁₀- 1 1.694₁₀- 1 1.056₁₀- 1

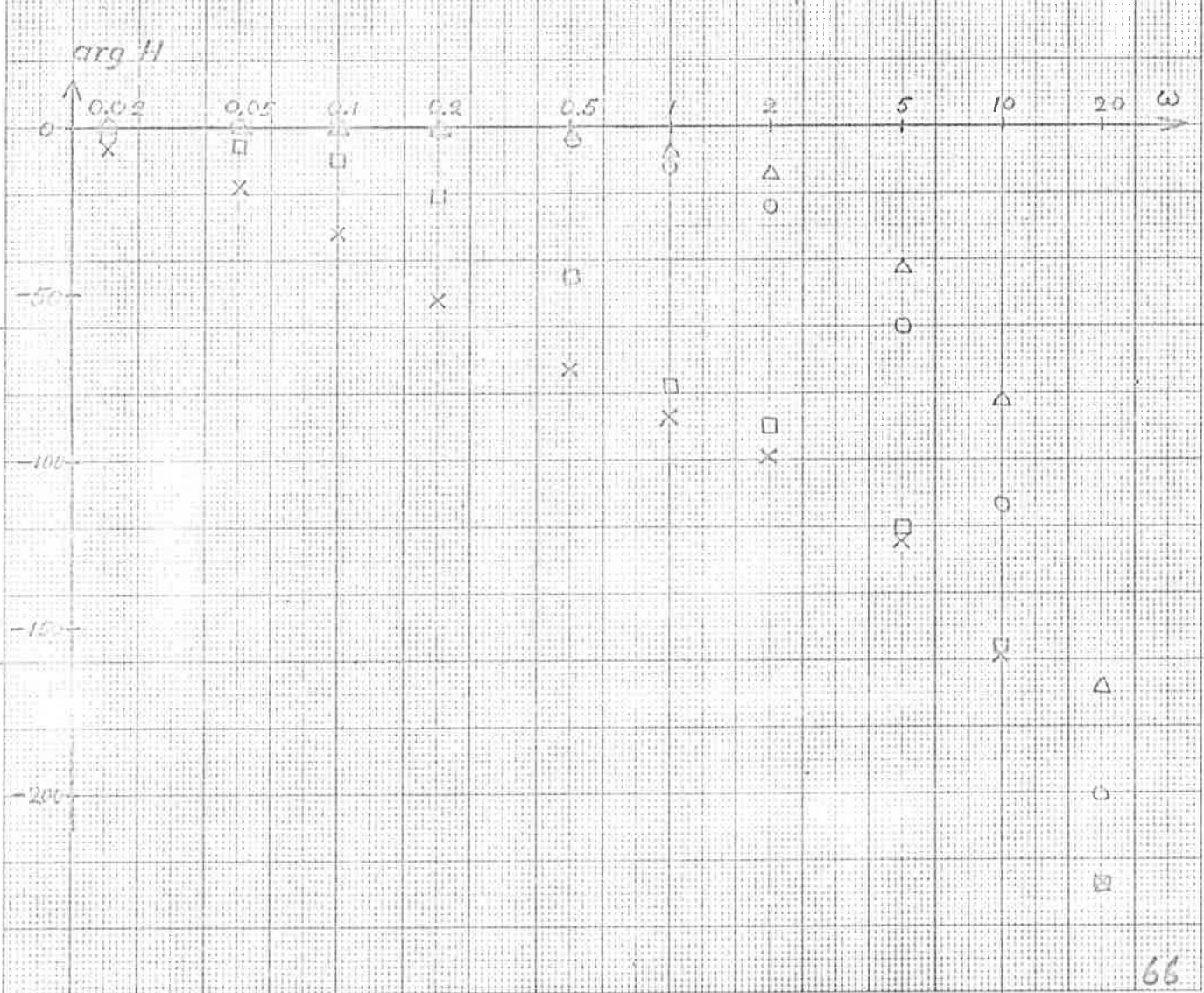
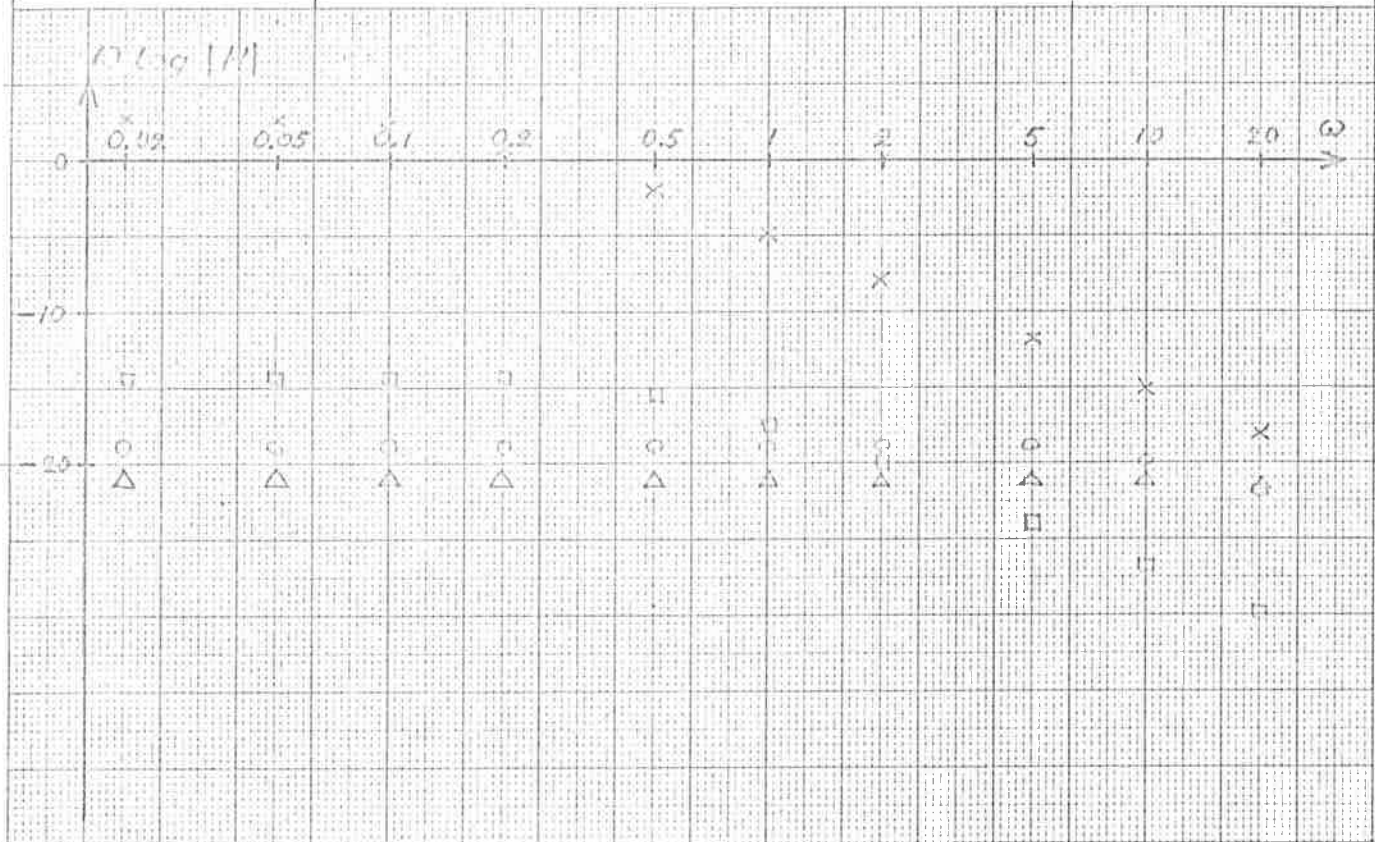
B1: 4.522₁₀- 2 6.937₁₀- 2 4.523₁₀- 2

B2: 1.304₁₀- 2 2.116₁₀- 2 1.446₁₀- 2

Figur 6.2.2.a.

Figur 6.2.2.b.

- - del 2
- △ - del 3
- - del 4
- × - del 5



6.2.3. Identifiering med systemmodell med endast en insignal. För att utröna om skattningen av överföringsfunktionen fel till styrsignal ändras om en systemmodell med endast en insignal användes gjordes några sådana försök med data enligt figur 6.1.b.

I figurerna 6.2.3.a. och 6.2.3.b. visas resultatet vid skattning av delarna 3 respektive 5 med två insignaler. Motsvarande skattningar då endast den ena insignalen (sidvinkelfelet) medtogs visas i figur 6.2.3.c. och 6.2.3.d. respektive. De på detta sätt erhållna överföringsfunktionerna visas nedan.

Del 3:

$$Y(s) = - \frac{0.028 e^{-0.12s}}{0.10s + 1} U_2(s)$$

Del 4:

$$Y(s) = \frac{0.069 e^{-0.12s}}{0.29s - 1} U_2(s)$$

Del 5:

$$Y(s) = \frac{0.039 e^{-0.12s}}{0.71s - 1} U_2(s)$$

N= 50 K= 3 YY= 2.26090₁₀+ 2

P= 1 E= 5.12758₁₀- 1 F= 6.89₁₀+ 3 MY= 3.77₁₀+ 3

A : -2.509₁₀- 1

B1: 1.991₁₀- 1

B2: -2.943₁₀- 1

A : 1.207₁₀- 1

B1: 4.531₁₀- 2

B2: 4.241₁₀- 2

P= 2 E= 6.49561₁₀- 1 F=-3.09₁₀+ 0 MY= 1.04₁₀+ 4

A : -4.640₁₀- 1 1.634₁₀- 2

B1: 1.654₁₀- 1 -1.333₁₀- 2

B2: -8.320₁₀- 1 6.234₁₀- 1

A : 1.933₁₀- 1 1.193₁₀- 1

B1: 9.202₁₀- 2 7.400₁₀- 2

B2: 1.314₁₀- 1 1.646₁₀- 1

P= 3 E= 8.11945₁₀- 1 F=-2.73₁₀+ 0 MY= 1.75₁₀+ 4

A : -4.300₁₀- 1 -1.115₁₀- 1 1.877₁₀- 1

B1: 1.373₁₀- 1 -5.323₁₀- 2 8.876₁₀- 2

B2: -1.013₁₀+ 0 1.247₁₀+ 0 -4.858₁₀- 1

A : 2.241₁₀- 1 2.414₁₀- 1 1.355₁₀- 1

B1: 1.059₁₀- 1 1.297₁₀- 1 8.537₁₀- 2

B2: 1.572₁₀- 1 3.280₁₀- 1 2.022₁₀- 1

Figur 6.2.3.a. Del 3. Två insignaler.

N= 50 K= 3 YY= 1.96800₁₀+ 2

P= 1 E= 1.26227₁₀+ 0 F= 2.43₁₀+ 3 MY= 1.71₁₀+ 3

A : -9.942₁₀- 1

B1: -9.312₁₀- 2

B2: -3.348₁₀- 1

A : 3.261₁₀- 2

B1: 2.200₁₀- 2

B2: 9.841₁₀- 2

P= 2 E= 1.63344₁₀+ 0 F= -3.33₁₀+ 0 MY= 4.14₁₀+ 4

A : -8.394₁₀- 1 -2.176₁₀- 1

B1: -4.601₁₀- 1 3.823₁₀- 1

B2: -1.536₁₀+ 0 1.323₁₀+ 0

A : 5.099₁₀- 2 5.926₁₀- 2

B1: 1.205₁₀- 1 1.228₁₀- 1

B2: 3.842₁₀- 1 4.030₁₀- 1

Figur 6.2.3.b. Del 5. Två insignaler.

N= 50 K= 3 YY= 2.25040₁₀+ 2

P= 1 E= 6,54619₁₀- 1 F= 8.23₁₀+ 3 MY= 1.29₁₀+ 2

A : -6.785₁₀- 1

B1: -2.730₁₀- 1

A : 5.328₁₀- 2

B1: 4.534₁₀- 2

P= 2 E= 9.53351₁₀- 1 F=-7.21₁₀+ 0 MY= 4.08₁₀+ 3

A : -8.301₁₀- 1 2.590₁₀- 1

B1: 4.081₁₀- 1 -7.705₁₀- 1

A : 1.233₁₀- 1 8.897₁₀- 2

B1: 2.233₁₀- 1 2.607₁₀- 1

Figur 6.2.3.c. Del 3. En insignal.

N= 50 K= 3 YY= 1.96800₁₀+ 2

P= 1 E= 1.07308₁₀+ 0 F= 4.38₁₀+ 3 MY= 1.83₁₀+ 1

A : -1.059₁₀+ 0

B1: 5.401₁₀- 2

A : 2.628₁₀- 2

B1: 3.224₁₀- 2

P= 2 E= 1.08555₁₀+ 0 F=-2.64₁₀- 1 MY= 2.97₁₀+ 2

A : -9.841₁₀- 1 -7.904₁₀- 2

B1: -4.180₁₀- 2 1.023₁₀- 1

A : 3.057₁₀- 2 2.569₁₀- 2

B1: 9.460₁₀- 2 9.430₁₀- 2

Figur 6.2.3.d. Del 5. En insignal.

6.3. Sammanfattning.

De två inspelningar som här har undersökts är som tidigare påpekats av samma typ (skott rätt fram) och inspelade med c:a 1 minuts mellanrum med samma försöksperson. Denne ansågs efter genomgången träningspass på simulatören fulltränad. Man kunde då vänta sig att de olika delarna av en inspelning liksom de olika inspelningarna skulle ge likartade resultat. Att så inte är fallet är ju emellertid uppenbart. En viss tendens kan dock spåras. Den statistiska förstärkningen felstyrtsignal vid system av första ordningen för delarna 1 - 5 vid inspelning enligt fig 6.1.a är: +0.47, +0.011, +0.0017, +0.078, +0.20 . Först kan observeras att förstärkningen i del 3 är betydligt lägre än i de övriga. Figur 6.1.a ger emellertid svar på detta problem. Man kan där konstatera att piloten i del 3 avviker från den styrlag han använder i de övriga delarna. Även i del 1 beter sig piloten egendomligt. Om vi bortser från dessa båda delar erhålles följande serie: -, +0.011, -, +0.078, +0.20 . Det är således uppenbart att piloten ökar sin förstärkning kraftigt. Detta ger en god förklaring till att skattningarna för delarna 2, 4 och 5 givit instabila system. Att piloten ökar sin förstärkning är naturligt och väntat. Allteftersom roboten avlägsnar sig från flygplanet minskar den ändring i synvinkeln en viss styrsignal åstadkommer. Det betyder att systemförstärkningen minskar, vilket piloten försöker kompensera.

För inspelningen i fig 6.1.b fås den statistiska förstärkningen för delarna 1 - 5: -0.016, -0.037, -0.0084, -0.017, -1.9 . Det verkar tydligen som om piloten även försöker att använda en stor förstärkning i början då felet kan förmodas vara större. Om vi skriver upp motsvarande följd för tidskonstanten i nämnaren fås: 0.29, 0.18, 0.029, 0.096, 5.9 . Man kan här spåra ett samband så att hög förstärkning ger stor tidskonstant och tvärt om. I samband härmed är figur 6.2.2.b intressant. För att bibehålla stabiliteten ändrar piloten sin tidskonstant så att förstärkningarna i intervallet 5 - 10 rad/sek ligger i en inbördes storleksordning som överensstämmer med den förväntade minskningen av systemförstärkningen beroende på det ökande avståndet flygplan - robot. Då det styrda systemet är okänt är det omöjligt att dra några närmare slutsatser om skärningsfrekvens, fasmarginal etc.

Om man jämför skattningarna från de båda inspelningarna slås man av det faktum att den statistiska förstärkningen har olika tecken, samt att överföringsfunktionen i det senare fallet är stabil.

Resultatet av undersökningen är således inte en enda modell för piloten utan snarare att denne ännu efter en dags träningsprogram gör direkta felmanövrer, att han under skottet starkt ändrar sina parametrar samt att en metod som arbetar med tidsvariabla skattningar krävs för att noggrannare studera pilotens beteende.

