

IDENTIFIERING AV PROCESSDYNAMIK MED KORRELATIONS-
ANALYS DÅ INSIGNALEN ÄR EN NOLLSEKVENNS OM
MAXIMAL LÄNGD (PRBS)

JAN - OLOF WINTZELL

IDENTIFIERING AV PROCESSDYNAMIK MED KORRELATIONSANALYS

DÅ INSIGNALEN ÄR EN NOLLSEKVENNS AV MAXIMUM LÄNGD (PRBS)

Examensarbete

av

Jan-Olof Wintzell

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Inledning	sid 3
Kap 1. Teorin för korrelationsanalys	sid 4
Kap 2. Teori för PRBS	sid 6
2.1. Sekvensfilter	sid 6
2.2. Autokorrelationen för en MLNS	sid 8
2.3. MLNS i allmänna fallet	sid 11
2.4. Fördröjda sekvenser av MLNS	sid 12
Kap 3. Digitalbygglådan	sid 14
3.1. Inledning	sid 14
3.2. Flip-floppar	sid 14
3.3. Grindar	sid 18
3.4. Användning av grindar och flip-flop	sid 20
3.5. Pulse amplifier	sid 24
3.6. Komparatorn	sid 25
Kap 4. Enkelt skiftregister byggt med digitalbygglådan	sid 26
Kap 5. Praktiska försök	sid 32
5.1. Försök på RC-länk med 6 bitars skiftregister	sid 32
5.2. Bygge av 11 bitars skiftregister	sid 39
5.3. Försök på andra ordningens system	sid 41
5.4. Färförskjutning	sid 51
5.5. Försök på första ordningens system	sid 53
5.6. Variation av kvantiseringsnivån	sid 55
Referenser	sid 59

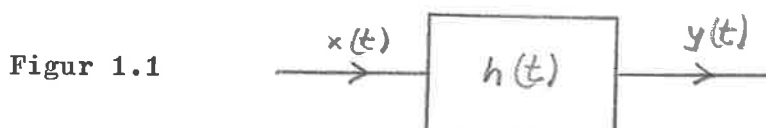
INLEDNING

Vid identifiering av processdynamik kan man använda sig av korrelationsanalys med hjälp av vitt brus. Man erhåller då systemets viktfunction. Vitt brus kan emellertid vara svårt att realisera praktiskt, och man använder därför gärna binära signaler med egenskaper, liknande dem hos vitt brus, men som ändå är reproducerbara och deterministiska. En sådan signal är PRBS (pseudo random binary signals). Signalerna kan realiseras med hjälp av flip-floppar, och den utrustning, som behövs för att realisera identifieringen, kan också byggas upp av enkla logiska kretsar.

Kap 1. TEORIN FÖR KORRELATIONSANALYS

Teorin för korrelationsanalysen är beskriven i referenserna 1, 2, 3, 4, 5 och 6.

Betrakta ett system med insignalen $x(t)$, utsignalen $y(t)$ och viktfunktionen $h(t)$ enligt figur 1.1.



Om $x(t)$ är kontinuerlig och existerar för endast $t > 0$, fås $y(t)$ vid $t=T$ av

$$y(T) = \int_0^T h(t)x(T-t)dt \quad (1.1)$$

Om $x(t)$ kan ha existerat för $t < 0$, erhålls

$$y(T) = \int_0^{\infty} h(t)x(T-t)dt \quad (1.2)$$

Man kan utsträcka undre gränsen till $-\infty$, vilket inte kommer att ändra integralens värde, ty för fysikaliskt realiserbara system är impulssvaret $h(t)=0$ för $t < 0$. Detta ger ekvationen

$$y(T) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)x(T-t)dt \quad (1.3)$$

Såsom visas i referens 1, existerar ett liknande förhållande mellan korskorrelationen R_{xy} för insignal-utsignal och autokorrelationen R_{xx} för insignalen:

$$R_{xy}(T) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)R_{xx}(T-t)dt \quad (1.4)$$

Om insignalen är vitt brus, innebär detta, att $R_{xx}(T-t)$ är lika med 1 för $T=t$ och 0 annars. För vitt brus fås alltså:

$$R_{xy}(T) = h(T) \quad (1.5)$$

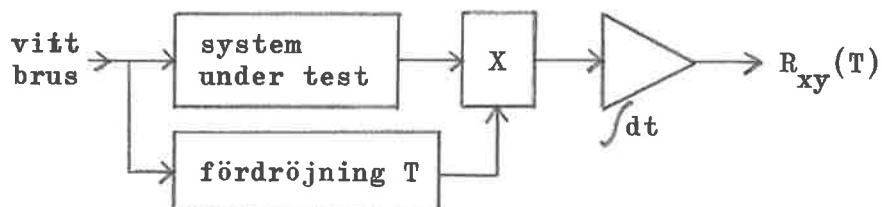
R_{xy} definieras

$$R_{xy}(T) = E(x(t-T)y(t)) . \quad (1.6)$$

Om $x(t)$ är en ergodisk process fås

$$E(x(t-T)y(t)) = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A x(t-T)y(t)dt . \quad (1.7)$$

En anordning att undersöka viktfunktionen hos ett system bör således vara uppbyggt så här:



Figur 1.2

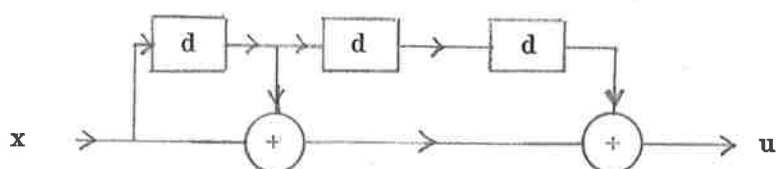
Kap 2. TEORI FÖR PRBS

PRBS-signalerna finns beskrivna i referenserna 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, och 9.

2.1. Sekvensfilter

Betrakta det binära lineära sekvensfiltret i figur 2.1.

Figur 2.1



Nätet är binärt, så tillvida att insignalen x och utsignalen u båda är sekvenser av ettor och nollor. Elementen \boxed{d} är fördröjningselement, sådana att utgången y vid tiden t är lika med ingången x vid tiden $(t-1)$. Se figur 2.2.

Figur 2.2



Additionsgrunden \bigoplus utför addition modulo 2 enligt

+	0	1	
0	0	1	
1	1	0	.

Alltså är $2=0$ och $-1=+1$. Man kan beskriva binära lineära sekvensfilters beteende med hjälp av en lineär operatoralgebra, bestående av addition modulo 2 och fördröjningsoperatoren d definierad enligt $x(t-1)=dx$. Detta görs utförligt i referens 9. Filtret i figur 2.1 kan på detta sätt beskrivas enligt

$$u = x + dx + d^3 x \quad (2.1)$$

Här betecknar $+$ addition modulo 2 och $d^2 x = d(dx)$ osv. För d -operatoren gäller vidare $dx + dy = d(x+y)$ och $x + dx = (d^0 + d)x = (1+d)x$. Man kan då skriva ekvation (2.1) på formen

$$u = (1 + d + d^3)x \quad (2.2)$$

Filtrets transmissionskvot kan som i vanlig kretsteori skrivas

$$\frac{u}{x} = 1 + d + d^3 \quad . \quad (2.3)$$

Ingångssekvensen 0000... ger utgångssekvensen 0, vilket ses ur ekvation (2.2). Men det finns ytterligare en sekvens, betecknad nollsekvensen s_0 , som ger utgångssekvensen 0. Man får nämligen, om man prövar att sätta in s_0 i ekvation (2.2),

$$(1 + d + d^3) s_0 = 0 \quad , \quad (2.4)$$

vilket är ekvivalent med (ty vi har addition modulo 2)

$$s_0 = (d + d^3) s_0 \quad . \quad (2.5)$$

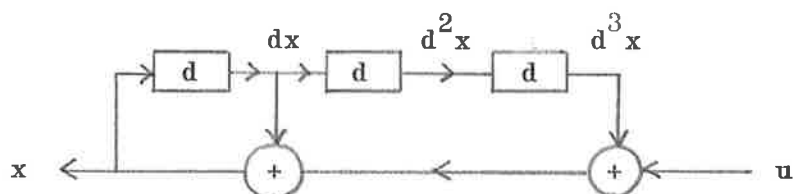
Man kan välja de tre första siffrorna i s_0 på $2^3 - 1$ olika sätt, om man undantar 000, som ger den triviala nollsekvensen 0. Hur man annars väljer siffrorna är godtyckligt. Välj t. ex. 001. Då får man, enligt ekvation (2.5), den fjärde siffran i s_0 genom att addera modulo 2 den första och den tredje, den femte fås genom att addera den andra och den fjärde osv. Man får alltså

$$\dots\dots, 0011101, 0011101, \dots\dots \quad (2.6)$$

Sekvensen upprepar sig periodiskt efter 7 siffror. I perioden kan man finna var och en av de 2^3 tretuplerna utom (0,0,0). (2.6) är därför den enda från 0 skilda nollsekvensen till (2.4). En nollsekvens till ett sekvensnät med n d -element, som på detta sätt innehåller alla de 2^n n -tuplerna utom (0,0,...,0), säges vara av maximal längd. Den kallas MLNS (maximum length null sequence).

Om man ändrar pilriktningen i den undre ledningen av figur 2.1, får man nätet i figur 2.2.

Figur 2.2



Nätet blir härigenom återkopplat. Det beskrivs av ekvationen

$$u + d^3 x + dx = x \quad (2.7)$$

Transmissionskvoten blir

$$\frac{x}{u} = \frac{1}{1+d+d^3} \quad (2.8)$$

Detta filter kan på grund av återkopplingen ge en från noll skild utgångssekvens, trots att ingångssekvensen är 0. Denna utgångssekvens bestäms av

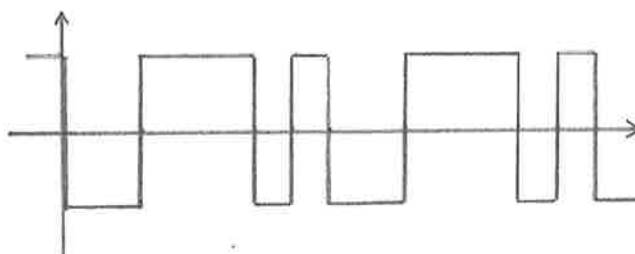
$$0 = (1 + d + d^3) s \quad (2.9)$$

dvs. den är den tidigare bestämda nollsekvensen (2.6). Polynomet $1+d+d^3$ kallas filtrets karakteristiska polynom. Som vi senare skall se, kan ett återkopplat sekvensfilter, som ger en nollsekvens av maximal längd, realiseras med hjälp av flip-floppar.

2.2. Autokorrelationen för en MLNS

När man arbetar praktiskt med en MLNS, brukar man ersätta den med en signal, där nollan hos MLNS är utbytt mot -1 . Se figur 2.3. En sådan signal kallas MLNSN, där det sista N:et står för negativ.

Figur 2.3



Autokorrelationsfunktionen för en MLNSN definieras enligt

$$R_{cc}(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j \quad , \quad (2.10)$$

där $N=2^n-1$ är den maximala längden hos MLNSN-signalen, c_j är den j :te siffran i signalen och $d^k c_j$ den j :te siffran i signalen fördröjd k steg. Summationen är här vanlig addition. Vi låter i detta avsnitt \oplus beteckna addition modulo 2 för att kunna skilja på de båda slagen av addition.

För $k=0$ kan vi omedelbart beräkna (2.10), ty då fås

$$R_{cc}(0) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} c_j c_j \quad . \quad (2.11)$$

$c_j c_j$ är alltid lika med 1, varför

$$R_{cc}(0) = \frac{1}{N} \cdot N = 1 \quad . \quad (2.12)$$

För övriga värden på k måste vi studera ett par egenskaper hos MLNS och MLNSN.

a/ För en MLNS gäller

$$x \oplus d^k x = d^e x \quad , \quad \text{där } e \leq 2^n - 1 \quad , \quad (2.13)$$

där n är antalet fördröjningar i sekvensfiltret. Om alltså en maximum längd nollsekvens av nollor och ettor adderas modulo 2 till samma sekvens fördröjd k steg, erhålls samma sekvens fördröjd e steg. Betrakta t. ex. sekvensen (2.6):

$$\begin{array}{rcccccccc} x & & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ d^2 x & & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x \oplus d^2 x & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Man får att $x \oplus d^2 x = d^3 x$.

b/ I en MLNS finns det alltid en mer etta än nolla.

Se t. ex. sekvensen (2.6), som innehåller fyra ettor och tre nollor.

Bevis och ytterligare redogörelse för egenskaperna a/ och b/ finns i referenserna 7 och 10.

Dessa båda samband kan användas för att beräkna (2.10) för $k \neq 0$, om man dessutom använder sig av ekvivalensen mellan addition modulo 2 och negativ multiplikation:

$$\left. \begin{array}{l} -\cdot \\ +1 \\ -1 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \oplus \\ 1 \\ 0 \end{array} \right. \quad (2.14)$$

En algebra, innehållandelementen $+1$ och -1 och operationen $-\cdot$, kan alltså ersättas med en, innehållande operationen \oplus och elementen 1 och 0 , enligt schemat

$$\begin{array}{c|cc} -\cdot & -1 & 1 \\ \hline -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{array} \quad \begin{array}{c|cc} \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad (2.15)$$

Låt oss nu beräkna summan

$$\sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j \quad (2.16)$$

Vi tittar i stället på summan

$$- \sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j \quad (2.17)$$

och jämför, enligt ekvivalensen mellan negativ multiplikation och addition modulo 2, med

$$\sum_{j=0}^{N-1} (x_j \oplus d^k x_j) \quad (2.18)$$

Med hjälp av egenskap a/ ovan ser vi

$$x_j \oplus d^k x_j = d^e x_j \quad (2.19)$$

och

$$\sum_{j=0}^{N-1} (x_j \oplus d^k x_j) = \sum_{j=0}^{N-1} d^e x_j \quad (2.20)$$

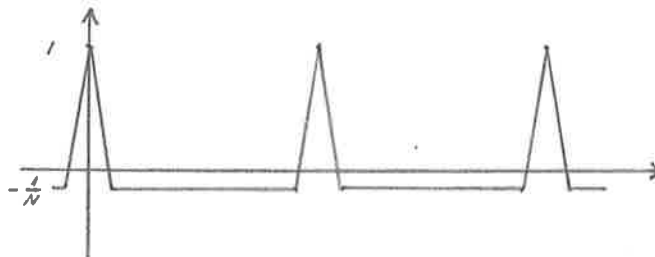
$$\text{Alltså fås } - \sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j = \sum_{j=0}^{N-1} d^e c_j$$

$$\text{och } \sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j = - \sum_{j=0}^{N-1} d^e c_j = -1 \quad , \quad (2.21)$$

ty enligt egenskap b/ innehåller en MLNS en mer etta än nolla och alltså innehåller en MLNSN en mer +1 än -1. Vi har alltså fått

$$R_{cc}(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j = -\frac{1}{N} \quad \text{för } k \neq 0 \quad . \quad (2.21)$$

Autokorrelationsfunktionen för en MLNSN ser alltså ut som i figur 2.4 och är således mycket lik den för vitt brus.



Figur 2.4

2.3 . MLNS i allmänna fallet

Vi har sett, att nätet i figur 2.2 gav en nollsekvens av maximal längd. Allmänt gäller för ett binärt, lineärt, återkopplat sekvensfilter att dess karakteristiska polynom måste vara primitivt modulo 2, för att filtret skall ge en MLNS. Detta innebär

a/ polynomet går inte att faktoruppdelas

(modulo 2)

b/ polynomet (av grad n) är inte en faktor av $d^K + 1$ för något $K < 2^n - 1$.

Låt oss se på några exempel:

Ex 1: Ett polynom, som går att faktoruppdelas, är $1 + d^2 + d^3 + d^4 = (1 + d)(1 + d + d^3)$. Ekvationen $(1 + d^2 + d^3 + d^4)s_0 = 0$ har lösningarna

(....1111111....) period 1

(....10001011....) period 7

(....10100111....) period 7

Alla perioderna är mindre än den maximala, vilken är $2^4-1=15$.

Ex 2: Polynomet $1+d+d^2+d^3+d^4$ är en faktor av $1+d^5$, ty $\frac{1+d^5}{1+d+d^2+d^3+d^4}=1+d+d^2+d^3+d^4$. Ekvationen $(1+d+d^2+d^3+d^4)s_0=0$ har lösningar

(....1111011110....) period 5

(....1100011000....) period 5

(....1010010100....) period 5 ,

vilka alla är mindre än den maximala 15.

Ex 3: Ett primitivt polynom är $1+d^3+d^4$.

Ekvationen $(1+d^3+d^4)s_0=0$ har lösningen

(....111100010011010....) period 15 .

Tabeller över primitiva polynom upp till grad 30 finns i referens 8.

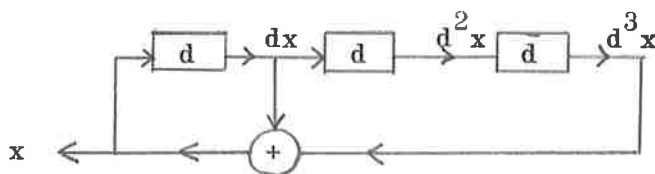
2.4. Fördröjda sekvenser av MLNS

Som vi har sett, behöver vi fördröjda versioner av MLNS-sekvensen för att beräkna autokorrelationsfunktionen. De första n versionerna kan erhållas direkt ur filtret. För att få de övriga kan man använda sig av egenskapen (2.13):

$$x+d^k x = d^e x \quad , \quad \text{där } e \leq 2^n - 1 \quad . \quad (2.13)$$

Betrakta t. ex. det tidigare diskuterade filtret i figur 2.2.

Figur 2.2



För detta filter gäller

$$x = dx + d^3 x \quad . \quad (2.22)$$

Ur filtret kan vi direkt få x , dx , $d^2 x$ och $d^3 x$. Vidare ser vi

ur (2.22) att

$$d^k x = (d^{k-2} + d^{k-3}) x \quad (2.23)$$

Detta ger

$$\left. \begin{aligned} d^4 x &= d^2 x + dx \\ d^5 x &= d^3 x + d^2 x \\ d^6 x &= d^4 x + d^3 x = d^3 x + d^2 x + dx = d^5 x + dx \end{aligned} \right\} (2.24)$$

Hur additionen utföres praktiskt skall vi se senare.

Kap 3. DIGITALBYGGLÅDAN

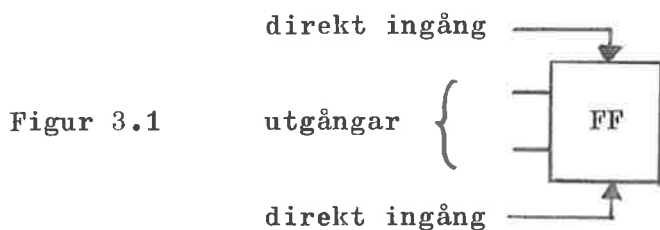
3. 1. Inledning

Som experimentutrustning användes reglertekniska institutionens digitalbygglåda, ett Digital Logic Laboratory, tillverkat av Digital Equipment Corporation, Maynard, Massachusetts, USA. Digitalbygglådan består av en panel, på vars baksida man kan sätta färdigbyggda kort med vippor, grindar etc. På framsidan av panelen kopplar man sedan ihop korten med sladdar. Till bygglådan hör en Digital Logic Laboratory Workbook (referens 11). Den innehåller femton laborationer, med vilkas hjälp man kan sätta sig in i digitalbygglådans användning. Vidare finns en The Digital Logic Handbook (referens 12), som beskriver alla tillbehör till digitalbygglådan.

De två binära talen 0 och 1 representeras i digitalbygglådan av två spänningar, -3 och 0 volt. Man kan låta -3 volt representera en binär nolla och 0 volt en binär etta eller också tvärtom. Det förstnämnda sättet benämnes positiv logik, det andra negativ logik. Som vi senare skall se, är det praktiskt att i samma uppkoppling använda sig av båda betraktelsesätten. Man kan på så sätt spara komponenter.

3. 2. Flip-floppar

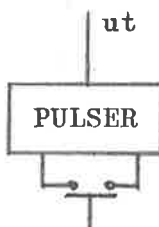
En grundläggande komponent i all digital utrustning är flip-floppen. Med det beteckningssätt, som användes till digitalbygglådan, ritar man en flip-flop som i figur 3.1.



De två utgångarna i en flip-flop är alltid i olika tillstånd. Det vill säga, att när den ena utgången är på -3 volt är den andra jordad och tvärtom. På digitalbygglådan kan man se utgångarnas lägen genom att ansluta indikatorlampor, som lyser, när den pålagda spänningen är 0 volt.

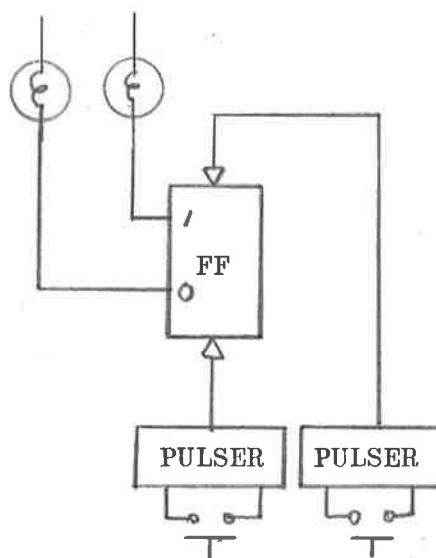
Ingångarna hos en flip-flop kan påverkas från en pulser, som manövreras med en tryckknapp. Pulsens utgång är normalt på -3 volt, men när knappen trycks in, lägger sig utgången på 0 volt. Pulsern ritas som i figur 3.2.

Figur 3.2



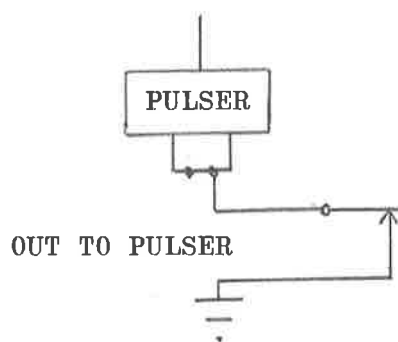
Den kopplas till flip-floppen som i figur 3.3. De båda halvorna i flip-floppen brukar betecknas 0 respektive 1. En puls på 0 volt på 0-ingången gör, att flip-floppen ställer sig i läge 0 (dvs 0-utgången lägger sig på 0 volt), till dess att en puls på 1-ingången ändrar flip-floppens läge till 1. Den förstnämnda signalen kallas "clear", den andra kallas "set".

Figur 3.3



Pulser kan också alstras med hjälp av en fingerskiva, som kan ge upp till tio pulser i följd. Den kopplas via pulsern som i figur 3.4.

Figur 3.4



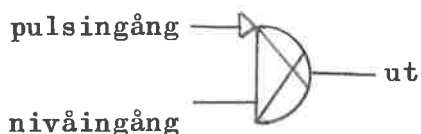
Slutligen kan pulser alstras med hjälp av en oscillator, kallad klockan, som också är inbyggd i panelen. Klock-signalen ser ut som i figur 3.5, och dess frekvens kan varieras från 200 kc till 2 mc.

Figur 3.5



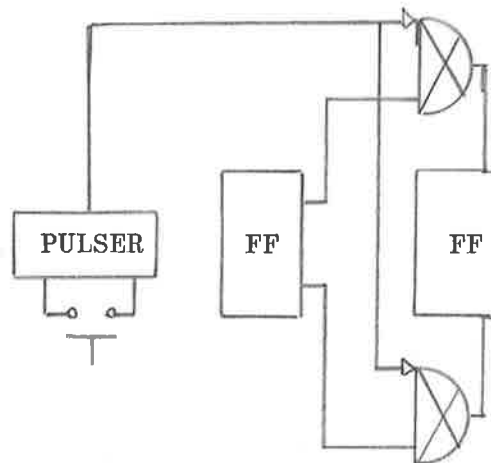
Insignalen till en flip-flop sker ofta via en DCD-grind (diode-capacitor-diode). Den ritas symboliskt som i figur 3.6.

Figur 3.6



Om nivåingången till DCD-grinden hålls jordad ger en 0 volts puls på pulsingången en 0 volts puls på utgången. Med DCD-grinden kan man alltså "grinda" in information i en flip-flop som i figur 3.7.

Figur 3.7



Nivåingången till DCD-grinden har en kort tidsfördröjning på så sätt, att en ändring i nivån inte kommer att påverka grinden förrän efter cirka 100 nsek. Alltså sker en puls på DCD-grindens utgång endast om

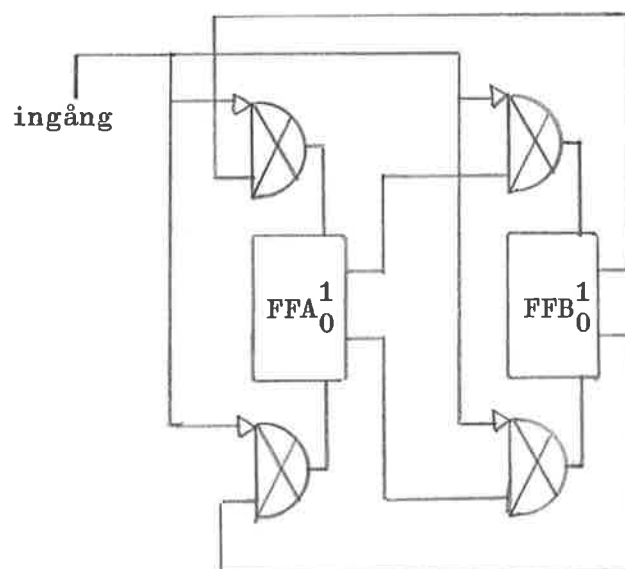
- 1/ en positiv nivåändring äger rum på pulsingången

och

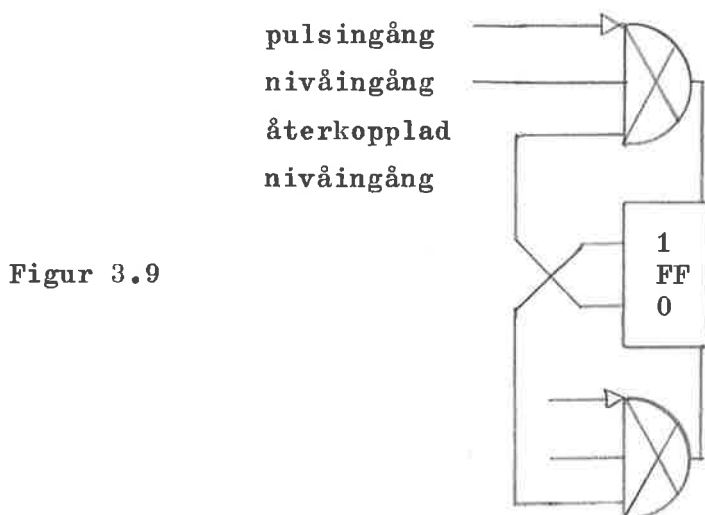
- 2/ nivåingången dessförrinnan var jordad.

Dessa egenskaper är viktiga, till exempel när man vill utbyta information mellan två flip-floppar som i figur 3.8. Om flip-flop A innehåller en nolla och flip-flop B innehåller en etta, kommer en puls på ingången att skifta innehållet mellan de två flip-flopparna. Fördröjningen hos DCD-grindarna ser till att utbytet sker tillförlitligt.

Figur 3.8



Fastän det för enkelhets skull inte är utritat i symbolen, är utgångarna på flip-floppen återkopplade till DCD-grindarna, så som visas i figur 3.9. Detta gör, att om flip-floppen är i 0-tillståndet, är endast 1-ingången öppen och tvärtom. Denna återkoppling är mycket viktig att tänka på vid användning av flip-floppen.

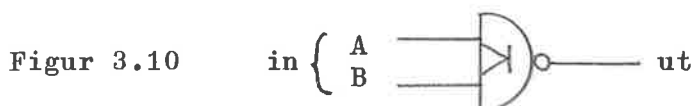


Till digitalbygglådan finns två olika kort med flip-floppar, nämligen R 201 som innehåller en flip-flop och R 202 som innehåller två stycken. På det sistnämnda har varje flip-flop en DCD-grind på vardera ingången, medan det på R 201 finns två DCD-grindar till den ena ingången och tre till den andra.

3.3. Grindar

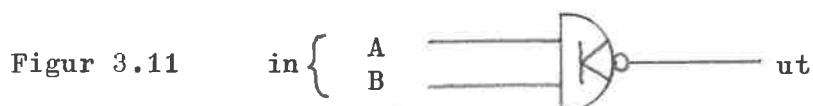
Andra grundläggande element i digitalbygglådan är grindar. De är av två slag, positive NOR och negative NOR.

Den förstnämnda ritas symboliskt som i figur 3.10.



Positiv NOR betyder positive input, negated OR. Med detta menas: "Om ingång A eller (or) B är positiv, dvs 0 volt, kommer utgången att vara i det motsatta tillståndet, det vill säga -3 volt". Grinden kan också kallas negativ NAND, med vilket menas negative input, negated AND. Om alltså ingång A och B båda är negativa, är utgången jordad.

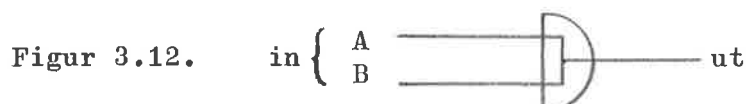
Symbolen för negativ NOR ser ut som figur 3.11 visar.



Negativ NOR betyder: "Om ingång A eller B är negativ, så är utgången på jord". Vidare är grinden också en positiv NAND, ty om både A och B är positiva är utgången negativ.

Båda typerna av grindar finns med två, tre eller fyra ingångar. Korten med grindar är betecknade R 121 och R 122.

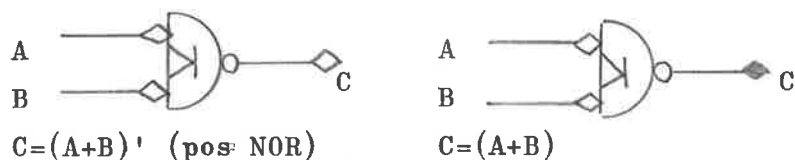
En tredje typ av grind används i handboken. Den kallas wired gate och ritas som i figur 3.12.



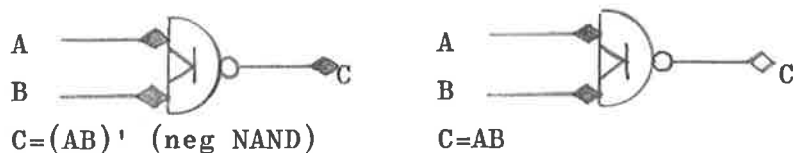
Med wired gate menas helt enkelt att direkt förbinda de båda ingångarna. Detta är möjligt, när man bara är intresserad av hur signalen $A+B$ ser ut och inte behöver A eller B för sig. Vidare går grinden inte att använda tillsammans med flip-floppar, därför att den ena signalen påverkar den andra och därför kan ändra flip-floppens tillstånd.

3.4. Användning av grindar och flip-floppar

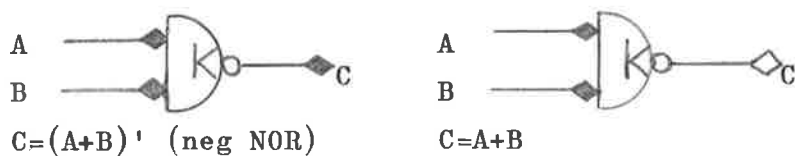
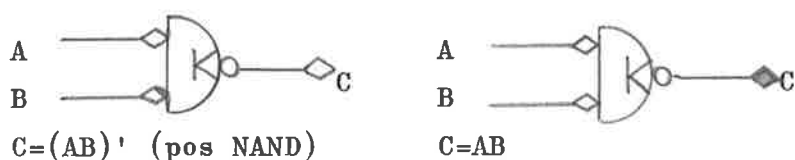
Vi har tidigare talat om positiv och negativ logik. Vi inför nu följande beteckningssätt: En ihålig pil $\text{---}\diamond$ betecknar att 0 volt representerar en etta medan en fylld pil $\text{---}\blacklozenge$ betecknar att -3 volt representerar en etta. Till exempel betyder $\text{---}\overset{A}{\diamond}$ att spänningen är 0 volt när A är en etta. På detta sätt kan man ändra betraktelsesättet när som helst i ett kopplingsschema. Låt oss i figurerna 3.13, 3.14 och 3.15 se vilka Booleska operationer de olika grindarna utför med olika betraktelsesätt:



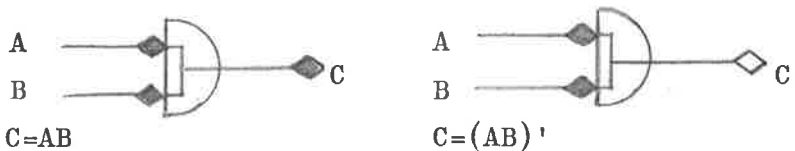
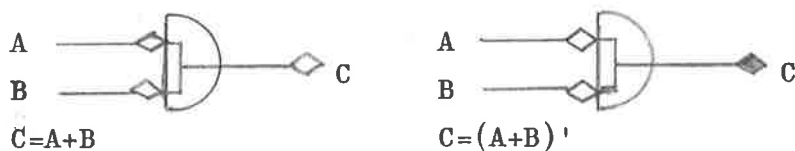
Figur 3.13



Figur 3.14



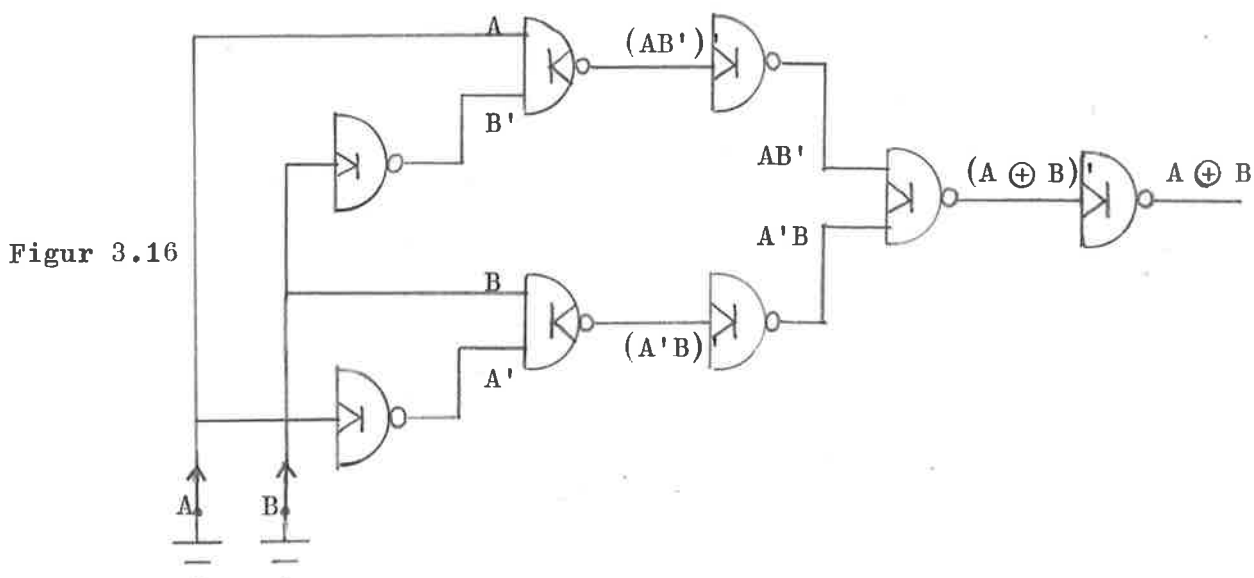
Figur 3.15



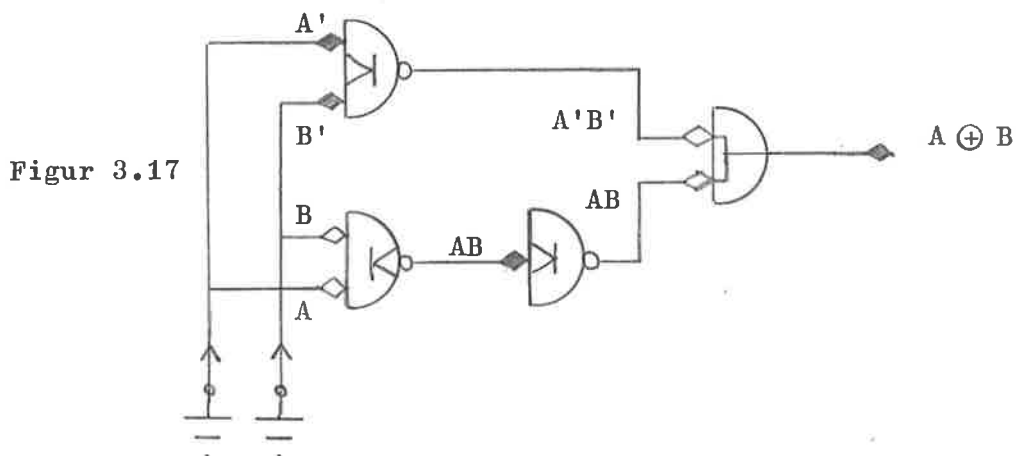
För att se hur det samtidiga användandet av de olika betraktelsesätten förenklar realiserandet av logiska uttryck, skall vi betrakta funktionen

$$A \oplus B = AB' + A'B \quad (3.1)$$

Om vi använder positiv logik och bygger rakt fram, åtgår det åtta grindar att realisera funktionen. Se figur 3.16.



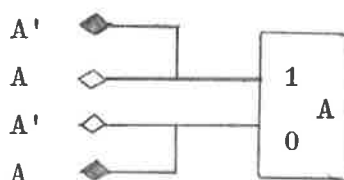
Om vi emellertid lägger märke till att $A \oplus B = AB' + A'B = ((AB')'(A'B)')' = ((A' + B)(A + B'))' = (A'A + A'B' + AB + BB')' = (A'B' + AB)'$, samt använder oss av både positiv och negativ logik och utnyttjar wired gates där det går, får vi ett nät med endast tre grindar enligt figur 3.17.



I ovanstående exempel har vi använt switchar för att alstra signalerna A och B. Vi har ritat switcharna i det läge, som motsvarar en logisk etta.

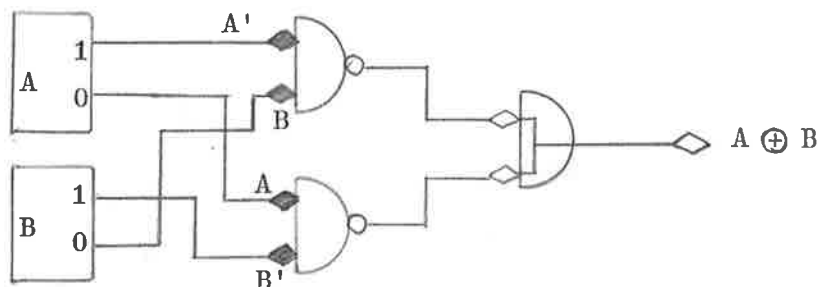
Om man i stället för switchar använder flip-floppar, kan man ytterligare förenkla kretsen för $A \oplus B$. Utgångarna på en flip-flop kan nämligen betecknas som i figur 3.18.

Figur 3.18



Funktionen $A \oplus B$ kan nu realiseras enligt figur 3.19.

Figur 3.19



Till digitalbygglådan finns även en grind, R 131, som direkt utför operationen $A \oplus B$.

Eftersom en flip-flop har minne och DCD-grindar har tidsfördröjning, blir en flip-flops tillstånd en funktion av tiden. För att kunna skriva en ekvation för en flip-flops tillstånd undersöker vi vilka villkor, som resulterar i en etta och vilka som resulterar i en nolla. Det finns två sätt att få en etta, dels om flip-floppen är i nolltillståndet och får en set-signal, dels om den är i ett-tillståndet och inte får en clear-signal. På samma sätt finns det två möjligheter att få en nolla. Alla möjligheterna kan sättas upp i en sanningstabell:

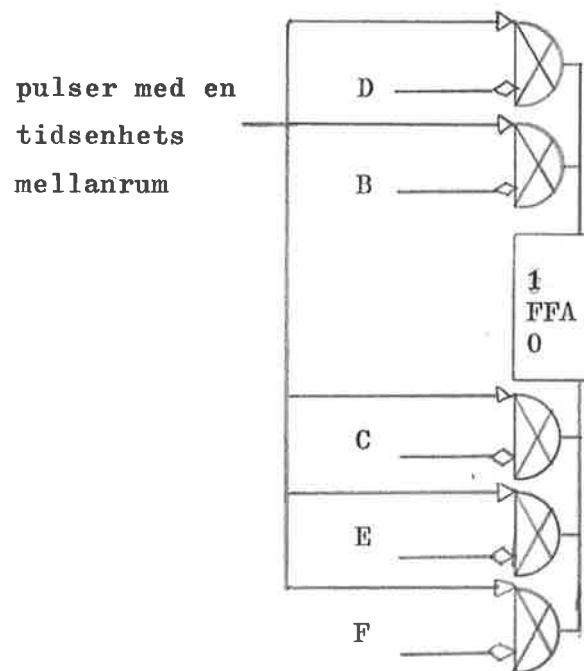
A(t)	Set-signal	Clear-signal	A(t+1)
0	ja	-	1
1	-	nej	1
0	nej	-	0
1	-	ja	0

Om ingångarna kallas som i figur 3.20, får vi följande ekvation för flip-floppens läge vid tiden (t+1):

$$A(t+1) = A'(B + D) + A(C+E+F)' / (t) \quad (3.2)$$

Den kan förenklas till:

$$A(t+1) = A'B + A'D + AC'E'F' / (t) \quad (3.3)$$



Figur 3.20

Från (3.3) kan många specialfall härledas. Om man bara använder två grindar, så blir

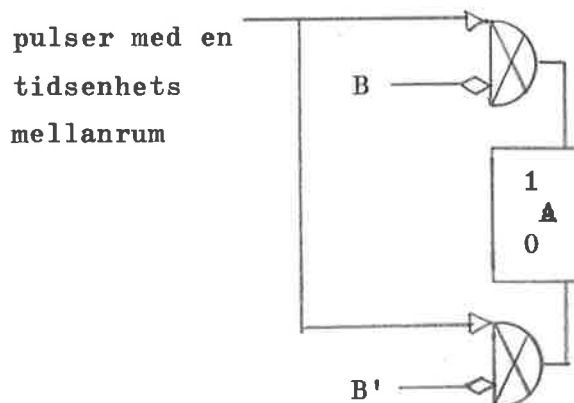
$$\begin{aligned} D = E = F = 0 \quad \text{och} \\ D' = E' = F' = 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

varför (3.3) reduceras till

$$A(t+1) = A'B + AC' / (t) \quad (3.5)$$

Om de båda ingångarna är B och B', som i figur 3.21, fås helt enkelt

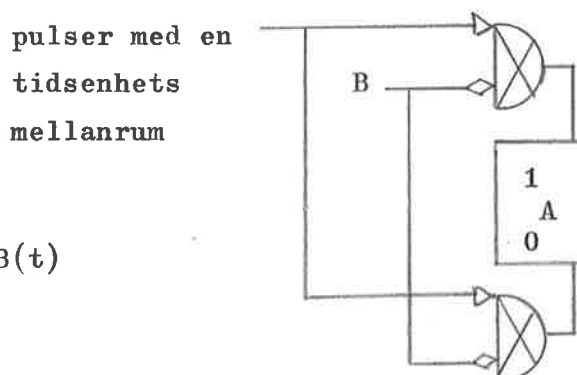
$$A(t+1) = A'B + AB \ /_{(t)} = B(t) \quad (3.6)$$



Figur 3.21
 $A(t+1)=B(t)$

Om båda ingångarna är B som i figur 3.22, fås

$$A(t+1) = A'B + AB' \ /_{(t)} = A(t) \oplus B(t) \quad (3.7)$$

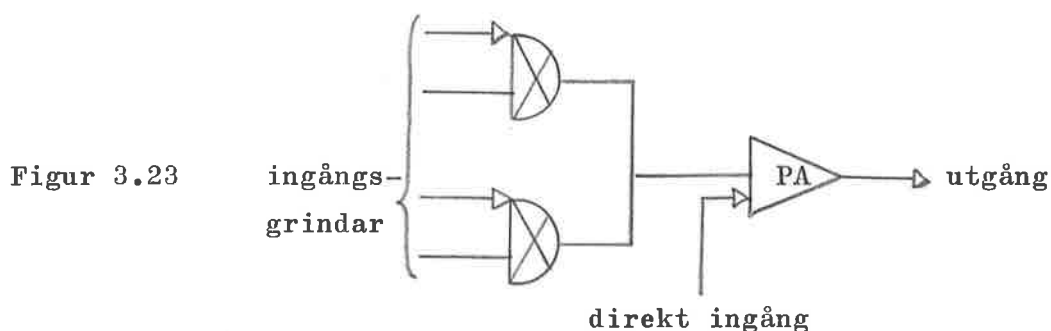


Figur 3.22
 $A(t+1)=A(t) \oplus B(t)$

Fler exempel på realisering av Booleska uttryck finns i referenserna 11 och 12.

3.5. Pulse amplifier

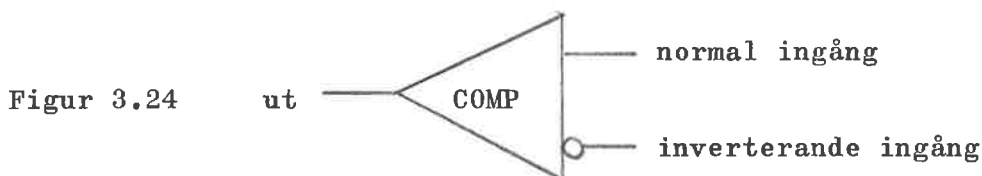
Ibland är det önskvärt att standardisera pulser i längd eller amplitud. För detta ändamål finns i digitalbygglådan en pulsförstärkare, som ritas enligt figur 3.23.



Om en positiv puls skickas in på ingången, går utgången från -3 volt till 0 volt, stannar där i 100 ns och återgår till -3 volt. Uteffekten är hög, varför pulsförstärkaren också används för att driva enheter, som drar mycket ström.

3.6. Comparatorn

Digitalbygglådans comparator är en grundläggande krets vid analog-digital omvandling. Den ritas symboliskt som i figur 3.24.



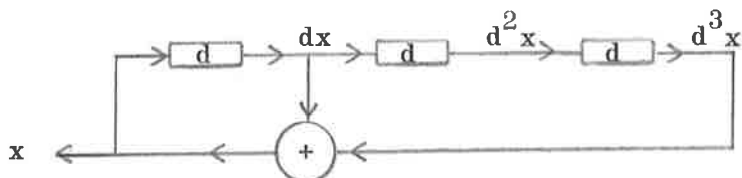
Comparatorn är en två-stegs differentialförstärkare, som avgör, vilken av de två ingångarna som är mest positiv. Om normalingången är mer positiv än den inverterande ingången, så ligger utgången på jord. Om å andra sidan den inverterande ingången är mer positiv än normalingången, så lägger sig utgången på ungefär -3 volt. En mer detaljerad beskrivning av comparatorn finns i referens 11.

De komponenter i digitalbygglådan, som här beskrivits, är bara dem, som användes vid korrelationsanalysen. För utförligare beskrivning och användning av digitalbygglådan hänvisas till referenserna 11 och 12.

Kap 4. ENKELT SKIFTREGISTER BYGGT MED DIGITALBYGGLÅDAN

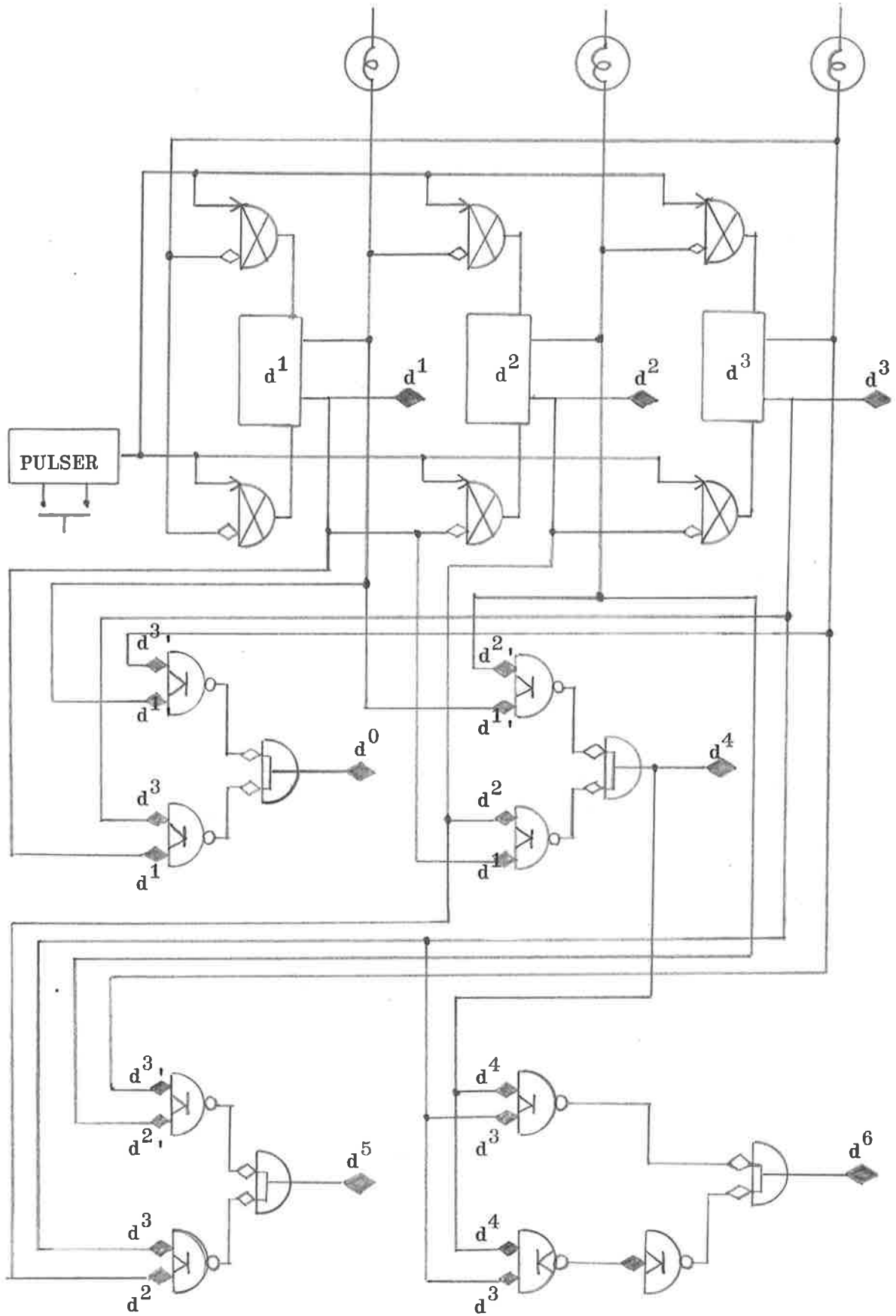
För att studera en del praktiska problem, byggdes ett enkelt, återkopplat sekvensfilter för MLNS-sekvenser med hjälp av digitalbygglådan. Som exempel byggdes nätet i figur 2.2.

Figur 2.2



d -elementen representeras i praktiken av flip-floppar. De kopplas efter varandra så att innehållet i varje flip-flop vid skiftpulsen skiftas till nästa flip-flop, dvs så att $A(t+1)=B(t)$ enligt figur 3.21. En sådan anordning kallas skiftregister. Återkopplingen $x=dx+d^3x$ sker enkelt med hjälp av flip-flop-kopplingen $A(t+1)=A(t)\oplus B(t)$ i figur 3.22. De fördröjda signalerna dx , d^2x och d^3x fås direkt ur skiftregistret, medan d^4x , d^5x och d^6x får klaras med hjälp av grindar för $A \oplus B$. Ty, så som vi har visat i (2.24), är $d^4=d^2+d$, $d^5=d^3+d^2$ och $d^6=d^4+d^3$ för detta filter. Hela det återkopplade sekvensfiltret ser alltså ut som i figur 4.1. Flip-flopparnas lägen kan avläsas på indikeringslamporna och kan ändras med hjälp av pulserna.

Från filtret i figur 4.1 får man alltså en MLNS och dess fördröjda versioner. Det ger pulser som är 0 eller -3 volt, dvs i princip de Booleska variablerna 0 och 1. För att få en signal med den rätta autokorrelationsfunktionen, vill vi ha pulser, som kan kallas -1 och 1. Detta problem kan lösas, om vi beaktar den tidigare nämnda ekvivalensen mellan operationen negativ multiplikation i fältet -1 och 1 och operationen addition modulo två i fältet 0 och 1. Samtidigt löser vi problemet, att med digitalbygglådans hjälp multiplicera två signaler.



Figur 4.1

Betrakta nämligen ekvivalensen som vi hade i (2.15):

$$\begin{array}{c|cc} -\cdot & -1 & 1 \\ \hline -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad (2.15)$$

På samma sätt kan en ekvivalens upprättas mellan multiplikation i fältet -1 och 1 och komplementerad addition modulo två i fältet 0 och 1 :

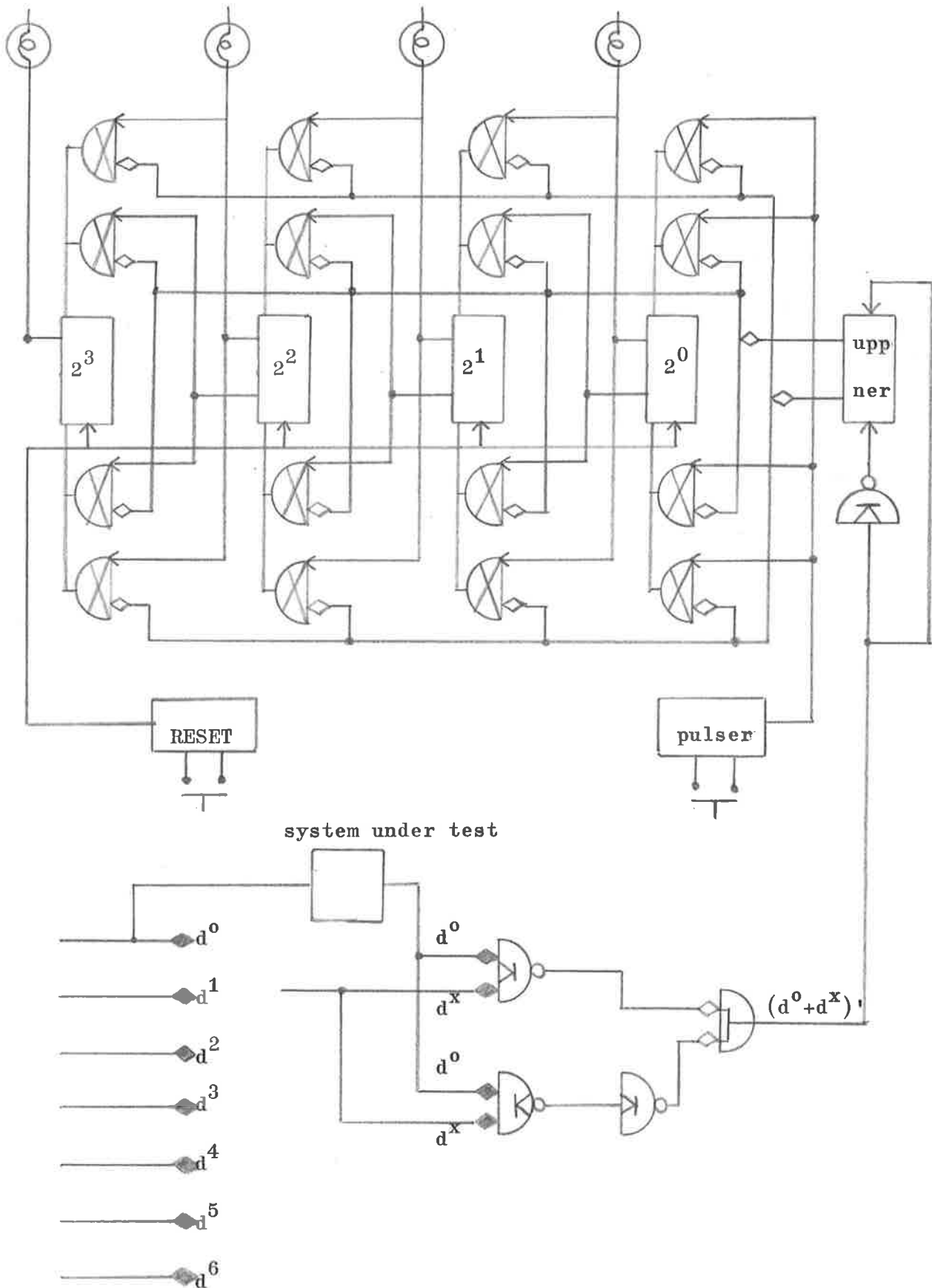
$$\begin{array}{c|cc} \cdot & -1 & 1 \\ \hline -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|cc} \oplus' & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad (4.1)$$

Vi kan alltså, i stället för att multiplicera två signaler innehållande -1 och 1 , addera modulo två två signaler innehållande 0 och 1 , och sedan komplementera resultatet. Detta kan lätt erhållas med vår grind för $A \oplus B$. Låter man sedan grinden driva en räknare, så att den räknar framåt när grinden ger en etta ut och bakåt när grinden ger en nolla ut, har vi erhållit en krets, som kan utföra den önskade multiplikationen och summationen i (2.10)

$$R_{cc}(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j \quad . \qquad (2.10)$$

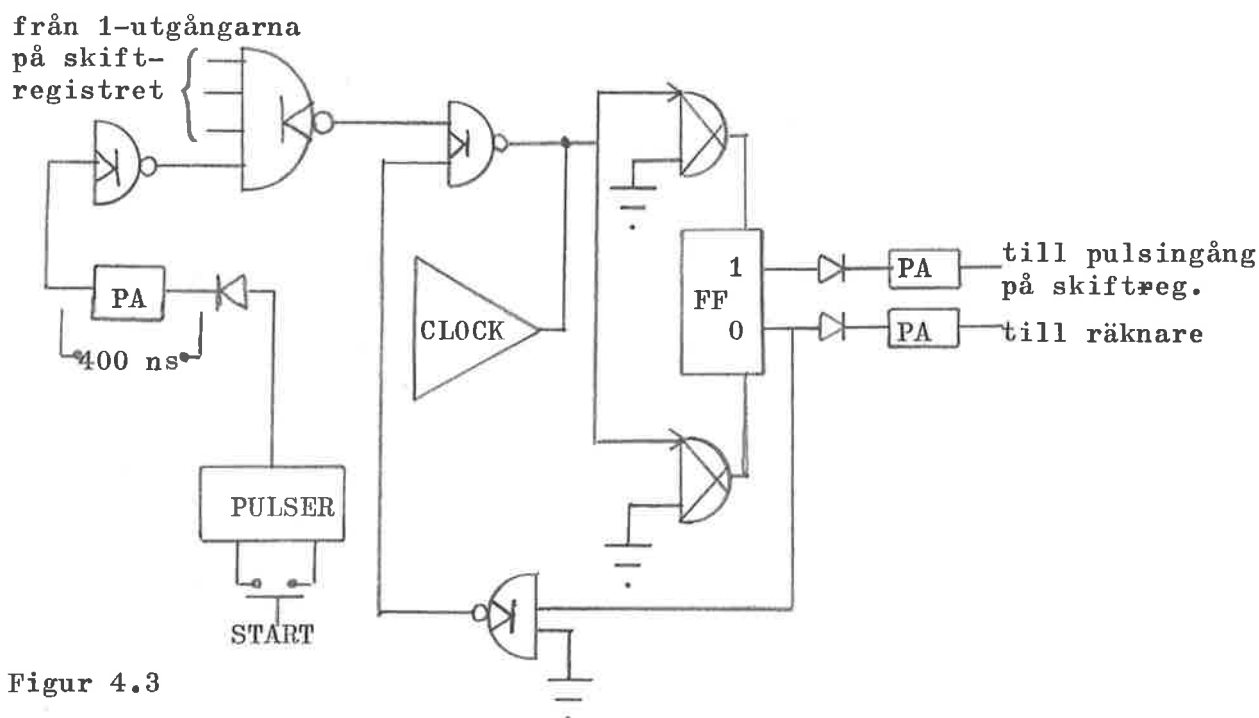
En räknare konstrueras lätt med hjälp av flip-flop-kopplingen för $A(t+1)=B(t)$ i figur 3.21. För att få räknaren att gå både framåt och bakåt låter man DCD-grindarna styras av en flip-flop som i figur 4.2. RESET-knappen användes för att nollställa räknaren. Genom att införa en fjärde flip-flop för 2^3 kan man även räkna negativa tal. 1111 betyder då -1 , 1110 betyder -2 osv. Detta blir säkert rätt, eftersom summan $\sum_{j=0}^{N-1} c_j d^k c_j$ inte kan bli större än sju. Vid "system under test" placeras det system, vars viktfunction man vill beräkna. Systemet måste kompletteras med en anordning, som kvantiserar dess utsignal till 0 eller -3 volt. d^x sammankopplas med någon av signalerna d^0 till d^6 .

Figur 4.2



Det är lämpligt att räknepulserna, som i figur 4.2 utföres med pulserna, sker mitt emellan varje skiftpuls till skiftregistret. Det är naturligtvis också bra att alstra pulserna med hjälp av den tidigare nämnda klockan. Allt detta kan ske, som högra delen av figur 4.3 visar. 1-utgången på flip-floppen styr skiftregistret och nollutgången styr räknaren.

Vänstra delen av figur 4.3 visar en grind, som släpper fram endast en period av MLNS-signalen. Vid periodens början står skiftregistret så, att alla ingångarna till negativ NOR-grinden är jordade. En startpuls jordar utgången på negativ NOR-grinden, vilket i sin tur gör utgången på positiv NOR-grinden negativ, så att klockpulserna släpps fram till flip-floppen. Klockpulsen går sedan, till dess att skiftregistrets begynnelsestillstånd erhållits och räknaren hunnit räkna för detta tillstånd.



Figur 4.3

Nu kan man prova anläggningen genom att mäta autokorrelationsfunktionen för MLNS-signalen. Man får, precis som man skall:

k	$\sum_{j=0}^6 c_j d^{kj} c_j$
0	7
1	-1
2	-1
3	-1
4	-1
5	-1
6	-1

Division med $N=7$ ger den korrekta autokorrelationsfunktionen.

Kap 5. PRAKTISKA FÖRSÖK

5.1. Försök på RC-länk med 6 bitars skiftregister

För att utföra praktiska försök byggdes ett större skiftregister med 6 flip-floppar R202. Signalens period blev alltså $2^6 - 1 = 63$. Enligt tabell i referens 8 ger återkopplingen $d^0 = d + d^6$ maximum längd sekvens. Skiftregistret byggdes exakt som i förra kapitlet, och de fördröjda versionerna $d^7 - d^{63}$ erhöles också enligt metoderna beskrivna i kapitel 4. För enkelhets skull byggdes bara en del additionsgrindar för fördröjda signaler, nämligen de enklaste. Man får efter litet räknande, eftersom

$$d^0 = d^1 + d^6, \quad (5.1)$$

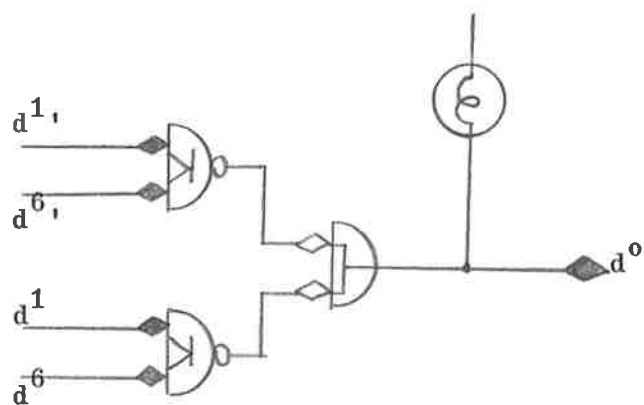
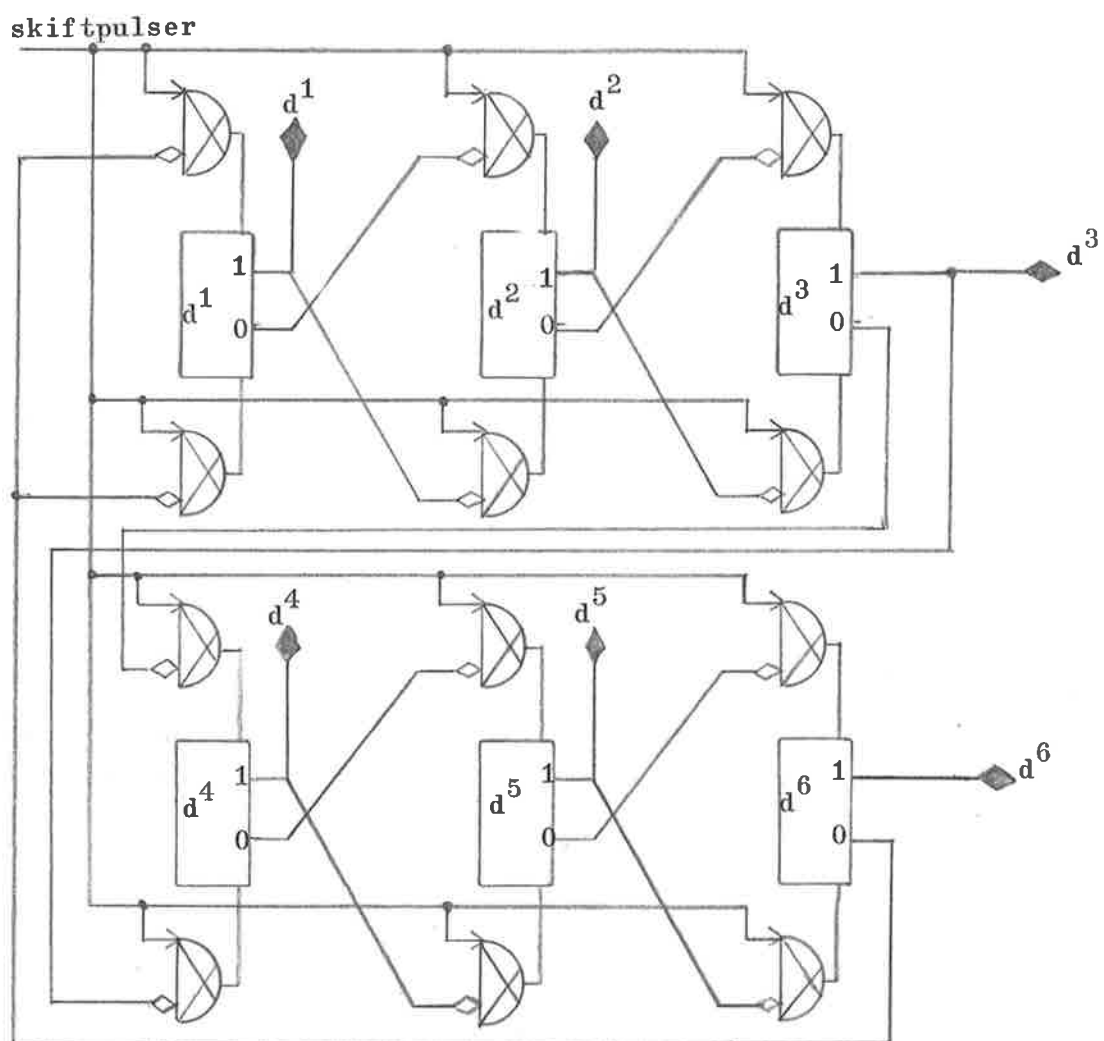
och alltså

$$d^k = d^{k-5} + d^{k-6}, \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} d^7 &= d^1 + d^2 \\ d^8 &= d^2 + d^3 \\ d^{10} &= d^4 + d^5 \\ d^{14} &= d^2 + d^4 \\ d^{16} &= d^4 + d^6 \\ d^{24} &= d^0 + d^4 \\ d^{32} &= d^0 + d^3 \\ d^{48} &= d^0 + d^4 \\ d^{62} &= d^0 + d^5 \end{aligned} \quad (5.3)$$

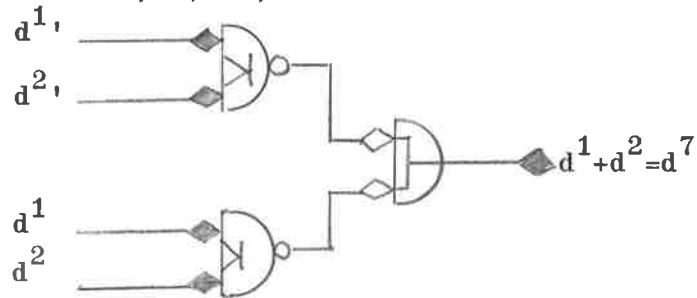
Totalt får man uppkopplingen, som figurerna 5.1 och 5.2 visar.

Skiftpulserna och räknepulserna alstrades enligt samma metod som i figur 4.3. Uppkopplingen ser i detta fallet ut som figur 5.3 visar.

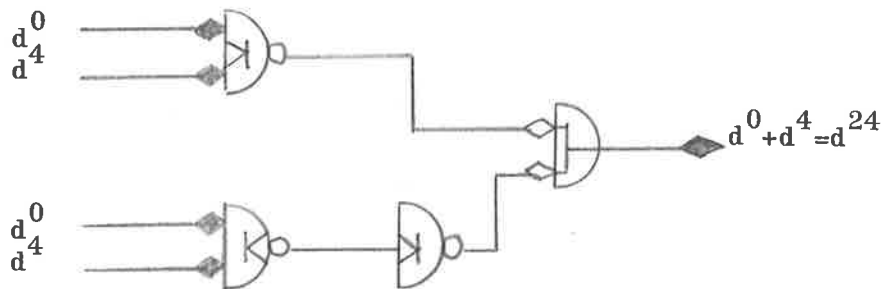


Figur 5.1

Grind för d^7, d^8, d^{10}, d^{14} och d^{16} .

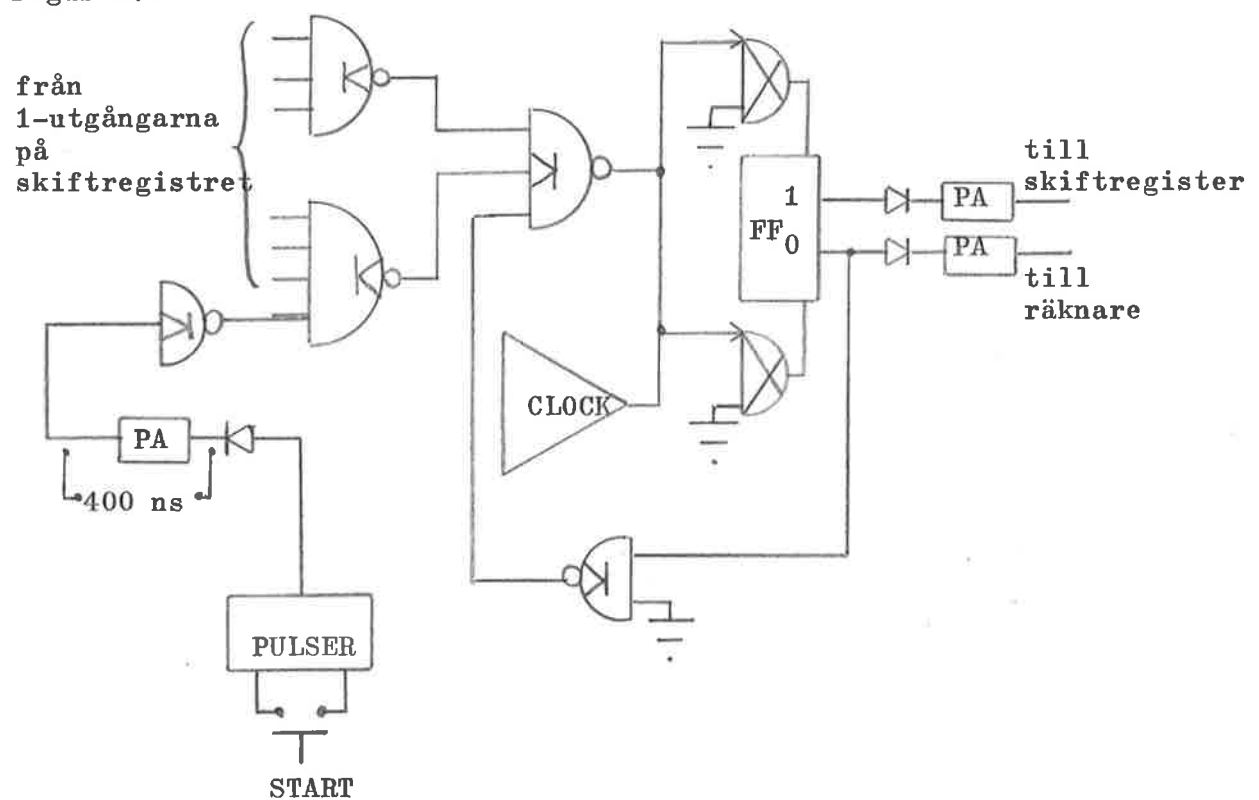


Grind för d^{24}, d^{32}, d^{48} , och d^{62} .

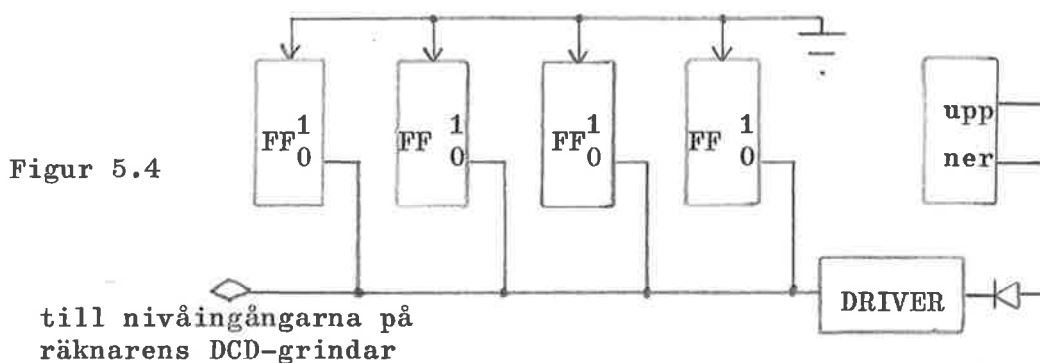


Figur 5.2

Figur 5.3

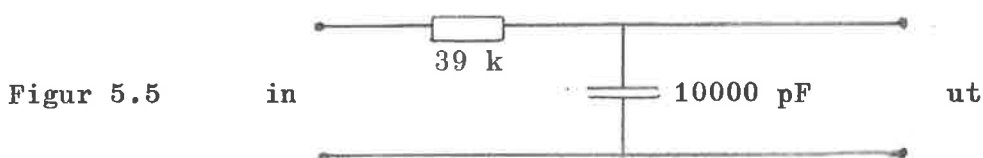


Räknavren byggdes som i figur 4.2 fastän med 7 st flip-floppar R 201 som räknare och en R 201 som upp-ner. Här måste man emellertid observera en sak. Upp-ner-flip-floppen driver inte mindre än sju andra flip-floppar. Detta orkar den inte med enligt belastningsreglerna i referens 11. För att avhjälpa detta finns till digitalbygglådan en driver W 051, som är närmare beskriven i referens 12. Drivern inkopplas helt enkelt mellan flip-floppen och DCD-grindarna som i figur 5.4. Den måste ha en negativ spänning på utgången, så att denna lägger sig på -3 volt, när den inte är jordad. Detta uppnås med hjälp av några flip-floppar, som "läses" i ena tillståndet enligt figuren.



Drivern fasvänder signalen. Vi behöver emellertid inte göra något åt detta, ty vi har, som vi senare skall se, en fasvändning till, som tar ut denna.

Praktiska försök utfördes på ett system enligt figur 5.5.

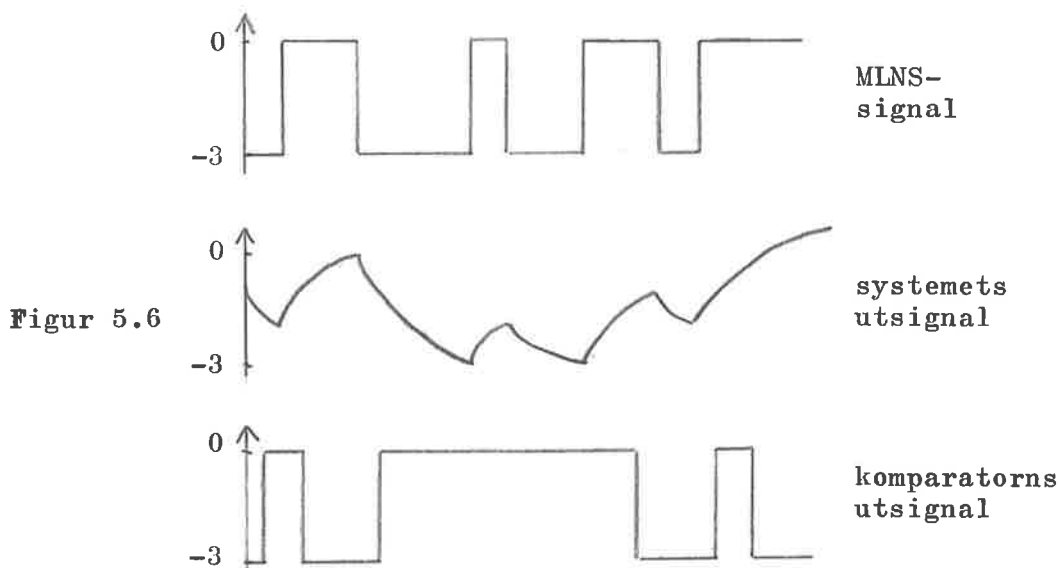


Länkens tidskonstant T var alltså ungefär 0,4 ms. Systemets viktfunction är alltså

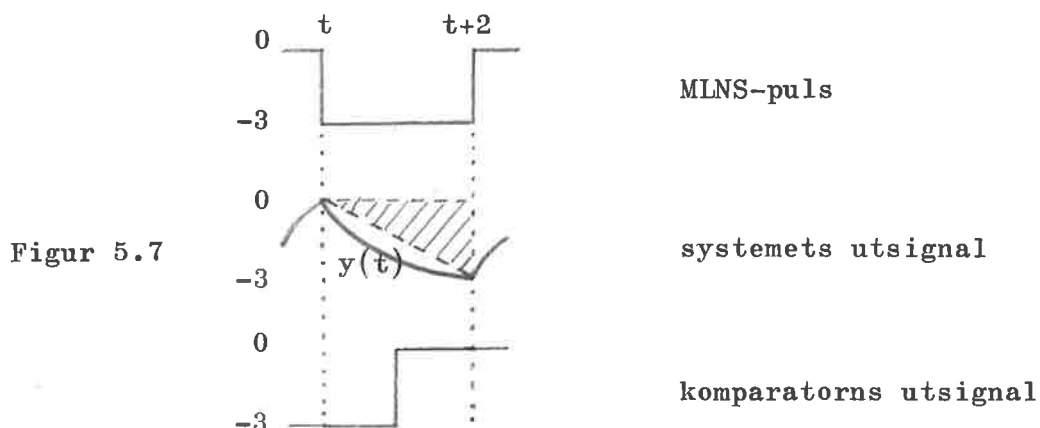
$$h(t) = 2500 e^{-2500t} \quad (5.4)$$

Den har uppritats i figur 5.8.

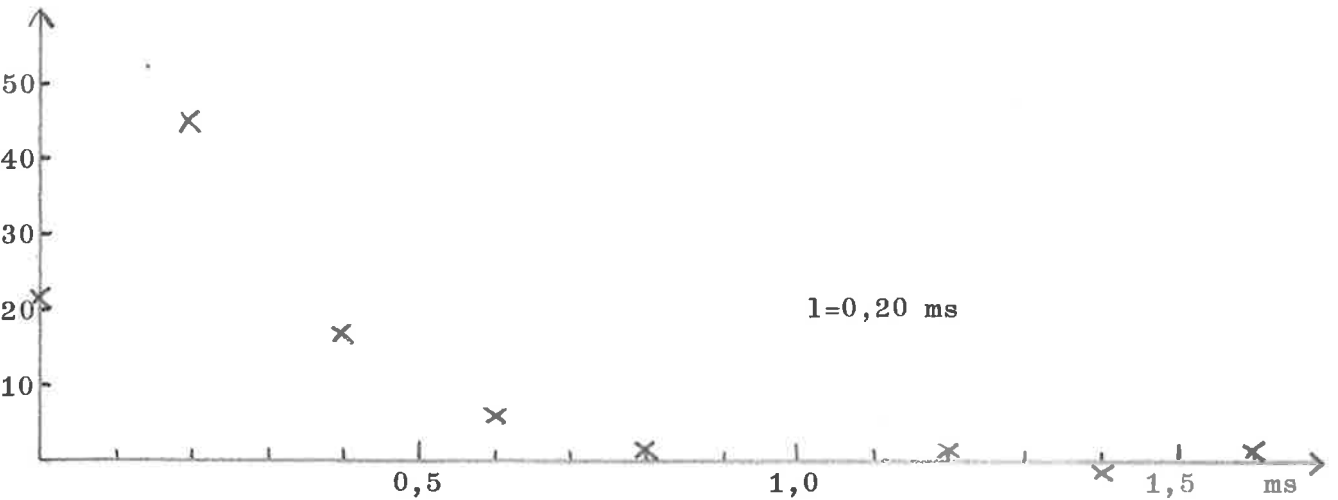
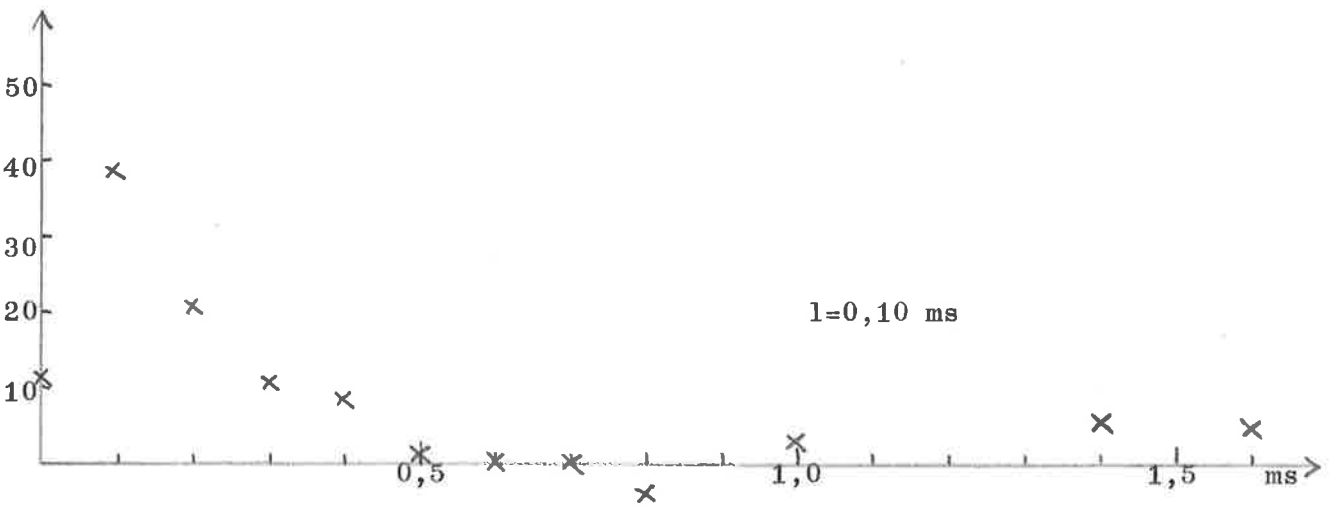
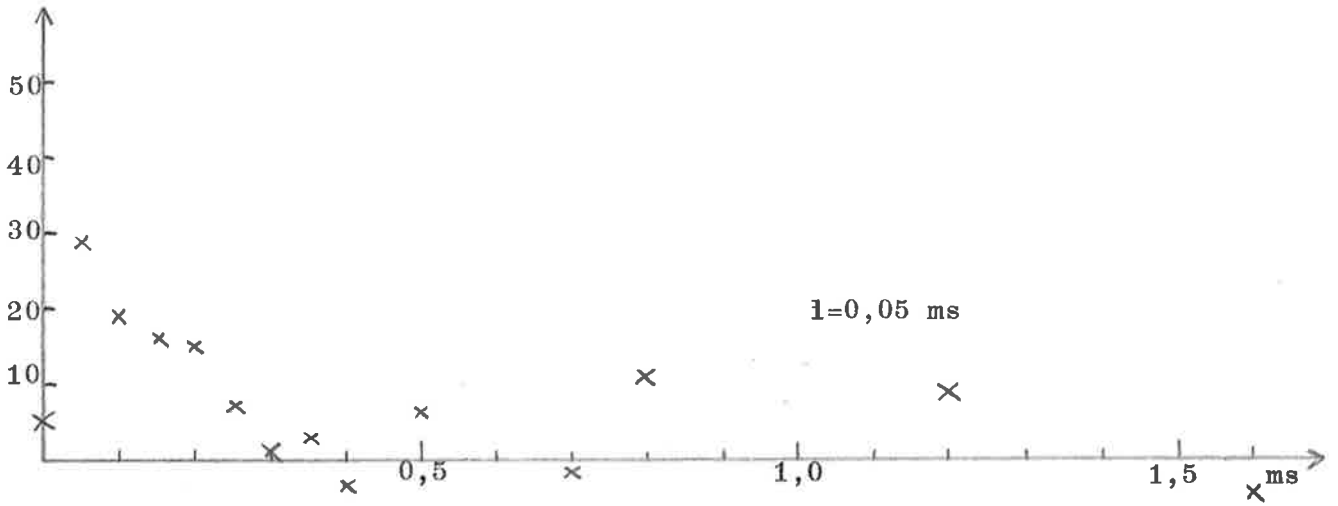
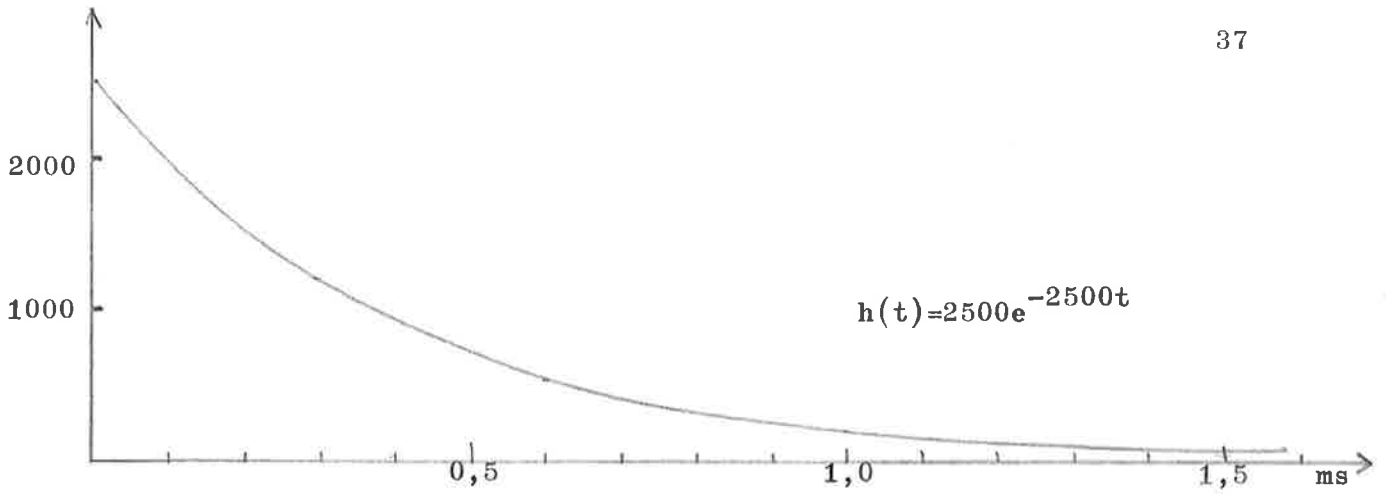
En typisk utsignal från systemet, när insignalen är en MLNS, ses i figur 5.6. Nu är problemet att omvandla denna signal till pulser igen. Detta kan ske med hjälp av komparatorn. Komparatorns utsignal blir som figur 5.6 visar. Som synes gör komparatorn även en fasvändning.



Ett problem är att ställa in komparatorns referensnivå. En isolerad puls med längden 2 tidsenheter i MLNS-signalen ger en utsignal från systemet enligt figur 5.7. Utsignalen kan grovt approximeras med en triangelpuls, vilken ritats streckad i figuren. Om beräkningen skett kontinuerligt, skulle integralen från tiden t till tiden $(t+2)$ ge ett bidrag $\int_t^{t+2} 1 \cdot y(t) dt = 1 =$ = den streckade triangelns yta. Det är därför rimligt att ordna kvantiseringen, som visas nederst i figur 5.7, dvs referensnivån skall vara ungefär -1,5 volt. En summation över pulsens längd ger då $0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1$



Figur 5.8

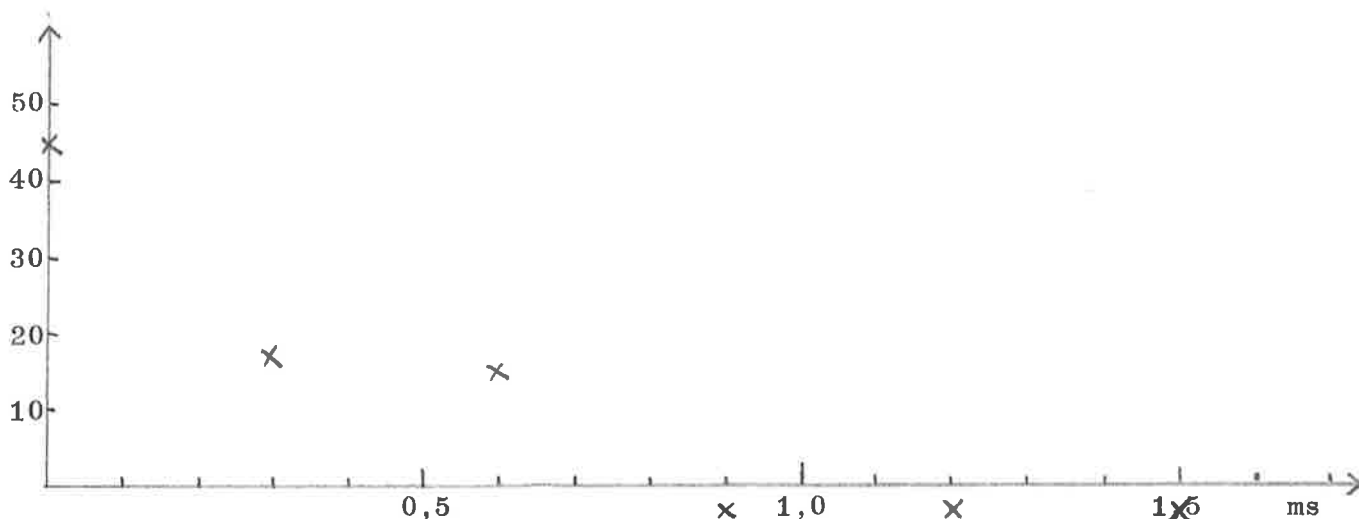


Med den nu beskrivna försöksuppsättningen gjordes mätningar för l -tiden mellan skiftpulserna $=0,05, 0,10, 0,20,$ och $0,30$ ms. l mättes med hjälp av oscilloskop. Resultatet är tabellerat nedan och uppritat i figur 5.8.

<u>$l=0,05$ ms</u>		<u>$l=0,10$ ms</u>		<u>$l=0,20$ ms</u>	
<u>k</u>	<u>räknaren visar</u>	<u>k</u>	<u>räknaren visar</u>	<u>k</u>	<u>räknaren visar</u>
0	101	0	1011	0	101101
1	11101	1	100111	1	10001
2	10011	2	10111	2	1111
3	10000	3	1011	3	1111101
4	1111	4	1001	4	1111101
5	111	5	1	5	1111101
6	1	6	0	6	1101
7	11	7	0	7	1101101
8	1111101	8	1111101	8	1
10	111	10	11	10	1111111
14	1111111	14	111	14	1
16	1011	16	101	16	1
24	1001	24	1001	24	1
32	1111011	32	1111011	32	1
48	1111011	48	1111101	48	1111111
62	1111001	62	1111001	62	1

<u>$l=0,30$ ms</u>		<u>k</u>	<u>räknaren visar</u>
<u>k</u>	<u>räknaren visar</u>	<u>k</u>	<u>räknaren visar</u>
0	101101	8	1
1	10001	10	1111111
2	1111	14	1
3	1111101	16	1
4	1111101	24	1
5	1111101	32	1
6	1101	48	1111111
7	1101101	62	1

Figur 5.8, forts.

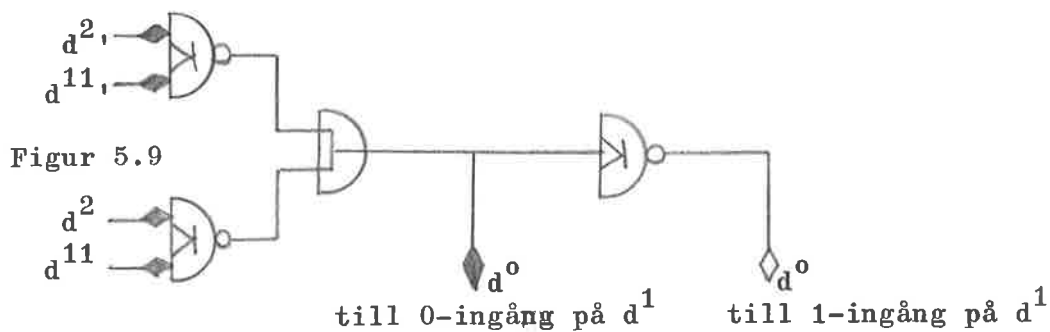


Som synes är de experimentella resultaten inte i överensstämmelse med de teoretiska. Detta kan bero på många saker. En orsak kan vara, att inte MLNS-signalernas period är tillräckligt lång i förhållande till T . Vidare kan kvantiseringen vara felaktig. En orsak kan också vara, att det använda systemet har så liten uteffekt, att belastningsproblem uppstår. Det finns också en möjlighet, att det använda systemet, på grund av strökapacitanser och liknande faktorer, i verkligheten är ett annat än det vi teoretiskt räknat med.

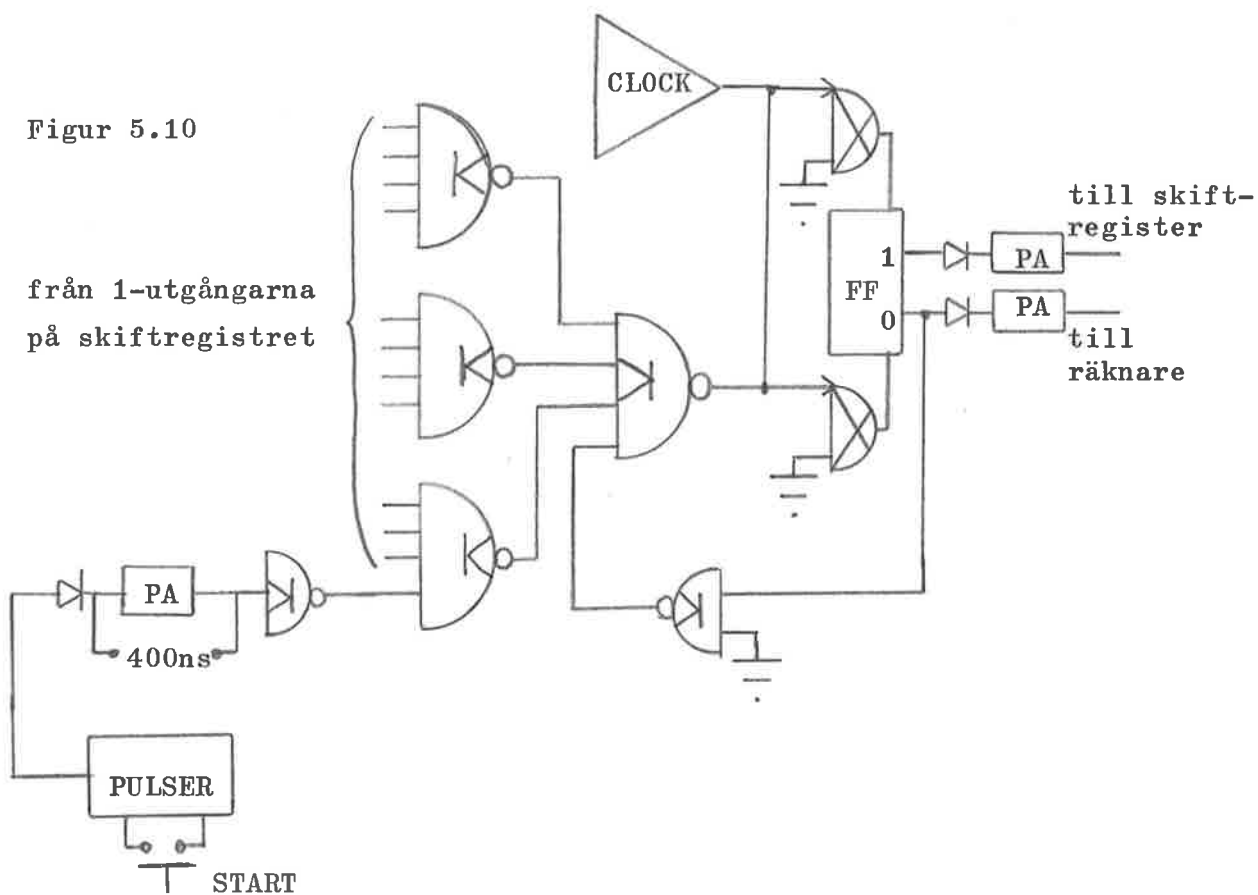
5.2. Bygge av 11 bitars skiftregister

För att så mycket som möjligt eliminera felaktigheter på grund av testsignalens periodicitet, byggdes ett skiftregister av 11 flip-floppar. Detta var det mesta, som den tillgängliga utrustningen tillät. Den maximala perioden blev nu alltså $2^{11}-1=2047$. Återkopplingen var $d^0=d^2+d^{11}$, vilket erhöles ur tabell i referens 8.

Grunden för återkopplingen ses i figur 5.9.



Själva skiftregistret uppbyggdes precis som tidigare med hjälp av sex kort R 202 med två flip-floppar på varje. Startgrunden såg ut som i figur 5.10.



Räknaren byggdes med 12 flip-floppar, så som visats tidigare i figur 4.2. Kopplingen med den i figur 5.4 visade drivern behölls oförändrad.

Ur återkopplingen $d^0 = d^2 + d^{11}$ fås

$$d^{11} = d^2 + d^0, \text{ dvs} \quad (5.5)$$

$$d^k = d^{k-9} + d^{k-11}. \quad (5.6)$$

Alltså

$$\begin{aligned} d^{12} &= d + d^3 \\ d^{13} &= d^2 + d^4 \\ d^{14} &= d^3 + d^5 \\ d^{15} &= d^4 + d^6 \\ d^{16} &= d^5 + d^7 \\ d^{17} &= d^6 + d^8 \\ d^{18} &= d^7 + d^9 \\ d^{19} &= d^8 + d^{10} \\ d^{20} &= d^9 + d^{11}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Dessa fördröjda versioner av sekvensen är de lättaste att relisera praktiskt. De fås enklast med hjälp av grinden R 131, som utför operationen $A \oplus B$. Se figur 5.11.



Eftersom grindarna inte räcker till alla fördröjningarna samtidigt, måste man skifta tillledningarna under mätningens gång.

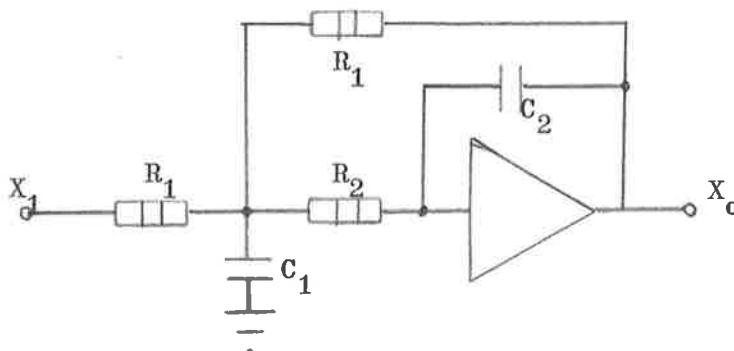
5.3. Försök på andra ordningens system.

Som testsystem konstruerades, med hjälp av en operationsförstärkare, ett andra ordningens svängande system.

Operationsförstärkarens konstruktion och användning framgår av referenserna 13, 14 och 15.

Ett andra ordningens system kan, enligt referens 15, se ut som figur 5.12 visar.

Figur 5.12



Överföringsfunktionen blir

$$\frac{X_o}{X_1} = - \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\frac{\xi}{\omega_n} s + 1} = - \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 + 2R_2) C_2 s + 1} \quad (5.8)$$

Här är

$$\xi = \sqrt{\frac{(R_1 + 2R_2)^2}{4R_1 R_2} \frac{C_2}{C_1}} \quad \text{och} \quad (5.9)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (5.10)$$

Systemets viktfunction är enligt fouriertabeller

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t) \quad (5.11)$$

Följande värden på komponenterna valdes: $C_1 = 0,52 \mu\text{F}$, $C_2 = 0,010 \mu\text{F}$, $R_1 = 103 \text{ k}\Omega$ och $R_2 = 19 \text{ k}\Omega$. Detta gav $\omega_n = 314 \text{ rad/sek}$ och $\xi = 0,22$. Viktfunctionen med dessa värden på ξ och ω_n är uppritad i figur 5.13.

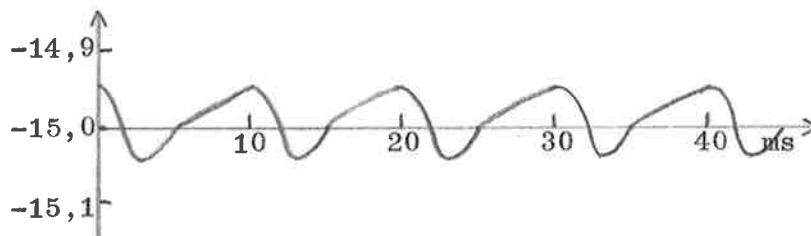
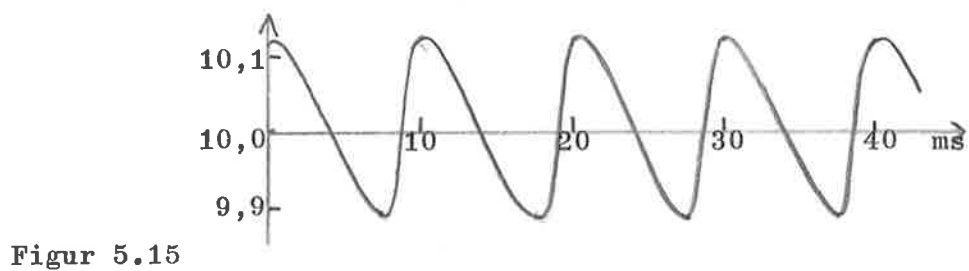
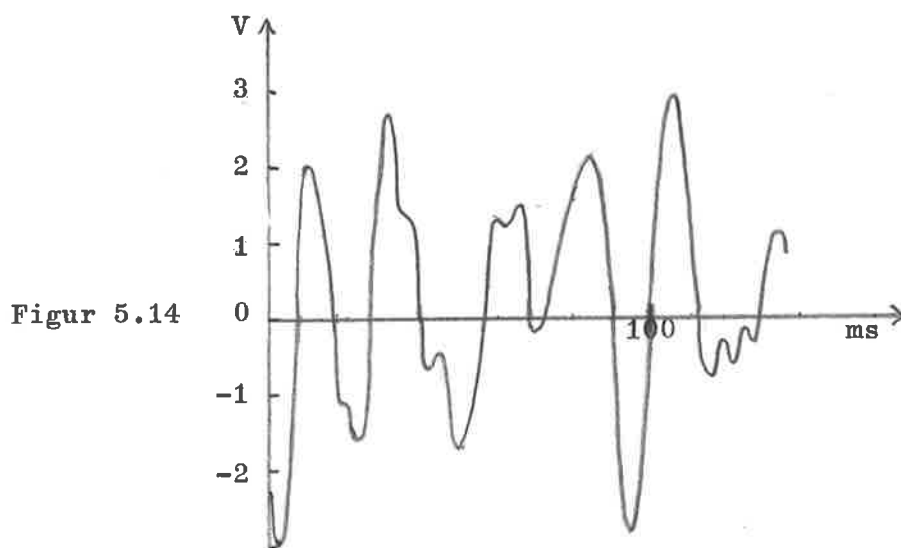
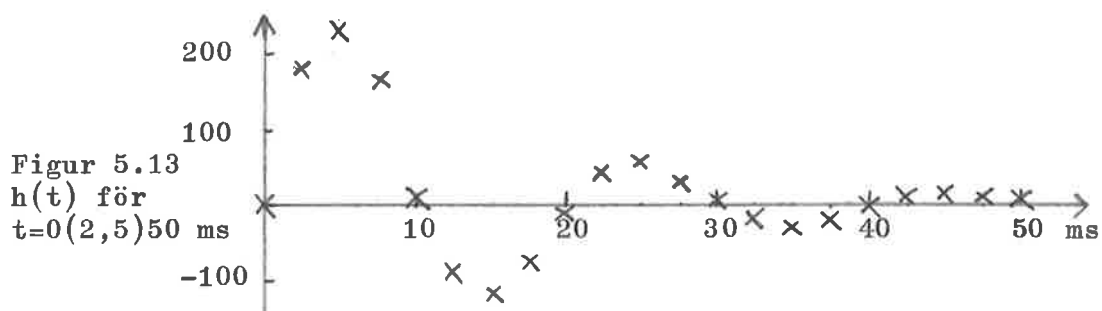
Operationsförstärkaren som användes var en NEXUS SQ-10a, vilkens specifikationer erhålles från ett tillhörande datablad. Förstärkarens likspänning erhöles från ett Oltronix Power Supply C 40-05 via en spänningsdelare med två $1,5 \text{ k}\Omega$ resistanser.

Vid prov på detta system har vi inte mindre än tre fasvändningar i mätkretsen, nämligen en i systemet, en i komparatorn och en i drivern. Genom att skifta utgångarna från upp-nerflip-floppen erhålls lätt ytterligare en fasvändning, så att samtliga fasvändningar tar ut varandra.

Ett stort problem vid prov på detta system är kvantiseringen av dess utsignal. Insignalen är som vanligt en MLNS, som ligger mellan 0 och -3 volt. Systemet fasvänder 180° och förstärker något, varför utsignalen ser ut, som figur 5.14 visar. Kvantiseringen av denna signal skall ske med hjälp av komparatorn, som tål en insignal mellan 0 och -10 volt. Om man nu lägger en negativ spänning på operationsförstärkarens positiva ingång, kommer detta att ge en negativ utspänning. På så sätt kan man sänka likspänningsnivån hos systemets utsignal och få den att ligga mellan 0 och -10 volt. Eftersom digitalbygglådan bara har ett uttag för variabel negativ likspänning, måste samma uttag användas till den negativa likspänningen på operationsförstärkaren som till komparatorns referensspänning. Referensspänningen vill vi som tidigare lägga på signalens medelvärde. Detta är emellertid mycket svårt att uppskatta. I stället justerades referensnivån så, att medelvärdet för utsignalen hos komparatorn blev ca -1,7 volt, dvs mitt emellan de båda nivåerna 0 och -3,4 volt som komparatorsignalen antar. Medelvärdet avlästes så noggrant som möjligt med en voltmeter. Detta är emellertid svårt, då signalen varierar mellan 0 och -3,4 volt och med den använda frekvensen varar i ungefär 5 sekunder.

Resultatet av ett försök på det beskrivna andra ordningens svängande systemet framgår av tabellen nedan. Tiden t mellan skiftpulserna valdes till 2,5 ms, vilket är lagom för att få mätpunkterna så tätt, att man kan bedöma noggrannheten hos mätningen. På grund av brum i mätapparaturen ger två identiska mätningar inte riktigt samma resultat. Därför företogs tio mätningar på varje värde på k , och medelvärdet av dessa

beräknades. Brummet beror förmodligen på brum hos likspänningarna från digitalbygglådans likspänningsaggregat. De båda likspänningarna -15 och +10 volt ser nämligen ut som figur 5.15 visar.



Resultat av försöken på andra ordningens svängande system:

k	avläst på räknaren	medel (dec)	k	avläst på räknaren	medel (dec)
0	1100011		3	1001100100	
	1100101			1001011101	
	1100011			1001101011	
	1110001			1001100100	
	1101011			1001100111	
	1101000			1001101010	
	1101101			1001100111	
	1010101			1001101011	
	1100100			1001011111	
	1101001	101		1001101111	615
1	1011100101		4	10111001	
	1011100011			1010011	
	1011101101			1011011	
	1011110101			1010000	
	1011101011			1011011	
	1011101011			1010101	
	1011110001			1011011	
	1011011001			1000000	
	1011100011			1010101	
	1011101101	745		1000001	82
2	10000100111		5	111010001011	
	10000101100			111010000101	
	10000110001			111010000001	
	10000101011			111010000101	
	10000101001			111001011111	
	10000100011			111010000111	
	10000101001			111010000011	
	10000110001			111010000111	
	10000101011			111001110101	
	10000011111	1066		111010000001	-384

k	avläst på räknaren	medel (dec)	k	avläst på räknaren	medel (dec)
6	111000000101 111000001000 111000000111 110111111111 111000000100 111000001011 111000000011 110111110101 111000001110 111000001100	-507	11	10100111 10101111 10100101 10101101 10101011 10110001 10100101 10100010 10011111 10101011	169
7	111010110111 111010100111 111011000011 111011000001 111011000001 111010110101 111010111111 111011000101 111011001000 111010110111	-323	12	11011 11001 10111 10011 1000001 100111 11100 100011 101111 100101	31
8	111110110001 111111010011 111111011100 111111010011 111111010010 111111001000 111111010011 111111011111 111111001101 111111010001	-48	13	111110010001 111110001101 111110010111 111110001111 111110010101 111110011011 111110010111 111110011100 111110010011 111110010110	-107
9	10110010 10110001 10101101 10110011 10101000 10101101 10101011 10110000 10110011 10101111	175	14	111101110111 111101101001 111101011101 111101110111 111101110101 111101110111 111101101011 111110000001 111101111001 111101111101	-141
10	11110011 11110111 11111001 11110011 11110101 11110111 11001111 11111111 11110011 11110001	242	15	111110000001 111110000011 111101111110 111110000001 111110010101 111110000011 111101110110 111101110111 111101111101 111101111011	-128

k	avläst på räknaren	medel (dec)	k	avläst på räknaren	medel (dec)
16	111111000001 111111001011 111111001011 111111100111 111111000101 111111000101 111111001101 111111001011 111110111011 111111010111	-56	19	110011 101111 110001 111110 110000 111001 110101 110101 111111 110101	50
17	11111 100101 100101 111111110101 100011 101000 100111 100011 101110 101001	34	20	111111111011 111111111111 111111101101 0 101 111111111001 111111111011 11 101 11	-3
18	1000111 1000011 1000011 111111 1010001 1000111 111100 1001001 1001101 1000000	69			

Låt oss nu se, vad det är vi egentligen mäter. I ekvation (1.1) hade vi:

$$y(T) = \int_0^T h(t) x(T-t) dt \quad (1.1)$$

Detta kan approximeras med summan

$$y(T) = \sum_{n=0}^{T/\Delta t} h(n\Delta t) x(T-n\Delta t) \Delta t \quad (5.12)$$

där signalen x har delats upp i en serie pulser med bredden Δt . Vi betraktar även insignaler för $t < 0$ och utsträcker därför summationen till $N-1$. Om vi inför våra tidigare beteckningar får vi då:

$$y(k) = \sum_{j=0}^{N-1} h(j) d^j x_k \cdot 1 \quad (5.13)$$

Det är lättare att skriva

$$y(k) = 1 \cdot \sum_{j=0}^{N-1} h_j x_{k-j} \quad (5.14)$$

Vi måste här förutsätta, att h är så litet för $j > N-1$, att vi kan bortse från det.

Vi har tidigare i ekvation (2.11) definierat autokorrelationsfunktionen för MLNSN som

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j d^k x_j = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j x_{j-k} \quad (5.15)$$

På samma sätt definierar vi korskorrelationen:

$$R_{xy}(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} y_j x_{j-k} \quad (5.16)$$

Låt oss nu beräkna $\sum_{n=0}^{N-1} y_n x_{n-k} = N \cdot R_{xy}(k)$:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} y_n x_{n-k} &= 1 \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_j x_{n-j} x_{n-k} = \\ &= 1 \sum_{n=0}^{N-1} (h_0 x_{n-0} x_{n-k} + \dots + h_{N-1} x_{n-(N-1)} x_{n-k}) = \\ &= 1 ((h_0 x_0 x_{0-k} + \dots + h_0 x_{N-1} x_{N-1-k}) + \dots \\ &\dots + (h_{N-1} x_{-(N-1)} x_{0-k} + \dots + h_{N-1} x_0 x_{N-1-k})) = \\ &= 1 (h_0 \sum_{j=0}^{N-1} x_j x_{j-k} + \dots + h_{N-1} \sum_{j=-(N-1)}^0 x_j x_{j+N-1-k}) = \\ &= 1 (h_0 R_{xx}(k) + \dots + h_{N-1} R_{xx}(k-(N-1))) = \\ &= 1 N \sum_{j=0}^{N-1} h_j R_{xx}(k-j) \end{aligned}$$

Vi har alltså fått:

$$R_{xy}(k) = 1 \sum_{j=0}^{N-1} h_j R_{xx}(k-j) \quad (5.17)$$

Nu gäller för MLNSN :

$$R_{xx}(k) = \begin{cases} 1 & \text{för } k=0 \\ \frac{1}{N} & \text{för } k \neq 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

Alltså

$$R_{xy}(k) = 1 \cdot \left(h_k - \frac{1}{N} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{N-1} h_j \right) \quad (5.19)$$

För vårt system är $\sum_{j=0}^{N-1} h_j = 396$, och alltså är

$$\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} h_j = \frac{396}{2047} = 0,2 \text{ mycket litet, ty } h_j \text{ ligger mellan } 225$$

och 4.

På räknaren avläser vi $\text{konst} \cdot R_{xy}(k)$. Detta beror på att när vi med komparatorn kvantiserar utsignalen från systemet, tappar vi bort information om systemets förstärkning. En variation av signalen på en volt runt medelvärdet ger samma resultat som en variation på fem volt. För att kunna jämföra vårt mätresultat med det teoretiska värdet på viktfunktionen måste vi alltså normera mätvärdena. Detta gör vi genom att beräkna

$$r_{xy}(k) = \frac{\text{konst} \cdot R_{xy}(k)}{\sum_{k=0}^{N-1} \text{konst} \cdot R_{xy}(k)} \quad (5.20)$$

Detta skall sedan jämföras med det teoretiska

$$h'_j = \frac{h_j}{\sum_{k=0}^{N-1} h_j} \quad (5.21)$$

I figur 5.16 är h'_j uppritad och de uppmätta värdena $r_{xy}(k)$ inprickade. Här har gjorts tio mätningar för varje värde på k

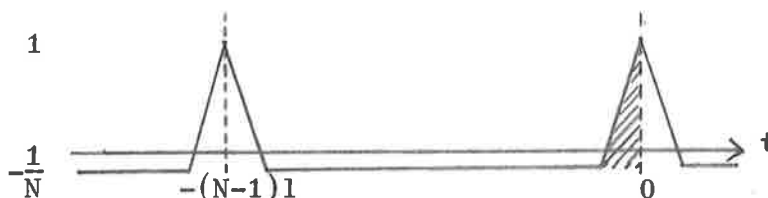
för att minska inverkan av brummet. Som jämförelse har i figur 5.17 uppritats ett försök, där bara en mätning på varje k företagits.

Den kontinuerliga motsvarigheten till (5.17) är, enligt ekvation (1.4),

$$R_{xy}(T) = \int_0^{(N-1)l} h(t) R_{xx}(T-t) dt \quad . \quad (5.22)$$

$R_{xx}(t)$ ser ut som figur 5.18 visar.

Figur 5.18



När $h(0)$ skall beräknas, sker integrationen endast över en halv triangelpuls av $R_{xx}(t)$ (streckad i figur 5.18). Därför erhåller man bara halva $h(0)$ vid beräkning genom integration. För övriga $h(t)$ erhålles hela värdet, ty då sker integrationen över hela pulsen. Vid summation enligt ekvation (5.17) erhåller man emellertid hela värdet på h_j för alla j . R_{xx} delas nämligen upp i rektanglar, som är l breda, och triangelpulsen motsvaras av en sådan rektangel med höjden 1. En hel sådan puls kommer alltid med vid summationen, både vid beräkning av h_0 och vid övriga h_j .

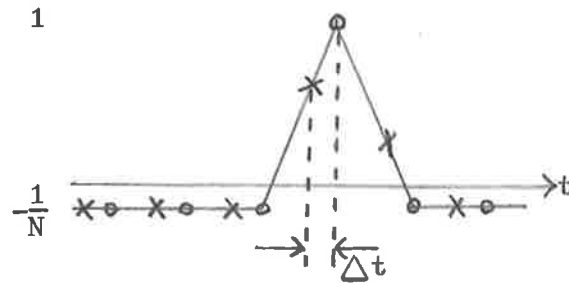
5.4. Fäsförskjutning

En liten fäsförskjutning av signalen y , som går genom systemet, kan orsaka mätfel. En fäsförskjutning Δt gör att vi mäter $R_{xy}(k-\Delta t)$ i stället för $R_{xy}(k)$, ty enligt ekvation (5.17) är

$$1 \sum_{j=0}^{N-1} h_j R_{xx}(k-\Delta t-j) = R_{xy}(k-\Delta t) \quad . \quad (5.23)$$

Mätpunkterna ligger alltså som i figur 5.19.

Figur 5.19



o rätta mätpunkter

x mätpunkter med fasförskjutning

Om vi approximerar $\frac{1}{N} \approx 0$ får vi för $k=0$:

$$R_{xy}(0-\Delta t) = 1(h_0 R_{xx}(0-\Delta t)) = 1 h_0 (1-\Delta t) = 1(h_0 - h_0 \Delta t) \quad (5.24)$$

Vi får alltså ett mindre värde än vi skall.

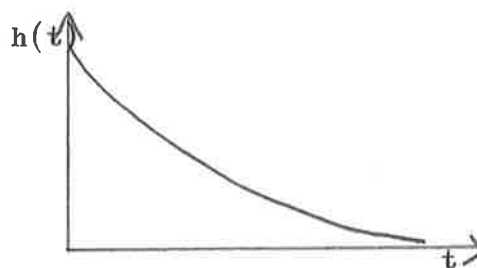
För $k=1$ erhålls:

$$\begin{aligned} R_{xy}(1-\Delta t) &= 1(h_0 R_{xx}(1-\Delta t) + h_1 R_{xx}(1-\Delta t-1)) = \\ &= 1(h_0 \Delta t + h_1 (1-\Delta t)) = 1(h_1 + \Delta t(h_0 - h_1)) \end{aligned} \quad (5.25)$$

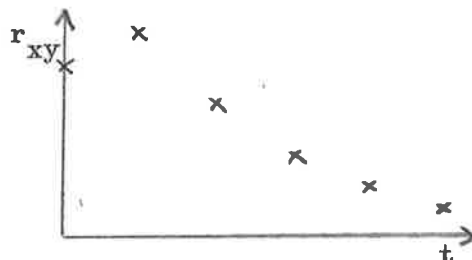
Denna avvikelse är i de flesta fall mindre än för h_0 .

Fasförskjutningen kan medföra, att man, vid försök på ett första ordningens system med $h(t)$ enligt figur 5.20, erhåller ett resultat som i figur 5.21. För andra ordningens system orsakar fasförskjutningen mindre fel, ty där är $h(0)=0$.

Figur 5.20



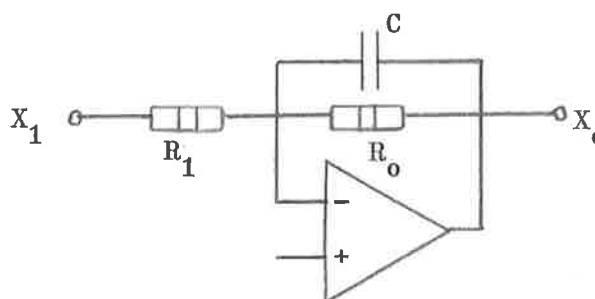
Figur 5.21



1 var 5 ms. Kvantiseringen blir här mycket osäker på grund av att det felaktiga h_0 är så stort. Vid provet uppmättes bara ett värde för varje k.

Hela felet i h_0 kan inte bero på fASFöRSKJUTNING. Signalen y går visserligen genom systemet och komparatorn och fördröjs därför något, men inte på långa vägar tillräckligt för att orsaka ett så stort fel i h_0 . Felet måste i stället bero på att vi, på grund av att förstärkarens komponenter inte är ideala, har ett annat system än vi tror.

Systemet erhöLLS ur referens 15, och såg ut som figur 5.23 visar.



Figur 5.23

Överföringsfunktionen blir

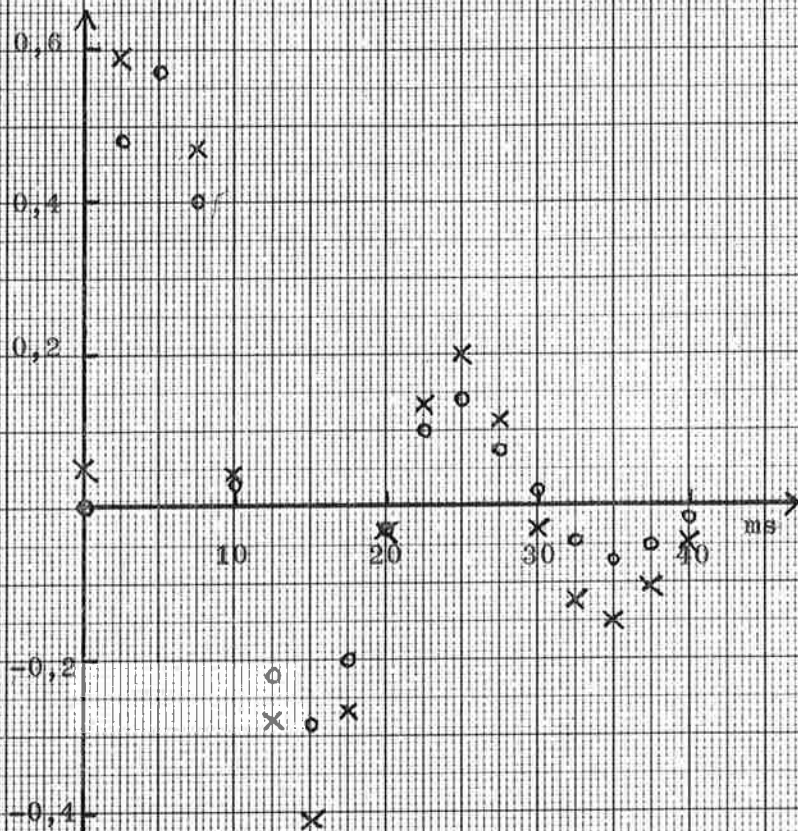
$$\frac{X_0}{X_1} = - \frac{R_0}{R_1} \frac{1}{R_0 C p + 1} \quad (5.27)$$

Komponenterna valdes till $R_0 = R_1 = 1$ Mohm, $C = 0,02$ μ F. Exakt uppmätning med brygga av resistanserna och kondensatorn gav viktfunktionen (5.26). Liksom vid förra försöket lades en negativ spänning på förstärkarens positiva ingång för att anpassa systemets utspänningar till komparatorn.

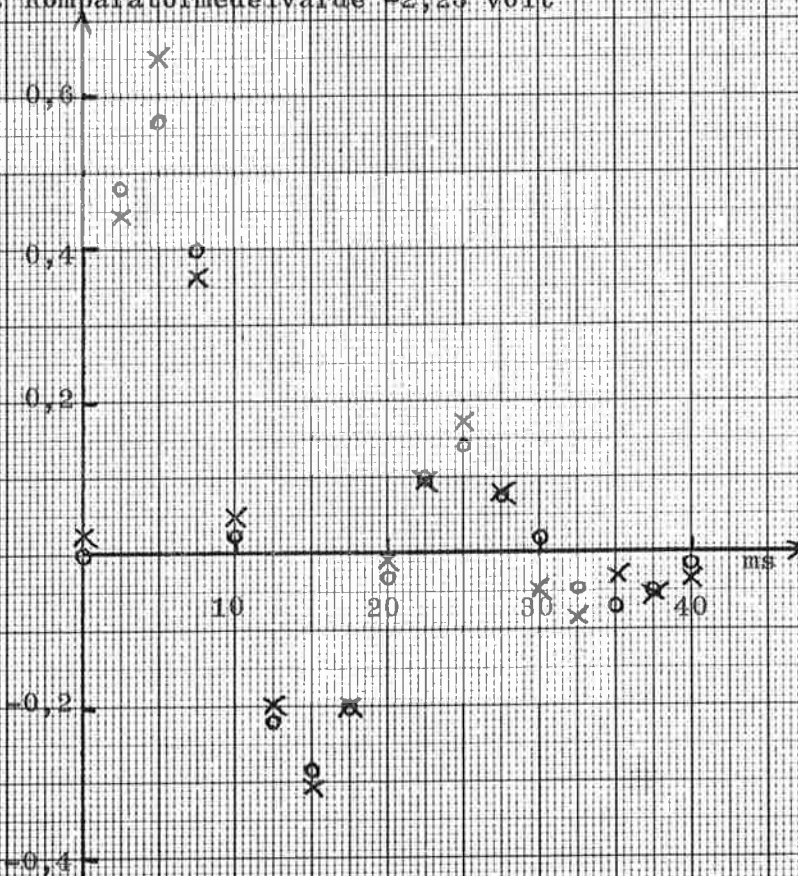
5.6. Variation av kvantiseringsnivån

För att undersöka kvantiseringsnivåns inverkan företogs några försök på det andra ordningens systemet med olika värden på komparatorns referensnivå. Därvid antog medelvärdet av komparatorns utsignal, mätt som förut med voltmeter, värdena -1,12, -1,27, -1,50, -1,70, -1,90 och -2,25 volt. Resultatet av mätningarna är uppritat i figurerna 5.24 - 5.29. Endast en mätning för varje värde på k gjordes.

Figur 5.28. Komparatormedelvärde -1,90 volt



Figur 5.29. Komparatormedelvärde -2,25 volt



REFERENSER

1. Åström, K.J.: Reglerteknik, stokastiska system. Föreläsningar i Reglerteknik fortsättningskurs. LTH VT 1967.
2. Huges, M.T.G. and Noton, A.R.M.: The measurement of control system characteristics by means of a cross-correlator. Proc. IEE, 1962, 109B.
3. Pseudo random Binary Codes and Impulse Response Determination. Blackman, Laboratoric PM, Imperial College, Januari 1966.
4. Briggs, P.A.N., Godfrey, K.R., Hammond, P.H.: Estimation of process dynamic characteristics by correlation methods using pseudo random signals. IFAC symposium, juni 1967. 3.10.
5. Hazlerigg, A.D.G. and Noton, A.R.M. : Application of crosscorrelating equipment to linear-system identification. Proc. IEE, Vol. 112, No. 12, December 1965.
6. Briggs, P.A.N., Hammond, P.H., Huges, M.T.G. and Plumb, G.O.: Correlation analysis of process dynamics using pseudo-random binary test perturbations. Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 179, part 3H, pp 37-51, 1965.
7. Godfrey, K.R., Everett, D. and Bryant, P.R.: Input-transducer error in binary crosscorrelation experiments -2. Proc. IEE, Vol. 113, No. 1, Januari 1966.
8. Peterson, W.W.: Error correcting codes 1961. Massachusetts Inst. Technol. Press and John Wiley & Sons, New York.
9. Löfgren, Lars: Automatik, del 2, Sekvensnät. Föreläsningar vid LTH höstterminen 1965.
10. Zierler, N.: Linear recurring sequences. Journal of Soc. Ind. Appl. Math. 1959, 7, p.31.
11. Stephenson, Barbera W.: Digital Logic Laboratory. Digital Equipment Corporation, Maynard, Massachusetts.
12. The Digital Logic Handbook. Digital Equipment Corporation, Maynard, Massachusetts.
13. Hertz, Hellmuth: Elektrisk mätteknik. Föreläsningar vid LTH 1966.
14. Applications Manual for Computing Amplifiers for Modelling Measuring Manipulating and Much Else. Philbrick researches, inc.
15. Huskey, H.D. och Korn, G.A.: Computer handbook. Mc Graw-Hill book company.