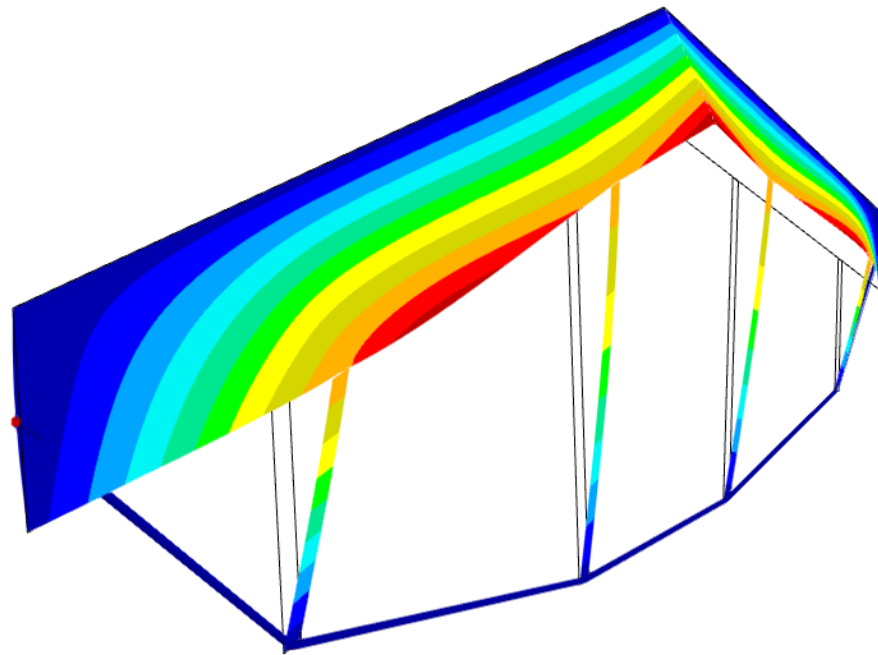




LUND
UNIVERSITY



INSTABILITETSFENOMEN I UNDERSPÄNDA LIMTRÄBALKAR

ALBIN BROMAN och BJÖRN SCHWEDER

Structural
Mechanics

Master's Dissertation

DEPARTMENT OF CONSTRUCTION SCIENCES
DIVISION OF STRUCTURAL MECHANICS

ISRN LUTVDG/TVSM--23/5265--SE (1-116) | ISSN 0281-6679

MASTER'S DISSERTATION

INSTABILITETSFENOMEN I UNDERSPÄNDA LIMTRÄBALKAR

ALBIN BROMAN och BJÖRN SCHWEDER

Supervisors: **HENRIK DANIELSSON**, Associate Professor, Division of Structural Mechanics, LTH
and **EVA FRÜHWALD HANSSON**, Associate Professor, Division of Structural Engineering, LTH.

Examiner: Professor **ERIK SERRANO**, Division of Structural Mechanics, LTH.

Copyright © 2023 Division of Structural Mechanics,
Faculty of Engineering LTH, Lund University, Sweden.

Printed by V-husets tryckeri LTH, Lund, Sweden, June 2023 (P1).

For information, address:

Division of Structural Mechanics,
Faculty of Engineering LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.

Homepage: www.byggmek.lth.se

Abstract

The purpose of this project was to investigate the significance of different parameters on instability phenomena in a pre-tensioned glulam truss, and to examine the complexity of modeling required to reach a sufficient degree of accuracy for instability analysis. Complexity in modeling refers to the type of computational model concerning geometrical representation (1D, 2D, 3D) and the order of calculation theory (1st, 2nd, or 3rd order).

In buildings with a requirement for a large open space, such as sports halls, pre-tensioned glulam trusses have become a popular solution. As these roof trusses are often slender to maximize in-plane stiffness, they are sensitive to instability. However, incorrect assumptions regarding instability are frequently made, as highlighted by the roof collapse in Tarfalahallen 2020. Following this collapse, several other buildings with roof trusses with pre-tensioned systems have been reinforced.

In Eurocode 5, there are guidelines on how to handle instability in general. However, currently, there are no specific guidelines on how to address instability in pre-tensioned trusses, except for the recommendation to utilize precamber for systems without out-of-plane bracing.

To investigate the complexity of modeling required and the influence of different parameters on instability, several parameter studies were conducted. These studies were performed via interaction between the programming language Python and the commercial FEA software RFEM. The parameters studied were:

- Geometry of the roof truss; including the inclination of the primary beam, the number of struts and their placement.
- Slenderness of the primary beam, in term of height-to-width ratio.
- Rotational stiffness of the connection between the primary beam and the compression struts.
- Axial stiffness of out-of-plane bracing.
- Flexural stiffness of joint in the ridge.
- Magnitude of prestressing force in tension ties, with and without out-of-plane bracing.

The analyses concluded that for slender cross-sections of the primary beam, a model capable of considering the effects of transverse bending should be used to analyze instability. Furthermore, the rotational stiffness between the primary beam and compression struts should be approximated with a qualitative analysis. For primary beams with a low incline, out-of-plane stabilization should not consist solely of a precamber, other methods such as out-of-plane bracing with a strut should be used.

Sammanfattning

Syftet med detta arbete var att undersöka olika parametrars betydelse för instabilitetsfenomen i ett underspönt balksystem av limträ. Arbetet syftade även till att undersöka den komplexitet av modellering som krävs för att nå tillräcklig noggrannhet med avseende på instabilitet. Komplexitet i modellering avsåg i detta arbete typ av beräkningsmodell avseende geometrisk representation (1D, 2D, 3D) och beräknings-teori (1:a, 2:a eller 3:e ordningens teori).

I byggnader med krav på ett stort fritt utrymme, som idrottshallar, har underspända takstolar av limträ blivit en populär lösning. Då dessa balkar ofta är slanka i syfte att maximera styvheten i planet är dessa typer av takstolar ofta känsliga för instabilitet. Inte sällan görs felaktiga antaganden gällande instabilitet vilket belystes av takraset i Tarfalahallen 2020. Efter detta ras har flertalet andra byggnader med underspända system behövts förstärkas eller stängas.

I det europeiska regelverket Eurokod 5 finns det råd för hur instabilitet bör hanteras generellt, däremot finns det i dagsläget inga råd som nämner hur instabilitet i underspända system bör hanteras annat än att överhöjning bör användas för system utan andra avstyvande system.

I syfte att undersöka vilken komplexitet gällande modellering som krävs och olika parametrars påverkan på instabilitet, utfördes flera parameterstudier. Dessa utfördes med hjälp av interaktion mellan programmeringsspråket Python och det kommersiella FE-programmet RFEM. De parametrar som undersöktes var:

- Takstolens geometri; i form av primärbalkens lutning och antalet strävor samt deras placering
- Slankhet för primärbalk, avseende tvärsnittets höjd-bredd förhållande.
- Rotationsstyvhet i spikförband mellan primärbalk och trycksträvor.
- Axialstyvhet i tryckbom
- Rotationsstyvhet i ramled
- Förspänning i dragband, med och utan tryckbom

Analyserna visade att för slanka tvärsnitt på primärbalken bör en modell vilken kan ta hänsyn till tvärböjningens effekter användas för att analysera instabilitet. Vidare bör även rotationsstyvheten i förbandet mellan trycksträva och primärbalk uppskattas med en noggrann analys. För låga lutningar på primärbalken bör trycksträvor inte stabiliseras ut ur planet med överhöjning, utan annan stabilisering erfordras, till exempel med tryckbom i underkant.

Förord

Vi vill tacka våra handledare Henrik Danielsson och Eva Frühwald Hansson för deras hjälp och insikter under arbetets gång. Utan dem hade projektet aldrig tagit den riktning det gjorde. Ett varmt tack utdelas också till vår examinator Erik Serrano, för dina bidrag och synpunkter som gett oss intressanta perspektiv och funderingar kring arbetet.

Sist men inte minst ett stort tack till referensgruppen, Roberto Crocetti, Arne Emilsson och Sven Thelandersson, för deras hjälp med arbetet i form av mätningar, ritningar, rapporter och såklart en djup kunskap om ämnet.

Notation

Latinska bokstäver

- a** - Global förskjutningsvektor
- a^e** - Förskjutningsvektor för enskilt element
- A** - Tvärsnittsarea
- b** - Extern kraftvektor
- C** - Flexibilitetsmatris
- D** - Elastisk styvhetsmatris
- E** - Elasticitetsmodul
- f** - Global lastvektor
- f^e** - Lastvektor för enskilt element
- f_y** - Flytspänning
- F** - Deformationsgradient
- G** - Skjuvmodul
- I** - Yttröghetsmoment
- k** - axialstyvhet
- K** - Global styvhetsmatris
- K^e** - Styvhetsmatris för enskilt element
- K₀** - Initiell styvhetsmatris
- K_a** - Geometrisk styvhetsmatris map. förskjutningar
- K_σ** - Geometrisk styvhetsmatris map. inre krafter
- K_{ser}** - Förskjutningsmodul i bruksgräns
- K_u** - Förskjutningsmodul i brottgräns
- K_φ** - Rotationsstyvhet
- N** - Normalkraft
- N** - Formfunktioner
- M** - Moment
- R** - Spänningsmatris
- t** - Spänningsvektor
- W** - Elastiskt böjmotstånd

Grekiska bokstäver

- α** - Taklutning
- ε** - Töjning
- θ** - Egenvektor/ Instabilitetsmod
- Λ** - relativ längdförändring
- λ** - Egenvärde/ Lastmultiplikator
- ν** - Tvärkontraktionstal
- ρ_m** - Medelvärde för densitet
- σ** - Spänning

Innehåll

Abstract	I
Sammanfattning	III
Förord	V
Notation	VII
Innehåll	X
1 Introduktion	1
1.1 Underspända balkar	1
1.1.1 Bakgrund	1
1.1.2 Verkningsätt och utformning	1
1.2 Tarfala och bristfälliga takkonstruktioner	4
1.3 Val av referensmodell	4
1.4 Syfte	5
1.5 Avgränsningar	5
2 Teori	7
2.1 Materialet trä	7
2.1.1 Limträ	7
2.1.2 Modellering av trä	8
2.2 Grundläggande balkteori	9
2.2.1 Den underspända balken	11
2.2.2 Timoshenkobalk	12
2.3 Instabilitet	13
2.4 Finita element-metoden	14
3 Metod	17
3.1 Referensmodell	18
3.1.1 Material och tvärsnittsmått	19
3.1.2 Uppskattning av fjäderstyvheter	20
3.1.3 Initiell snedställning	26
3.1.4 Laster	27
3.1.5 Upplagsvillkor	28
3.1.6 Studerade parameterar	29
3.2 RFEM	31
3.2.1 Generellt	32
3.2.2 Strukturmodell	33

3.2.3	Skalmodell	35
3.2.4	Solidmodell	37
3.3	Parameterstudie	38
4	Resultat och Diskussion	39
4.1	Geometrier	39
4.2	Instabilitetsmoder	41
4.3	Rotationsstyvhet i spikförband	43
4.4	Imperfektioner	46
4.5	Slankhet	49
4.6	Tryckbom	53
4.7	Förspänning	55
4.7.1	Med tryckbom	56
4.7.2	Utan tryckbom	58
4.8	Rotationsstyvhet i ramled	61
5	Övergripande diskussion	63
5.1	Påverkan av referensfallets geometri	63
5.2	Skillnader i beräkningselement	63
5.3	Skillnad mellan val av beräkningsteori	65
6	Slutsatser	67
6.1	Val av beräkningsmodell	67
6.2	Parametrar av betydelse	67
6.3	Framtida studier	68
	Referenser	69
A	Resultat från parameterstudier	71
B	Programkod	105

1 Introduktion

1.1 Underspända balkar

1.1.1 Bakgrund

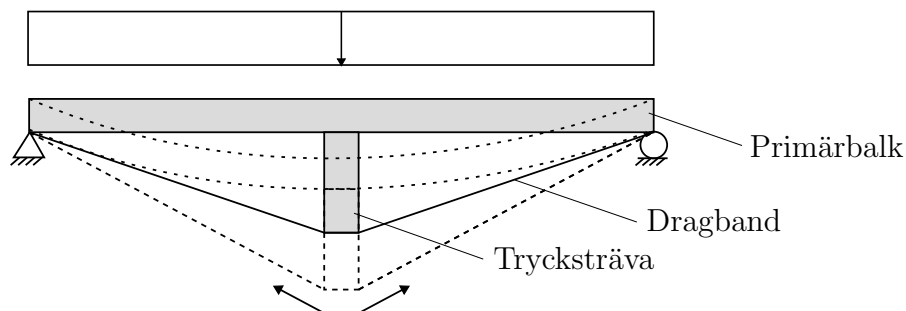
I takt med att kompetens och verktyg utvecklas inom byggnadsmekanik och konstruktionsteknik, rör sig byggbranschen mot att använda mer effektiva och materialoptimerade lösningar. Det ger en lägre miljöpåverkan, kostnader för material minimeras, och den nyttiga rumsvolymen maximeras.

Underspända balkar är ett exempel på just den typ av bärverk som fyller detta behov; ett slankt bärverk som kan bära last över en stor spännvidd utan att nödvändigtvis kräva stöd i mitten, och trots detta undvika stora nedböjningar. I idrottshallar, där en så fri som möjlig planlösning erfordras, har underspända takbalkar av limträ blivit en populär lösning. Utformningen lämnar även stort utrymme för installationer i taket. Däremot är en så pass optimerad konstruktion riskabel. Små avvikelser i detaljer som spikförband eller snedställningar vid montage kan ge stora konsekvenser för bärverkets stabilitet och bärförmåga.

Avvikelser i konstruktionen kan uppstå redan innan den utsätts för sin avsedda last, dvs. redan under byggskedet kan exempelvis en snedställning inträffa. Konstruktionselementen kan även vara krokiga direkt efter produktion, det är alltså inte ovanligt att bärverket börjar sin livslängd med initiala avvikelser.

1.1.2 Verkningsätt och utformning

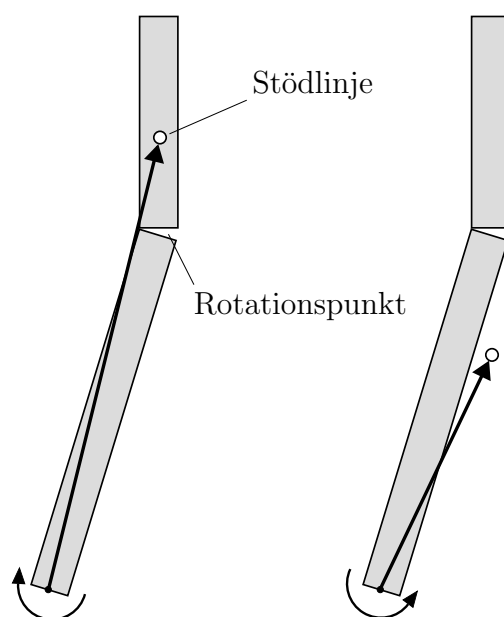
Underspända balksystem består av en överliggande balk, en eller flera trycksträvor, och underliggande dragband. Vid en last transversellt balkens riktning kommer nedböjning av balken överförs till dragbanden via trycksträvan, och dragbanden förlängs. Dragbandens motstånd mot förlängning förhindrar balkens nedböjning, och således blir systemet styvare än om det endast hade varit en fritt upplagd balk. Detta verkningsätt illustreras i Figur 1.1.



Figur 1.1: Verkningsätt för en enkel underspänd balk.

För att öka styvheten i systemet kan dragbanden förspännas, vilket också har effekten av överhöjning. Överhöjningen uppstår från det böjmoment som verkar i balken när trycksträvan trycks upp från dragbandens spänning. Detta innebär att när balken belastas har den en negativ deformation som måste överskridas innan balken böjer ner från stödlinjen.

Att reducera systemets nedböjning har fördelar både för balken sett ur bruksgränstillstånd, men även dess brottgränstillstånd. Om infästningspunkten mellan trycksträva och primärbalk befinner sig under balkens stödlinje, linjen mellan dragbandens förankringspunkter, kommer dragbanden rotera trycksträvan i en stjälpande riktning. Om punkten befinner sig ovanför stödlinjen roteras trycksträvan i en stabiliserande riktning istället. Detta fenomen illustreras i Figur 1.2.

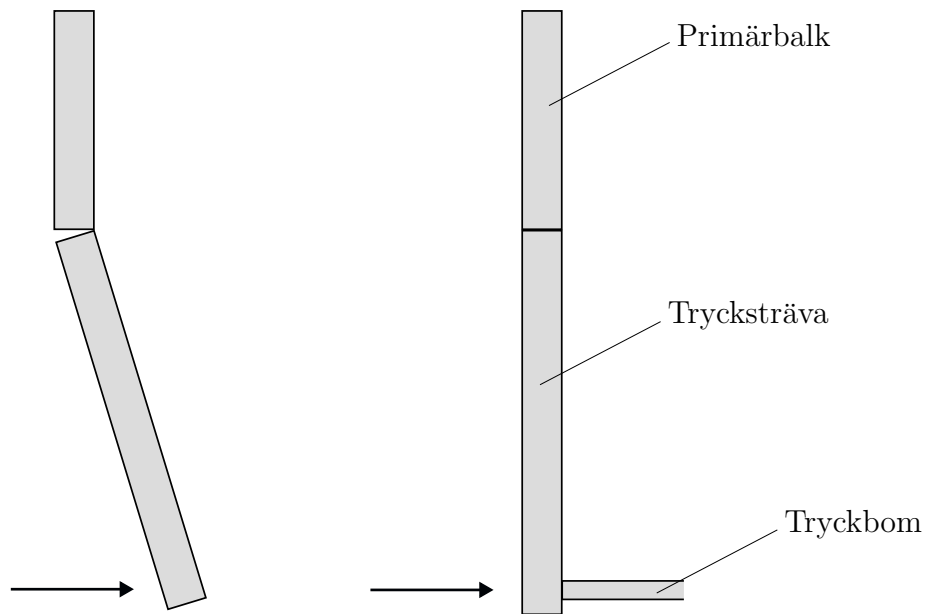


Figur 1.2: Stjälpande (vänster) och stabiliserande (höger) moment från dragband, sett i tvärsnittsplanet.

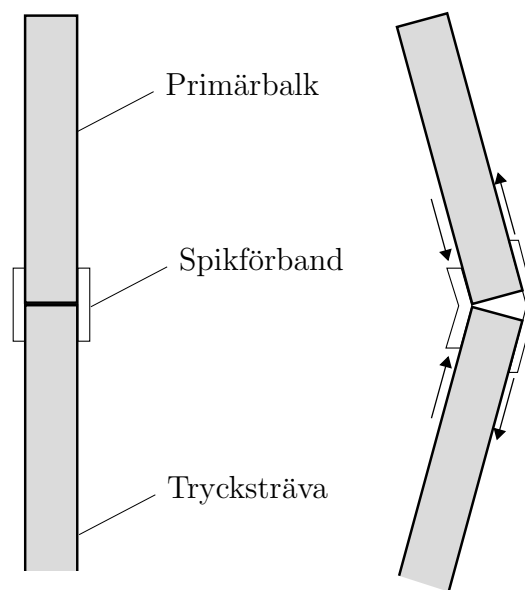
Stjälpningen av trycksträvan kan förhindras med förspänning så att tillräcklig överhöjning uppnås, som nämnt ovan. Systemet kan även utformas så att rotationspunkten i det initiella läget är ovanför stödlinjen, till exempel med en krökt primärbalk.

Ett alternativ till överhöjning är att införa en tryckbom i underkanten av trycksträvan. Tryckbommen motverkar rörelsen ut ur plan i underkant av trycksträvan, och på så sätt motverkar den stjälpning av trycksträvan. Detta illustreras i Figur 1.3.

Underspända balkar av limträ är i regel stagade ut ur plan i ovankant av primärbalken. Därför kommer deformation ut ur plan att medföra en vridning av primärbalken. Motståndet mot denna vridning ges av styvheten från förbanden mellan primärbalk och trycksträva, vilket ställer stora krav på förbandens styvhet. Rotationsstyvheten i förbanden kommer därmed att vara en parameter av betydelse för strukturens styvhet ut ur plan. Detta illustreras i Figur 1.4.



Figur 1.3: I fallet till höger förhindrar tryckbommen att trycksträvan viker ut ur planet i underkant.



Figur 1.4: Illustration över hur balkens deformation ut ur plan kan aktivera spikförbandets styvhet.

Forskning och kunskap är begränsad inom just instabilitet i denna typ av bärverk. I Eurokod finns avsnitt om instabilitet i träkonstruktioner generellt, dock saknas det råd specifikt för hur underspända balkar skall behandlas [1], vilket kan leda till att felaktiga förenklingar eller antaganden görs om verkningssättet. Denna brist exemplifieras av den problematik som uppstått i just underspända takkonstruktioner runt om i Sverige.

1.2 Tarfala och bristfälliga takkonstruktioner

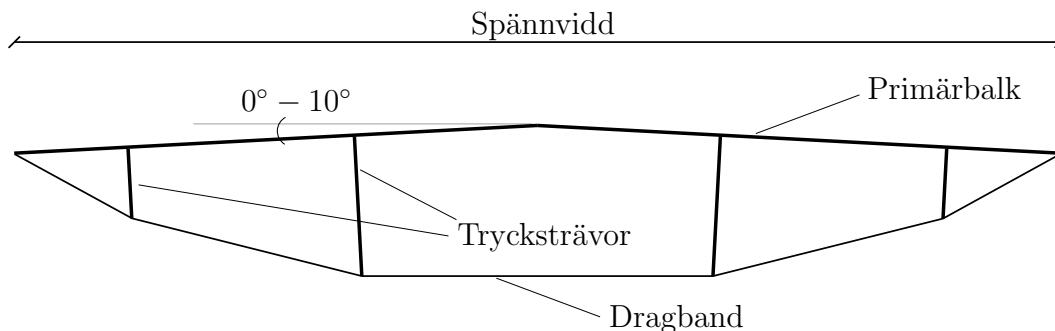
Den sjunde mars 2020 rasade halva taket på en idrottshall, Tarfalahallen, i Kiruna. Primärbalkarna var utformade som underspända takstolar av limträ med en spännvidd på 54 m. En av orsakerna till raset var enligt Statens haverikommission att stabilitet ej hade beaktats på ett korrekt sätt i dimensioneringskedet [2].

Efter kollapsen konstaterade Haverikommissionen att samma brister kunde föreligga i liknande konstruktioner, och skickade en rekommendation till Sveriges kommuner om att utreda byggnader med underspända limträkonstruktioner [2]. Det visade sig då att det fanns fler riskkonstruktioner än Tarfalahallen. En ishall i Luleå stängdes ner när en undersökning gjordes som tydde på att takkonstruktionen inte kunde med god säkerhet bära mer än 24 kg/m^2 , där kravet var 300 kg/m^2 [3]. Haverikommissionens rekommendation gjorde även att två hallar av samma typ i Umeå stängdes ner tillfälligt [4]. Förstärkningar och reparationer har gjorts på flertalet hallar utöver de som nämnts ovan. Detta innebär en kostnad för de ansvariga och ett onödigt risktagande gällande bärigheten på balken [2].

Exemplen som nämns ovan tyder på att dimensioneringen av underspända balkar inte sällan är bristfällig. De är känsliga för fenomen ut ur planet, vilka kan uppstå plötsligt och vara oerhört destruktiva för byggnaden som helhet. Därför måste denna typ av konstruktion dimensioneras med god säkerhet gällande instabilitet.

1.3 Val av referensmodell

Balken som valts för analys i detta arbete är symmetriskt uppdelad i två delar, där delarna möts i en nock, där det finns en ramled. Lutningen mellan systemlinjerna i primärbalken varierar mellan 0° - 10° och balken har en spännvidd om 45 m. Denna utformning är både typisk och tillräckligt simpel för att en parametrisering enkelt kan utföras. Balktypen illustreras i Figur 1.5.



Figur 1.5: Struktur och form på den balktyp som studeras i detta arbete.

Det finns många fördelar med en balk av denna typ. Den låga lutningen innebär att material kan staplas på taket under byggskedet. Vidare sänker en låg lutning materialkostnader eftersom den totala takarean är mindre för en låg lutning jämfört med en hög. Den specifika geometrin presenteras vidare i *Kapitel 3*.

1.4 Syfte

De samhällsekonomiska kostnader som uppstår i samband med rivning, undersökningar i efterhand, eller till och med kollaps av byggnader med bärverk av underspända balkar kan undvikas om ett tillräckligt gott underlag för dimensionering och utformning finns att använda. Arbetets syfte är inte att vara ett fullständigt dimensioneringsunderlag, utan snarare fungera som rådgivning gällande underspända balkars känslighet för instabilitet, även för geometrier olika än de som tas upp i just det här arbetet.

Arbetet syftar till att belysa vilka parametrar i denna typ av konstruktion som påverkar beteendet avseende instabilitet, och även vilken komplexitet i modellen som krävs för att med tillräcklig noggrannhet bedöma bärförmåga med hänsyn till instabilitetsfenomen. Komplexitet i modellering avser i detta arbete typ av beräkningsmodell avseende geometrisk representation (balkmodell (1D), skalmodell (2D), solidmodell (3D)) och beräkningsteori (1:a, 2:a eller 3:e ordningens teori). Med kännedom om detta kan det klargöras vilka typer av geometrier som kan antas tillräckligt stabila, vilka styvheter som kan tillgodoräknas, samt vilka antaganden som kan göras och inte, och vilka brister som kan uppstå i en viss typ av modell eller beräkning.

1.5 Avgränsningar

Arbetet syftar till att analysera underspända takstolar på en djup nivå och att ta med så många parametrar som möjligt, dock med tillägget att parametrarna skall vara konkreta och kvantifierbara. Detta innebär att materiella defekter inte tas hänsyn till explicit i modellen, utan snarare implicit genom att använda 5:e percentilen av skjuv- och elasticitetsmoduler enligt [5].

Trä är ett material vars verkan beror på både fukt- och temperaturförhållanden och lastvaraktighet. Dessa tidsberoende faktorer bortses från i arbetet.

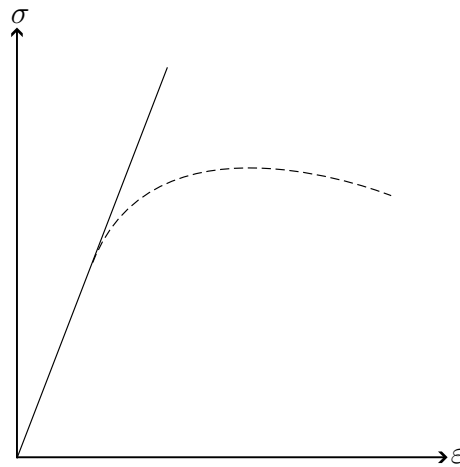
Materiellt olinjära fenomen som plasticering bortses från i alla modeller och studier. Material antas vara linjärt elastiska utan brottgräns, dvs. en arbetskurva liknande Figur 1.6 antas.

Den vertikala lasten är i detta projekt alltid jämnt utbredd längs hela balkens längd, dvs ingen hänsyn tas till ojämn lastfördelning.

I detta arbete har spännvidden valts till ett konstant värde. Om spännvidden skulle förändras måste antalet trycksträvor också förändras och de olika parametrarna kommer ha samma påverkan men med en annan utnyttjandegrad. Då detta arbete strävar efter att undersöka påverkan från olika parametrar snarare än utnyttjandegrad för en typ av balk så är denna förenkling motiverad.

Balkupplagen vid respektive ände har genomgående för hela arbetet modellerats som fullt gaffellagrade, det vill säga att rotationen kring balkaxeln är låst genomgående för alla beräkningar.

Solidmodellen används sparsamt i detta projekt, med vilket menas att endast en parameterstudie görs i denna modell, spikförbandets rotationsstyvhet. Mer utförliga studier har gjorts med strukturmodeller och skalmodeller.



Figur 1.6: Den heldragna linjen visar använd materialmodell, den streckade visar ett mer realistiskt samband, med plasticering.

Varje parameter varieras enskilt, och övriga parametrar är konstanta i sitt referensvärde. De parametrar vars inverkan för instabilitet som har analyserats är följande, utan inbördes ordning.

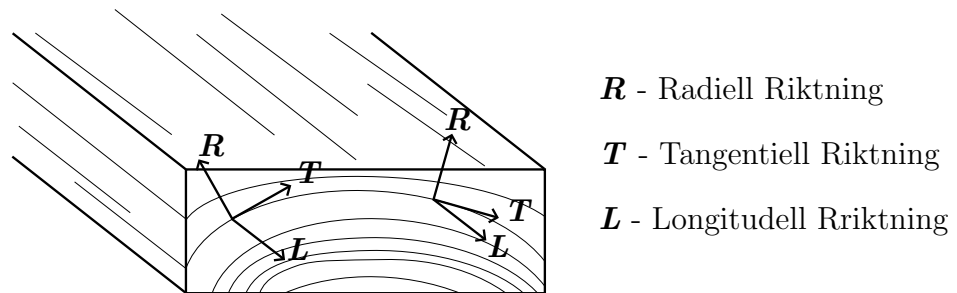
- Primärbalkens lutning
- Geometri av trycksträvor, antal och höjd.
- Rotationsstyvhet för förband mellan trycksträva och primärbalk kring x -axeln.
- Magnitud av imperfektion längs y -axeln.
- Slankhet hos primärbalk och trycksträva, avseende balkens höjd-bredd förhållande.
- Tryckbommens axialstyvhet (längs y -axeln).
- Magnitud av förspänning i dragbanden

Inom varje nivå av komplexitet, balkmodell (1D), skalmodell (2D) eller solidmodell (3D), kan detaljer vidare modelleras på olika avancerad och noggrann nivå. I arbetet varieras inte graden av noggrannhet, utan variation i modellens komplexitet avser om modellen består av huvudsakligen balkelement, skalelement, eller solidelement.

2 Teori

2.1 Materialet trä

Trä är ett naturligt levande material, vilket gör att dess mekaniska egenskaper beror på dess tillväxt. Materialet byggs upp av mikroskopiska fibrer, i princip avlånga rör med cellväggar. Därför har trä tre olika huvudriktningar: radiellt fibrer, tangentiellt mot fibrer och parallellt med fibrer, se Figur 2.1 [6].

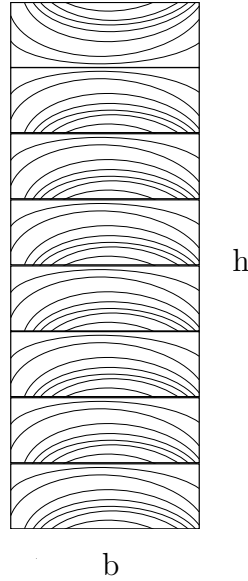


Figur 2.1: Fiberriktningarna i en trästuff.

För belastning i de tre huvudriktningarna har trä olika styvhets- och hållfasthets-egenskaper. Vid konstruktionsberäkningar görs vanligtvis ett antagande att skillnaden i de mekaniska egenskaperna mellan tangentiell och radiell riktning är små, så beräkningsmässigt behandlas dessa två riktningar likadant. Vidare är trä starkare och styvare parallellt sina fibrer jämfört med de andra två riktningarna [6].

2.1.1 Limträ

Limträ är en förädlad träprodukt vilken består av flera lameller av konstruktionsvirke vilka limmas ihop, se Figur 2.2. Då varje lamell genomgår en hållfasthetsyterning är sannolikheten för hållfasthetsnedsättande defekter i flera lameller vid samma läge mycket liten [7], vilket leder till en generellt sett högre hållfasthet, genom homogenisering.



Figur 2.2: Uppbyggnad av ett tvärsnitt i limträ.

Limträ delas upp i olika hållfasthetsklasser. Tvärsnittet kan bestå av antingen en homogen, 'h', eller kombinerad, 'c', uppsättning lameller. Ett homogent tvärsnitt innebär att elementet består av lameller i likvärdig hållfasthetsklass. Ett kombinerat tvärsnitt innebär att de yttre lamellerna är av en högre hållfasthetsklass än de inre. Då de yttre lamellerna utsätts för större normalspänningar från böjning är kombinerat limträ en materialeffektiv och ekonomisk lösning för bärverk belastade i böjning [7].

2.1.2 Modellering av trä

För ett generellt linjärelastiskt material kan den konstitutiva relationen beskrivas som [8]

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2.1)$$

där σ_{ij} är spänningstensorn i rummet, D_{ijkl} är den elastiska styvhetstensorn och ε_{kl} är töjningstensorn i rummet.

Den elastiska styvhetstensorn kan i det generella fallet uttryckas på matrisform:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & D_{1112} & D_{1113} & D_{1123} \\ D_{2211} & D_{2222} & D_{2233} & D_{2212} & D_{2213} & D_{2223} \\ D_{3311} & D_{3322} & D_{3333} & D_{3312} & D_{3313} & D_{3323} \\ D_{1211} & D_{1222} & D_{1233} & D_{1212} & D_{1213} & D_{1223} \\ D_{1311} & D_{1322} & D_{1333} & D_{1312} & D_{1313} & D_{1323} \\ D_{2311} & D_{2322} & D_{2333} & D_{2312} & D_{2313} & D_{2323} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Indexen beskriver de olika riktningarna för det aktuella koordinatsystemet med axlarna 1, 2, 3.

Egenskaperna i de tre olika huvudriktningarna innebär att materialet är ortotrop och hanteras därefter. Ortotropi betyder att tre symmetriplan existerar i materialet, och

genom utnyttjande av symmetriplanen kan den elastiska styvhetsmatrisen (2.2) skrivas om som [8]:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ D_{2211} & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ D_{3311} & D_{3322} & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{2323} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

För att denna förenkling ska gälla så måste symmetriplanen vara parallella med huvudriktningarna för trä materialet.

Genom att invertera den elastiska styvhetsmatrisen skrivs (2.1) om till [8]:

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2.4)$$

där C_{ijkl} är flexibilitetsmatrisen och beräknas för ett hyperelastiskt material som $C_{ijkl} = D_{ijkl}^{-1}$.

För ett linjärelastiskt material kombineras (2.3) och (2.4) till (2.5) med hjälp av Voigt-notering [8].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Där G_{ij} och E_i är skjuvmodulerna respektive elasticitetsmodulerna för materialets respektive huvudriktningar och ν_{ij} betecknar tvärkontraktionstalen för materialet. Indexeringen 1,2,3 betecknar materialets huvudaxlar.

Då flexibilitetsmatrisen \mathbf{C} alltid är symmetrisk så följer sambanden:

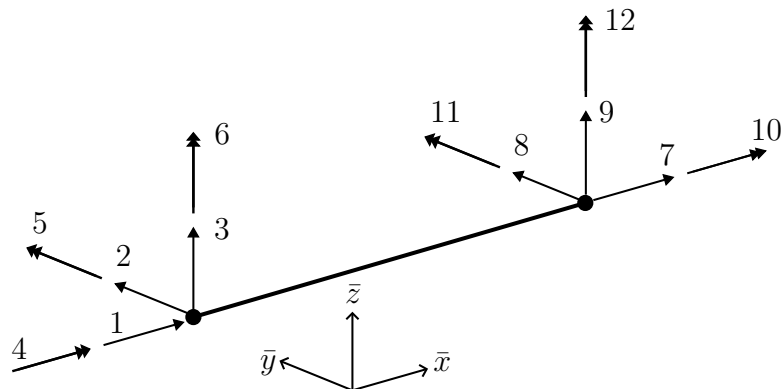
$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}, \quad \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}, \quad \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3}$$

2.2 Grundläggande balkteori

En balk är ett långsmalt endimensionellt strukturelement vilket besitter en styvhet mot böjning, axiell belastning och vridning [9].

Med utgångspunkt från de konstitutiva, okloplade differentialekvationerna för vridverkan, stångverkan och balkverkan kan det tredimensionella balkelementet tas fram. Elementet består av 2 noder med 6 frihetsgrader i varje nod, se Figur 2.3. Frihetsgrad

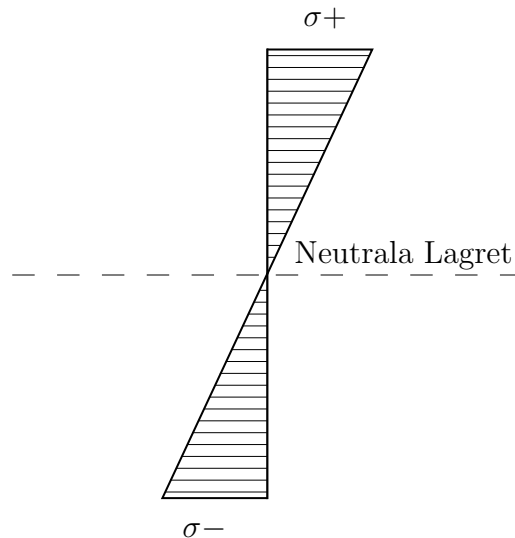
1, 7 motsvarar axiella förskjutningar, 2, 3, 8, 9 transversella förskjutningar. Frihetsgraderna 4, 10 är vridning, 5, 11 är rotation i $\bar{x}\bar{z}$ -planet och 6, 12 rotation i $\bar{x}\bar{y}$ -planet [10].



Figur 2.3: Balkelement med 12 frihetsgrader, tillsammans med lokala koordinater

För ett homogent tvärsnitt belastat i ren böjning inom materialets elastiska område kommer ett linjärt varierande spänningstillstånd råda, se Figur 2.4. Normalspänningen från ren böjning i $\bar{x}\bar{y}$ -planet respektive $\bar{x}\bar{z}$ -planet beräknas enligt (2.6). Den punkt i tvärsnittet i vilken spänningen byter tecken kallas för det neutrala lagret och är för ren böjning av homogent tvärsnitt beläget i tyngdpunkten av tvärsnittet [11].

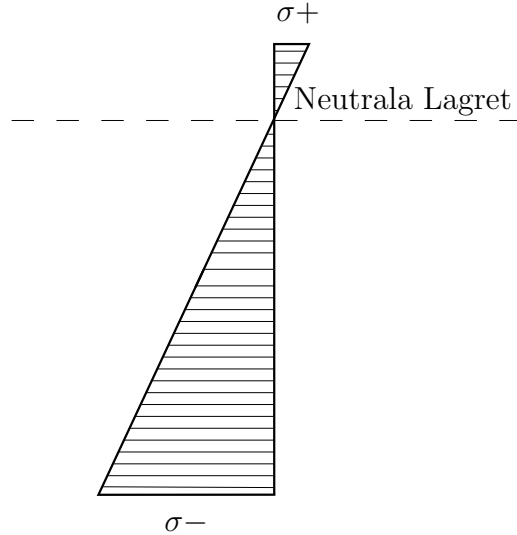
$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z}\bar{y} \text{ respektive } \sigma_x = \frac{M_y}{I_y}\bar{z} \quad (2.6)$$



Figur 2.4: Spänningsfördelningen för ren böjning

Om tvärsnittet enligt ovan belastas med en axiell kraft i kombination med böjning kommer det neutrala lagret att förflyttas då en större del av balken blir tryckt eller dragen, se Figur 2.5. De resulterande spänningarna kan bestämmas genom att addera de olika fallen enligt (2.7) [11].

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \bar{z} - \frac{M_z}{I_z} \bar{y} \quad (2.7)$$



Figur 2.5: Förskjutning av neutrala lagret från spänningsbidraget från normalkraften, i detta fall en tryckande normalkraft.

För en fritt upplagd balk belastad med en jämnt utbredd med spännvidden L kommer momentdiagrammet att beskrivas av en parabel med det maximala värdet:

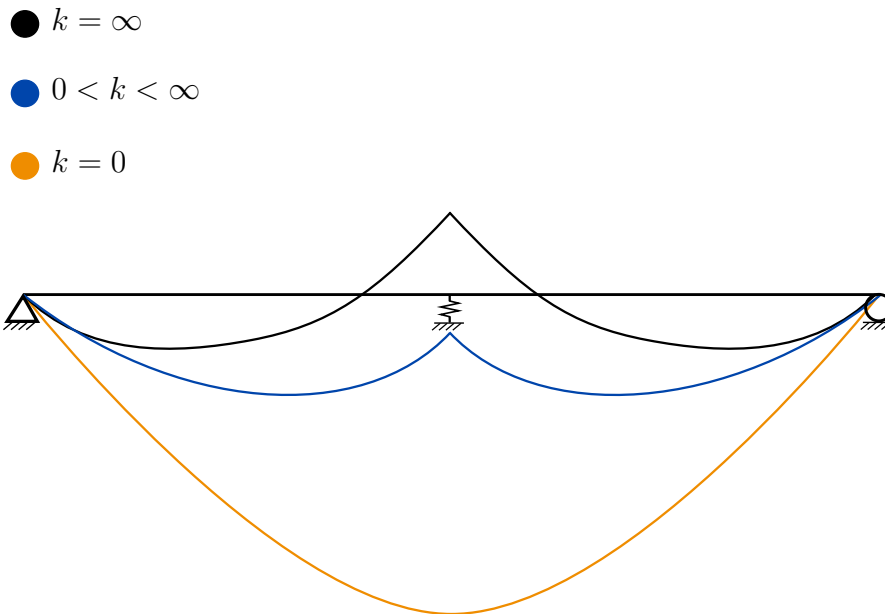
$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} \quad (2.8)$$

Momentdiagrammet för en fritt upplagd balk visas i Figur 2.6, där den fritt upplagda balken motsvarar fallet $k=0$.

Då fler perfekta stöd adderas så kommer momentdiagrammet att delas upp i fältmoment och stödmoment. Detta innebär ett negativt böjmoment över stöden, och att det största momentet längs balken är lägre än för det fritt upplagda fallet [11]. Momentdiagrammet för den kontinuerliga balken visas principiellt i Figur 2.6 och motsvarar fallet $k = \infty$.

2.2.1 Den underspända balken

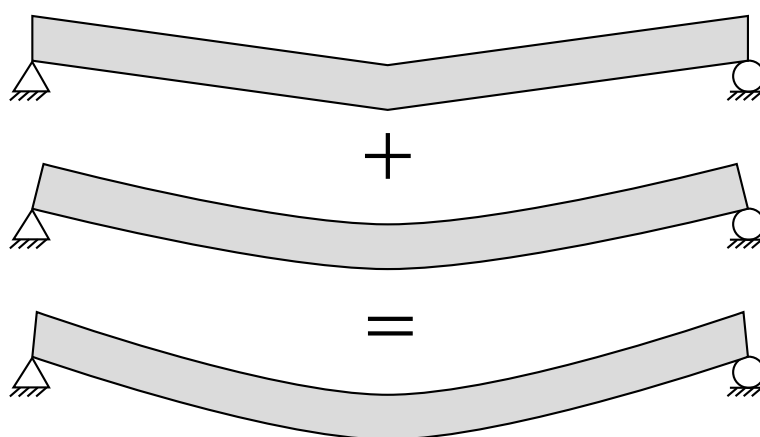
För den underspända balken kommer trycksträvorna i kombination med dragbanden utgöra stöd för primärbalken. Dragbanden och trycksträvorna har viss möjlighet till att deformera i vertikal riktning (z -led), vilket gör att trycksträvorna blir fjädrande stöd till balken, se Figur 2.6. Momentdiagrammet kommer därför vara en blandning mellan systemet utan mittstöd ($k = 0$) och systemet med perfekta stöd ($k = \infty$), se Figur 2.6.



Figur 2.6: Momentdiagram för balk med fjädrande mittstöd belastad av en jämnt utbredd last.

2.2.2 Timoshenkobalk

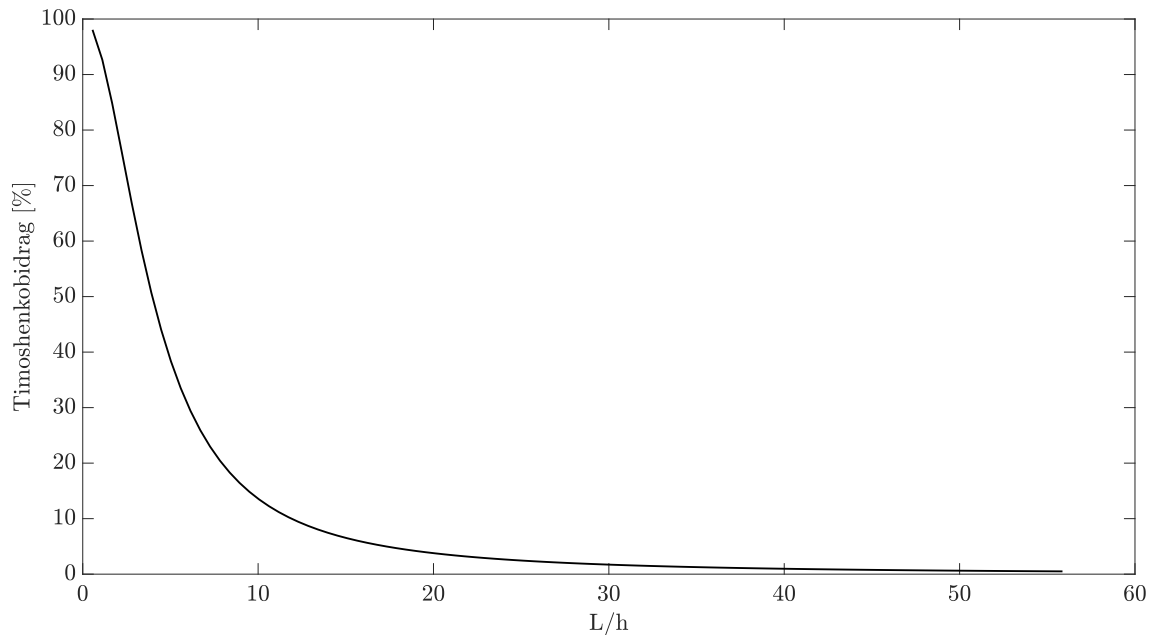
I Bernoulli-Eulers balkteori görs deformationsantagandet att balktvärsnitten förblir vinkelräta mot balkaxeln även i det deformerade läget. Detta antagande medför att ingen skjuvdeformation beaktas. Antagandet fungerar väl för balkar som är låga i förhållande till spännvidd. För balkar som är högre i förhållande till spännvidd blir skjuvdeformationerna så pass stora att de inte bör försummas [9]. Hur deformationsantaganden skiljer sig mellan de två teorierna för en fritt upplagd balk belastad med en punklast mitt i spannet illustreras i Figur 2.7.



Figur 2.7: Skjuvdeformationer i kombination med böjdeformationer.

I Timoshenkos balkteori beaktas skjuvdeformationer och den totala deformationen blir därför en summa av skjuvdeformationer och böjdeformationer [9]. I övrigt har balkelementet samma frihetsgrader som i en Bernoulli-Euler-balk, se Figur 2.3.

Skillnaden mellan teorierna blir mer påtaglig då kvoten L/h och $(GA)/(EI)$ går mot noll. I Figur 2.8 illustreras bidraget från skjuvdeformationerna beroende på L/h för ett konstant värde på $(GA)/(EI) \approx 0.23 \text{ m}^{-2}$.



Figur 2.8: Bidrag från skjuvdeformationer då kvoten mellan spännvidd L och balkhöjd h varieras för fritt upplagd balk med jämnt utbredd last.

2.3 Instabilitet

Jämvikt delas upp i två typer, stabil jämvikt och instabil jämvikt. I det stabila fallet återgår systemet till jämvikt efter störning, för det instabila fallet återgår systemet ej till den ursprungliga jämvikten efter störning utan hittar ett nytt instabilt jämviktsläge. Den last på systemet vilken ger mer än ett möjligt jämviktsläge kallas för bifurkationslast [9].

För fallet med balkar innebär detta att vid bifurkationslasten kan balken hitta ett nytt instabilt jämviktsläge, balken har knäckts. För en balk med slankt tvärsnitt som belastas med en transversell kraft kan instabilitet inträffa genom böjning ut ur plan och vridning samtidigt, vilket kallas för vippning; stabiliteten förloras plötsligt vid transversell belastning [9].

För den underspända balken blir risken för vippning eller böjvridknäckning påtaglig då balken är hög och stora tryckkrafter förekommer i samband med transversell last och eventuell förspänning.

De värden på lasten varvid bifurkation sker kan tas fram genom att utföra en egenvärdesanalys av systemet. Egenvärdesproblemet tar hänsyn till krafters påverkan på styvheten och en lösning hittas då systemet har noll styvhet. Det generella egenvärdesproblemet är formulerat enligt (2.9) [12].

$$(\mathbf{K}_0 - \lambda \mathbf{K}_\sigma) \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}. \quad (2.9)$$

Där λ är egenvärdet/lastmultiplikatorn och egenvektorn $\boldsymbol{\theta}$ är utböjningsformen vid instabilitet.

\mathbf{K}_0 är den initiala styvheten för systemet, jmf (2.11). \mathbf{K}_σ är den geometriska styvhetsmatrisen vilken beskriver inre krafter och förskjutningars påverkan på systemets styvhet.

Bifurkationslasterna för systemet med en jämnt utbredd last q bestäms därmed som:
 $q_{cr}^i = \lambda^i \cdot q$.

2.4 Finita element-metoden

Finita Element metoden är en numerisk metod för att lösa partiella differentialekvationer genom att dela upp ett system i mindre delar, finita element. Varje element är definierat av en uppsättning noder med ett antal frihetsgrader, vilka beskriver nodens translationer och rotationer och representerar ett antal numeriska ekvationer och villkor. I kombination med andra element kan komplexa problem och strukturer beskrivas, och uppsättningen av dessa element kallas för systemets beräkningsnät.

Den grundläggande ekvationen för en finita element analys beskrivs för det globala systemet enligt [13]:

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (2.10)$$

Där \mathbf{a} är förskjutningarna i vardera frihetsgrad för systemet. \mathbf{K} är styvhetsmatrisen vilken beskriver elementens motstånd mot de translationer och rotationer som uppstår och \mathbf{f} är den globala lastvektorn.

Styvhetsmatrisen för ett element skrivs på algebraisk form som

$$\mathbf{K}^e = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (2.11)$$

Där \mathbf{B} är de partiella derivatorna av formfunktionerna (\mathbf{N}), vilka beskriver vald approximation för elementen. \mathbf{D} är den elastiska styvhetsmatrisen vilken för ett linjärelastiskt ortotrop material beskrivs av (2.2).

Den globala lastvektorn består av två delar, en intern lastvektor och en extern lastvektor. Den interna lastvektorn beskriver den energi som är lagrad i elementen under deformation och den externa lastvektorn beskriver de belastningar som systemet utsätts för. Den interna lastvektorn beräknas på en elementnivå som [13]:

$$\mathbf{f}^e = \mathbf{f}_l + \mathbf{f}_b = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV + \int_{S_h} \mathbf{N}^T \mathbf{h} + \int_{S_g} \mathbf{N}^T \mathbf{t} \quad (2.12)$$

Där \mathbf{b} är kraftvektorn som verkar på kroppen, \mathbf{t} är spänningsvektorn för randen av elementet, dvs. krafter som verkar på kroppens yta. S_h är den rand vilken besitter

naturliga randvillkor (föreskriven spänningssvektor) och S_g är den delen av randen med essentiella randvillkor (föreskriven frihetsgrad).

Sedan assembleras matriserna för vardera element in i globala matriser med hänsyn till topologin. Topologin beskriver vilka frihetsgrader som hör till vilket element i systemet [14]:

$$\mathbf{K} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{K}^e, \quad \mathbf{f} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{f}^e, \quad (2.13)$$

Då strukturen deformerar förflyttas nodernas position och den relativa längdförändringen i beskrivs för ett 1D element som [14]:

$$\Lambda = \frac{l}{l_0} \quad (2.14)$$

där l är den nuvarande längden på elementet och l_0 är den ursprungliga längden.

Från (2.14) definieras olika mått på töjningen, Då små deformationer beaktas används *engineering strain* och töjningen beskrivs som [14]:

$$\varepsilon = \Lambda - 1 \quad (2.15)$$

Vid stora deformationer är (2.15) en för grov approximation av töjningen varvid *Greens strain* används [14]:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\Lambda^2 - 1) \quad (2.16)$$

För att hantera stora deformationer används *Updated Lagrangian method* i vilken beräkningar görs för en referensgeometri av strukturen, vilken är det förra deformerade jämviktsläget. Då stora deformationer beaktas innebär det att en term läggs till i styvhetsmatrisen (2.11) och den interna lastvektorn (2.12) [14]:

$$\mathbf{K}^e = \int_V (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} + \mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{H}) dV \quad (2.17)$$

$$\mathbf{f}^e = \int_V (\mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}) dV \quad (2.18)$$

Där \mathbf{R} är en matris som innehåller spänningarna i deformerade läget och \mathbf{H} är en matris som innehåller de partiella derivatorna av formfunktionerna (\mathbf{N}).

Då beräkningar nu görs i deformerade lägen måste den elastiska styvhetsmatrisen (\mathbf{D}) uppdateras vilket görs med hänsyn till rådande deformationer med hjälp av deformationsgradienten. Deformationsgradienten är den matris som transformerar ett system och kan skrivas på matrisform som [14]:

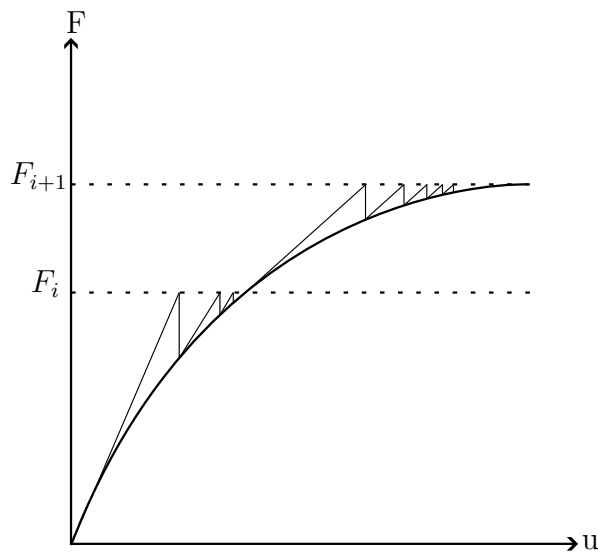
$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x^0} & \frac{\partial x}{\partial y^0} & \frac{\partial x}{\partial z^0} \\ \frac{\partial y}{\partial x^0} & \frac{\partial y}{\partial y^0} & \frac{\partial y}{\partial z^0} \\ \frac{\partial z}{\partial x^0} & \frac{\partial z}{\partial y^0} & \frac{\partial z}{\partial z^0} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Matriserna assembleras från elementnivå till en global nivå enligt (2.13).

Newton Raphsons lösningsmetod

För att lösa ekvationsystemet (2.10) används ett beräkningsschema enligt Newton-Raphson. Det är en iterativ metod som löser systemet för varje laststeg i flera iterationer. I varje iteration beräknas en styvhet utifrån de rådande förskjutningarna, från denna styvhet och förskjutningar beräknas de interna krafterna för systemet och jämförs med det externt verkande laststeget. För att kraftjämvikt ska råda måste skillnaden mellan den interna kraften och den externa kraften vara godtyckligt nära noll. En residual ansätts vilken är definierad som skillnaden mellan den interna kraftvektorn och den externa kraftvektorn. Därefter uppdateras förskjutningar med hänsyn till residualen, och styvhet och intern lastvektor beräknas på nytt tills residualen är mindre än en given tolerans [14].

Beräkningsschemat sammanfattas i Box 1 och illustreras i Figur 2.9.



Figur 2.9: Konvergens av Newton Rhapsos beräkningsschema.

- För laststeg $i = 1 \dots i_{max}$
 - Initiera kraften F och beräkna förskjutningar u
 - Iterera fram tills residual $< tolerans$
 - Beräkna styvhet och intern kraftvektor beroende på förskjutningar
 - Beräkna ny residual
 - Uppdatera förskjutningar med hänsyn till residual
 - Om residual $< tolerans$ stäng iterationsloop och acceptera förskjutningar
- Stäng laststegsloop

Box 1: Sammanfattning av iterationsschema enligt Newton Raphson

3 Metod

För att undersöka olika parametrars påverkan på strukturens stabilitet och styvhet gjordes flertalet studier där ett antal parametrar varierades med hjälp av programmeringsspråket Python och det kommersiella FE-programmet RFEM 6 [15], se *avsnitt 3.3* för en utförligare beskrivning angående interaktionen mellan RFEM och Python.

Beräkningarna utfördes för ett flertal typer av beräkningselement och beräkningsteorier. De typer av beräkningselement som användes var:

- 1D-element (balkar/stänger), i denna rapport betecknad strukturmodell.
- 2D-element (skal), i denna rapport betecknad skalmodell.
- 3D-element (solider), i denna rapport betecknad solidmodell.

Beräkningsteorier som användes var 1:a, 2:a respektive 3:e ordningens teorier vilka i detta arbete definieras enligt följande:

1:a ordningen:

Beräkningar görs med jämvikt i odeformerat läge och deformationerna antas vara små. Styvheten beräknas endast med hänsyn till initiell geometri enligt Ekvation (2.11).

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0$$

2:a ordningen:

Beräkningar utförs med jämvikt i deformerat läge och styvheten delas upp i två delar, en med den initiella geometrin och en med krafters inverkan på styvheten. För denna teori antas deformationerna vara små.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_\sigma$$

3:e ordningen:

Beräkningar utförs med jämvikt i deformerat läge och styvheten delas upp i tre delar, en med den initiella geometrin, en med krafters inverkan på styvheten och en med deformationernas inverkan på styvheten. För denna teori kan hänsyn tas till stora deformationer.

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_\sigma + \mathbf{K}_a$$

För de olika teorierna löstes egenvärdesproblemet (2.9) med hjälp av Lanczos metod [12], antingen genom en inkrementell eller en linjär metod. I den linjära metoden löstes egenvärdet för de snittkrafter som gäller vid beräknad deformation från den statiska

beräkningen. I det olinjära fallet då deformationen påverkar styvheten används istället en inkrementell metod vilket löser problemet utifrån snittkrafter i flera inkrement [15].

Då detta arbete ej strävade efter att dimensionera eller kontrollera en enskild balk, utan snarare att undersöka olika parametrars betydelse för den underspända balkens benägenhet för instabilitet, har arbetet utförts med karakteristiska styvhets- och hållfasthetsvärden.

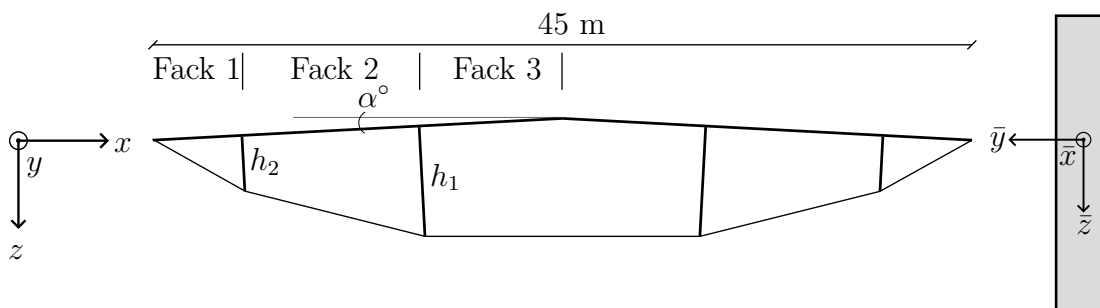
För varje antaget värde på en parameter utfördes en fullständig instabilitetsberäkning enligt andra ordningens teori samt en beräkning där hänsyn togs till stora deformationer (tredje ordningens teori). De enda beräkningarna som gjordes enligt första ordningens teori var de statiska beräkningarna för att bestämma formen och magnituden på de initiella imperfektionerna, samt för framtagningen av referensgeometri för varje fall, mer om detta i *avsnitt 3.1*.

3.1 Referensmodell

Balken som studerades hade en principiell geometri enligt Figur 3.1. Taklutningen α varierades till tre fall: 0° , 3° och 8° . Inom varje taklutning antog geometrin tre fall. I två av fallen var trycksträvornas höjd och placering längs balken olika, och i det tredje fallet var balken utrustad med endast en trycksträva på vardera sida om ramleden. Detta resulterade i totalt nio olika geometrier. En mer exakt beskrivning av varje enskild geometri finns i *Kapitel 4*.

Eftersom underspända takstolar används då en längre spännvidd erfordras så har spännvidden genomgående för hela arbetet varit 45 m. Tryckbommar placerades i underkant av varje trycksträva.

Det globala respektive det lokala koordinatsystem som användes genomgående för hela arbetet visas i Figur 3.1. Notera att den lokala \bar{x} -axeln definieras som riktningen vinkelrätt tvärsnittsplanet. Detta innebär att $\bar{x}_{\text{Trycksträva}}$ är vinkelrät mot $\bar{x}_{\text{Primärbalk}}$, och $\bar{y}_{\text{Trycksträva}}$ är parallell med $\bar{y}_{\text{Primärbalk}}$.



Figur 3.1: Referensgeometri, α varieras mellan 0° , 3° och 8° , tillsammans med trycksträvornas höjd, placering och antal. Globalt koordinatsystem till vänster och lokalt koordinatsystem till höger i figur. Den lokala \bar{x} -axeln avser alltid riktningen vinkelrätt elementets tvärsnittsplan.

Variationen i trycksträvornas höjd och placering gjordes med målet att det maximala momentet från en jämnt utbredd last skulle vara så jämnt fördelat mellan facken som möjligt, så att materialet används så effektivt som möjligt. Processen utfördes iterativt, där en linjär beräkning gjordes för att sedan jämföra absolutbeloppen av stödmomenten över trycksträvorna och fältmomenten i de olika facken. Under denna iterativa metod var trycksträvornas position bestämd och höjden på trycksträvorna bestämdes utefter deras position.

3.1.1 Material och tvärsnittsmått

De material som valdes för referensfallen är beskrivna nedan:

Allt limträ antogs vara av hållfasthetsklass GL30c med karakteristiska materialparametrar enligt Tabell 3.1. Även om olika typer av virke används i innerkant och ytterkant av tvärsnittet har i detta arbete ekvivalenta elasticitets och skjuvmoduler ansatts. Medeldensiteten för GL30c är 430 kg/m^3 [16]. Alla element av limträ har modellerats som linjärelastiska.

Dragbanden antogs vara av stål av kvalitet S600MC och modellerades som linjär-elastiska med materialparametrar enligt Tabell 3.2.

Tabell 3.1: Ekvivalenta mekaniska egenskaper för limträ av hållfasthetsklass GL30c i MPa [16].

Böjhållfasthet		30
Elasticitetsmodul	Parallellt fibrer	10 800
	Vinkelrätt fibrer	250
Skjuvmodul	Längs fibrer	540
	Rullskjuvmodul	54

Tabell 3.2: Mekaniska egenskaper för S600MC [17].

Elasticitetsmodul	E	210 000 MPa
Skjuvmodul	G	80 800 MPa
Tvärkontraktion	ν	0.3
Flytgräns	f_y	600 MPa

Primärbalk: För referensfallen användes en primärbalk med dimensionen ($b \times h$): $305 \times 1620 \text{ mm}$. När slankheten undersöktes varierades både bredden och höjden men tvärsnittsarean hölls konstant då en jämförelse angående materialeffektivitet utfördes.

Trycksträva: För referensfallen användes en trycksträva av material GL30c med dimensionen ($b \times h$) $305 \times 495 \text{ mm}$. Då slankheten parametriserades varierades även bredden på trycksträvan för att möjliggöra en naturlig koppling till primärbalken, däremot hölls tvärsnittshöjden konstant. Därmed hölls ej tvärsnittsarean för trycksträvan konstant med varierande slankhet.

Dragband: För referensfallen användes dragband med diametern 40 mm . Då referensmodellen antas ha fyra dragband (två på vardera sida av primärbalken)

modellerades dragbanden i skal- respektive strukturmodellen som ett dragband med en ekvivalent diameter x .

$$A_{\text{cirkel}} = \frac{\pi d^2}{4}; A = A; 4 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi x^2}{4} \rightarrow x = 2d = 80 \text{ mm.}$$

I solidmodellen modelleras istället ett dragband på vardera sida av primärbalken med en ekvivalent diameter x :

$$A = A; 4 \frac{\pi d^2}{4} = 2 \frac{\pi x^2}{4} \rightarrow x = \sqrt{2}d = 57 \text{ mm}$$

Genomgående för arbetet placerades dragbandens infästning vid upplagen centriskt in i primärbalkens tvärsnittshöjd.

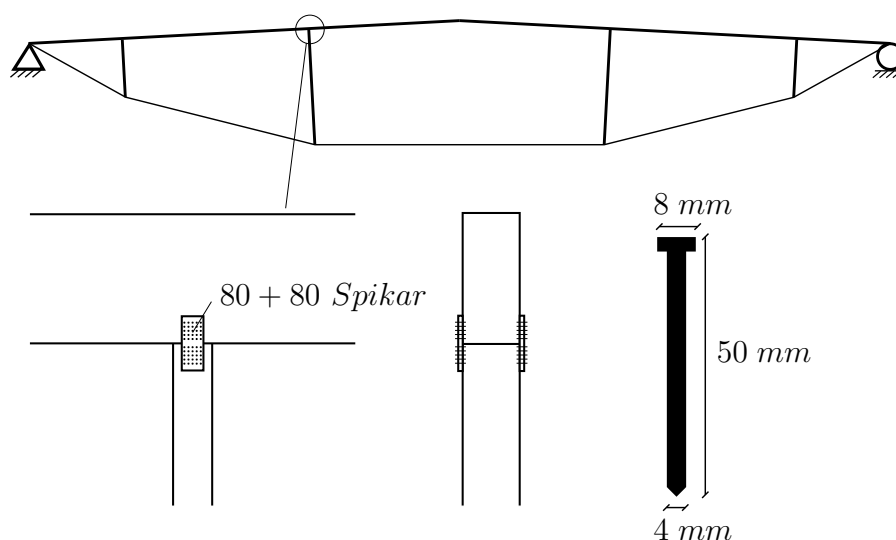
3.1.2 Uppskattning av fjäderstyvheter

I detta arbete parametriserades endast en parameter åt gången medan resterande parameter hölls konstanta. För att balkens verkningsätt skulle vara realistiskt krävdes det att övriga parameter erhöill rimliga värden när en parametriserades. Därför gjordes jämförelser med befintliga ritningar på underspända system, vilka användes som referens för geometri på spikplattor, dragband, trycksträvor etc. Utifrån dessa definierade geometrier uppskattades därefter dess styvheter, varpå grova parameterstudier utfördes för att försäkra om ett rimligt verkningsätt för balken.

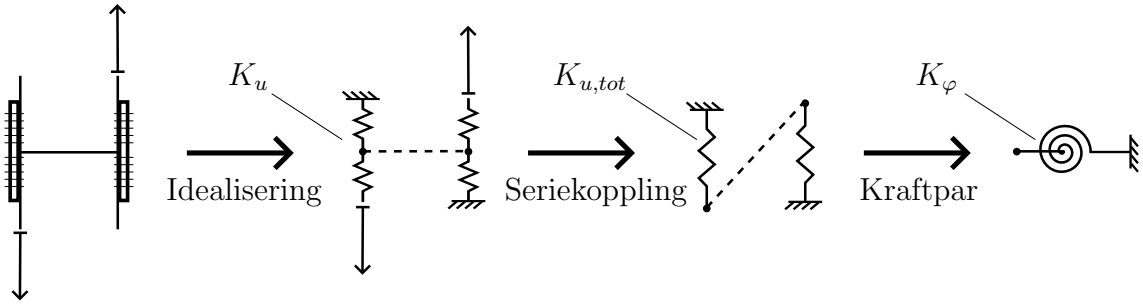
Rotationsstyvhet i spikförband

Spikförbandet och dess spikar som antogs verka i referensmodellen visas i Figur 3.2.

Rotationsstyvheten som tillgodoräknades från spikförbandet beräknas genom utnyttjande av kraftparet vilka spikarnas skjuvstyvhet ger på vardera sida om primärbalken. Beräkningsgången illustreras i Figur 3.3.



Figur 3.2: Detalj över spikförbandet mellan trycksträva och primärbalk.



Figur 3.3: Beräkningsgång för ekvivalent rotationsstyvheter i spikförband.

Förskjutningsmodulen för en enskild spik med ett skjuvningsplan beräknas som [1]:

$$K_{ser} = \frac{\rho_m^{1.5} \cdot d^{0.8}}{30} \text{ N/mm} \quad (3.1)$$

Notera att medeldensiteten ρ_m och spikdiametern d ska anges i kg/m^3 respektive mm.

Då 80 spikar används i varje plåthalva beräknas förskjutningsmodulen för varje del som:

$$K_{ser} = \frac{430^{1.5} \cdot 4^{0.8}}{30} \cdot 80 = 72080 \text{ kN/m}$$

För förband av stål mot trä bör medeldensiteten baseras på materialet av trä, varför förskjutningsmodulen kan multipliceras med en faktor två [1].

Förskjutningsmodulen ovan är definierad i brukgränstillstånd. För brottgränstillstånd gäller sambandet [1]:

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} \quad (3.2)$$

Då båda delar av spikförbandet är lika erhålls förskjutningsmodulen i brottgränstillstånd för hela förbandet som:

$$K_{u1} = K_{u2} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 72080 = 96100 \text{ kN/m}$$

Translationsstyvheter erhålls genom att seriekoppla de två delarna av spikförbandet, dvs. den del som är kopplad till primärbalk och den del som är kopplad till trycksträva. Seriekoppling av styvheter beräknas genom:

$$\frac{1}{K_{u,tot}} = \frac{1}{K_{u1}} + \frac{1}{K_{u2}} \quad (3.3)$$

Med numeriska värden beräknas $K_{u,tot}$ som:

$$K_{u,tot} = \left(\frac{1}{K_{u1}} + \frac{1}{K_{u2}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{96100} + \frac{1}{96100} \right)^{-1} = 48050 \text{ kN/m}$$

Translationsstyvhet är definierat som:

$$K_u = \frac{F}{u} \quad (3.4)$$

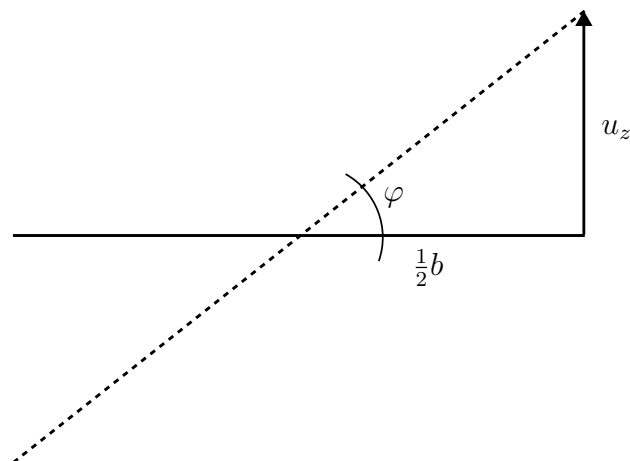
Rotationsstyvhet är definierat som:

$$K_\phi = \frac{M}{\varphi} \quad (3.5)$$

Det kraftpar som translationsstyvheten ger upphov till kan uttryckas som:

$$M = Fb \quad (3.6)$$

Deformationsgeometrin för kopplingen visas i Figur 3.4, geometrin för detta deformationsmönster medför att vinkelförändringen kan skrivas som:



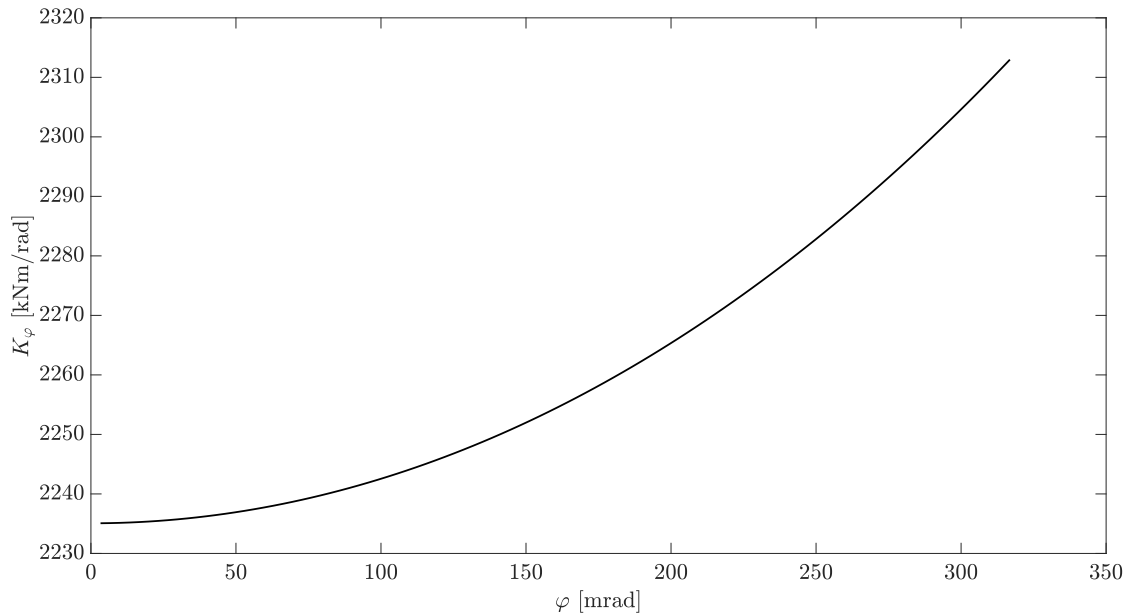
Figur 3.4: Deformationsgeometri av spikförband, där b är primärbalken och trycksträvans bredd.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{2u}{b}\right) \quad (3.7)$$

Genom att kombinera ekvationerna (3.4), (3.5), (3.6) och (3.7) kan förbandets rotationsstyvhet skrivas som:

$$K_\phi = \frac{K_{u,tot} \cdot b^2 \cdot \tan(\varphi)}{2 \cdot \varphi} \quad (3.8)$$

Rotationsstyvheten som funktion av vinkeln visas i Figur 3.5 och rotationsstyvheten valdes till 2200 kNm/rad för referensfallen.



Figur 3.5: Rotationsstyvhet i spikförbandet som funktion av vinkelförändring

När slankheten för balken förändras kommer även bredden b att förändras. Detta innebär att hävarmen för kraftparet i (3.6) förändras och därmed rotationsstyvheten. Detta bortses ifrån i detta projekt då en separat studie för rotationsstyvheten görs och parameterstudien för slankheten snarare avser att påvisa slankheten av primärbalkens betydelse för instabilitet.

Axialstyvhet i tryckbom

I referensfallet placerades tryckbommen i underkant av trycksträvan genomgående för hela arbetet.

Axialstyvheten för tryckbommen valdes till det värde som krävdes för att lastmultiplikatorn för den första instabilitetsmoden skulle nå en godtyckligt konstant nivå. I syfte av att ta fram detta värde utfördes en grov parameterstudie i en skalmodell med geometri enligt Figur 4.1 enligt andra ordningens teori och med den vertikala linjelast beskriven i *avsnitt 3.1.4* på det referensfall vilket visas i Figur 4.1.

Från Tabell 3.3 syns att en axialstyvhet på 10 000 kN/m är tillräcklig. I ett tidigt skede av arbetet ansattes 11 000 kN/m som referensvärde för tryckbommens axialstyvhet, då skillnaden mellan en axialstyvhet på 10 000 och 11 000 kN/m är liten enligt Tabell 3.3 så fanns ej skäl att ändra detta värde. Därmed ansattes 11 000 kN/m som referensvärde.

Tabell 3.3: Påverkan av lastmultiplikator med avseende på axialstyvhet i tryckbom.

Axialstyvhet [kN/m]	λ [-]
1	3.69
1 000	5.28
10 000	6.43
11 000	6.45
20 000	6.59

I syfte av att göra en uppskattning av vilket tvärsnitt på tryckbommen detta värde motsvarar gjordes en enkel beräkning för axialstyvheten. I denna enkla beräkning så beräknades axialstyvheten genom (3.9) och seriekopplades med ett antal element med lika egenskaper. I detta fall så antogs sju stycken tryckbommar av längd sju meter vara seriekopplade vilket ger följande:

Axialstyvheten för en balk beräknas enligt:

$$k_{axial} = \frac{EA}{L} \quad (3.9)$$

Från Tabell 3.1 ges elasticitetsmodulens värde i fiberriktningen som 10800 MPa.

Seriekoppling utförs enligt Ekvation (3.3).

För att en axialstyvhet om 11 000 kN/m ska uppnås krävs därmed ett tvärsnitt med area:

$$\frac{1}{k_{axial,ekv}} = \frac{7}{\frac{EA}{L}} \rightarrow A = \frac{7L \cdot k_{axial,ekv}}{E} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 11000 \cdot 10^3}{10800 \cdot 10^6} = 0.05 \text{ m}^2 = 50000 \text{ mm}^2.$$

Om ett antagande om ett kvadratisk tvärsnitt görs motsvaras denna styvhet av ett tvärsnitt om:

$$b = h = \sqrt{50000} = 225 \text{ mm}.$$

I verkligheten kommer även en seriekoppling med styvheten från förbanden mellan tryckbommarna och gavelbalkens styvhet att behöva utföras vilket ej är medräknat i detta fall då ovanstående endast är tänkt som en ungefärlig storlek för att göra en rimlighetsanalys.

I strukturmodellen modelleras tryckbommen som en fjäder i en nod. I skal och solidmodellen modelleras den istället som en fjäderbädd längs trycksträvans tvärsnittshöjd (\bar{z} -riktningen). Detta innebär att för skalmodellen och solidmodellen uppstår implicit en rotationsstyvhet runt \bar{x} -axeln i trycksträvan, men inte i strukturmodellen. För att kompensera för denna skillnad tillsätts en ekvivalent rotationsstyvet i trycksträvans nedre nod. Stegen för att ta fram den ekvivalenta rotationsstyvheten presenteras i Figur 3.6.

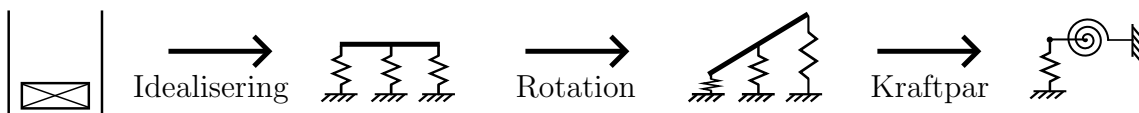
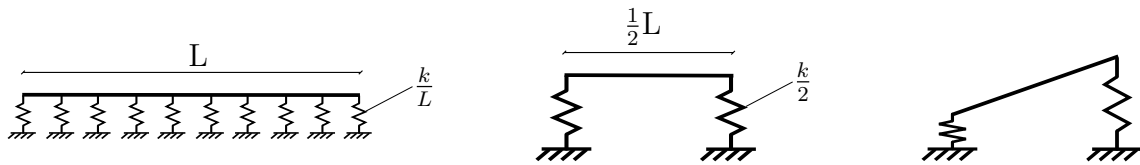


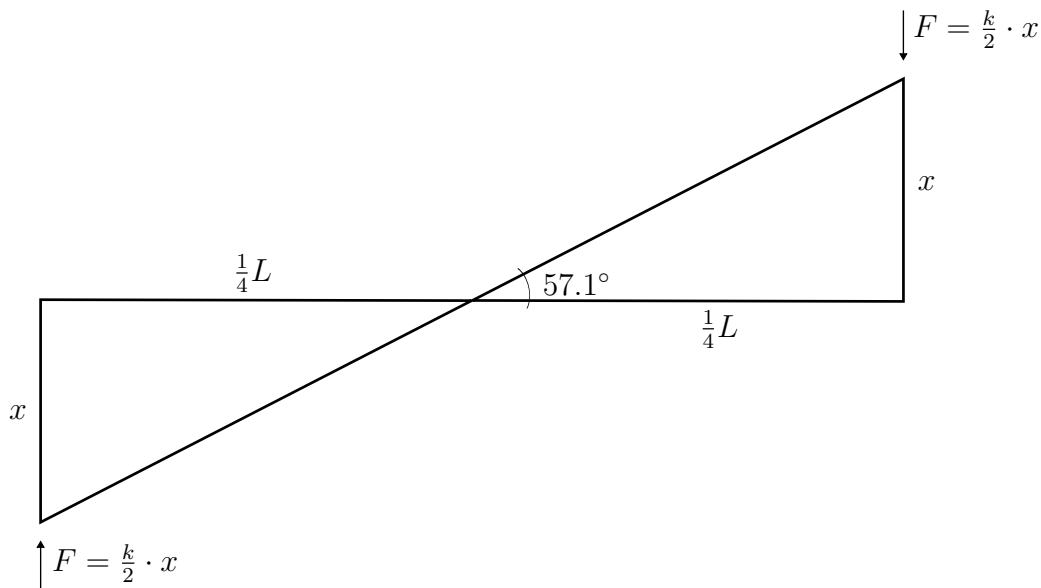
Figure 3.6: Beräkningsgång för rotationsstyvheten av tryckbom i strukturmodell.

Då fjäderbädden är av konstant styvhet längs sin linje, ersätts fjäderbädden med två ekvivalenta fjädrar, se Figur 3.7. Rotationsstyvheten från det kraftpar som sedan uppstår vid en enhetsrotation ($1 \text{ rad} = 57.1^\circ$) runt z -axeln beskrivs av ekv. 3.10, samt Figur 3.8.



Figur 3.7: Deformationsmönster för enhetsrotation

$$x = \tan(57.1) \cdot \frac{L}{4} = \tan(57.1) \cdot \frac{0.495}{4} = 0.191 \text{ m.} \quad (3.10)$$



Figur 3.8: Deformationsmönster för enhetsrotation

Den ekvivalenta rotationsstyvheten kunde därför bestämmas som:

$$K_\phi = F \cdot \frac{L}{2} = \frac{k_{axial}}{2} \cdot x \cdot \frac{L}{4} = 5500 \cdot 0.191 \cdot \frac{0.495}{4} = 260 \text{ kNm/rad}$$

Translationsstyvhet i takplåt

Primärbalkens ovansida ses som stagad genom infästning till TRP-plåt eller liknande styv takskiva. Denna stagning modellerades som en fjäderbädd med en translationsstyvhet i global y -led. Värdet på fjäderbädden behövde däremot uppskattas för att beskriva balkens verkningsätt på ett rimligt sätt. I syfte att undersöka det värde på fjäderbädden som krävdes för att balken ska kunna ses som stagad i ovankant gjordes en grov parameterstudie. I detta fall anses balken vara stagad då förskjutningen i global y -led i ovankant av balken är godtyckligt liten. Parameterstudien utfördes genom att undersöka styvheten av fjäderbäddens påverkan på förskjutning och lastmultiplikator. Parameterstudien är gjord enligt andra ordningens teori i en skalmodell med geometri enligt Figur 4.1 och med den vertikala linjelast beskriven i *avsnitt 3.1.4*.

Tabell 3.4: Translationsstyvhet i TRP:s påverkan på verkningssätt. Deformationen i y -led är den maximala deformationen i balkens ovankant.

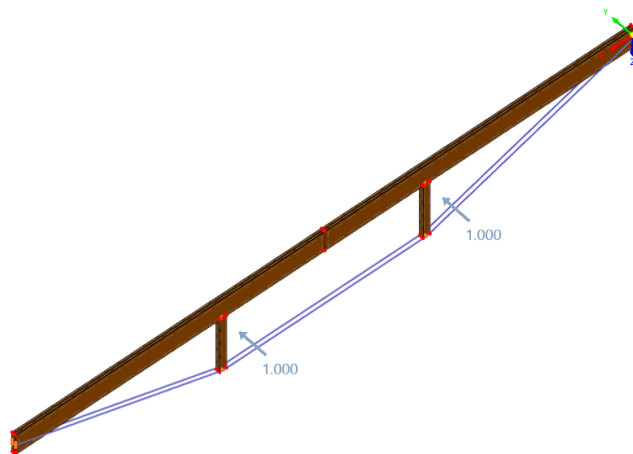
Translationsstyvhet TRP [kN/m ²]	λ [-]	u_y [mm]
50	1.04	49
100	1.11	-90.4
500	1.39	-10.4
1 000	1.54	-4.8
5 000	1.81	-1.0
10 000	1.87	-0.5
50 000	1.94	-0.1
100 000	1.95	-0.05
∞	1.96	0

Enligt Tabell 3.4 krävs ett värde på fjäderbäddens styvhet som överstiger 50 000 kN/m² för att deformationen i global y -led ska understiga 0.1 mm. Då lastmultiplikatorn ej påverkas i stor utsträckning vid högre värden på fjäderbäddens styvhet så anses TRP-plåten vara oändligt styv genomgående för hela arbetet.

3.1.3 Initiell snedställning

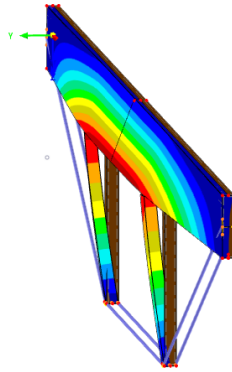
Referensgeometrin försågs med en initiell snedställning vilket skapade en initiell geometri i vilken beräkningar utfördes.

Snedställningens form valdes inledningsvis i arbetet utifrån den första instabilitetsmoden för systemet. Däremot förändras den första instabilitetsmoden då parametrar varieras vilket skulle innebära att även snedställningarnas form skulle variera. I syfte av att hantera varje parameterstudie konsekvent över hela det studerade intervallet skapades istället en form på snedställningen från ett lastfall där deformationsmönstret efterliknar den första instabilitetsmoden för referensfallet. Då den första instabilitetsmoden för referensfallet är böjvridknäckning skapades ett lastfall med enhetslaster i global y -led för de noder mellan primärbalk och trycksträva, se Figur 3.9.

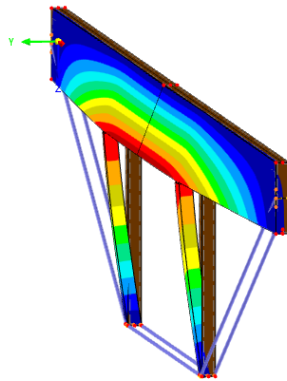


Figur 3.9: Statisk lastgeometri vilken ger formen för den initiella snedställningen.

Det deformationsmönster som erhålls från denna lastgeometri visas i Figur 3.10 och det deformationsmönster som instabilitetsmoden hade gett visas i Figur 3.11.



Figur 3.10: Utböjningsform för statisk enhetslast



Figur 3.11: Utböjningsform för instabilitetsmoden böjvridknäckning

Deformationsmönstret från den statiska lastgeometrin enligt Figur 3.10 skalas upp och bildar den initiala geometri i vilken beräkningar utförs.

Inmätningar från Limträteknik AB över imperfektioner för underspända balkar i två idrottshallar belägna i Luleå respektive Sala visar på uppmätta imperfektioner i intervallet $[0\ 120]$ mm.

Därmed ansågs en initiell snedställning på 50 mm vara rimlig, och denna magnitud valdes för den initiala geometrin. Detta värde ligger ungefär i mitten av intervallet och är alltså inte det värsta fallet. Det görs även en separat studie där imperfektioner varieras och där hänsyn togs till extremvärdena i ovanstående intervall.

3.1.4 Laster

Denna studies syfte var ej att kontrollera en enskild balks bärförmåga utan istället att undersöka olika parametrars betydelse gällande instabilitetsfenomen. Därför valdes en vertikal linjelast om 40 kN/m eftersom denna magnitud på lasten gav egenvärden och utnyttjandegrader för referensfallen vilka var rimliga i förhållande till krav på materialeffektivitet.

För det lastfall då imperfektioner byggdes upp ansattes enhetslaster på 1 kN in i de noder där trycksträva ansluter mot primärbalk, se Figur 3.9. Det deformationsmönster som denna enhetslast gav skalades sedermera upp till önskad snedställning.

I referensfallet var inte dragbanden förspända, dock infördes en dummyvariabel på 1 N för de element där förspänning senare infördes. Detta för att enkelt kunna variera förspänningen utan att behöva modifiera modellerna manuellt. Då förspänningen varierades modellerades den som en jämnt utbredd axiell last över dess längd med en total magnitud vilken motsvarar förspänningens magnitud. I RFEM görs detta med lasttypen *Initial prestress*. Denna last införs före de andra lasterna och skapar därmed en förutsättning för beräkningar.

Alla laster antogs verka konservativt på modellerna, det vill säga att lasten alltid verkade i ursprunglig riktning oavsett om strukturen har deformerats eller ej.

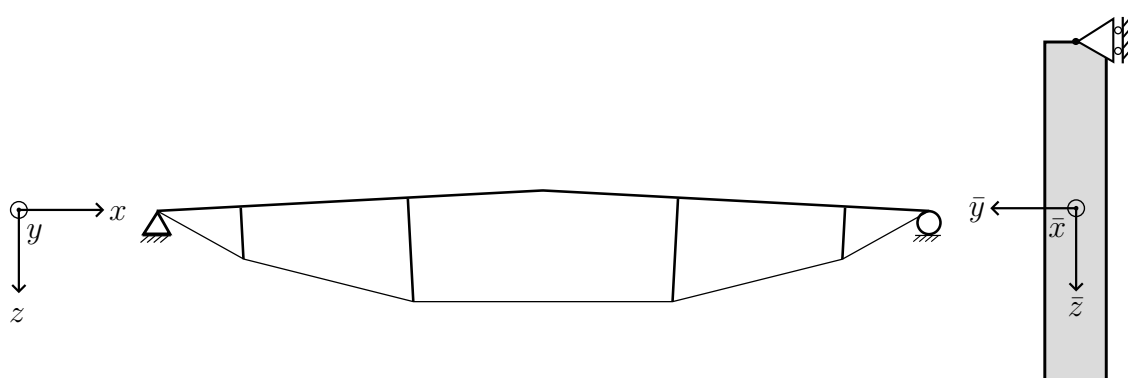
3.1.5 Upplagsvillkor

Systemet är fritt upplagt, med ett rulllager i höger ände som tillåter kraften från dragbanden att gå in i balken, och därmed inte in i själva upplaget. Utöver detta är balken förhindrad att förskjutas i y -led längs sin ovankant, beskrivet i *avsnitt 3.1.2*.

Då balken är låst för förskjutning i både toppen och botten i global y -led vid dess upplag så kommer balken alltid vara låst i rotation kring global x -led vid upplagen. Strukturen sågs alltså alltid som fullt gaffellagrad vid dess upplag.

Genomgående för hela arbetet modellerades spikförbandet mellan primärbalk och trycksträva som en perfekt led, vilken tilldelades en styvhet vilken motsvarar spikförbandets rotationsstyvhet.

Upplagsvillkoren illustreras i Figur 3.12.



Figur 3.12: Randvillkor för balken. Höger bild visar hur primärbalkens tvärsnitt är fäst i ovankant mot takplåten, längs hela primärbalken.

3.1.6 Studerade parameterar

I varje studie undersöktes påverkan av lastmultiplikatorn λ , jämför med Ekvation (2.9).

Slankhet

För att undersöka materialeffektiviten för primärbalken varierades slankheten med en form vilken innebar att tvärsnittsarean hölls konstant. Parameterstudien startade med extremfallet om ett kvadratisk tvärsnitt och därefter ökade höjden gradvis med steg om 55 mm, då arean hölls konstant följde bredden genom förhållandet:

$$A = b \cdot h \longrightarrow b = \frac{A}{h}$$

Det minsta möjliga tvärsnittet med hänsyn till materialbrott beräknades genom att minsta möjliga böjmotstånd bestämdes:

$$\sigma = \frac{M}{W} \longrightarrow W = \frac{M}{\sigma}$$

Det maximala momentet över balken för de nio olika geometrierna bestämdes genom beräkningar enligt första ordningens teori med den vertikala linjelast beskriven i *avsnitt 3.1.4* till: $M = 1800$ kNm.

Den maximalt tillåtna spänningen i böjning ges av Tabell 3.1 till: 30 MPa.

Det minsta möjliga elastiska böjmotståndet bestämdes därmed som:

$$W = \frac{1800}{30000} = 0.06 \text{ m}^3$$

Då det elastiska böjmotståndet för en rektangel kan uttryckas som $W = \frac{bh^2}{6}$ valdes det första steget i parameterstudien som en kvadrat ($\frac{h}{b} = 1$) med tvärsnittet $(b \times h) = 735 \times 735$ mm, vilket motsvarar ett elastiskt böjmotstånd på 0.066 m^3 . Det slutgiltiga steget valdes därför efter 20 steg till $(b \times h) = 285 \times 1890$ mm ($\frac{h}{b} = 6.7$).

Snedställning

Snedställningen skapas utifrån den metod vilken är beskriven under *avsnitt 3.1.3*. Därefter skalas deformationsmönstret upp till önskad magnitud.

Magnituden för snedställningen varierades enligt intervallet $[0 \text{ } 400]$ mm.

I variationen av snedställningen undersöks även tillskottsdeformationerna ut ur plan. Tillskottsdeformationerna är beräknade från initialgeometrin, dvs från den snedställda geometrin.

Tryckbommens styvhet

Tryckbommens placering antogs vara konstant belägen i underkant av trycksträvan under hela det varierade styvhetsintervallet.

För de fall då lutningen på primärbalken är 0° existerar ingen överhöjning av systemet och därför är detta fall känsligare för låga värden på tryckbommens styvhet. Därför startar de fall där lutningen är 0° med en axialstyvhet på 700 kN/m.

För skalmodellen och solidmodellen modellerades tryckbommens anslutning mot trycksträvan som en linje. En ekvivalent fjäderbädd togs fram genom att dividera med höjden på trycksträvan.

För strukturmodellen ansattes även en rotationsstyvhet vilken var ekvivalent med det motstånd vilket fjäderbädden ger.

Tryckbommens axialstyvhet varierades enligt intervallet: [0 20000] kN/m och således varierades fjäderbäddens axialstyvhet den ekvivalenta rotationsstyvheten enligt intervallen [0 40400] kN/m² respektive [0 470] kNm/rad.

Förspänning

Förspänningens värde varierades från 0 fram tills det värde på kraften vilket ger materialbrott för kabeln. Den kraft som krävs för att materialbrott ska inträffa beräknas enligt:

$$\sigma = \frac{F}{A} \longrightarrow F = \sigma \cdot A$$

Då dragbandens flytspänning enligt Tabell 3.2 är 600 MPa och dragbanden har en ekvivalent diameter om 80 mm ges kraften vid materialbrott som:

$$F = f_y \cdot \frac{d^2\pi}{4} = 600 \cdot \frac{80^2\pi}{4} \approx 3010 \text{ kN}$$

Förspänningen varierades då enligt intervallet [0 3000] kN, i två olika system: ett system med tryckbom och ett system utan tryckbom.

I fallet utan tryckbom låstes vridningen av trycksträvan (rotation runt lokal \bar{x} -axel) i dess infästningspunkt mot primärbalken.

Denna koppling är definierad i en nod och därmed hade inget motstånd mot vridning existerat om denna frihetsgrad ej låsts, då den fjäderbädd som motverkar vridning är nu saknas, se *avsnitt 3.1.2*.

Rotationsstyvhet i spikförband

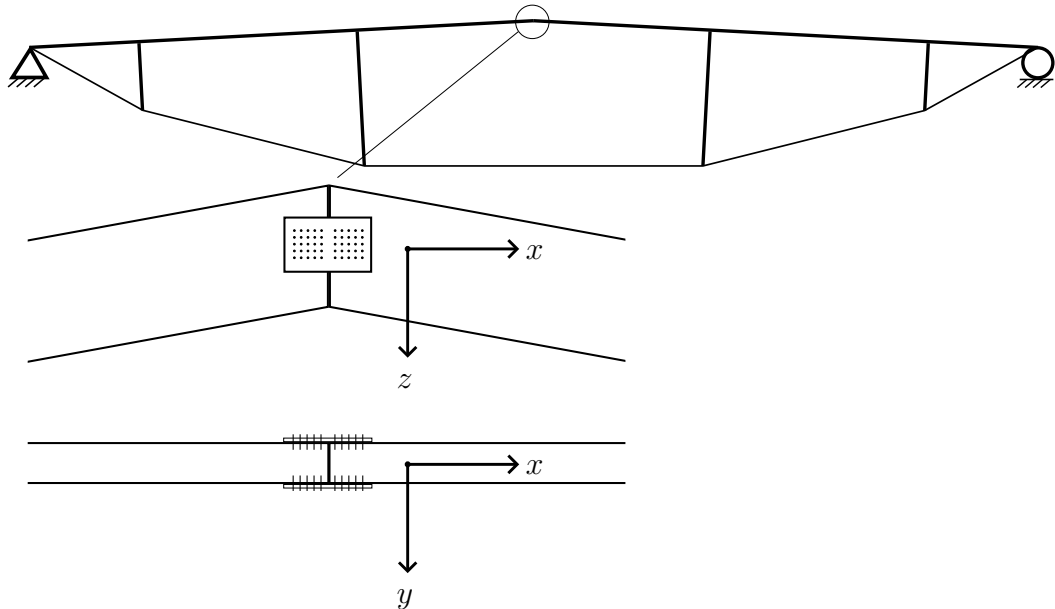
Spikförbandets rotationsstyvhet varierades från ett lågt värde till ett högt värde i syfte att representera en ledad koppling respektive en momentstyv koppling. Då modellen var instabil för en perfekt ledad koppling varierades spikförbandets rotationsstyvhet enligt intervallet: [500 10000] kNm/rad.

Rotationsstyvhet i ramled

Ramleden, dvs. leden mellan primärbalkens två symmetriska halvkor utförs som fullt ledad kring y respektive z -axeln. Däremot används ofta en spikplåt på vardera sida om

primärbalken vilket innebär att den beräkningsmetod som användes för spikförbandets rotationsstyvhet även håller i detta fall, en detaljskiss illustreras i Figur 3.13. I likhet med fallet för spikförbandet mellan primärbalken och trycksträva kan det tillgodoräknas en rotationsstyvhet runt z -axeln, dvs. ett motstånd mot böjning ut ur plan.

I syfte av att undersöka hur denna styvhet påverkar systemet görs en parameterstudie där rotationssyvheten varieras enligt intervallet: $[0 \ 10000]$ kNm/rad.



Figur 3.13: Detalj över förbandet i ramleden.

Då de geometrier som är utförda med en lutning på 0° är modellerade som momentstyva utfördes denna parameterstudie endast på de geometrier med en lutning på primärbalken om 3° respektive 8° .

Vid en del beräkningar konvergerade ej lösningen vid extremvärden på de parametrar som varierades, särskilt för de beräkningar som gjordes enligt tredje ordningens teori. Därför startar inte alla parameterstudier på de värden som är beskriva nedan utan några startar på ett lägre/högre värde för att lösningen över huvud taget ska konvergera.

I solidmodellen varierades enbart spikförbandets styvhet. Detta eftersom skillnaden mellan modellerna var små och ett antagande görs om att övriga parametrar påverkar skillnaden mellan modellerna på liknande sätt.

3.2 RFEM

Analyserna utfördes i det kommersiella FE-programmet RFEM 6.02 [15].

I RFEM kan komplexa strukturer enkelt ritas upp med det integrerade ritprogrammet. Avancerade analyser kan sedan utföras på dessa strukturer. Arbetet använde ett stort antal olika modeller, varför RFEM valdes som finita-element program.

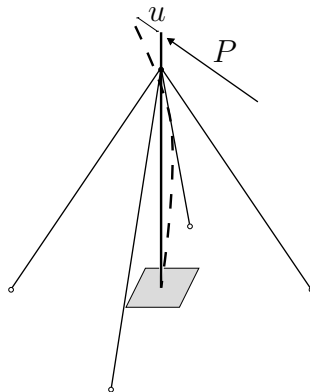
3.2.1 Generellt

Kabelelement kontra dragelement

I RFEM finns det två typer av element som endast tar drag, dragelement ("tension") eller kabelelement ("cable"). Skillnaden mellan de två är att styvheten i kabelelementen är starkt beroende på dess geometriska form, varför en geometrisk olinjär beräkning måste göras om kabelelement används. Om kabelelementet är initieellt rakt och förblir rakt under belastning kommer styvheten vara konstant.

Till skillnad från kabelelement fungerar dragelement fungerar i ett linjärt sammanhang, och förutsätts alltid vara raka mellan två noder. Det är därför ingen skillnad mellan de två elementtyperna om strukturen i fråga som modelleras är initieellt rak och förblir rak under belastning.

För att validera detta gjordes en jämförelse mellan de två elementtyperna för ett enkelt lastfall i RFEM. En fast inspänd konsolbalk stagad med raka dragstag nära toppen belastades med en punktlast i godtycklig riktning. En geometrisk olinjär beräkning utfördes för de båda fallen, och ingen skillnad uppmättes i varken utböjning eller lastmultiplikator för första instabilitetsmoden, λ . Lastfallet och strukturen presenteras i Figur 3.14.



Figur 3.14: Lastfall för att jämföra raka kablar med dragelement.

De underspända balkarna i arbetet utformas på ett sådant sätt att dragstagen är initieellt raka. Analyserna tar inte hänsyn till egentyngheten för varken dragstag eller balk, så dragstagen förblir raka när last påförs. Dragstagen har därför modellerats som linjer med dragelement och inte kabelelement, genomgående för hela arbetet.

Elementet Rigid

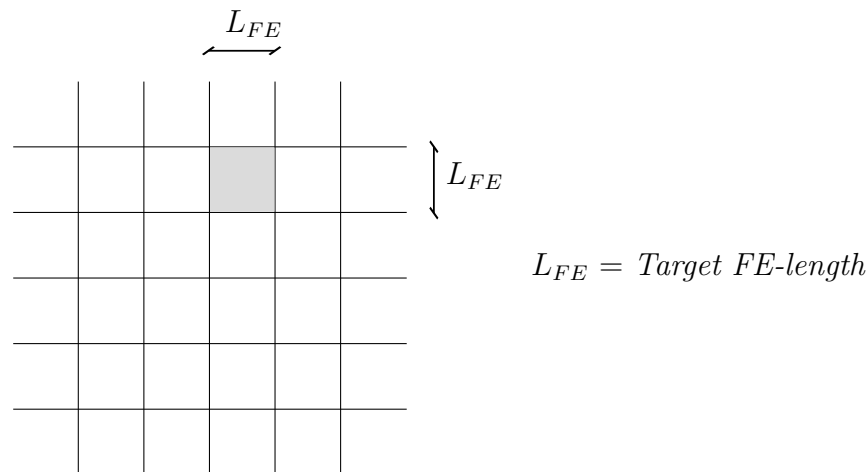
RFEM förfogar över en elementtyp *Rigid* vilken sammanfogar förskjutningar mellan två noder genom en oändligt styv koppling [15]. I detta arbete har denna typ av element använts och det är elementtypen *Rigid* som använts då referens görs till ett stelt strukturelement.

Beräkningsnätet och Target FE-length

Storleken på beräkningsnätet och antalet beräkningselement bestämmer hur god

approximationen är. Ett finare beräkningsnät (fler beräkningselement) ger generellt sett en bättre approximation av lösningen. Däremot medför ett ökat antal beräkningselement att antalet frihetsgrader och storleken på det globala ekvationssystemet växer. Därmed ökar tiden för beräkningarna med ett finare beräkningsnät [15].

RFEM bygger upp beräkningsnätet i den grad det är möjligt med fyr-nodiga element och fyller därefter ut tomrummen med tre-nodiga element. Beräkningsnätets storlek bestäms genom att precisera en *Target FE-length* vilken definieras som en sida på de fyr-nodiga elementen, se Figur 3.15 [15].



Figur 3.15: RFEMs *Target FE-length* i ett godtyckligt beräkningsnät.

3.2.2 Strukturmodell

I strukturmodellen utgår alla beräkningar från systemets centrumlinjer. I RFEM kan två olika balkteorier användas för att utföra beräkningar, Timoshenkos balkteori eller Bernoulli-Eulers balkteori [15].

Genomgående i detta arbete har beräkningarna utförts med Timoshenkos balkteori då kvoten mellan höjden och bredden för primärbalken i sin referensgeometri var hög; skjuvdeformationer blir påtagliga.

Materialmodell

I strukturmodellen modelleras materialet som linjärelastiskt isotropt med materialtypen *Timber*. Det innebär att RFEM hanterar den stora kvoten mellan elasticitetsmodul och skjuvmodul som existerar i trä genom att ansätta en stor fiktiv tvärkontraktion, dvs. ett värde som ej existerar i verkligheten [15].

Excentriciteter som styva element

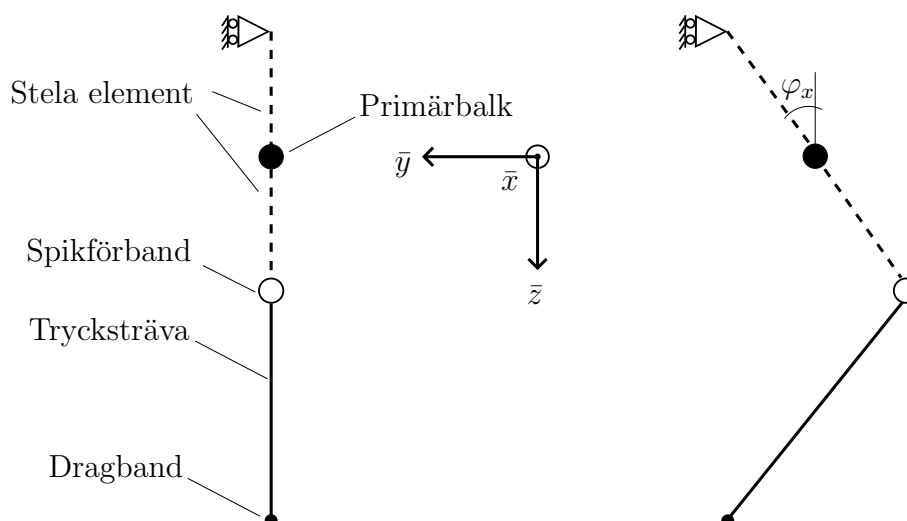
Att modellera en hög balk med balkelement gör att somliga excentriciteter i systemet inte tas hänsyn till. Ett exempel på detta är infästningen mellan primärbalken och takplåten. I det verkliga fallet finns det en excentricitet mellan planet för skivverkan och balkens centrumlinje. I en balkmodell ses balken som en linje, vilket gör att excentriciteten mellan centrumlinje och takplan inte tas hänsyn till. Skulle balkmodellen låsas i takplanet innebär det att hela balkmodellen är styv mot förskjutningar, och inte bara dess ovansida som i det verkliga fallet. För små tvärsnitt kan denna

approximation vara god, men ju högre tvärsnittet är desto större blir excentriciteterna som bortses från i modellen.

Detta har kringgåts i strukturmodellen genom att införa stela strukturelement, se *avsnitt 3.2.1*. Detta innebär att vissa deformationsantaganden görs för strukturmodellen:

- Tvärsnittet förblir vinkelrätt mot balkens centrumlinje
- Tvärsnittet deformeras inte lokalt i $\bar{y}\bar{z}$ -planet, dvs. balken har oändlig styvhet mot böjning av tvärsnittet. Framöver benämns denna deformationsmod som tvärböjning.

Denna tolkning av balkens excentricitet från dess systemlinje gör att fenomen ut ur planet kan beskrivas. I samband med deformationer ut ur plan kommer då primärbalken utsättas för vridning, om analysen är geometrisk olinjär. Kinematiken, tillsammans med strukturmodellens excentriciteter illustreras i Figur 3.16.



Figur 3.16: Kinematik för utböjning i spikförband, med vridningen i balken, φ_x , markerad

De platser där stela strukturelement har införts för att motsvara excentriciteten $h/2$ av primärbalkens tvärsnitt är följande:

- Avstånd mellan TRP-plåt och primärbalkens centrumlinje.
- Avstånd mellan trycktsträvans topp och primärbalkens centrumlinje.
- Avstånd mellan pelartopp och primärbalkens centrumlinje.

Då tryckbommen i strukturmodellen modelleras som en punkt och inte en linje ansattes även en rotationsstyvhet i denna nod, se *avsnitt 3.1.2*.

Validering

Validering av strukturmodellen görs med två olika metoder, en statisk kondensering samt en handberäkning.

En statisk kondensering innebär att antalet frihetsgrader för ekvationssystemet kan reduceras utan att styvheten vilken ekvationssystemet beskriver påverkas. Med hjälp av denna metod kan en delstrukturens ekvivalenta styvhet beräknas, där den statistiska kondenseringen ger ett skalärt värde på den ekvivalenta styvheten. I detta fall har de frihetsgrader som representerar trycksträvan och dragbanden kondenserats bort och ersatts med en frihetsgrad med ekvivalent styvhet (skalärt värde).

Skalmodellen och solidmodellen valideras därefter genom jämförelser med strukturmodellen.

3.2.3 Skalmodell

Då beräkningarna för en skalmodell utgår från ett två-dimensionellt centrumplan så används en skalteori för att utföra beräkningarna. RFEM förfogar över två olika skalteorier, Kirchhoff alternativt Reissner-Mindlin [15].

I detta projekt har teorin enligt Reissner-Mindlin använts då den tar hänsyn till skjuvdeformationer, vilka är särskilt påtagliga då b/h för balkens tvärsnitt är stort om balken ses som ett skal i xz -planet. [15].

För att modellen skulle uppföra sig på ett realistiskt sätt användes stela element för att lokala effekter som till exempel intryckningar och singulariteter skulle reduceras. Dessa stela elementen representerade de stålkopplingar och detaljer vilka sprider ut lasten i det verkliga fallet.

Kopplingen mellan trycksträva och primärbalk modellerades i skalmodellen med en punkt som kunde rotera runt y -axeln och z -axeln. Kopplingen tilldelades en styvhet runt den lokala \bar{x} -axeln vilken motsvarade spikförbandets rotationsstyvhet. Om denna koppling istället skulle modellerats som en linje, hade lösningen av linjens translationer även medfört att rotation kring y -axeln och z -axeln varit stela.

Kopplingen i ramleden modellerades i de fall då primärbalken lutar som en punkt, som är fri att rotera runt y -axeln och z -axeln. Med hänsyn till symmetri för vridning av balken utrustades kopplingen med en låsning för rotation kring x -axeln.

Kopplingen i en punkt har åstadkommit genom att ett oändligt styvt element med en godtyckligt liten längd har placerats mellan trycksträva och primärbalk. Detta element tilldelades en perfekt led.

Materialmodell

I skalmodellen användes en linjärelastisk ortotropt materialmodell vilken byggdes upp med hjälp av Ekvation (2.5) och värden enligt Tabell 3.1. För att undersöka tvärkontraktionens påverkan på modellen utfördes en grov parameterstudie enligt Tabell 3.5. Beräkningarna för parameterstudien är utförda med andra ordningens teori och med en vertikal linjelast enligt *avsnitt 3.1.4*.

Av resultaten i Tabell 3.5 framgår att tvärkontraktionen inte påverkar i någon större utsträckning. Därmed utfördes beräkningarna genomgående för arbetet med en tvärkontraktion med värde 0 i båda riktningarna.

Materialets ortotropi hanterades genom att fiberriktningen placerades i lokal \bar{x} -riktning för vardera yta.

Tabell 3.5: Tvärkontraktionens påverkan på materialmodellen, den grova parameterstudien är utförd på en modell med geometri enligt Figur 4.1.

Tvärkontraktion ν_{xy}	u_y [mm]	u_z [mm]	λ [–]
0	29.4	255.5	1.96
0.05	29.4	255.4	1.97
0.1	29.4	255.2	1.97
0.2	29.4	254.8	1.97
0.5	29.3	253.7	1.98
1.0	29.1	252.4	2.00

Konvergensstudie

Antalet beräkningselement kommer att påverka resultatet varför en konvergensstudie utfördes. Med en konvergensstudie menas en studie av hur många element som krävs för att lösningen ska vara (godtyckligt) acceptabel. Då ett finare elementnät oftare ger upphov till singulariteter [15], valdes primärbalkens centrumlinje som den linje där en jämförelse gjordes, där den studerade noden var den i centrumlinjens mittpunkt. Detta motsvarar mer eller mindre ramleden.

Jämförelser i denna punkt gjordes för tre olika beräkningsfall: en beräkning enligt första ordningens teori där deformationen ur plan för imperfektionsfallet undersöktes (se Figur 3.9), en beräkning enligt första ordningens teori där den vertikala förskjutningen undersöktes och en beräkning enligt andra ordningens teori där lastmultiplikatorn undersöktes. För de två sistnämnda fallen användes den vertikala linjelast vilken är beskriven i *avsnitt 3.1.4*. Konvergensstudien är utförd på en modell med geometri enligt Figur 4.1.

Tabell 3.6: Konvergensstudie av deformation i y -led, deformation i z -led, och lastmultiplikator.

Target FE-Length [m]	u_y [mm]	u_z [mm]	λ [–]
1.0	0.56	228	2.40
0.5	0.62	241	2.24
0.2	0.71	248	2.00
0.1	0.73	252	1.96
0.05	0.74	254	1.93
0.025	0.74	255	1.90

Utifrån Tabell 3.6 valdes beräkningsnätets *Target FE-Length* till 0.1 m.

Vid denna storlek på elementens storlek ansågs approximationen vara tillräckligt bra, dock är ej full konvergens uppnådd. Syftet med detta arbete var ej att bygga upp en perfekt modell utan snarare att påvisa och undersöka olika parametrars betydelse varför denna elementstorlek ansågs tillräcklig i förhållande till beräkningstiden.

3.2.4 Solidmodell

I solidmodellen modellerades hela balken med dess bredd. Därmed applicerades den vertikala lasten över hela ytan och beräknades genom

$$q = \frac{40}{b} = \frac{40}{0.305} = 132 \text{ kN/m}^2$$

Kopplingen mellan trycksträva och primärbalk modellerades i solidmodellen som en koppling i en punkt där en perfekt led infördes vilken tilldelades en styvhet runt dess lokala \bar{z} -axel för att representera spikförbandets rotationsstyvhet.

Detta är en förenkling då det i solidmodellen hade varit möjligt att modellera spikförbandet med dess ingående element, stålplattor och individuella spikar. Eftersom de olika parametrarnas betydelse för instabilitet eftersöktes i detta projekt ansågs denna förenkling vara acceptabel.

Materialmodell

I stil med skalmodellen modelleras även materialet för solidmodellen som linjärelastiskt ortotrop enligt Ekvation (2.3) och med värden enligt Tabell 3.1. Då tvärkontraktionen ej ansågs ha någon inverkan på skalmodellen så antogs den ej ha någon inverkan på solidmodellen heller. Precis som för skalmodellen placerades fiberriktningen i lokal \bar{x} -riktning.

Upplagsvillkor

I solidmodellen modellerades hela balkens bredd varvid hela balkens bredd låses i vertikal riktning i syfte av att representera den underliggande pelarens stöd. Däremot medför låsningen över hela bredden att upplagen ses som fullt gaffellagrade.

Upplagsvillkoren gällande förskjutningar i global x - och y -led ses som punkter i syfte av att ej låsa de rotationer som bör tas med i modellen.

Konvergensstudie

Liknande skalmodellen utfördes även en studie av konvergens för solidmodellen i syfte att lösningens approximation ska vara tillräckligt bra. För att undvika singulariteter vid ett finare beräkningsnät kontrolleras konvergens vid centrumlinjen för tvärsnittet och i en punkt på mitten av centrumlinjen. Beräkningarna är gjorda enligt andra ordningens teori och med den vertikala linjelasten beskriven i *avsnitt 3.1.4*. Konvergensstudien är utförd på en modell med geometri enligt Figur 4.1.

Tabell 3.7: Konvergensstudie av deformation i y -led, deformation i z -led, och lastmultiplikator.

Target FE-Length [m]	u_y [mm]	u_z [mm]	λ [—]
1.0	0.47	249	2.96
0.5	0.56	241	2.53
0.2	0.67	258	2.14
0.1	0.73	271	1.97
0.008	0.75	274	1.93

Från Från Tabell 3.7 ,syns en skillnad mellan en *Target FE-length* på 0.1 m respektive 0.08 m. Vid ett beräkningsnät av denna detaljgrad är beräkningstiden mycket stor. Under parametrering i RFEM:s API finns en inbyggd övre gräns angående serverutrymme [15]. Därför var en mindre *Target FE-length* än 0.2 ej möjlig, och detta var elementstorleken som valdes.

Denna begränsning ansågs vara acceptabel eftersom det snarare var beteendet för instabilitet som undersöktes och ej specifika värden.

3.3 Parameterstudie

För att automatisera arbetet med att undersöka olika parameterars beroende används programmeringsspråket Python integrerat med RFEM.

Med den senaste versionen av RFEM, 6, har det tillkommit en ny funktion där användare kan styra programmet med hjälp av programkod, Python eller Javascript. RFEM har sen tidigare haft stöd för enkla instruktioner som anges i själva klienten.

En sådan integrering mellan en applikation och programmeringsspråk kallas applikationsprogrammeringsgränssnitt, förkortat API från den engelska översättningen, *application programming interface*.

Med ett API har användaren större möjligheter att automatisera och parametrisera modeller. En modell kan byggas upp helt och hållet genom programkod, och samtliga objekt och parametrar i modellen är explicit definierade i själva programkoden. Alternativt kan modellen skapas manuellt i klienten, för att sedan anropas i programkoden.

I arbetet har den sistnämnda metoden använts, för att få balans mellan enkelhet, att skapa en modell med de integrerade ritfunktionerna i RFEM, och frihet i hur och vad som analyseras i modellen i form av relativt enkel programkod.

I princip består varje parameterstudie av det objekt som skall parametriseras, vilka och hur många värden som modellen analyseras för och vilka resultat som skall studeras. Detta görs lämpligen med en for-loop, där en ny beräkning görs för modellen med ett givet parametervärde i varje iteration.

Den principiella Python-kod som använts i studien presenteras i Bilaga B.

4 Resultat och Diskussion

I detta kapitel presenteras enstaka resultat från parameterstudierna vilka anses vara typiska samt de resultat vilka avviker från det typiska. För en komplett resultatredovisning från parameterstudierna hänvisas läsaren till Bilaga A.

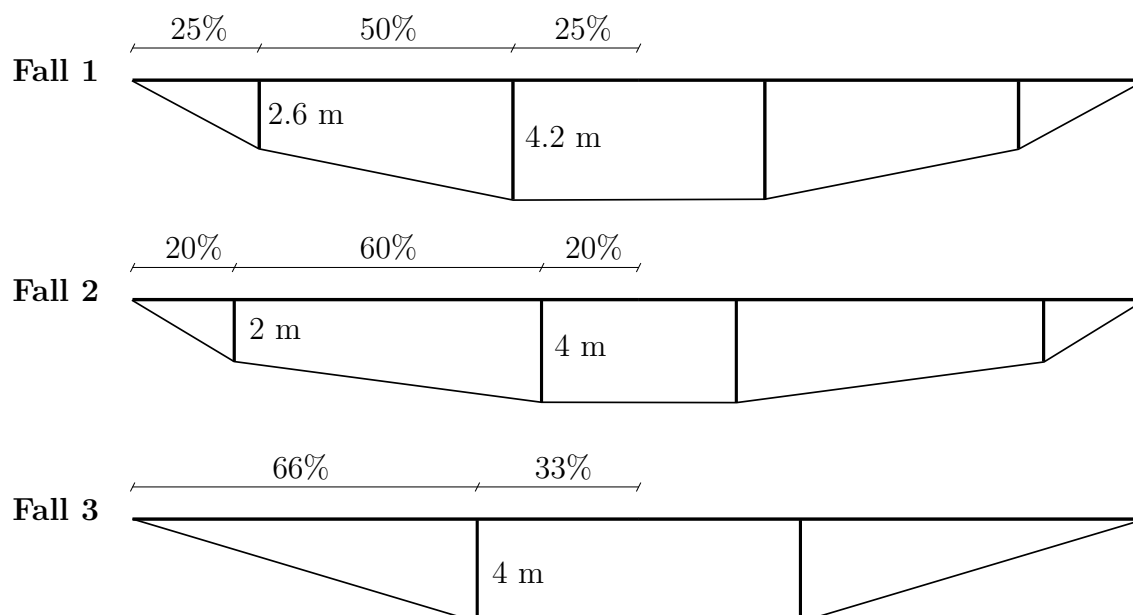
De typiska resultaten presenteras i Figur 4.9 – Figur 4.33.

4.1 Geometrier

Samtliga geometrier är utformade med en spännvidd om 45 m. För en mer komplett beskrivning av gemensamma inslag för alla geometrier samt framtagning av geometrier se *avsnitt 3.1*.

Takstol $\alpha = 0^\circ$

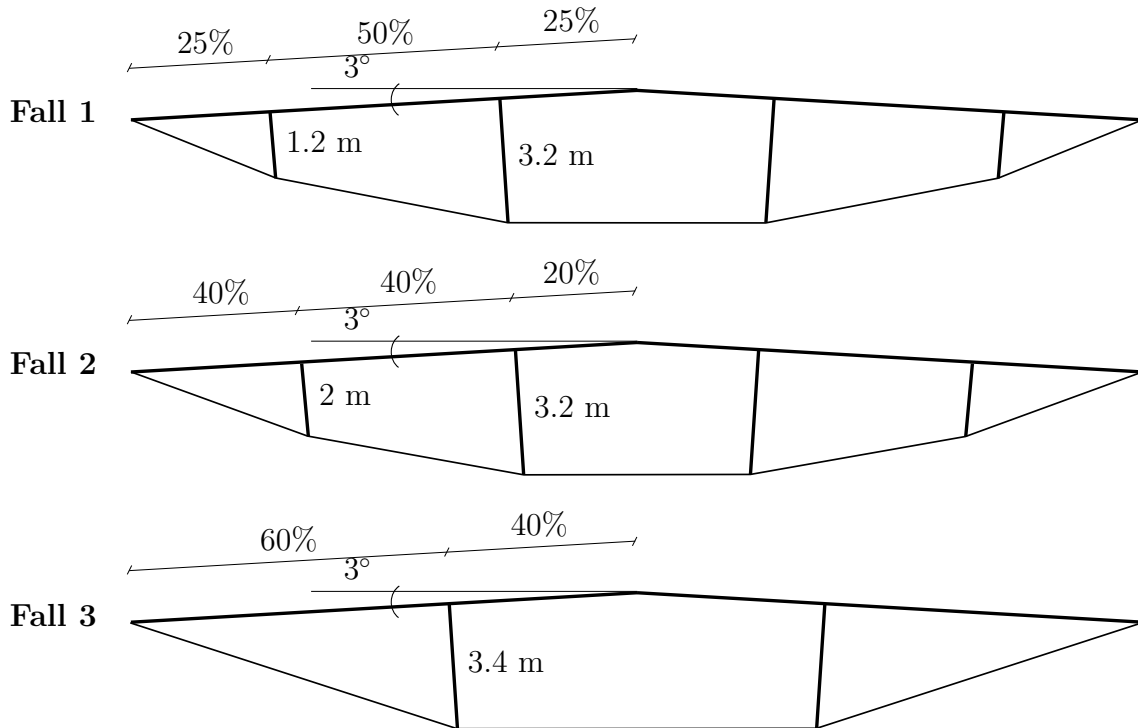
De geometrier vilka beräknats för $\alpha = 0^\circ$ presenteras i Figur 4.1.



Figur 4.1: Geometri för $\alpha = 0^\circ$, symmetri kring ramled gäller. Fall 1-3 presenteras uppifrån och ned.

Takstol $\alpha = 3^\circ$

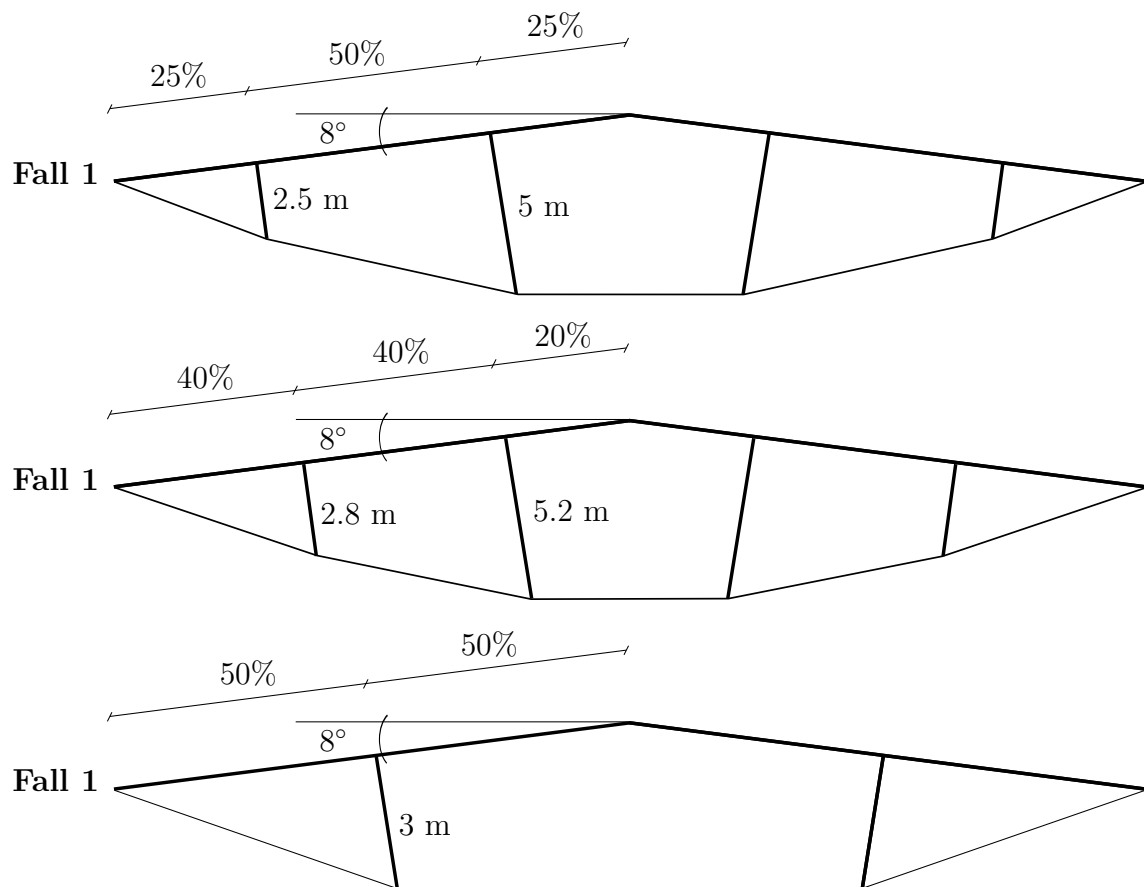
De geometrier vilka beräknats för $\alpha = 3^\circ$ presenteras i Figur 4.2



Figur 4.2: Geometri för $\alpha = 3^\circ$ fall 1, symmetri kring ramled gäller. Fall 1-3 presenteras uppifrån och ned.

Takstol $\alpha = 8^\circ$

De geometrier vilka beräknats för $\alpha = 8^\circ$ presenteras i Figur 4.3.



Figur 4.3: Geometri för $\alpha = 8^\circ$ fall 1, symmetri kring ramled gäller. Fall 1-3 presenteras uppifrån och ned.

4.2 Instabilitetsmoder

I resultaten förekommer det fem principiellt olika instabilitetsmoder. Dessa presenteras i Figur 4.4 – 4.8.

I mod **I** sker instabilitet i balkens plan genom kollaps av leden i ramleden.

Mod **II** innebär att primärbalken knäcks i planet, uppdelat i två vågor. Denna mod sker endast för geometrier med $\alpha = 0^\circ$ på grund av att ramleden är momentstyv.

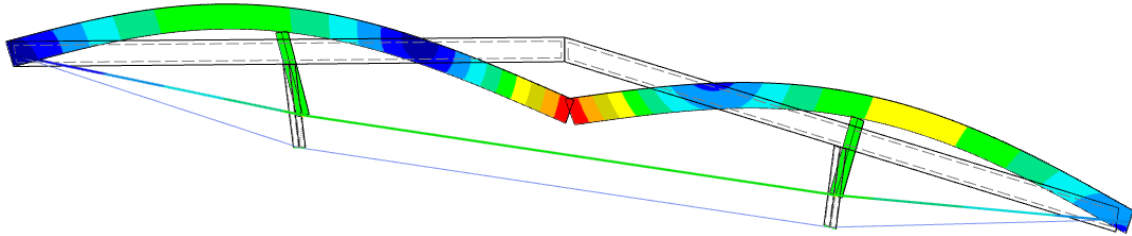
I den tredje moden, **III** inträffar en böjvridknäckning. Primärbalkens underkant skjuter ut ur planet, och trycksträvornas övre ände följer med.

När mod **IV** inträffar skjuter trycksträvornas undre ände ut ur plan, vilket också resulterar i en liten vridning av primärbalkens tvärsnitt. Detta inträffar endast då tryckbommen har ingen eller liten axialstyvhet i geometrier med $\alpha = 0^\circ$.

I den sista knäckmoden, **V**, sker en lokal böjvridknäckning ut ur planet runt ramleden i primärbalken, en mod som endast inträffade för strukturmodeller.

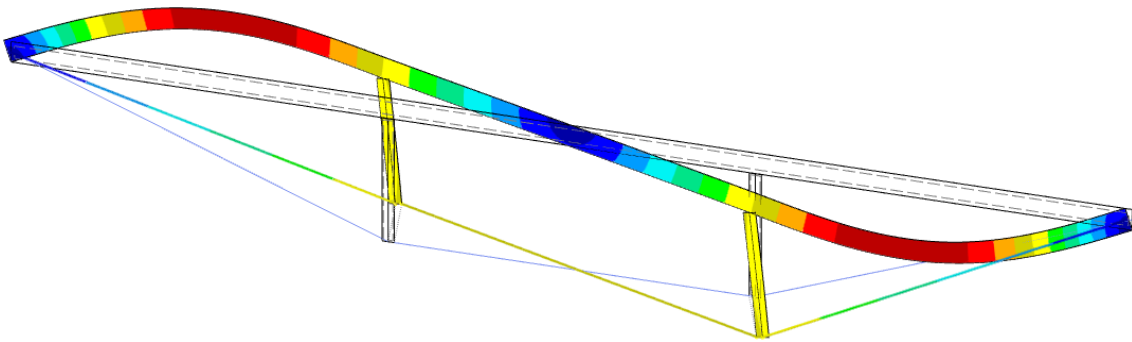
Om inte annat anges är knäckmoden analyserad enligt 2:a ordningens beräkningsteori.

I:



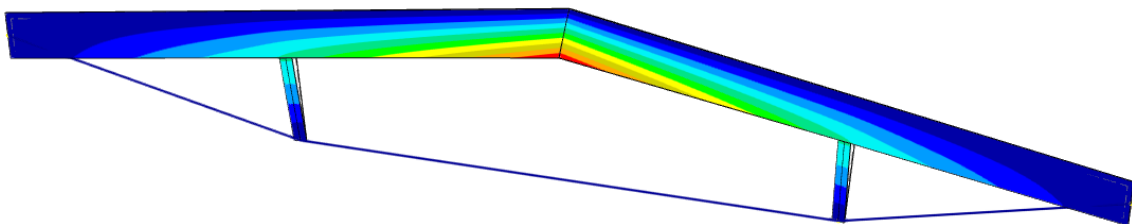
Figur 4.4: Instabilitetsmod **I**. Mod där kollaps av leden sker, viss deformation ut ur plan vid underkant a trycksträvor.

II:



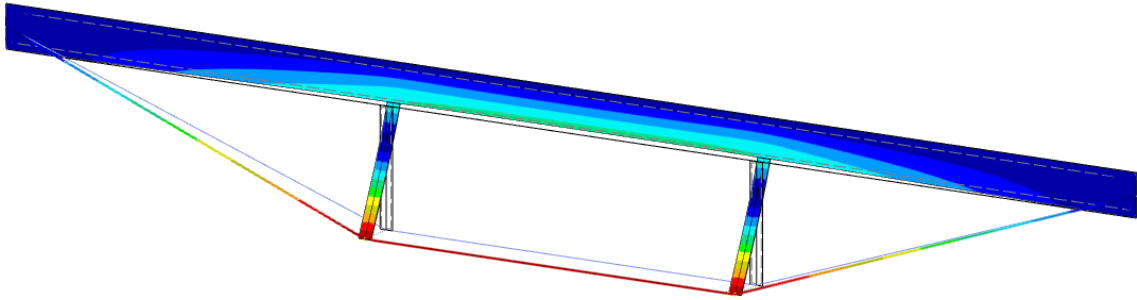
Figur 4.5: Instabilitetsmod **II**. Knäckning i primärbalkens plan, uppdelat i två vågor.

III:



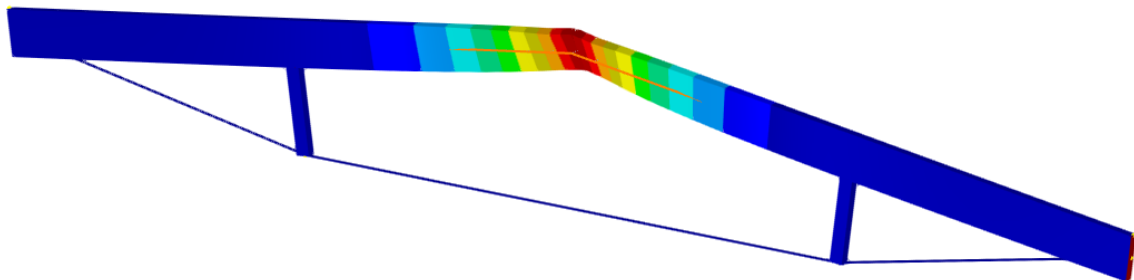
Figur 4.6: Instabilitetsmod **III**. Böjvridknäckning av primärbalk, underkant av primärbalk skjuter ut ur plan och trycksträvor följer med.

IV:



Figur 4.7: Instabilitetsmod **IV**. Underkant av trycksträvor skjuts ut ur planet.

V:

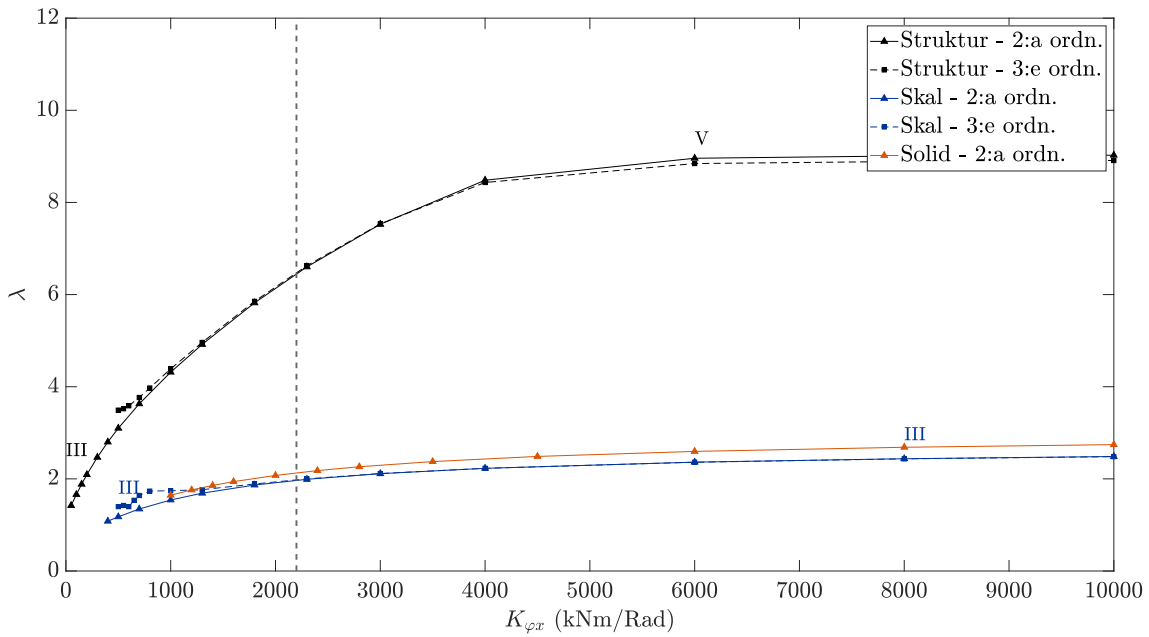


Figur 4.8: Instabilitetsmod **V**. Böjvridknäckning av primärbalk, endast ramleden skjuter ut ur plan och trycksträvor behåller sin position.

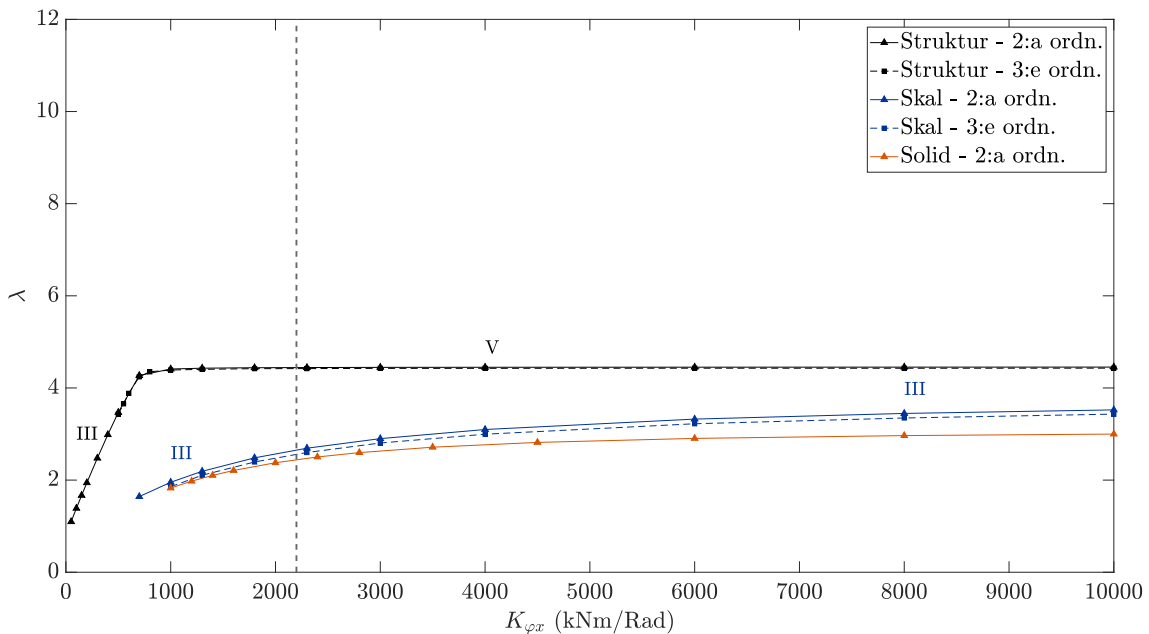
4.3 Rotationsstyvhet i spikförband

Rotationsstyvheten för spikförbandet mellan primärbalk och trycksträvor förändrades enligt intervallet [500 10000] kNm/rad.

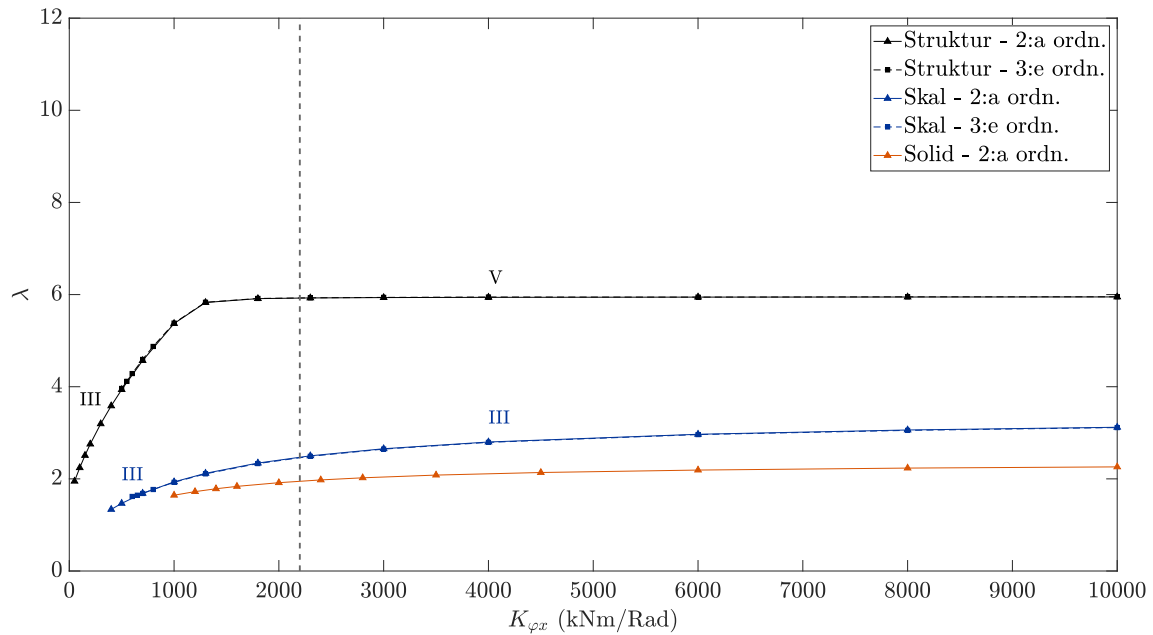
För strukturmodellen skiftar instabilitetsmoden mellan **III** och **V**. För skalmodellen samt solidmodellen är däremot mod **III** styrande över hela intervallet. Resultaten från parameterstudien av spikförbandets rotationsstyvhet visas i Figur 4.9 – Figur 4.11.



Figur 4.9: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhet $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



Figur 4.10: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhet $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



Figur 4.11: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhets $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

Spikförbandets rotationsstyvhets har stor inverkan på instabilitetsvärden vid låga värden på rotationsstyvhetsen. Efter ett visst värde är lastmultiplikatorn konstant och påverkar ej risken för instabilitet. Detta innebär att en rotationsstyvhets över detta värde ej bidrar till att öka strukturens instabilitetslast. Det finns alltså ett värde, från vilket en ytterligare ökning av rotationsstyvhetsen inte ger större värden på instabilitetslasten.

Anledningen till att kurvan ser ut som den gör kan vara att spikförbandet endast förhindrar en instabilitetsmod, och så länge denna mod är styrande kommer en ökad styvhets i spikförbandet korrelera starkt med den last som erfordras för att nå upp till moden. När en gräns nås då andra delar i balken är så pass mycket vekare än spikförbandet kan istället en ny instabilitetsmod uppstå. Då kommer kinematiken för den moden inte aktivera rotationsstyvhetsen i spikförbandet. Detta är dock inte det enda sättet för instabilitetsmoden att kringgå spikförbandets styvhets, i skal och solidmodellen uppstår ett annat beteende än i strukturmodellen, vilket diskuteras i *avsnitt 5.2*.

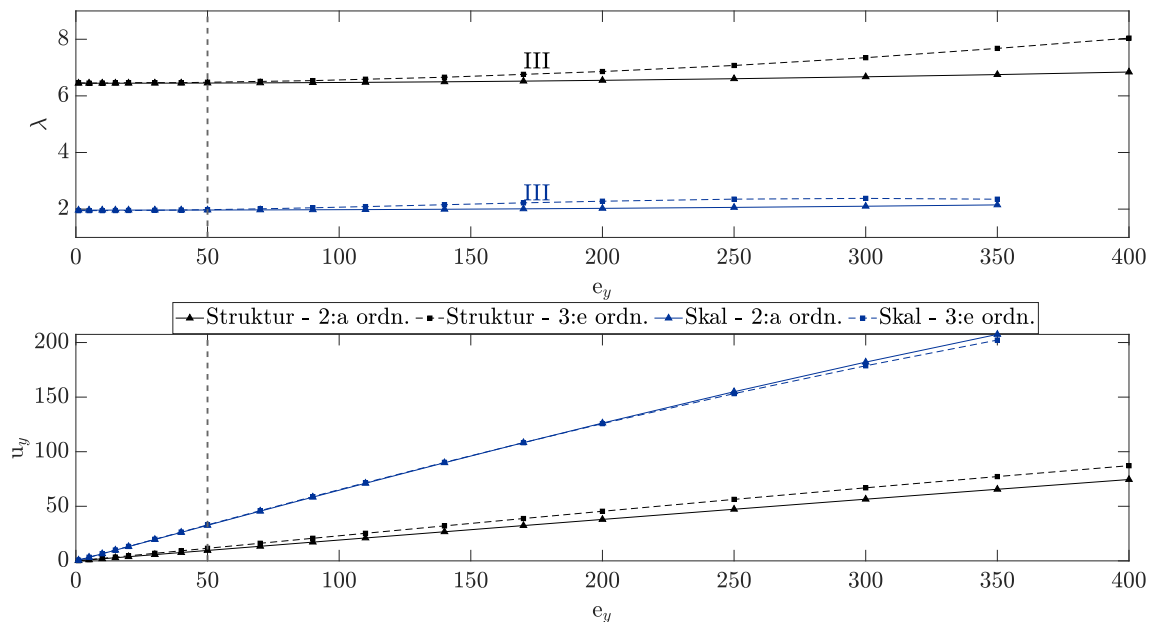
I klarspråk innebär det att vid ökat värde på rotationsstyvhetsen så ökar även det motstånd vilket förhindrar vridningen av primärbalken. Ett högre värde på rotationsstyvhetsen ger en mindre benägenhet för primärbalken att vridas ut ur dess plan. Denna kinematik illustreras i Figur 1.4. Rotationsstyvhetsen i spikförbandet bör alltså inte uppskattas utan en närmare analys av dess geometri och utformning.

4.4 Imperfektioner

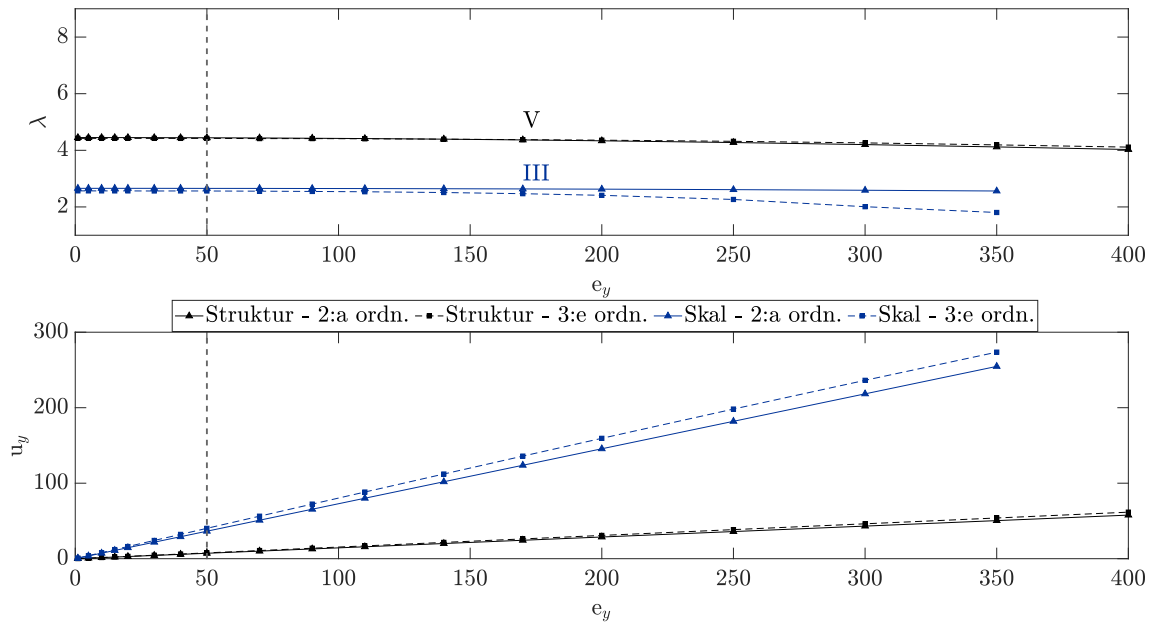
Den initiala snedställningen varierades enligt intervallet [0 400] mm, betecknat som e_y . De resultat som undersöks med en variation av snedställningen är den maximala deformationen ut ur plan (u_y), där snedställningen ej är medräknad och lastmultiplikatorn λ .

För både strukturmodellen och skalmodellen är instabilitetsmod **III** styrande över hela intervallet för $\alpha = 0^\circ$. För $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° är istället mod **V** styrande över hela intervallet. Lastmultiplikatorn och därmed risken för instabilitet är någorlunda konstant med hänsyn till initiala imperfektioner. Detta visas i Figur 4.12 – Figur 4.16.

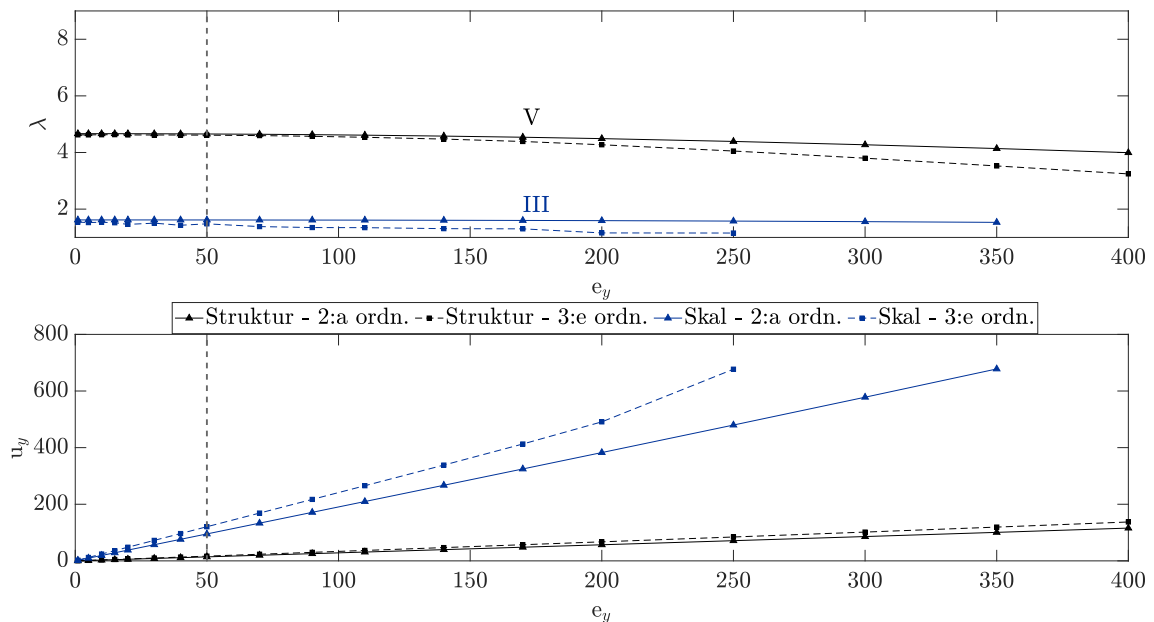
I Figur 4.12 – Figur 4.16 visas även snedställningens påverkan på tillskottsdeformationer. Tillskottsdeformationerna är beräknade från initialgeometrin, dvs från en geometri med verkande snedställning.



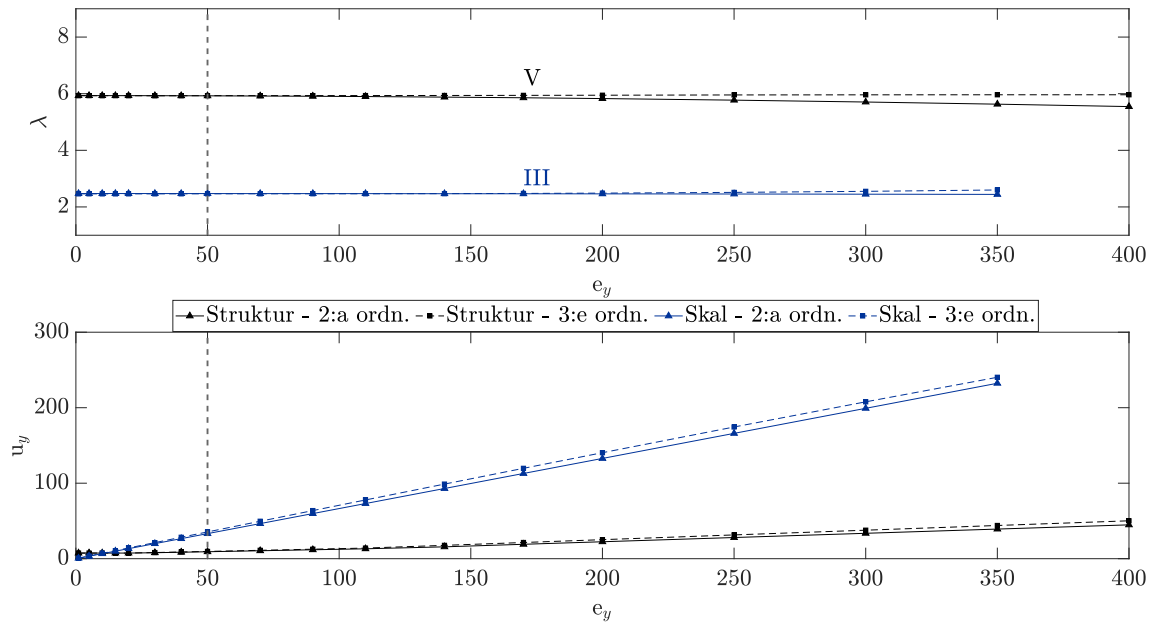
Figur 4.12: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



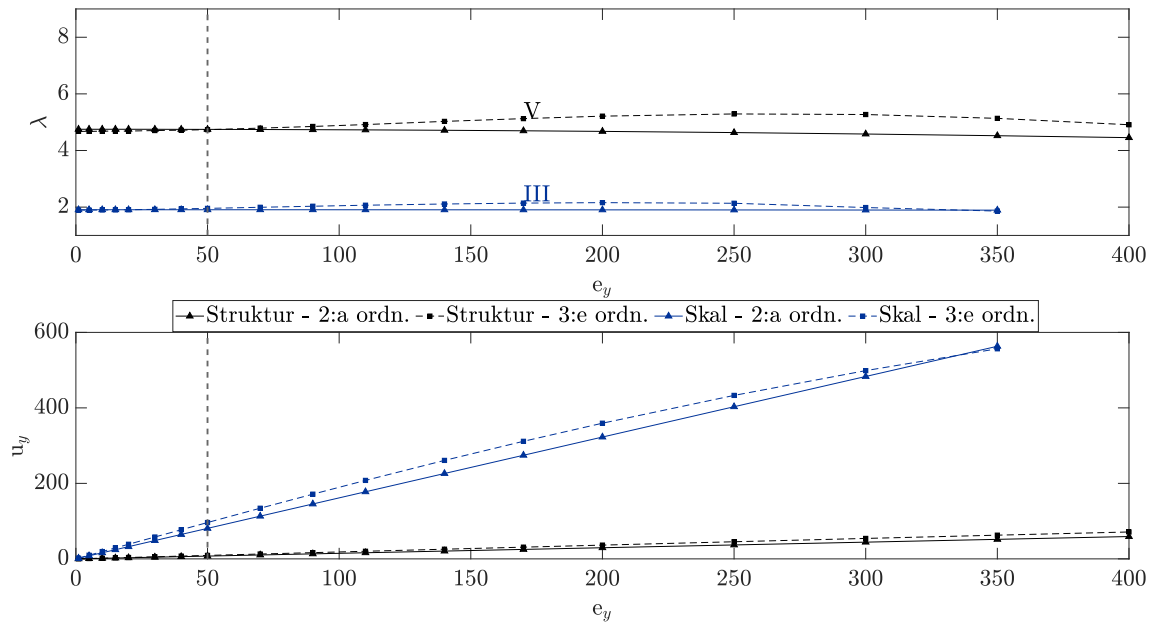
Figur 4.13: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



Figur 4.14: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur 4.15: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.



Figur 4.16: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

Tillskottsdeformationerna ut ur plan ökar med en ökande initiell snedställning. Detta innebär att andra ordningens moment från en geometrisk olinjär beräkning troligen ökar och då även utnyttjandegraden, dvs kvoten mellan verkande last och bärförmåga.

Att lastmultiplikatorn är konstant vid ökad snedställning innebär därför ej nödvändigtvis att utnyttjandegraden för balken är konstant, dessa resultat innebär endast att det skalära värdet λ som krävs för att lösa egenvärdesproblemet (2.9) är konstant, eller till och med ökar vid större snedställningar som ses i Figur 4.12.

Anledningen till detta kan vara kopplat till balktvärsnittets randvillkor, illustrerat i Figur 3.12. Balken är låst i ovankant, vilket gör att en förskjutning i dess underkant ger upphov till rotation av tvärsnittet.

Studeras formen på instabilitetsmoderna ges det en inblick i varför tvärsnittets rotation har en positiv inverkan på instabilitetslasten; ju mer balken är roterad ju mer kommer en deformation ut ur planet aktivera balkens böjstyvhet kring den styva axeln.

Detta är något som går emot den generella uppfattningen, att imperfektioner har stor negativ påverkan gällande instabilitet. Att resultaten avviker från detta kan vara en bristfällig noggrannhet i modelleringen av spikförband, eller att en linjärelastisk materialmodell användes. I verkligheten finns det flertalet effekter vilka inträffar som konsekvens av den rotation som införs i det initiala snedställningsfallet.

Vid stora deformationer kommer det deformationsmönstret orsaka stor lokal intryckning i kontaktytan mellan primärbalk och trycksträva. En mer komplex materialmodell hade kunnat fånga detta beteende genom att hantera sprickor och plasticering i trämaterialiet.

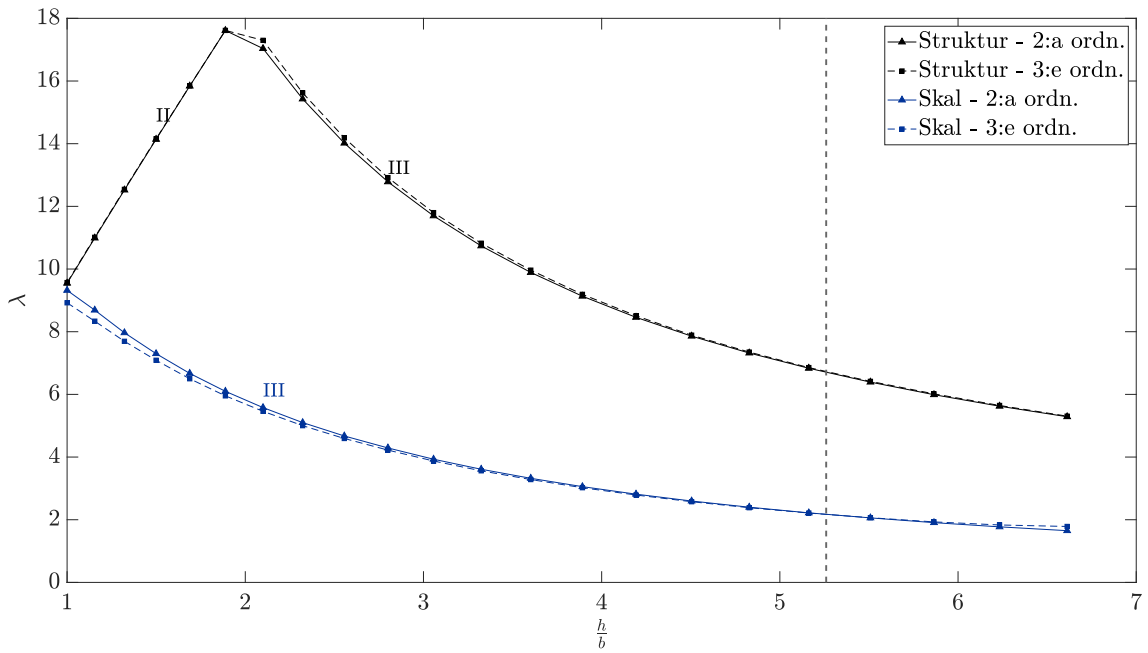
Detta deformationsmönster kommer även utsätta spikarna för utdragande axialkrafter. Därmed kommer en del av den uppskattade styvheten att gå förlorad. I arbetet är styvheten i spikförbandet ett skalärt, konstant värde i en linjär rotationsfjäder, vilket gör att detta ej tas hänsyn till.

4.5 Slankhet

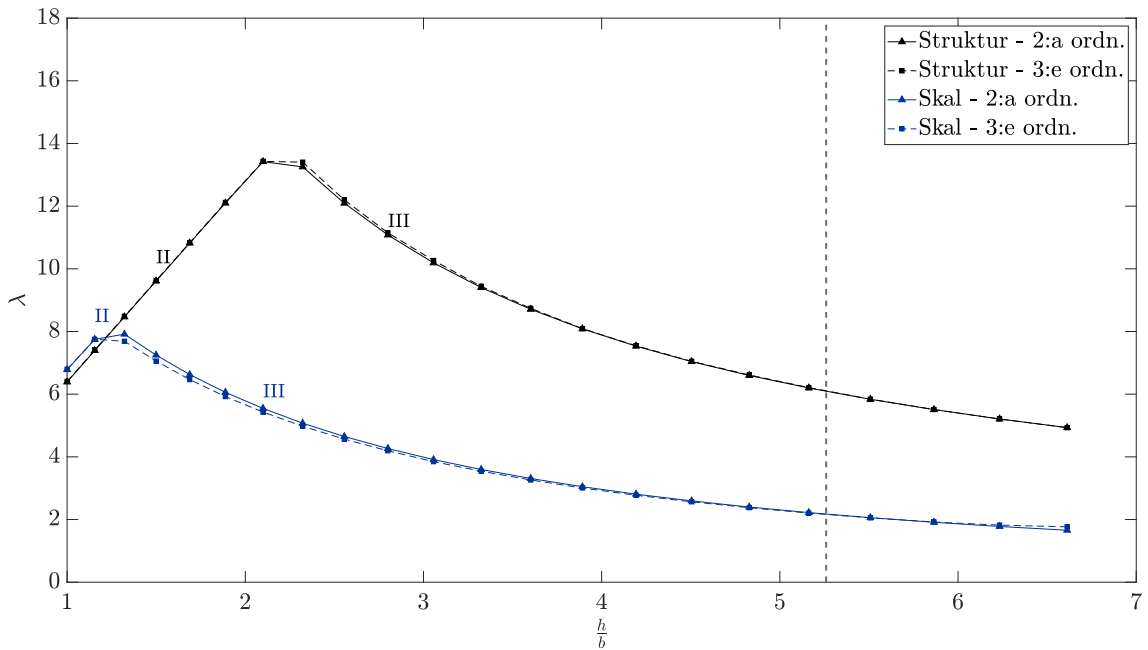
I detta arbete har slankheten undersökts genom att variera höjd-bredd förhållandet, h/b . Över hela det studerade intervallet är tvärsnittsarean konstant. Höjd-bredd förhållandet varierades enligt intervallet: [1 6.7]. Resultaten visas i Figur 4.17 – Figur 4.21.

För $\alpha = 0^\circ$ skiftar den styrande instabilitetsmoden för strukturmodellen från **II** till **III**. Detsamma gäller för skalmodellen i Figur 4.18, däremot är den styrande instabilitetsmoden för skalmodellen i Figur 4.17 konstant **III** över hela det studerade intervallet.

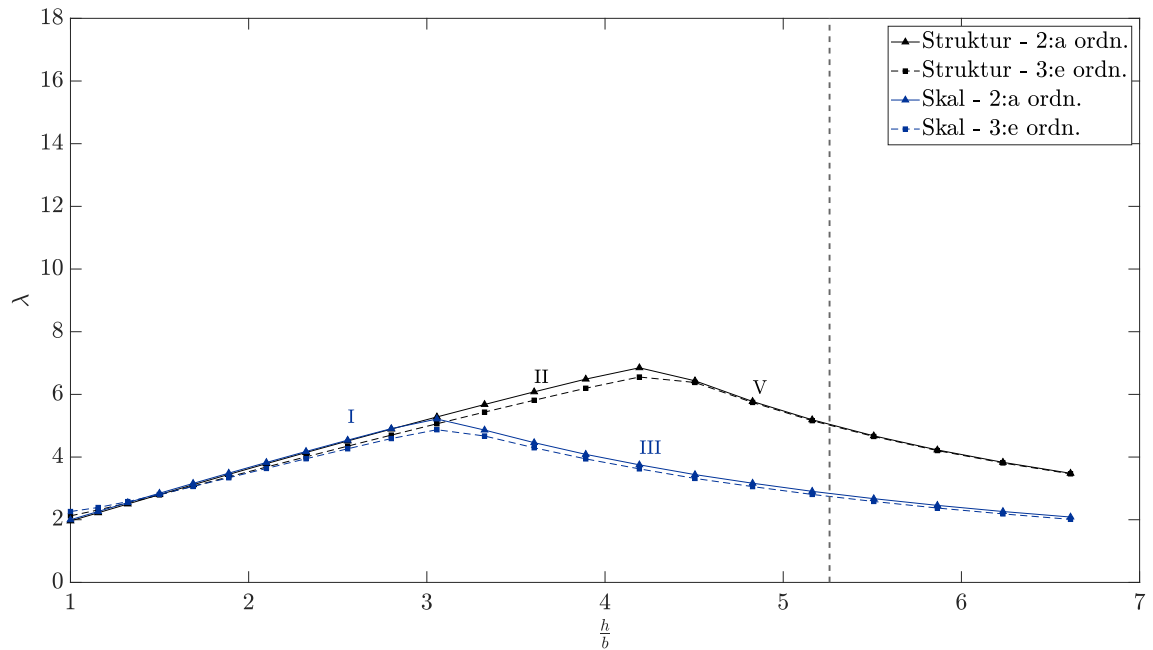
För $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° skiftar den dimensionerande instabilitetsmoden för strukturmodellen från **II** till **V**. För skalmodellen så skiftar den dimensionerande instabilitetsmoden från **I** till **III**.



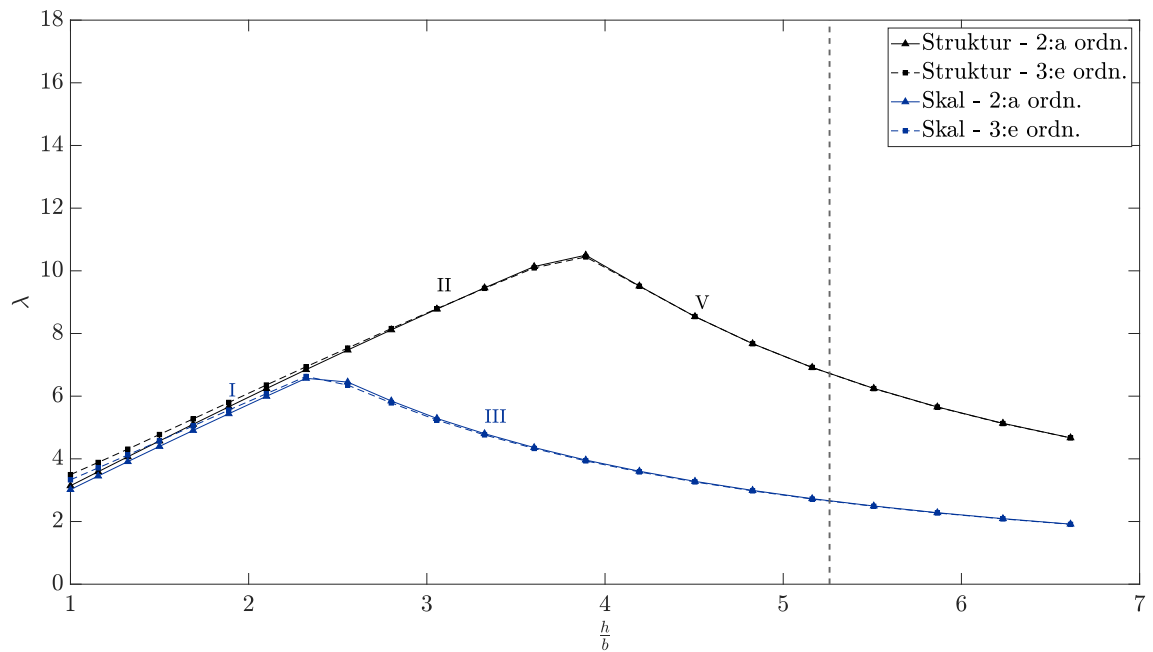
Figur 4.17: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



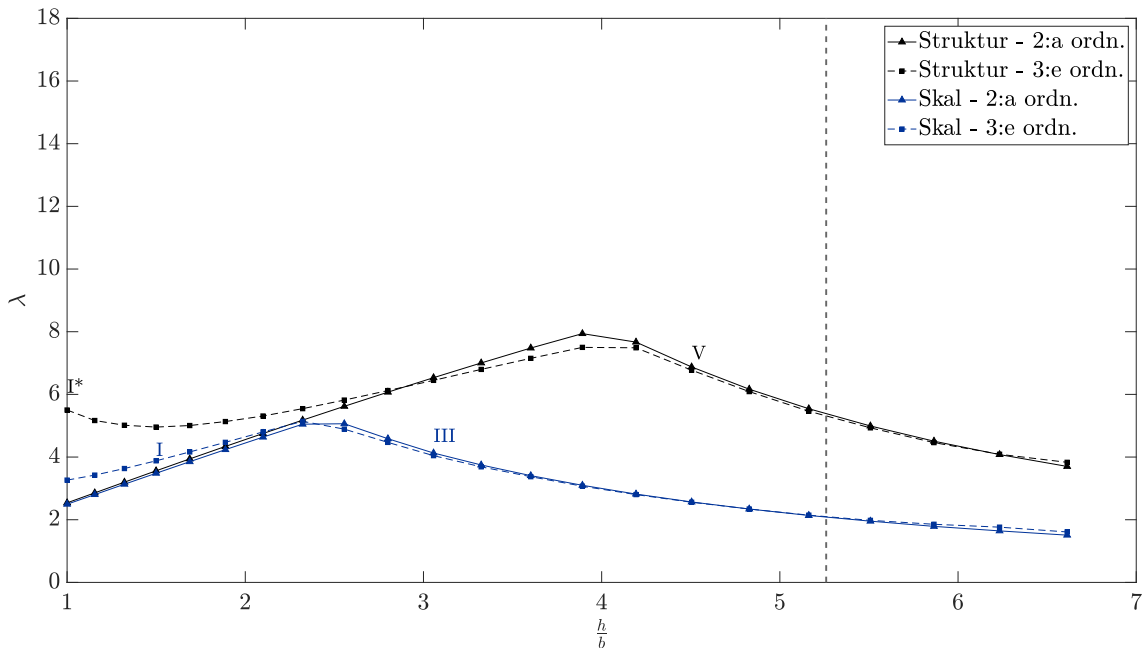
Figur 4.18: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



Figur 4.19: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



Figur 4.20: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.



Figur 4.21: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3. Observera *, denna beteckning innebär att moden är framtagen enligt tredje ordningens teori.

Resultaten från inverkan av primärbalkens slankhet visar en tydlig optimeringspunkt med avseende på instabilitet. Däremot sammanfaller inte denna nödvändigtvis med optimeringspunkten gällande utnyttjandegraden, vilket är något som inte beaktats i arbetet.

Vid låga slankheter är knäckning i balkens plan den första instabilitetsmoden, och vid ett visst värde skiftar moden till knäckning ut ur plan. Detta sker troligtvis på grund av att balken har för en låg slankhet ett förhållandevist litet tröghetsmoment i planet, samtidigt som tröghetsmomentet ut ur planet är förhållandevist stort. När bredden därefter minskar samtidigt som höjden ökar kommer systemet till slut skifta mod till knäckning ut ur planet.

För $\alpha = 0^\circ$ är den instabilitetsmod som ger knäckning i plan styrande vid små värden på $\frac{h}{b}$, och i vissa fall uppstår moden inte alls, vilket illustreras i Figur 4.17 och 4.18. Anledningen till detta tros vara skillnaden i instabilitetsmoder mellan de olika taklutningarna. Vid en lutande primärbalk inträffar mod **I** vid knäckning i planet, och vid en rak primärbalk inträffar mod **II** vid knäckning i planet. Mod **I** inträffar endast för fallen då balken är ledad i sin mittpunkt. En led gör systemet mer flexibelt och på så sätt kan instabilitetsmoder uppstå för lägre laster än om systemet är helt styvt, som i fallet för $\alpha = 0^\circ$, där mod **II** är styrande för låga slankheter.

För specifikt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3, enligt Figur 4.21, visar beräkningar med 3:e ordningens teori en knäcklastkurva med två lokala extrempunkter. I övriga fall finns det bara en. I detta fallet är den första instabilitetsmoden liknande den andra sett till form, dvs.

mod **I**, dock speglad. Denna avvikelse diskuteras i *avsnitt 5.3*.

Parameterstudien är utformad så att primärbalkens tvärsnittsarea är konstant, vilket innebär att böjstyvheten inte är konstant. Det hade möjligen varit intressant att göra en analys där tvärsnittets höjd och bredd ändras på ett sådant sätt att böjstyvheten kring en av balkaxlarna är konstant, dvs ett annat mått på materialeffektivitet och hur slankheten påverkar instabilitet.

4.6 Tryckbom

Axialstyvheten i tryckbommen varierar enligt intervallet: [0 20000] kN/m.

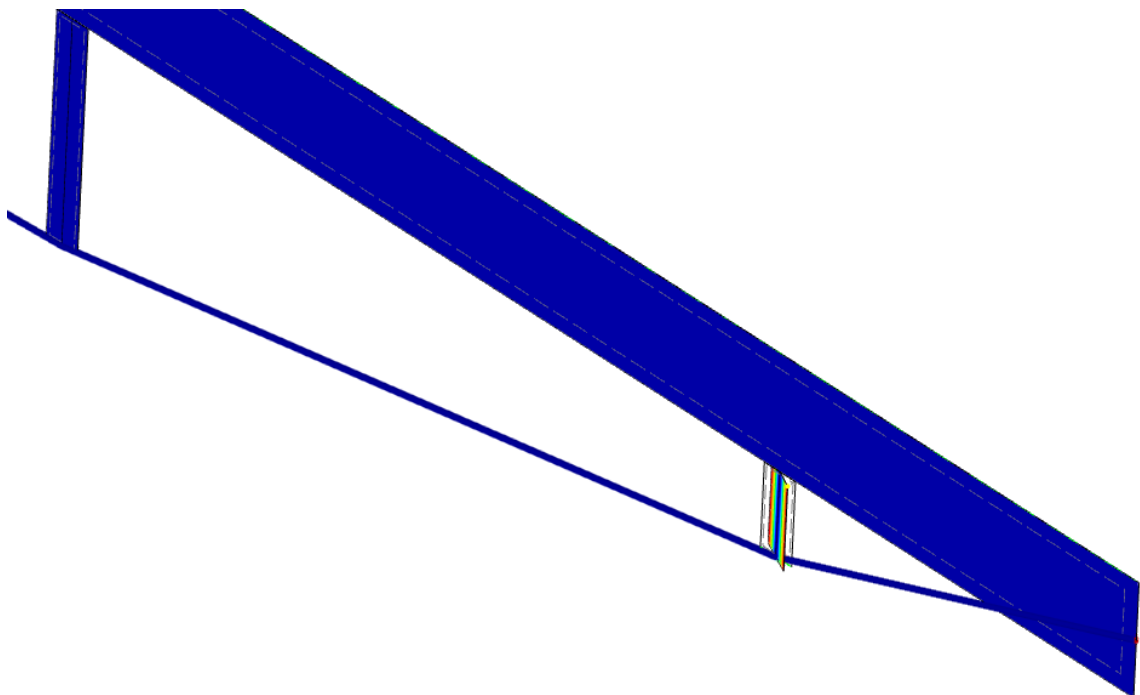
Resultaten visas i Figur 4.23 – Figur 4.25.

För $\alpha = 0^\circ$ varierar den styrande instabilitetsmoden för strukturmodellen från **IV** till **III**.

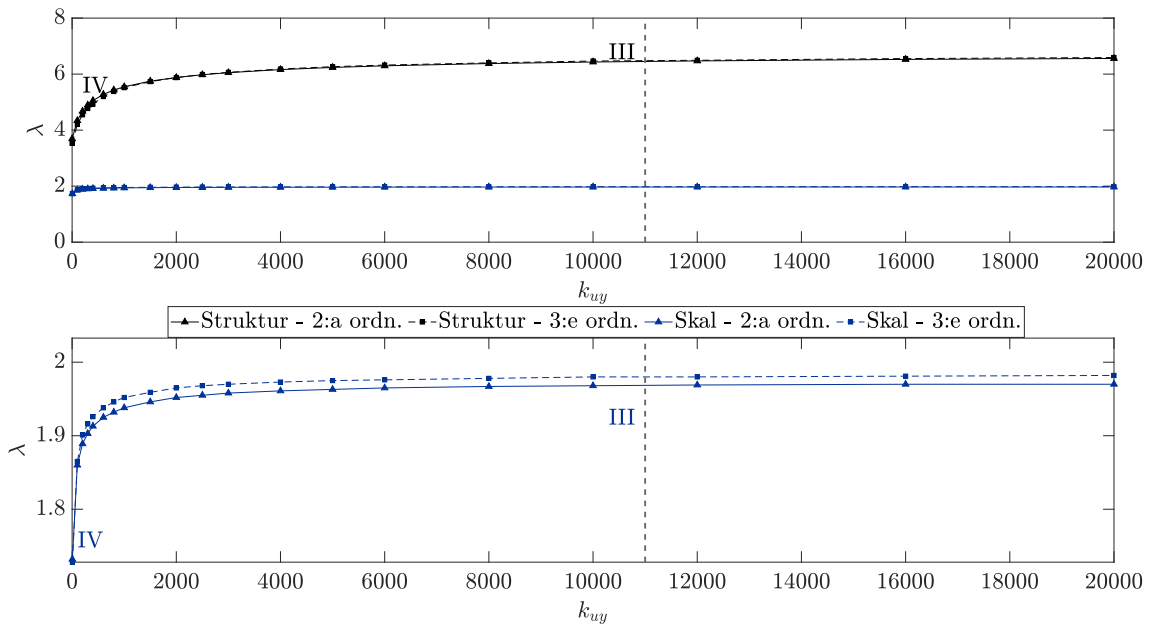
För $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° är den instabilitetsmod **V** styrande för strukturmodellen över hela det studerade intervallet.

I skalmodellen för $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° skiftar den styrande instabilitetsmoden från **IV** till **III**.

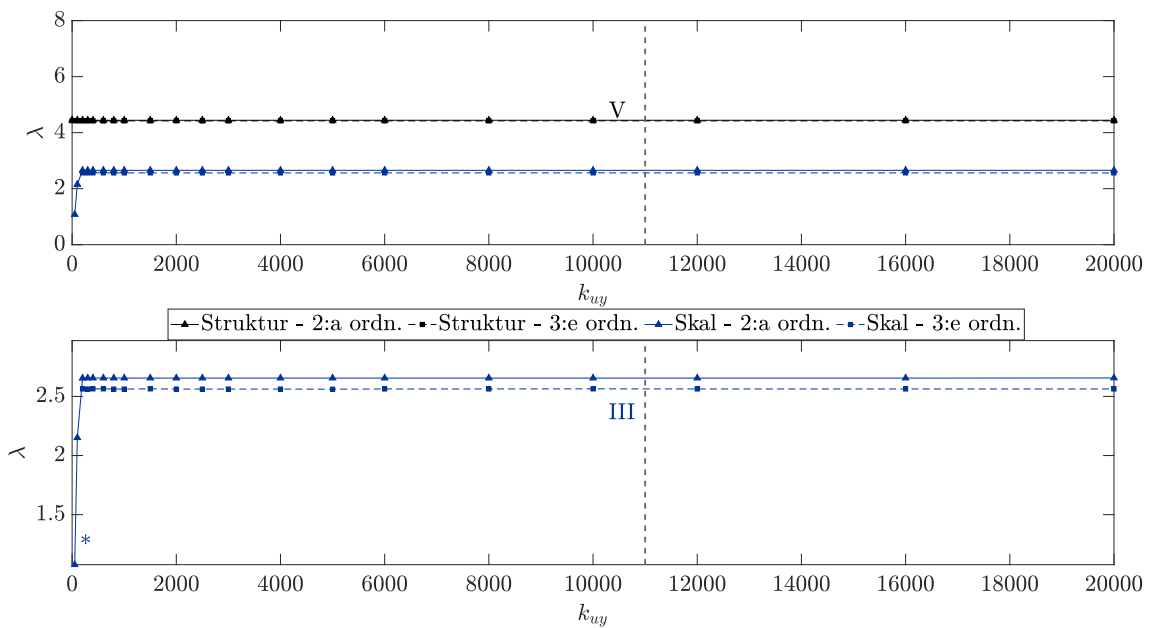
För $\alpha = 3^\circ$ skiftar däremot skalmodellen instabilitetsmod från * till **III**, '*' betecknar att instabilitetsmoden inte är någon av de som nämnts i *avsnitt 4.2*, utan en mod där trycksträvorna närmast stöden vrids kring sin längsaxel, moden och studien den uppkommer i visas i Figur 4.22 respektive Figur 4.24.



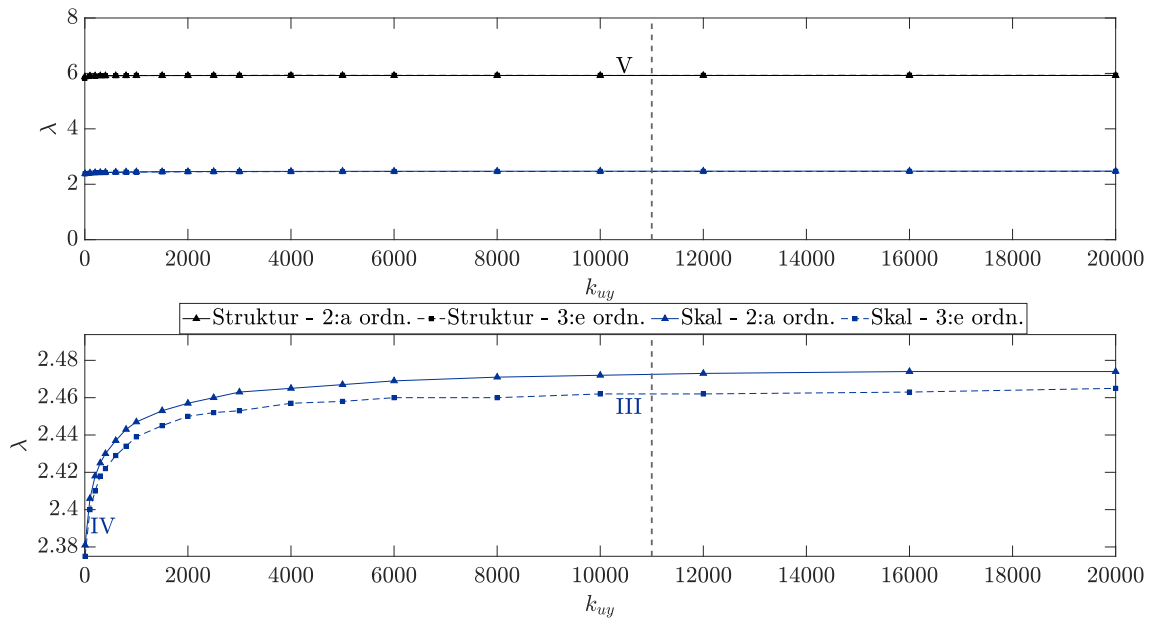
Figur 4.22: Mod där botten av yttre tryckträva vrids



Figur 4.23: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



Figur 4.24: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



Figur 4.25: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uv} = 2200$ kN/m). De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

Tryckbommen uppvisar en påverkan för $\alpha = 0^\circ$. I dessa fall finns ingen överhöjning och varför denna geometri är mest påverkad av tryckbommens axialstyvhet. Detta eftersom förspänningen är satt som 0 kN och inget motstånd finns mot aktioner ut ur planet.

För $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° uppvisar tryckbommen en liten eller ingen påverkan på systemets instabilitetslast. Det tryckbommen gör är att förhindra förskjutningar i trycksträvans underkant, men är balken krökt kan detsamma uppnås med dragbanden, varför tryckbommen inte är lika betydelsefull för dessa geometrier.

För det specifika fallet $\alpha = 3^\circ$ Fall 1, uppstår det för låg axialstyvhet i tryckbommen en knäckmod, *, där trycksträvorna närmast stöden vrids kring sin längsaxel. Detta inträffar eftersom axialstyvheten från tryckbommen är liten och således blir den ekvivalenta rotationsstyvheten (se avsnitt 3.1.2) i princip noll och därmed är vridstyvheten för botten av trycksträvan obefintlig. Detta ses inte som en realistisk instabilitetsmod, utan snarare en konsekvens av att använda numeriska metoder.

4.7 Förspänning

Förspänningen varieras enligt intervallet [0 3000] kN, detta görs i två separata studier, en med och en utan tryckbom.

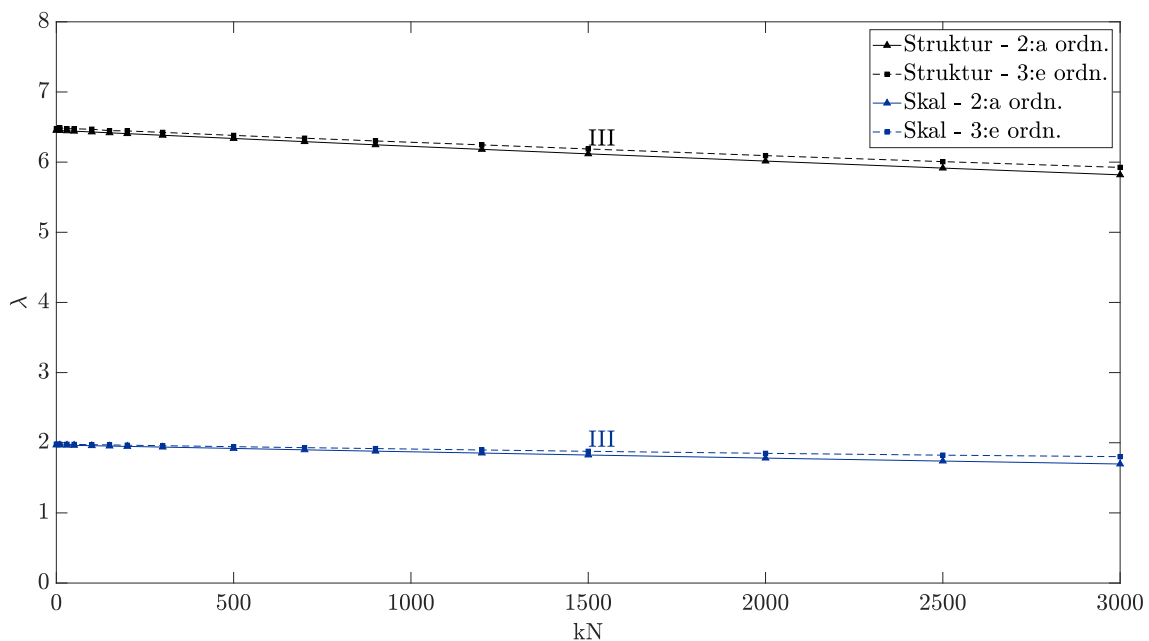
4.7.1 Med tryckbom

I strukturmodellen med $\alpha = 0^\circ$ är instabilitetsmod **III** styrande över hela det studerade intervallet, och det ses att förspänningen har liten negativ påverkan på instabilitetslasten om tryckbom existerar.

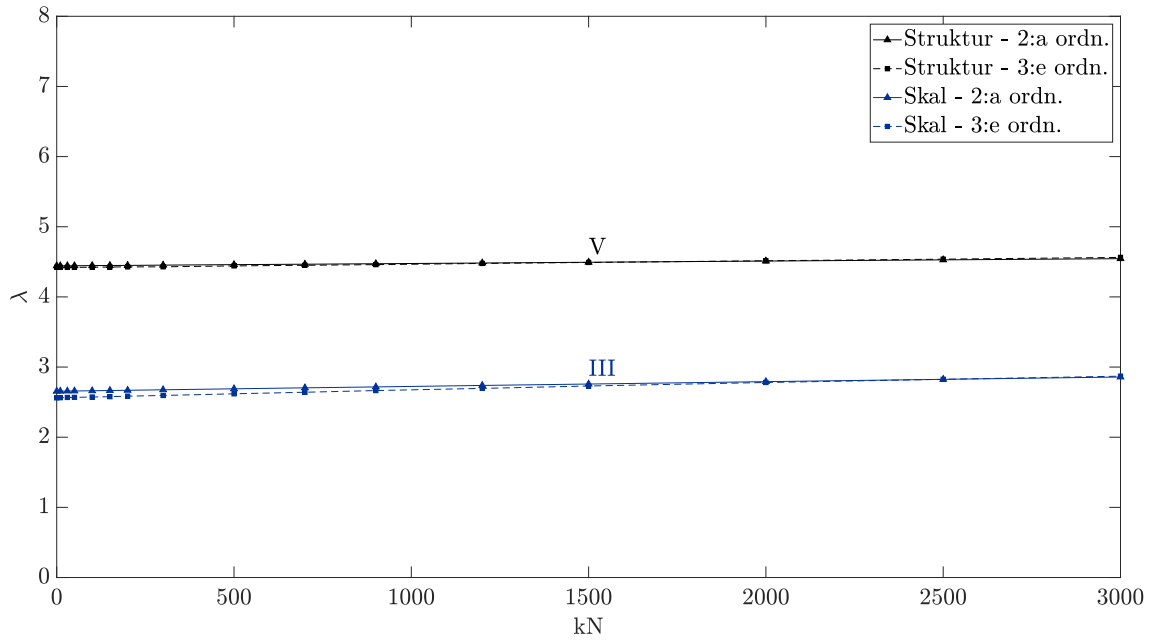
För $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° i strukturmodellen är förspänningens påverkan fortfarande liten, däremot har den en positiv inverkan för dessa lutningar. Instabilitetsmod **V** är styrande över hela intervallet.

För skalmodellerna är instabilitetsmod **III** styrande genom hela intervallet för alla α . Förspänningens påverkan med tryckbom är liten för alla α , dock har den en något negativ påverkan för $\alpha = 0^\circ$, och en något positiv påverkan för $\alpha = 3^\circ$. För $\alpha = 8^\circ$ är påverkan obefintlig.

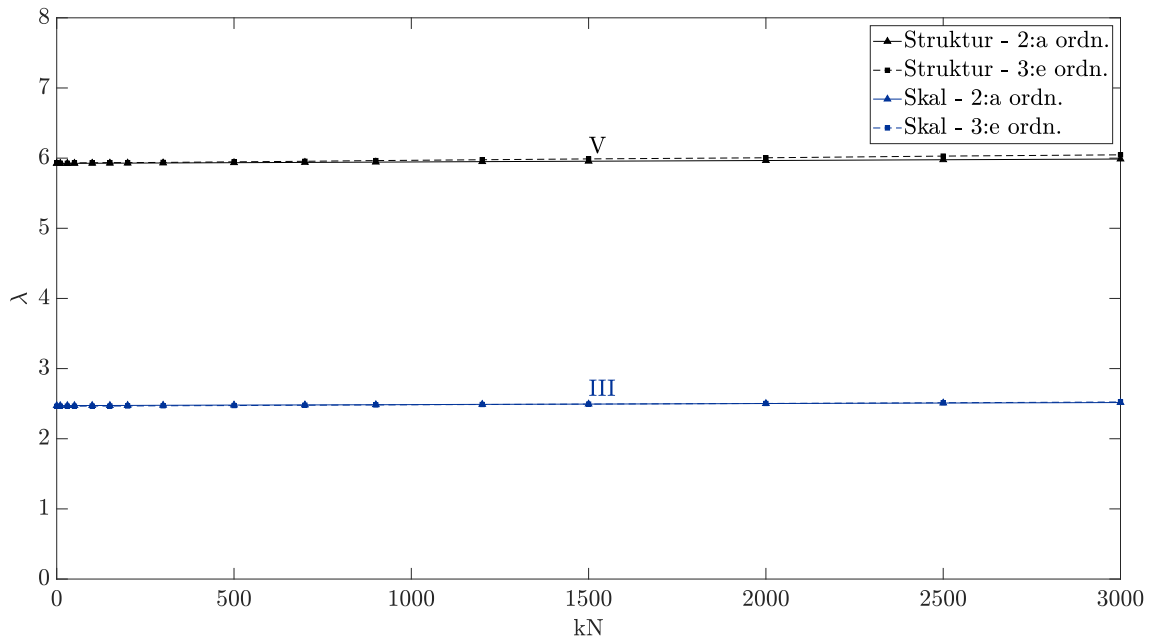
Detta visas i Figur 4.26 – Figur 4.28.



Figur 4.26: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



Figur 4.27: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



Figur 4.28: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

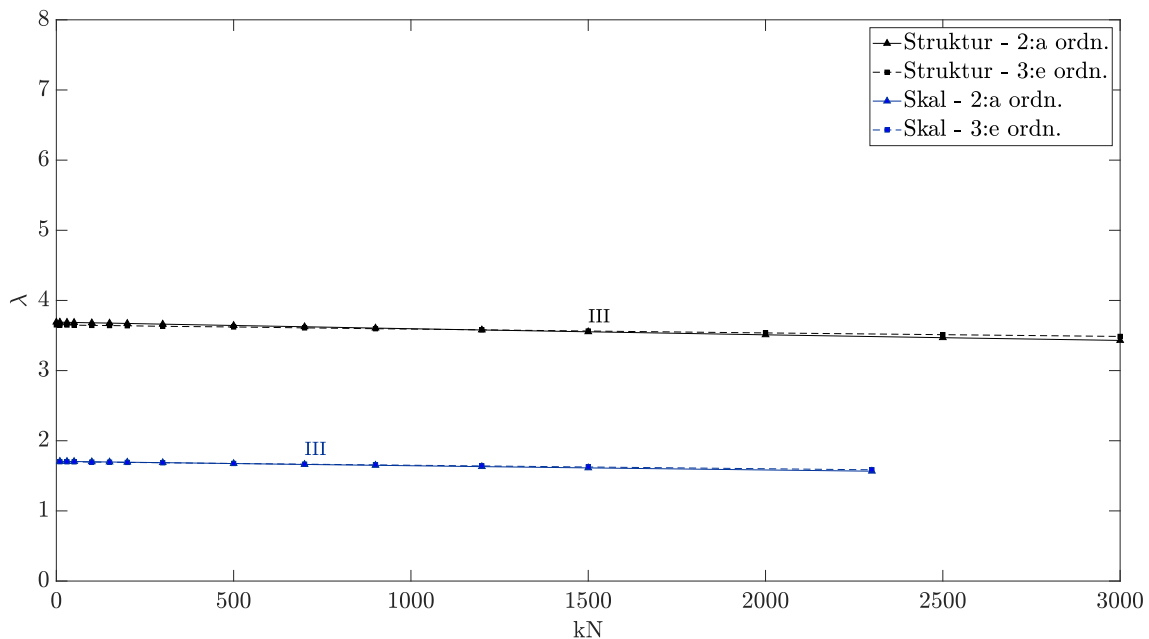
4.7.2 Utan tryckbom

I strukturmodellen med $\alpha = 0^\circ$ är instabilitetsmod **III** styrande över hela det studerade intervallet, och det ses att förspänningen har en liten negativ inverkan på instabilitetslasten då det inte finns en tryckbom.

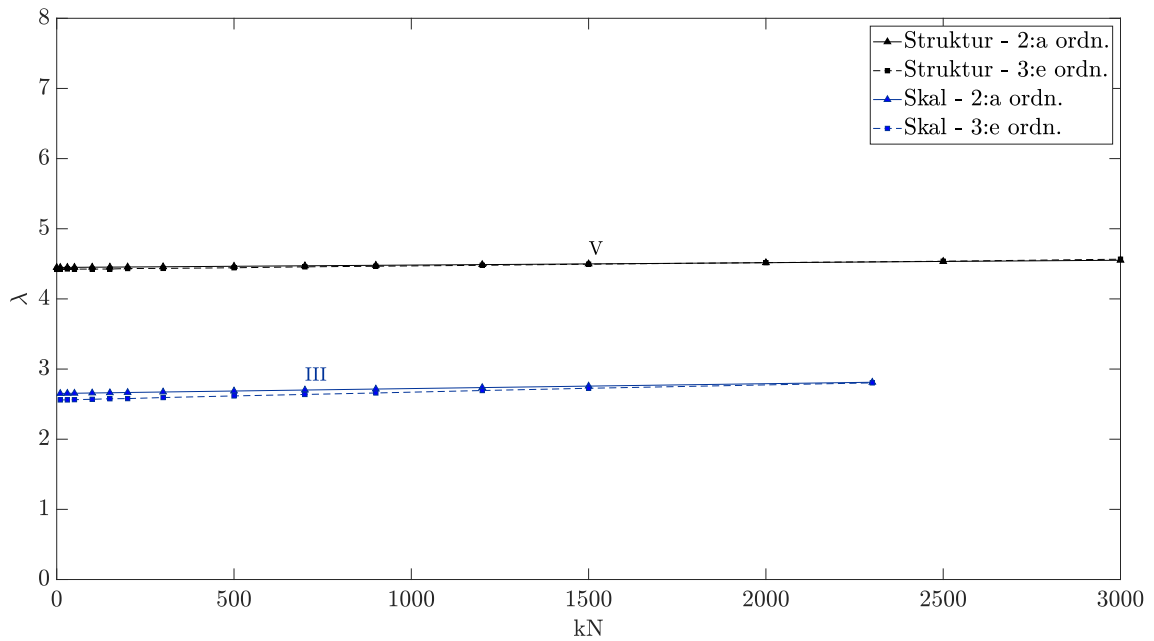
För $\alpha = 3^\circ$ respektive 8° i strukturmodellen är förspänningens påverkan obefintlig. Instabilitetsmod **V** är styrande över hela intervallet.

För skalmodellerna är instabilitetsmod **III** styrande genom hela intervallet för alla α . Förspänningens påverkan utan tryckbom är liten för $\alpha = 0^\circ$, dock med viss negativ påverkan. För $\alpha = 3^\circ$ respektive $\alpha = 8^\circ$ är påverkan obefintlig.

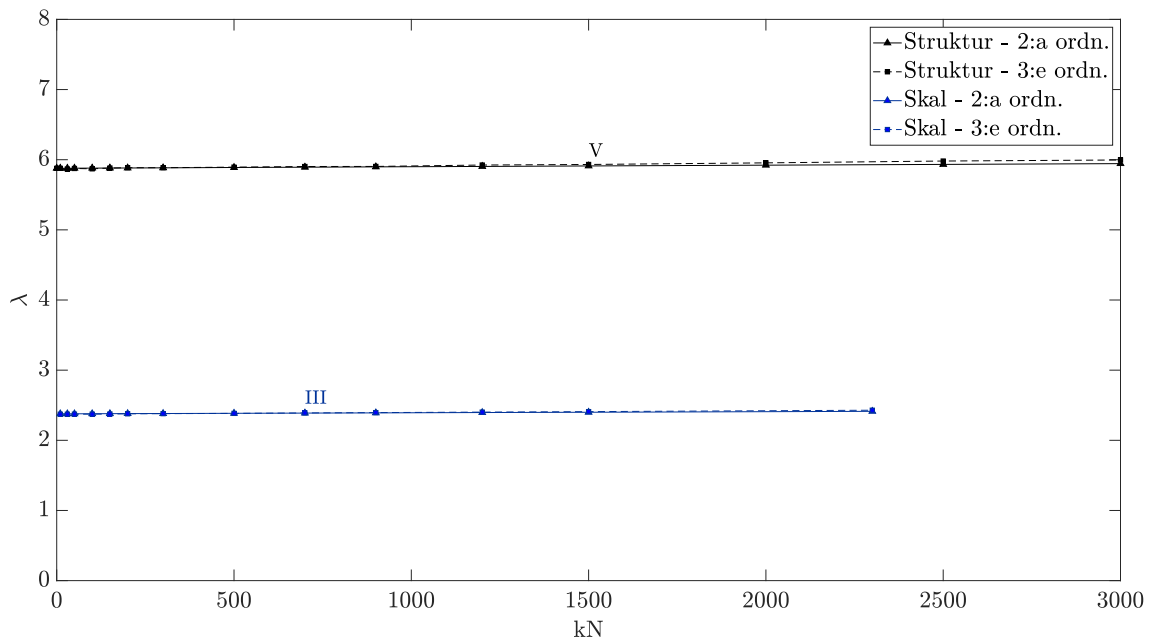
Detta presenteras i Figur 4.29 – Figur 4.31.



Figur 4.29: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



Figur 4.30: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



Figur 4.31: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

Förspänningen uppvisar ingen eller väldigt liten påverkan på lastmultiplikatorn. Detta gäller särskilt för det fall då tryckbommen också existerar, då det blir en form av dubbel säkerhet med både förspänning och tryckbom. Detta eftersom överhöjning och användning av tryckbom är två alternativ till stabilisering ut ur plan.

För de fall då tryckbommen ej existerar är påverkan från förspänning fortfarande liten även om den är större än för de fallen där tryckbom existerar.

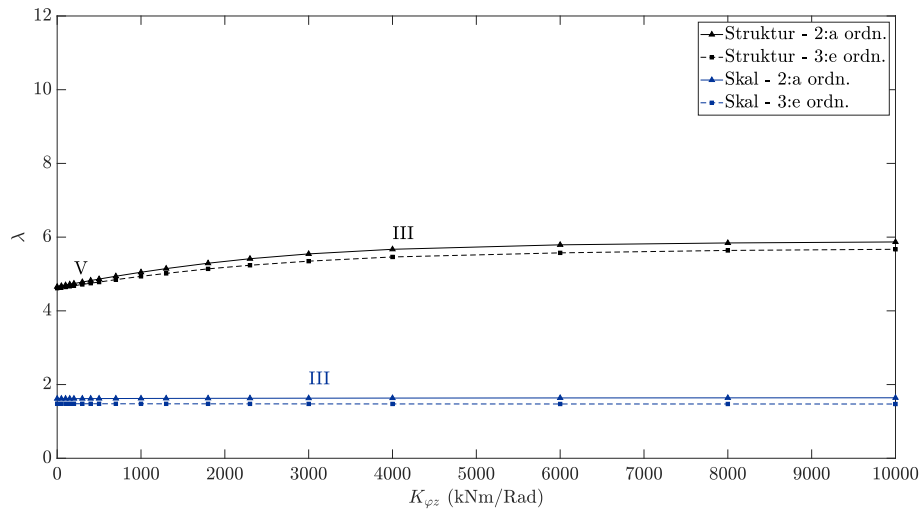
Dragstagen var genomgående för detta arbete centriskt infästa i primärbalkens tvärsnitt. Ett alternativ hade varit att placera dragstagen i nederkanten av primärbalken och på så sätt skapa en excentricitet till centrumlinjen, för att generera en större överhöjning. Då halva balkens tvärsnittshöjd är 810 mm så hade denna excentricitet kunnat påverka resultaten vilket ej är medräknat i denna rapport. Detta böjmoment är däremot litet i jämförelse med det som uppstår från de upplyftande krafterna i trycksträvorna.

För $\alpha = 0^\circ$, samtidigt som ingen tryckbom är närvarande är lösningen väldigt känslig. I Fall 3, se *Bilaga A*, konvergerar inte lösningen alls för 3:e ordningens teori oavsett magnitud på förspänning vilket signalerar att systemet är väldigt känsligt. Därför bör detta resultat tolkas med försiktighet. För en mer utförlig diskussion se *avsnitt 5.3*.

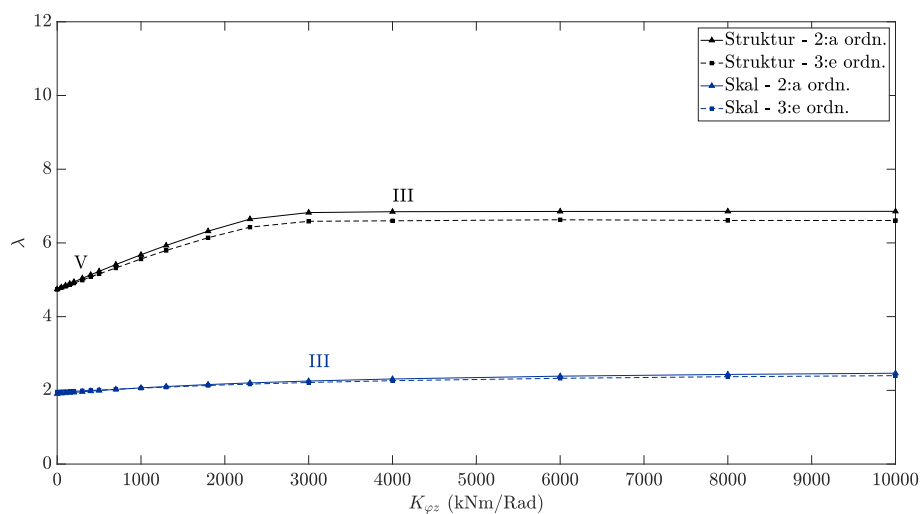
4.8 Rotationsstyvhet i ramled

Styvheten för rotation kring z -axeln i ramleden varierar enligt intervallet $[0 \ 10000]$ kNm/rad. Detta görs för taklutningar om 3 respektive 8° . Resultaten visas i Figur 4.32 och 4.33.

För strukturmodellen förändras den dimensionerande instabilitetsmoden från **V** till **III**. För skalmodellen så är den dimensionerande instabilitetsmoden **III** över hela det studerade intervallet, för samtliga taklutningar (α).



Figur 4.32: Inverkan av rotationsstyvhet i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur 4.33: Inverkan av rotationsstyvhet i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. De romerska siffrorna markerar vilken instabilitetsmod som är styrande, geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

I strukturmodellen har rotationststyvheten i ramleden relativt stor påverkan, dock är den liten för skalmodellen.

Anledningen till detta tros vara skillnaden i den dimensionerande instabilitetsmoden i strukturmodellen. För strukturmodellen förändras instabilitetsmoden från **V** till **III** och vilket kringgår det lokala beteendet som syns i **V**, och medför en minskad benägenhet för instabilitet.

För skalmodellen är instabilitetsmod **III** dimensionerande över hela intervallet och därför minskar ej benägenheten för instabilitet över det studerade intervallet.

5 Övergripande diskussion

5.1 Påverkan av referensfallets geometri

Som regel är skillnaden mellan de olika geometrierna inom varje taklutning liten, sett till knäcklastskurvans form. Däremot varierar magnituden på lastmultiplikatorn, vilket tyder på en del skillnader mellan geometrierna.

Den skillnad som finns härrör troligen från variationen i balkens längd mellan dess stöd och trycksträvor. Exempelvis har Fall 3, med en trycksträva på varje sida, en stor fri längd med ramleden i mitten, vilket ökar balkens benägenhet att knäckas i sitt plan, enligt instabilitetsmod **I**. Med endast en trycksträva på vardera sida om ramleden, finns bara ett spikförband på vardera sida som motverkar vridningen av balken, varför Fall 3 ofta är vekare än de övriga fallen.

Vid $\alpha = 0^\circ$ är instabilitetsmoden för knäckning i planet annorlunda jämfört med de andra lutningarna. Denna skillnad innebär att benägenheten att knäckas i planet minskar för denna taklutning, vilket troligen beror på att den modellerats som helt momentstyv i ramleden.

5.2 Skillnader i beräkningselement

I strukturmodellen görs alla beräkningar med balkens centrumlinje som utgångspunkt. Modifikationen med stela element medför därmed att styvheten mot tvärböjning blir oändligt stor. I skalmodellen är däremot tvärböjningen inte förhindrad på något sätt vilket kan vara en av anledningarna till skillnaden i resultat mellan de två modellerna.

Tvärböjningsstyvheten i primärbalken och spikförbandets rotationsstyvhet aktiveras vid samma typ av deformation, de kan alltså ses som två seriekopplade rotationsfjädrar. Detta innebär att för höga styvheter i spikförbandet kommer den i jämförelse veka tvärböjningen dominera, vilket resulterar i att knäcklasten endast ökar marginellt i skalmodellen jämfört med strukturmodellen, illustrerat i Figur 4.9, 4.10 och 4.11.

I de fall då rotationsstyvheten i spikförbandet är låg blir däremot spikförbandets styvhet dominerande, detta resulterar att för låga värden gällande spikförbandets styvhet är skillnaden i knäcklast mellan de två beräkningsmodellerna förhållandevis liten.

Styvheten mot tvärböjning ökar markant med en ökad bredd av tvärsnittet vilket innebär styvheten är betydligt större vid ett lägre värde på slankheten. Då skillnaderna mellan knäcklasterna för de olika modellerna är mindre vid låga slankheter styrks påståendet gällande skillnaden i styvhet mot tvärböjning mellan strukturmodellen och skalmodellen.

Tvärböjning kan alltså vara förklaringen till den systematiska skillnad mellan de olika beräkningsmodellernas instabilitetslast.

Punkten för optimal materialanvändning sett till instabilitet är belägen vid en större slankhet för strukturmodellen än för skalmodellen. Från en analys av instabilitetsmoder syns det att skalmodellen knäcks ut ur planet vid en lägre slankhet än för strukturmodellen vilket förklarar skillnaden i optimeringspunkt. Detta fenomen är i enighet med diskussionen ovan om styvheten mot tvärböjning; skalmodellen är betydligt vekare ut ur plan, eftersom balkmodellen är oändligt styv mot tvärböjning.

Möjligheter till ytterligare modifieringar i strukturmodellen är möjlig i syfte att modifiera styvheten mot tvärböjning. Två möjliga modifieringar är:

- Leden mellan tryckstråva och primärbalk hade kunnat ges en ekvivalent styvhet, beräknad genom en seriekoppling av tvärböjningen och spikförbandets rotationsstyvhet. Då styvheten mot tvärböjning är låg vid slanka konstruktioner skulle denna ekvivalenta styvhet påverka verkningssättet för strukturmodellen.
- Istället för att använda stela element som motsvarar excentriciteter som uppstår från tvärsnittsgeometrin, skulle ett element där användaren själv definierar styvheten kunnat användas. På detta sätt kan dessa element tilldelas ett högt numeriskt värde på de styvheter vilka användaren vill se som stela samtidigt som övriga styvheter tilldelas värden vilka motsvarar det verkliga fallet, i detta fall tvärböjning.

Däremot innebär ovanstående metoder ytterligare en komplexitet och en avvägning bör göras om dessa modifieringar är mindre komplexa än vad en skalmodell är.

Gällande både skalmodell och solidmodell valdes en storlek på beräkningsnätet där approximationen ej konvergerat fullt ut. Detta innebär att små skillnader i skalära värden kan uppkomma men dessa skillnader anses vara små och inte det som förklarar den systematiska skillnaden.

De olika typer av modeller som använts har både fördelar och nackdelar, och vilken modell som är mest lämplig kommer att bero på vad konstruktören vill uppnå eller undersöka.

En strukturmodell kräver inte särskilt mycket datorkraft, vilket gör att beräkningarna går snabbt att utföra. Däremot är det viktigt för konstruktören att vara medveten om vilka antaganden om kinematik och styvhet som görs implicit. Däremot kan en strukturmodell vara användbar i tidiga skeden, då snittkrafter enkelt kan beräknas och redovisas.

En skalmodell kräver mer datorkraft, vilket gör att beräkningarna tar avsevärt längre tid än i fallet för strukturmodellen. Då fler dimensioner av balken modelleras explicit är den inte lika abstrakt som strukturmodellen, och konstruktören behöver inte oroa sig lika mycket för att missa ett implicit antagande om balken, exempelvis att tvärböjning inte inträffar i strukturmodellen. En skalmodell kommer dock ofta kräva mer kunskap om själva mjukvaran och modellering i allmänhet.

En solidmodell kräver mycket datorkraft, och beräkningarna tar avsevärt längre tid att genomföra än i fallet för skalmmodell. Däremot modelleras mycket av balken explicit, excentriciteter och tvärsnitt, vilket inte ställer lika stora krav på att vara medveten om implicita antaganden. Å andra sidan är själva modelleringen mer komplex än för struktur och skalmmodell.

En strukturmodell är inte nödvändigtvis det enklaste att modellera realistiskt. I fall med slanka tvärsnitt kan det krävas ett antal modifikationer för att fånga beteende ut ur planet, då modellen inte har förutsättningarna att beräkna detta direkt. Då kan en skalmmodell vara enklare att hantera, både sett till förståelse för modellen och tiden det tar att bygga upp den.

I det fall då tvärböjningens styvhet är styrande så bör en modell vilken kan fånga eftergivligheten från tvärböjningen användas på grund av den stora skillnaden i resultat. Om tvärböjningen bortses från så kan ej nödvändigtvis en god bärförmåga gällande stabilitet säkerställas.

5.3 Skillnad mellan val av beräkningsteori

För vissa fall och parametrar förelåg det signifikanta skillnader mellan resultat från andra respektive tredje ordningens teori, både sett till form på kurvan för instabilitetslast och absolut värde av lastmultiplikatorn, ett antal exempel på dessa skillnader ses i:

- För $\alpha = 8^\circ$ Fall 3 ger 3:e ordningens teori betydligt högre knäcklaster vid låga slankheter, se Figur 4.21
- Tredje ordningens teori ger i allmänhet högre värden på knäcklasten vid knäckning i planet, vilket inträffar vid låga värden på slankheten, vilket visas i Figur 4.20 och Figur 4.21.
- För 2:a ordningens teori förhåller sig i de flesta fall knäcklasten konstant med en ökande initiell snedställning medan knäcklasten enligt 3:e ordningens teori i vissa fall ökar med en ökande initiell snedställning.

Intuitivt bör 3:e ordningens teori i regel ge lägre lastmultiplikatorer än 2:a ordningens teori eftersom även förskjutningarna påverkar styvheten. I en del av resultaten syns det däremot att 3:e ordningens teori ger en högre knäcklast. Särskilt accentuerat är detta för resultaten gällande slankhet och initiell snedställning.

Vid låga värden på slankheten, då knäckning i planet sker, tenderar 3:e ordningens teori att ge likvärdigt eller högre värden på lastmultiplikatorn, vilket ses i Figur 4.18, 4.20, 4.21. En möjlig förklaring till detta är att denna beräkning ger en större utböjning i vertikal led vilket innebär att normalkraften från dragbanden blir större. En större kraft i dragbanden kan däremot innebära att risken för knäckning i planet enligt instabilitetsod **I** reduceras, då den tryckande normalkraften trycker upp ramleden. I

resultaten syns detta genom att för $\alpha = 0^\circ$ är lastmultiplikatorn från 3:e ordningens teori lika eller lägre jämfört med 2:a ordningens teori, visat i Figur 4.17 och Figur 4.18.

För att undersöka detta gjordes en stabilitetsanalys i en modell med $\alpha = 8^\circ$ med låg slankhet. I denna undersökningen försumrades de positiva effekter dragande krafter har på systemet. Detta gjorde att skillnaden mellan beräkning av 3:e och 2:a ordningens teori blev väsentligt mindre, även om 3:e ordningens teori fortfarande resulterade i något större knäcklast.

För $\alpha = 8^\circ$ Fall 3 är knäcklasten avsevärt större för analys enligt 3:e ordningens teori jämfört med 2:a ordningens teori för låga slankheter, se Figur 4.21. Anledningen till detta tros vara att för 3:e ordningens teori löses egenvärdesproblemet med en inkrementell metod, och för 2:a ordningens teori löses det med en linjär metod.

Skillnaden mellan linjär och inkrementell analys, i kombination med att för en låg slankhet är balken vek mot deformationer i planet, gör att de stora deformationerna ger upphov till stora skillnader mellan de två typerna av analyserna. I det inkrementella fallet belastas balken av en lastfaktor större än 1.0, vilket gör att instabiliteten beräknas för ett fall med större utböjning, därmed större normalkraft i dragbanden, än i det linjära fallet.

I Figur 4.12 - 4.16 framgår det att tillskottsdeformationerna ökar med större imperfektioner, dock är fenomenet mer uttalat för skalmodellerna. Att skalmodellerna är vekare ut ur planet är något som diskuterats tidigare, det beror på tvärböjning. I detta fall visar det sig genom att skalmodellen får större deformationer ut ur plan jämfört med strukturmodellen.

Vid 3:e ordningens analys krävs ibland många iterationer för att lösningen ska konvergera vid extremvärden på den studerade parametern. Ett exempel på detta syns i Figur 4.9, där lösningen varierar i ett oregelbundet mönster vid låga värden på spikförbandets rotationsstyvhets. Detta innebär att dessa värden bör tolkas med försiktighet även om jämvikt har uppnåtts. Detta ses som numeriska avvikelser, således bedöms inte de specifika värdena som pålitliga, utan det är snarare den allmänna formen och trenden på kurvan som är av intresse.

6 Slutsatser

6.1 Val av beräkningsmodell

I detta arbete har 3 olika typer av modeller använts. En strukturmodell där samtliga delar av systemet modelleras med balkelement (1D). En skalmodell (2D) där majoriteten av systemet modelleras med skalelement. En solidmodell (3D) där majoriteten av systemets modelleras med solidelement.

Att modellera en hög balk med en balkmodell med dess excentriciteter kan vara både knepigt och tidskrävande. De element som införs för att ta hänsyn till excentriciteterna gör både modellen och resultaten svårare att tyda eftersom deformationsmönstret förändras. De stela elementen medför även att flertalet leder behöver införas vilket ytterligare försvårar analys av resultat och enkel förståelse av modellen.

Skalmodellen är mer intuitiv att bygga upp, då hela centrumplanet modelleras. Däremot kräver en skalmodell något mer fördjupade kunskaper inom FE-analys och själva programvaran. Dessutom har många programvaror inte funktionen för att modellera en skalmodell.

Ovanstående argument om komplexitet tillsammans med den skillnad som visats i resultaten tyder på att dimensionering med avseende på instabilitet i en slank underspänd balk bör göras hjälp av en modell vilken tar hänsyn till tvärböjning, t ex. en skalmodell eller solidmodell.

6.2 Parametrar av betydelse

De parameterstudier som gjorts i detta arbete visar att somliga parametrar har betydande påverkan på en underspänd balks beteende sett till instabilitet.

- Det finns en skillnad i både magnitud och form på knäcklastkurvan mellan takstolar utan lutning och med lutning. Särskilt då instabilitet i plan är dimensionerande.
- Vid dimensionering av slanka underspända system måste hänsyn tas till instabilitet för att säkerställa god bärförmåga. För balkarna studerade i detta arbete finns det en tydlig optimeringspunkt sett till sambandet mellan primärbalkens slankhet och instabilitetslast.
- Spikförbandets rotationsstyvhet har, ofta till en gräns, stor påverkan på systemets bärförmåga gällande instabilitet, och bör därför uppskattas med försiktighet.

- Vid låga lutningar på primärbalken har tryckbommens axialstyvhet en stor påverkan på balkens bärförmåga sett till instabilitet, upp till ett gränsvärde. Axialstyvheten i tryckbommen bör alltså uppskattas med försiktighet för underspända system med låg lutning.
- Vid låga lutningar på primärbalken ska trycksträvorna stagas ut ur planet i underkant. Detta kan lämpligen göras med tryckbommar.

6.3 Framtida studier

Då denna studie ej beaktat tvärböjning i balkmodellen vore en studie som undersöker hur detta bör modelleras i en balkmodell (1D) med slanka tvärsnitt intressant.

En studie vilken undersöker påverkan av gaffellagringen vid upplagen vore intressant, dvs. vad krävs för att ett underspönt balksystem ska kunna ses som fullt gaffellagrat utan att överskatta bärförmågan för systemet.

En studie som tar hänsyn till krossning i trä vore intressant speciellt i samband med en undersökning om strukturens påverkan av initiella snedställningar.

I detta arbete har endast knäcklasten undersökts. En studie om skillnaden mellan olika beräkningsmodeller (1D, 2D, 3D) sett till den generella bärförmågan hade varit av intresse, i syfte av att undersöka hur noggrant ett underspönt system bör dimensioneras och modelleras.

En studie som tar fram allmänna tumregler för dimensionering av underspända takstolar med avseende på de parametrar som studerats hade varit en bra fortsättning på detta arbete.

Litteratur

- [1] *SS-EN 1995-1-1:2004 Eurocode 5: design of timber structures : part 1-1 :General - Common rules and rules for buiddings*. Stockholm: SIS - Bygg och anläggning, 2004. URL: <https://www.sis.se/api/document/get/69557>.
- [2] Statens Haverikommission. *Slutrapport RO 2021:01*. Tekn. rapport RO 2021:01. Stockholm: Statens Haverikommission, 2021.
- [3] Ulrika Wänkkö. "Efter panikstängningen av ishallen i Luleå – nu undersöks taket". I: *SVT* (25 nov. 2021). URL: <https://www.svt.se/nyheter/lokalt/norrbotten/efter-panikstangningen-nu-undersoks-takkonstruktionen> (hämtad 2021-11-25).
- [4] Nader Sedehi. "Haverikommissionen larmade länskommuner om problem med populära takkonstruktionen". I: *SVT* (27 jan. 2021). URL: <https://www.svt.se/nyheter/lokalt/vasterbotten/konstruktionsbrist-ligger-bakom-takras> (hämtad 2021-01-27).
- [5] *SS-EN 14080:2013 Träkonstruktioner – Limträ och limmat konstruktionsvirke – Krav*. Stockholm: SIS/TK 182, 2013. URL: https://www.sis.se/produkter/trateknik-15e6ae2b/tra-sagttimmer-och-sagat-virke/ssen140802013/?_t_id=QZi870zeTJq8b3dYQEsjWw&_t_q=SS+EN+14080&_t_hit.id=SIS_se_site_Features_Product_Catalogs_StandardProduct/CatalogContent_26870021-ab14-4852-9838-5db8319b4da9_sv&_t_hit.pos=1&_t_tags=andquerymatch,language:sv,siteid:326c3465-4f01-4d81-93c2-166392ce4789.
- [6] Svenskt Trä. *Dimensionering av träkonstruktioner Del 1*. Svenskt Trä, 2019.
- [7] Svenskt Trä. *Limträhandbok Del 1*. Svenskt Trä, 2016.
- [8] Niels Saabye Ottosen & Matti Ristinmaa. "4 - Hyper-Elasticity". I: *The Mechanics of Constitutive Modeling*. Utg. av Niels Saabye Ottosen och Matti Ristinmaa. Oxford: Elsevier Science Ltd, 2005, s. 67–102. ISBN: 978-0-08-044606-6. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-008044606-6/50004-7>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080446066500047>.
- [9] Kurskompendium för VSMN35. *Balkteori*. Lund: Avdelningen för byggnadsmekanik, LTH, 2021.
- [10] Ola Dahlblom & Karl-Gunnar Olsson. *Strukturmekanik*. Lund: Studentlitteratur, 2020.
- [11] Susanne Heyden, Ola Dahlblom, Anders Olsson och Göran Sandberg. *Introduktion till strukturmekaniken*. Lund: Studentlitteratur, 2008.
- [12] Susan.W Bostic. *LANCZOS EIGENSOULTION METHOD FOR HIGH-PERFORMANCE COMPUTERS*. Tekn. rapport. NASA, 1991.
- [13] Niels Saabye Ottosen & Hans Petersson. *Introduction to the finite element method*. Prentice Hall, 1992.

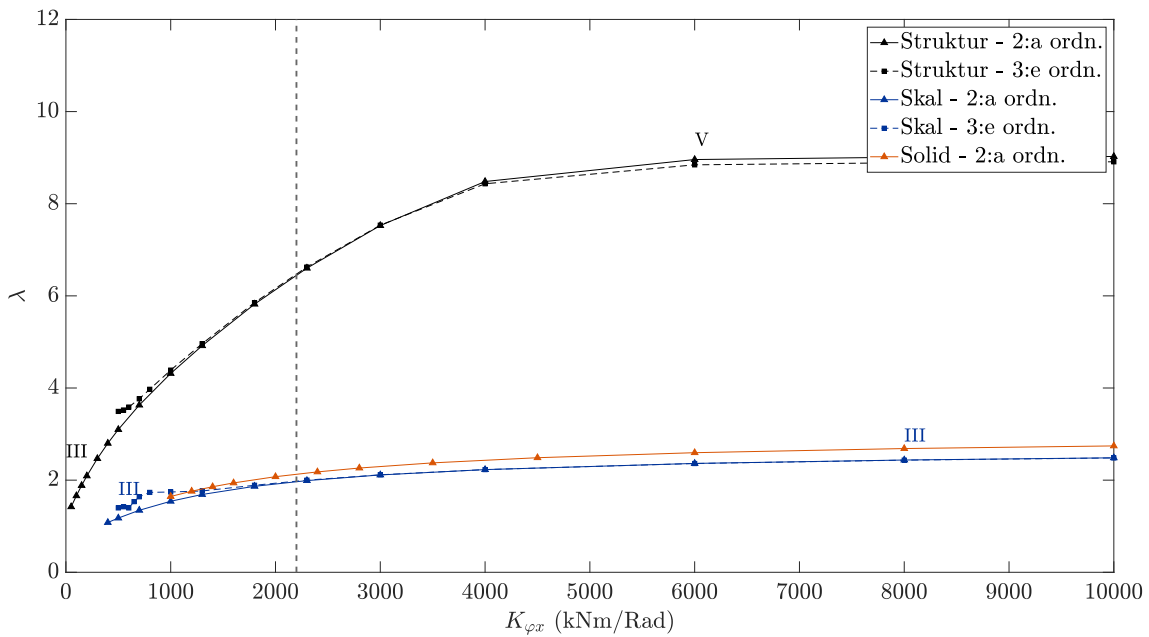
- [14] Matti Ristinmaa & Matthias Wallin. "Introduction to Non-linear Finite Element Method". 2022.
- [15] Dlubal Software. *RFEM 6 Online manual*. 2023. URL: <https://www.dlubal.com/en/downloads-and-information/documents/online-manuals/rfem-6> (hämtad 2023-03-06).
- [16] Svenskt Trä. *Limträhandbok Del 2*. Stockholm: Svenskt Trä, 2016.
- [17] Tord Isaksson & Annika Mårtensson. *Byggkonstruktion regel- och formelsamling*. Lund: Studentlitteratur, 2020.

Bilaga A

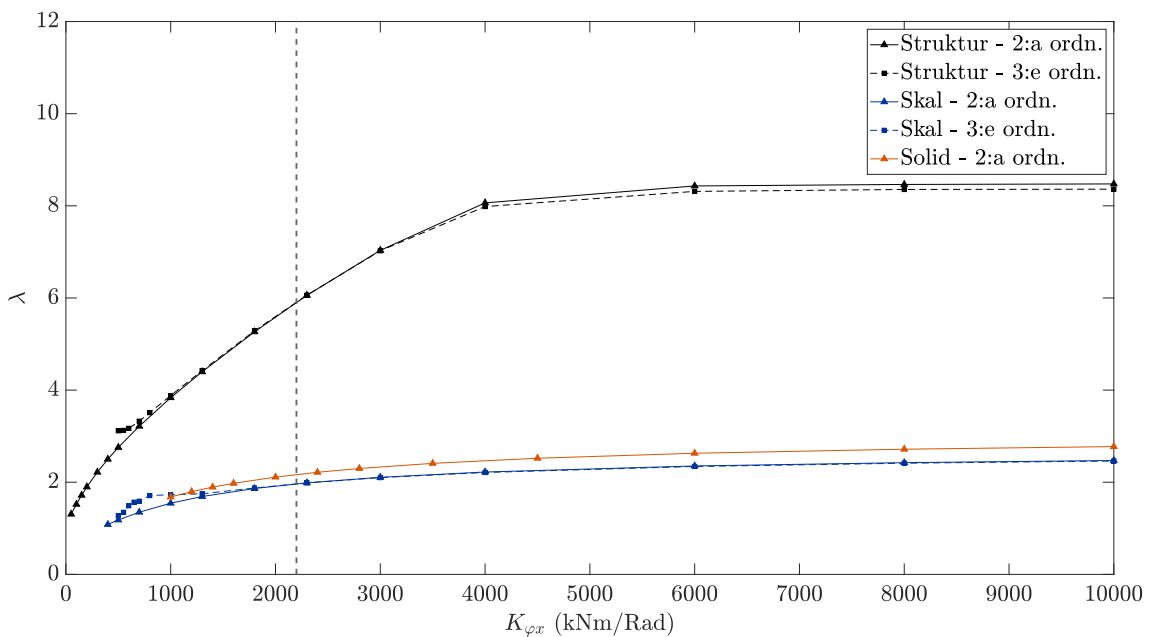
Resultat från parameterstudier

I denna bilaga visas samtliga resultat från parameterstudierna.

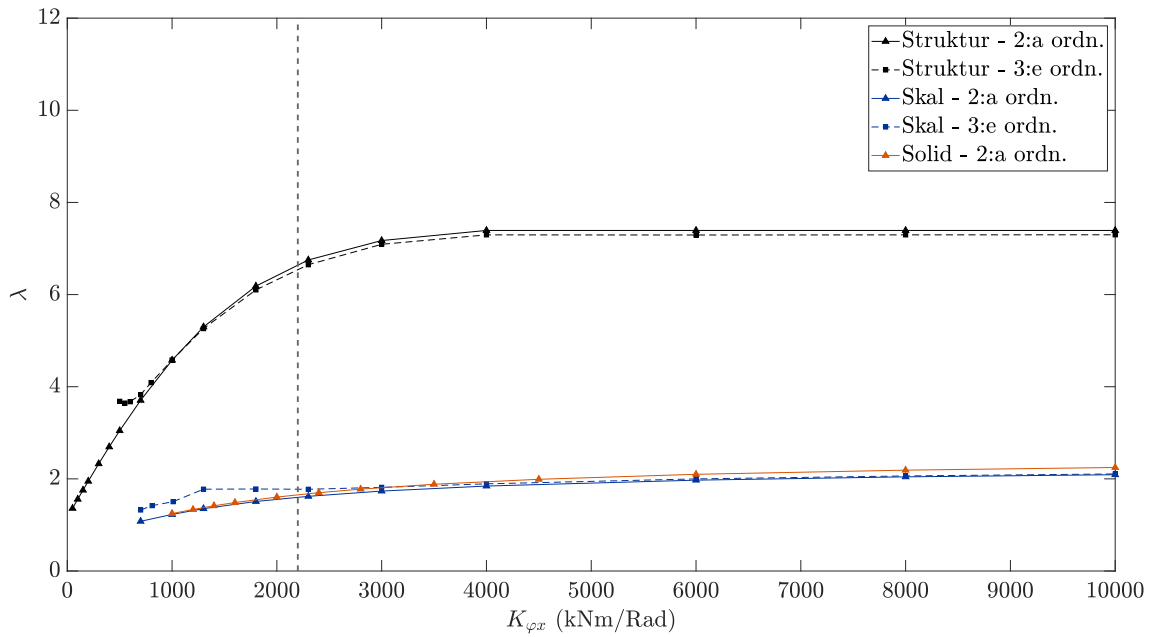
Spikförband



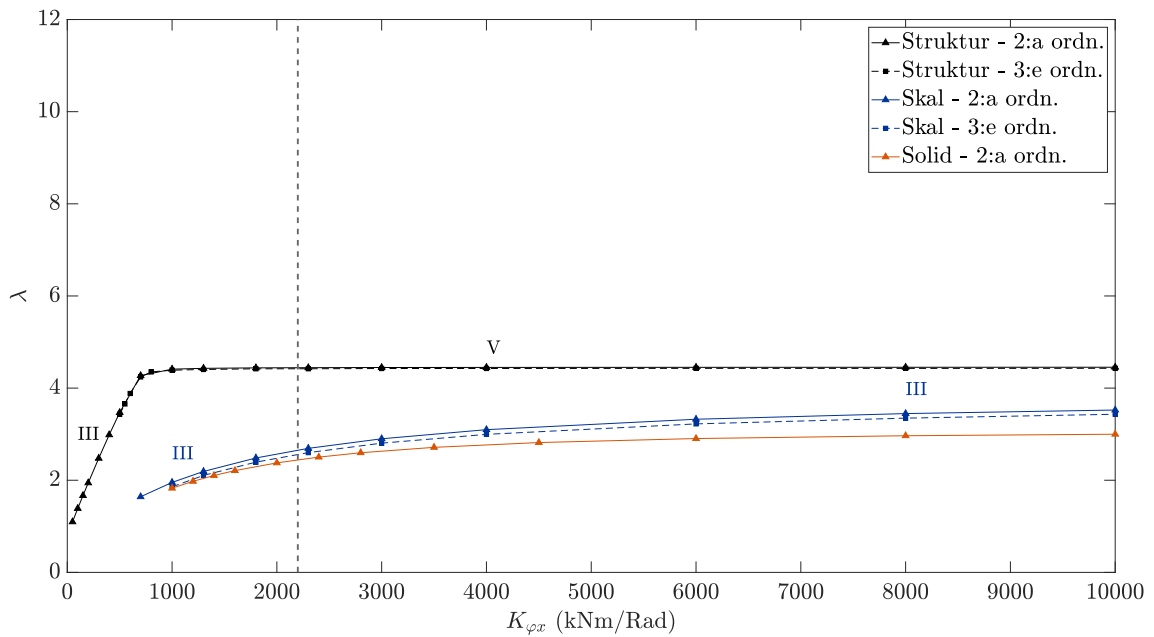
Figur A.1: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhet $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



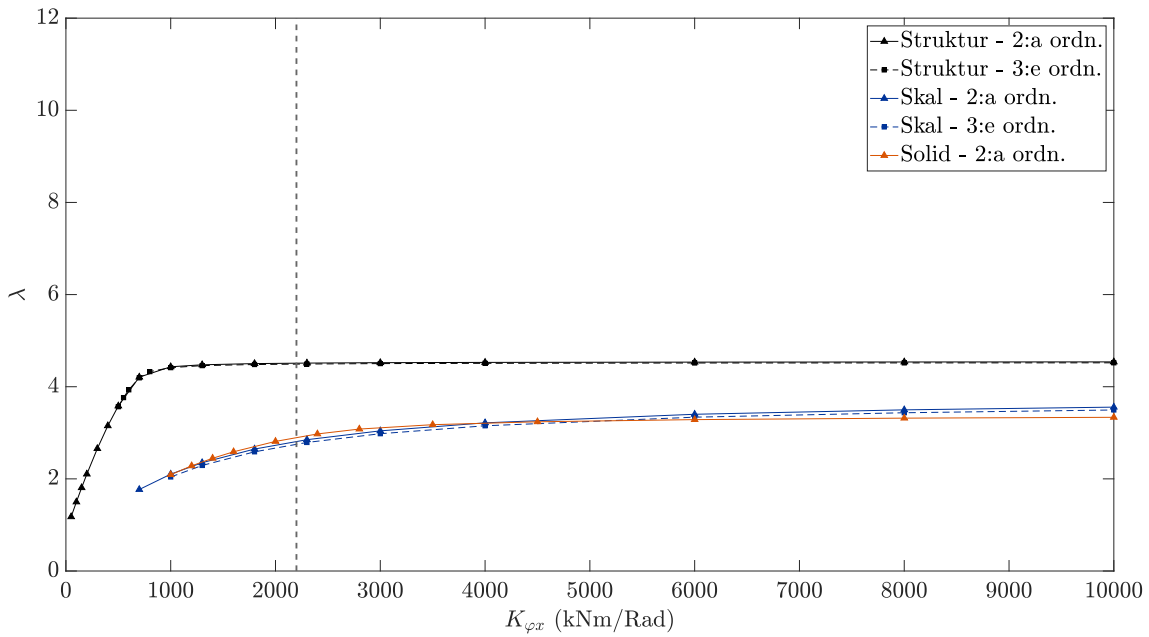
Figur A.2: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhet $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



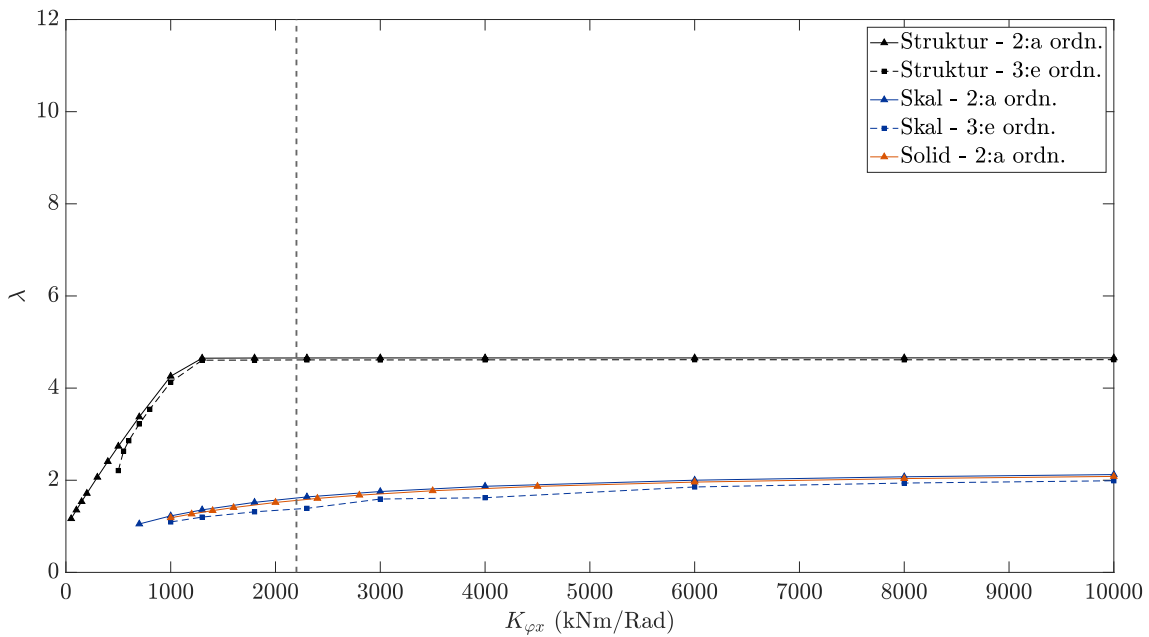
Figur A.3: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhets $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 3.



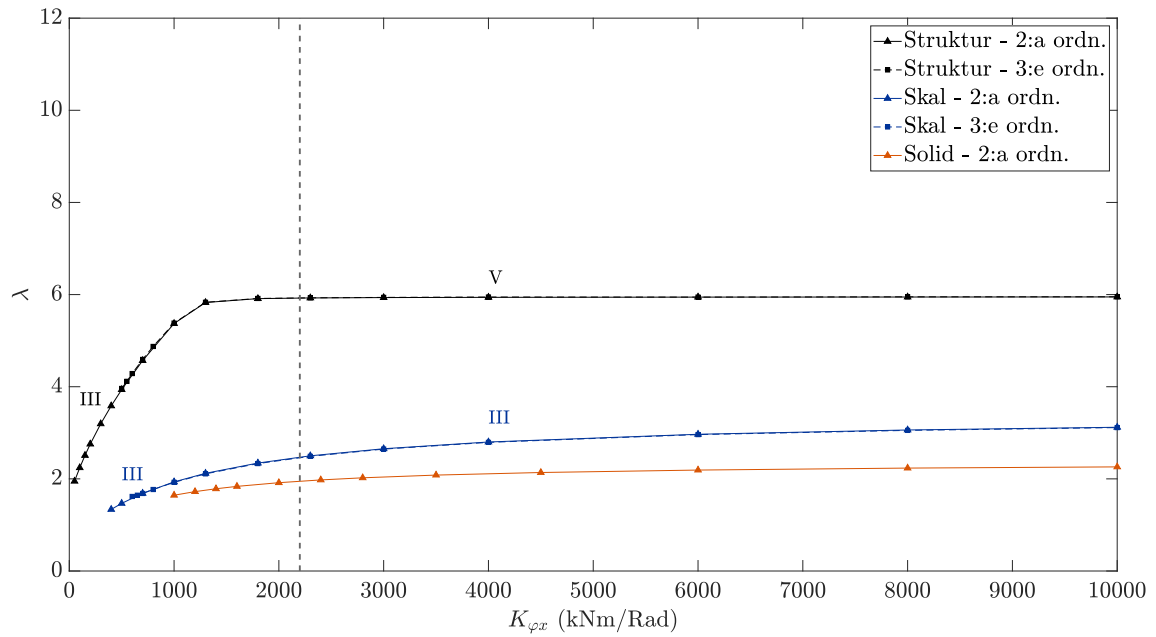
Figur A.4: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhets $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



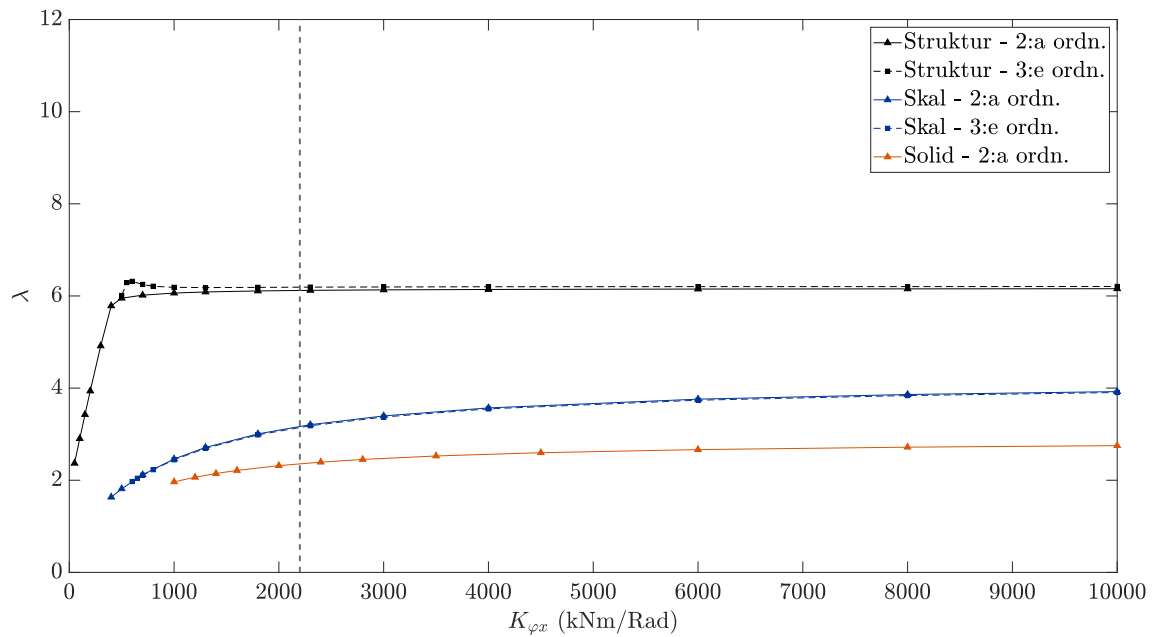
Figur A.5: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhet $K_{\varphi x}$ på structurens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



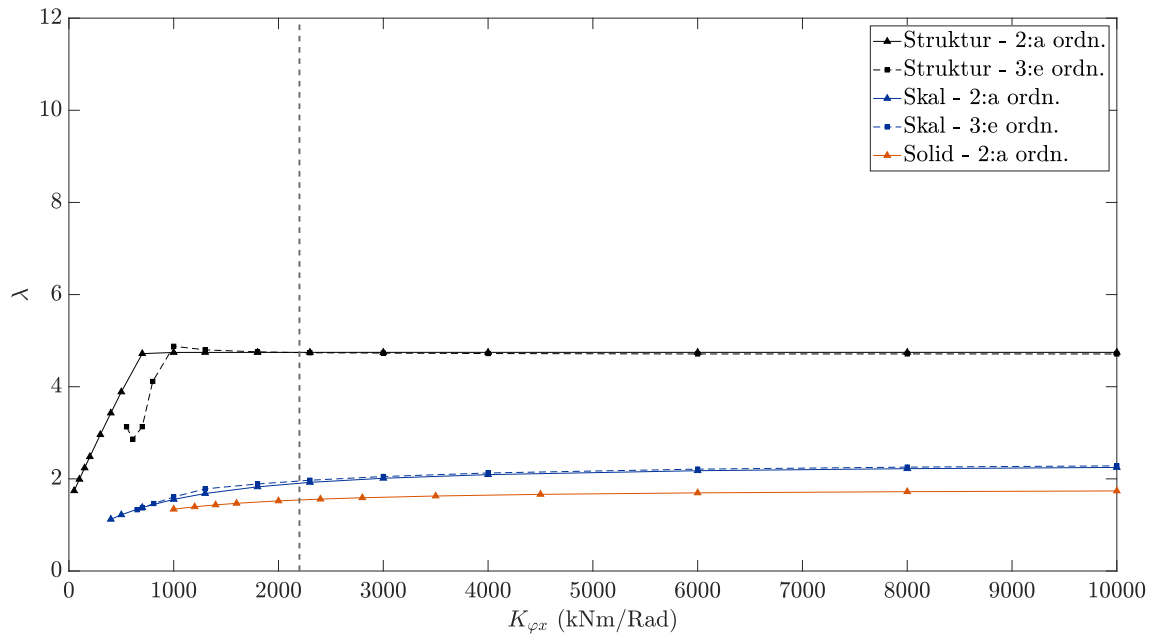
Figur A.6: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhet $K_{\varphi x}$ på structurens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.7: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhets $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

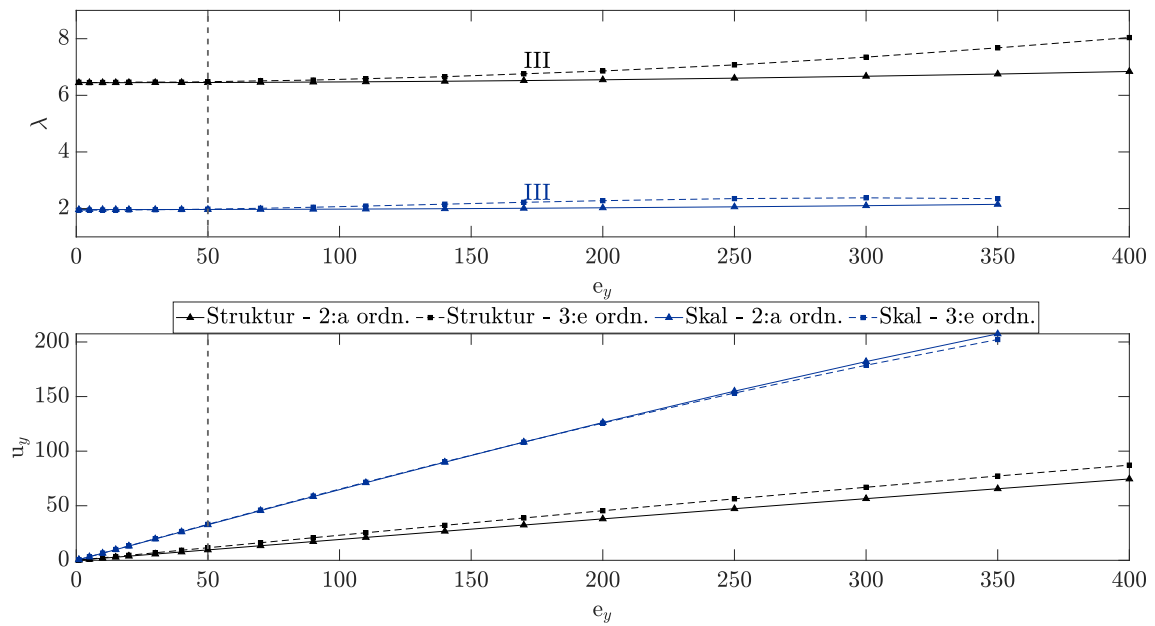


Figur A.8: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhets $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.

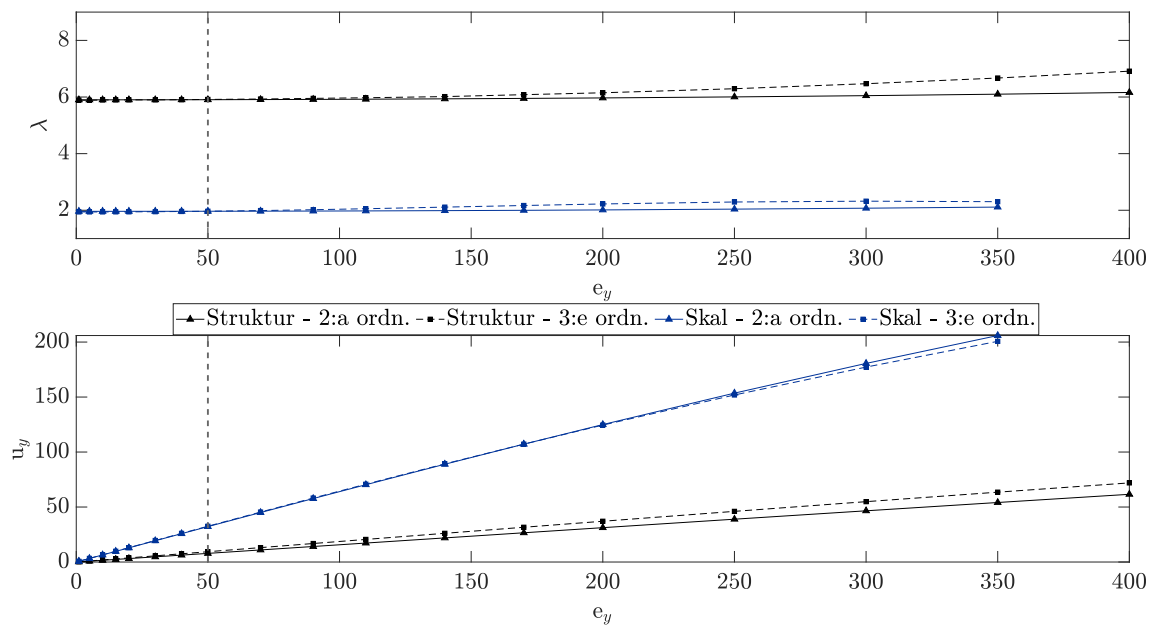


Figur A.9: Inverkan av spikförbandets rotationsstyvhets $K_{\varphi x}$ på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet ($K_{\varphi x} = 2200$ kNm/rad) är markerat med streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

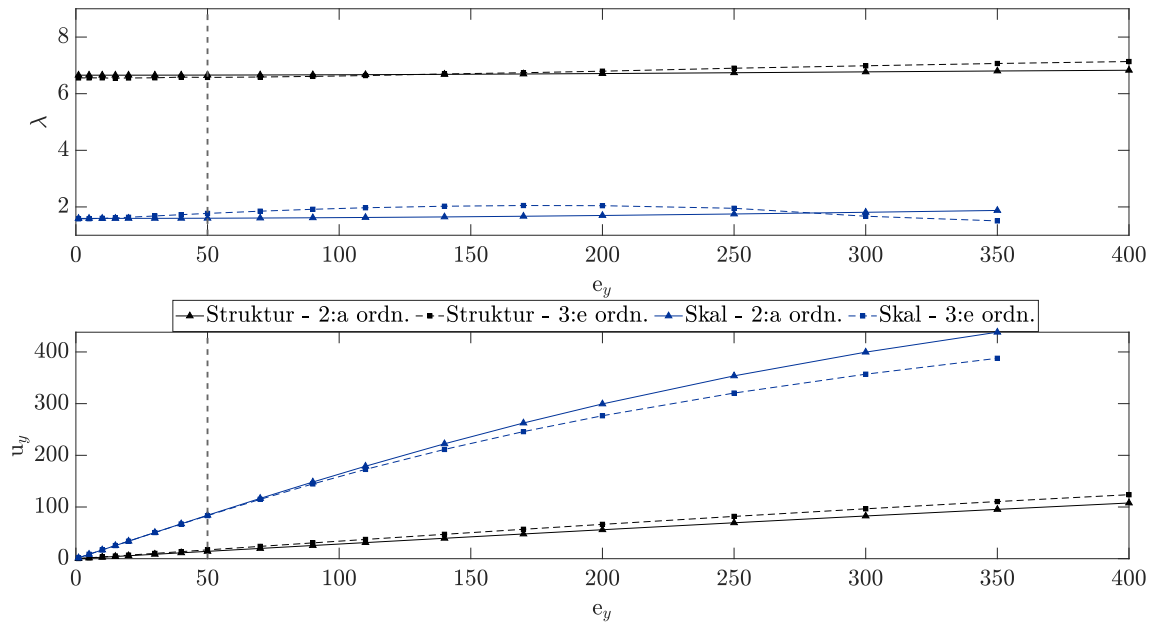
Imperfektioner



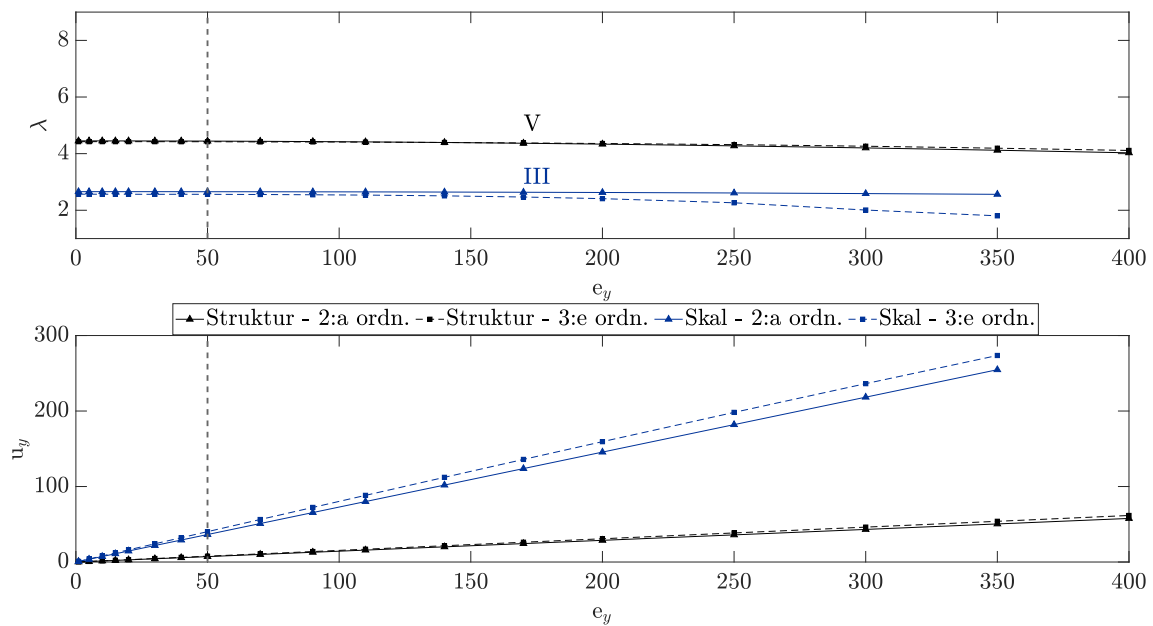
Figur A.10: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



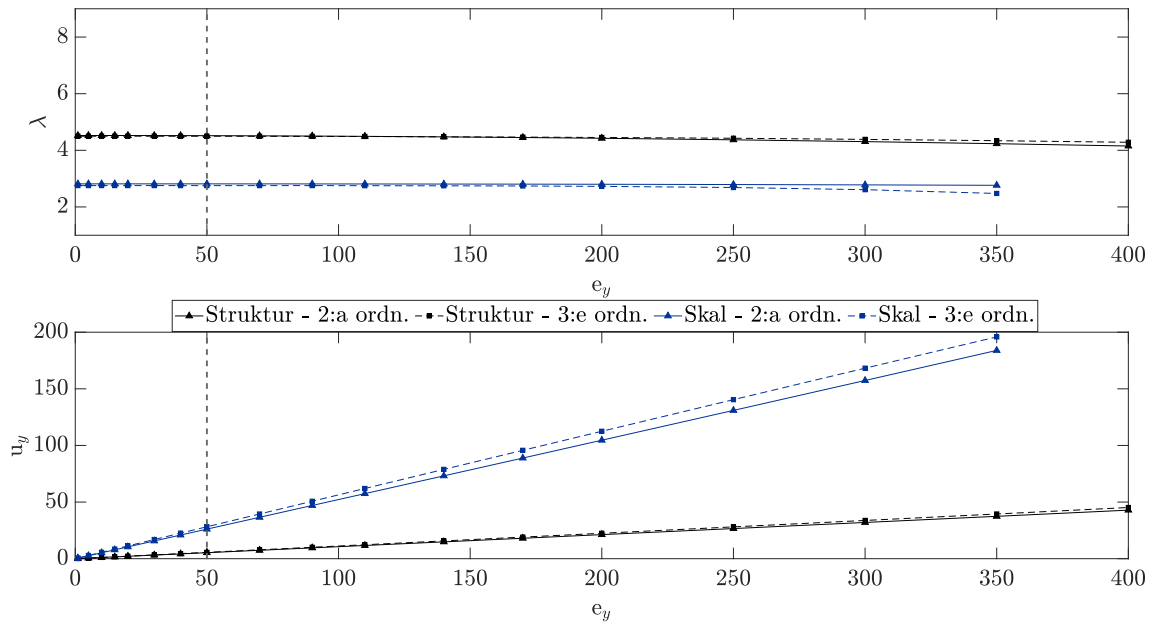
Figur A.11: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



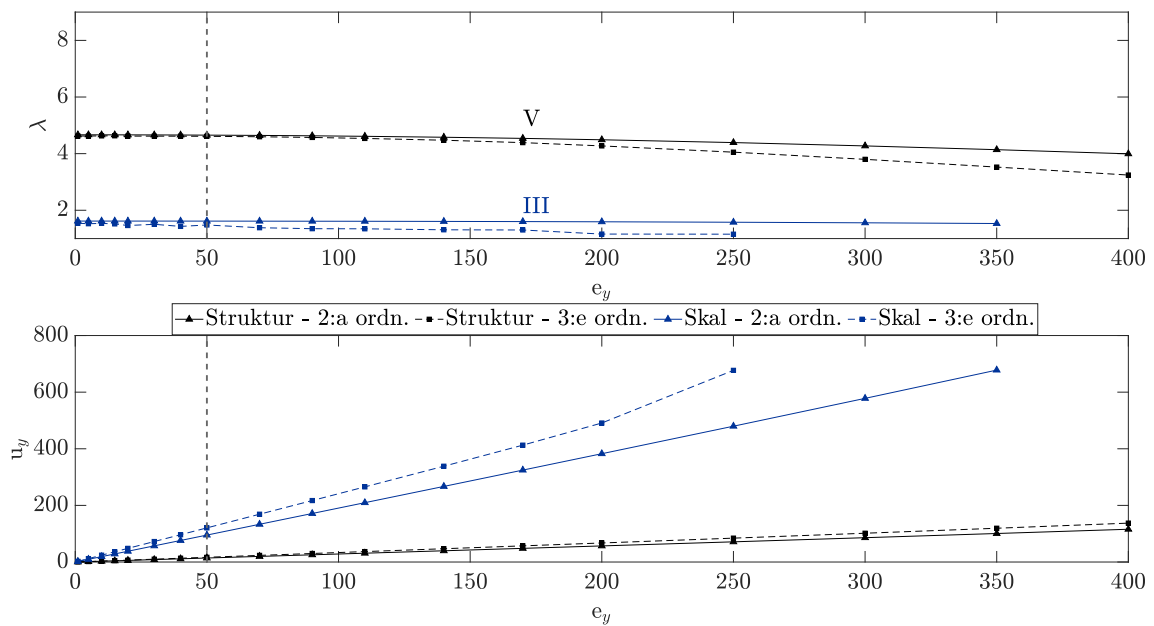
Figur A.12: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 3.



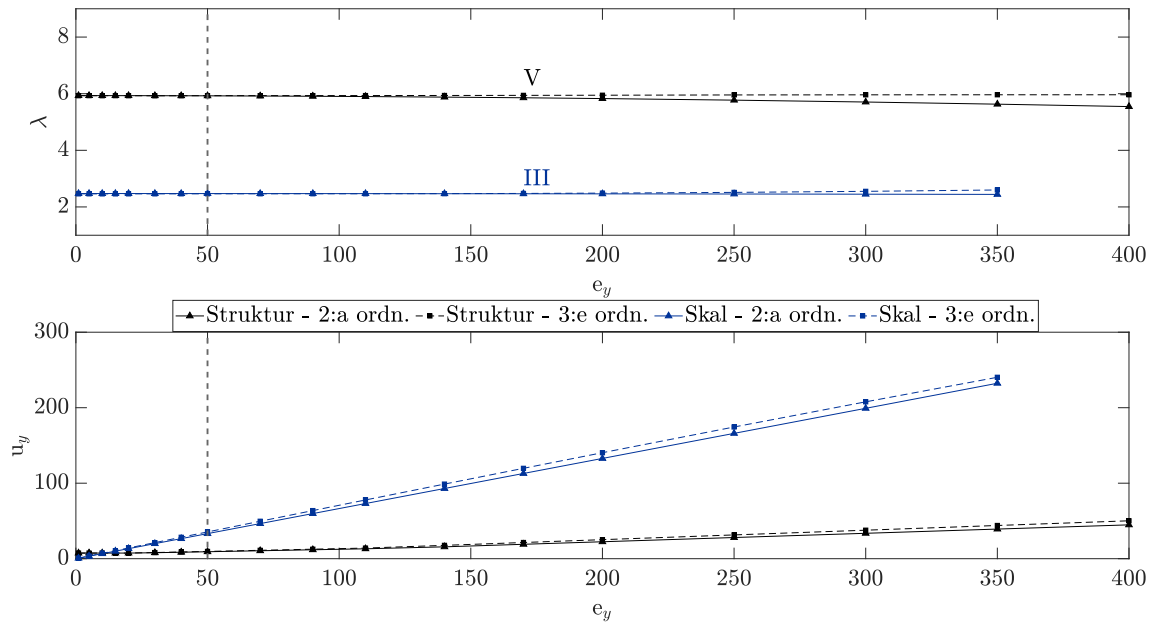
Figur A.13: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



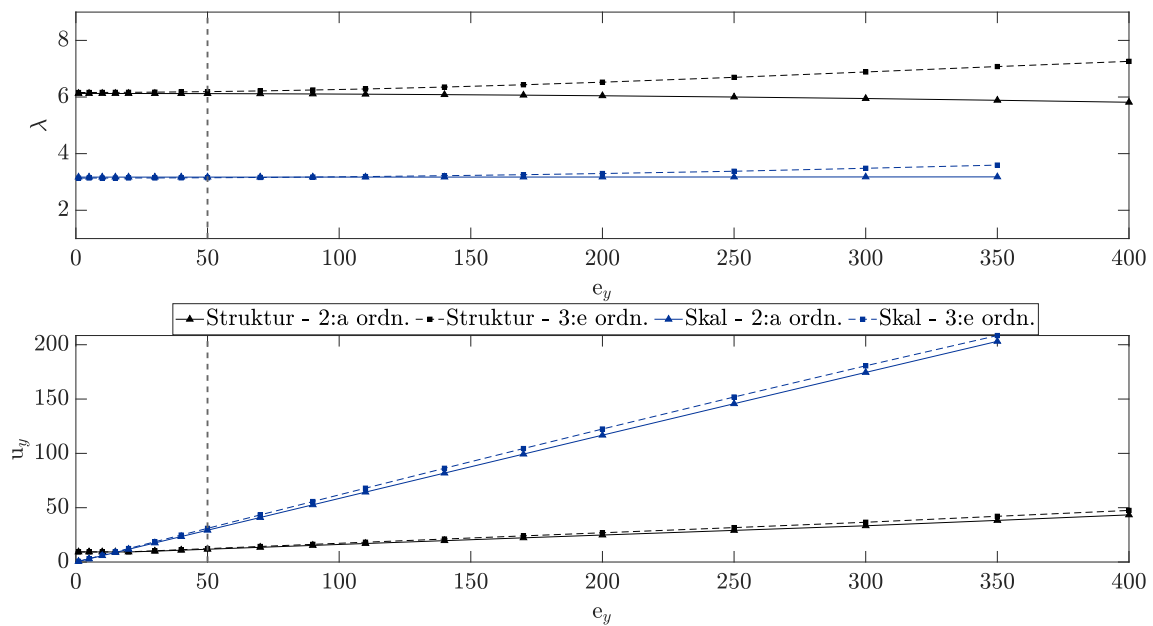
Figur A.14: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



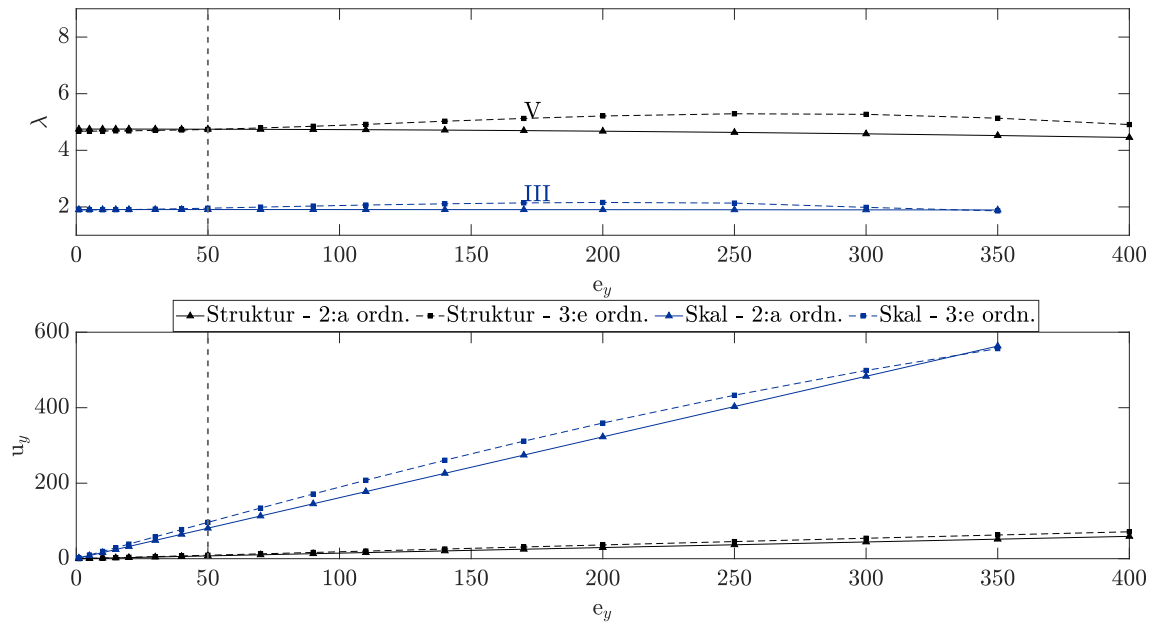
Figur A.15: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.16: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

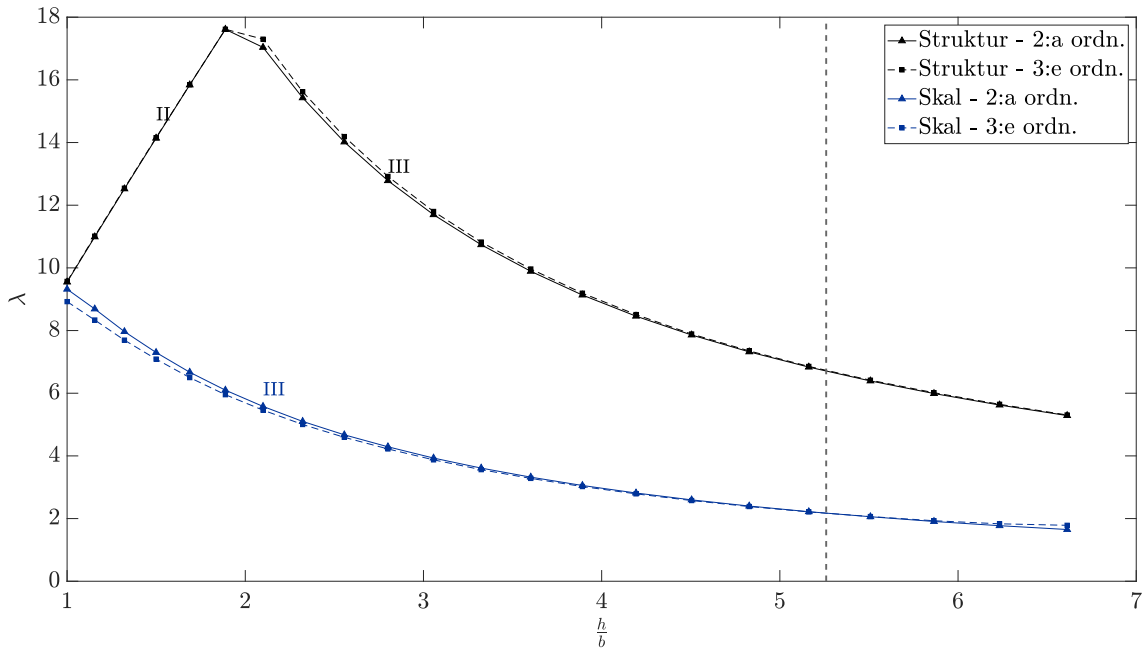


Figur A.17: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.

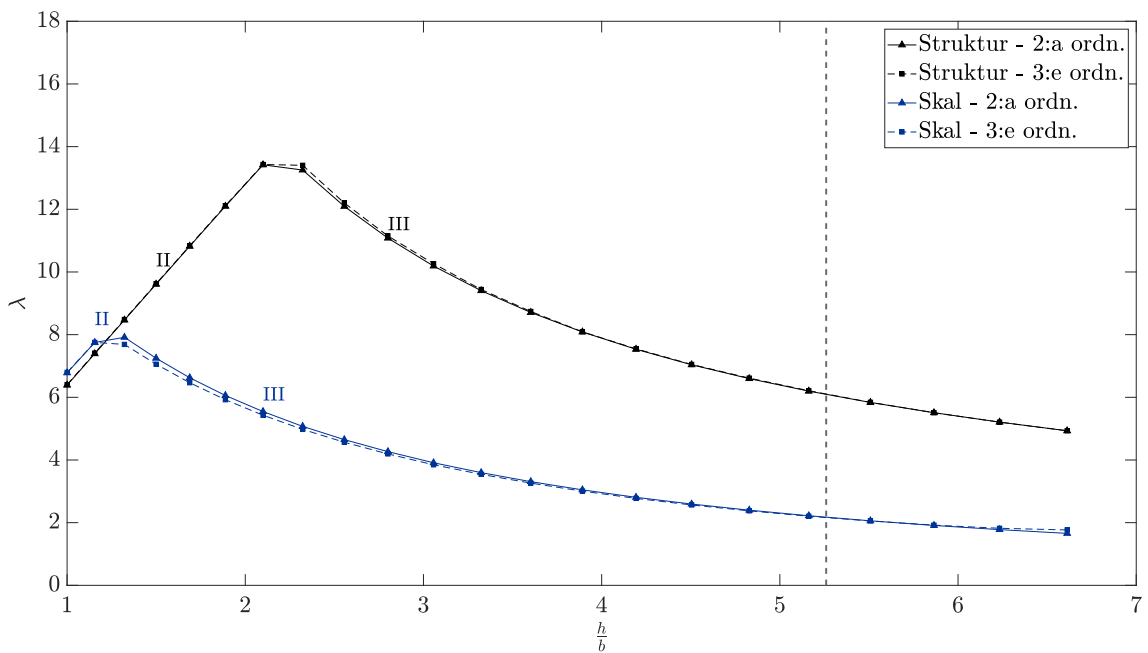


Figur A.18: Inverkan av snedställningar på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ samt snedställningars påverkan på tillskottsdeformation. Referensvärdet (50 mm) är markerat genom en streckad linje. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

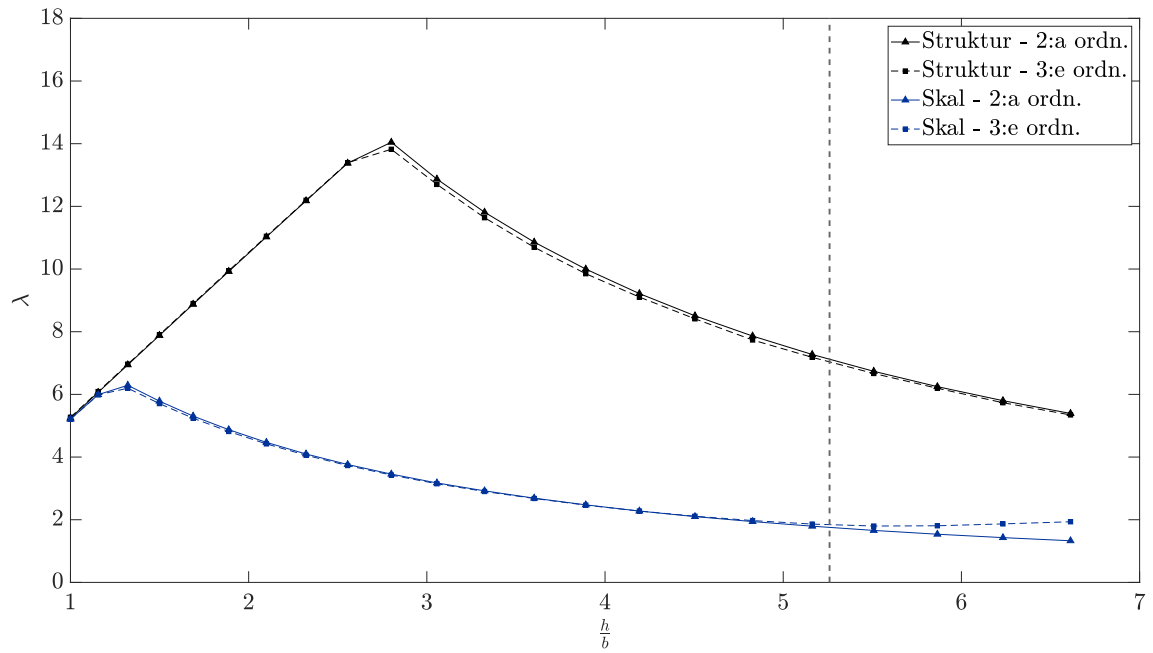
Slankhet



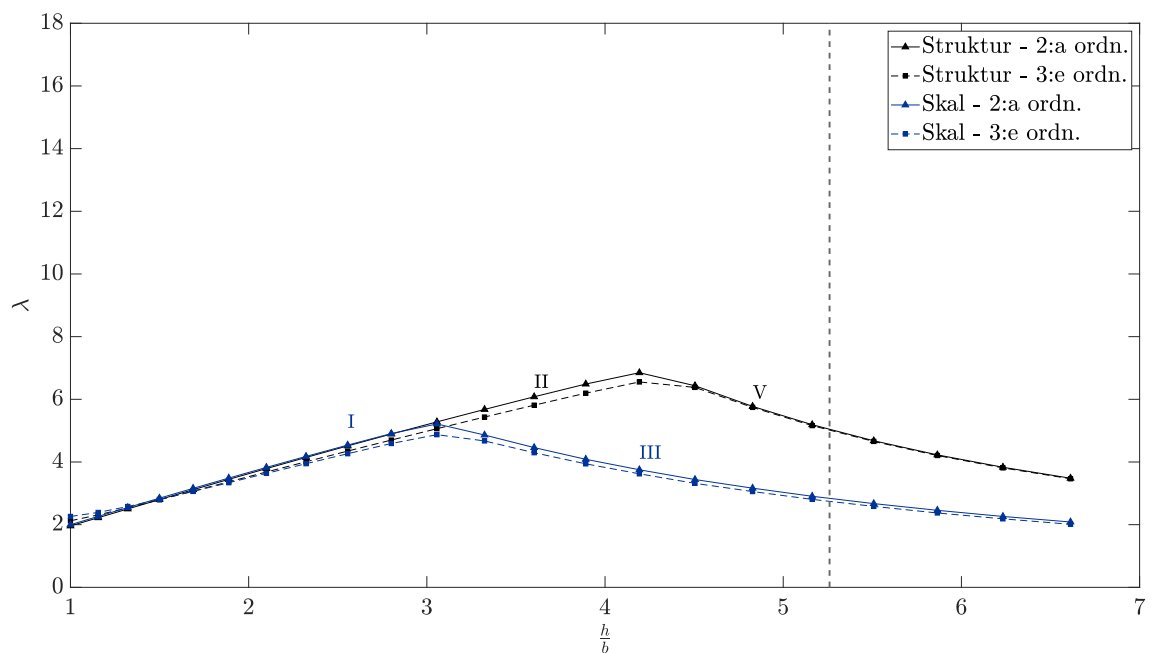
Figur A.19: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



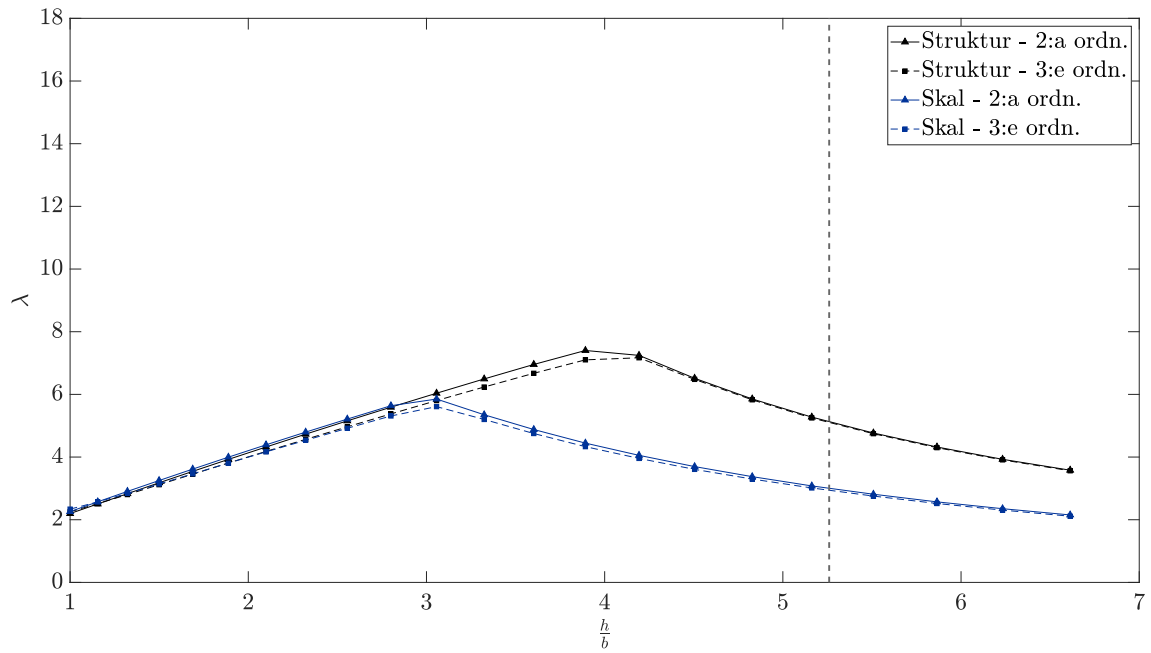
Figur A.20: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



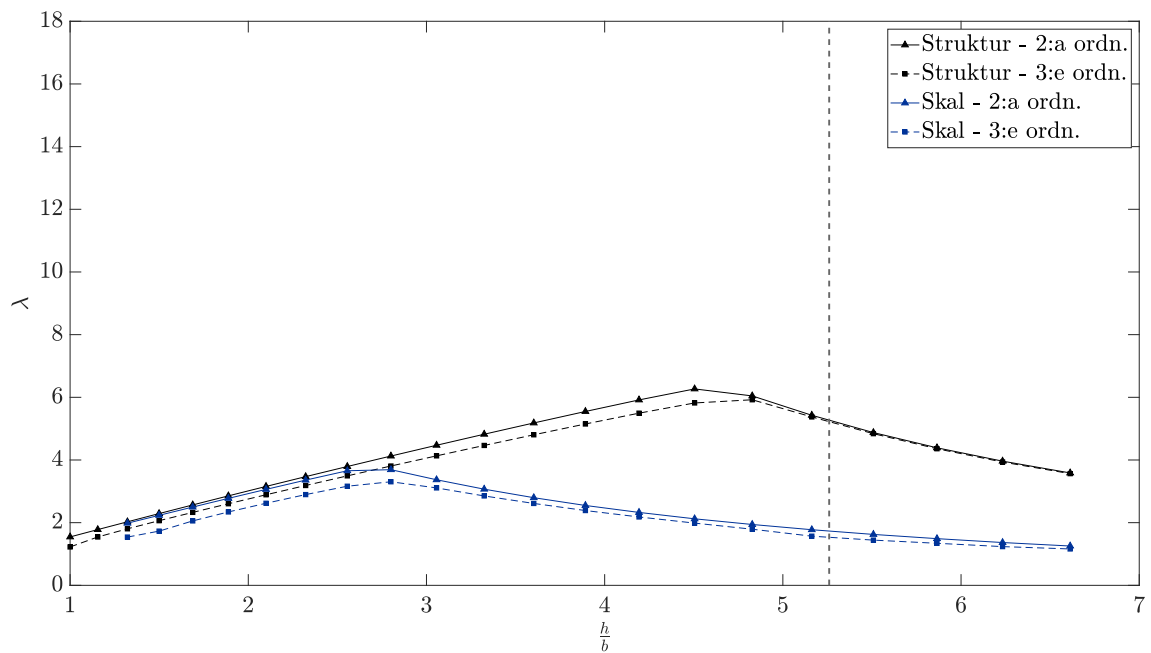
Figur A.21: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 3.



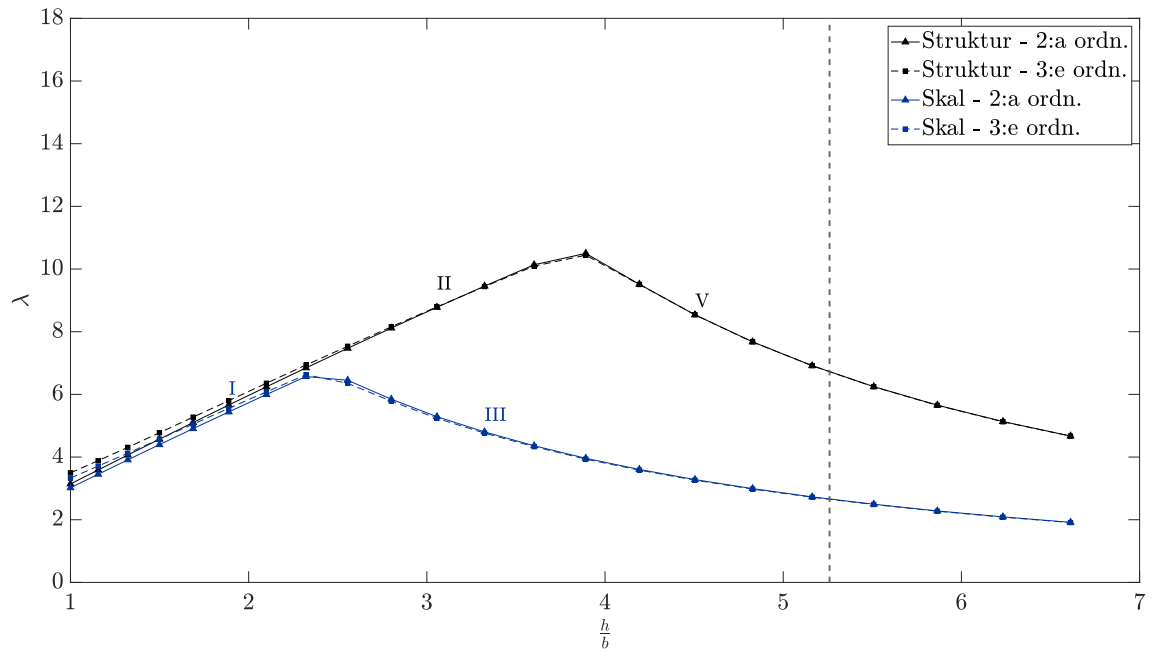
Figur A.22: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



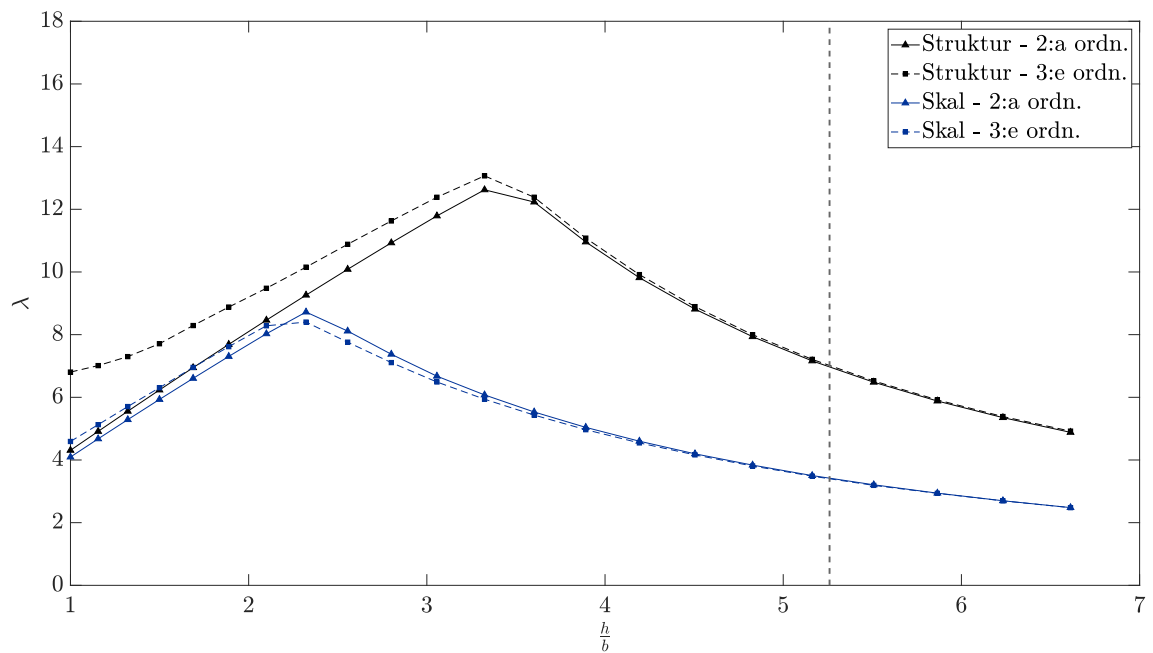
Figur A.23: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



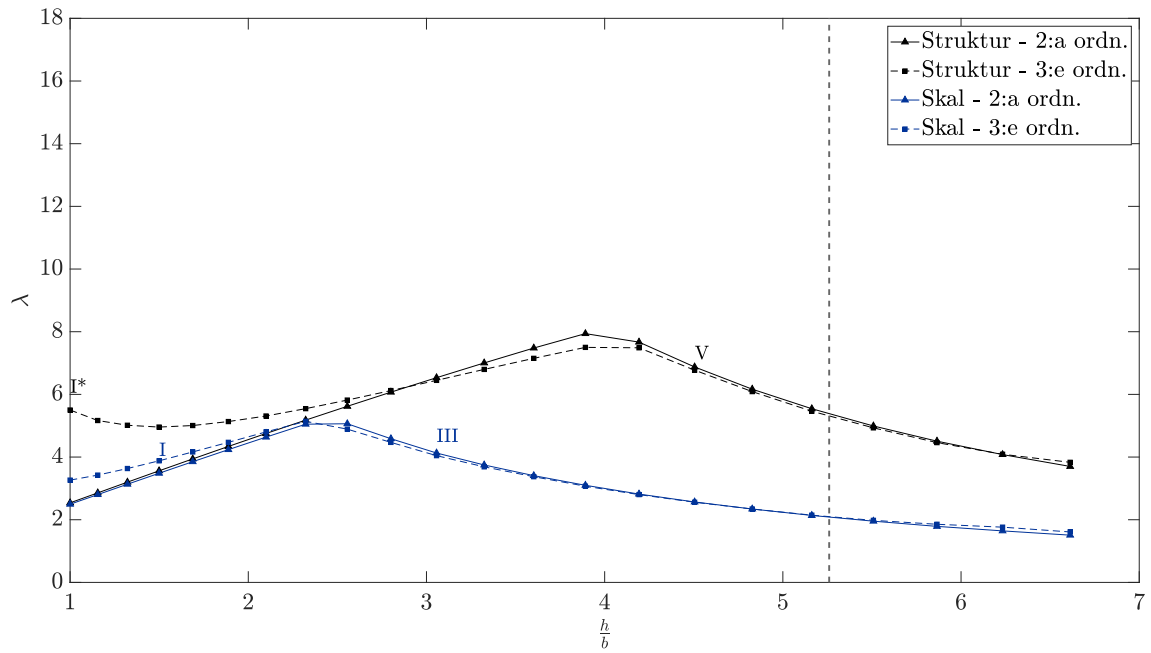
Figur A.24: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.25: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

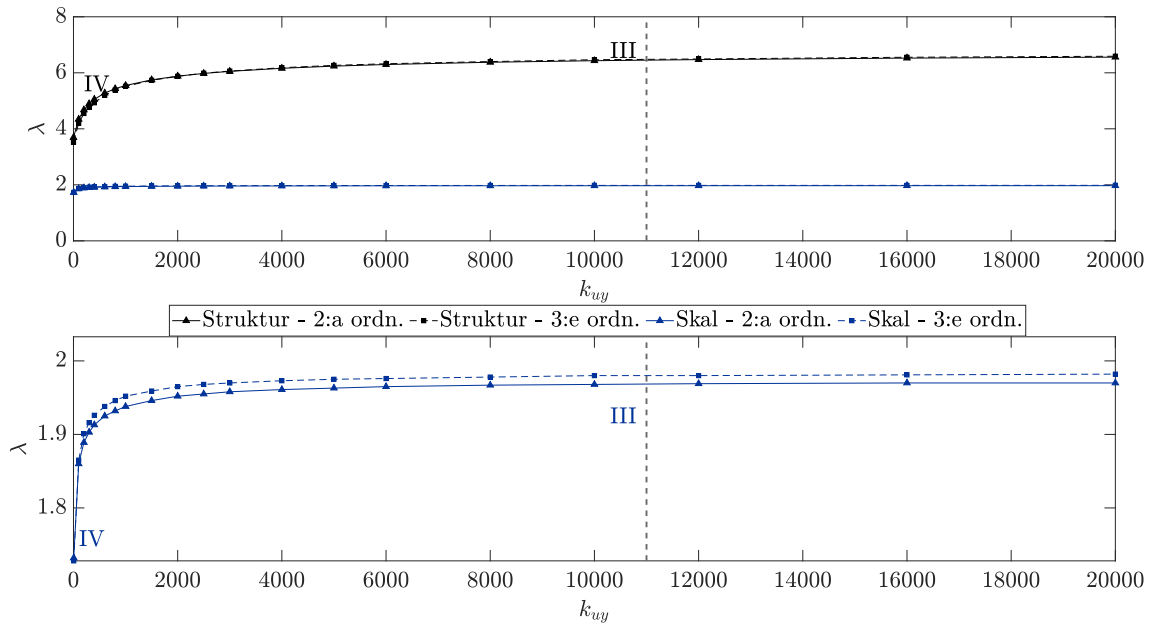


Figur A.26: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.

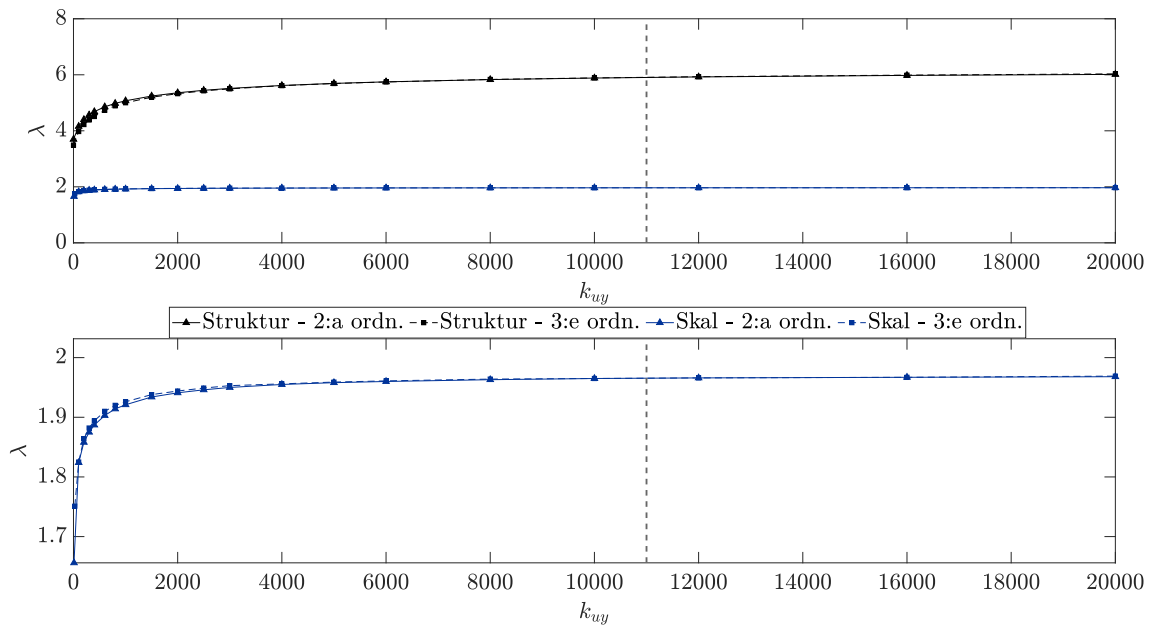


Figur A.27: Inverkan av slankheten på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($h/b = 5.3$). Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

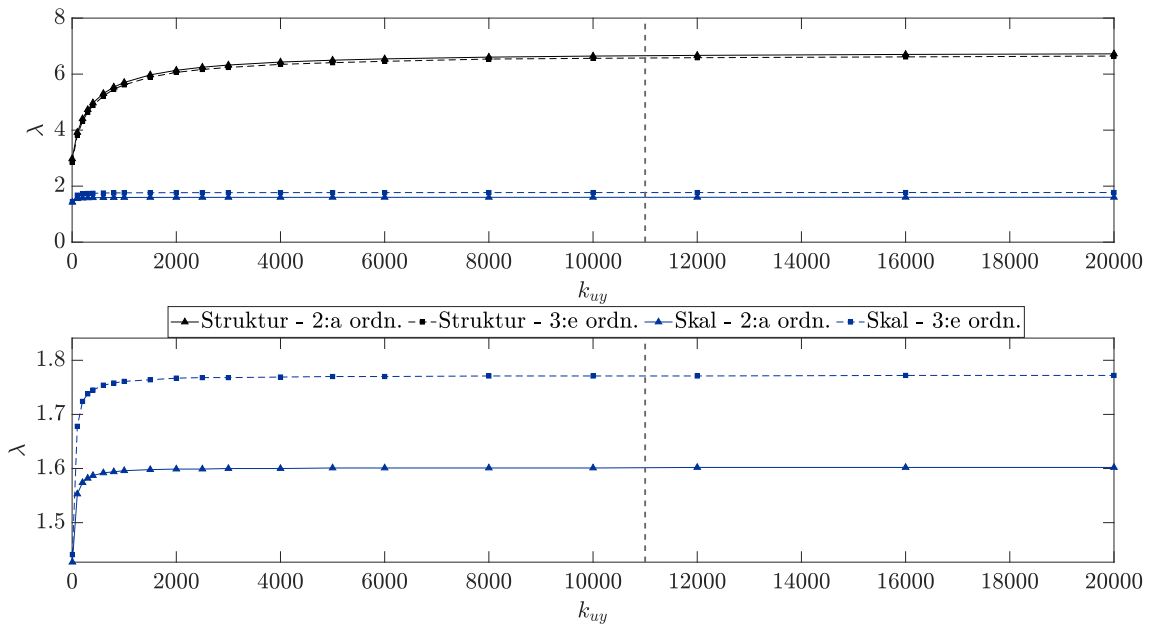
Tryckbom



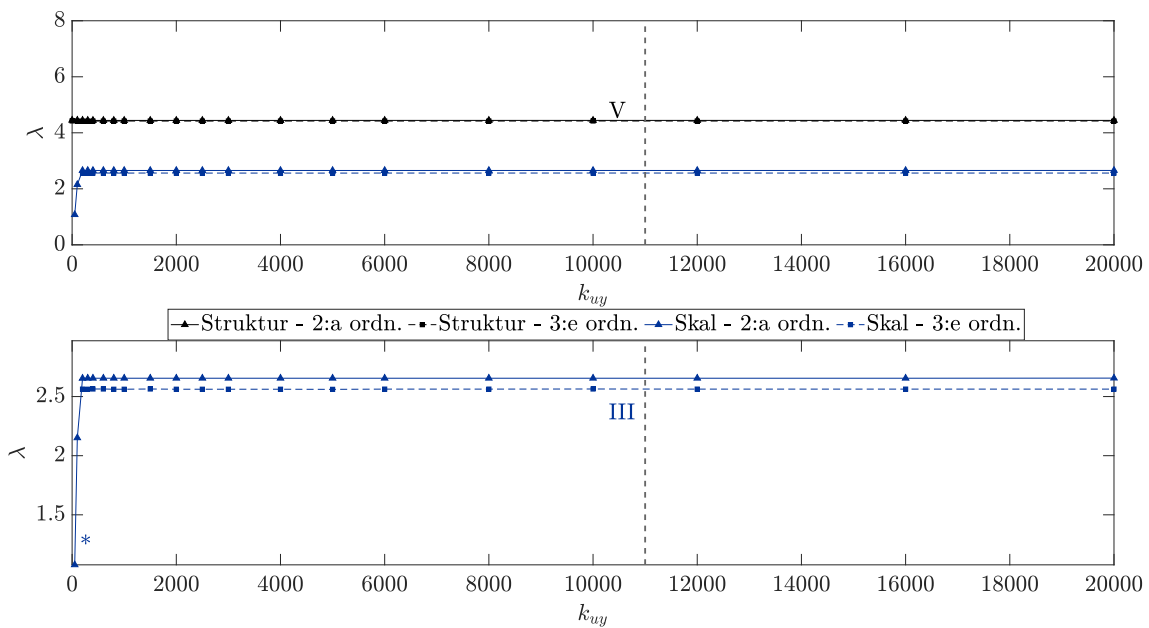
Figur A.28: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



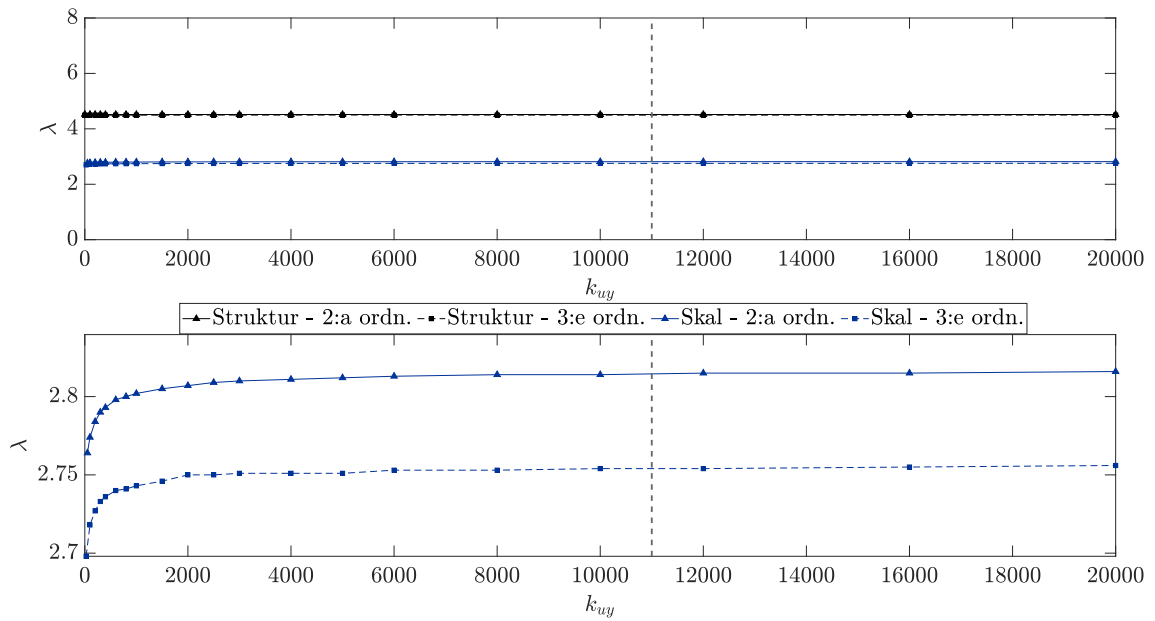
Figur A.29: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



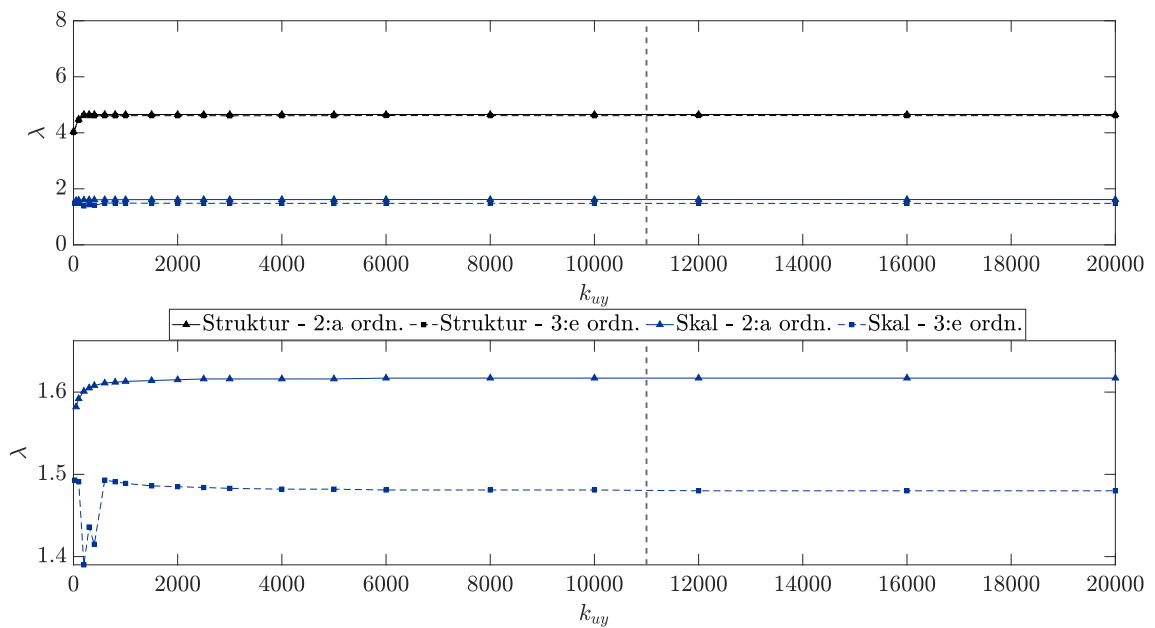
Figur A.30: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 3.



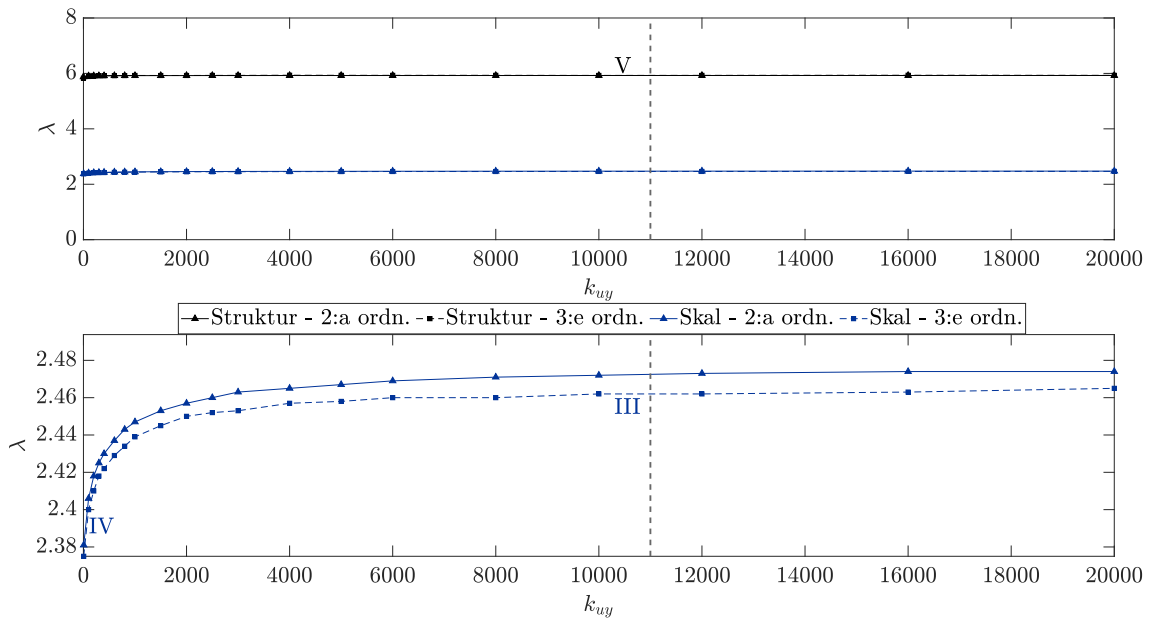
Figur A.31: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



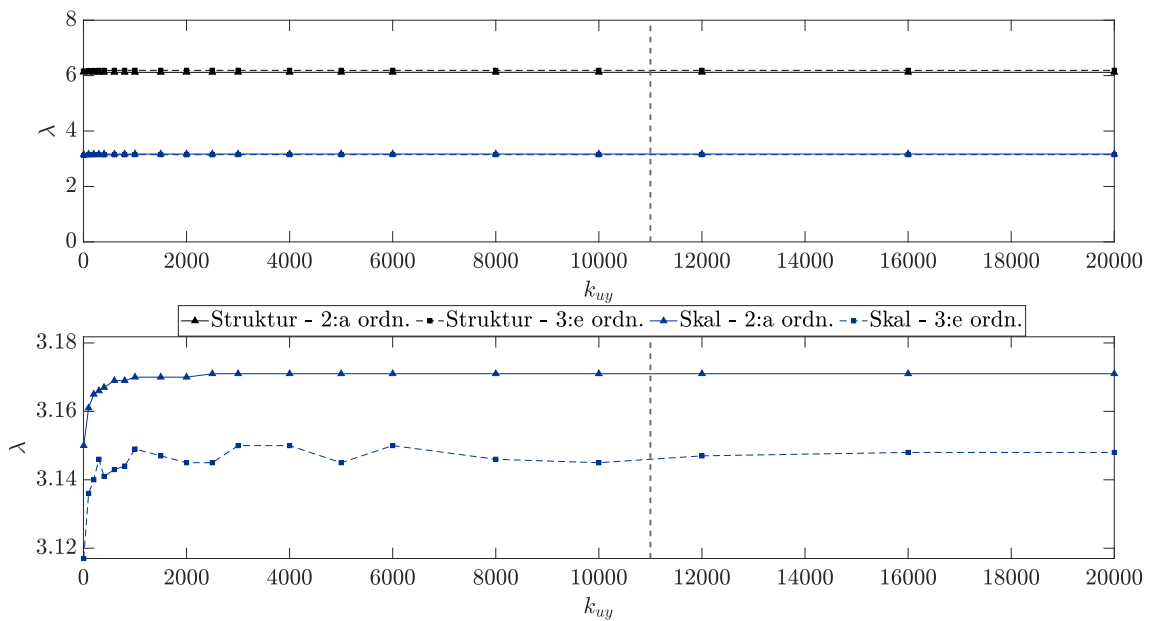
Figur A.32: Inverkan av tryckbommens axialstyvhets på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



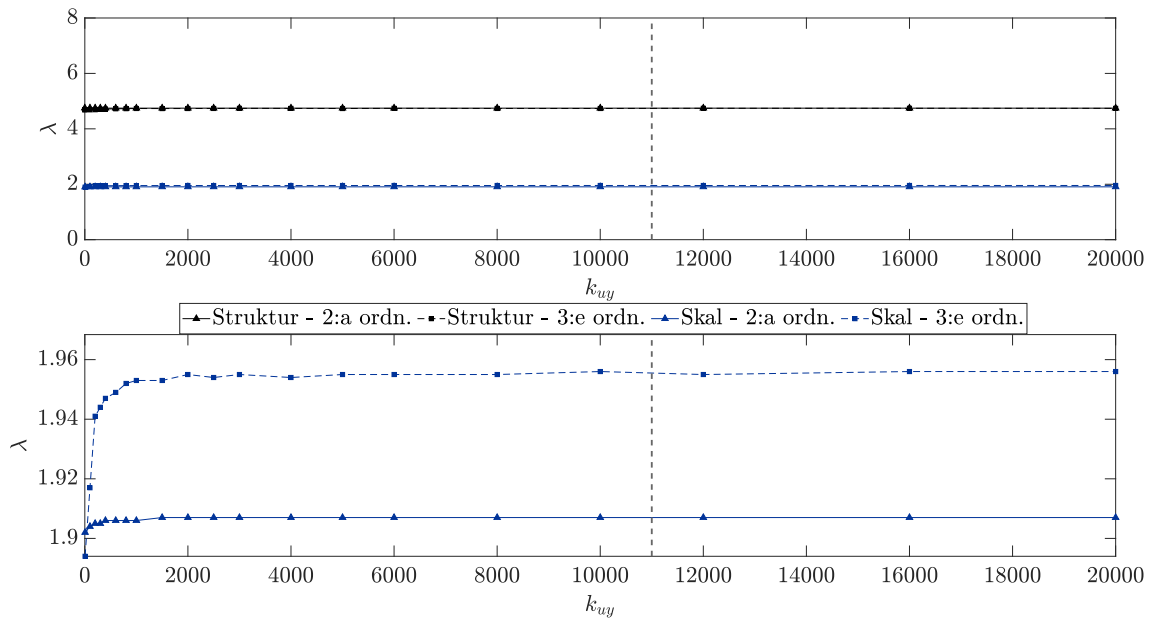
Figur A.33: Inverkan av tryckbommens axialstyvhets på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.34: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.



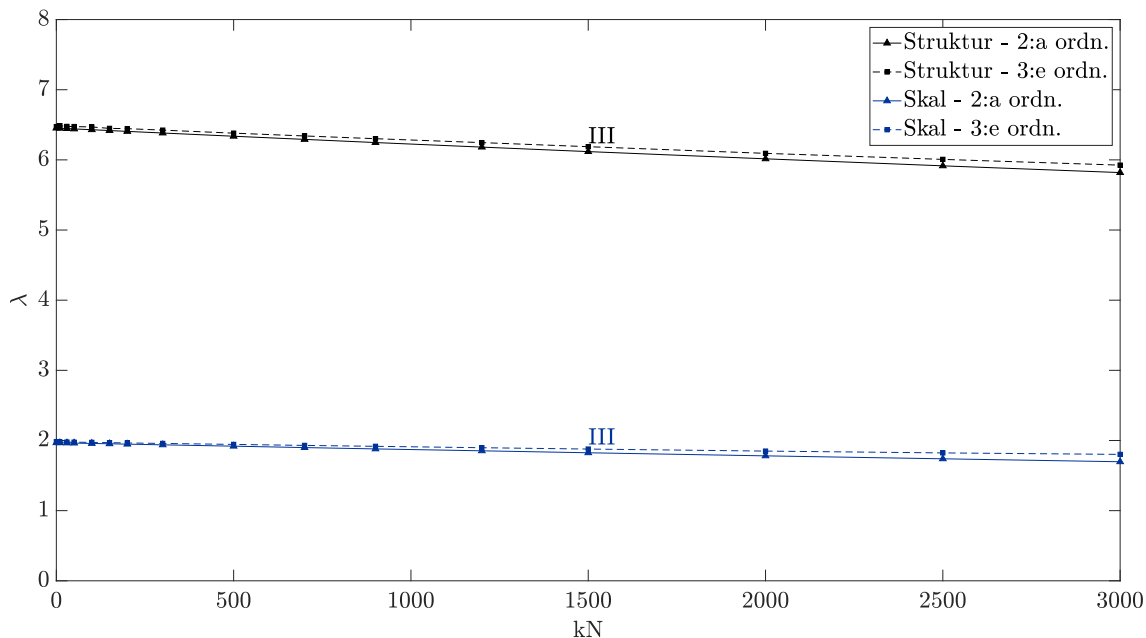
Figur A.35: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.



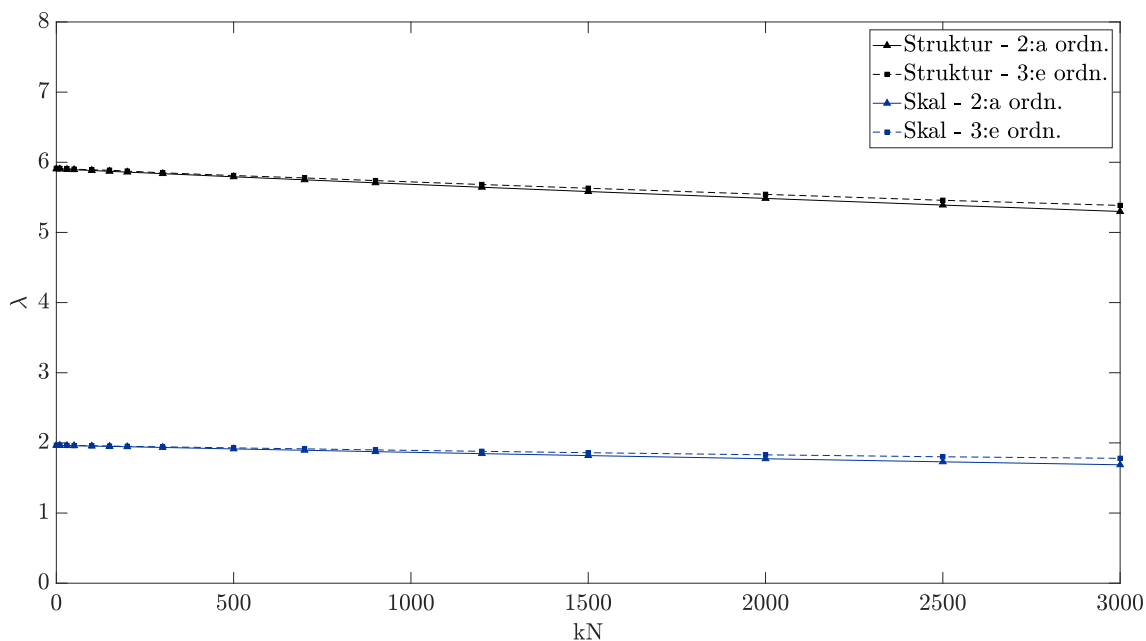
Figur A.36: Inverkan av tryckbommens axialstyvhet på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet är markerat genom en streckad linje ($k_{uy} = 2200$ kN/m). Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

Förspänning

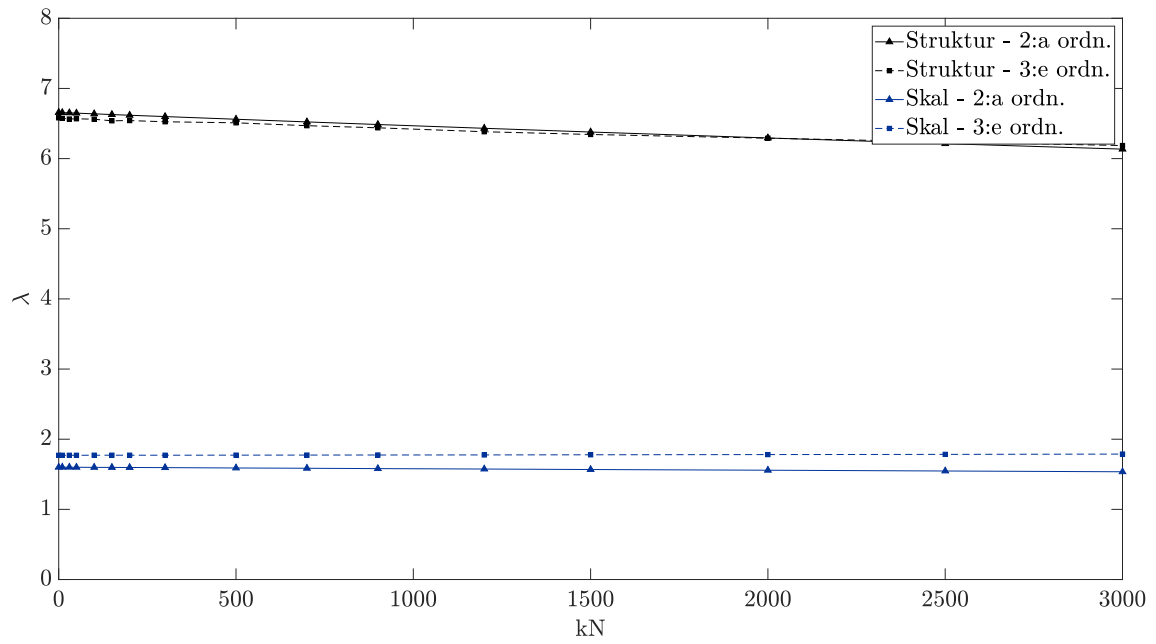
Med tryckbom



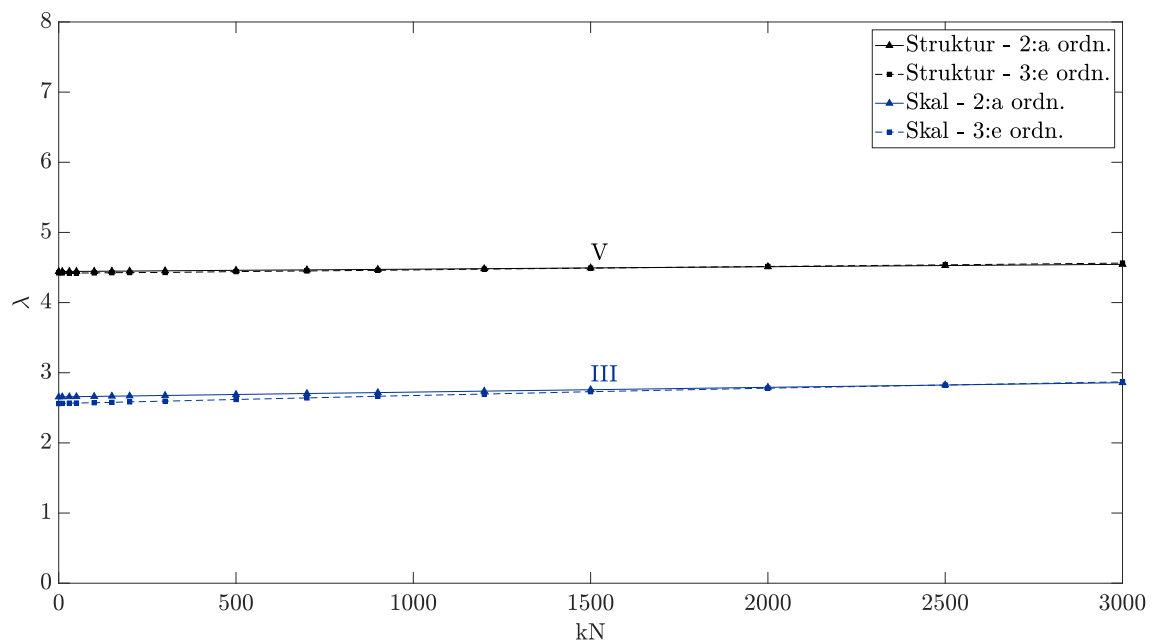
Figur A.37: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



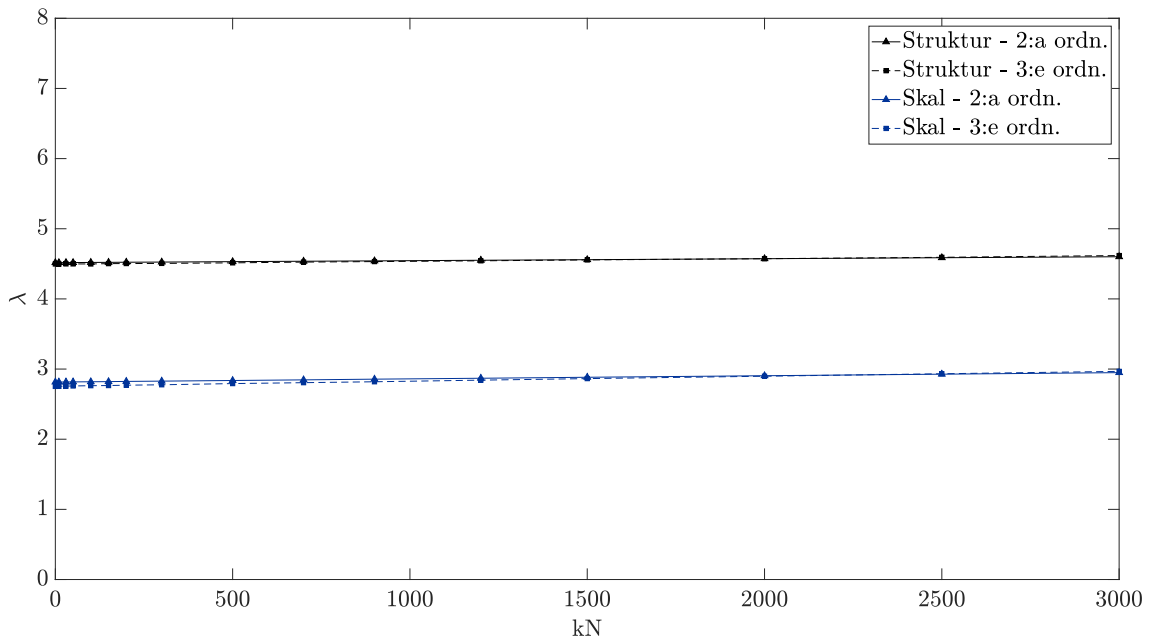
Figur A.38: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



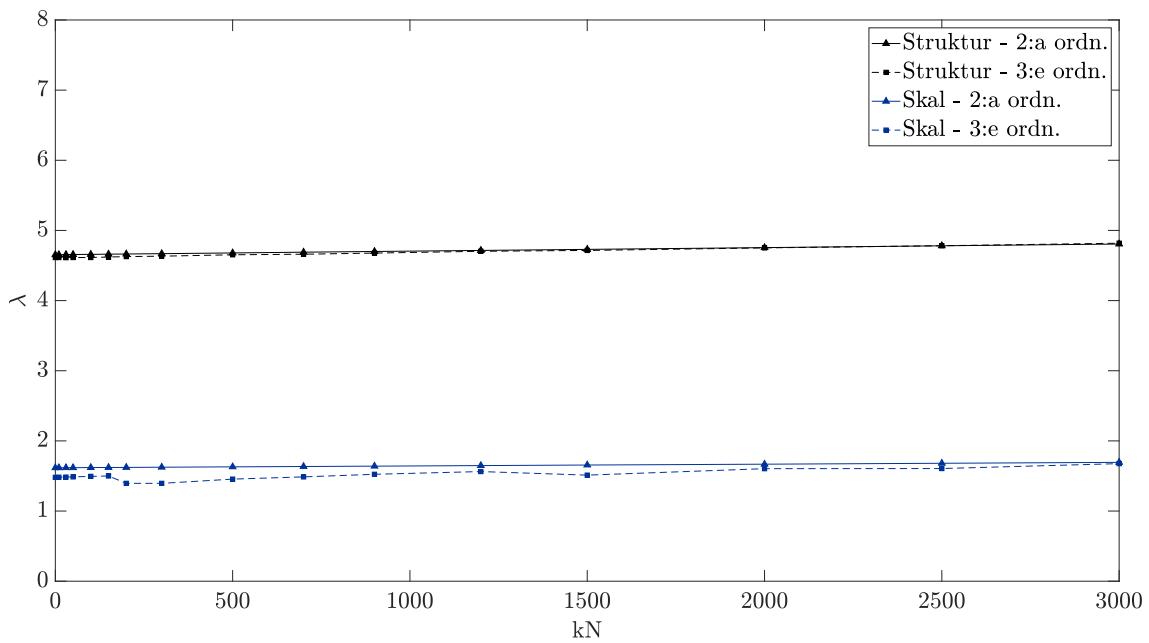
Figur A.39: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 3.



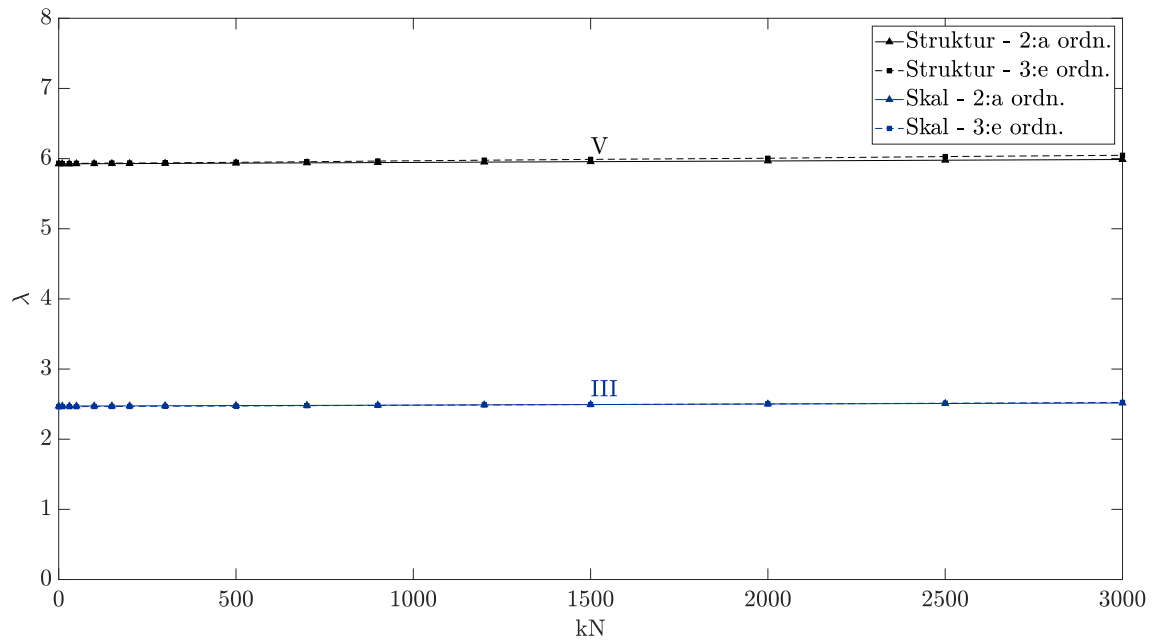
Figur A.40: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



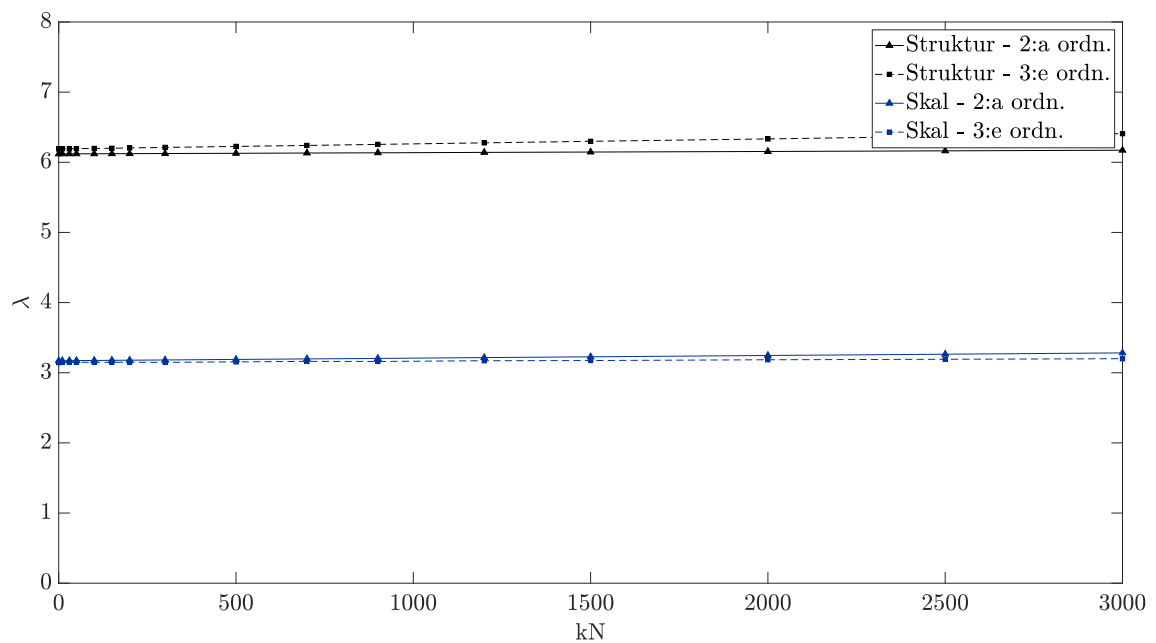
Figur A.41: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



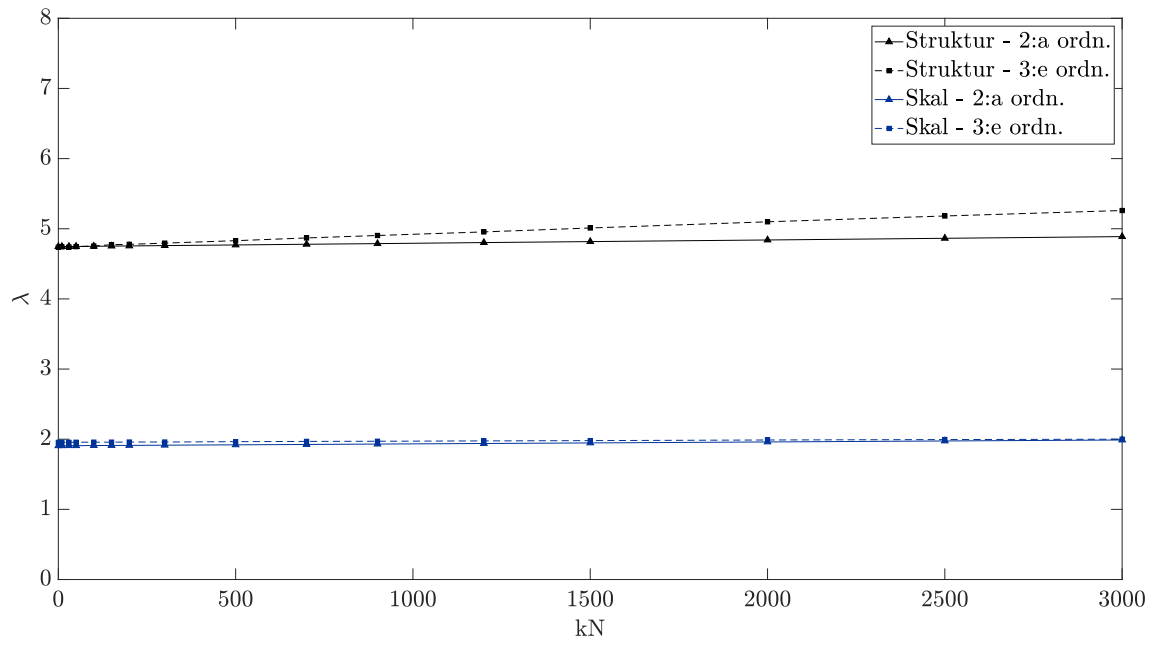
Figur A.42: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.43: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

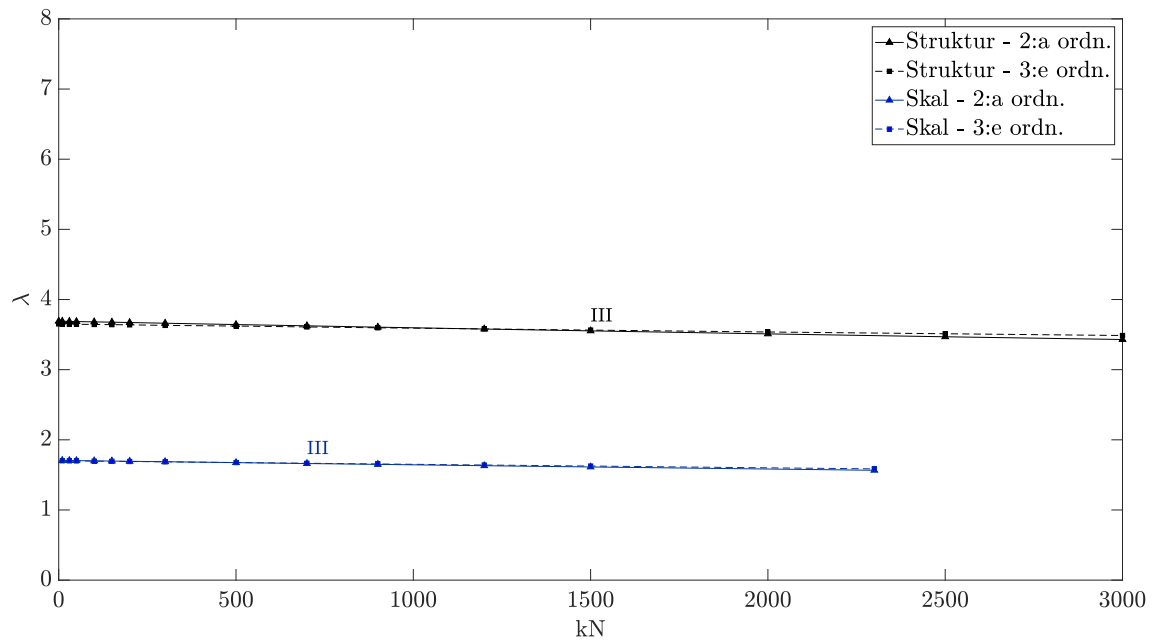


Figur A.44: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.

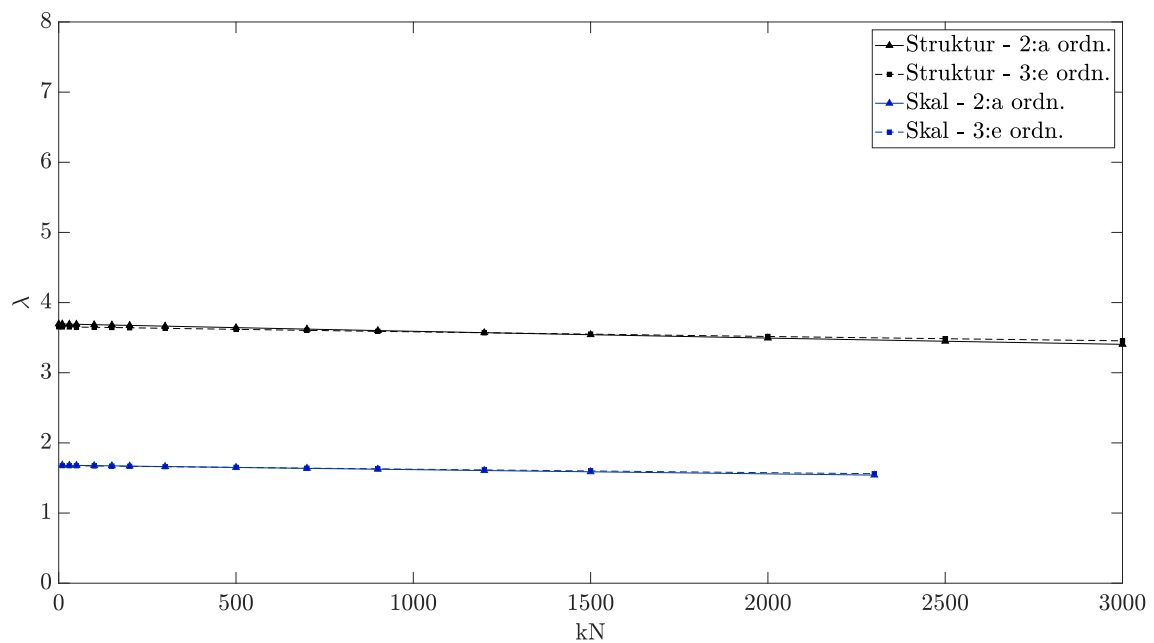


Figur A.45: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

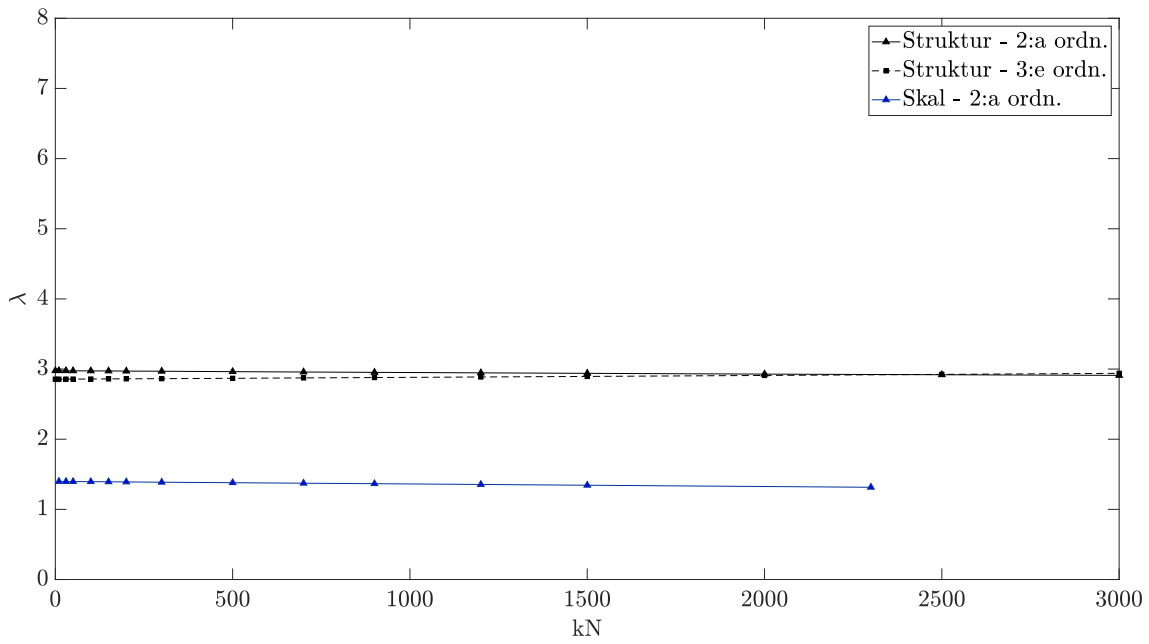
Utan tryckbom



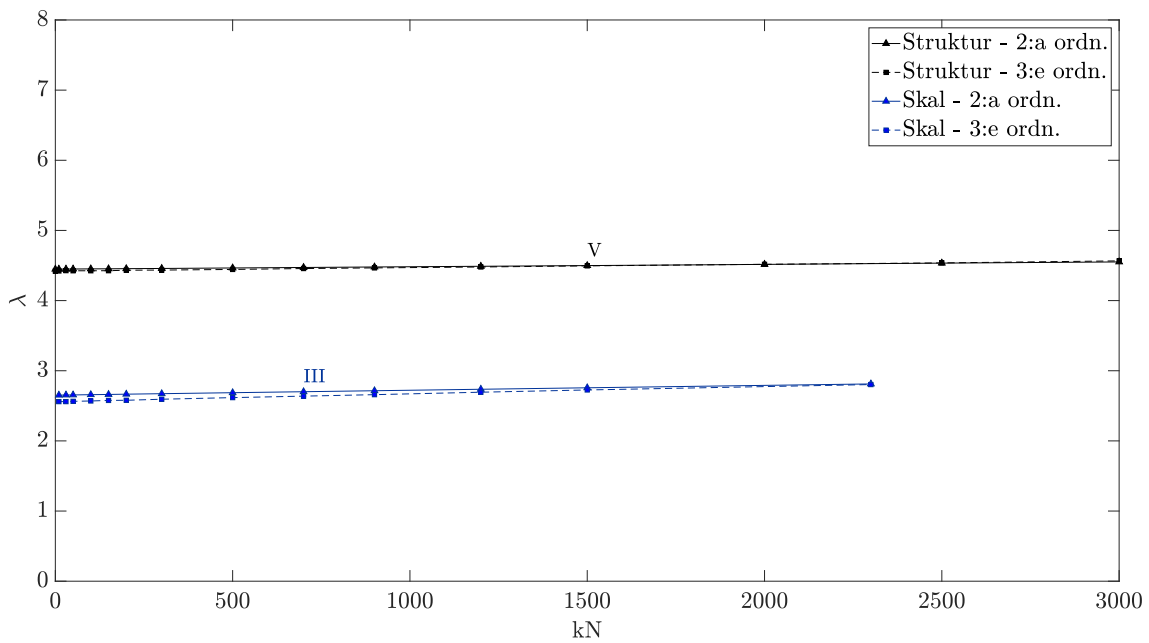
Figur A.46: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 1.



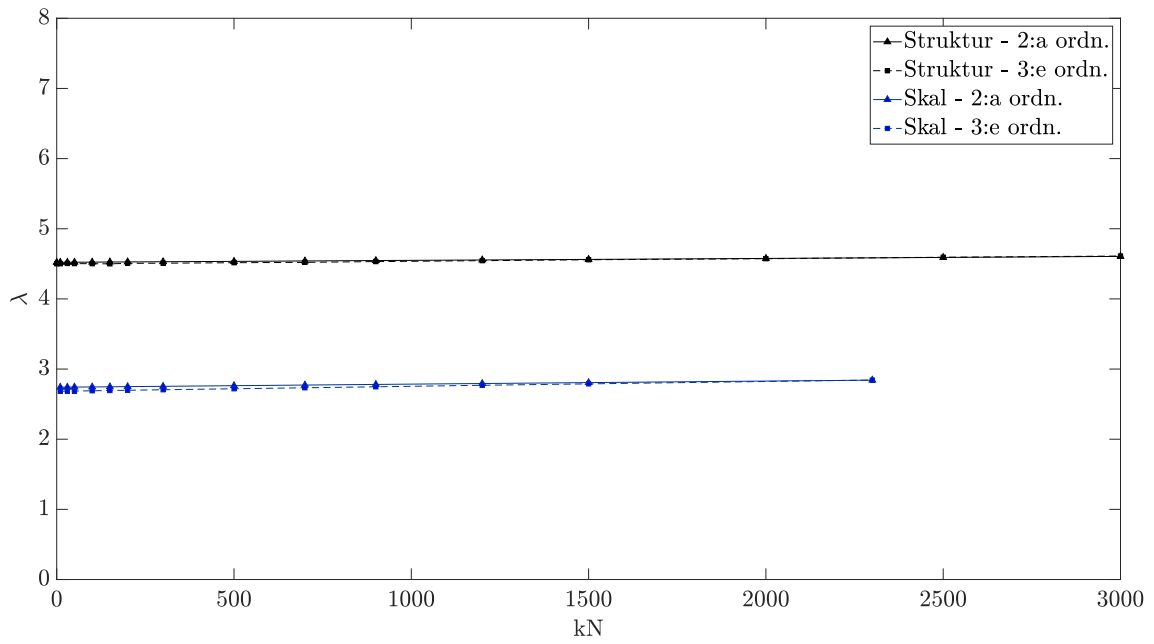
Figur A.47: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 2.



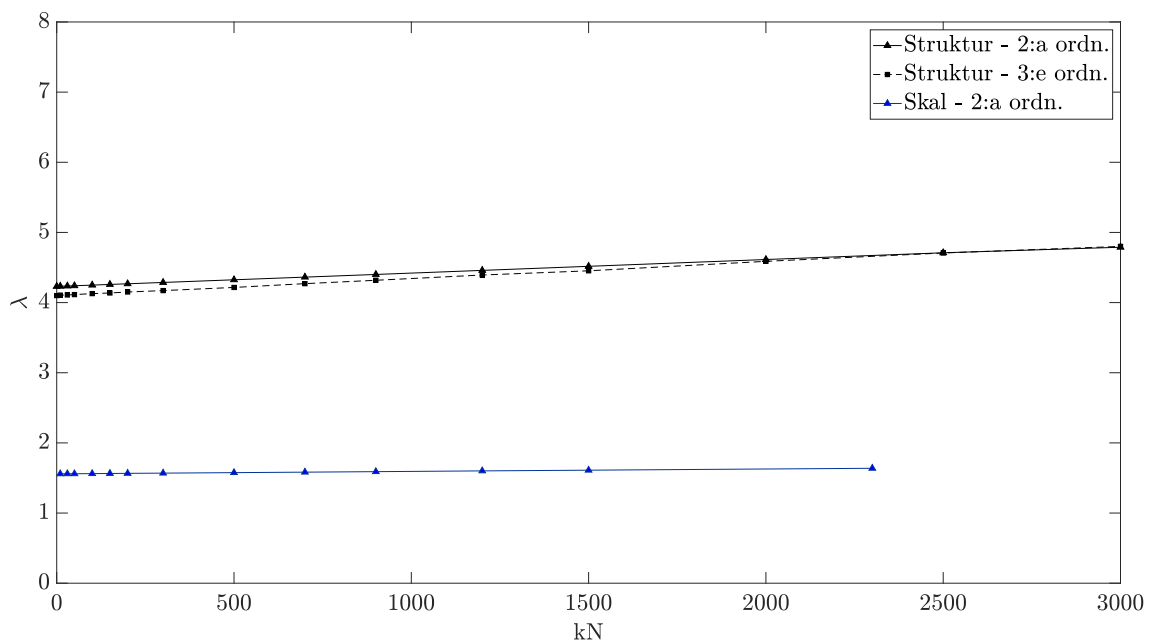
Figur A.48: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 0^\circ$ Fall 3.



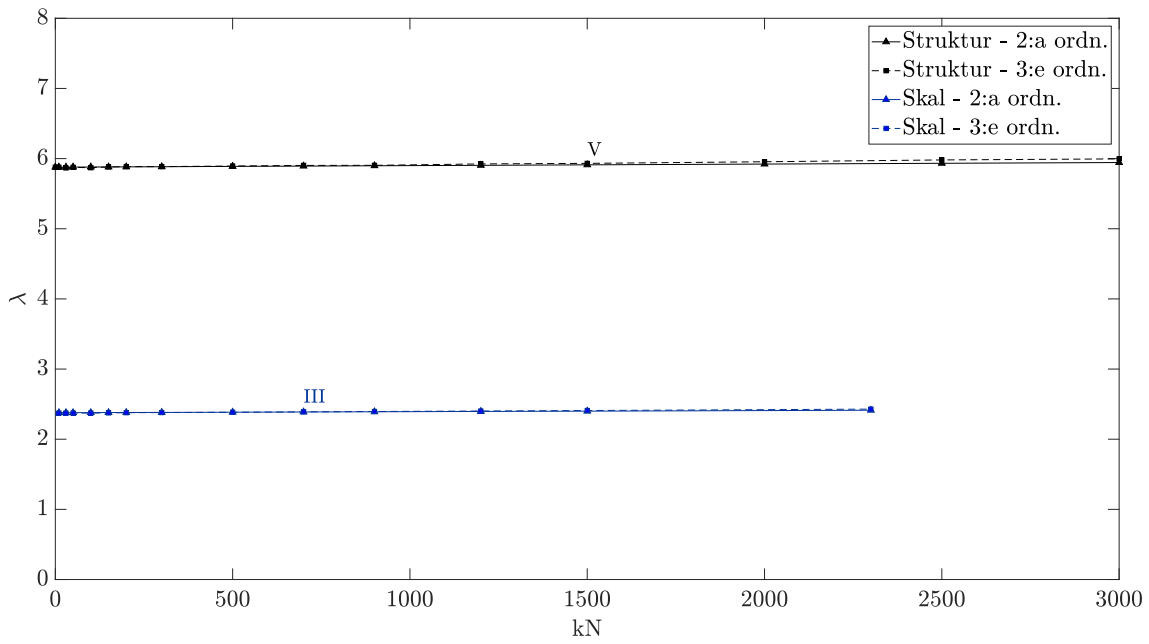
Figur A.49: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



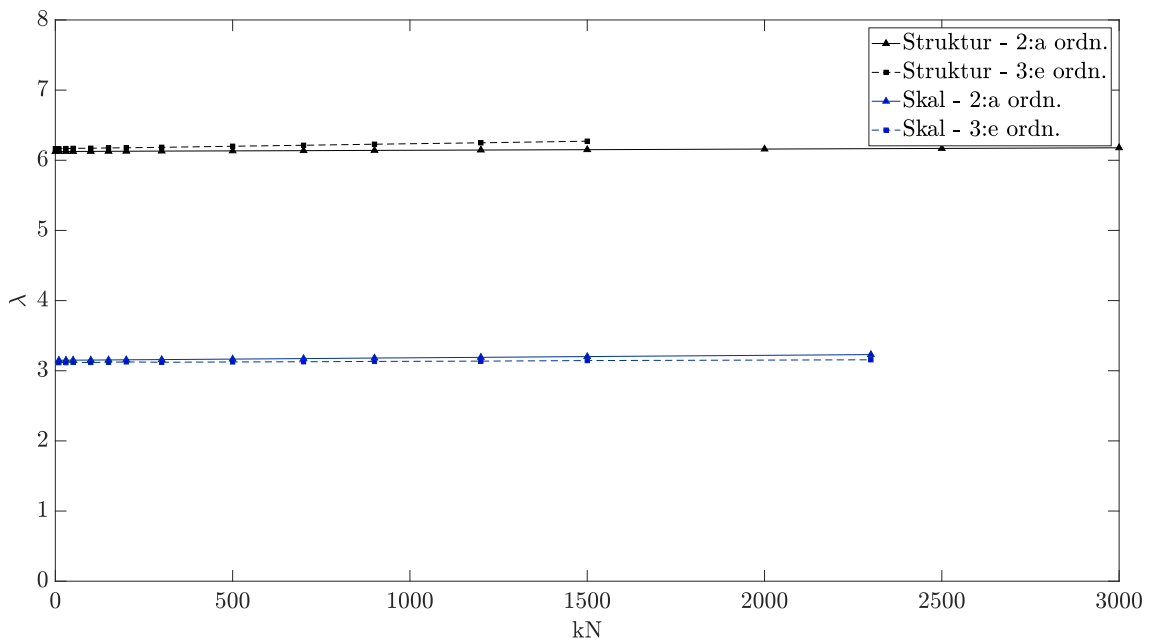
Figur A.50: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



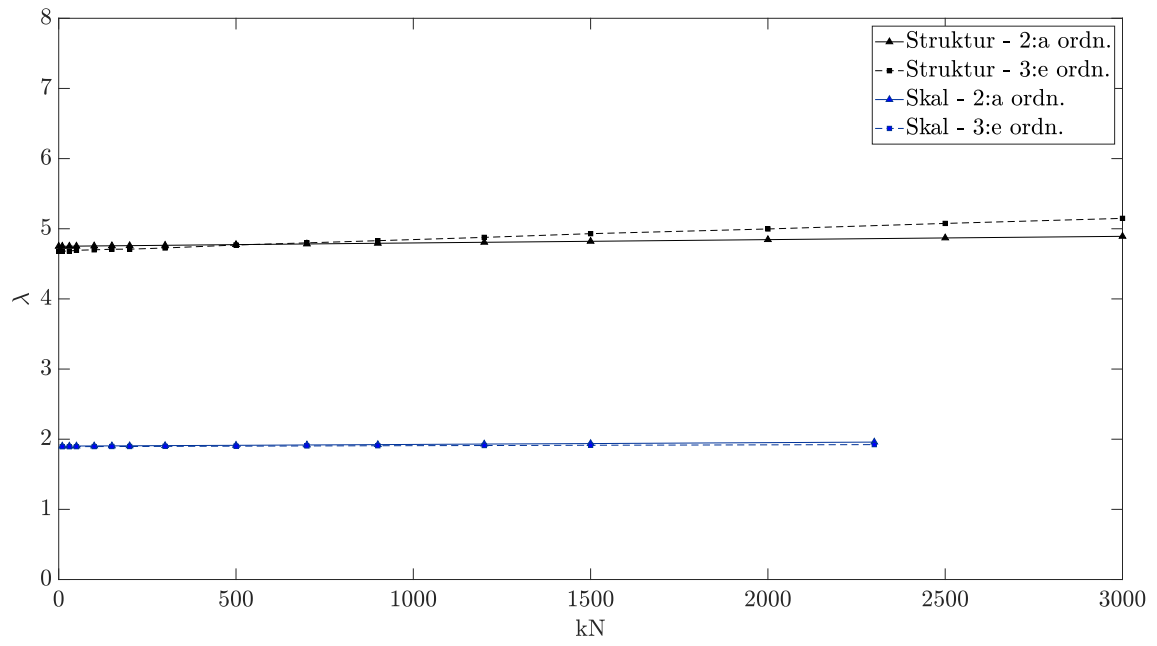
Figur A.51: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.52: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.

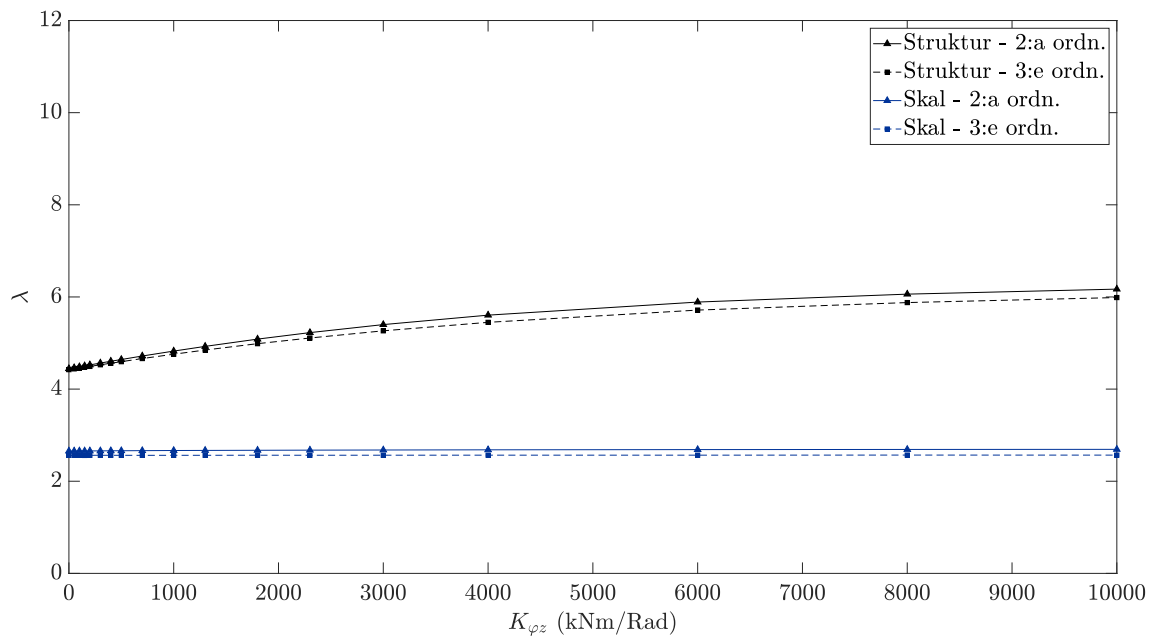


Figur A.53: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.

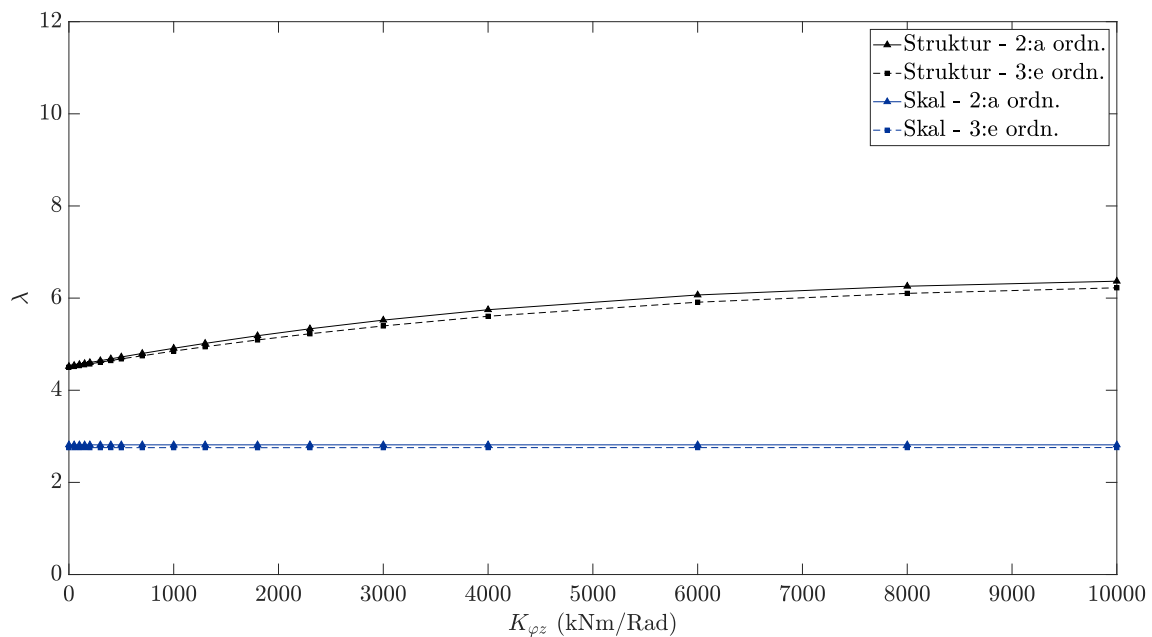


Figur A.54: Inverkan av förspänningens magnitud på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kN. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

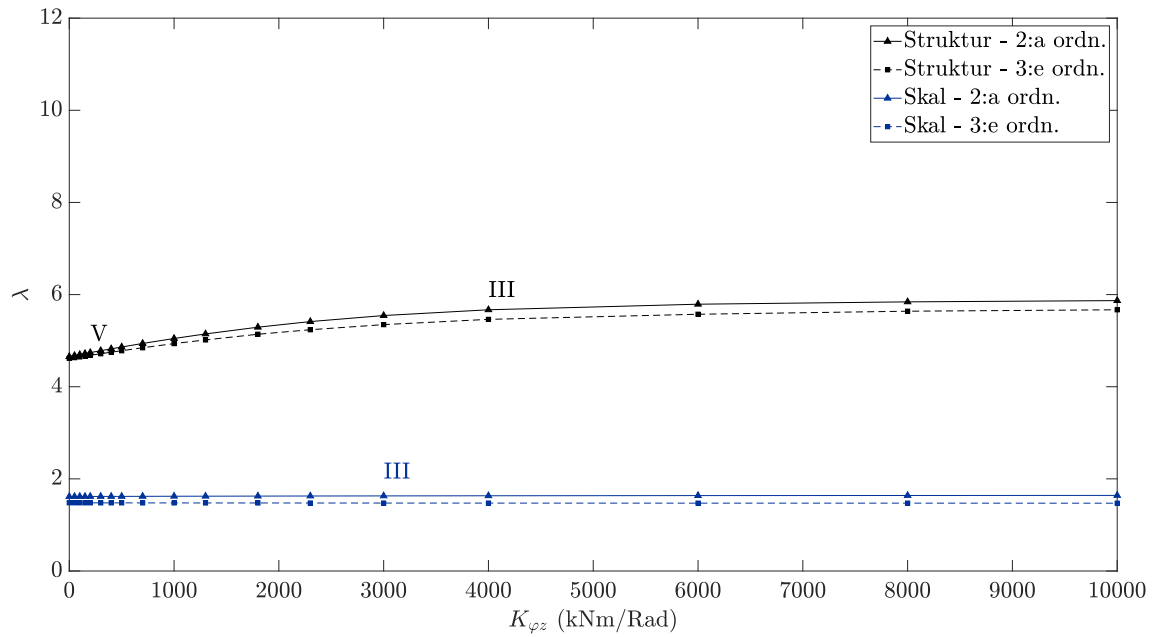
Rotationsstyvhet i ramled



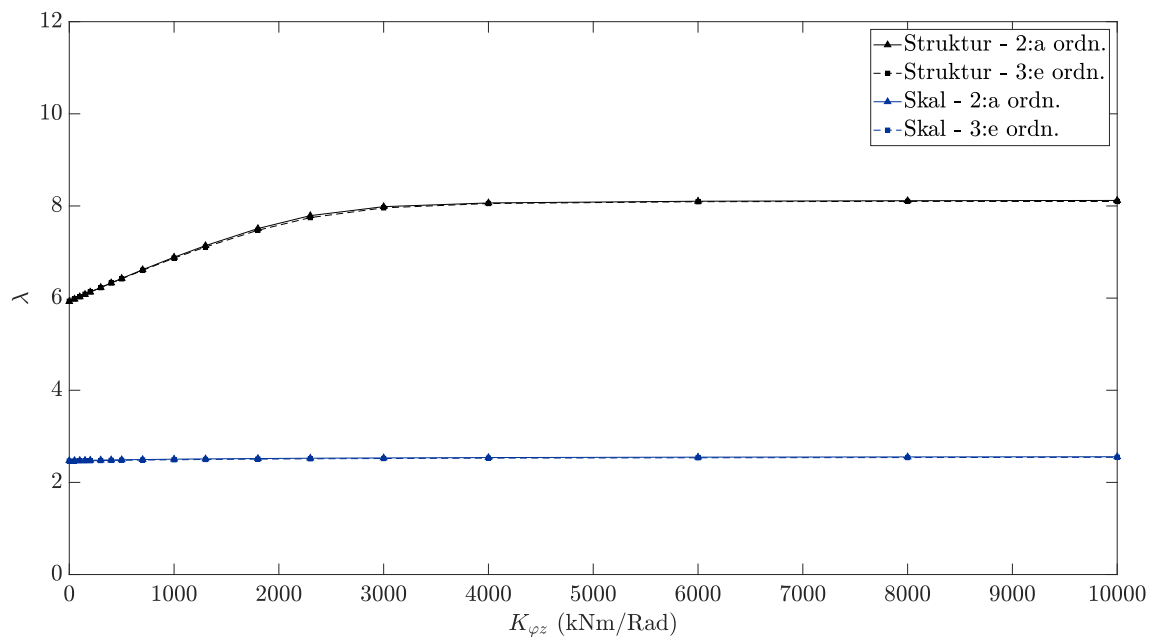
Figur A.55: Inverkan av rotationsstyvhet i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 1.



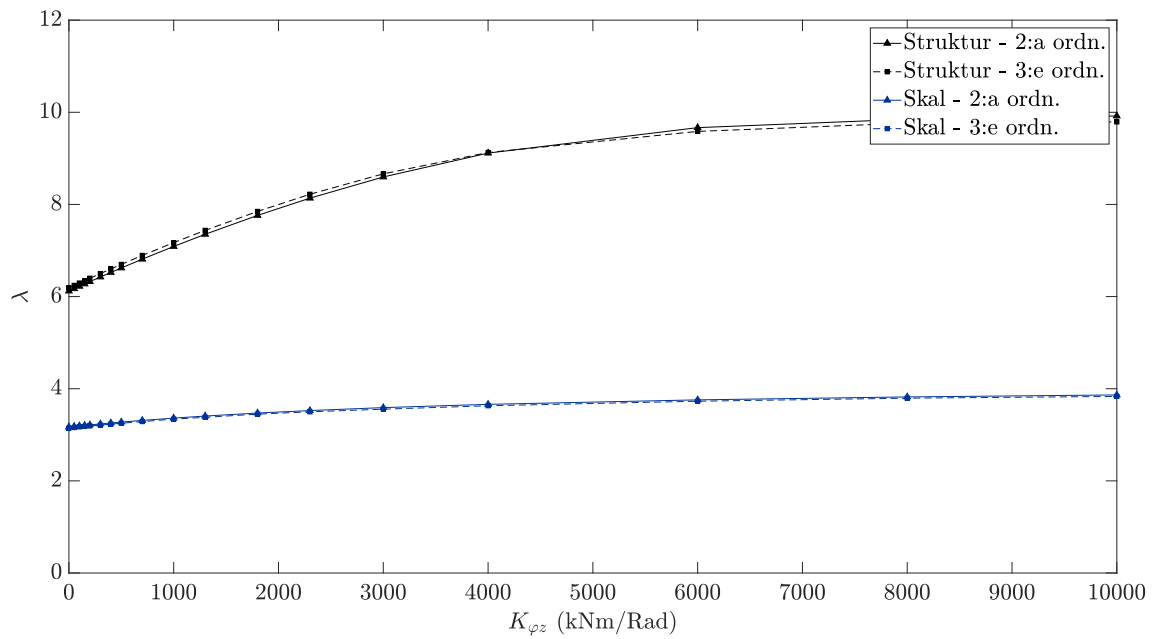
Figur A.56: Inverkan av rotationsstyvhet i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 2.



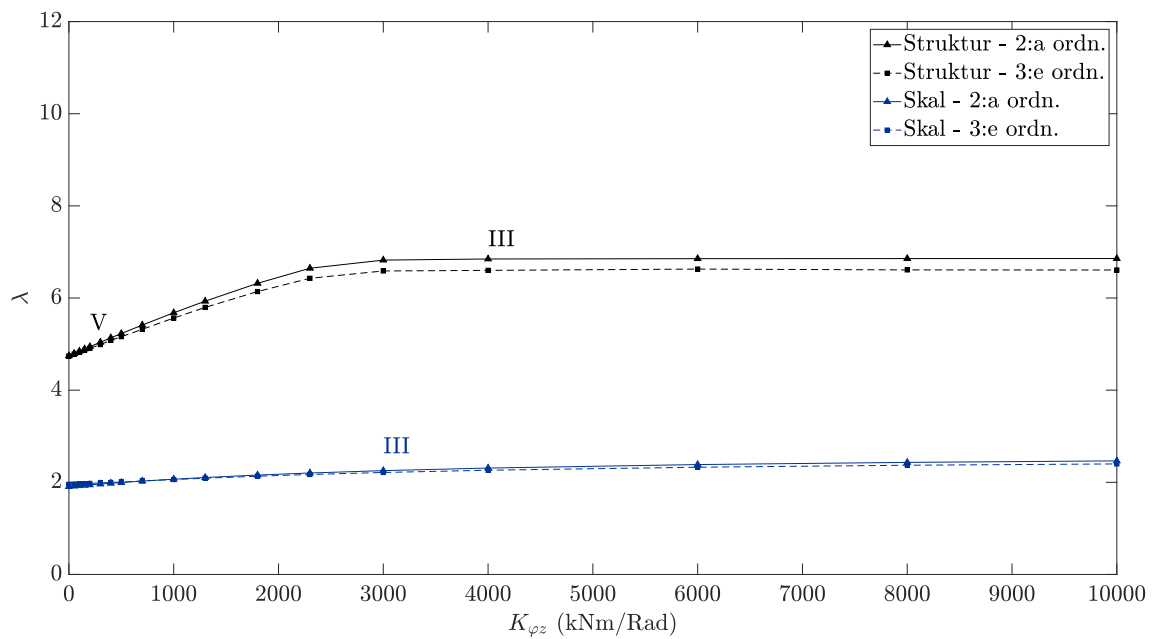
Figur A.57: Inverkan av rotationsstyvhet i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. Geometri enligt $\alpha = 3^\circ$ Fall 3.



Figur A.58: Inverkan av rotationsstyvhet i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 1.



Figur A.59: Inverkan av rotationsstyvhets i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 2.



Figur A.60: Inverkan av rotationsstyvhets i ramled på strukturens instabilitetslast, betecknat som lastmultiplikatorn λ . Referensvärdet för beräkningarna är 0 kNm/rad. Geometri enligt $\alpha = 8^\circ$ Fall 3.

Bilaga B

Programkod

I detta avsnitt presenteras endast en programkod, däremot följer resterande programkod detta mönster, däremot med skillnaden att en annan parameter varieras.

```

1. # -*- coding: utf-8 -*-
2. """
3. Date: 2023-05-22
4. @author: Albin Broman & Björn Schweder
5.
6. Python-kod som utför parameterstudien för rotationsstyvhet i spikförband
7. för skalmodellerna.
8.
9.
10. """
11.
12. #Importerera modeuler och bibliotek som krävs för att utföra paremeterstudien.
13. from RFEM.enums import *
14. from RFEM.initModel import *
15. import RFEM.initModel
16. from RFEM.BasicObjects.material import Material
17. from RFEM.BasicObjects.section import Section
18. from RFEM.BasicObjects.node import Node
19. from RFEM.BasicObjects.line import Line
20. from RFEM.BasicObjects.member import Member
21. from RFEM.TypesForNodes.nodalSupport import *
22. from RFEM.LoadCasesAndCombinations.staticAnalysisSettings import *
23. from RFEM.LoadCasesAndCombinations.stabilityAnalysisSettings import *
24. from RFEM.LoadCasesAndCombinations.loadCase import LoadCase
25. from RFEM.LoadCasesAndCombinations.loadCombination import LoadCombination
26. from RFEM.Loads.memberLoad import *
27. from RFEM.Imperfections.imperfectionCase import *
28. from RFEM.Calculate.meshSettings import GetModelInfo
29. from RFEM.TypesForNodes.nodalSupport import setNodalSupportConditions
30. from RFEM.Results.resultTables import ResultTables
31. from RFEM.Reports.html import *
32. from RFEM.Reports.printoutReport import *
33. from RFEM.ImportExport.exports import *
34. from RFEM.TypesForMembers.memberHinge import *
35.
36. import numpy as np
37. import pandas as pd
38. import os
39.
40. # Lista över modeller som parameterstudien utförs på
41. rfem_files = ["skal_0grader_fall1", "skal_0grader_fall2", "skal_0grader_fall3",
42.              "skal_3grader_fall1", "skal_3grader_fall2", "skal_3grader_fall3",
43.              "skal_8grader_fall1", "skal_8grader_fall2", "skal_8grader_fall3"]
44.
45. #
46.
47. for Z in [1,2]: # Dela upp parameterstudie i två steg, ett för 2:a ordn.
48.                 # och ett för 3:e ordn. beräkningar.
49.
50.     m = 0 #Index för val av modell från rfem_files
51.     for model_name in rfem_files[m:9]:
52.         print(model_name)
53.
54.         # Skapa filvägar och mappar för att exportera och spara data i.
55.
56.         folder = 'Spikförband'
57.         file_name = 'skal_spikförband.csv'
58.

```



```

59. path_raw = 'C://Data_raw_RFEM'+ '/' +str(folder) #Exportera rådata hit,
60.                                     #Läses in igen senare.
61.
62. path_write = 'C://ParameterStudier'+ '/' +
63. +str(model_name)+ '/' +str(folder)+ '/' +'Data'
64. #Exportera data färdig för att plottas hit.
65.
66. if not os.path.exists(path_raw):
67.     os.makedirs(path_raw)
68.
69. if not os.path.exists(path_write):
70.     os.makedirs(path_write)
71.
72. # Initiera modell
73. Model(new_model=False, model_name = model_name)
74.
75. # Radera resultat, annars kan modifieringar med API ej göras
76. Model.clientModel.service.delete_all_results()
77.
78.
79. # Ansätt vilka lastfall som skall användas
80. lin = Model.clientModel.service.get_load_case(1)
81. lin.to_solve = False
82. Model.clientModel.service.set_load_case(lin)
83.
84. deltaP = Model.clientModel.service.get_load_case(2)
85. nonlin = Model.clientModel.service.get_load_case(3)
86.
87. if Z == 1:
88.     deltaP.to_solve = True
89.     nonlin.to_solve = False
90.
91. if Z == 2:
92.     deltaP.to_solve = False
93.     nonlin.to_solve = True
94.
95. Model.clientModel.service.set_load_case(deltaP)
96. Model.clientModel.service.set_load_case(nonlin)
97.
98. # Bestäm värden för given parameter, skiljer sig mellan 2:a och
99. # 3:e ordn. teori pga. konvergens.
100. if deltaP.to_solve == True:
101.     param = [400,500,700,1000,1300,1800,2300,3000,4000,6000,
102.             8000,10000]
103.
104.     if 2<=m<=5:
105.         param = [700,1000,1300,1800,2300,3000,4000,6000,
106.                 8000,10000]
107.
108.
109. if nonlin.to_solve == True:
110.
111.     param = np.array([500,550,600,650,700,800,1000,1300,1800,2300,
112.                      3000,4000,6000,8000,10000])
113.
114.     if 3<=m<=5:
115.         param = [1000,1300,1800,2300,3000,4000,6000,8000,10000]
116.
117.     if m == 2:
118.         param = [700,810,1010,1300,1800,2300,3000,4000,6000,

```

```

117.             8000,10000]
118.     if 6<=m<=7:
119.         param = [600,650,700,800,1000,1300,1800,2300,3000,4000,
120.                 6000,8000,10000]
121.     if m == 8:
122.         param = [650,700,810,1000,1300,1800,2300,3000,4000,6000,
123.                 8000,10000]
124.
125.
126.
127.
128.
129.
130. steps = len(param)
131. nr_eigen = 1 #Antal egenvärden som tas ut i analysen.
132. clf_param_LC2 = np.zeros((nr_eigen,steps)) #Array för resultat
133. clf_param_LC3 = np.zeros((nr_eigen,steps))
134.
135.
136. k = 0
137. for spik_styvhet in param: #Börja parameterstudien.
138.     print(spik_styvhet)
139.
140.     #Anropa parameter från RFEM, skapar obj. i Python
141.     sfb = Model.clientModel.service.get_member_hinge(4)
142.
143.     #Ansätt önskat parametervärde i Python-obj.
144.     sfb.moment_release_mz = spik_styvhet*1000
145.
146.     #Applicera modifierat Python-obj. i RFEM
147.     Model.clientModel.service.set_member_hinge(sfb)
148.
149.     #Beräkna lastfall
150.     Calculate_all()
151.
152.     #Exporterar rådata från RFEM till path_raw
153.     Model.clientModel.service.export_result_tables_to_csv(path_raw)
154.
155.     nrows = nr_eigen
156.
157.
158.     #Skapa data för att plottas och exportera detta till path_write
159.     if deltaP.to_solve == True:
160.         stability_results_LC2 = pd.read_csv(str(path_raw)+'/'+
161.             str(model_name)+
162.             '//LC2_stability_analysis_critical_load_factors.csv')
163.
164.
165.         stability_results_LC2 = stability_results_LC2.iloc[1:]
166.
167.         stability_results_LC2 = np.array(stability_results_LC2)
168.
169.         clf = np.zeros((nrows,1))
170.         for i in range(nrows):
171.             clf[i] = float((stability_results_LC2[i,0].split(';')[1]))
172.
173.         clf_param_LC2[:,k] = clf[:,0]
174.

```

```

175.         if k == steps-1:
176.             pd.DataFrame(clf_param_LC2).to_csv(str(path_write)+
177.                 '//LC2_clf_param_'+str(file_name),header=None, index=None)
178.
179.             pd.DataFrame(param).to_csv(str(path_write)+
180.                 '//LC2_param',header=None, index=None)
181.
182.             print('LC2 export successfull')
183.
184.
185.         if nonlin.to_solve == True:
186.
187.             stability_results_LC3 = pd.read_csv(str(path_raw)+'/'+
188.                 str(model_name)+
189.                 '//LC3_stability_analysis_critical_load_factors.csv')
190.
191.
192.             stability_results_LC3 = stability_results_LC3.iloc[1:]
193.             stability_results_LC3 = np.array(stability_results_LC3)
194.
195.             clf = np.zeros((nrows,1))
196.             for i in range(nrows):
197.                 clf[i] = float((stability_results_LC3[i,0].split(';')[1]))
198.
199.             clf_param_LC3[:,k] = clf[:,0]
200.
201.         if k == steps-1:
202.             pd.DataFrame(clf_param_LC3).to_csv(str(path_write)+
203.                 '//LC3_clf_param_'+str(file_name),header=None, index=None)
204.
205.             pd.DataFrame(param).to_csv(str(path_write)+
206.                 '//LC3_param',header=None, index=None)
207.
208.             print('LC3 export successfull')
209.
210.         Model.clientModel.service.delete_all_results()
211.         k = k+1 #Iterera till nästa parametervärde
212.         m = m+1 #Iterera till nästa modell.

```