

**EXAMENSARBETE** Orthogonal Range Searching and

Graph Distances Parameterized by TreeWidth

**STUDENT** Måns Magnusson**HANDLEDARE** Thore Husfeldt (LTH)**EXAMINATOR** Krzysztof Kuchcinski (LTH)

# Avstånd i trädbreddsbegränsade grafer genom söking över ortogonala intervall

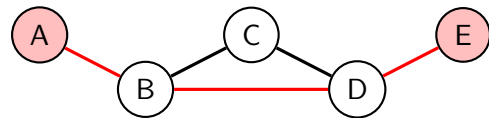
## POPULÄRVETENSKAPLIG SAMMANFATTNING Måns Magnusson

Grafer, bestående av noder och bågar, kan användas för att modellera många olika saker, t.ex. infrastruktur som vägar och elledningar, men också molekyler och sociala nätverk. Detta arbete undersöker olika algoritmers beräkningskomplexitet och exekveringstider för att hitta grundläggande avståndsmått på grafer. Några av dessa är det största avståndet i grafen – diametern, samt summan av alla avstånd i grafen – wienerindexet.

För att minska tidsåtgången för att räkna ut dessa avstånd (se figur 1) i stora grafer vill vi ha effektiva algoritmer. Det visar sig att beroende på grafens utseende kan olika algoritmer användas. Det finns en generell algoritm som fungerar på alla grafer, men som utför mycket arbete, för varje nod inspekterar algoritmen hela grafen. För grafer med mer än  $10^4$  noder börjar denna algoritm gå väldigt långsamt. För  $10^6$  noder tar det i storleksordningen en timme för algoritmen att exekvera.

Det finns en effektiv algoritm för den specifika graftypen träd. Algoritmen inspekterar hela grafen endast två gånger, och hittar diametern av ett träd med  $10^6$  noder inom en sekund. Ett träd är en graf utan cykler, och det finns endast en väg mellan varje par av noder. Frågan är, går det att använda dessa trick för *trädlika* grafer?

Jag har använt idéer från trädalgoritmer för att ta fram en algoritm som är snabb på grafer med endast små cykler, dvs de är trädlika med liten trädbredd. Lösningen beräknar den maximala distansen genom att modellera avstånden i grafen som flerdimensionella punkter där de intressanta punkterna finns inom ortogonala intervall.



Figur 1: I denna graf med 5 noder och 5 bågar är diametern 3, mellan noderna A och E, och wienerindexet  $5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 16$ , summan av de kortaste avstånden mellan alla par av noder.

Anledningen till att dessa grafer är intressanta är att många grafer som modellerar en fysisk verklighet har en liten trädbredd, då de är kopplade till en fysisk geometri.

Wienerindexet, uppkallat efter kemisten Harry Wiener, används för att estimerar kemiska egenskaper av exempelvis alkaner. Bland annat kokpunkt korrelerar med wienerindexet och därför kan denna beräknas innan dyra experiment utförs.

I mitt examensarbete har jag dels bevisat teoretiskt hur exekveringstiden för min algoritm växer beroende av grafen, dels implementerat min algoritm och jämfört den mot den mer generella, men långsammare, algoritmen. Vi har därmed besvarat en öppen fråga inom algoritmforskningen, vilket har resulterat i en inskickad artikel till en algoritmkonferens.