



LUNDS
UNIVERSITET

Vad påverkar elevernas betyg?
en fallstudie av niondeklassare i Kristianstads kommun

Emilia Sjöberg

Zhiyi You

STA11: Kandidatuppsats i statistik (15 hp)
Statistiska institutionen
HT 2017

Handledare: Jonas Wallin

Abstract

This thesis aims to answer two questions in the context of a municipality in the south of Sweden, that is Kristianstad. The first question is if there have been any improvements of the students' grades after a major mapping of the education quality in each school. Secondly, we want to evaluate the municipality's model for resource allocation. Which variables have the strongest linear relationship with the grades of the students and should therefore be considered in the resource allocation?

By letting the grades of the senior students in elementary school during five years be the dependent variable our approach is regression analysis. After studying the data for the first question the conclusion is that there have been no significant improvements of the students' grades. However, it should be noted that the mapping was done recently and that there probably will be delayed effects. The second question was harder to answer. After using a multilevel model with varying intercept for each school our conclusion is that the model of the municipality, which takes into account for example if the student is born abroad and if the family of the student gets maintenance support, is hard to evaluate. High multicollinearity and violated model assumptions complicate the analysis.

Keywords: mixed models, multilevel models, resource allocation, elementary school

Sammanfattning

Uppsatsens syfte är att besvara två frågeställningar med utgångspunkt i data från barn- och utbildningsförvaltningen i Kristianstads kommun. För det första granskas en nyligen genomförd kartläggning av undervisningskvaliteten i kommunen. Syftet är att se om kartläggningen och uppföljningen av denna lett till en signifikant betygsförbättring bland kommunens niondeklassare. Efter genomförd analys framkom det dock att det inte skett någon signifikant betygsförbättring. Resultatet beror med stor sannolikhet på att de enskilda skolornas åtgärder efter kartläggningen ännu inte haft någon effekt. En liknande analys bör därför upprepas om några år. För det andra granskas kommunens resursfördelningsmodell med en multilevel-ansats. Syftet är här att undersöka vilka variabler, såsom föräldrars utbildningsbakgrund och antal elever per lärare, som har störst påverkan på niondeklassarnas slutbetyg och därmed bör ligga till grund för resursfördelningen till skolorna. Efter genomförd undersökning visade det sig vara omöjligt att utvärdera kommunens resursfördelningsmodell med den valda ansatsen, främst på grund av multikolinjäritet men också eftersom modellantagandena för linjär regression inte uppfylldes.

Nyckelord: mixed models, multilevel models, resursfördelning, grundskola

Ett stort tack riktas till Josef Hansson på barn- och utbildningsförvaltningen i Kristianstads kommun vars goda och snabba service möjliggjorde undersökningen.

1. Inledning

Kommuner ska fördela resurser till utbildning inom skolväsendet efter barnens och elevernas olika förutsättningar och behov. Lag (2014:458) (2 kap. 8a§ Skollagen)

Lagtexten ovan beskriver kort och koncist en uppgift som inte är helt enkel för Sveriges kommuner. Alla grundskoleelever ska erbjudas en utbildning av god kvalitet, men för detta kan vissa skolor behöva mer ekonomiskt stöd än andra. Hur denna resursfördelning i praktiken ska gå till är inte reglerad i Skollagen; det är kommunernas ansvar att bedöma vilka skolor som behöver extra stöd, hur stort stödet ska vara och vilka faktorer som ska väga tyngst vid resursfördelningen (Skolverket 2013, s. 10).

Varje kommun har således en egen plan för hur resursfördelningen ska genomföras vilket har resulterat i vissa skillnader inom landet (Skolverket 2013, s. 21). År 2013 genomförde Skolinspektionen en kvalitetsgranskning med syftet att få en klarare bild över vilka faktorer som tas i beaktande när resurserna ska portioneras ut till landets skolor. 30 kommuner detaljstuderades och det visade sig att samtliga hade med faktorn föräldrarnas utbildningsbakgrund i sina modeller. En annan vanligt förekommande variabel var om eleven/föräldrarna hade utländsk bakgrund. Denna faktor definieras på flera olika sätt, som till exempel andel elever med utländsk bakgrund, andel elever födda i Sverige med båda föräldrarna födda utomlands, andelen nyinvandrade etcetera. Mindre vanligt förekommande faktorer var till exempel andel pojkar/flickor, andel familjer med försörjningsstöd samt hur många vårdnadshavare eleven bodde med (Skolverket 2013, s. 21–22).

Att det är just de här faktorerna som har störst påverkan på elevernas betygsresultat är välbelagt. SCB:s regelbundna analyser har bland annat visat att det är föräldrarnas utbildningsbakgrund som är den faktor som har starkast samband med elevernas betyg (SKL 2014, s. 18). Vad som dock måste poängteras är att det finns variationer mellan landets kommuner vad gäller behovet av att omfördela resurser. En del mindre kommuner, med få skillnader i elevsammansättning mellan de olika skolorna, har sannolikt inget behov av socioekonomisk resursfördelning överhuvudtaget (SKL 2014, s. 17). Det finns utöver detta variationer mellan kommunerna vad gäller hur mycket pengar som omfördelas samt hur variablerna viktas. Skolinspektionens kvalitetsgranskning visade att andelen resurser av den totala grundskolebudgeten som fördelas med hänsyn till de socioekonomiska kriterierna varierar mellan noll procent i vissa kommuner till 20 procent i andra. Störst vikt ges i allmänhet just föräldrarnas utbildningsbakgrund (Skolverket 2013, s. 22).

För att resursfördelningen ska vara så effektiv som möjligt slår Skolinspektionen fast att det krävs aktiva och medvetna kommuner som ständigt utvärderar och omprövar sitt resursfördelningssystem (Skolverket 2013, s. 7, 11, 54). Det är i den här uppgiften som uppsatsen tar avstamp.

1.1 Syfte och frågeställningar

Uppsatsens syfte är dels att följa upp en av barn- och utbildningsförvaltningen i Kristianstads kommuns senaste satsningar (som inom kommunen går under namnet ”Kärnan”) och dels att utvärdera kommunens resursfördelningsmodell. Följande frågeställningar kommer att ligga till grund för uppsatsarbetet:

1. Speglas skolornas förbättringsarbete i betygen? Fokus kommer här att ligga på en kartläggning av undervisningens kvalitet, Kärnan, som Kristianstads kommun genomfört med start år 2014 (se rubrik 2.1).
2. Är kommunens resursfördelningsmodell tillfredsställande? Vilka variabler påverkar betygen i högst utsträckning och bör därmed väga tyngst när resurserna ska fördelas?

1.2 Avgränsningar

För att inte studien ska bli alltför omfattande har vi valt att begränsa oss till att undersöka niondeklassarnas meritvärden på samtliga skolor med kommunal huvudman. Kristianstads kommuns friskolor inkluderas således inte i analysen. Vi har inhämtat data från de senaste fem åren, alltså 2013–2017.

2. Bakgrund

2.1. Kartläggningen "Kärnan"

Kärnan är en kartläggning av undervisningens kvalitet som påbörjades år 2014 och genomförs inom Kristianstads kommun i samarbete med en lektor i utbildningsvetenskap vid Linnéuniversitetet. Kartläggningen innebär bland annat att didaktiker observerar lektioner och bedömer kvaliteten till exempel utefter variation, elevinflytande och individanpassning. För varje skola kan man sedan räkna ut en poäng på skalan 0–10 där 0 innebär att alla observationer har hamnat i bedömningsgrunden "syns ej" medan ett värde på 10 innebär att samtliga observationer har fått "syns" som bedömning. Elevinflytandet på en lektion kan alltså till exempel få omdömet "syns ej", "syns delvis" eller "syns". Kartläggningen, som saknar motsvarighet i andra kommuner i Sverige, är hittills genomförd på 11 av Kristianstads 13 kommunala högstadieskolor. Rönnowskolan och Fjälkinge skola saknar alltså mätvärden. Vad som dessutom bör poängteras är att antalet observationer på de små skolorna är relativt få. Som exempel observerades bara sex lektioner på Spängerskolans högstadium.

2.2 Kommunens socioekonomiska resursfördelning

År 2014 infördes en ny resursfördelningsmodell i Kristianstads kommun. Till grund för modellen ligger en summa pengar som är samma för alla elever. Kommunens fyra grundskoleområden får alltså resurser baserat på hur många elever som går på områdets skolor. Detta benämns som grundbeloppet. Resursfördelningsmodellen innebär att 6% av detta grundbelopp fördelas med avseende på fyra olika bakgrundsfaktorer:

- Andel elever födda utomlands i skolområdet, 54%
- Föräldrarnas utbildningsbakgrund (till exempel andel föräldrar med eftergymnasial utbildning i skolområdet), 32%
- Andel familjer med försörjningsstöd i skolområdet, 7%
- Andel elever boende med en förälder i skolområdet, 7%

De två förstnämnda faktorerna vägs i sin tur i olika nivåer:

Andel elever som bott:

- 0–2 år i Sverige tyngd, 15
- 3–6 år i Sverige tyngd, 4
- minst 7 år i Sverige tyngd, 1

Andel föräldrar med:

- förgymnasial utbildning tyngd, 3
- gymnasial utbildning tyngd, 2
- eftergymnasial utbildning tyngd, 1

Varje skolområde fördelar därefter resurser till de enskilda skolorna, oftast i enighet med modellen som beskrivits ovan. En skola med starkt socioekonomiskt underlag får alltså mindre pengar än budgeterat belopp per elev medan en skola med svagare förutsättningar får mer. Till grund för fördelningen ligger tabeller från SCB redovisat per skola och skolområde.

2.3 Vad är meritvärde och hur mäts det?

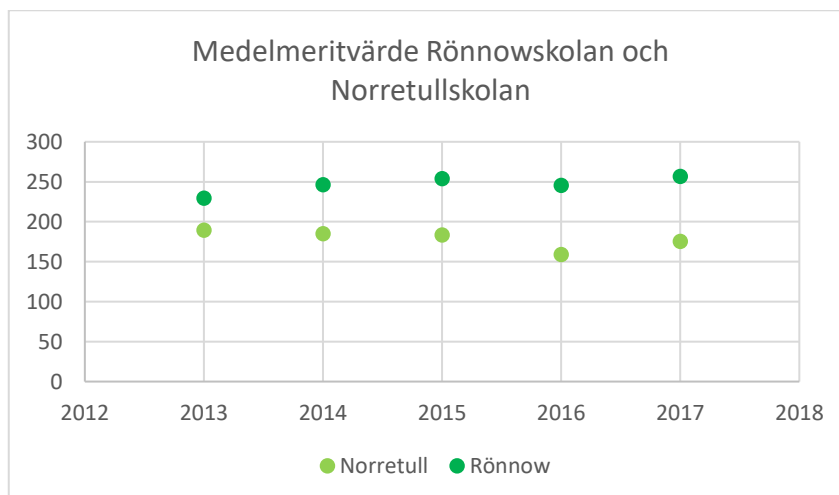
Uppsatsen kommer till stor del utgå från elevernas meritvärde, som betraktas som den beroende variabeln. Meritvärdet används då eleverna ansöker till gymnasiet och innebär en sammanslagning av samtliga godkända betyg. A, som är det högsta betyget, motsvarar 20 meritpoäng, betyget B ger 17,5, C ger 15, D motsvarar 12,5 och E ger avslutningsvis 10 poäng. Max 17 ämnen vägs in vilket gör att det maximala meritvärdet är 340 poäng (Skolverket 2016).

I uppsatsen kommer också begreppet ”medelmeritvärde” användas. Detta är medelvärdet för samtliga niondeklassares meritvärde på en enskild skola.

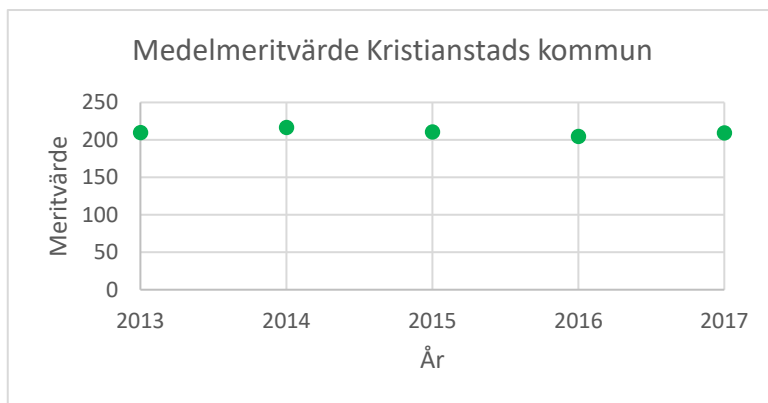
2.4 Betygstrenden i kommunen och jämförelser med övriga Sverige

Kristianstad hade år 2017 ett genomsnittligt meritvärde för samtliga niondeklassare i kommunen på 209,4. På riksnivå var genomsnittspoängen 224,1. Också vid jämförelser med övriga skånska kommuner ligger Kristianstad i den nedre halvan. Högst medelmeritvärde i Skåne hittas i Lomma kommun där snittet är 261,6 (SIRIS, Skolverket).

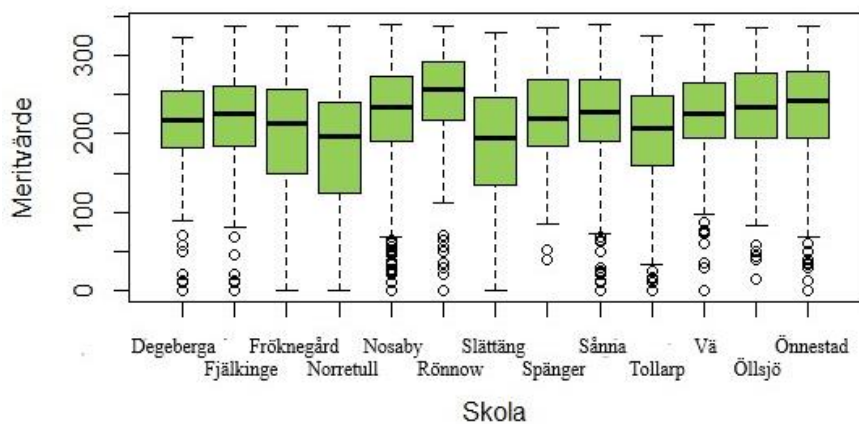
Vad gäller betygstrenden inom kommunen under den undersökta femårsperioden redovisas översiktlig statistik nedan.



Figur 1. Figuren visar hur medelmeritvärdena för Rönnowskolan och Norretullskolan förändrats mellan åren 2013 och 2017. De mörkgröna punkterna symboliserar Rönnowskolan, som är den högstadieskola i kommunen med högst medelmeritvärde. De ljusgröna punkterna visar Norretullskolans medelmeritvärde. Norretullskolan är den skola som haft lägst medelmeritvärde under den undersökta femårsperioden. Notera att glappet mellan punkterna inte tycks minska; detta trots kommunens nya socioekonomiska resursfördelning som infördes år 2014.



Figur 2. Medelmeritvärde i kommunen år 2013–2017. Medelmeritvärdet för kommunens samtliga niondeklassare har legat relativt stabilt strax över 200 poäng under den undersökta femårsperioden.



Figur 3. Betyg från 4046 niondeklassare har sammanställts i ett lådagram. De vågräta linjerna visar medianerna för varje skola och gränserna för lådorna utgör den undre kvartilen q_1 och den övre kvartilen q_3 . Ringarna visar outliers, alltså meritvärden som ligger över 1,5 kvartilavstånd från lådan. Vi kan bland annat konstatera att vissa skolor, såsom Fröknegård, har en stor spridning av meritvärdena och därmed saknar outliers. Vi kan också se hur medianerna skiljer sig från skola till skola. Noteras bör slutligen att samtliga outliers är placerade i de undre kvartilerna (jämför med diagrammen under rubrik 9.2, som visar att meritvärdena inte är en normalfördelad variabel).

3. Data

Vi har tagit del av betygsuppgifter från totalt 4046 niondeklassare under fem års tid. Detta är samtliga elever som har gått ut nian under perioden 2013–2017. Varje årskull är uppdelad på 13 olika skolor. Utöver detta har Kristianstads kommun försett oss med data som utgör våra förklarande variabler. Vad som måste poängteras är att dessa siffror, med undantag för meritvärdena, bara finns att tillgå på skolnivå och att vi därmed tvingas anta att andelarna hos niondeklassarna är samma som på skolan som helhet.

För att genomföra den statistiska analysen har vi främst använt oss av R (R Core Team, 2016) och framförallt paketet lme4 (Douglas m.fl., 2015). Även Excel och SPSS har använts.

Om variabeln inte har någon referens innebär det att Kristianstads kommun försett oss med datafilen. Nedan följer variablerna som inkluderas i analysen.

Beroende:

- Meritvärde.

Förklarande:

- Andel elever födda utomlands.
- En-till-en (= en dator/surfplatta till varje elev).¹
- Andel elever boende med en förälder.
- Andel elever med en vårdnadshavare.
- Andel elever födda i Sverige men med båda föräldrarna födda utomlands.
- Andel pojkar.
- Andel elever invandrade de senaste 6 åren.
- Andel elever invandrade de senaste 3 åren.
- Andel elever invandrade de senaste 2 åren.
- Andel elever med föräldrar med grundskoleutbildning.
- Andel elever med föräldrar med gymnasieutbildning.
- Andel elever med föräldrar med eftergymnasial utbildning.
- Andel familjer med försörjningsstöd.
- Antal elever per lärare (SIRIS, Skolverket).
- Andel behöriga lärare (SIRIS, Skolverket).
- Undervisningskvalitet.²
- Skola.

¹ Variabeln betraktas som en dummyvariabel där 0 innebär att eleven inte tilldelats en egen enhet och 1 att eleven har en egen enhet.

² Också denna variabel betraktas som en dummyvariabel (se vidare information under rubrik 5.1.1).

4. Metoder och beräkningar

För att besvara våra frågeställningar kommer vi använda oss av en rad olika metoder och beräkningar som presenteras nedan.

4.1 Enkel och multipel linjär regression

Regressionsanalyser används för att undersöka relationerna mellan olika variabler. Om man i sin analys bara inkluderar två variabler, en beroende och en förklarande, benämns modellen som en enkel linjär regression. Multipel linjär regression handlar å andra sidan om relationer mellan ett flertal variabler; en beroende och flera förklarande (Sheather 2009, s. 15).

Både enkel och multipel regression går ut på att anpassa en linjär funktion till datamaterialet så att summan av mätningarnas kvadrerade avstånd till denna funktion blir så liten som möjligt. Metoden benämns som minsta kvadrat-metoden, eller MK-metoden (Körner & Wahlgren 2015, s. 397).

I analysen kommer vi främst använda oss av multipel linjär regression. Modellen förklaras med följande samband

$$[1] \quad Y = X\beta + \varepsilon$$

där Y är en $n \times 1$ -vektor, X en $n \times p$ -matris, β en $p \times 1$ -vektor och ε en $n \times 1$ -vektor.

4.2 Mixed effect- /multilevel-modell

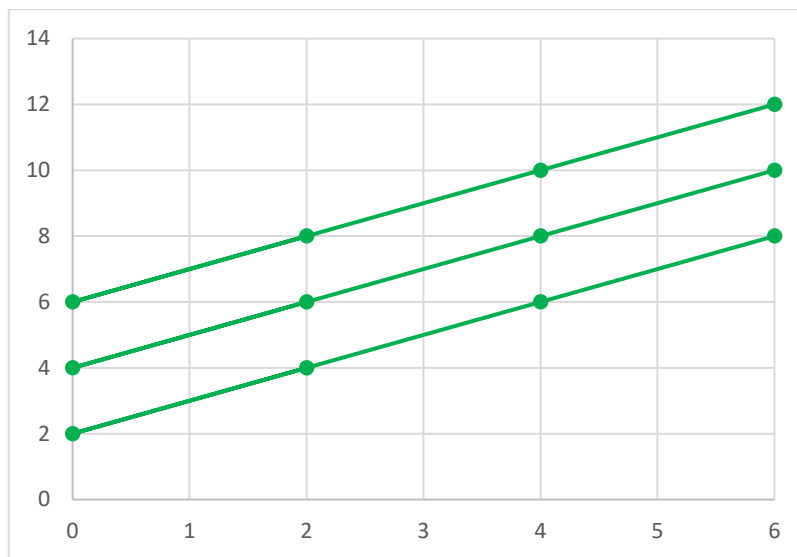
För att linjära modeller ska fungera effektivt krävs det bland annat att det råder oberoende mellan de olika mätningarna (Winter 2013, s. 2). I vår undersökning måste alltså varje enskild elevs meritvärde vara oberoende av alla de andras. En befogad fråga är om detta oberoendeantagande verkligen är uppfyllt? En rimlig hypotes är nämligen att skolan man går på påverkar meritvärdena vilket leder till att oberoendeantagandet faller. Ett bra exempel är den så kallade kamrateffekten, som innebär att klasskamraterna påverkar varandras prestationsnivå och därmed också varandras betyg. Man kan också tala om speciella skoleffekter (Ogden 2005, s. 19).

När variablerna har den här typen av hierarkisk struktur är en lösning att använda sig av en mixed effect-modell, eller en multilevel-modell som är en annan vanligt förekommande benämning (Faraway 2006, s. 169). I vårt fall kan variablerna tydligt presenteras på olika nivåer; betygsuppgifterna finns på elevnivå och de övriga variablerna är skolspecifika (till exempel andel behöriga lärare). Analysen genomförs således på två nivåer, dels en nivå där varje enskild elevs meritvärde studeras och dels en nivå där det istället är skolorna som är i fokus (se Gelman & Hill s. 1–3). Elevernas meritvärden kan alltså sägas vara nestade under skola vilket gör multilevel-modellen lämplig.

4.2.1 Olika intercept

Det finns olika typer av multilevel-modeller där den allra enklaste är att låta intercepten variera för variabeln på högre nivå (i vårt fall för de olika skolorna) (Fahrmeir m.fl. 2013, s. 350; Gelman & Hill 2006, s. 1). Ett annat angreppssätt är att låta både intercept och riktningskoefficient variera mellan de olika skolorna. Hur man väljer att modellera sina variabler hänger ihop med vilken effekt man antar att de oberoende variablerna har på den beroende. Om man till exempel antar att de oberoende variablerna påverkar alla skolor på samma sätt innebär detta att man antar att lutningen på regressionslinjerna inte skiljer sig från skola till skola. Effekterna från de oberoende variablerna kan då sägas vara generella. Ett annat alternativ är att anta att effekterna från de oberoende variablerna är slumpmässiga, vilket innebär att varje skola modelleras med olika lutning på regressionslinjerna.³

I vårt fall antar vi att de oberoende variablerna har en generell effekt på meritvärdena vilket innebär att vi inte låter riktningskoefficienten variera från skola till skola. Att vi väljer att inte modellera skolorna med olika lutning på regressionslinjerna beror på att vi bara har mätvärden för fem år och att kovariaternas effekt på meritvärdena därmed blir osäker. Vi låter dock intercepten variera vilket gör att den konstanta termen i regressionsmodellen, alltså interceptet, ersätts med ett intercept för varje enskild skola (Gelman & Hill 2006, s. 251). Varför detta är en god idé diskuteras mer under avsnitt 4.2.2.



Figur 4. Linjer med olika intercept men med samma lutning. I vårt exempel skulle en linje kunna symbolisera en skola.

³ Notera de engelska namnen *fixed and random effects*.

Tabell 1. Skolorna antar olika intercept

Skola	Intercept
Degeberga	210,2
Fjälkinge	211,4
Fröknegård	194,7
Norretull	181,1
Nosaby	221,4
Rönnow	244,7
Slättäng	186,5
Spänger	220,6
Sånna	222,2
Tollarp	198,0
Vä	224,1
Öllsjö	231,4
Önnestad	224,2

Vi har i Tabell 1 enbart haft skolorna som förklarande variabel och låtit dessa anta olika intercept. Intercepten blir då varje enskild skolas medelmeritvärde då samtliga fem år summeras.

Rent matematiskt kan modellen presenteras:

$$[2] y_i = \alpha_j + \varepsilon_i \text{ för elev } i = 1, \dots, n$$

$$[3] \alpha_j = \mu_j + \eta_j \text{ för skola } j = 1, \dots, J.$$

Notera att i står för varje enskild elev och j för skola j innehållandes student i .

I ekvationerna ovan är u_j de förklarande variablerna (som alla är på skolnivå), ε_i är residualerna på elevnivå och η_j residualerna på skolnivå. α_j är interceptet, som alltså skiljer sig från skola till skola (Gelman & Hill 2006, s. 1–2). Interceptet i en vanlig multipel linjär regression ersätts alltså med j separata intercept. Termen μ_j kan förstås som μ_α (Gelman & Hill 2006, s. 263), alltså interceptet för medelskolan.

Det är viktigt att poängtera att samma antaganden gäller för en multilevel-modell som för vanlig multipel regression, det vill säga att de stokastiska komponenterna ska vara normalfördelade, kovariaterna ska inte vara alltför korrelerade och att variansen ska vara konstant (Winter 2013, s. 18; Körner & Wahlgren 2015, s.377). I en multilevel-modell måste dessutom dessa antaganden vara uppfyllda på samtliga nivåer, det vill säga för varje enskild skola (Gelman & Hill 2006, s. 247).

4.2.2 Alternativ till multilevel-modell

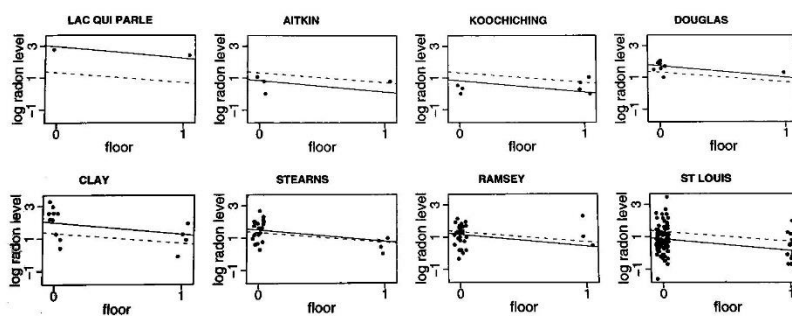
För att visa på fördelarna med en multilevel-modell med varierande intercept kommer nu två andra modellalternativ kortfattat presenteras. Det första alternativet brukar på engelska benämnas "complete pooling" och innebär att man helt struntar i skolvariabeln. Varierande intercept är då inte möjligt utan alla skolor får samma skattade regressionslinje. Den största nackdelen med denna modell är att hänsyn inte alls tas till skillnader mellan skolor (Gelman & Hill 2006, s. 254–257). Om en prediktion av en enskild elevs meritvärde ska göras används bara

den genomsnittliga regressionslinjen trots att det eventuellt kan finnas stora skillnader mellan skolorna. Prediktionen hade alltså kunnat förbättras avsevärt om också skolan vägts in i modellen (detta gäller särskilt om skillnaderna mellan skolorna är stora) (Gelman & Hill 2006, s. 256). Att ha varierande intercept för olika skolor är alltså en god idé.

Det andra modellalternativet benämns på engelska som ”no pooling”. Varje skola skattas då för sig, helt utan att hänsyn tas till det genomsnittliga interceptet. Detta kan också generera problem, särskilt om stickproven är små. Ett fåtal högpresterande elever har en mycket större effekt på en liten skolas skattade regressionslinje än om de gått på en skola med ett större elevantal (Kane & Staiger 2002, s. 95; Gelman & Hill 2006, s. 255–256). För att undvika att den här typen av extremvärden får alltför stor effekt på skattningarna bör det genomsnittliga interceptet vägas in i analysen. Det är just detta som görs i en multilevel-modell (termen bu_j i modellbeskrivningen ovan betecknar som sagt det genomsnittliga interceptet). Med en multilevel-modell går det alltså att kombinera ”complete pooling” med ”no pooling”. Om variationen mellan skolorna är obefintlig kommer de skattade regressionslinjerna sammanfalla med linjen som skattats med ”complete pooling” och om variationen mellan skolorna går mot oändligheten kommer de skattade linjerna sammanfalla med linjerna som skattats med ”no pooling” (Gelman & Hill 2006, s. 257).

PARTIAL POOLING WITH PREDICTORS

255



(Gelman & Hill 2006, s. 255)

Figur 5. ”Complete pooling” och ”no pooling” visas grafiskt ovan med ett exempel som handlar om grevskap i Minnesota. Den streckade linjen är skattad med ”complete pooling” och den heldragna med ”no pooling”. Vid ”complete pooling” skiljer sig alltså inte regressionslinjen från diagram till diagram, vilket den gör vid ”no pooling”. I det övre vänstra diagrammet syns tydligt vad som kan hända om stickprovet är litet, nämligen att få och extrema mätpunkter har stor effekt på den skattade regressionslinjen vid ”no pooling”. Linjerna som skattas med en multilevel-modell kommer i samtliga fall hamna någonstans mellan den heldragna och den streckade linjen (Gelman & Hill 2006, s. 255–257).

4.3 Metoder för att mäta korrelation

I en regressionsanalys med flera förklarande variabler är det givetvis viktigt att välja dessa så att modellen blir så bra som möjligt. Om det visar sig att de olika kovariaterna samvarierar kan detta försvåra själva analysen eftersom deras enskilda effekt på den beroende variabeln då kan vara svårare att mäta. Linjära samband kan till exempel vara svåra att se om två variabler är starkt negativt korrelerade så att den ena påverkar den beroende variabeln positivt samtidigt som den andra har en negativ påverkan. Ett F-test (se rubrik 4.4.1) kan då bli signifikant samtidigt som de enskilda kovariaterna inte är det. Ett annat problem som uppstår är att varianserna hos kovariaterna blir väldigt höga – modellen blir alltså osäker. Det är nämligen svårt att veta hur mycket varje enskild förklarande variabel påverkar den beroende (Sheather 2009, s. 195, 203). Det finns olika metoder för att mäta samvariation, eller multikolinjäritet som det också kallas, och ett urval av dessa presenteras nedan.

4.3.1 Variance inflation factor

VIF står för variance inflation factor och är ett mått på hur mycket variansen hos de förklarande variablerna ökar på grund av korrelationen med andra variabler. Stark korrelation kommer nämligen att leda till en högre varians. VIF-värdet definieras som $\frac{1}{1-R_j^2}$ där R_j^2 är determinationskoefficienten för x_j i jämförelse med de andra x-variablerna. Variabler med ett VIF-värde över fem är starkt korrelerade med någon/några av de andra förklarande variablerna (Sheather 2009, s. 203).

4.3.2 AV-plottar

Ett annat verktyg som kan användas för att avgöra om det råder korrelation mellan de förklarande variablerna är AV-plottar (added variable plots). Med hjälp av dessa kan man dessutom undersöka förhållandet mellan de enskilda kovariaterna och den beroende variabeln efter att effekten av de övriga kovariaterna korrigerats bort. Om relationen mellan den beroende variabeln och enskilda förklarande variabler är icke-linjär kommer detta visa sig i AV-plottarna.

På Y-axeln i AV-plotten finns residualerna från modellen där Y förklaras av alla variabler utom den man är intresserad av och på X-axeln residualerna från modellen där X-variabeln man är intresserad av jämförs med alla andra X-variabler. Med den här metoden kan man alltså visualisera hur varje enskild förklarande variabel påverkar den beroende efter att man justerat för effekten av de övriga kovariaterna (Sheather 2009, s. 162–164).

AV-plottarna kommer vara ett hjälpmedel då vi undersöker variablernas förhållande till meritvärdena även om detta inte är uppsatsens huvudfokus. Vårt grundantagande är alltså att de oberoende variablerna har ett linjärt förhållande till den beroende variabeln. Om det visar sig att det råder icke-linjäritet kommer dock till exempel rottransformationer och logaritmering av enskilda kovariater genomföras för att se om detta resulterar i en mer tillfredsställande modell.

4.3.3 Korrelationsmatris

Vi kommer avslutningsvis kolla på variablernas korrelationsmatris för att undersöka samvariationen. Korrelationskoefficienten antar alltid ett värde mellan -1 och 1 där 1 innebär att variablerna har ett perfekt positivt linjärt samband och -1 att variablerna har ett perfekt negativt linjärt samband. Korrelationen mellan våra numeriska variabler presenteras under rubrik 9.3.

4.4 Modelljämförelser

För att avgöra vilka kovariater som förbättrar modellen och bör inkluderas i analysen använder man sig av olika typer av modelljämförelser. Det finns många olika metoder för att jämföra regressionsmodeller med varandra; betydligt fler än de som kortfattat presenteras nedan.

4.4.1 Partiellt F-test

I rapporten används till exempel partiellt F-test för att avgöra vilken av de valda modellerna som är lämpligast. Testet är uppbyggt som följer:

$$[4] \quad F = \frac{(RSS(reduced) - RSS(full)) / (df_{reduced} - df_{full})}{RSS(full) / df_{full}}$$

RSS(full) är residualssumman för den mer avancerade modellen och RSS(reduced) är residualssumman för den enklare modellen. Df är antalet frihetsgrader. Nollhypotesen är att den enklare modellen är att föredra och mothypotesen är alltså att den mer avancerade modellen är bättre (Sheather 2009, s. 137).

4.4.2 AIC och BIC

AIC (Akaike's Information Criterion) och BIC (Bayesian Information Criterion) är två andra, välkända modellvalideringstekniker. Bäst modell är den med lägst AIC-/BIC-värde. Man utgår från att datan är normalfördelad och sedan används maximum-likelihoodfunktionen samt en "straffdel" för överparametrisering. Skillnaden mellan de båda metoderna är att BIC har ett något hårdare straff mot komplexa modeller än AIC (Sheather 2009, s. 230, 232).

4.4.3 Korrigerad förklaringsgrad

En vanlig metod för att jämföra olika modeller med varandra är att kolla på förklaringsgraden, R^2 , också kallad determinationskoefficienten. Förklaringsgraden visar hur mycket av variationen i den beroende variabeln (y) som förklaras av variationer i de förklarande variablerna (x). Problemet med detta mått är att det inte finns någon straffdel för överparametrisering och att förklaringsgraden därför ofta ökar även när variablerna som tillsätts

inte tillför modellen speciellt mycket. Problemet kan dock avhjälpas om man istället tittar på den korrigerade förklaringsgraden:

$$[5] R_{adj}^2 = 1 - \frac{RSS/(n-p-1)}{SST/(n-1)}.$$

RSS definieras som avståndet från varje mätpunkt till den skattade regressionslinjen (oförklarad variation) och SST är den beroende variabelns medelvärde. Avslutningsvis är p antalet förklarande variabler i modellen (Sheather 2009, s. 17, 28–29, 228).

När man genomför en mixed effect-analys resulterar detta i två olika värden på förklaringsgraden; dels marginell (*marginal*) förklaringsgrad som beskriver hur stor del av variansen som förklaras av de fixerade variablerna, och dels en villkorlig (*conditional*) förklaringsgrad som tar hänsyn till både de fixerade och slumpmässiga variablerna (Nakagawa & Schielzeth 2013, s. 133 ff).

4.5 Imputationer

Avslutningsvis måste några ord sägas om bortfallshandlingen i undersökningen. Datamaterialet innehåller i stort sett kompletta uppgifter bortsett från variabeln ”andel familjer med försörjningsstöd”, där det saknas data från år 2013. Detta innebär alltså att vi på skolnivå saknar 13 observationer. Eftersom ”andel familjer med försörjningsstöd” är en viktig variabel (en av de fem som ingår i kommunens resursfördelningsmodell) valde vi att göra imputationer för bortfallen. Vi använde oss då av en metod som på engelska benämns som ”Conditional mean imputation”. Precis som namnet antyder ersätter man då de saknade värdena med medelvärdet, men istället för att använda det totala medelvärdet används medelvärdena för varje enskild skola. Vi skapade alltså observationerna för 2013 med hjälp av siffrorna från 2014, 2015, 2016 och 2017 på varje skola. Att vi valde den här metoden beror på att siffrorna för de fyra åren inte hade speciellt stor spridning. Det är nämligen viktigt att vara medveten om att metoden givetvis leder till att variabelns varians underskattas (Little & Rubin 2002, s. 61–64). I vårt fall är det dock rimligt att anta att denna underskattning blir relativt liten.

5 Resultat

5.1 Frågeställning 1. Kärnan

Den första frågeställningen att besvara är om kommunens kartläggning av undervisningskvaliteten, Kärnan, har bidragit till att förbättra niondeklassarnas betyg. Kartläggningen genomfördes med start år 2014 och 11 av 13 högstadieskolor har i dagsläget undersökts.

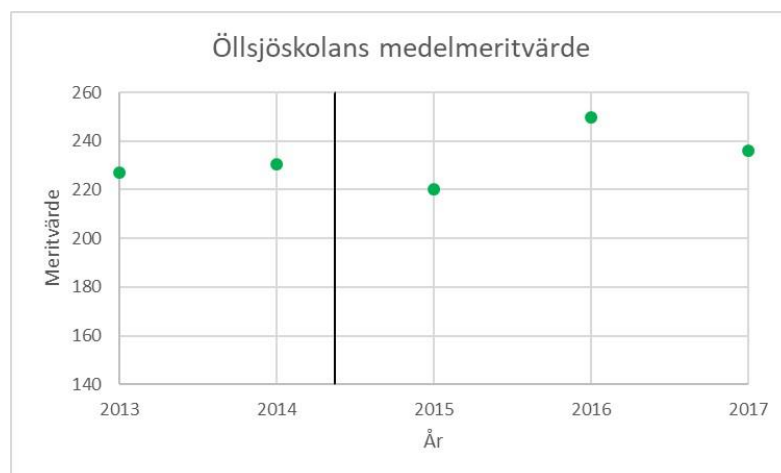
5.1.1. Enkel linjär regression

För att undersöka huruvida det faktiskt skett någon förbättring av medelmeritvärdena efter att kartläggningen gjorts genomförs en enkel linjär regression. Vi skapar en dummyvariabel enligt följande princip:

0 = läsår innan kartläggningen genomförts,

1 = läsåret då kartläggningen genomförts och samtliga efterföljande år⁴.

Tekniken illustreras grafiskt nedan.



Figur 6. Öllsjöskolans medelmeritvärde. Den svarta linjen symboliserar när kartläggningen skedde på den valda skolan. De efterföljande åren, alltså 2015, 2016 och 2017, tilldelas värdet 1 medan åren före kartläggningen tilldelas värdet 0. Frågan är om det finns en signifikant betygsförbättring efter att kartläggningen genomförts. Samma analys görs på samtliga skolor (se rubrik 9.1.2 för övriga diagram).

I Öllsjöskolans fall ser vi att medelmeritvärdet har gått upp något de senaste två åren. Vi testar om det skett en signifikant betygsförbättring med hjälp av följande hypoteser:

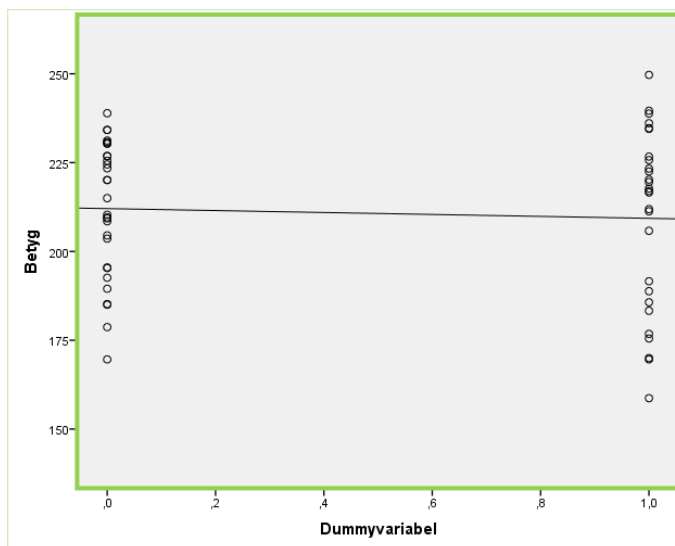
⁴ Om kartläggningen skedde sent på vårterminen är det dock orimligt att anta att detta skulle påverka elevernas slutbetyg i början av juni. Dummyvariabeln får därför värdet noll om kartläggningen skett under de sista månaderna av läsåret.

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$

Nollhypotesen innebär alltså att det inte finns något linjärt samband mellan medelmeritvärdet och genomförandet av kartläggningen. I Öllsjöskolans fall blir p-värdet, inte helt oväntat, så högt som 0,64. Nollhypotesen kan därmed inte förkastas; det verkar inte finnas något linjärt samband mellan medelmeritvärdet och genomförandet av Kärnan. Efter att ha gjort samma analys för samtliga skolor kan vi konstatera att det inte skett en signifikant betygsförbättring på någon av de 11 skolorna. Detta resultat får anses vara väntat. Kartläggningen har genomförts nyligen och om skolornas förändringar har någon effekt på elevernas betyg kommer antagligen inte visa sig förrän om ett antal år. Att göra om samma analys i framtiden hade därför varit mer givande. En annan aspekt som måste tas i beaktande är såklart att vi nu genomfört en enkel linjär regression utan att ta hänsyn till att andra variabler kan ha påverkan på meritvärdet. Vi kommer därför ta med dummyvariabeln i vår multilevel-modell och se om den eventuellt bör inkluderas i en mer avancerad modell.

För att ytterligare undersöka om det skett någon betygsförbättring efter att kartläggningen genomförts görs en liknande analys som ovan fast nu med samtliga undersökta skolors betygsuppgifter i samma linjära regressionsmodell. 0 betyder fortfarande läsår innan kartläggningen genomförts och 1 samma år som kartläggningen genomförts samt alla efterföljande år. Resultatet följer i figuren nedan.



Figur 7. Skolornas medelmeritvärden före Kärnan (0) och efter Kärnan (1). Medelmeritvärdena före Kärnan är alltså placerade till vänster i diagrammet och medelmeritvärdena efter Kärnan till höger. Regressionslinjen är i stort sett vågrät vilket innebär att det inte har skett någon betygsförbättring efter kartläggningen (snarare kanske en liten försämring). Detta är alltså samma slutsats som när vi analyserade varje skola för sig. Diagrammet visar dessutom att spridningen mellan medelmeritvärdena verkar ha ökat efter kartläggningen.

5.1.2 Korrelationsmatris

En annan intressant aspekt är att jämföra de olika skolornas faktiska kärnanpoäng (som alltså redovisas på en skala 0–10) (se rubrik 9.1.1) med elevernas meritvärden. I jämförelsen inkluderas även andelen behöriga lärare.

Tabell 2. Pearsons korrelationskoefficienter för meritvärde, kärnanpoäng och behöriga lärare

	Meritvärde	Kärnanpoäng	Behöriga lärare
Meritvärde	1,00	-0,31	0,49
Kärnanpoäng	-0,31	1,00	-0,38
Behöriga lärare	0,49	-0,38	1,00

Tabell 2 innehåller i sin enkelhet mycket intressant information. För det första kan vi se att variabeln kärnanpoäng faktiskt är **negativt** korrelerad med variabeln meritvärde. När kärnanpoängen ökar minskar alltså elevernas meritvärde något, vilket får anses vara oväntat. Höga kärnanpoäng är ju nämligen ett tecken på att undervisningen håller hög kvalitet. För det andra visar korrelationsmatrisen att variabeln behöriga lärare också den är negativt korrelerad med kärnanpoängen. När andelen behöriga lärare går upp går alltså kärnanpoängen delvis ner.

För att testa huruvida korrelationen mellan de olika variablerna ovan är signifikant genomförs ett t-test enligt formeln

$$[6] \quad t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

r är här det observerade värdet på korrelationskoefficienten, n är antalet observationer och t är t-värdet. Nollhypotesen innebär att det inte finns någon korrelation mellan variablerna och mothypotesen innebär alltså att det finns signifikant korrelation (Chen & Popovich 2002, s. 16). För korrelationen mellan meritvärdet och kärnanpoängen blir p-värdet 0,36 och p-värdet för korrelationen mellan kärnanpoängen och andelen behöriga lärare blir 0,12. Eftersom båda dessa värden överstiger signifikansnivån ($\alpha = 0,05$) kan nollhypotesen inte förkastas. Korrelationen är inte signifikant.

5.2 Frågeställning 2. Kommunens resursfördelningsmodell

För att besvara uppsatsens andra frågeställning, som alltså handlar om att analysera kommunens resursfördelningsmodell, tar vi avstamp i en full modell (där vi alltså inkluderar samtliga förklarande variabler). Inledningsvis behövs dock två klargöranden som dels handlar om den beroende variabelns definition och dels om variablerna som rör föräldrarnas utbildningsbakgrund.

5.2.1 Den beroende variabeln meritvärde

Några ord måste sägas om hur vi definierar vår beroende variabel. Då vi genomför regressionsanalysen kan vi nämligen välja antingen att använda oss av varje enskild elevs meritvärde eller av varje skolas medelmeritvärde. Fördelen med det förstnämnda angreppssättet är att mer information inkluderas i analysen eftersom vi får med betydligt fler mätvärden (4046 istället för 65). Vid jämförelser av determinationskoefficienterna för olika modeller visar det sig dock att förklaringsgraden blir väsentligt lägre när varje elevs meritvärde används som förklarande variabel istället för skolornas medelmeritvärde. Resultatet är logiskt eftersom de enskilda elevernas betyg i mycket lägre utsträckning förklaras av till exempel andelen familjer med försörjningsstöd på skolan som helhet. Skolornas medelmeritvärde är alltså lättare att prediktera än de enskilda elevernas meritvärde. Vad som måste poängteras är att det är två helt olika saker som jämförs och att man därför inte kan tala om en ”bättre” eller ”sämre” modell bara med utgångspunkt i förklaringsgraden.

För att inte gå miste om värdefull information om betygsspridningen inom varje enskild skola väljer vi att definiera vår beroende variabel som varje enskild elevs meritvärde. Istället för att jämföra modeller med en förklaringsgrad på runt 80 procent får våra modeller då en förklaringsgrad på runt 5 procent.

5.2.2 Variabler som rör föräldrarnas utbildningsbakgrund

Innan den riktiga analysen kan påbörjas behövs ytterligare ett klagörande. Vårt datamaterial består bland annat av tre variabler som rör föräldrarnas utbildningsbakgrund, nämligen ”Andel föräldrar med eftergymnasial utbildning”, ”Andel föräldrar med gymnasieutbildning” och ”Andel föräldrar med grundskoleutbildning”. Efter att dessa studerats visar det sig att de i stort sett summerar till 100 procent, men att det för de flesta skolor saknas några få procent. För att undvika att ha med tre variabler där två av dem gör att vi med stor säkerhet kan förutspå värdet på den tredje väljer vi att omdefiniera en av variablerna och därefter betrakta föräldrarnas utbildningsbakgrund som en kategorivariabel. Genom att låta ”Andel föräldrar med grundskoleutbildning” innehålla även de få procenten som saknas summerar de tre kategorierna till 1. För att inte få en överdefinierad modell plockar vi därefter bort en av kategorierna från analysen. Med det här angreppssättet slipper vi ha tre variabler som är väldigt korrelerade men som inte kan betraktas som en kategorivariabel eftersom de tre tillsammans inte riktigt summerar till 1.

5.2.3 Datamaterial med hög multikolinjäritet

När vi inkluderar samtliga av de förklarande variablerna i vår modell ser vi direkt att många av variablerna inte helt oväntat har en stark korrelation (se rubrik 9.3). Speciellt bör nämnas andel familjer med försörjningsstöd och andel elever födda utomlands, vars korrelationskoefficient är 0,96. Variabeln andel familjer med försörjningsstöd är dessutom starkt positivt korrelerad (0,85) med andel barn med en vårdnadshavare. Liknande information framkommer då vi studerar variablerna VIF-värden.

Tabell 3. VIF-värden för de förklarande variablerna. Notera att det bara är sex av femton variabler som har VIF-värden under gränsen på fem. Multikolinjäriteten är alltså hög.

Variabler	VIF	Med i kommunens modell
En-till-En (dummyvariabel)	1.5	
Antal elever per lärare	2.0	
Andel familjer med försörjningsstöd	15.3	X
Andel föräldrar med eftergymnasial utbildning	52.8	X
Andel föräldrar med gymnasieutbildning	39.4	X
Andel elever invandrade de senaste två åren	16.8	
Andel elever invandrade de senaste tre åren	50.8	
Andel elever invandrade de senaste sex åren	66.1	
Andel elever födda i Sverige men båda föräldrarna födda utomlands	7.3	
Andel pojkar	1.8	
Andel elever med en vårdnadshavare	7.6	
Andel elever boende med en förälder	1.8	X
Andel behöriga lärare	2.5	
Andel elever födda utomlands	152.1	X
Kärnan (dummyvariabel)	1.6	

Att det råder så stark korrelation mellan våra förklarande variabler är inte ett bra utgångsläge när vi ska försöka hitta en bra resursfördelningsmodell. Vi kommer ändå fortsätta försöka utvärdera kommunens modell, dock med multikolinjäriteten i bakhuvudet.

5.2.4 Möjliga förändringar av modellen

Vi går nu vidare till att analysera kommunens nuvarande modell, som alltså innehåller variabler som tar hänsyn till föräldrarnas utbildningsbakgrund, om eleven är född utomlands, om familjen får försörjningsstöd och om eleven är boende med en förälder. Vi använder oss av en multilevel-modell där vi låter intercepten variera för varje skola. Modellen får då ett AIC-värde på 46 338 och en förklaringsgrad på 4,9 procent. Vårt nästa drag är att utesluta en variabel i taget för att se vilka som har störst påverkan på AIC-värdet. Det visar sig då att AIC-värdet blir något lägre om variabeln andel elever födda utomlands utesluts. Vi genomför ett F-test som genererar ett p-värde på 0,9 och vi kan alltså inte förkasta nollhypotesen att den enklare modellen är bättre än den mer avancerade. Variabeln andel elever födda utomlands inte bara kan utan bör plockas bort ur modellen. En rimlig förklaring till detta resultat är den starka korrelationen med andel familjer med försörjningsstöd. Om vi i modellen ersätter andel elever födda utomlands med en annan variabel som förklarar samma sak, till exempel elever invandrade de senaste två åren, sänks AIC-värdet från 46 338 till 46 330. AIC-värdet blir också lägre om vi använder variabeln båda föräldrarna födda utomlands istället för andel elever födda utomlands. Med den modellen förbättras också förklaringsgraden något, från 4,9 till 5,5 procent. Våra slutsatser stämmer väl

överens med informationen som Skolverket presenterar i sin rapport *Kommuners resursfördelning till grundskolor* (Skolverket 2013, s. 21–22). Där konstateras det nämligen att vissa av landets kommuner använder variabeln andel elever födda utomlands i sina modeller medan andra använder till exempel andel elever med någon förälder med utländsk härkomst. Detta tyder på att det både är möjligt och inte helt ovanligt att ersätta variabeln elever födda utomlands med någon variabel som också har med elevens bakgrund att göra. Enligt vår regressionsmodell leder dock ett sådant byte bara till en marginell sänkning av AIC-värdet och en marginell höjning av förklaringsgraden.

Vidare analyseras om variabeln andel barn boende med en förälder eventuellt skulle kunna ersättas med variabeln andel barn med en vårdnadshavare. Ett sådant byte verkar dock inte påverka modellen nämnvärt. Vi kan utöver detta konstatera att AIC-värdet sänks något om vi tillför variabeln andel behöriga lärare men också här är skillnaden marginell. På samma sätt får vi en marginell förbättring av modellen om vi tillför variabeln antal elever/lärare. Övriga variabler tillför inte kommunens modell någonting.

En viktig slutsats är att våra skilda intercept för de olika skolorna är betydelsefulla. Om vi testar en modell där vi bara låter intercepten variera (och alltså plockar bort alla de förklarande variablerna) blir AIC-värdet 46 351. Detta är bara marginellt högre än AIC-värdet för kommunens modell, som alltså är 46 338. Att analysera materialet på detta sätt innebär att skattningarna bara baseras på de olika skolornas medelmeritvärde. Slutsatsen är att det i dagsläget skulle gå bra att fördela resurserna bara med hänsyn till skola, utan att ta i beaktande hur elevsammansättningen inom varje skola ser ut. BIC-värdet för denna modell blir dessutom till och med lägre; det sjunker från 46 400 till 46 375.

5.2.5 Mer om multilevel-ansatsen

För att undersöka hur den skattade linjen ser ut studeras modellens koefficienter.

Tabell 4. Koefficienter för den genomsnittliga skolan

Variabler	Koefficienter	Medelfel
Intercept	70,0	83,7
Andel föräldrar med gymnasieutbildning	1,7	0,9
Andel föräldrar med eftergymnasial utbildning	1,8	0,8
Andel familjer med försörjningsstöd	0,2	0,6
Andel elever boende med en förälder	-1,1	0,4
Andel elever födda utomlands	-0,1	0,7

Tabell 4 visar inte riktigt vad vi förväntar oss. Att andel familjer med försörjningsstöd skulle påverka elevernas betyg i positiv riktning verkar till exempel ologiskt. Det är med stor sannolikhet variabelns höga multikolinjäritet med övriga variabler som är orsaken till det oväntade värdet på koefficienten. Ett ytterligare bevis på detta är det höga medelfelet. Om detta tas i beaktande framkommer det att det inte är säkert att andel familjer med försörjningsstöd faktiskt har en positiv inverkan på elevernas betyg. Detta är alltså ett konkret bevis på vad som händer när statistiska modeller byggs utan att hänsyn tas till samvariationen hos de förklarande

variablerna. Osäkerheten i modellen är uppenbarligen stor. En utförligare diskussion om denna problematik förs under rubrik 6.

Varje enskild skola får sedan följande intercept (i förhållande till det genomsnittliga interceptet):

Tabell 5. Intercept för de enskilda skolorna

Skola	Intercept
Degeberga	-4,1
Fjälkinge	-7,1
Fröknegård	-1,8
Norretull	-7,5
Nosaby	11,0
Rönnow	14,7
Slättäng	-20,0
Spänger	4,7
Sånna	4,3
Tollarp	-6,4
Vä	0,0
Öllsjö	9,2
Önnestad	2,2

I Tabell 5 kan vi utläsa att Slättängsskolan är den skola med lägst intercept och Rönnowskolan den skola med högst intercept.

I appendix följer en utförlig undersökning av huruvida modellantagandena för linjär regression är uppfyllda.

6 Slutsatser och diskussion

I detta avsnitt presenteras inledningsvis undersökningens slutsatser. Efter detta följer en diskussion om olika försvårande omständigheter samt möjliga alternativa angreppssätt.

Uppsatsen har behandlat två olika frågeställningar. För det första har kartläggningen av undervisningskvaliteten på kommunens skolor, Kärnan, undersökts. Denna analys visade att det inte har skett någon signifikant betygsförbättring bland niondeklassarna efter att kartläggningen genomförts. Det visade sig dessutom att bra undervisningskvalitet inte verkar vara korrelerat med höga betyg och att andelen behöriga lärare inte verkar vara korrelerat med bra undervisningskvalitet. Detta hade behövts undersökas ytterligare, till exempel genom att ta med även andra årskurser i analysen. För det andra undersöktes kommunens resursfördelningsmodell. Det rådde här hög multikolinjäritet mellan de olika förklarande variablerna vilket försvårade analysen och gjorde att resultaten blev såväl oväntade som ologiska. Ur statistisk synpunkt var det alltså ingen lätt uppgift att komma fram till vilka variabler som bör vara med i en resursfördelningsmodell. Kommunens modell går dock hand i hand med vad Skolverket presenterar i sin rapport från 2013 (*Kommuners resursfördelning till grundskolor*). Att Kristianstads kommun väljer att fördela resurserna just med hänsyn till föräldrarnas utbildningsbakgrund, om eleven har utländsk härkomst, om familjen får försörjningsstöd samt om eleven är boende med en förälder har alltså visat sig vara ett populärt tillvägagångssätt i jämförelse med landet som helhet.

Vad gäller den statistiska undersökningen ska nu tre försvårande omständigheter diskuteras. Den första rör återigen multikolinjäritet. Att Kristianstads kommun fördelar resurser med hänsyn till exempelvis om eleven är född utomlands samt om elevens familj får försörjningsstöd innebär i princip att samma elever får extra resurser men av två olika anledningar. Det hade alltså i teorin gått bra att fördela resurserna utefter bara en av dessa samvarierande variabler, även om det såklart krävs att man är på sin vakt om relationen mellan variablerna skulle förändras. Vilka av alla dessa korrelerade variabler som bör vara med i modellen är inte lätt att svara på ur statistisk synpunkt. Vi kan därmed slå fast att det, på grund av den höga multikolinjäriteten, inte är möjligt att verifiera kommunens modell.

För det andra har undersökningen visat att modellantagandena för multipel linjär regression inte uppfylls (se appendix). Detta är ytterligare en anledning som gör det svårt att uttala sig om hur kommunens resursfördelningsmodell kan förbättras. Ett alternativ som hade kunnat undersökas är om den beroende variabeln meritvärde kanske bättre kan förklaras med hjälp av någon annan fördelning än en normalfördelning. Att anta en GLM-ansats för att studera medelmeritvärdena hade varit intressant. Ett annat möjligt angreppssätt hade kunnat vara att istället för meritvärden undersöka elevernas gymnasiebehörighet. Detta hade kunnat resultera i en logistisk regression där den beroende variabeln antingen kunnat anta värdet ”behörig till gymnasiet” eller ”inte behörig till gymnasiet”. Eftersom det dessutom finns olika typer av gymnasiebehörighet hade detta med största sannolikhet kunnat bli en omfattande och intressant undersökning.

För det tredje hade uppsatsen tjänat på om fler variabler funnits att tillgå på elevnivå. Det är inte helt oproblematiskt att anta att andelarna är desamma för niondeklassarna som för skolan som helhet. Dessutom går mycket värdefull information om de enskilda eleverna förlorad när vi istället för att undersöka till exempel om en viss elevs betyg påverkas av att dennes föräldrar är utlandsfödda måste titta på om elevens betyg påverkas av andelen elever med utlandsfödda föräldrar i årskursen som helhet. De flesta av de oberoende variablerna hade gjort sig bättre på individnivå än på skolnivå (med undantag för till exempel andel behöriga lärare) och för liknande framtida undersökningar är detta en viktig aspekt att ta i beaktande.

7 Avslutande kommentar till Kristianstads kommun

Vad gäller betygsutvecklingen i kommunen kan vi inte konstatera att det skett några stora förbättringar trots kartläggningen Kärnan och trots den socioekonomiska resursomfördelningen. Det finns dessutom fortfarande rejäla skillnader mellan hur elever på olika skolor presterar (se till exempel figur 1). Detta tyder på att en fortsatt resursomfördelning är nödvändig, eventuellt med vissa modifikationer för att på allvar kunna minska betygsklyftorna mellan elever på olika skolor. Skolinspektionen slår i sin rapport från år 2014 fast att den socioekonomiska resursomfördelningen knappast får någon effekt om den bara utgörs av några få procentenheten av grundskolans budget (Skolinspektionen 2014, s. 25–26). För att på allvar kunna minska klyftorna mellan olika skolor krävs det alltså att en större andel av resurserna omfördelas.

Ur statistisk synpunkt kunde vi inte uttala oss om modellens träffsäkerhet. Det finns dock ingenting som tyder på att den behöver modifieras vad gäller vilka variabler som finns med och hur de viktas (förändringar av resursfördelningsmodellen rekommenderas bara om det finns tydliga brister, se SKL 2014, s. 41).

Fortsatt uppföljning rekommenderas, både genom fortsatta statistiska undersökningar av betygsutveckling och gymnasiebehörighet men också genom uppföljning av hur resurserna används inom de enskilda skolområdena.

8 Referensförteckning

- Berridge, Damon M. & Crouchley, Robert, 2011. *Multivariate generalized linear mixed models using R*. Boca Raton: CRC Press.
- Chen, Peter Y. & Popovich, Paula M. 2002, *Correlation. Parametric and non parametric measures*. Thousand Oaks: Sage publications. [Elektronisk] Tillgänglig: https://ruffismada.files.wordpress.com/2012/02/correlation_parametric_and_nonparametric_measures_quantitative_applications_in_the_social_sciences.pdf. Hämtdatum: 2017-11-22.
- Douglas Bates, Martin Maechler, Ben Bolker, Steve Walker, 2015. *Fitting Linear Mixed-Effects Models Using lme4*. Journal of Statistical Software, 67(1), 1-48. doi:10.18637/jss.v067.i01.
- Fahrmeir, Ludwig m.fl., 2013. *Regression - Models, Methods and Applications*. New York: Springer.
- Faraway, Julian J, 2006. *Extending the linear model with R*. Boca Raton: CRC Press.
- Gałecki, Andrzej & Burzykowski, Tomasz, 2013. *Linear Mixed-Effects Models Using R*. New York: Springer.
- Gelman, Andrew & Hill, Jennifer, 2006. *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kane, Thomas J. & Staiger, Douglas O, 2002. *The promise and pitfalls of using imprecise school accountability measures*. Journal of economic perspectives 16(4), s. 91-114. [Elektronisk] Tillgänglig: <http://www.dartmouth.edu/~dstaiger/Papers/kanestaigerjparticle.pdf>. Hämtdatum: 2017-12-26.
- Körner, Svante & Wahlgren, Lars, 2015. *Statistisk dataanalys*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Little, Roderick J.A. & Rubin, Donald B, 2002. *Statistical analysis with missing data*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Nakagawa, S., & H. Schielzeth, 2013. *A general and simple method for obtaining R from generalized linear mixed-effects models*. Methods in Ecology and Evolution 4(2), s. 133–142. [Elektronisk] Tillgänglig: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2041-210x.2012.00261.x/full>. Hämtdatum: 2017-10-12.
- Ogden, Terje, 2005. *Skolans mål och möjligheter*. Statens folkhälsoinstitut. [Elektronisk] Tillgänglig: <http://fyrbodal.info/download/18.4b0ee4ea135405c313b466/1364458294347/Skolansm%C3%A5lom%C3%B6jligheter.pdf> Hämtdatum: 2017-10-08.

- R Core Team, 2016. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL [Elektronisk] Tillgänglig: <https://www.R-project.org/>.
- Sheater, Simon J, 2009. *A Modern Approach to Regression with R*. New York: Springer.
- SIRIS, Skolverket. [Elektronisk] Tillgänglig: http://siris.skolverket.se/reports/rwservlet?cmdkey=common&report=gr_betyg2016&p_sub=1&p_ar=2016&p_lankod=12&p_kommunkod=&p_skolkod=&p_flik=GA
Hämtdatum: 2017-09-24.
- Skolinspektionen, 2014. *Kommunernas resursfördelning och arbete mot segregationens negativa effekter i skolväsendet*. [Elektronisk] Tillgänglig: <https://www.skolinspektionen.se/globalassets/publikationssok/granskningsrapporter/kvalitetsgranskningar/2014/segregation/kvalgr-segregation-slutrapport.pdf> Hämtdatum: 2017-12-29.
- Skollag (2010:800). [Elektronisk] Tillgänglig: <https://lagen.nu/2010:800>. Hämtdatum: 2017-10-12.
- Skolverket, 2013. *Kommuners resursfördelning till grundskolor*. [Elektronisk] Tillgänglig: <https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?url=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FRecord%3Fk%3D3061>. Hämtdatum: 2017-10-04.
- Skolverket, 2016. *17 ämnen ger nytt meritvärde*. [Elektronisk] Tillgänglig: <https://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/om-skolverkets-statistik/vad-hander-kring-statistiken/17-amnen-ger-nytt-merivarde-1.220342>. Hämtdatum: 2017-09-24.
- Sveriges Kommuner och Landsting, 2014. *Socioekonomisk resursfördelning till skolor*. [Elektronisk] Tillgänglig: <http://webbutik.skl.se/sv/artiklar/socioekonomisk-resursfordelning-till-skolor.html>. Hämtdatum: 2017-12-29.
- Winter, Bodo, 2013. *A very basic tutorial for performing linear mixed effects analyses*. [Elektronisk] Tillgänglig: http://www.bodowinter.com/tutorial/bw_LME_tutorial.pdf. Hämtdatum: 2017-10-04.

9 Appendix

9.1 Kärnan

Här presenteras olika tabeller och diagram som har att göra med kommunens kartläggning av undervisningskvaliteten, Kärnan.

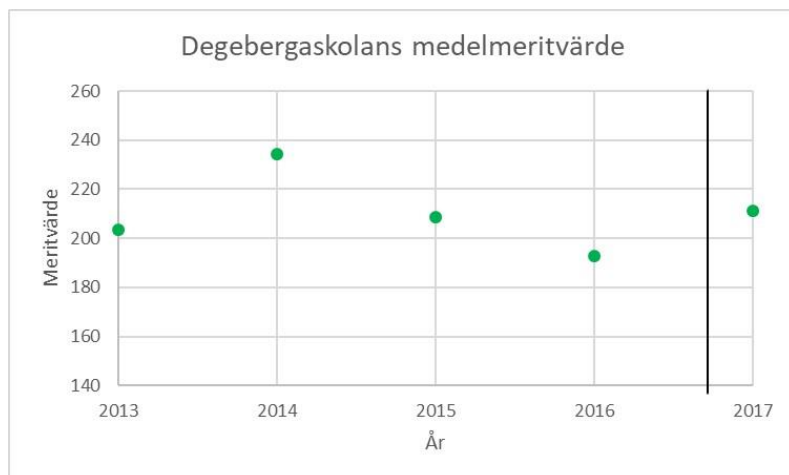
9.1.1 Skolornas kärnanpoäng

Tabell 6. Skolornas kärnanpoäng

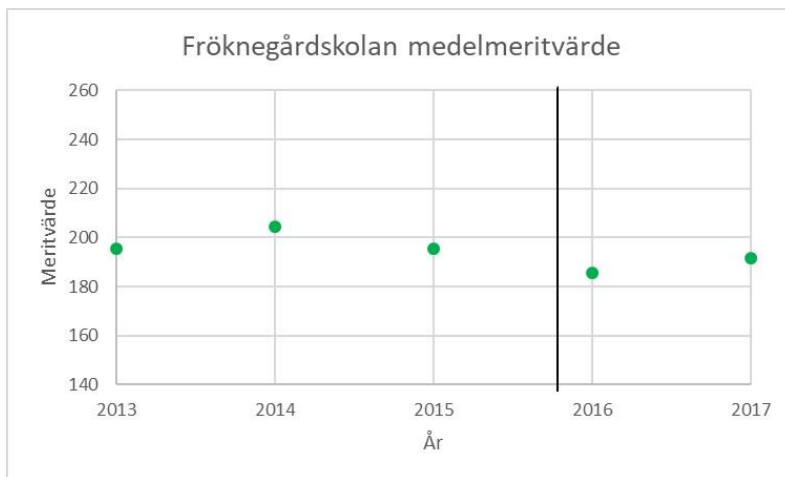
Skola	Kärnanpoäng
Degebergaskolan	5,7
Fröknegårdskolan	6,0
Norretullskolan	6,0
Nosabyskolan	5,4
Slättängsskolan	6,3
Spängerskolan	5,9
Sännaskolan	6,4
Tollarps skola	5,3
Väskolan	5,6
Öllsjöskolan	5,8
Önnestads skola	5,8

9.1.2 Medelmeritvärden före och efter Kärnan

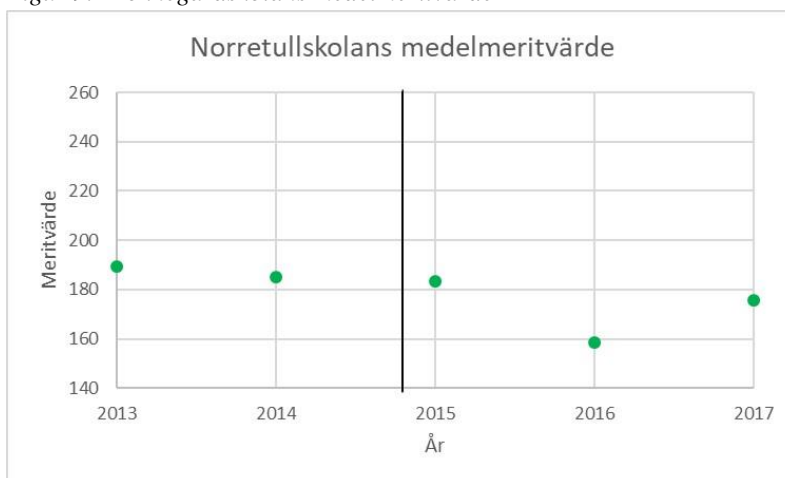
Diagrammen nedan visar utvecklingen av medelmeritvärden. Den svarta linjen symboliserar när Kärnan genomfördes. Notera att även Rönnowskolans och Fjälkinge skolas medelmeritvärden presenteras trots att kartläggningen inte genomförts på dessa skolor.



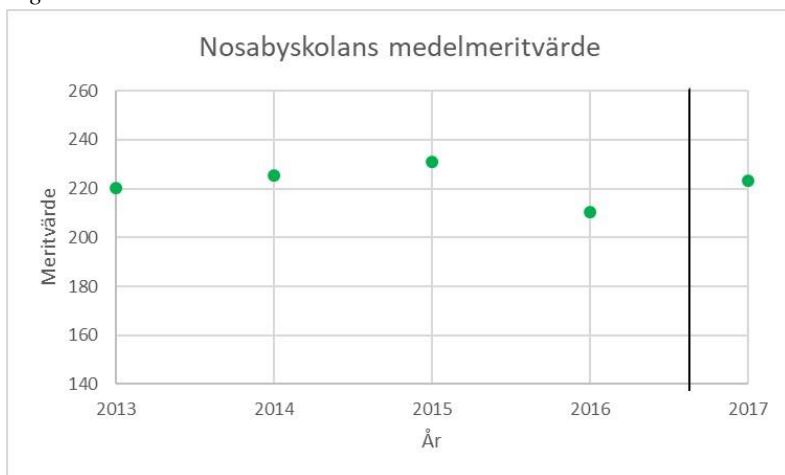
Figur 8. Degebergaskolans medelmeritvärde



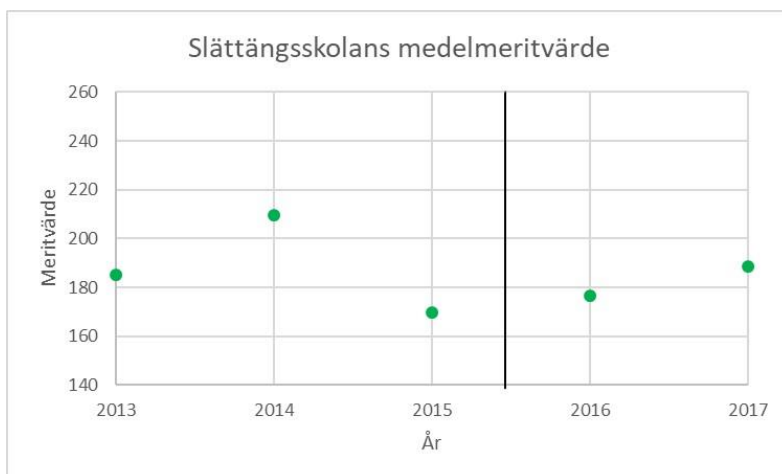
Figur 9. Fröknegårdskolans medelmeritvärde



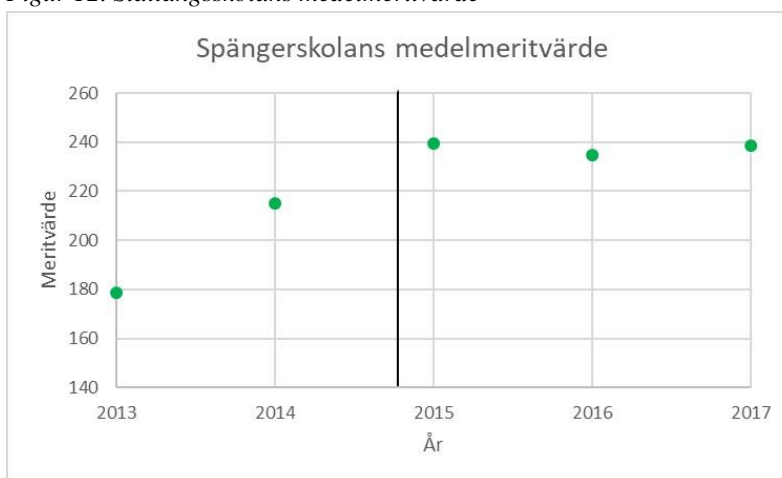
Figur 10. Norretullskolans medelmeritvärde



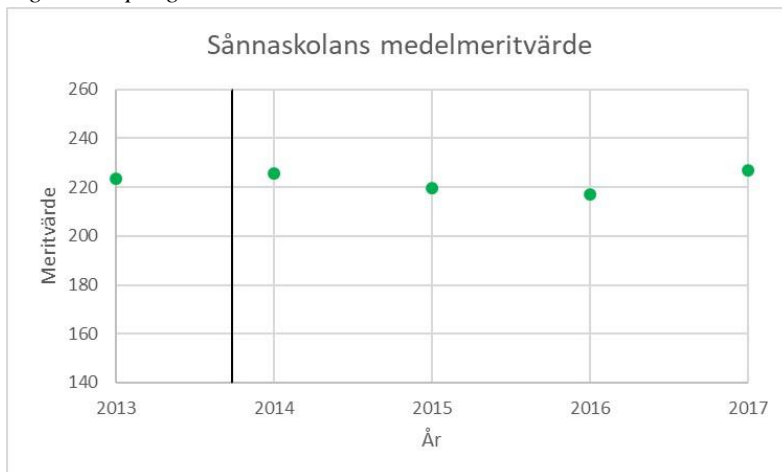
Figur 11. Nosabyskolans medelmeritvärde



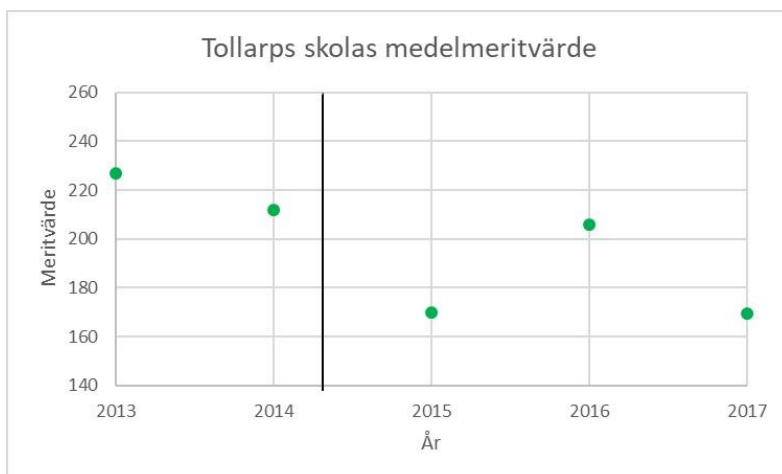
Figur 12. Slättängsskolans medelmeritvärde



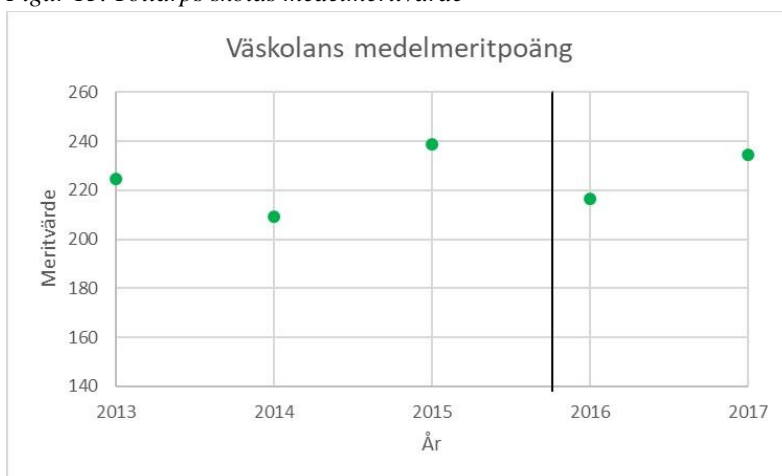
Figur 13. Spängerskolans medelmeritvärde



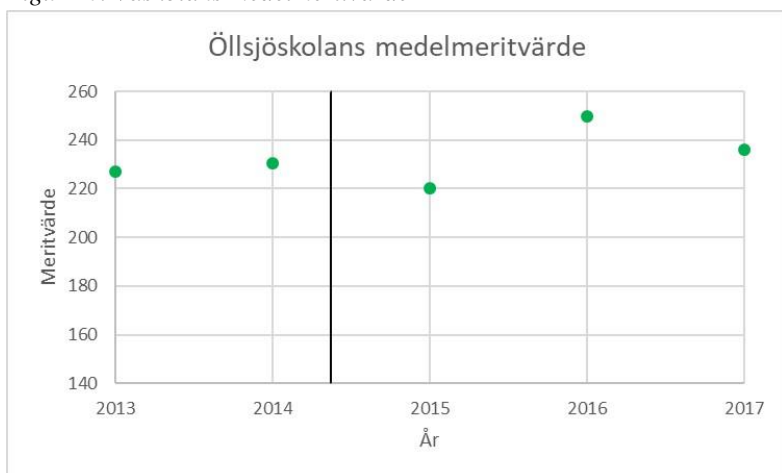
Figur 14. Sånmaskolans medelmeritvärde



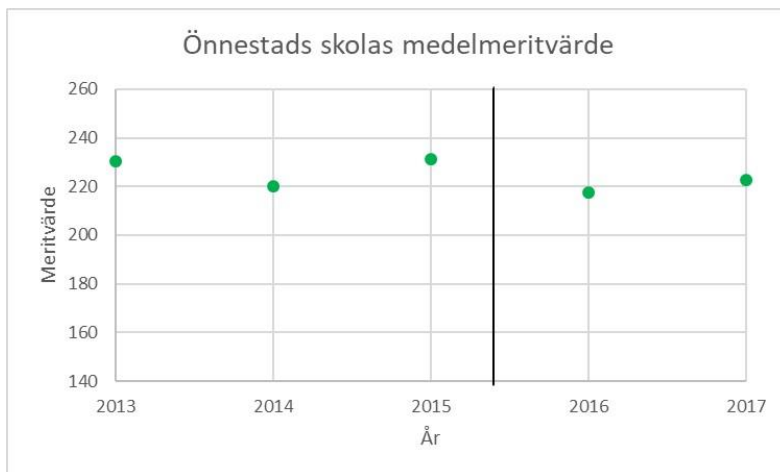
Figur 15. Tollarps skolas medelmeritvärde



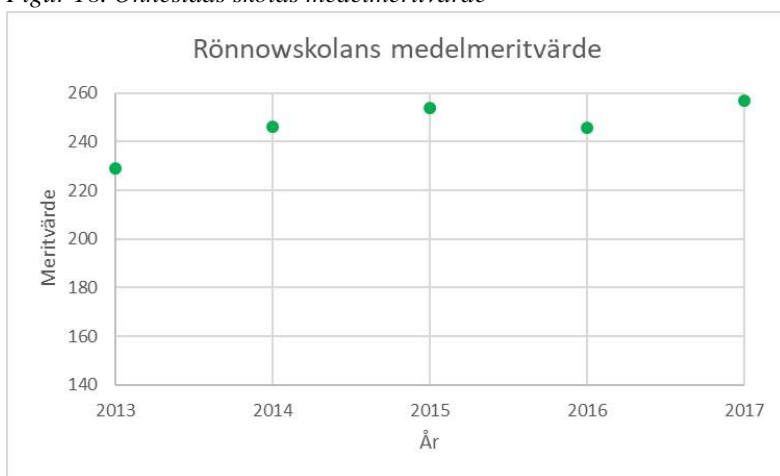
Figur 16. Väskolans medelmeritvärde



Figur 17. Öllsjöskolans medelmeritvärde



Figur 18. Önnestads skolas medelmeritvärde



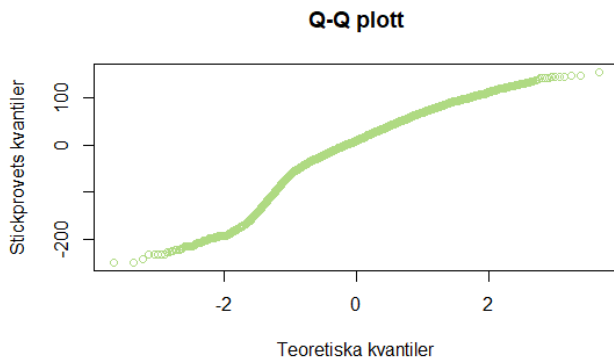
Figur 19. Rönnowskolans medelmeritvärde



Figur 20. Fjälkinge skolas medelmeritvärde

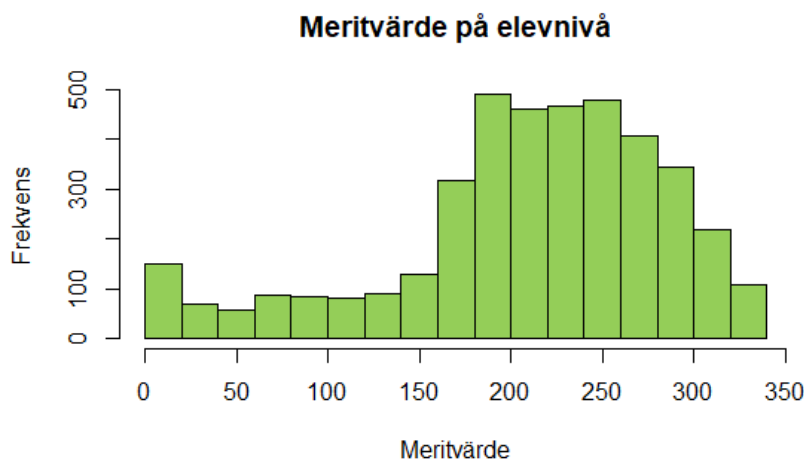
9.2 Modellantaganden uppfyllda för kommunens modell?

För att en linjär regressionsmodell ska vara tillförlitlig krävs det, vilket nämndes kort under rubrik 4.2.1, att vissa antaganden är uppfyllda: de stokastiska komponenterna ska vara normalfördelade, residualernas spridning ska vara oförändrad när vi rör oss längs x-axeln och residualerna ska dessutom vara fördelade oberoende av varandra och ha väntevärdet noll (Sheather 2009, s. 18; Körner & Wahlgren 2015, s.377). Om inte antagandena är uppfyllda påverkas framförallt inferensen och det går inte att skapa korrekta konfidens- och prediktionsintervall samt att göra tillförlitlig hypotesprövning (Sheather 2009, s. 21).

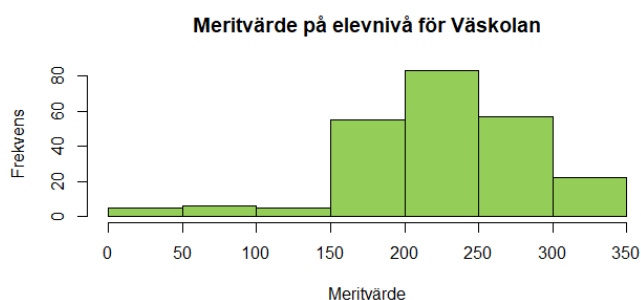
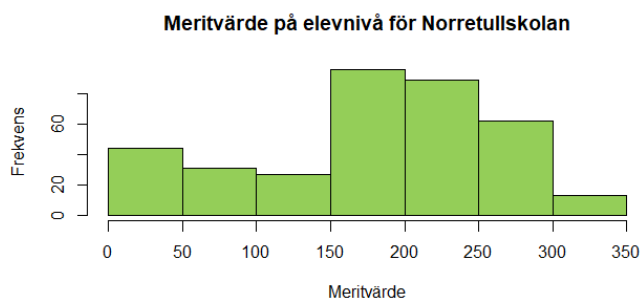


Figur 21. Normalfördelningsplotten visar stickprovets standardiserade residualer på y-axeln och de vid en normalfördelning förväntade standardiserade residualerna på x-axeln. Om residualerna är normalfördelade följer de en diagonal linje i qq-plotten (Sheather 2009, s. 70). Vi kan se ovan att vår modells residualer inte ser perfekt normalfördelade ut.

Normalfördelningsantagandet behövs alltså undersökas ytterligare.



Figur 22. Histogram över de drygt 4000 elevernas betyg. Den beroende variabeln följer inte en normalfördelning utan har en alldeles för lång vänstersvans.



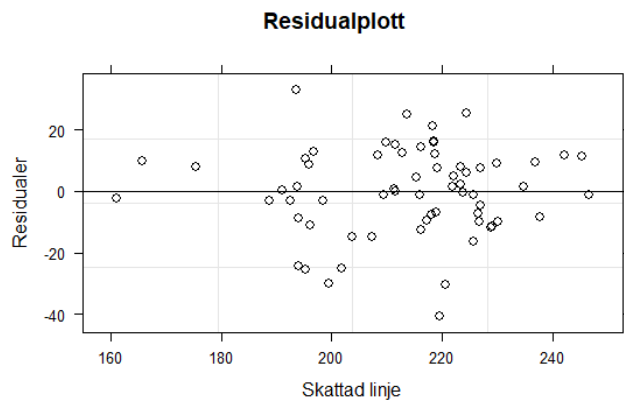
Figur 23 och 24. Histogram över samtliga niondeklassares betyg på två skolor. Fördelningen för meritvärdena ser olika ut beroende på vilken skola vi undersöker. Detta bidrar till att meritvärdena för samtliga elever inte följer en normalfördelning, vilket framkom i det tidigare histogrammet.



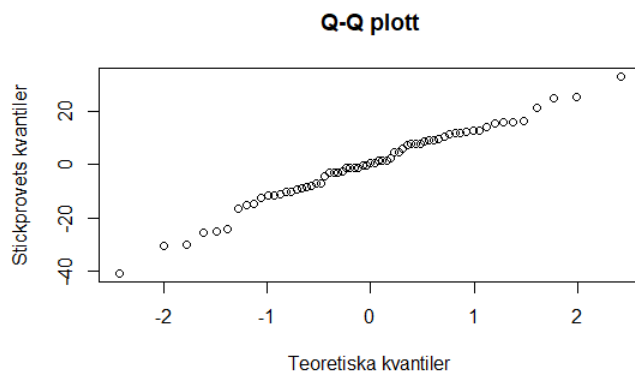
Figur 25. Residualplott. Residualernas väntevärde ska vara noll och de ska inte följa något mönster. Här ser vi dock att spridningen hos residualerna förändras när vi rör oss längs den skattade linjen. Residualerna får en glesare spridning under linjen och det är tveksamt om väntevärdet är konstant och noll.

Sammanfattningsvis är det tveksamt om modellantagandena verkligen är uppfyllda. Ett sätt att hantera dessa problem är att transformera antingen den beroende variabeln eller någon/några av de förklarande. Möjliga transformationer är till exempel att logaritmera eller göra en rottransformation (Sheather 2009, s. 76–79). Vidare kan man, eftersom meritvärdena inte är normalfördelade, anta en GLM-ansats vilket diskuteras under rubrik 6.

Modellantagandena studeras också när vi låter den beroende variabeln vara varje skolas medelmeritvärde istället för varje enskild elevs meritvärde. Modellen som ska verifieras är dock fortfarande kommunens modell (de förklarande variablerna är alltså samma som ovan).



Figur 26. Residualplott för medelmeritvärdernas residualer. Då den beroende variabeln är skolornas medelmeritvärde syns inget mönster hos residualerna.



Figur 27. Normalfördelningsplott. Q-Q plotten visar att residualerna följer en diagonal linje vilket tyder på att de är normalfördelade.

Att modellantagandena uppfylls bättre när vi låter medelmeritvärdena vara den beroende variabeln är väntat. Centrala gränsvärdesatsen gör ju nämligen att summor och medelvärden blir ungefär normalfördelade oavsett populationens fördelning om stickprovet är tillräckligt stort (Körner & Wahlgren 2015, s. 135).

9.3. Korrelationsmatris

Tabell 7. Korrelationsmatris

	Medelbetyg	Andel elever födda utomlands	Andel barn med en vårdnadshavare	Andel elever med föräldrar födda utomlands	Antal elever per lärare	Andel pojkar	Andel behöriga lärare	Andel barn boende med en förälder	Andel elever invandrade de senaste 6 åren	Andel elever invandrade de senaste 3 åren	Andel elever invandrade de senaste 2 åren	Andel familjer med försörjningsstöd
Medelbetyg	1,00	-0,63	-0,70	-0,44	0,30	-0,15	0,41	-0,50	-0,64	-0,64	-0,66	-0,62
Andel elever födda utomlands	-0,63	1,00	0,84	0,72	-0,47	-0,18	-0,48	0,51	0,98	0,96	0,89	0,96
Andel barn med en vårdnadshavare	-0,70	0,84	1,00	0,48	-0,48	-0,05	-0,37	0,60	0,83	0,83	0,82	0,85
Andel elever med föräldrar födda utomlands	-0,44	0,72	0,48	1,00	-0,20	-0,34	-0,56	0,31	0,66	0,60	0,49	0,65
Antal elever per lärare	0,30	-0,47	-0,48	-0,20	1,00	0,06	0,37	-0,34	-0,44	-0,45	-0,41	-0,47
Andel pojkar	-0,15	-0,18	-0,05	-0,34	0,06	1,00	-0,02	0,02	-0,13	-0,13	-0,14	-0,10
Andel behöriga lärare	0,41	-0,48	-0,37	-0,56	0,37	-0,02	1,00	-0,19	-0,47	-0,41	-0,33	-0,45
Andel barn boende med en förälder	-0,50	0,51	0,60	0,31	-0,34	0,02	-0,19	1,00	0,50	0,49	0,49	0,51
Andel elever invandrade de senaste 6 åren	-0,64	0,98	0,83	0,66	-0,44	-0,13	-0,47	0,50	1,00	0,97	0,90	0,95
Andel elever invandrade de senaste 3 åren	-0,64	0,96	0,83	0,60	-0,45	-0,13	-0,41	0,49	0,97	1,00	0,95	0,93
Andel elever invandrade de senaste 2 åren	-0,66	0,89	0,82	0,49	-0,41	-0,14	-0,33	0,49	0,90	0,95	1,00	0,88
Andel familjer med försörjningsstöd	-0,62	0,96	0,85	0,65	-0,47	-0,10	-0,45	0,51	0,95	0,93	0,88	1,00

Matrisen visar korrelationen mellan variablerna i rapporten, uträknade med Pearsons korrelationskoefficient. Undersökningens kategorivariabler finns alltså inte med i ovanstående matris.