SCHOOL OF ECONOMICS AND MANAGEMENT

Modern portföljvalsteori som strategi

En prediktions-studie om modernportföljvalsteori vs naiv diversifiering

Författare: Andreas Petterson

Handledare: Andreas Johansson

Nationalekonomiska institutionen, Lunds universitet

Kandidatuppsats, HT 2022

Januari 2023

Innehållsförteckning

Författarens tack

Jag vill börja med att uttrycka ett stort tack till min handledare Andreas Johansson som har varit till stor hjälp med sin breda kunskap och vägledning under utförandet av studien.

Abstrakt

Fördelarna med diversifiering har bevisats om och om igen inom portföljvalsteori men hur en portfölj ska konstrueras är inte helt tydligt. I en studie av DeMiguel et.al (2009) kom författarna fram till slutsatsen att en simpel naiv diversifieringsstrategi fungerar mycket bättre än Markowitz mer avancerade mean-variance modell från 1952. Den här studien avser att svara på frågan, *Kan modern portföljvalsteori som strategi slå en naivt diversifierad portfölj?* Genom att prediktera portföljvikterna undersöker studien fyra olika portföljer och dess möjlighet eller icke möjlighet att slå den naivt diversifierade portföljen.

Undersökningen visade blandade resultat men varken skillnad i Sharpekvot eller alfan kunde statistiskt signifikant säkerställas som skiljt från noll vid hypotesprövning. Ingen optimerad portfölj slog den naivt diversifierade portföljen genomgående i undersökningen. Efter undersökningen kunde slutsatsen dras att det inte går att säga att modern portföljvalsteori i de tappningar som prövats i studien kan slå en naivt diversifierad portfölj.

Nyckelord: Finansiell ekonomi, prediktering, modern portföljvalsteori, diversifiering, mean-variance.

1. Inledning

De allra flesta har fått höra att de ska investera sina pengar i en väldiversifierad portfölj. Genom att investera kan investeraren skydda sitt kapital mot inflation, men även få kapitalet växa över tiden. (Nordea, 2022) Men att investera sina pengar på aktiemarknaden kommer inte utan medförd risk. Risken som är relevant är den att få tillbaka mindre än det investerade kapitalet. Risken utgörs främst av att priset på den underliggande tillgången (aktien) kan sjunka under det pris som aktien köptes för vilket medför en negativ avkastning. Eftersom risk inte är eftertraktat så är det som investerare önskvärt att minska risken. En lösning på problemet är att minska konsekvenserna av en prisnedgång genom diversifiering. (Avanza, 2022) Men hur ska en portfölj diversifieras. Det finns inga exakta svar på hur valet av en portfölj ska göras. Det finns dock inom portföljvalsteori flera teorier och modeller om hur en portfölj kan konstrueras. *Portfolio selection* av Harry Markowitz (1952) har i högsta grad varit framstående när det kommer till hur man konstruerar en portfölj inom finansiell ekonomi. Markowitz framsteg kallas för modern portföljvalsteori eller mean-variance analys och förklarar hur en portfölj avser att maximera den förväntade avkastningen givet risknivån hos portföljen. Men Markowitz moderna portföljvalsteori har även mötts med kritik.

Michaud (1989) menar på att det är förståeligt att många investerare är indifferenta till Markowitz teori från 1952 även om teorin är tilltalande i ett teoretiskt sammanhang. Michaud beskriver i sin artikel från 1989 att problemet med mean-variance är att estimeringsfelen blir för stora redan från början och därav kan en enkel likaviktad portfölj överprestera i förhållande till en mean-variance portfölj. (Michaud, 1989) Även senare vid 1997 möttes Markowitz mean-variance optimering kritik igen. I praktiken använder inte investerare sig av portföljval utifrån mean-variance kriterierna då det finns andra saker de bryr sig om mer än förväntad avkastning och varians. Återigen belyser Fisher och Statman att begränsningarna med teorin är större än vad fördelarna av optimeringen är. (Fisher & Statman, 1997) Kan modern portföljvalsteori som strategi slå en naivt diversifierad portfölj?

För att i studien undersöka om modern portföljvalsteori kan slå en naivt diversifierad portfölj predikteras portföljvikterna över 120 månader för att ta fram portföljernas avkastningar utanför urval (*out of sample)*. Undersökningen görs på totalt fem portföljer där fyra är optimerade utifrån modern portföljvalsteori och den sista portföljen är den naivt diversifierade referensportföljen. Portföljernas prestation över den undersökta tidsperioden utvärderas utifrån olika prestationsmått, bland annat Sharpekvot och alfa som testas statistiskt.

De för studien huvudsakliga resultaten visar att den naivt diversifierade portföljen slår de optimerade portföljerna när det kommer till Sharpekvot även om det statistiskt inte kan säkerställas några differenser i Sharpkvoterna utanför urval. Inte heller några av de optimerade portföljernas positiva alfan kunde statistiskt säkerställas för någon av de portföljerna. Endast en optimerad portfölj slog 1/N portföljen när det kommer till kumulativ avkastning över den undersökta perioden. Resultaten i studien stämmer således överens med tidigare litteratur som kritiserat Markowitz mean-variance modell från 1952.

1.1 Problemformulering

Nästan 26% av den svenska befolkningen är exponerade mot aktiemarknaden och de i stor utsträckning äger aktier som tillhör OMXS30 (Euroclear-Aktieägarrapport 2021). Det finns fog för att tänka att investerarna behöver diversifiera sina portföljer. Inom finansiell ekonomi är teoretiker eniga om att det är viktigt att använda sig av någon slags diversifiering. Modern portföljvalsteori som myntades av Harry Markowitz på 1950 talet är också i sin tur centralt när det kommer till portföljvalsteori. Men som tidigare nämnt är investerarna i praktiken inte lika eniga om att mean-variance portföljer är den rätta vägen att gå (Fisher & Statman, 1997).

Precis som Michaud (1989) kom DeMiguel, Garlappi & Uppal (2009) fram till att en naiv likaviktad portfölj presterar bättre än portföljer konstruerade enligt Markowitz mean-variance modell. DeMiguel et.al menar på att den naivt diversifierade portföljen presterar bättre än de effektiva portföljerna konstruerade enligt det tillvägagångssätt Markowitz presenterat 1952. Artikelförfattarna drog slutsatsen utifrån deras studie där de jämförde 14 olika modeller för att konstruera portföljer att en portfölj som de konstruerat med vikterna 1/N där N är antalet tillgångar i portföljen, presterar bättre än alla andra portföljer som de inkluderat i studien. (DeMiguel, Garlappi & Uppal, 2009) Men inom portföljvalsteori är mean-variance modellen vedertagen som den modell vilken bör användas för optimering när portföljer ska konstrueras. Den moderna portföljvalsteorin har även lett till senare centrala teorier så som CAPM. (Michaud, 1989) Hur kan teoretiker och praktiker se på diversifiering så olika och vilken strategi ska en investerare välja?

1.2 Syfte

Studiens syfte är att undersöka om portföljer konstruerade enligt modern portföljvalsteori som utgår från Markowitz (1952) teori om mean-variance analys kan slå en likaviktad portfölj.

Portföljerna består av de för studien tillgångarna att välja på, vilka är aktier i de 25 bolag som funnits på börsen längst och tillhör indexet OMXS30 vid tidpunkten november 2022 (se appendix 1 för tabell över bolagen). Vidare syftar studien på att undersöka om någon typ av de fyra modellerna i studien för portföljdiversifiering kan prestera bättre än den likaviktade portföljen. Studien syftar därav att undersöka om det går att hitta alfa eller skillnad i Sharpekvot hos de olika portföljerna när de jämförs med referensportföljen vilken är konstruerad som en 1/N portfölj.

Denna studie avser att bidra till den tidigare litteraturen genom att undersöka studiens syfte. Undersökningen görs under simplare former än stor del av den tidigare litteraturen och testar Markowitz (1952) mean-variance modells grundläggande principer för portföljkonstruktion. Eftersom den tidigare litteraturen visat att den vedertagna teorin av Markowitz från 1952 inte fungerar är studien relevant för att bidra med ytterligare forskning inom ämnet.

1.3 Frågeställning

Kan modern portföljvalsteori som strategi slå en naivt diversifierad portfölj?

1.4 Metod

Utifrån de 25 äldsta bolagen som idag tillhör OMXS30 (appendix 1) (vilka vidare kommer kallas OMXS25) konstrueras fem portföljer bestående av olika viktning av samma urval aktier. Portföljerna konstrueras utifrån portföljvalsteori och tidigare studier med mean-variance som utgångspunkt. En av portföljerna är en simpel portfölj som används som referensportfölj och de övriga fyra optimerade portföljerna undersöks om de är bättre än referensportföljen. För att undersöka de olika portföljernas prestation utfördes prediktion-/forecasting av portföljvikterna. Portföljavkastningarna utanför urval predikterades en månad i taget i totalt tio år. De slutliga portföljavkastningarna utanför urval undersöks för att se om de optimerade portföljerna presterat bättre än den naiva portföljens.

1.5 Resultat

Efter att undersökningen genomförts på den data som hämtats in och statistiska tester utförts kunde ingen statisk signifikans påvisas för att skillnad i Sharpekvot eller att alfan skiljer sig från noll. Således kunde inte studien visa att en strategi baserad på modern portföljvalsteori kan slå en naivt likaviktad portfölj. Inom vissa enskilda mått kunde en eller ett par av de optimerade portföljer slå referensportföljen men ingen optimerad portfölj slog referensportföljen genomgående i undersökningen.

1.6 Avgränsningar

Studien avgränsas till den svenska aktiemarknaden och indexet OMXS30. Vidare avgränsas även studien ytterligare till att endast grundas i 25 av bolagen som tillhör OMXS30. Studien har dessutom avgränsats till tidsperioden 1 jan 2005 till 31 dec 2021 då den tidsperioden genererar godtycklig data för de 25 bolagen som i studien kallas OMXS25. Ytterligare avgränsningar görs i studien när det kommer till transaktionskostnader. Transaktionskostnader kan påverka investeraren negativt i och med att portföljerna i studien viktas om varje månadsskifte i 120 månader. Transaktionskostnaderna tas ej i beaktning i studien då alla portföljerna inklusive referensportföljen viktas om varje månad samt att transaktionskostnadernas procentuella storlek kan skilja sig mellan olika investerare.

2. Teori

2.1 Diversifiering

Inom finansiell ekonomi är diversifiering ett sätt att minska risken (variansen) hos en portfölj utan att i allt för stor utsträckning påverka den förväntade avkastningen. Risken hos en aktie eller i en portfölj av aktier kan delas upp i två delar. Den första delen är den risk som är specifik för det företag som den investerade aktien härstammar ifrån. Riskfaktorerna som påverkar företaget i fråga men inte påverkar några andra företag kallas *företagsspecifik risk, icke-systematisk risk* eller *diversifierbar risk.* Den andra delen risk är den risk som påverkar aktiemarknaden i sin helhet såsom makroekonomiska faktorer. Den andra typen av risk kallas för *marknadsrisk, systematisk-risk* eller *icke-diversifierbar risk.* När risken hos en portfölj ska minimeras går det således att eliminera en del av risken och det är den första delen som presenterades, den *företagspecifika-/diversifierbara risken.* (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.205–206)

Investerare antas ha en ad hoc nyttofunktion U som beror på förväntad avkastning (μ) och volatilitet (risk) i form av varians, $U(\mu, \sigma^2) = \mu - \frac{1}{2}A\sigma^2,\ där\ A$ är investerarens riskaversion. För att minska investerarens risk används diversifiering vilket innebär att en portfölj består av flera olika aktier och risken sprids mellan dem. Empiriska studier har visat på att risken kan minskas signifikant genom att öka antalet aktier i en portfölj även om den inte går att eliminera helt. En metod för diversifiering är att köpa lika mycket av N antal aktier i en portfölj vilket kallas naiv-diversifiering. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.205)

Diversifiering kan även åstadkommas genom portföljer konstruerade på andra sätt än med naiv diversifiering. Inom portföljvalsteori kan en portfölj konstrueras så att risken minimeras för en given nivå av avkastning, vilket kallas för effektiv diversifiering. För en portfölj gäller det att portföljens förväntade avkastning är det viktade medelvärdet av de underliggande aktiernas förväntade avkastning. Portföljens varians å andra sidan består delvis av de enskilda aktiernas varians samt de underliggande aktiernas kovarianser. (Ibid, sid. 208) Den vanligaste metoden inom portföljvalsteori för att konstruera en portfölj som anses vara optimalt diversifierad är att konstruera en portfölj så att Sharpekvoten är maximerad: $\max_{w_i} S_P = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P}$, s.t $\sum w_i = 1$.

Sharpekvot är ett mått som tar hänsyn till både avkastning och risk och beräknas som $Sharpekvot = \frac{Genomsnittlig\ överavkastning}{Överavkastningarnas\ standardavvikelse}$. Måttet är fördelaktigt att använda för investerare antas vara intresserade av avkastningen de kan få över den riskfria räntan men även den risk (volatilitet) investeraren antar med investeringen. Med hjälp av Sharpekvoten kan olika portföljer jämföras där en högre Sharpekvot är att föredra. (Ibid, s.134) Måttet Sharpekvot framfördes av William F. Sharpe 1966 och kan användas för att jämföra olika investeringar då måttet mäter den riskjusterade avkastningen. Måttet bygger på att investeringarnas förväntade prestation som beror på $(E(r_i), \sigma_i)$ samt en riskfri ränta r_f och Sharpekvoten beräknas $SR = \frac{(E_i - r_f)}{\sigma_i}$. Eftersom Sharpekvoten ger ett riskjusterat mått gör det måttet användbart i studien för att alla investeringar blir jämförbara även när de antar olika mängd risk (σ_i). (Sharpe, 1966)

2.2 Modern portföljvalsteori / mean-variance

Begreppet *modern portföljvalsteori* har uppkommit efter de framsteg Harry Markowitz gjort som publicerades i artikeln ”Portfolio Selection” 1952. Markowitz artikel behandlar relevant tro om aktiers framtida prestation och utifrån framtidstron hur en portfölj ska konstrueras. Markowitz teori baseras på att investerare ser eller borde se på förväntad avkastning som något önskvärt och avkastningarnas risk som något icke önskvärt vilket ger begreppet mean-variance där mean (medelvärde) står för förväntad avkastning och variance (varians) står för avkastningarnas risk. Mean-variance regeln som Markowitz (1952) presenterade leder till effektiva portföljer som i de allra flesta fall är väldiversifierade. Mean-variance hypotesen påvisar inte bara diversifiering utan enligt Markowitz rätt typ av diversifiering av rätt anledning. Vidare så beror bra diversifiering inte endast av antalet aktier i portföljen utan typen av aktier så som vilken sektor eller vilket land företaget är verksamt inom vilket leder till lägre kovarians jämfört med företag verksamma inom samma sektor/land. (Markowitz, 1952)

Tillvägagångssättet för att uppnå en optimal portfölj enligt Markowitz mean-variance regel kan utföras i steg. Först identifieras kombinationen av avkastning och risk för de olika aktierna (medelvärde och varians). Sedan identifieras den optimala portföljen genom beräkningar så att kombinationen av aktier genererar den högsta avkastningen i förhållande till risken. I praktiken för att identifiera den optimala portföljen behövs estimat göras på aktierna. För varje aktie behövs det estimat på den förväntade avkastningen samt ett estimat för kovariansmatrisen som visar alla aktiers risk samt deras risk i förhållande till varandra. Estimaten för en portfölj följer formlerna:

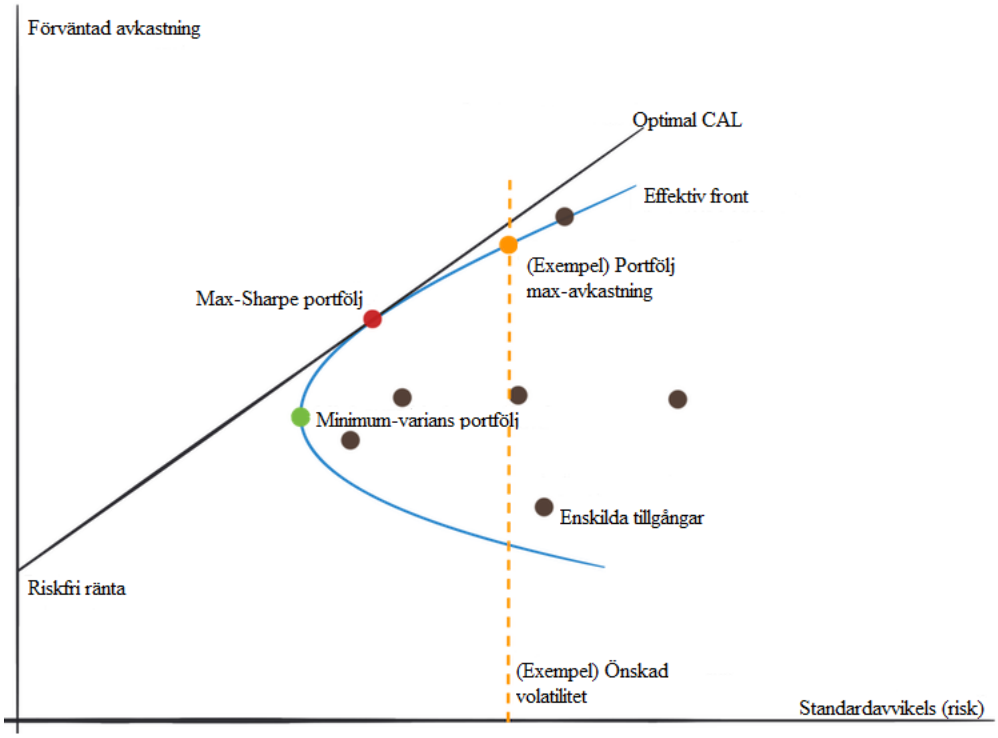
$E(r_P) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(r_i)$, s.t $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$

Där $E(r_i)$ = aktie i:s förväntade avkastning och w_i är vikten investerade i aktie i.

$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$, s.t $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$

Där σ_{ij} = $\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ vilket benämner kovariansen mellan aktie i och j och w_i är vikten investerad i aktie i samt w_j är vikten placerad i aktie j. Portföljens varians kan sättas lika med noll när $\rho_{ij} = -1$ och kommer maximeras när $\rho_{ij} = 1$ vilket betyder att så länge $\rho_{ij} < 1$ kan en portfölj bildas av tillgångarna i och j och då minska variansen gentemot att endast investera i en av tillgångarna.

När en optimal portfölj konstrueras enligt en mean-variance analys bestäms vikterna vanligtvis utifrån att maximera kombinationen av aktier ger högst överavkastning (r_i-r_f) i förhållande till risknivån. Steg nummer två är för investeraren utifrån sina preferenser välja hur mycket kapital som ska investeras i den riskfyllda Sharpe-maximerade portföljen och hur mycket som ska investeras i den riskfria tillgången. Det finns utifrån Markowitz (1952) effektiva front andra möjligheter att bestämma vikterna i den riskfyllda portföljen beroende på investerarens preferenser, så som en portfölj där variansen (risken) minimeras enligt, $\min_{w_i} \sigma_P^2 = X^T \Omega X$, s.t $\sum w_i = 1$. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.220–222) Figur ett nedan visar hur samma tillgångar att investera i kan kombineras för att skapa olika portföljer. Om alla investerare följer Markowitz mean-variance kriterium leder det till att alla investerare väljer att investera i en kombination av tangentportföljen (max-Sharpe portföljen) och den riskfria tillgången utifrån sina riskpreferenser. I sin tur om alla investerare investerar i samma portfölj (tangentportföljen) kommer den portföljen utgöra marknadsportföljen, vilket leder till Capital Asset Pricing Model. (Ibid)



Figur 1: Mean-variance front, Optimal CAL visar investerarens möjliga investeringar i kombinationen av tangentportföljen (max-Sharpe) och den riskfria tillgången. Exempel visar optimala portföljen vid en bestämd mängd risk.

I praktiken har Markowitz mean-variance analys från (1952) bemötts med mycket kritik. Många praktiker anser att modern portföljvalsteori inte är praktiskt och att förhållandet mellan inmatning och utmatning är osäkert. (Kolm, Tütüncü & Fabozzi, 2014) Philippe Jorion (1992) menar på att en portfölj konstruerad utifrån Markowitz (1952) mean-variance endast är en approximation av en riktig optimerad portfölj på grund av de estimeringsfel som uppstår. Richard O. Michaud (1989) menade redan innan Jorion att anledningen till att många praktiker inte ser på modern portföljvalsteori som teoretikerna gör är på grund av att mean-variance modellen tenderar att maximera effekterna av estimeringsfelen. Michaud (1989) drar slutsatsen att i många fall presterar en simpel 1/N strategi bättre än mean-variance optimering. DeMiguel et.al (2009) jämförde 14 optimerade modeller med en 1/N portfölj och precis som Michaud (1989) kom DeMiguel et.al fram till att 1/N portföljen presterar bättre då estimeringsfelen hos de optimerade portföljer är för stora samt att det behövs väldigt stora mängder data för att mean-variance ska fungera när kovariansmatrisen estimeras. I en senare studie kom författarna fram till att mean-variance analys faktiskt fungerar till skillnad från den i stycket ovan nämnda litteraturen samt att det räcker med endast 60 månader data för att estimera kovariansmatrisen (Allen, Lizieri & Satchell, 2019).

2.3 Indexmodeller

I artikeln av William Sharpe (1963) som utvecklade modellen beskrivs hur indexmodeller i praktiken fördelaktigt kan appliceras på Markowitz mean-variance analys. (Sharpe, 1963) Indexmodeller simplifierar estimeringen av kovariansmatrisen och delar upp risk i två delar, marknadsrisk (systematisk risk) och företagsspecifik risk. Indexmodeller förbättrar analysen av tillgångars riskpremie samt visar fördelarna och begränsningarna med diversifiering. Trots simplifiering är stora delar av indexmodeller i linje med Markowitz mean-variance förhållningssätt från 1952 och leder vidare till den senare teorin CAPM. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.256)

Huvudidén med en indexmodell är sådan att modellen antar att avkastningen hos olika aktier endast är kopplade genom förhållandet till någon simpel underliggande faktor. I formel ser förhållandet ut enligt följande, $R_i = \alpha_i + \beta_i I + e_i$. Där α_i och β_i är parametrar och e_i är en slumpmässig variabel med väntevärde 0. Slutligen i modellen avser I något index. (Sharpe, 1963)

För en portfölj av aktier är portföljens överavkastning det viktade medelvärdet av de enskilda aktiernas överavkastning. $R_p = \sum_{i=1}^{N} X_i R_i = \sum_{i=1}^{N} X_i(\alpha_i + \beta_i I + e_i)$, där X_i är vikten som är investerad i aktie i. Det går att se portföljens överavkastning som två delar eller separata investeringar. Den första delen blir en investering i aktiernas grundläggande egenskaper, den andra delen kan ses som en investering i indexet. Sammanlagt blir de två delarna portföljens överavkastning $R_p = \sum_{i=1}^{N} X_i(\alpha_i + e_i) + [\sum_{i=1}^{N} X_i \beta_i]I$. (Ibid.)

2.4 Capital asset pricing model (CAPM)

Capital asset pricing model eller CAPM är en teoretisk modell som utvecklats utifrån Markowitz artikel Portfolio management (1952). CAPM kom till åren 1964–1966 då separata artiklar av författarna Sharpe och Lintner publicerades. CAPM är en modell som bygger på att investeraren alltid optimerar sin portfölj enligt den portföljvalsteori Markowitz (1952) utvecklat. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.291) CAPM beror även på antaganden gjorda på investerarna samt marknaden:

1. Antaganden på individen
    a. Investerarna är rationella samt mean-variance optimerande.
    b. Investerarnas planeringshorisont sträcker sig en period.

   c. Investerarna har homogena förväntningar.
2. Antaganden på marknadens struktur
   a. Alla tillgångar är publikt handlade på en publik börs samt blankning är tillåten.
   b. All information är publik och tillgänglig för investerarna.
   c. Inga skatter förekommer.
   d. Det förekommer ej transaktionskostnader.

(Ibid, s.304)

Antagandena ovan betyder således enligt CAPM att alla investerare beter sig likadant då det alla agerar enligt mean-variance optimering och har tillgång till samma information som de beter sig rationellt utifrån. Det betyder det att alla investerare diversifierar sin portfölj så att det inte är möjligt att göra företagsspecifika överavkastningar utan det enda sättet att öka den förväntade avkastningen är att öka marknadsrisken. Därav kommer alla investerare vikta sina portföljer på samma sätt (tangentportföljen) vilket således kommer utgöra marknadsportföljen. (Ibid, s.293–297)

I stället för CAPM där alla investerare använder sig av Markowitz (1952) modell utifrån samma information, är ett annat perspektiv på CAPM som en modell på en ”single-index” marknad. Då möter investerarna i stället en marknad där aktiernas överavkastning är normalfördelade och följer en faktor systematiskt.

$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$

$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M)$

R_i = Avkastning – riskfri ränta (r_f)

$E(R_i)$ = Förväntad överavkastning för tillgång i

β_i = Tillgång i:s förhållning till marknadens överavkastning (tillgång i:s beta)

$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$, där $\sigma_{iM} = kovarians\ aktie\ i\ med\ marknaden$, $\sigma_M^2 = marknadens\ varians.$

e = residual

i = Tillgång i

M = Marknaden

För en portfölj P med N aktier (k = 1, 2, …, N-1, N) med vikterna w_k måste följande ekvation hålla:

$$E(R_P) = \sum_{k=1}^{N} w_k \alpha_k + \sum_{k=1}^{N} w_k \beta_k E(R_M) = \alpha_P + \beta_P E(R_M)$$

(Ibid, s.301–302)

Måttet/talet alfa kan användas för att jämföra portföljer. Alfat är en siffra som uppstår när en tillgång eller en portfölj regresseras på ett index eller en annan referensinvestering. Alfat kommer från antagandet att en tillgångs/portföljs förväntade avkastning antas följa en referensinvesterings förväntade avkastning i förhållandet av en koefficient (β) med ett intercept (α) som kan ses som skillnaden mellan den rättvisa och den faktiska förväntade avkastningen. Alfa måttet går även att tolka som avkastningen en investering presterar när referensinvesteringen inte avkastar något alls (0%). (Ibid, s.260, 299) Alfat kan beräknas som Jensens alfa myntat av Michael C. Jensen 1968 enligt $\alpha_i^J = r_i - [r_f + \beta_M(r_M - r_f)]$, där α_i^J = Jensens alfa för investering i, r_i = avkastningen för investering i, r_f = den riskfria räntan, β_M = betavärde för marknadsportföljen (referensportföljen), r_M = avkastningen för marknadsportföljen (referensportföljen).

2.5 Kovarians och korrelation

Att estimera risken är centralt inom finansiell ekonomi. Risken estimeras som variansen eller standardavvikelsen. När en portfölj konstrueras behövs ett estimat för portföljens varians (risk). Standardavvikelse (σ_i) är ett mått som kan ses som spridningen som uppstår runt det förväntade utfallet hos en tillgång eller en portfölj av tillgångar. Avkastningarnas standardavvikelse är ett riskmått vilket definieras som kvadratroten av variansen. Variansen beräknas som det förväntade värdet av de kvadratiska avvikelserna från den förväntade avkastningen. Således ger variansen och standardavvikelsen ett mått på osäkerheten av utfallet. I formel ser standardavvikelsen ut på följande vis:

$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{t=1}^{n} (r_t - \bar{r})^2}$. Där $t = 1, \ldots, n$

n = antal observationer

r_t = avkastning under tid t

$\bar{r}$ = Genomsnittlig avkastning (förväntad avkastning)

(Bodie, Kane & Marcus, 2014, s.133)

För att ta reda på portföljens varians behövs även estimat på hur de underliggande aktierna i portföljen förhåller sig till varandra när det kommer till risk, vilket estimeras genom kovarians och korrelation. Kovarians vilket betecknas σ_{ij} är ett bra sätt att sätta siffror på två tillgångars samvariation. Kovarians beräknas som produkten av två tillgångars avvikelse från medelvärdet. Om de två tillgångarna inte har någon samrörelse alls beroende på att positiva och negativa produkter sinsemellan är lika sannolika, är tillgångarnas kovarians $\sigma_{ij} = 0$. Om tillgång i har en negativ avvikelse samtidigt som tillgång j har en positiv avvikelse är produkten av avvikelserna negativ och kovariansen är då också negativ. Motsatt om tillgång i har en positiv avvikelse och tillgång j på samma gång har en positiv avvikelse blir produkten positiv och kovariansen är därmed också positiv. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.253)

För att beräkna kovariansen utifrån data på avkastningarna för N tillgångar över M tidsperioder används följande formel:

$$Cov(r_i, r_j) = \sigma_{ij} = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(r_{it} - \overline{r_i})(r_{jt-}\overline{r_j}),\ i, j = 1, \dots, N$$

Där $\overline{r_i} = \frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} r_{it},\ i = 1, \dots, N$ är medelvärdet av tillgång i:s avkastningar över alla tidsperioder och r_{it} avser avkastningen för tillgång i under tidsperioden t och $t = 1, \dots, M$. (Benninga, 2014 s.251)

Korrelation vilket benämns ρ_{ij} är ett mått vilket sträcker sig mellan -1 och 1 som en standardisering på måttet kovarians (σ_{ij}). Extremerna -1 och 1 av korrelationsmåttet ses som perfekt negativ korrelation respektive perfekt positiv korrelation. När korrelationen antar värdet -1 respektive 1 så förhåller sig de underliggande tillgångarna exakt motsatt respektive exakt likadant med varandra. Således vid $\rho_{ij} = 1$ om den ena tillgången ökar med 1% kommer den andra tillgången öka med 1% respektive vid $\rho_{ij} = -1$ om den ena tillgången ökar med 1% kommer den andra tillgången minska med 1%. Ett tredje intressant värde är ρ=0 då tillgångarna inte samvarierar på något sätt och således inte är beroende av varandras utveckling över huvud taget. (Byström, 2014)

$Corr(r_i, r_j) = \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.254)

2.6 Linjär algebra för portföljval

För att kunna konstruera effektiva portföljer är det nödvändigt att i beräkningarna använda varians-kovariansmatriser. Kovariansmatrisen tas fram utifrån data på tillgångarnas avkastningar genom linjär algebra. Första steget för att ta fram kovariansmatrisen är att skapa matrisen som kallas för A. Matrisen A är en matris över alla avkastningar (r_{it}) subtraherat med medelvärdet av avkastningarna ($\overline{r_i}$) för tidsperioder t=1,…,M i raderna och vardera tillgång i=1,…,N i kolumnerna. Vidare för att ta fram kovariansmatrisen Ω används formeln $\Omega = [\sigma_{ij}] = \frac{A^T * A}{M-1}$, där A^T är matrisen A transponerad och M är antalet tidsperioder i datasetet. (Benninga, 2014 s.251–252)

Kovariansmatrisen har två framstående användningsområden inom portföljvalsteori men kan användas för att ta fram variansen/standardavvikelsen för vilken portfölj som helst. Det första viktiga användningsområdet är att använda matrisen för att hitta den *globala minimum varians portföljen (GMVP).* GMVP är den portföljen med lägst varians (risk) inom valet av aktier som är tillgängliga. Det andra användningsområdet för varians matrisen är att ta fram effektiva portföljer i linje med ”Portfolio Selection” av Markowitz (1952). Lösningen till att hitta GMVP är att hitta viktvektorn X så att portföljens varians σ_P^2 minimeras → $\underset{X}{\mathrm{Min}}\ \sigma_P^2 = X^T \Omega X$, s.t $X^T e = 1$. Där e är en vektor av n stycken 1:or. För att ta fram vektorn X av vikterna x används följande formel $X = \frac{\Omega^{-1} e}{e^T \Omega^{-1} e}$, där Ω^{-1} är inversen av matrisen Ω. (Ibid, s.290–293)

För att konstruera effektiva optimerade portföljer där målet är att maximera förväntad avkastning i förhållande till risk eller med andra ord maximera Sharpekvoten, $\max_x S_P = \frac{E(r_x) - r_f}{\sigma_P}$, s.t $\sum x_i = 1$ där $E(r_x) = x^T R = \sum_{i=1}^{N} x_i E(r_i)$, R är en vektor med avkastningar r_i, i=1,…,N och $\sigma_P = \sqrt{x^T \Omega x} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}}$. (Ibid. s.291) För att hitta viktvektorn X är första steget att definiera en vektor dR av överavkastningar, $dR \stackrel{\text{def}}{=} R - r_f e$. Lösningen för X följer från formeln: $X = \frac{\Omega^{-1} dR}{e^T \Omega^{-1} dR}$. Viktvektorn X ger då vikterna för en portfölj konstruerad så att Sharpekvoten maximeras där blankning är tillåten. (Ibid, s.234)

För att hitta den optimala portföljen där blankning inte är tillåten krävs ett annat tillvägagångssätt än formlerna presenterade ovanför. I en portfölj där endast långa positioner tillåts och som optimeras utifrån Sharpekvoten, $\max_{x} S_P = \frac{E(r_x)-r_f}{\sigma_P}$, eller som konstrueras för att minska variansen $\underset{X}{\mathrm{Min}}\ \sigma_P^2$, så att $\sum x_i = 1$ samt $x_i \geq 0, i = 1, \ldots, N$ så används en numerisk lösning i stället för en analytisk. (Ibid, s.292–293)

2.7 Överavkastning

Överavkastning även benämnt riskpremie eller på engelska *excess return* används återkommande inom finansiell ekonomi när det kommer till portföljvalsteori. En akties förväntade avkastning ($E(r_i)$) utgörs av två delar den riskfria räntan (r_f) och en riskpremie ($E(R_i)$) (överavkastningen) så att $E(r_i) = r_f + E(R_i)$. Således även betyder att överavkastningen ($E(R_i)$) blir $E(R_i) = E(r_i) - r_f$. $E(r_i)$ är den förväntade avkastningen som en tillgång eller en portfölj genererar och r_f är den riskfria räntan. Den riskfria räntan utgörs i fallet för Sverige som räntan en investerare får vid en investering i en statsskuldsväxel (SSVX). En statsskuldsväxel är inte helt utan risk. Dock anses risken vara så pass liten att den korta statsskuldsväxeln anses kunna utgöra den riskfria räntan. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.159–160)

Ett mått som används för att avgöra en portföljs prestation är den kumulativa avkastningen (I studien kumulativ överavkastning) vilken kan beräknas som produkten av 1+avkastningen för alla avkastningar. Formeln för den kumulativa avkastningen ser ut som följande: $R_p^K = \sum_{t=1}^{T}\left(1 + R_{p,t}\right)\left(1 + R_{p,t+1}\right) \ldots (1 + R_{p,T})\,, t = 1, 2, \ldots, T$, där R_p^K är en portföljs kumulativa avkastning och $R_{p,t}$ är överavkastningen för den portföljen vid tid t. Den kumulativa avkastningen även ibland kallat den totala avkastningen är den avkastning en portfölj genererar åt investeraren under hela ägandetiden. (Bodie, Kane & Marcus, 2014)

2.8 Blankning

Till skillnad från att köpa en aktie och sedan sälja den går det att blanka en aktie vilket kan ses som att göra det motsatta till ett vanligt aktieköp. Ett vanligt köp av en aktie kallas att ta en lång position i aktien. Att blanka eller att ta en kort position i en tillgång betyder att investeraren lånar tillgången som säljs direkt och sedan köper samma tillgång vid ett senare tillfälle och lämnar tillbaka den. Att blanka en tillgång betyder således att investeraren tjänar på att priset på tillgången sjunker. (Bodie, Kane & Marcus, 2014 s.80) När blankning är möjligt under Markowitz (1952) modell för portföljoptimering kommer en portfölj med endast en tillgång aldrig vara effektiv och således leder diversifiering till en portfölj med högre förväntad avkastning och lägre risk. (Ibid, s.220) Dock i många fall är investeraren begränsad när det kommer till möjligheten att blanka aktier. Således i en situation där blankning ej är möjlig behöver också portföljen optimeras utifrån restriktionen att blankning inte är tillåten. (Ibid s.249)

2.9 Prediktion

Prediktion eller på engelska forecasting är en metod som kan användas för att ta fram estimat på framtida värden utifrån historiska värden. Den kan vara svårt att välja vilken modell som ska användas för prediktion och valet av modell kan spela stor roll på estimatens precision. Det finns ingen enskild metod för prediktion som är strikt bättre än alla andra metoder. Hur prediktionen bör utföras beror på variabeln som ska estimeras/predikteras. (Elliott & Timmermann, 2016)

Att kunna prediktera portföljavkastningar är användbart både för akademiker samt praktiker inom finansiell ekonomi. Portföljval kräver i praktiken prediktioner av framtida aktieavkastningar och bättre prediktioner leder till att portföljen presterar bättre. Många tidigare studier visar på att portföljer som är konstruerade utifrån prediktioner ofta presterar sämre än simplare konstruerade portföljer som baseras på en passiv köp och behåll strategi. Att predicera aktieavkastningar har tidigare visat sig vara svårt då det är problematiskt att fånga fluktueringar i aktieavkastningar vilka beskrivits som en *random walk*. På senare tid har dock nya studier visat på att vissa tillvägagångssätt för prediktering fungerar bättre än vad tidigare studier kommit fram till. (Elliot & Timmermann, 2013 s.330–338)

3. Data

3.1 Datainsamling

Den data som behövdes för undersökningen var aktiekurserna för samtliga aktier under den bestämda tidsperioden 1/1-05 till 31/12-21. Aktieprisdata hämtades från Swedish House of Finance databas FinBas. I appendix 1 presenteras bolagen som ingår i OMXS25. För de 25 bolagen hämtades de månatliga aktiepriserna justerade för vissa företagshändelser så som aktiesplit och utdelningar så att aktiepriserna är jämförbara över tid. Vidare för att kunna utföra undersökningen behövdes även data på den riskfriaräntan under tidsperioden. För den riskfria räntan används ett värdepapper med en löptid vilket motsvarar horisonten för predikteringarna. Den riskfria räntan utgörs därför av räntorna som fås av svenska statsskuldsväxlar med 30 dagars löptid (SSVX30). Data över SSVX30 räntorna hämtades uttryckta på årsbasis från Riksbankens hemsida.

Eftersom studien utgår ifrån det index som i studien kallas OMXS25 behövdes data på de aktier som ingår i indexet. Just dessa 25 aktier valdes eftersom de tillhör OMXS30, ett välkänt svenskt index vilket är det mest handlade indexet på Nasdaq Nordic (Nasdaq OMX Nordic – utbildning, 2022). Alla 30 aktier på OMXS30 valdes inte eftersom endast de 25 som ingår i denna studie har funnits noterade på stockholmsbörsen sedan innan 1 jan 2005 eller tidigare och således finns tillgång till historisk data som behövs i undersökningen. Viktigt att belysa är att de aktier som studien baseras på är selekterade för att göra studien möjlig. I och med att aktierna är selekterade kan det ge upphov till selektionsbias. Även att bolagen som aktierna i studien tillhör har funnits länge och vilka är väletablerade svenska bolag på Stockholmsbörsen kan ge upphov till överlevnadsbias. Att just de 25 bolagen i OMXS25 valts har dock ingen påverkan på resultaten i studien. Bolagen är inte de som undersöks eftersom studien avser att undersöka om modern portföljvalsteori kan användas som strategi för att slå en naivt diversifierad portfölj så är det endast portföljernas modellering som undersöks.

Den data som har inhämtats kommer från trovärdiga aktörer. Data för aktiepriser är som nämnt inhämtad från Swedish House of Finance vilket är ett svenskt forskningscentrum som en del av Stockholms Handelshögskola. Swedish House of Finance är en icke vinstdrivande organisation som rankas på fjärde plats i Europa av Washington University. (Swedish House of Finance) Datan anses därför vara äkta och upprättad trovärdigt. Den data som inhämtats för den riskfria räntan kommer från Sveriges riksbank vilket är en svensk myndighet. Swedish

House of Finance och Riksbanken får anses vara trovärdiga källor som uppger korrekt information.

3.2 Beräkningar på data

Aktiepriserna beräknas om till aktieavkastningar genom följande formel och dess notation:

$r_{i,t} = \frac{P_{i,t}-P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$, där

$P_{i,t} = Aktiepris\ vid\ tid\ t\ för\ aktie\ i, t = 1, \dots, M, i = 1, \dots, N$

$P_{i,t-1} = Aktiepris\ vid\ tid\ t-1\ för\ aktie\ i, t = 1, \dots, M, i = 1, \dots, N$

Den data som inhämtats för riskfria räntan är uttryckt som årsränta. För att kunna använda den riskfria räntan behövdes räntorna för statsskuldsväxlarna med 30 dagars löptid uttryckta på årsbasis beräknas så att de är uttryckta på månadsbasis. Den beräkning som gjorts var därav att dividera räntorna uttryckta på årsbasis med 12 för att få månadsräntan. $\frac{r_f^{årsränta}}{12} = r_f^{månadsränta}$. Räntan var även uttryckt i procentenheter och därför dividerades $r_f^{månadsränta}$ med 100 för att få räntan uttryckt i decimalform. I studien benämns den riskfria räntan som månadsränta med notationen r_f.

4. Metod

4.1 Övergripande metod

Tidsperioden i studien delas upp i två delar den första delen är en estimeringsperiod med data som sträcker sig från 1 januari 2005 till 31 december 2011. Estimeringsperioden används för att estimera inputdatan, förväntad avkastning samt kovariansmatrisen vilket lägger grunden för efterföljande prediktion. Aktiernas förväntade avkastningarna skattas som de genomsnittliga månadsavkastningarna för vardera aktie. Varians-kovariansmatrisen estimeras utifrån den historiska datan över aktieavkastningarna. Den andra perioden 1 januari 2012 till 31 december 2021 är perioden då prediktionen av portföljvikterna utförs. I studien konstrueras fem portföljer varav en av portföljerna är en likaviktad 1/N portfölj vilken används som referensportfölj för vidare analys. Prediktionen utförs för alla fem portföljers vikter vid varje månad i den andra tidsperioden för att sedan ta fram portföljavkastningen utanför urvalet. Portföljerna konstrueras utifrån aktierna tillhörande de 25 bolag vilka ingår i det för indexet som i studien benämns OMXS25. För att kunna svara på frågeställningen och uppnå syftet med studien undersöks huruvida det går att hitta alfan och skillnad i Sharpekvot för de optimerade portföljerna när den likaviktade portföljen används som referensportfölj.

4.2 Prediktionen

För att utföra studien användes prediktion för att undersöka portföljerna. Prediktionen gjordes för att ta fram portföljernas vikter $t + 1$ över tio år vilket är 120 perioder av prediktering utifrån aktiernas månatliga avkastningar. Efter varje predikterad period viktades portföljerna om enligt den nya inputdata som uppstår av tidigare data samt den nya introducerade datan vid $t + 1$ som följer av att prediktionens horisont flyttas fram en period (en månad).

Prediktionen utförs så att vikterna estimeras vid tid t och sedan används de estimerade vikterna för att ta fram portföljens avkastning vid t+1 genom att introducera aktieavkastningarna en period framåt i tiden från den data som inhämtats. Således för första prediktionen estimeras vikterna för portföljerna utifrån den historiska datan mellan första månaden 2005 till sista månaden 2011, den beräknade viktvektorn appliceras sedan på vektorn för aktieavkastningarna för nästa efterföljande månad (januari 2012). Nästa prediktion görs så att en månad läggs till för att estimera vikterna (alla månader 2005–2011 + januari 2012) och en ny viktvektor estimeras för vardera portfölj och appliceras i sin tur på nästkommande månad aktieavkastningar (februari 2012). Processen upprepas automatiserat i RStudio tills 120 prediktioner är utförda och alla fem portföljer har en tidsserie portföljavkastningar över 120 månaders tid.

4.3 Utvärdering av portföljer?

CAPM är en av modellerna som används för att undersöka om de optimala portföljerna som konstruerats enligt modern portföljvalsteori utifrån de två modellerna max-Sharpe och minimum-varians kan slå 1/N portföljen. CAPM används för att undersöka om de fyra konstruerade portföljerna kan producera positiva alfan med 1/N portföljen som referens. I formel ser det ut på följande vis: $\widehat{R_p} = \alpha_p + \beta_p \widehat{R_{\frac{1}{N}}} \Leftrightarrow \alpha_p = \widehat{R_p} - \beta_p \widehat{R_{\frac{1}{N}}}$. Där $\widehat{R_p}$ är portföljens estimerade överavkastning, β_p portföljen betavärde, $\widehat{R_{\frac{1}{N}}}$ är referensportföljens estimerade överavkastning och slutligen α_p är portföljens alfa. I formeln är p generellt för de fyra optimerade portföljerna (ej 1/N portföljen) som undersöks och resultaten är presenterade i kapitel fem. För att testa signifikansen av alfa hos de olika portföljerna testas alfa statistisk om det är skilt från noll genom hypotesprövning. Alfan togs fram genom linjär regression där de optimerade portföljerna regresserades på 1/N portföljen. För att testa ifall alfa hos de fyra optimerade portföljerna är statistiskt skiljt från noll används ett t-test. T-testet utförs genom regressionsanalysen som görs i programmet R. T-testet utförs så att ett t-värde beräknas genom att beräkna koefficienten dividerat på standardfelet $\frac{\alpha_i}{s.e(\alpha_i)}$. Även ett kritiskt t-värde $\Pr(> |t|)$ beräknas genom att ta $t_{\alpha/2}$ för en t-distribution med n-k-1 frihetsgrader. Även ett p-värde beräknas för de fyra optimerade portföljernas alfan vilket lätt kan jämföras med önskad signifikansnivå där $p < p_{crit}$ betyder att nollhypotesen förkastas och p_{crit} är den önskade signifikansnivån. P-värdet återfås genom den kumulativa fördelningsfunktionen (cdf) utifrån samma fördelning som t-testet baseras på. P-värdena som används i studien fås genom den linjära regressionen som görs i programmet R. Hypotesprövningen görs utifrån nollhypotesen $H_0: \alpha = 0$, gentemot mothypotesen $H_A: \alpha \neq 0$.

Ett annat mått som används för att jämföra de fyra optimerade portföljerna med 1/N portföljen är Sharpekvot. Sharpekvoten mäter portföljens genomsnittliga avkastning i förhållande till portföljens risk över de 120 månaderna i undersökningen. Sharpekvoten beräknas ex post prediktionen av portföljvikterna för att mäta portföljernas förhållande mellan avkastning och risk och undersöka om de optimerade portföljerna presterat bättre än referensportföljen.

För att testa om det finns någon statistisk signifikant skillnad mellan Sharpekvoterna hos de optimerade portföljerna och referensportföljen utfördes hypotesprövning. Hypotesprövningen utfördes utifrån den modell som Ledoit och Wolf presenterade 2008. Ledoit och Wolfs test fungerar bättre än ett Jobson & Korkie test som ofta används. Ledoit och Wolfs test fungerar bättre vid hypotesprövning för aktieportföljer då aktieavkastningar inte följer en vanlig normalfördelning utan i stället har tjockare svansar. Ledoit och Wolfs test fungerar även bättre för hypotesprövning när objektet är en tidsserie. (Ledoit & Wolf, 2008) Härledningen av Ledoit och Wolfs hypotesprövningsmodell (2008) följer här efter. Testet bygger på två investering-strategiers (i och n) överavkastning vid tid t som benämns $r_{ti},\ r_{tn}$. Totalt återges T stycken observerade par av överavkastningar $(r_{ti}, r_{tn})', \dots, (r_{Ti}, R_{Tn})'$. Dessa överavkastningars följer en fördelning som ej ändras över tid med en vektor av medelvärden μ och en kovariansmatris ∑ enligt följande:

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_i \\ \mu_n \end{pmatrix}, och \sum = \begin{pmatrix} \sigma_i^2 & \sigma_{in} \\ \sigma_{in} & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

De vanliga medelvärdena och varianser från urvalet benämns $\hat{\mu}_i, \hat{\mu}_n\ och\ \hat{\sigma}_i^2, \hat{\sigma}_n^2$. Den estimerade skillnaderna mellan Sharpekvoterna som ska testas fås genom följande:

$\hat{\Delta} = \widehat{Sh_i} - Sh_n = \frac{\widehat{\mu_i}}{\widehat{\sigma_i}} - \frac{\widehat{\mu_n}}{\widehat{\sigma_n}}$ (i resultatkapitlet definieras $\hat{\Delta} \equiv d$).

Modellen bygger på ytterligare antaganden som ej tas upp här i studien, se Ledoit och Wolf (2008).

I studien används en student-bootstrap metod (studentized bootstrap method) för att beräkna de observerade p värdet utifrån Ledoit och Wolfs (2008) modell för hypotesprövning av skillnader i Sharpekvoter. Ledoit och Wolf skriver att en bootstrap metod är att föredra när urvalets storlek är litet till medelstort och är den metod som används i studien. Hypoteserna som testas är nollhypotesen $H_0\colon \Delta = 0$, mot den alternativa hypotesen $H_A\colon \Delta \neq 0$. I studien utfördes hypotesprövningen i Rstudio.

4.4 R

R är ett programmeringsspråk som har stora fördelar när det kommer till att utföra åtaganden som kräver mycket beräkningar. Mjukvaran R är en öppen programvara och medför därmed ingen kostnad för användaren. R har en omfattande mängd användare och ett stort bibliotek av utvecklade paket som kan implementeras för smidigare användning av programvaran. (R-project.org) För utförandet av studien används R studio som passar väl för ändamålet. Paketen möjliggör användningen av flera anpassade funktioner utöver de basfunktioner som redan finns inkluderade i R. I studien används flera paket vilka underlättat undersökningen. Paketet RiskPortfolios är skapat av Ardia et al. (2017a). Paketet används för att skapa portföljer utifrån någon riskbaserad modell. I undersökningen används paketet för att ta fram vikterna för de optimerade portföljerna. Paketet RiskPortfolios innehåller även funktioner för att estimera kovarianmatriser och förväntad avkastning. Paketet stargazer av Hlavac, Marek (2022) används för att formatera tabeller utifrån regressionsanalys: I studien används paketet stargazer för att sammanställa den linjära regressionsanalysen som görs för att undersöka de olika optimerade portföljernas alfa. Ett ytterligare paket som används i undersökningen är readr. Den senaste versionen av paketet är skapat av Wickham et al. (2022) och används för att läsa in data. Paketet readr är ett smidigt sätt att läsa in rektangulära data och används i studien för att läsa in den data som inhämtats och läses in i R som ’csv’ format. Ett paket som varit användbart för undersökningen är paketet xtable. Paketet xtable är skapat av David Dahl (2019) och används för att skriva om olika R objekt till LaTeX kod vilket möjliggör formatering av tabeller. I paketet Peer Performance av David Ardia (2022) finns funktionen sharpeTesting som används i undersökningen. Funktionen sharpeTesting utför de beräkningar som behövs för hypotesprövningen i enlighet med Ledoit och Wolf (2008) som är den metod som använts i studien.

4.5 Portföljerna

Som angivet ovan har totalt fem portföljer konstruerats utifrån aktierna i indexet OMXS25. Fyra optimerade portföljer har konstruerats och sedan analyserats i förhållande till referensportföljen som är konstruerad till att vara en likaviktad portfölj.

4.5.1 1/N portföljen

Referensportföljen som är konstruerad enligt vad DeMiguel et.al (2009) kom fram till att vara den bästa portföljen således är vikterna 1/N. Att ta fram vikterna för 1/N portföljen är simpelt och kräver endast investerarens insikt i vad N är. I denna studie är N = 25 vilket producerar vikterna $w_i = \frac{1}{25} = 0{,}04.\ i = 1, \dots ,25$. Vikten 0,04 betyder att 4% av investerarens kapital investeras i vardera av de 25 aktierna. Vid varje tidpunkt då portföljen viktas om stannar vikterna konstanta på $w_i = 4\%$ och portföljen viktas om så att likheten stämmer.

1/N portföljen används som referensportfölj för att undersöka om DeMiguel et.al (2009) har rätt i att 1/N portföljen är bättre än portföljer konstruerade utifrån en mean-variance regel. Den naiva portföljen har även andra fördelar som gör den lämplig som referensportfölj. Dels är 1/N portföljen lätt att använda då den inte kräver någon estimering av aktieavkastningarnas moment. Den naiva diversifieringen av portföljer kräver inte heller någon form av optimering. (DeMiguel, Garlappi & Uppal, 2009)

4.5.2 Max-Sharpe portföljen

Den första portföljen som undersöks ifall den kan slå den likaviktade 1/N portföljen är en portfölj konstruerad utifrån mean-variance analys. Portföljen konstrueras så att vid varje viktning är den förväntade avkastningen maximerad i förhållande till risknivån (standardavvikelsen). För att uppnå att vikterna i varje aktie maximerar avkastning-risk förhållandet bestäms vikterna så att portföljen Sharpekvot maximeras givet att summan av alla vikter summeras till 1. Således vid varje period portföljen kan vikterna i max-Sharpe portföljen skilja sig åt till skillnad från 1/N portföljen där vikterna hålls konstanta.

Portföljens vikter beräknas analytisk vid varje period med hjälp av linjär algebra. En vektor X av vikter x_i erhålls genom formeln $X = \frac{\Omega^{-1} dR}{e^T \Omega^{-1} dR}$ (se avsnitt 2.6). De erhållna vikterna i vektorn X ger lösningen till maximeringsproblemet $\max_x S_P = \frac{E(r_x) - r_f}{\sigma_P}$ givet att $\sum x_i = 1$. I denna portfölj tillåts blankning vilket betyder att vikterna w_i kan vara både positiva och negativa givet att alla vikter summerar till 1.

4.5.3 Max-Sharpe portföljen med restriktion på blankning

Som tidigare nämnt är vissa investerare begränsade i hur de kan använda sig av blankning. Därav undersöks även hur en max-Sharpe portfölj utan blankning presterar i förhållande till referensportföljen.

Max-Sharpe portföljen utan blankning tas fram numeriskt genom att R genom paketet RiskPortfolios får optimera vikterna enligt maximeringsproblemet $\max_x S_P = \frac{E(r_x) - r_f}{\sigma_P}$ givet $\sum x_i = 1$ samt $x_i \geq 0, i = 1, \dots, N$. Denna portfölj kan således endast bestå av positiva vikter.

4.5.4 Minimum-varians portföljen

Minimum-varians konstrueras så att portföljens varians är så liten som möjligt och är en av portföljerna på Markowitz mean-variance front. Portföljen konstrueras utifrån ett minimeringsproblem $\underset{x}{\text{Min}}\ \sigma_P^2$ där vikterna x optimeras så att variansen minimeras. Vikterna erhålls analytiskt genom linjär algebra enligt formeln $X = \frac{\Omega^{-1}e}{e^T\Omega^{-1}e}$ givet att $\sum x_i = 1$ (se avsnitt 2.6). Genom formeln erhålls viktvektorn X med vikterna x_i vilka kan anta värden som är positiva eller negativa.

4.5.5 Minimum-varians portföljen med restriktion på blankning

Den sista portföljen är en portfölj konstruerad så att variansen minimeras med restriktionen att blankning inte är tillåten. Precis som för max-Sharpe portföljen utan blankning beräknas vikterna numeriskt med hjälp av R. Portföljens vikter tas fram utifrån minimeringsproblemet $\underset{x}{\text{Min}}\ \sigma_P^2$ givet $\sum x_i = 1$ samt $x_i \geq 0, i = 1, \dots, N$. Således är denna portfölj konstruerad så att alla vikter antar positiva värden.

4.5 Portfölj notation

Nedan presenteras notation/förkortningar för de fem ovan presenterade portföljerna.

Portfölj notation

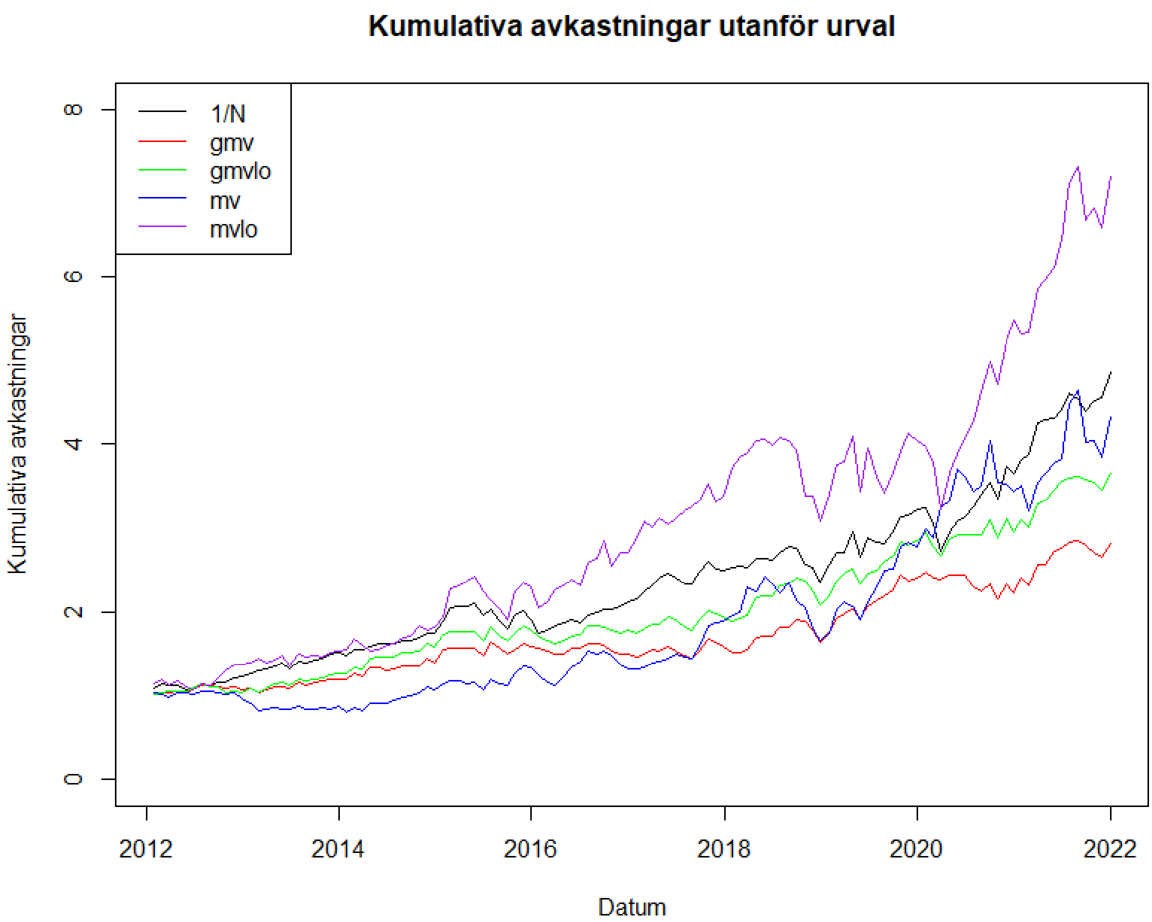
Portfölj	Notation
Likaviktad 1/N	1/N eller 1N
Max-Sharpe	mv
Max-Sharpe utan blankning	mvlo
Minimum-varians	gmv
Minimum-varians utan blankning	gmvlo

Tabell 1: Portföljernas notation.

5. Resultat

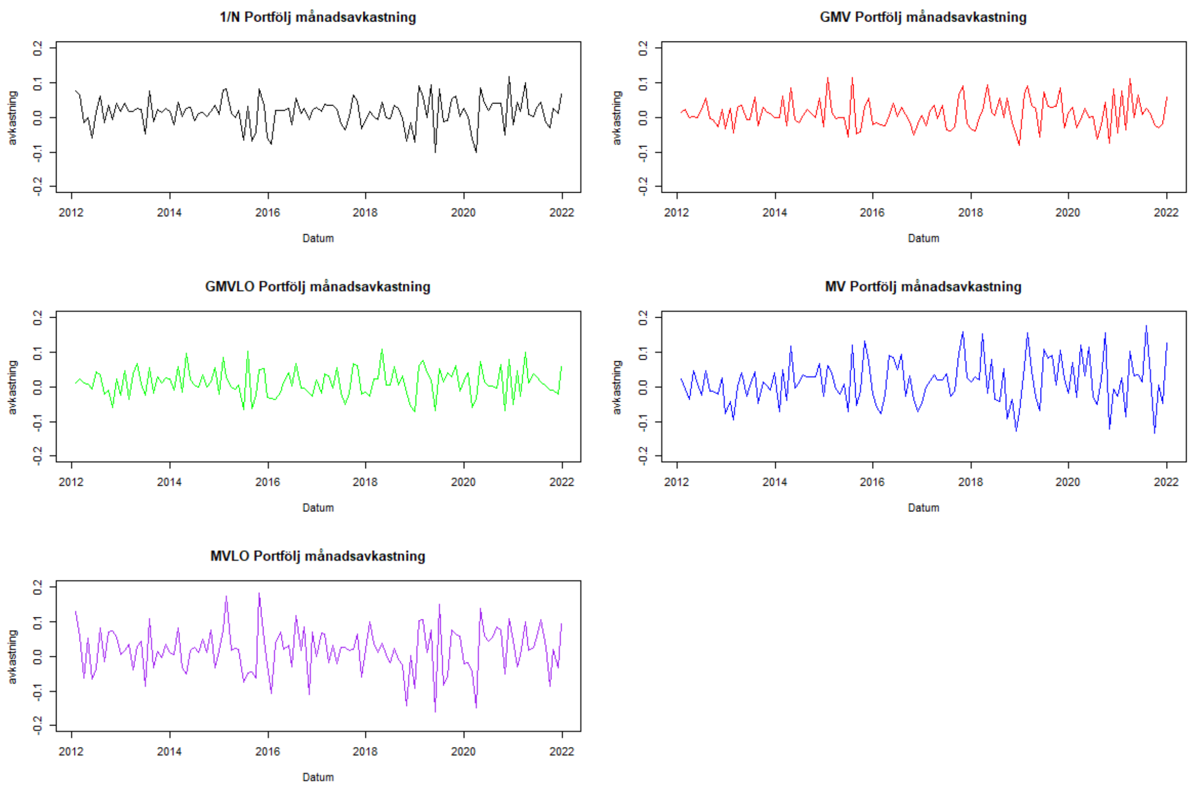
Alla resultat baseras på överavkastningar, $R_i = r_i - r_f$ således vidare används ordet avkastning som då syftar på överavkastning. Resultaten som presenteras är baserade på de avkastningarna utanför urval som följer av att portföljvikterna predikterats från historiska data och applicerats på de verkliga aktieavkastningarna.

Det första resultatet är den kumulativa avkastningen hos portföljerna. Den kumulativa avkastningen på slutdagen är den totala avkastning som portföljer presterat för investeraren under hela innehavstiden. Figuren nedan visar den kumulativa avkastningen som följer formeln: $R_p^K = \sum_{t=1}^{T}(1 + R_{p,t})(1 + R_{p,t+1}) \dots (1 + R_{p,T})\, , t = 1, 2, \dots, T$ där $R_{p,t}$ är portföljen p:s överavkastning vid tid t.



Figur 2: Kumulativ avkastning för de fem portföljerna mellan jan 2012 och dec 2021.

Det går att utläsa att portföljernas avkastning skiljer sig åt. Den lägsta avkastning återges i portföljen som konstruerats för minimerad varians när blankning tillåts och uppgick till ungefär 281%. Den högsta kumulativa avkastningen uppnåddes genom portföljen som konstruerats utifrån att maximera Sharpekvoten utan blankning, som presterade en kumulativ avkastning på ungefär 720% åt investeraren. Den naivt diversifierade portföljen är den portfölj som presterade näst bäst när det kommer till kumulativ avkastning på ca 487% och slogs endast av den bäst presterande portföljen. Det går även att utläsa att de två portföljerna där blankning tilläts presterade sämre än de två portföljer där blankning inte tilläts samtidigt som portföljerna konstruerades utifrån samma övergripande modell i övrigt (blankning/ej blankning). Max-Sharpe portföljen utan blankning presterade en kumulativ avkastning på ca 434% och minimum-varians portföljen utan blankning presterade ca 365%. Vid jämförelse av rörelsen i upp och nedgångar mellan de två Sharpe-maximerande portföljerna och de två varians-minimerande portföljerna är de sistnämnda portföljernas rörelse mer jämna och påvisar lägre volatilitet. De Sharpe-maximerande portföljer påvisar högre volatilitet och är mer benägna för större uppgångar och nedgångar.



Figur 3: De fem portföljernas månads-avkastning över hela tidsperioden.

Figur tre visar fem grafer som var och en beskriver portföljernas faktiska månadsavkastning under tidsperioden januari 2012 till december 2021. På y-axeln sträcker sig värdena från -0,2 till 0,2 eller -20% till 20%. Figur två till skillnad från figur ett visar förändringen hos portföljerna över tid utan att ta i beaktning vad som hänt tidigare. Således säger figur tre inget om total avkastning eller ”tjänade pengar” över innehavstiden utan endast hur portföljen utvecklas i just den punkten (månaden). Figur två och figur ett hänger dock självklar ihop eftersom de beskriver samma portföljavkastningar på två olika sätt. De båda portföljerna där Sharpekvoten maximeras visar på högre uppgångar och nedgångar medan minimum-varians portföljerna har lägre upp och nedgångar.

Den genomsnittliga månadsavkastningen är summan av alla 120 månadsavkastningar dividerat med de 120 månaderna, $\frac{1}{120}\sum_{t=1}^{120} R_{i,t}$. Efter beräkningar på vad de olika portföljerna som i genomsnitt avkastat över de 120 månaderna så har de fem portföljerna avkastar i genomsnitt ungefär mellan 0,95% till 1,86%. De två varians minimerade portföljerna avkastar minst där portföljen utan blankning i genomsnitt avkastar 1,2% per månad, cirka 0,2 procentenheter mer än den där blankning tillåts (0,95%). De två portföljer där Sharpekvoten maximeras avkastar mest och portföljen utan blankning avkastar drygt 0,4 procentenheter mer (1,86%) än den Sharpe-maximerade portföljen som tillåter blankning vilken i genomsnitt avkastar 1,43%. 1/N portföljen har en genomsnittlig avkastning som ligger emellan de två olika strategierna på 1,41% för de optimerade portföljerna och avkastar i genomsnitt nästan lika mycket som den Sharpe-maximerade portföljen med tillåten blankning. Båda två portföljerna som ej tillåter blankning överpresterar deras motpart som tillåter blankning när det kommer till genomsnittlig avkastning.

Standardavvikelse	
portfölj	SD månad
gmv	0.040950
gmvlo	0.039776
mv	0.064014
mvlo	0.064331
1/N	0.041475

Tabell 2: De fem portföljernas månatliga standardavvikelse

Tabell två presenterar standardavvikelsen hos portföljernas överavkastning för de 120 månaderna. De varians-minimerade portföljerna uppvisar lägst standardavvikelse vilket är målet med modellen. Således gjorde de predikterade vikterna hos GMV och GMVLO portföljen att de två portföljerna har lägre volatilitet i relation till de övriga portföljerna. Skillnaden i standardavvikelserna mellan de två varians-minimerade portföljerna är liten där portföljen utan blankning har något lägre standardavvikelse. 1/N portföljen har något högre standardavvikelse än de två varians-minimerade portföljerna men skillnaden är ej markant. De två portföljerna som är skapade för att maximera Sharpekvoten har högre standardavvikelse än de tre övriga portföljerna vilka de överstiger med drygt 0,02. Det finns en liten skillnad i standardavvikelse mellan den Sharpe-maximerade portföljen med blankning och den utan.

De presenterade resultaten i tabell två kan kombineras med den genomsnittliga avkastningen för att få fram Sharpekvoten hos portföljerna vilket presenteras i tabell tre nedan.

Sharpekvoter

Portfölj	SR_månad	SR_år	d	p
1/N	0.3408	1.1805		
gmv	0.2308	0.7886	-0.1100	0.162
gmvlo	0.2923	1.0126	-0.0485	0.472
mv	0.2233	0.7734	-0.1175	0.188
mvlo	0.2897	1.0035	-0.0511	0.388

Tabell 3: Portföljernas Sharpekvoter på månadsbasis, årsbasis samt differens (d) och p-värde för hypotesprövning.

De Sharpekvoter som presenteras i tabell tre är portföljernas Sharpekvot beräknat på portföljavkastningarna utanför urval. Sharpekvoten är ett bra mått eftersom det gör alla portföljer jämförbara och visar den riskjusterade avkastningen. Sharpekvoterna i tabell tre förhåller sig så att Sharpekvoten på månadsbasis multipliceras med $\sqrt{12}$ för att få fram den årliga Sharpekvoten. $SR_{år} = \sqrt{12} * SR_{månad}$. Avkastning riskförhållandet som är Sharpekvoten skiljer sig mellan de olika portföljerna. Högst Sharpekvot hittas hos referensportföljen (1/N). Där efter med näst och tredje högst Sharpekvot kommer de båda portföljerna som ej tillåter blankning där den varians-minimerade portföljen har något högre Sharpekvot än den portfölj som är konstruerad för att maximera Sharpekvoten. Vidare följer portföljerna med näst lägst samt lägst Sharpekvot där den näst lägsta Sharpekvoten återges i minimum-varians portföljen som tillåter blankning och lägst Sharpekvot hittas hos den Sharpe-maximerade portföljen med blankning.

För att avgöra om skillnaderna i Sharpekvot mellan de optimerade portföljerna och referensportföljen är statistiskt säkerställda utfördes en hypotesprövning enligt den modell som Ledoit och Wolf presenterade 2008. Differenserna d är beräknade för de fyra optimerade portföljerna i förhållande till 1/N portföljen enligt $d = SR_p - SR_{1/N}$. Alla de fyra optimerade portföljerna uppvisar lägre Sharpekvot än 1/N portföljen där den största differensen återges av den Sharpe-maximerade portföljen med blankning. Den varians-minimerade portföljen med blankning har lite mindre differens i Sharpekvot gentemot 1/N portföljen med 0,0075 mindre i differens än den Sharpe-maximerade portföljen. Portföljerna som ej tillåter blankning presterar bättre i förhållande till 1/N portföljen i jämförelse med portföljerna som tillåter blankning. Den minsta differensen återfås i den varians-minimerade portföljen utan blankning där $d = SR_{gmvlo} - SR_{\frac{1}{N}} = -0{,}0485$ och den Sharpe-maximerade portföljen hade 0,0026 högre differens i Sharpekvot. Differenserna d testades med p-test vilket visade att alla differenser resulterade i stora p-värden. P-testet gjordes utifrån nollhypotesen $H_0: d = 0$ gentemot mothypotesen $H_A: d \neq 0$. P-värdena från testet jämförs med 0.05 för den 5 procentiga signifikansnivån och det finns inget stöd för att förkasta nollhypotesen för någon av de optimerade portföljerna, således finns ingen statistiskt säkerställd skillnad i Sharpekvoterna utanför urval.

Nedan presenteras tabell fyra. Tabell fyra används för att enligt CAPM jämföra de optimerade portföljerna med referensportföljen genom alfa värdena (Jensens alfa).

Regression på 1/N portföljen

	Portfölj:			
	gmv	gmvlo	mv	mvlo
	(1)	(2)	(3)	(4)
Beta	0.631***	0.700***	0.625***	1.241***
Pr(>|t|)	(0.070)	(0.060)	(0.130)	(0.086)
t värde	t = 9.026	t = 11.595	t = 4.810	t = 14.500
P värde	p = 0.000	p = 0.000	p = 0.00001	p = 0.000
Alfa	0.001	0.002	0.005	0.001
Pr(>|t|)	(0.003)	(0.003)	(0.006)	(0.004)
t värde	t = 0.175	t = 0.659	t = 0.963	t = 0.292
P värde	p = 0.862	p = 0.512	p = 0.338	p = 0.771
Observationer	120	120	120	120
R^2	0.408	0.533	0.164	0.641
Justerat R^2	0.403	0.529	0.157	0.637
Res Std. Fel (df = 118)	0.032	0.027	0.059	0.039
F Stat (df = 1; 118)	81.477*** (p = 0.000)	134.437*** (p = 0.000)	23.134*** (p = 0.00001)	210.237*** (p = 0.000)
Notera:				*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Tabell 4: Anova tablå över de optimerade portföljernas regression på referensportföljen. I rad 8 återges p värden för hypotesprövning av alfa.

Ingen av de fyra optimerade portföljer uppvisar något stort värde för alfa. I storleksordning från störst till minst rankar portföljerna MV, GMVLO, MVLO och GMV. Där storleken på portföljernas alfa för månadsavkastningarna var i samma ordning 0.005, 0.002, 0.001, 0.001. Max-Sharpe portföljen med blankning var den portfölj som uppvisade störst alfa men när ett statistiskt test utfördes för hypotesprövning kunde inte alfat statistiskt säkerställas att skiljas från 0 på någon signifikansnivå. För samtliga portföljer kunde ej nollhypotesen, $H_0: \alpha = 0$ förkastas på någon signifikansnivå eftersom p värdena för alla portföljer var betydligt större än någon relevant signifikansnivå.

6. Diskussion

Undersökningen har inte kunnat påvisa att det inte finns någon självklar fördel att använda en diversifieringsstrategi som grundar sig i modern portföljvalsteori. Genom att titta till portföljernas kumulativa avkastningar slog endast en av portföljerna referensportföljen vilket var den Sharpe-maximerande portföljen med restriktion på blankning. I övrigt för de tre andra optimerade portföljerna var den kumulativa portföljavkastningen lägre än den för 1/N portföljen. Således går det men är inte självklart att kunna slå 1/N portföljen med modern portföljvalsteori när det kommer till kumulativ avkastning. Hade en investerare valt att följa diversifieringsstrategin enligt den Sharpe-maximerade portföljen utan blankning hade investeraren avkastat cirka 233% mer över de tio åren jämfört med att investera i 1/N portföljen. Hade investeraren däremot valt att investera i någon av de övriga tre optimerade portföljerna hade 1/N portföljen haft mellan cirka 53% - 206% mer i kumulativ avkastning. Resultaten i undersökningen stämmer inte helt överens med resultaten i studien som försvarar mean-variance av Allen, Lizieri, Satchell, (2019) där alla optimerade portföljer slog 1/N portföljen i avkastning.

När det kommer till genomsnittlig avkastning och standardavvikelse så lägger sig 1/N portföljen i mitten av de fyra optimerade portföljerna. Vidare förhåller sig de båda varians-minimerade portföljerna likadant till 1/N portföljen samt de båda Sharpe-maximerade portföljerna förhåller sig likadant. De varians-minimerade portföljerna presterade som väntat när det kommer till standardavvikelsen där de två portföljerna har lägst standardavvikelse av de fem portföljerna dock med bekostnad på den genomsnittliga avkastningen som även den är lägst hos GMV och GMVLO portföljerna. De två andra optimerade portföljerna MV och MVLO presterar hög genomsnittlig avkastning men på samma gång är risken hos de två max-Sharpe portföljerna högre än för de övriga tre portföljerna. Intressant så presterar referensportföljen rätt så bra i förhållande till de optimerade portföljerna både när det kommer till standardavvikelse och genomsnittlig månadsavkastning. 1/N var närmare de varians-minimerade portföljerna när det kommer till standardavvikelse men på samma gång höll sig nära de Sharpe-maximerade portföljerna i genomsnittlig avkastning vilket återspeglas i Sharpekvoten. 1/N portföljen presterade högst Sharpekvot av alla de fem portföljerna och de fyra portföljer som optimerats utifrån modern portföljvalsteori fick se sig slagna. Dock även om 1/N portföljen när det kommer till Sharpekvot slog de övriga portföljerna kunde skillnaderna i Sharpekvot inte statistiskt säkerställas. Trots att det statistiskt inte gick att säkerställa någon signifikant skillnad i Sharpekvot, så presterade ändå den naiva diversifieringsstrategin högre Sharpekvot än de fyra optimerade portföljerna.

Att 1/N portföljen genererade högre Sharpekvot än de fyra optimerade portföljerna är i linje med vad DeMiguel et.al kom fram till i deras studie från 2009 där 1/N portföljen i nästan alla fall slog alla optimerade portföljer i alla sammanhang. Den här undersökningen och den utförd av DeMiguel et.al (2009) använde olika test för hypotesprövning av skillnad i Sharpekvoterna utanför urval, men DeMiguel et.al kunde inte heller genomgående i alla dataset för alla modeller statistiskt säkerställa skillnad i Sharpekvoterna. I övrigt är det intressant att belysa är att de båda portföljerna som inte tillåter blankning presterade bättre när det kommer till genomsnittlig avkastning, standardavvikelse och Sharpekvot jämfört med sin motpart där blankning var möjlig. Restriktionen på blankning som ger mindre möjligheter för investeraren visade således sig inte vara en nackdel utan en fördel för investeraren.

Precis som för Sharpekvoterna kunde inte heller det statistiskt säkerställas att portföljernas alfa var skiljt från noll. Högst alfa hittades hos MV portföljen med ett värde på 0.5% vilket motsvarar cirka en tredjedel av portföljens genomsnittliga månadsavkastning. De övriga tre portföljernas alfan är relativt små. GMVLO portföljen har ett alfa på 0,2% medan MVLO och GMV portföljen har bägge två ett alfa på 0,1%. Således kan de optimerade portföljerna ha en liten fördel gentemot 1/N portföljerna då det finns positiva alfan. Dock eftersom portföljerna inte uppvisar några statistiskt säkerställda alfan kan det inte fastställas att modern portföljvalsteori kan användas för att slå 1/N portföljen på grund av att de har positiva alfan.

Studien undersöker mer simpla modeller för optimering enligt modern portföljvalsteori i jämförelse med tidigare litteratur. Resultaten visar sig dock vara konsistenta med litteraturen som kritiserar mean-variance optimeringen så som DeMiguel et.al (2009), Michaud (1989) och Jorion (1992). DeMiguel et.al (2009) skriver att ingen av de testade modellerna genomgående slog 1/N portföljen vilket även stämmer i resultaten från den här studien. Resultaten från undersökningen kan ses som väntade i och med tillgången till tidigare litteratur som belyst problemen med mean-variance optimering. Studiens resultat stämmer dock ej överens med de för mean-variance optimeringen positiva resultaten som Allen, Lizieri, Satchell, (2019) kom fram till.

7. Slutsats

Allt som allt har de fyra portföljer som konstruerats genom två olika modeller inom modern portföljvalsteori inte påvisat att kunna slå en naivt diversifierad portfölj. De två främsta måtten för jämförelse av de optimerade portföljerna och 1/N portföljen, Sharpekvot och alfa har ej visat resultat som signifikant kan säkerställas. Sharpekvoterna visade på fördel för 1/N portföljen som den bästa diversifieringsstrategin. Portföljerna producerade positiva alfan där endast max-Sharpe portföljen visade ett alfa större än 0,2% men ingen av portföljernas alfa kunde statistiskt säkerställas som skiljt från noll. Endast MVLO portföljen slog den naivt diversifierade portföljen när det kommer till total (kumulativ) avkastning för hela innehavsperioden medan de övriga tre optimerade portföljerna avkastade totalt sett sämre än 1/N portföljen.

Källförteckning

About, Swedish House of Finance. (2022). Hhs.se. Tillgänglig Online: https://www.hhs.se/en/houseoffinance/about/ [Hämtad: 29 november 2022].

Aktiedata, FinBas. (September 7, 2022), Swedish House of Finance Research Data Center. [Hämtad: 9 november 2022.]

Allen, D., Lizieri, C. & Satchell, S. (2019). In Defense of Portfolio Optimization: What If We Can Forecast?, Financial Analysts Journal, vol. 75, nr. 3, sid.20–38

Ardia, D., Boudt, K., Gagnon-Fleury, J.-P. (2017a). RiskPortfolios: Computation of risk-based portfolios in R. Journal of Open Source Software, 10(2), 1. Tillgänglig online: https://doi.org/10.21105/joss.00171, R-paketet tillgängligt: https://CRAN.R-project.org/package=RiskPortfolios.

Ardia, D. (2022). PeerPerformance: Luck-Corrected Peer Performance Analysis in R. R-paketet tillgängligt: https://cran.r-project.org/web/packages/PeerPerformance/PeerPerformance.pdf

Benninga, S. (2014). Financial Modeling, Fourth edition., Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. J. (2014). Investments, uppl. 10., global. ed., New York, NY: McGraw-Hill Education.

Byström, H. (2014). Finance, uppl. 3, Studentlitteratur AB, Lund.

Dahl, D. (2019). Xtable: Export Tables to LaTeX or HTML. R-paketet tillgängligt: https://cran.r-project.org/web/packages/xtable/index.html

DeMiguel, V., Garlappi, L. & Uppal, R. (2009). Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient Is the 1/ N Portfolio Strategy?, Review of Financial Studies, vol. 22, nr. 5, sid.1915–1953.

Elliott, G. & Timmermann, A. (eds). (2013). Handbook of Economic Forecasting, uppl. 1, Vol. 2A, Amsterdam ; Boston: Elsevier North-Holland.

Elliott, G. & Timmermann, A. (2016). Forecasting in Economics and Finance, Annual Review of Economics, vol. 8, sid.81–110.

Euroclear-Aktieägarrapport 2021. (2022). , Euroclear Sweden, Tillgänglig Online: https://www.euroclear.com/dam/ESw/Brochures/Documents_in_Swedish/Euroclear_aktie%C3%A4garrapport_2021.pdf

Fisher, K. L. & Statman, M. (1997). The Mean–Variance-Optimization Puzzle: Security Portfolios and Food Portfolios, Financial Analysts Journal, vol. 53, nr. 4, sid.41–50.

Hlavac, Marek (2022). stargazer: Well-Formatted Regression and Summary Statistics Tables. R package version 5.2.3. R-paketet tillgängligt: https://CRAN.R-project.org/package=stargazer

Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964, The Journal of Finance, vol. 23, nr. 2, sid.389–416

Jorion, P. (1992). Portfolio Optimization in Practice, Financial Analysts Journal, vol. 48, nr. 1, sid.68–74

Kolm, P. N., Tütüncü, R. & Fabozzi, F. J. (2014). 60 Years of Portfolio Optimization: Practical Challenges and Current Trends, European Journal of Operational Research, vol. 234, nr. 2, sid.356–371

Ledoit, O. & Wolf, M. (2008). Robust Performance Hypothesis Testing with the Sharpe Ratio, Journal of Empirical Finance, vol. 15, nr. 5, sid.850–859

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection, The Journal of Finance, vol. 7, nr. 1, sid.77–91.

Michaud, R. O. (1989). The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?, Financial Analysts Journal, vol. 45, nr. 1, sid.31–42.

R: What is R?, R-project.org, 2022. Tillgänglig Online: https://www.rproject.org/about.html. [Hämtad: 24 november 22]

Risk- vad ska man tänka på?. (2022). Avanza – Avanza akademi, Tillgänglig Online: https://www.avanza.se/lar-dig-mer/avanza-akademin/sparstrategi/risk-vad-ska-man-tanka-pa.html [Hämtad: 14 november 2022].

Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis, Management Science, vol. 9, nr. 2, sid.277–293.

Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance, The Journal of Business, vol. 39, nr. S1, sid.119

Sök räntor & valutakurser, (2022), Sveriges Riksbank, Tillgänglig Online: https://www.riksbank.se/sv/statistik/sok-rantor--valutakurser/?g6-SETB3MBENCH=on&from=2005-01-03&to=2021-12-30&f=Month&c=cAverage&s=Dot [Hämtad: 17 november 2022.]

Varför ska jag investera mina pengar?. (2022). Nordea – placera dina sparpengar. Tillgänglig Online: https://www.nordea.se/privat/liv/sparande/aktivera-ditt-sparande.html#tab=Basta-tiden-att-borja-spara-ar-nu [Hämtad: 14 november 2022].

Vad Är OMX Stockholm 30 Index?. (2022). Nasdaq OMX Nordic - utbildning, Tillgänglig Online: https://www.nasdaqomxnordic.com/utbildning/optionerochterminer/vadaromxstockholm30index [Hämtad: 14 november 2022].

Wickham H, Hester J, Bryan J (2022). readr: Read Rectangular Text Data. Tillgänglig online: https://readr.tidyverse.org

Appendix

Appendix 1:

Bolag i studien (OMXS25)

	Bolag	Ticker
1	ABB	ABB.SE
2	Assa Abloy	ASSA-B.SE
3	AstraZeneca	AZN.SE
4	Atlas Copco A	ATCO-A.SE
5	Atlas Copco B	ATCO-B.SE
6	Autoliv	ALIV.SE
7	Boliden	BOL.SE
8	Electrolux B	ELUX-B.SE
9	Ericsson B	ERIC-B.SE
10	Getinge B	GETI-B.SE
11	Hexagon AB B	HEXA-B.SE
12	Hennes & Mauritz B	HM-B.SE
13	Investor B	INVE-B.SE
14	Kinnevik B	KINV-B.SE
15	Nordea Bank	NDA-SEK.SE
16	Sandvik	SAND.SE
17	SCA B	SCA-B.SE
18	SEB A	SEB-A.SE
19	Svenska Handelsbanken A	SHB-A.SE
20	SKF B	SKF-B.SE
21	Swedbank A	SWED-A.SE
22	Swedish match	SWMA.SE
23	Tele2 B	TEL2-B.SE
24	Telia Company AB	TELIA.SE
25	Volvo B	VOLV-B.SE