



LUNDS UNIVERSITET

Ekonomihögskolan

Nationalekonomiska institutionen

Offentlig sektor och ekonomisk tillväxt

Betydelsen av humankapital, produktivitetsskillnader och befolkningstillväxt för utvecklingen av BNP per capita

Kandidatuppsats

HT09

Författare: Cecilia Carlsson

Handledare: Pontus Hansson

Abstract

Denna uppsats undersöker den offentliga sektorns roll i ekonomin och dess effekt på utvecklingen av BNP per capita. Uppsatsen fokuserar på den offentliga sektorns inverkan på befolkningstillväxten, dess betydelse för skapandet av nytt humankapital samt den förmodade lägre produktiviteten inom denna sektor.

För att ta hänsyn till dessa aspekter utvecklas en teoretisk tillväxtmodell. Denna analyseras och en simulering genomförs i syfte att undersöka modellens implikationer angående den framtida utvecklingen av BNP per capita. Beroende på vilka värden som antas på den offentliga sektorns storlek och övriga relevanta variabler och parametrar framkommer olika tillväxttakt i BNP per capita. Skillnaden i tillväxttakt är avtagande med tiden, men kvarstår till viss del även på lång sikt.

För att modellen ska resultera i rimliga värden på tillväxttakten i BNP per capita bör den offentliga sektorn tillskrivas relativt stor betydelse för tillväxttakten i befolkningen, medan dess inflytande på skapandet av nytt humankapital inte skall överskattas. Storleken på den offentliga sektorn påverkar tillväxttakten i BNP per capita i positiv riktning. Resultatet av den genomförda simuleringen antyder dock att det inom ramen för den utvecklade modellen inte är den offentliga sektorns storlek i sig som har störst inverkan på tillväxttakten i BNP per capita. Det är snarare främst genom dess möjlighet att påverka befolkningstillväxten och skapandet av nytt humankapital som den offentliga sektorn påverkar den ekonomiska tillväxttakten.

Nyckelord: ekonomisk tillväxt, offentlig sektor, befolkningstillväxt, humankapital, produktivitet

Innehållsförteckning

1. Introduktion	5
2. Tidigare forskning	8
2.1 Den offentliga sektorns storlek	8
2.2 Utbildning, sjukvård och tillväxt.....	11
3. Teoretiska tillväxtmodeller	13
3.1 Solow-modellen med teknologi och humankapital.....	13
3.2 Lucas-modellen.....	14
4. Modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor	16
4.1 Generella anmärkningar	16
4.2 Produktionsfunktionen	17
4.3 Lägre produktivitet.....	18
4.4 Tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften	20
4.5 Skapande av nytt humankapital.....	22
4.6 Lösning av modellen	24
4.6.1 Tillväxttakten i jämvikt.....	24
4.6.2 BNP per capita i jämvikt.....	25
4.6.3. Varför rör sig ekonomin mot jämvikt?	28
4.6.3.1 Solow-diagrammet	28
4.6.3.2 Diagrammet med humankapital och offentlig sektor	29
5. Ingångsvärden till simuleringen	31
5.1 Befolkningsmängden och dess tillväxttakt, g_L	31
5.2 Total BNP, Y	32
5.3 Konstanter	32
5.4 Variabler som beräknas med hjälp av modellen.....	33
5.5 Variabler som testas för olika värden	33
5.6 Variabler som beror på andelen sysselsatta i offentlig sektor	35
6. Simulering och resultat	37
6.1 Den offentliga sektorns betydelse för humankapitalet	37
6.2 Den offentliga sektorns betydelse för befolkningstillväxten.....	41
6.3 Den offentliga sektorns lägre produktivitet	47
7. Slutsats och diskussion	49
8. Referenser	52
Bilaga 1. Lista över förkortningar	55
Bilaga 2. Lösning av modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor	57
B.2.1 Tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt	57
B.2.2 BNP per capita i jämvikt	58
B.2.3 Tillväxttakt i antalet sysselsatta i respektive sektor	62

B.2.4 Tillväxttakt i mängden humankapital i respektive sektor	62
B.2.5 Tillväxttakt i humankapitalet i jämvikt	63
B.2.6 Mängden humankapital i jämvikt	63
<i>Bilaga 3. Ingångsvärden på variabler och parametrar.....</i>	65

1. Introduktion

Denna uppsats tar sin utgångspunkt i diskussionen angående den offentliga sektorns roll i samhället. Man kan finna slagkraftiga argument som talar både för och emot den offentliga sektorns existens, och förekomsten av en offentlig sektor i ekonomin har såväl politiska som ekonomiska orsaker. Denna uppsats kommer dock att i enbart mycket liten utsträckning fokusera på orsakerna till den offentliga sektorns existens. Istället syftar uppsatsen till att försöka analysera de såväl positiva som negativa konsekvenser som förekomsten av en offentlig sektor ger upphov till.

Att försöka precisera och undersöka ett fullständigt samband mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt är dock inte möjligt inom ramen för denna uppsats. Ämnet är mycket komplext och att försöka utveckla en tillväxtmodell medför metod- och modellproblem när det gäller såväl utelämnade relevanta variabler som eventuella ytterligare samband mellan inkluderade variabler. Trots dessa tillkortakommanden ämnar modellen och uppsatsen diskutera och utreda några aspekter av sambandet mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt.

Det skulle kunna argumenteras att en förmodad lägre produktivitet inom den offentliga sektorn innebär att ekonomin inte utnyttjar tillgängliga resurser på bästa tänkbara och mest effektiva sätt. Samtidigt är det troligt att inriktningen på den verksamhet som bedrivs inom den offentliga sektorn, såsom utbildning och sjukvård, medför positiva effekter i form av en förbättrad folkhälsa, en höjd kunskapsnivå i samhället och en ökad medellivslängd. Dessa effekter höjer sannolikt produktiviteten i såväl den privata som den offentliga sektorn och innebär således att den offentliga sektorn ur denna synvinkel snarare har en övervägande positiv inverkan på ekonomin som helhet.

Det är just denna avvägning mellan positiva och negativa effekter som ligger till grund för denna uppsats. Uppsatsen tar därför sin utgångspunkt i följande tre mekanismer och kopplingar mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt¹:

- Skillnaden i produktivitet mellan den privata och den offentliga sektorn.
- Den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften.
- Den offentliga sektorns betydelse för skapandet av humankapital i samhället.

Utifrån dessa aspekter skapas en teoretisk tillväxtmodell som analyseras och används som underlag för en simulering i syfte att undersöka hur de presenterade variablerna påverkar utvecklingen av BNP per capita i framtiden.

¹ Se vidare avsnitt 4.

Uppsatsen avser således att huvudsakligen besvara följande frågeställning:

- Hur påverkar förekomsten av en offentlig sektor den framtida utvecklingen av BNP per capita?

Simuleringen av den utvecklade modellen genererar i de flesta fall tydliga svar på denna fråga. I samtliga delar av simuleringen uppvisas högst tillväxttakt då den offentliga sektorn utgör en relativt stor andel av ekonomin. Även då andra relevanta variabler och parametrar testas för olika värden framkommer olika tillväxttakt i BNP per capita. Skillnaden i tillväxttakt är avtagande men ändå kvarstående på lång sikt. Den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i arbetskraften och befolkningen tycks speciellt viktig för att den utvecklade modellen ska generera rimliga värden på tillväxttakten i BNP per capita. Vidare framkommer att den offentliga sektorns betydelse för skapandet av nytt humankapital inte bör överskattas. Slutligen bör nämnas att det inom ramen för den utvecklade modellen är den offentliga sektorns inverkan på tillväxttakten i befolkningen och skapandet av nytt humankapital snarare än sektorns absoluta storlek som har störst inverkan på tillväxttakten i BNP per capita.

Det är också värt att påpeka att den modell som utvecklas i uppsatsen främst är tänkt att appliceras på utvecklade länder. Detta har flera orsaker. Ett argument är logiken bakom den så kallade Wagner's law (se exempelvis Fölster och Henrekson, 1999, s.344). Denna innebär att efterfrågan på den typ av varor och tjänster som tillhandahålls av den offentliga sektorn är större i välutvecklade, rika länder än i fattiga länder². Detta innebär rimligen att det finns en tendens till en större offentlig sektor i utvecklade länder. Som Fölster och Henrekson (2001, s.1503) påpekar, är det också troligt att det främst är en stor offentlig sektor som riskerar att ge upphov till såväl negativa som positiva konsekvenser för den ekonomiska tillväxten³. Av denna anledning är det därmed också främst rika och utvecklade länder som lämpar sig väl för studier angående den offentliga sektorns effekter på tillväxttakten i ekonomin.

Vidare kan argumenteras att mindre utvecklade länder inte sällan uppvisar brist på stabila institutioner och därmed en stabil offentlig sektor. Eftersom det är just förekomsten av en offentlig sektor och dess konsekvenser för ekonomisk tillväxt som avses undersökas i denna uppsats, är modellens begränsning till utvecklade länder även av denna anledning ett rimligt antagande.

Ekonomisk tillväxt i sig medför inte per automatik enbart positiva effekter. Skador på miljön, inkomstomfördelningseffekter och för vissa grupper kostsamma omstruktureringar kan vara mer eller mindre önskvärda konsekvenser av en expansion av ekonomin. Då

² För argument bakom detta påstående, se exempelvis Henrekson (1994, s.2).

³ För ett mer utförligt resonemang hänvisas till avsnitt 2.1.

värdet av det som produceras ökar, borde det emellertid också vara möjligt att låta denna utveckling komma alla människor till del och korrigera eventuell skada på andra värden i samhället. Av denna anledning är utgångspunkten för denna uppsats att ekonomisk tillväxt bör ses som något positivt.

Det bör också påpekas att det på intet sätt är en självklarhet att sambandet mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt endast verkar i en riktning. Det är tvärtom troligt att den offentliga sektorn visserligen påverkar den ekonomiska tillväxten, men att förekomsten av ekonomisk tillväxt också påverkar storleken på och utformningen av den offentliga sektorn. Denna uppsats kommer inte att explicit ta hänsyn till att detta samband kan uppvisa kausalitet i båda riktningar. Syftet är att undersöka vilka effekter den offentliga sektorn har på den ekonomiska tillväxten, varför ett eventuellt omvänt förhållande bortses från.

Uppsatsen är disponerad på följande sätt:

Avsnitt 2, som följer på denna introduktion, behandlar befintlig forskning gällande den offentliga sektorns storlek samt betydelsen av utbildning, humankapital och sjukvård. Avsnitt 3 presenterar befintliga tillväxtmodeller och –teorier, varpå den för denna uppsats utvecklade modellen introduceras i avsnitt 4. Därefter följer i avsnitt 5 en diskussion kring ingångsvärden till simuleringen av den aktuella modellen. Resultaten av denna simulering presenteras i avsnitt 6 och analyseras i avsnitt 7. I de fall det är möjligt dras slutsatser av de presenterade resultaten, varefter modellen och dess förklaringskraft och relevans diskuteras.

2. Tidigare forskning

Det finns omfattande empirisk forskning som syftar till att utreda sambandet mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt. Att här fullständigt redogöra för samtliga dessa studier är inte möjligt, men en översikt över tidigare forskning presenteras lämpligen som en introduktion till ämnet. I detta avsnitt redogörs först för forskning som tar sin utgångspunkt i betydelsen av den offentliga sektorns storlek, och sedan presenteras forskning som behandlar betydelsen av sjukvård, barnomsorg och utbildning.

2.1 Den offentliga sektorns storlek

Fölster och Henrekson (2001) undersöker sambandet mellan den offentliga sektorns storlek och ekonomisk tillväxt. De tar sin utgångspunkt i tidigare relevant forskning inom samma ämne. Studien utgår från utvecklade (OECD-) länder, och som ett mått på den offentliga sektorns storlek använder sig Fölster och Henrekson av storleken på statens utgifter. De avser också ta hänsyn till de ekonometriska problem som uppkommer i denna typ av studie, och finner ett resultat som implicerar ett robust negativt samband mellan storleken på statens utgifter och tillväxttakten i ekonomin. En ökning av de statliga utgifterna med 10 procent medför en minskning i tillväxttakten med 0,7-0,8 procent.

Studien av Fölster och Henrekson (2001) har dock mött kritik från andra forskare. Agell, Ohlsson och Skogman Thoursie (2006, s.212-213, 217) menar att kvarvarande ekonometriska problem i Fölster och Henreksons studie snedvrider resultatet av denna, och ställer sig också kritiska till användningen av potentiell istället för faktisk BNP som relevant variabel i vissa delar av undersökningen. Agell, Ohlsson och Skogman Thoursie menar att inga säkra slutsatser kan dras angående sambandet mellan storleken på den offentliga sektorn och dess påverkan på tillväxttakten i ekonomin.

Henrekson (1994) sammanfattar flera olika teoretiska argument, vilka talar både för en positiv och för en negativ inverkan av den offentliga sektorn på den ekonomiska tillväxten. En översikt över befintlig empirisk forskning ges, och i samtliga studier utom en framkommer att den offentliga sektorns storlek har en negativ inverkan på tillväxttakten i ekonomin.

Agell, Lindh och Ohlsson (1997, s.40-41) skriver att olika studier pekar på olika resultat när det gäller sambandet mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt. De menar vidare att mätproblem och operationaliseringsproblem förekommer i extra hög grad i studier som genom regressionsanalys vill undersöka detta samband, eftersom det inom detta

forskningsområde råder oenighet angående vilken teoretisk modell som lämpar sig bäst för användning. Eftersom det är rimligt att ekonomisk tillväxt påverkas av en mängd både synliga och osynliga variabler, och eftersom det verkar råda delade meningar angående vilken teoretisk tillväxtmodell som är den bästa att utgå från, förefaller valet av inkluderade förklarande variabler att i hög grad vara upp till forskaren själv. Denna skillnad i val av variabler ligger troligtvis, åtminstone till viss del, bakom studiernas olika resultat och skillnaden i signifikans för inkluderade variabler. Därför, hävdar Agell, Lindh och Ohlsson, råder heller ingen enhällighet angående sambandet mellan förekomsten av en offentlig sektor och tillväxttakten i ekonomin.

Även denna publikation har dock bemötts kritiskt från andra forskare inom ämnet, och även i detta fall är det förmodade ekonometriska problem, eller närmare bestämt frånvaron av en kritisk hållning gentemot dessa problem, som ligger till grund för denna kritik. Fölster och Henrekson (1999, s.338-340) menar att då man tar hänsyn till förekommande ekonometriska problem, kommer den offentliga sektorn och den ekonomiska tillväxten snarare att uppvisa ett robust negativt samband. Vidare riktas kritik mot att Agell, Lindh och Ohlsson i sin analys inte gör skillnad mellan olika verksamheter inom offentlig sektor, vilka kan ha positiv eller negativ inverkan på den ekonomiska tillväxten. Kritiken riktar sig också mot att författarna inte skiljer på mer och mindre utvecklade länder och de konsekvenser detta kan ha för studiens resultat.

Argumentet bakom denna kritik förklaras i en annan artikel av Fölster och Henrekson (2001, s.1503). Mindre utvecklade länder antas inte uppleva en lika stark negativ, och ibland möjligtvis till och med en positiv, effekt på den ekonomiska tillväxten till följd av den offentliga sektorn. Detta beror på att dessa länders utformning av den offentliga sektorn ser annorlunda ut än för utvecklade länder. En viss del av den offentliga sektorns verksamhet, exempelvis utbildning och satsningar på infrastruktur, tros ha positiva effekter på den ekonomiska tillväxten. För mindre utvecklade länder utgör denna del en stor andel av den offentliga sektorn, medan den för utvecklade länder utgör en betydligt mindre andel. Den del av verksamheten inom offentlig sektor som tros kunna ha negativa konsekvenser för den ekonomiska tillväxten är således betydligt större för utvecklade än för mindre utvecklade länder. Skillnader i den offentliga sektorns storlek märks främst inom denna senare del, varför utvecklade länder är mer intressanta när det gäller att undersöka såväl negativa som positiva effekter av den offentliga sektorn på den ekonomiska tillväxten (Fölster och Henrekson, 2001, s.1503).

Då det framför allt är utvecklade länder som antas ha en stor offentlig sektor, vilken i sin tur löper större risk att påverka tillväxten negativt, leder denna snedvridning i valet av länder till att även resultatet av Agells, Lindhs och Ohlssons (1997) studie blir felaktigt, enligt Fölster och Henrekson (1999, s.338-340).

Angelopoulos, Philippopoulos och Tsionas (2008, s.246-248) har en något annorlunda utgångspunkt när de vill undersöka den offentliga sektorns effekt på den ekonomiska tillväxten. De poängterar att det inte enbart är storleken på den offentliga sektorn som har betydelse, utan att hänsyn också borde tas till den offentliga sektorns effektivitet. Författarna konstruerar ett mått på den offentliga sektorns effektivitet, vilket bygger på de kostnader (input) som krävs för att producera en viss tjänst eller vara (output). Detta effektivitetsmått kombineras med uppgifter om den offentliga sektorns storlek, mätt som den offentliga konsumtionens andel av BNP, och därmed kan de två delarna effektivitet och storlek jämföras med varandra.

Författarna finner ett tröskelvärde, efter vilket kostnaderna för en stor offentlig sektor alternativt en låg effektivitet i denna sektor har en sammantaget negativ inverkan. Måttet på storlek relativt effektivitet är statistiskt signifikant när det gäller att förklara sambandet mellan förekomsten av en offentlig sektor och ekonomisk tillväxt. Sambandet visar sig i denna studie vara negativt i de flesta undersökta fall.

Det är värt att uppmärksamma att höginkomstländer i denna studie uppvisar ett relativt bättre resultat än låginkomstländer när det gäller effektivitet, även om författarna manar till försiktighet i tolkningen av resultatet. Resultatet av Angelopoulos, Philippopoulos och Tsionas (2008, s.252) studie skiljer sig åt från land till land, men författarna antyder ändå att det verkar som om den offentliga sektorn under de senaste årtiondena har vuxit för mycket i förhållande till utvecklingen i effektivitet.

Även i denna studie finns dock ekonometriska aspekter att ta hänsyn till. Författarna diskuterar bland annat möjligheten att ekonomisk tillväxt och offentlig sektor är relaterade till varandra även i motsatt riktning, det vill säga att ekonomisk tillväxt också påverkar den offentliga sektorn⁴. Om denna aspekt inte tas hänsyn till riskerar resultatet att snedvridas, vilket innebär att sambandet egentligen är mindre negativt eller mer positivt än vad som först framkommer (Angelopoulos, Philippopoulos och Tsionas, 2008, s.262-265).

Även Afonso, Schuknecht och Tanzi (2005, s.337) genomför en studie med utgångspunkt i den offentliga sektorns effektivitet och prestation. De finner att länder med en liten offentlig

⁴ Denna problematik kan relateras till den så kallade Wagner's law. För en beskrivning av denna, se avsnitt 1.

sektor uppvisar bäst resultat i detta avseende, ett resultat som med intresse kan jämföras med slutsatsen av Angelopoulos, Philippopoulos och Tsionas (2008) studie.

Det ter sig således som om olika studier angående den offentliga sektorns effekter på den ekonomiska tillväxten kommer fram till olika resultat beroende på bland annat utgångspunkt och inkluderade variabler. Frågan huruvida förekomsten av en offentlig sektor påverkar tillväxttakten i ekonomin och i så fall i vilken riktning är därmed fortfarande öppen för diskussion och ytterligare studier.

2.2 Utbildning, sjukvård och tillväxt

Lindert (2005, s.279-280) menar att det finns en allmänt vedertagen uppfattning att skatter och transfereringar, och därmed den offentliga sektorn, medför kostnader i form av minskad produktivitet för samhället. Men, menar Lindert, denna uppfattning är till stor del felaktig och bygger på intuition snarare än statistiskt säkerställda bevis. Beroende på inriktningen på och utformningen av skatter och transfereringar kan dessa till och med vara tillväxtfrämjande, och, menar Lindert, det är ofta dessa tillväxtfrämjande skatter som väljs från politiskt håll (Lindert, 2005, s.296). Argumenten och bevisen för detta påstående är omfattande (Lindert, 2005, s.308-317). Av särskilt intresse för denna uppsats är diskussionen angående den offentliga sektorns utbud av barnomsorg och sjukvård. Lindert menar att effekterna av förekomsten av såväl barnomsorg som sjukvård är större när dessa återfinns i offentlig snarare än i privat regi. Detta beror bland annat på att den offentliga sjukvården i större utsträckning inriktar sig på grundläggande, förebyggande hälsovård, som i förlängningen antas ge effekter i form av en ökad medellivslängd. Den ökade medellivslängden påverkar BNP per capita främst genom en ökad produktivitet (Lindert, 2005, s.316), men det tycks rimligt att anta att en ökad medellivslängd även medför effekter i form av ett ökat och längre deltagande i arbetskraften⁵.

En annan viktig del av verksamheten inom offentlig sektor är att tillhandahålla utbildning för befolkningen och att därmed verka för kunskapsalstring och för en ökning av humankapitalet i samhället. En högre kunskapsnivå medför med största säkerhet positiva effekter för den enskilde individen, men man kan också argumentera för att utbildning och humankapital har externa effekter som är positiva för samhället som helhet. Exempel på sådana effekter är bland annat en ökad kunskapsspridning människor emellan, men även

⁵ En ökande medellivslängd innebär dock troligen andra problem för samhället i form av demografiska och försörjningsmässiga utmaningar, men att inom ramen för denna uppsats behandla dessa aspekter är varken möjligt eller eftersträvansvärt.

effekter som inte på ett direkt sätt är produktionsrelaterade, såsom en minskad brottslighet, kan ses som positiva externa effekter av utbildning (Björklund, 2005, s.13-16). Empiriska undersökningar har visat tvetydiga resultat när det gäller att fastslå om dessa förmodade positiva externa effekter har någon betydelse i verkligheten. Författarna reserverar sig dock för att mätproblem och brist på data över en längre tidsperiod kan ligga bakom de oklara slutsatserna (Björklund, 2005, s.39).

Det kan således inte anses helt fastställt att humankapital har positiva externa effekter för samhället i övrigt. Abramovitz (1995, s.77-78) hävdar emellertid att samhällets behov av tillgång till humankapital motiverar förekomsten av en offentlig sektor och den utbildnings- och kunskapsskapande verksamhet som bedrivs inom denna. Han menar att utbildning påverkar klimatet i samhället i riktning mot mer tolerans och flexibilitet (Abramovitz, 1995, s.50) och diskuterar även betydelsen av humankapital för att en ekonomi ska kunna tillgodogöra sig utvecklingen av ny teknik och nya produktionsmetoder (Abramovitz, 1995, s.56-57)⁶. Även om tidigare forskning således inte uppvisar något entydigt resultat när det gäller positiva externa effekter av utbildning, kan denna uppsats fokusering på humankapitalet ändå motiveras av dess betydelse för samhället som helhet.

Avslutningsvis bör uppmärksammas att Björklund (2005, s.21) också redovisar en regressionsanalys som undersöker sambandet mellan utbildningsnivå och tillväxt i BNP per capita. Resultatet antyder att utbildningsnivån påverkar tillväxten positivt. OECD-länder utgör dock en särskild grupp i denna undersökning, och för dessa länder är sambandet negativt. Då hänsyn tas till denna skillnad i ursprunglig nivå på BNP per capita kvarstår det positiva resultatet för övriga länder, medan resultatet för OECD-länderna inte är statistiskt signifikant. Om syftet istället främst är att undersöka sambandet på lång sikt, är resultatet statistiskt signifikant och positivt för båda grupper av länder, även om storleken på effekten skiljer sig åt.

⁶ I den för denna uppsats utvecklade modellen kommer relationen mellan humankapital och teknologi inte att explicit inkorporeras. Icke desto mindre är det viktigt att vara medveten om att ett samband mellan teknisk utveckling och förekomsten av humankapital med stor säkerhet existerar och har betydelse i verkligheten.

3. Teoretiska tillväxtmodeller⁷

För att utveckla en teoretisk tillväxtmodell som tar hänsyn till förekomsten av en offentlig sektor har inspiration hämtats från redan existerande modeller inom tillväxtområdet. Det finns en mängd modeller att utgå från, men av utrymmesskäl begränsas den kommande presentationen till Solow-modellen med teknologi och humankapital samt Lucas-modellen. Att exkludera andra modeller medför visserligen att andra intressanta infallsvinklar och aspekter inte presenteras. Då det främst är ovan två nämnda modeller som har fungerat som förebild och inspiration i skapandet av den teoretiska tillväxtmodell som utvecklas inom ramen för denna uppsats anses denna begränsning ändå godtagbar.

Av främsta intresse är att försöka fastslå modellernas implikationer angående den långsiktiga utvecklingen i ekonomin. På lång sikt har ekonomin hunnit anpassa sig till eventuella störningar och oväntade händelser och befinner sig i jämvikt. Jämviktskonceptet är därmed centralt för såväl presentationen av redan befintliga modeller nedan som för beskrivningen av den för denna uppsats utvecklade modellen i avsnitt 4.

3.1 Solow-modellen med teknologi och humankapital

Den modell som utvecklas i syfte att inkorporera den offentliga sektorns inverkan på den ekonomiska tillväxten, tar initialt sin utgångspunkt i Solow-modellen med teknologi och humankapital. Produktionsfunktionen i denna modell kan skrivas som:

$$Y = K^{\alpha}(AhL)^{1-\alpha} \quad (3.1)$$

där Y symboliserar total produktion, K står för realkapital och L står för arbetskraft. A symboliserar nivån på teknologin och humankapitalet h , som preciseras som $h = e^{\psi u}$, anger humankapitalet per person⁹. u mäter det genomsnittliga antalet utbildningsår och ψ kan sägas avse utbildningens kvalitet i termer av hur mycket ett extra utbildningsår ökar den totala

⁷ Sammanfattningen av samtliga här presenterade modeller tar sin utgångspunkt i Jones, 2002. Information om de olika modellerna hämtas således inte från originalartiklar eller -verk, men då syftet endast är att ge en introduktion till redan existerande modeller anses denna källa tillräcklig.

⁸ Jones uttrycker produktionsfunktionen som $Y = K^{\alpha}(AH)^{1-\alpha}$. Om H definieras som $H = hL$ är dessa båda uttryck dock identiska. Anledningen till att produktionsfunktionen beskrivs som ovan är att denna funktion är grunden för utvecklingen av modellen som ämnar inkorporera den offentliga sektorn och dess betydelse för ekonomisk tillväxt.

⁹ Det är ett allmänt vedertaget grepp att låta versaler symbolisera den totala mängden av en variabel och att använda gemener för att beteckna per capita-mängden av en variabel. Detta praktiska uttryckssätt används även i denna uppsats.

mängden humankapital. Vidare antas konstant skalavkastning och fullständig konkurrens så att exponenterna, α respektive $1-\alpha$, anger faktorprisersättning till den aktuella produktionsfaktorn och därmed också kan sägas symbolisera variabelns betydelse för eller bidrag till produktionen.

Akkumulering av realkapital över tid sker i enlighet med följande ekvation¹⁰:

$$\dot{K} = sY - dK \quad (3.2)$$

där s anger sparkvoten och d symboliserar depreciering, det vill säga den del av realkapitalet som behöver ersättas på grund av förslitning. Vidare antar Solow-modellen med teknologi och humankapital att arbetskraften utgörs av hela befolkningen, varför dessa två variabler också uppvisar samma tillväxttakt. Denna tillväxttakt, betecknad med bokstaven n , antas vara konstant och kan skrivas som

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \quad (3.3)$$

I denna modell kommer tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt att vara lika med tillväxttakten i teknologin, det vill säga:

$$g_y^* = g_A \quad (3.4)$$

Tillväxttakten i teknologin, och därmed i BNP per capita, bestäms dock exogent.

Värt att notera är att modellen visserligen inkorporerar humankapital i produktionsfunktionen, men att detta inte per automatik medför att variabeln humankapital kommer att påverka tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt.

3.2 Lucas-modellen

Lucas-modellen tar hänsyn till betydelsen av humankapital för ekonomins utveckling, och uttrycker explicit en ekvation för hur mängden humankapital förändras över tid. Då denna aspekt är av central betydelse även för den modell som utvecklas inom ramen för denna

¹⁰ En prick över en variabel symboliserar utvecklingen av variabeln över tid. Beteckningen används i denna betydelse i hela denna uppsats. För en mer utförlig förklaring, se Jones, 2002, s.199-200.

¹¹ Bokstaven g används för att symbolisera tillväxttakten i en variabel. g_y avser således tillväxttakten i BNP per capita, g_A tillväxttakten i teknologin och så vidare. En variabel märks med * när den befinner sig i jämvikt.

uppsats, är det relevant att här ge en kort beskrivning även av Lucas-modellen och dess innehåll.

Produktionsfunktionen i denna modell har utseendet:

$$Y = K^\alpha (hL)^{1-\alpha} \quad (3.5)$$

och ekvationen för ackumulering av humankapital antar formen

$$\dot{h} = (1 - u)h \quad (3.6)$$

Till skillnad från i Solow-modellen med teknologi och humankapital symboliserar u här arbetad tid, och $1-u$ innebär tid som ägnas åt att öka humankapitalet, exempelvis genom utbildning.

Modellens konstruktion medför att tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt är lika med tillväxttakten i humankapitalet:

$$g_y^* = g_h \quad (3.7)$$

Denna likhet medför att tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt bestäms endogen inom modellen och därmed går att påverka genom att exempelvis påverka människors incitament att öka sitt humankapital.

4. Modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor

Med utgångspunkt i presenterad forskning i avsnitt 2 är det ingen överdrift att påstå att det råder långt från någon samstämmighet angående den offentliga sektorns positiva, negativa och totala effekter på den ekonomiska tillväxten. Också förekomsten av ett flertal teorier inom tillväxtområdet antyder att det finns många faktorer att ta hänsyn till när man vill förklara vad som påverkar tillväxttakten i och nivån på BNP per capita.

I detta avsnitt fokuseras på tre relevanta mekanismer för sambandet mellan den offentliga sektorn och utvecklingen i ekonomin:

- Den förmodade lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn.
- Den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften.
- Den offentliga sektorns betydelse för skapandet av nytt humankapital.

Dessa tre aspekter diskuteras och infogas på lämpligt sätt i en teoretisk tillväxtmodell. De utgör på intet sätt ett heltäckande samband mellan offentlig sektor och ekonomisk tillväxt, men att försöka inkorporera samtliga relevanta variabler, deras effekter och eventuella samband med varandra är varken möjligt eller önskvärt. Av denna anledning begränsas framställningen i denna uppsats till de tre mekanismer som beskrivs ovan.

Den tillväxtmodell som utvecklas i denna uppsats kan ses som en blandning och utvidgning av Solow-modellen med teknologi och humankapital och Lucas-modellen, vilka beskrivs i avsnitt 3. Den för denna uppsats utvecklade modellen benämns i fortsättningen modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor.

4.1 Generella anmärkningar

Den utvecklade modellen tar initialt sin utgångspunkt i Solow-modellen med teknologi och humankapital. Vissa grundläggande antaganden från denna modell gäller därför också för den för denna uppsats utvecklade modellen. Bland annat antas även i fortsättningen att ackumulering av realkapital sker enligt ekvation 3.2, att modellen uppvisar konstant skalavkastning samt att fullständig konkurrens råder. Vidare antas att i den för denna uppsats utvecklade modellen att den privata och den offentliga sektorn tillsammans utgör hela ekonomin¹². En eventuell forskningssektor eller liknande tas därmed inte hänsyn till i denna

¹² Det finns en mängd olika sätt att mäta storleken på den offentliga sektorn. I denna uppsats används den absoluta och relativa storleken på antalet sysselsatta inom denna sektor, men även den offentliga sektorns

modell. Eftersom de aspekter och mekanismer som är centrala för denna uppsats inte antas påverka forskningssektorn är det inte heller ur analysynpunkt nödvändigt att inkorporera en sådan sektor i modellen.

Det bör också påpekas att den forskning som presenteras i avsnitt 2 explicit tar hänsyn till att förekomsten av en offentlig sektor kräver någon form av beskattning av ett lands befolkning. Vid diskussion angående den offentliga sektorns konsekvenser för ekonomin som helhet är det därför relevant att ta hänsyn till eventuella snedvridande effekter av dessa skatter och transfereringar. I modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor kommer denna omständighet dock inte att explicit inkorporeras. Det tycks rimligt att en sådan problematik föreligger, men då denna uppsats ämnar undersöka den offentliga sektorns betydelse för utvecklingen i BNP per capita genom dess påverkan på tillväxttakten i befolkningen, skapandet av humankapital och produktiviteten i ekonomin bortses här från denna aspekt.

4.2 Produktionsfunktionen

Den för denna uppsats utvecklade modellen ämnar ta explicit hänsyn till förekomsten av en offentlig sektor. Detta kommer också att påverka utseendet på produktionsfunktionen, som i denna modell kan skrivas som:

$$Y = Y_{\text{privat}}^{\beta} Y_{\text{offentlig}}^{1-\beta} \quad (4.1)$$

Y_{privat} och $Y_{\text{offentlig}}$ bildar tillsammans ekonomins produktionsfunktion. Man skulle också kunna tänka sig en produktionsfunktion av formen $Y = Y_{\text{privat}} + Y_{\text{offentlig}}$. Detta skulle innebära att produktion kan ske antingen i privat eller i offentlig sektor eller genom en kombination av de båda. Som samhället ser ut idag är detta scenario dock endast rimligt på mycket lång sikt. Den privata och den offentliga sektorn kompletterar varandra, varför det inte är troligt att produktion i den ena sektorn sker utan något som helst samröre med den andra. Inte heller är det troligt att all produktion kan koncentreras till antingen den ena eller den andra sektorn. Av denna anledning anses också produktionsfunktionen i ekvation 4.1 vara den mest relevanta.

De två delarna av den fullständiga produktionsfunktionen är snarlika. Y_{privat} kan skrivas som:

konsumtion, dess utgifter eller dess förädlingsvärde kan ses som mått på den offentliga sektorns storlek. För mer information angående denna aspekt, se till exempel SCB1, 2009, s.27 samt de olika studier som presenteras i avsnitt 2.

$$Y_{privat} = (\lambda K)^\alpha (A h_{privat} L_{privat})^{1-\alpha} \quad (4.2)$$

medan $Y_{offentlig}$ antar formen:

$$Y_{offentlig} = ((1-\lambda)K)^\alpha (\tau A h_{off} L_{off})^{1-\alpha} \quad (4.3)$$

vilket innebär att den fullständiga produktionsfunktionen kan skrivas som:

$$Y = Y_{privat}^\beta Y_{offentlig}^{1-\beta} = ((\lambda K)^\alpha (A h_{privat} L_{privat})^{1-\alpha})^\beta (((1-\lambda)K)^\alpha (\tau A h_{off} L_{off})^{1-\alpha})^{1-\beta} \quad (4.4)$$

Modellens produktionsfunktion kräver några förtydliganden. λ avser den andel av den totala mängden realkapital som används i den privata sektorn, och $1-\lambda$ representerar den andel av realkapitalet som används i den offentliga sektorn. K symboliserar realkapital och med A avses nivån på teknologin. Denna skulle kunna vara densamma i båda sektorerna, men då den offentliga sektorn är relativt tjänsteintensiv¹³ kommer nivån på teknologin att vara lägre i denna sektor. I modellen symboliseras detta av τ , som är ett tal mellan noll och ett. Med h_{privat} avses mängden humankapital i den privata sektorn. På motsvarande vis avser h_{off} humankapitalet i den offentliga sektorn. h_{privat} och h_{off} utgör tillsammans allt humankapital i samhället, så att $h = h_{privat} + h_{off}$. Ett liknande resonemang kan föras angående antalet sysselsatta i privat sektor, L_{privat} , antalet sysselsatta i offentlig sektor, L_{off} och den totala arbetskraften, L , så att $L = L_{privat} + L_{off}$. Exponenterna α och $1-\alpha$ anger den aktuella variabelns betydelse för produktionen inom de olika sektorerna och exponenterna β och $1-\beta$ representerar varje sektors betydelse för den totala produktionen.

4.3 Lägre produktivitet

Som tidigare har beskrivits ämnar denna uppsats att fokusera på tre huvudsakliga mekanismer, genom vilka den offentliga sektorn påverkar utvecklingen i ekonomin. Den första av dessa är antagandet att produktiviteten inom den offentliga sektorn är lägre än produktiviteten inom den privata sektorn. Detta antagande motiveras främst av de två sektorernas skilda inriktningar på verksamheten som bedrivs. Gemmel (1987) utvecklar en modell som tar hänsyn till förekomsten av såväl en marknadsorienterad som en icke-marknadsorienterad sektor. Den marknadsinriktade sektorn är kapitalintensiv jämfört med den icke-

¹³ Se avsnitt 4.3.

marknadsinriktade, och produkter definieras i stor utsträckning efter hur ”transportabla” (tradable) de är. Att sätta likhetstecken mellan verksamheten i den icke-marknadsorienterade sektorn och den offentliga sektorn är att förenkla verkligheten i alltför stor utsträckning, men Gemmel menar ändå att verksamheter i statlig regi i högre grad faller inom den icke-marknadsorienterade sektorn (Gemmel, 1987, s.255-260). Modellen leder fram till slutsatsen att ökande inkomster och andelen resurser koncentrerade till den icke-marknadsorienterade sektorn uppvisar ett positivt samband och medför relativt ökande genomsnittskostnader i den icke-marknadsorienterade sektorn (Gemmel, 1987, s. 264)¹⁴. Gemmel (1987, s. 261) finner också att modellen förutspår lägre produktivitet hos arbetskraften inom den icke-marknadsorienterade sektorn relativt dess produktivitet inom den marknadsorienterade sektorn. Dock, menar Gemmel, är detta inte nödvändigtvis ett tecken på ineffektivitet, utan en skillnad som finns även i jämvikt.

Även Tarschys (1976, s.110-114) diskuterar flera intressanta aspekter angående den offentliga sektorns verksamhet. Av störst intresse i detta sammanhang är anmärkningen att en stor del av den verksamhet som bedrivs i den offentliga sektorn är tjänsteintensiv.

Dessa aspekter medför också vissa implikationer för den utvecklade modellen. Den offentliga sektorns tjänsteintensiva karaktär innebär troligen att teknisk utveckling inte kan tas tillvara på samma sätt i den offentliga sektorn som i den relativt mer realkapitalintensiva privata sektorn. En stor offentlig sektor innebär därmed att en större del av de tekniska framstegen inte utnyttjas i lika stor utsträckning som skulle vara möjligt med en relativt sett större privat sektor. Detta medför att produktiviteten i offentlig sektor inte utvecklas i samma grad som produktiviteten i privat sektor, vilket i sin tur innebär att en enhet arbetskraft i den offentliga sektorn inte producerar lika mycket som en enhet arbetskraft i den privata sektorn. Då teknologiska framsteg enligt exempelvis Solow-modellen med teknologi och humankapital är den drivande kraften bakom tillväxt i BNP per capita, har således en stor offentlig sektor i detta avseende en negativ effekt på utvecklingen i BNP per capita.

Denna nya aspekt kan inkorporeras i produktionsfunktionen. Produktionsfunktionen i sin helhet kommer att bestå av en del som symboliserar privat sektor och en del som symboliserar offentlig sektor¹⁵. Den offentliga sektorns förmodade lägre produktivitet framkommer i den del av produktionsfunktionen som avser den offentliga sektorn i enlighet med ekvation 4.3:

$$Y_{offentlig} = ((1 - \lambda)K)^{\alpha} (\tau A h_{off} L_{off})^{1-\alpha} \quad (4.3)$$

¹⁴ Denna slutsats kan relateras till diskussionen om Wagner’s law i avsnitt 1.

¹⁵ Se avsnitt 4.2.

Den lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn och dennas relativt sämre förmåga att ta tillvara en förbättring i teknologin representeras av parametern τ , som är ett tal mellan noll och ett.

4.4 Tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften

I Solow-modellen med teknologi och humankapital antas arbetskraften vara lika med befolkningen och dessa båda variabler växer med en hastighet symboliserad av variabeln n , som bestäms exogent. I den för denna uppsats utvecklade modellen är detta ett av de antaganden som modifieras.

Modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor antar även fortsättningsvis att arbetskraften är lika med befolkningen¹⁶. Dessa två variabler uppvisar samma tillväxttakt, men denna antas nu explicit bero på storleken på den offentliga sektorn.

Det tycks rimligt att anta att förekomsten av en offentlig sektor genom den verksamhet som bedrivs påverkar tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften i positiv riktning. Att erbjuda vård till alla förbättrar av allt att döma människors hälsa, och leder därmed till såväl en ökad medellivslängd, vilket i sin tur resulterar i en större befolkning, som en ökad förmåga för den enskilde individen att delta i arbetslivet. Ytterligare ett exempel är tillhandahållandet av barnomsorg, vilket troligen medför både ett ökat födelsetal och en större möjlighet för föräldrar att närvara på sin arbetsplats.

Denna argumentation kan också motiveras med utgångspunkt i empirisk data. Se exempelvis OECD1 (2007: employment, mothers in paid employment) för en jämförelse av skillnaden i sysselsättningsgrad för kvinnor med och utan barn i olika länder, OECD2 (2008: population, fertility rates) för en jämförelse av fertilitetstal och OECD3 (2007) för uppgifter om storleken på offentliga utgifter. Den för denna uppsats utvecklade modellen använder visserligen andelen och antalet sysselsatta som mått på den offentliga sektorns storlek, men storleken på offentliga utgifter kan ändå ses som en lämplig approximation av den offentliga sektorns storlek. Vid en jämförelse mellan exempelvis Sverige, Tyskland och Italien framkommer att Sverige har den relativt sett största offentliga sektorn. Sverige är också det

¹⁶ Det bör uppmärksammas att arbetskraften kan delas upp i grupperna ”sysselsatta” och ”arbetslösa”, och att det är gruppen ”sysselsatta” som är av främst intresse för denna uppsats. Då den utvecklade modellen liksom andra tillväxtmodeller analyserar utvecklingen på längre sikt, kan emellertid antas att endast strukturell arbetslöshet råder. Av denna anledning bortses fortsättningsvis från förekomsten av arbetslöshet i samhället. Begreppen ”arbetskraften” och ”sysselsatta” används därmed synonymt. För en mer utförlig diskussion kring definitioner av olika grupper på arbetsmarknaden, se exempelvis SCB2, 2008, s.9.

land som uppvisar högst fertilitetstal samtidigt som skillnaden i sysselsättningsgrad för kvinnor med och utan barn är lägre än i både Tyskland och Italien. Den presenterade statistiken styrker därmed argumentet att storleken på den offentliga sektorn påverkar såväl mödrars deltagande i arbetslivet som antalet födda barn per kvinna i positiv riktning. Då hänsyn tas till data över befolkningstillväxten i dessa tre länder (OECD4, 2008: population, growth rates) uppvisas även ett positivt samband mellan offentlig sektor och tillväxttakten i befolkningen.

För modellen med teknologi, humankapital och arbetskraft innebär detta att tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften kan uttryckas genom ekvationen:

$$g_L = \frac{\dot{L}}{L} = n \left(1 + \frac{L_{off}}{L} \right)^\chi \quad (4.5)$$

där n anger tillväxttakten i den totala befolkningen vid frånvaro av en offentlig sektor¹⁷.

$\frac{L_{off}}{L}$ anger andelen av den totala arbetskraften L som arbetar inom den offentliga sektorn. Förekomsten av en offentlig sektor medför således att befolkningen och arbetskraften uppvisar en högre tillväxttakt jämfört med tillväxttakten i dessa variabler vid frånvaro av en offentlig sektor.

Det är andelen sysselsatta i offentlig sektor, och inte den offentliga sektorns absoluta storlek, vilken har betydelse i detta sammanhang. Detta motiveras inte minst ur modellteknisk synvinkel, då en inkorporering av den absoluta storleken på offentlig sektor skulle medföra en alltför stor skillnad mellan tillväxttakten i befolkningen då det finns respektive inte finns någon offentlig sektor. χ antar ett värde mellan noll och ett, och symboliserar den troligen avtagande effekten av förekomsten av en offentlig sektor och dess tillhandahållande av vård, barnomsorg och andra tjänster. Om det initialt inte finns någon offentlig sektor som tillhandahåller dessa tjänster, och det antas att de inte kan komma människor tillgodo på annat sätt, är det troligt att ett ökat utbud av denna typ av verksamhet har större effekt än om det initiala utbudet är stort¹⁸.

Genom att inkorporera förekomsten av en offentlig sektor i ekvationen för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften implicerar denna modell således att arbetskraften och

¹⁷ Jämför avsnitt 3.1 och ekvation 3.3.

¹⁸ Resonemanget kan relateras till den grundläggande mikroekonomiska teorin om avtagande marginalnytta.

befolkningen kan växa i högre takt än vad som hade varit möjligt om ingen offentlig sektor hade funnits¹⁹.

4.5 Skapande av nytt humankapital

Humankapitalets betydelse för samhället diskuteras i avsnitt 2.2, och i Lucas-modellen i avsnitt 3.2 redogörs för en teoretisk modell där humankapitalet inkorporeras i tillväxtteori. Inom ramen för den utvecklade modellen är det även relevant att diskutera den offentliga sektorns betydelse för skapandet av nytt humankapital.

Det är på intet sätt så att humankapital och kunskap skapas och ”produceras” endast i den offentliga sektorn. ”Learning-by-doing”, erfarenhet och utbyte av kunskap på en arbetsplats är med stor säkerhet mycket viktiga inslag för att främja kunskapsökning och –utbyte i samhället. Man kan dock tänka sig att den offentliga sektorn har en viktig funktion när det gäller att säkra tillgången till utbildning och kunskap för alla i samhället. Det tycks rimligt att anta att förmågor och färdigheter är jämnt fördelade mellan olika grupper av människor. Vid avsaknad av en offentlig sektor som säkrar utbildning till alla tycks det mindre troligt att utbildning och kunskapsfrämjande verksamhet kommer samtliga grupper till del, vilket i sin tur innebär att samhället inte lyckas ta tillvara den potential som skulle kunna utnyttjas. Således har den offentliga sektorn även i detta fall en positiv inverkan på ekonomin i termer av ökade möjligheter att ta tillvara människors potentiella förmåga och färdigheter.

Av denna anledning introduceras nu en ny ekvation för att uttrycka hur humankapital ackumuleras i samhället²⁰:

$$\dot{h} = h^{\gamma} L_{off}^{\epsilon} \quad (4.6)$$

I ekvationen ovan symboliserar h nivån på det redan existerande humankapitalet, och γ anger betydelsen av detta för skapandet av nytt humankapital. Man kan tänka sig att γ är mindre än noll, vilket innebär att det redan existerande humankapitalet inverkar negativt på humankapitalackumuleringen, då det är troligt att människor tar till sig grundläggande kunskap snabbare än komplicerad och avancerad information. På liknande sätt kan man tänka sig att γ är större än noll, vilket implicerar att det redan existerande humankapitalet har en

¹⁹ Tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften, L , kommer också att bestämma och vara lika med tillväxttakten i andelen sysselsatta i såväl den privata som den offentliga sektorn. För en mer utförlig förklaring av detta samband, se bilaga 2, avsnitt B.2.3.

²⁰ Det är fullt möjligt att också inkorporera en variabel som tar hänsyn till depreciering av humankapitalet. Då detta dock inte påverkar den offentliga sektorns inverkan på den humankapitalalstrande processen utan enbart kommer att medföra att mängden humankapital blir mindre tas i denna uppsats ingen hänsyn till denna aspekt.

positiv inverkan eftersom det troligen är lättare att tillgodogöra sig ny information om man redan besitter nödvändig grundläggande kunskap. Ytterligare ett argument för detta påstående är att en hög initial humankapitalnivå troligtvis främjar kunskapsutbyte mellan människor, vilket ytterligare bidrar till ökad humankapitalackumulering. Av dessa två skäl antas fortsättningsvis att det befintliga humankapitalet har en positiv inverkan på den humankapitalalstrande processen. γ är därmed större än noll. Det verkar dock rimligt att denna effekt är avtagande, varför det också antas att γ är mindre än ett.

Påpekas bör också att det för alstrande av humankapital är den absoluta snarare än den relativa storleken på offentlig sektor som har betydelse. Detta är rimligt då det i denna modell främst är den offentliga sektorns betydelse för humankapitalet som är relevant. Dess storlek relativt den privata sektorn är därmed av mindre intresse. Den offentliga sektorns betydelse för den humankapitalskapande processen framkommer genom exponenten ε . Då den offentliga sektorn antas ha en positiv inverkan på denna process, antar ε ett värde större än noll. Det är dock troligt att effekten är avtagande, varför ε också antas vara mellan noll och ett.

Av ekvation 4.6 följer också att tillväxttakten i humankapitalet²¹ kan skrivas som²²:

$$g_h = \frac{\dot{h}}{h} = h^{\gamma-1} L_{off}^{\varepsilon} \quad (4.7)$$

Det bör uppmärksammas att ekvation 4.7 beskriver tillväxttakten i humankapitalet oavsett om ekonomin befinner sig i jämvikt eller ej²³.

Genom ekvationerna 4.6 och 4.7 uttrycks därmed ett konkret samband mellan den offentliga sektorns storlek och skapandet av humankapital i samhället. Sambandet antas vara positivt men avtagande.

De två effekter som presenteras och diskuteras i avsnitt 4.4 och 4.5 implicerar således att förekomsten av en offentlig sektor har övervägande positiva effekter för ekonomin, medan den lägre produktiviteten, som diskuteras i avsnitt 4.3, snarare har en negativ inverkan på den ekonomiska utvecklingen. Det är därmed en fråga för den kommande simuleringen att undersöka om förekomsten av en offentlig sektor resulterar i en sammantagen positiv eller negativ inverkan på utvecklingen av BNP per capita.

²¹ Tillväxttakten i den totala mängden humankapital, g_h , kommer också att bestämma och vara lika med tillväxttakten i mängden humankapital i såväl den privata som den offentliga sektorn. För en fullständig förklaring, se bilaga 2, avsnitt B.2.4.

²² Se bilaga 2, avsnitt B.2.5.

²³ Tillväxttakten i humankapitalet i jämvikt beskrivs i ekvation 4.9 i avsnitt 4.6.1.

4.6 Lösning av modellen

Det finns flera olika aspekter att ta hänsyn till när man vill undersöka implikationerna av en teoretisk tillväxtmodell. Även om såväl de presenterade modellerna i avsnitt 3 som den för denna uppsats utvecklade modellen avser förutsäga vad som orsakar ekonomisk tillväxt, är det också av största intresse att undersöka vilka faktorer som påverkar nivån på BNP per capita i jämvikt. För att beskriva utvecklingen i ekonomin på lång sikt redogörs i följande avsnitt för såväl tillväxttakten i som nivån på BNP per capita i jämvikt, varefter ett avsnitt ägnas åt att förklara vilka mekanismer som för ekonomin mot den av modellen förutsagda jämvikten.

4.6.1 Tillväxttakten i jämvikt

Modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor implicerar att tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt kan uttryckas som²⁴:

$$g_y^* = g_A + g_h \quad (4.8)$$

Det är intressant att i detta sammanhang göra en jämförelse med Solow-modellen med teknologi och humankapital och Lucas-modellen. I den föregående är $g_y^* = g_A$ och i den senare är $g_y^* = g_h$. Tillväxttakten så som den framkommer i den utvecklade modellen kan således ses som en blandning och vidareutveckling av dessa två modeller.

Det är möjligt att ytterligare specificera vad tillväxttakten i humankapitalet kommer att vara i jämvikt. Med utgångspunkt i ekvation 4.6 för ackumulering av humankapital kan tillväxttakten i humankapitalet i jämvikt uttryckas som²⁵:

$$g_h^* = \frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{1 - \gamma} \quad (4.9)$$

där $g_{L_{off}} = g_L = \frac{\dot{L}}{L} = n(1 + \frac{L_{off}}{L})^x$ ²⁶.

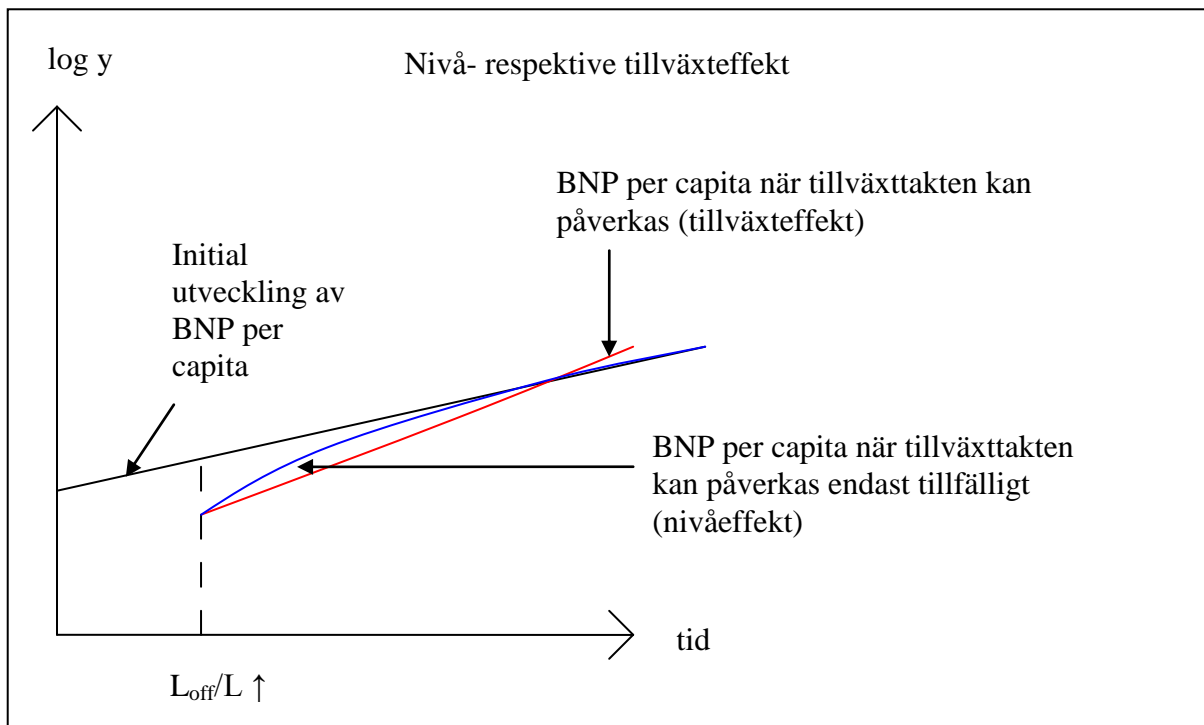
Denna modell implicerar således att tillväxttakten i humankapitalet i jämvikt kan påverkas av yttre omständigheter. Om andelen sysselsatta i offentlig sektor, $\frac{L_{off}}{L}$, ökar, kommer tillväxttakten i såväl den totala arbetskraften som tillväxttakten i antalet sysselsatta i offentlig

²⁴ För en fullständig härledning, se bilaga 2, avsnitt B.2.1.

²⁵ För en fullständig härledning, se bilaga 2, avsnitt B.2.5.

²⁶ Se avsnitt 4.4 i allmänhet och ekvation 4.5 i synnerhet.

sektor att öka²⁷. Därmed ökar också tillväxttakten i humankapitalet, vilket i sin tur medför en ökning i tillväxttakten i BNP per capita. Modellens implikation att tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt kan påverkas av yttre omständigheter är ett intressant resultat, inte minst eftersom andra tillväxtteorier inte ger något enhälligt svar på frågan om det är möjligt att påverka tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt²⁸. För att ytterligare förtydliga problematiken illustreras de olika utfallen i form av tillväxt- respektive nivåeffekt i figur 4.1 nedan:



Figur 4.1. Figuren visar logaritmerad BNP per capita, vilket innebär att lutningen på linjerna motsvarar tillväxttakten i BNP per capita. Den röda linjen visar en tillväxteffekt, medan den blå linjen visar en nivåeffekt. Då den offentliga sektorns andel av ekonomin ökar minskar initialt nivån på BNP per capita då den förmodade lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn medför en lägre nivå på BNP per capita.

4.6.2 BNP per capita i jämvikt

I föregående avsnitt diskuteras modellens implikationer angående tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt. Det är dock också intressant att försöka fastställa vilka faktorer som påverkar nivån på BNP per capita i jämvikt. Uttrycket för BNP per capita i jämvikt kan i den utvecklade modellen skrivas som²⁹:

²⁷ Dessa tillväxttakter är lika med varandra. Se bilaga 2, avsnitt B.2.3.

²⁸ Se exempelvis Jones, 2002, kapitel 8 för en mer omfattande diskussion.

²⁹ För en fullständig härledning, se bilaga 2, avsnitt B.2.2.

$$y^* = \left(\frac{(\lambda^\beta (1-\lambda)^{1-\beta}) S}{d + g_A + g_h + g_L} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\omega L_{privat}}{L} \right)^\beta \left(\frac{(1-\omega)\tau L_{off}}{L} \right)^{1-\beta} A \left(\frac{(1-\gamma) L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon n \left(1 + \frac{L_{off}}{L} \right)^x} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.10)$$

Uttrycket kan vid en första anblick verka komplicerat och kräver vissa förtydliganden.

Den första delen är en modifierad version av standarduttrycket för BNP per capita i jämvikt i den grundläggande Solow-modellen³⁰. I detta uttryck återfinns sparkvoten s , som påverkar BNP per capita i positiv riktning, medan deprecieringstakten, d , och tillväxttakten i befolkningen, g_L , påverkar BNP per capita negativt. α , som symboliserar faktorprisersättning till realkapitalet, återfinns i uttryckets exponent. Ju högre värde på α , desto högre värde ges också på BNP per capita i jämvikt. α påverkar således BNP per capita i positiv riktning. Den för denna uppsats utvecklade modellen tar även hänsyn till vikterna λ och $1-\lambda$, vilka anger andelen realkapital i de två sektorerna, samt tillväxttakten i teknologin, g_A , och tillväxttakten i humankapitalet, g_h . De två senare påverkar BNP per capita negativt. Noteras bör också att tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften, g_L , i denna modell inte är lika med tillväxttakten i befolkningen vid avsaknad av en offentlig sektor, betecknad med bokstaven n .

Nästföljande del symboliserar andelen humankapital i den privata sektorn, betecknad ω , och andelen sysselsatta i den privata sektorn, $\frac{L_{privat}}{L}$. På motsvarande vis anger uttryckets tredje del andelen humankapital i den offentliga sektorn, $1-\omega$, och andelen sysselsatta i den offentliga sektorn, $\frac{L_{off}}{L}$. I denna del korrigeras genom τ också för den offentliga sektorns lägre produktivitet, som påverkar BNP per capita negativt. β , som anger den privata sektorns bidrag till den totala produktionen, ändrar uttrycket för BNP per capita på ett positivt sätt i uttrycket för den privata sektorn, medan dess position i uttrycket för den offentliga sektorn snarare har en negativ inverkan. Detta illustreras genom exponenten $1-\beta$, som symboliserar den offentliga sektorns bidrag till den totala produktionen.

Då höga värden på andelen humankapital och andelen sysselsatta i de båda sektorerna ökar värdet på BNP per capita är det naturligtvis önskvärt att öka dessa andelar i såväl den privata som i den offentliga sektorn. Då ett av modellens antaganden är att dessa båda sektorer tillsammans utgör hela ekonomin, är det dock inte möjligt att "tilldela" den ena sektorn en större andel humankapital och en större andel sysselsatta utan att motsvarande andel fråntas

³⁰ Se exempelvis Jones, 2002, s32.

den andra sektorn. Vilken storlekskombination av den privata och den offentliga sektorn som medför högst nivå på och tillväxttakt i BNP per capita är en fråga som besvaras i den kommande simuleringen.

Bokstaven A symboliserar nivån på teknologin, vars värde räknas ut med hjälp av övriga variabler i modellen³¹. Teknologins bestämningsfaktorer inkluderas därmed inte i denna modell.

Slutligen anger uttryckets sista del mängden humankapital i jämvikt. Uttryckets utseende implicerar att den absoluta storleken på den offentliga sektorn i form av antalet anställda i denna, L_{off} , påverkar mängden humankapital, och därmed BNP per capita, på ett positivt sätt.

Tillväxttakten i antalet anställda i offentlig sektor, betecknad $n\left(1 + \frac{L_{off}}{L}\right)^x$, påverkar dock mängden humankapital och nivån på BNP per capita negativt. Detta verkar rimligt om man tänker sig h som mängden humankapital per person. Tillväxt i arbetskraften, och därmed i antalet sysselsatta i offentlig sektor, inverkar då negativt på mängden humankapital per person, eftersom det också krävs en ökning i den totala mängden humankapital för att mängden humankapital per person ska kunna bibehållas på samma nivå.

Variabeln γ återfinns i dubbel bemärkelse i uttrycket ovan. Ett högt värde på γ har en negativ inverkan på mängden humankapital i jämvikt genom dess position i täljaren, medan dess förekomst i uttryckets exponent medför en positiv effekt. Detta kan tyckas vara ett egendomligt resultat, men kan relateras till diskussionen i avsnitt 4.5 angående det befintliga humankapitalets möjliga positiva respektive negativa inverkan på den humankapitalskapande processen.

Att döma av uttrycket för BNP per capita i jämvikt har således deprecieringstakten samt tillväxttakten i teknologin, tillväxttakten i humankapitalet och tillväxttakten i befolkningen en negativ inverkan på BNP per capita. Tillväxttakten i befolkningen påverkar till och med negativt i ”dubbel” bemärkelse, då denna variabel återfinns såväl i uttryckets första del som i uttrycket för mängden humankapital i jämvikt. Detta resultat kan tyckas något märkligt, då en hög tillväxttakt i befolkningen, och därmed i arbetskraften, rimligen borde medföra att fler människor kan delta i produktionen av varor och tjänster i ekonomin, vilket i sin tur borde höja värdet av det som produceras. Precis som var fallet i diskussionen angående uttrycket för mängden humankapital i jämvikt ovan, kan man dock även här tänka sig att en ökning i tillväxttakten i befolkningen också medför att det totala värdet på det som produceras måste öka för att nivån på BNP per capita ska kunna bibehållas. Därför ter det sig också rimligt att

³¹ Se avsnitt 5.4.

variabeln för tillväxttakten i befolkningen återfinns i uttrycket för BNP per capita i jämvikt på detta sätt.

4.6.3. Varför rör sig ekonomin mot jämvikt?

I föregående avsnitt beskrivs vilka variabler och parametrar som påverkar nivån på BNP per capita i jämvikt. För att modellen ska vara intressant krävs dock att den även innehar en viss förklaringskraft när det gäller att beskriva vad som gör att ekonomin rör sig mot den beskrivna jämvikten. I den utvecklade modellen kan detta illustreras genom standarddiagrammet i Solow-modellen med teknologi och humankapital samt i form av ett diagram som beskriver förhållandet mellan antalet anställda i den offentliga sektorn och mängden humankapital.

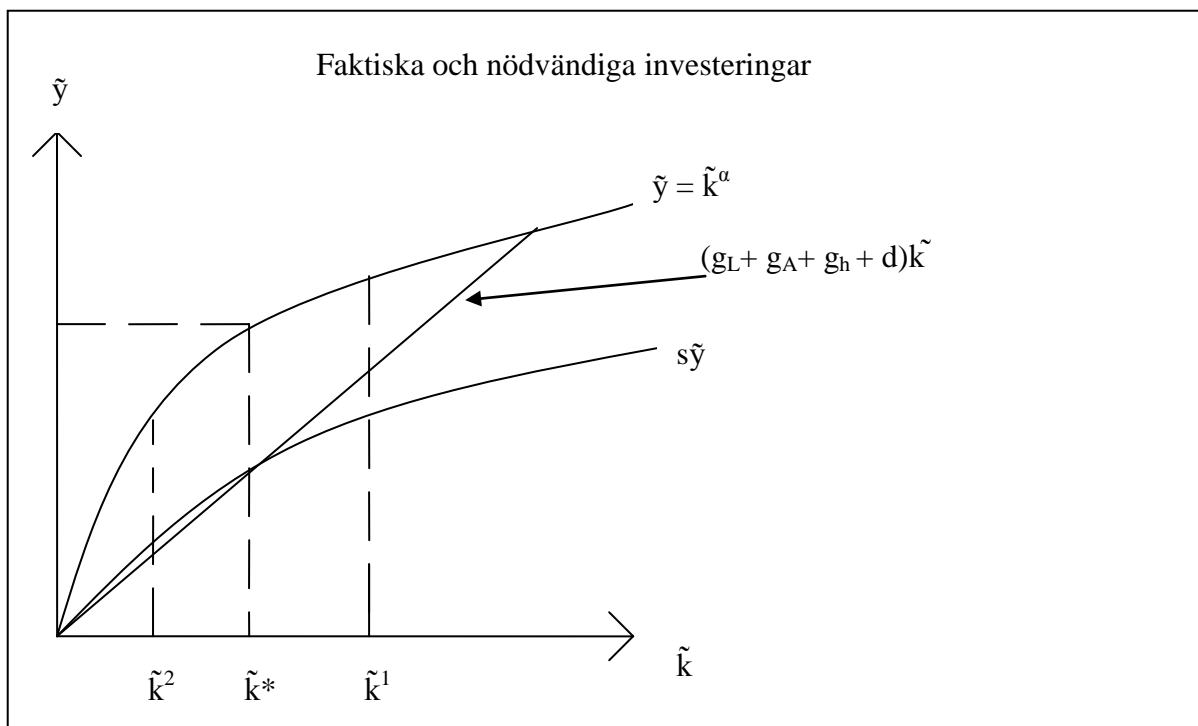
4.6.3.1 Solow-diagrammet

Precis som i den grundläggande Solow-modellen och dess efterföljare kan ekonomins väg mot jämvikt illustreras i ett diagram genom att använda hjälpvariablerna \tilde{y} och \tilde{k} ³², vilka i modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor definieras som $\tilde{y} = \frac{Y}{AhL}$ och $\tilde{k} = \frac{K}{AhL}$.

Linjen $(g_L + g_A + g_h + d)\tilde{k}$ i figur 4.2 nedan kan definieras som de investeringar som är nödvändiga för att bibehålla \tilde{y} , och därmed BNP per capita, på en viss konstant nivå. $s\tilde{y}$ symboliserar sparandet i ekonomin, och \tilde{y} illustrerar nivån på BNP per capita.

En analys av diagrammet klargör att \tilde{k} i jämvikt kommer att vara lika med \tilde{k}^* , vilket medför att \tilde{y} är lika med \tilde{y}^* . Om ekonomin initialt befinner sig i en situation som den då \tilde{k} är lika med \tilde{k}^1 , kommer de faktiska investeringarna att vara mindre än de nödvändiga, vilket medför att realkapitalet i ekonomin, här representerat genom \tilde{k} , minskar. Detta förlopp pågår tills de faktiska investeringarna är lika med de nödvändiga, vilket sker när \tilde{k} är lika med \tilde{k}^* och \tilde{y} är lika med \tilde{y}^* . På motsvarande sätt kan man argumentera för att de faktiska investeringarna är större än de nödvändiga i situationen när \tilde{k} är lika med \tilde{k}^2 . Mängden realkapital ökar därmed och denna process fortsätter tills ekonomin befinner sig i jämvikt vid \tilde{k}^* .

³² Se Jones, 2002, s. 27-32 och 38-43.



Figur 4.2. Diagrammet visar hur ekonomin rör sig mot jämvikt genom att de faktiska och nödvändiga investeringarna påverkar mängden realkapital i ekonomin. Jämvikten finnes då \tilde{k} är lika med \tilde{k}^* , vilket medför att \tilde{y} är lika med \tilde{y}^* .

Notera: I modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor är

$$\tilde{y} = (A^\beta (1-\lambda)^{1-\beta})^\alpha \tilde{k}^\alpha \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)}$$

I diagrammet ovan anges dock av förenklande skäl $\tilde{y} = \tilde{k}^\alpha$.

4.6.3.2 Diagrammet med humankapital och offentlig sektor

För att klargöra vilka mekanismer som för ekonomin mot jämvikt kan man också undersöka relationen mellan mängden humankapital i ekonomin och antalet sysselsatta i offentlig sektor. Tillväxttakten i humankapitalet beskrivs i ekvation 4.7 som $g_h = h^{\gamma-1} L_{off}^\varepsilon$. I jämvikt ser denna tillväxttakt dock något annorlunda ut. Ekvation 4.9 anger

$$denna\ som\ g_h^* = \frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{1-\gamma}.$$

För att förenkla framställningen i diagramform antas här att γ är lika med noll och att ε är

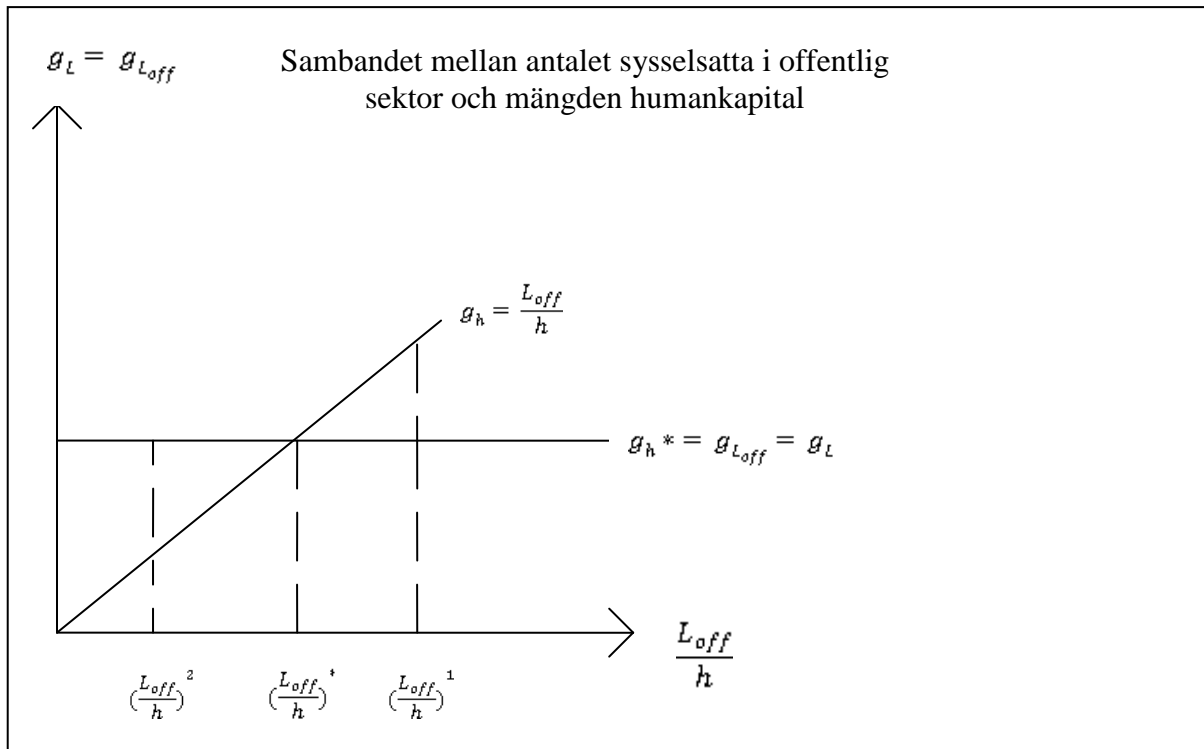
lika med ett. Detta medför att $g_h = \frac{L_{off}}{h}$ och $g_h^* = g_{L_{off}}$. Ur figur 4.3 nedan kan utläsas att

kvoten $\frac{L_{off}}{h}$ är lika med $\frac{L_{off}}{h}^*$ i jämvikt. Om förhållandet mellan L_{off} och h initialt kan beskrivas

som kvoten $\left(\frac{L_{off}}{h}\right)^1$ växer humankapitalet snabbare än antalet sysselsatta i den offentliga

sektorn. Kvoten $\frac{L_{off}}{h}$ blir därför mindre. Denna process fortgår tills $\frac{L_{off}}{h}$ är lika med $\frac{L_{off}}{h}^*$. Ett

liknande resonemang kan föras för den situation i vilken den initiala kvoten $\frac{L_{off}}{h}$ är lika med $\left(\frac{L_{off}}{h}\right)^2$. I detta fall växer antalet sysselsatta i snabbare takt än humankapitalet, varför kvoten $\frac{L_{off}}{h}$ ökar tills $\frac{L_{off}}{h}$ är lika med $\frac{L_{off}}{h}^*$.



Figur 4.3. Diagrammet visar förhållandet mellan antalet sysselsatta i offentlig sektor och den totala mängden humankapital i samhället samt tillväxttakten i dessa båda variabler. I jämvikt är tillväxttakten i variablerna lika med varandra och kvoten $\frac{L_{off}}{h}$ är lika med $\left(\frac{L_{off}}{h}\right)^*$.

Med hjälp av de två beskrivna ekvationerna för tillväxttakten i humankapitalet kan också mängden humankapital i jämvikt härledas. Det förenklande antagandet att γ är lika med 0 och att ε är lika med 1 är nu inte längre nödvändigt. Genom att kombinera ekvationerna 4.7 och 4.9 framkommer att mängden humankapital i jämvikt kan skrivas som³³:

$$h^* = \left(\frac{(1-\gamma)L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon g_{L_{off}}} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = \left(\frac{(1-\gamma)L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon n \left(1 + \frac{L_{off}}{L}\right)^\chi} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.11)$$

³³För en diskussion kring detta uttryck och dess bestämningsfaktorer, se avsnitt 4.6.2. För härledning, se bilaga 2, avsnitt B.2.6.

5. Ingångsvärden till simuleringen

Modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor beskrivs utförligt i avsnitt 4, och det framgår tydligt att storleken på den offentliga sektorn har en avgörande betydelse för såväl tillväxttakten i som nivån på BNP per capita. I detta avsnitt diskuteras hur simuleringen av den aktuella modellen kommer att genomföras samt vilka värden modellens variabler och parametrar rimligen kan tänkas anta.

Syftet med att simulera ekonomins utveckling är att prediktera utvecklingen i framtiden. Först är det dock nödvändigt att diskutera rimliga initiala värden på modellens variabler och parametrar. Denna diskussion är i sin tur avhängig vilket land eller område som avses undersökas. Som diskuteras i avsnitt 1 anses den utvecklade länder främst passa utvecklade länder, varför även simuleringen begränsas till dessa. Den simulering som genomförs inom ramen för denna uppsats tar inte explicit utgångspunkt i ett verkligt enskilt land eller en specifik region. Storleken på ingångsvärden för total BNP per capita och total befolkningsmängd³⁴ är dock valda så att de någorlunda passar landet Sverige. Detta har flera orsaker. Dels är det rimligt att av tids- och utrymmesskäl inte anta för stora ingångsvärden på för simuleringen relevanta variabler, varför ett relativt litet land som Sverige passar bra som förebild. Dels är det troligt att Sverige också genom förekomsten av en relativt omfattande offentlig sektor är ett lämpligt land att ha som förebild i syfte att testa den aktuella modellen.

Vissa ingångsvärden hämtas från befintlig statistik, medan andra beräknas utifrån modellens funktioner och ekvationer. I vissa fall förs en diskussion angående rimliga värden på aktuella variabler och parametrar, varefter dessa antas utan att motiveras utifrån befintlig data. Aktuella variabler och parametrar, deras betydelse och de värden som testas återfinns också i bilaga 3.

5.1 Befolkningsmängden och dess tillväxttakt, g_L

I föregående stycke motiveras valet av Sverige som förebild för simuleringen av modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor. Således antas ingångsvärdet 9 miljoner för den totala befolkningsmängden i denna simulering. Att anta ett värde på tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften är dock något mer komplicerat. Centralt för den utvecklade modellen är dess betoning på den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i

³⁴ se avsnitt 5.1 och 5.2.

befolkningen³⁵. Av beräkningar utifrån data från Statistiska Centralbyrån (SCB3, 2009) framgår att den genomsnittliga befolkningstillväxten sedan 1960-talet har varit 0,005867 eller cirka 0,59 procent. Detta motsvarar således variabeln g_L i den utvecklade modellen. Då andelen sysselsatta i offentlig sektor kan uppskattas till ungefär 30 procent (SCB1, 2009, s.27), kan den förmodade tillväxttakten i befolkningen vid avsaknad av en offentlig sektor, n , beräknas till 0,005567 eller cirka 0,56 %.³⁶ Det bör poängteras att variablerna n och g_L inte är konstanta genom hela simuleringen utan varierar beroende på det antagna värdet på exponenten χ och andelen sysselsatta i den offentliga sektorn.

5.2 Total BNP, Y

För total BNP antas ingångsvärdet 3000 miljarder kronor. BNP per capita uppskattas därmed till 333 333 kronor. Detta tycks rimligt då uppgifter från Statistiska Centralbyrån (SCB4, 2009, s.10) indikerar att total BNP år 2006 var 2 901 miljarder kronor i löpande priser. Att anta värdet 3000 miljarder är på intet sätt en exakt beskrivning av utvecklingen av BNP sedan år 2006. Det uppskattade värdet tycks ändå vara en rimlig approximation och en lämplig utgångspunkt för den kommande simuleringen.

5.3 Konstanter

Vissa för simuleringen relevanta, men ej centrala, variabler och parametrar kommer att antas vara konstanta:

- Sparkvoten s uppskattas till 0,23 eller 23 procent och räknas ut som ett genomsnitt av andelen investeringar av BNP per capita under perioden 1997 till 2007³⁷. Data har hämtats från Penn World Table (Heston, Summers och Aten, 2009).
- Tillväxttakten i teknologin, g_A , antas vara lika med 0,02 eller 2 % per år. Detta motiveras inte utifrån befintlig statistik, men tycks vara ett rimligt antagande. Det bör också påpekas att tillväxttakten i teknologin inte är av central betydelse för den utvecklade modellen. Denna tillväxttakt påverkar visserligen tillväxttakten i BNP per

³⁵ se avsnitt 4.4.

³⁶ Beräkningen genomförs med hjälp av ekvation 4.5. Poängteras bör att dess resultat beror på vilket värde som antas på exponenten χ . I beräkningen ovan antar χ värdet 0,2. Om χ istället antas vara lika med 0,4 antar n värdet 0,00528 eller cirka 0,53 procent. I simuleringen tas naturligtvis hänsyn till denna omständighet.

³⁷ Detta är en godtagbar uppskattning då Solow-modellen, som ligger till grund för modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor, antar att sparande är lika med investeringar. Se exempelvis Jones, 2002, s. 23-24.

capita i jämvikt, men då modellen inte ämnar ta explicit hänsyn till teknologins betydelse för ekonomins utveckling, kan tillväxttakten i teknologin helt enkelt ses som en ”konstant förhöjning” av tillväxttakten i BNP per capita.

- Deprecieringen av realkapitalet, d , antar i simuleringen värdet 0,05 eller 5 procent (Jones, 2002, s.24-25).
- Exponenten α , som symboliserar faktorprisersättning till realkapitalet, antar i denna simulering värdet 0,3 (Jones, 2002, s. 14 och s. 22-23).

5.4 Variabler som beräknas med hjälp av modellen

Det är svårt att definiera ett intuitivt rimligt värde på teknologin A . Då denna variabel kan sägas symbolisera alla omständigheter som påverkar ekonomin men som inte fångas av övriga variabler i en modell är det rimligt att beräkna nivån på teknologin med hjälp av den aktuella modellen och värdena på övriga variabler inom denna. Nivån på teknologin beräknas därför med hjälp av uttrycket för BNP per capita i jämvikt i ekvation 4.10.

När det gäller storleken på realkapitalstocken, K , skulle det vara möjligt att uppskatta ett rimligt värde med hjälp av befintlig statistik. Detta tillvägagångssätt är dock olämpligt av två anledningar. För det första tar simuleringen inom ramen för denna uppsats inte sin utgångspunkt i ett specifikt land eller en speciell region. Att uppskatta storleken på realkapitalet utifrån verkliga data tycks därmed inte lämpligt. För det andra avser simuleringen att beskriva utvecklingen i BNP per capita i en ekonomi som initial befinner sig i jämvikt. Det faktum att det är möjligt, och till och med troligt, att verkliga data över realkapitalstocken inte symboliserar en ekonomi i jämvikt, är ytterligare en anledning till att detta tillvägagångssätt inte anses tillförlitligt. För att säkerställa att den antagna mängden realkapital verkligen symboliserar en ekonomi i jämvikt beräknas storleken på realkapitalet utifrån produktionsfunktionen i enlighet med ekvation 4.4.

5.5 Variabler som testas för olika värden

Av yttersta betydelse för denna simulering är vilket värde som väljs på andelen sysselsatta i den offentliga sektorn, $\frac{L_{off}}{L}$. Då den utvecklade modellen introducerar förekomsten av en offentlig sektor genom flera olika mekanismer, är det emellertid också relevant att testa även andra variabler för olika värden. Följande variabler kommer därför att anta olika värden under den kommande simuleringen:

- Andelen sysselsatta i den offentliga sektorn, $\frac{L_{off}}{L}$, är den variabel som huvudsakligen kommer att testas. Då andelen sysselsatta i den offentliga sektorn i Sverige³⁸ för närvarande uppgår till 30 procent (SCB1, 2009, s.27), tycks det rimligt att detta värde också förekommer i simuleringen. För att undersöka effekterna av en rimlig storleksförändring av den offentliga sektorn avser denna simulering även att kontrollera effekterna av en offentlig sektor som sysselsätter 20 respektive 40 procent av det totala antalet sysselsatta. Detta test av betydelsen av den offentliga sektorns storlek genomförs i samtliga delar av simuleringen, det vill säga även i de fall då simuleringen ämnar undersöka effekterna av ändrade värden på andra variabler och parametrar.
- Exponenten ε anger betydelsen av antalet sysselsatta i den offentliga sektorn, L_{off} , för den humankapitalskapande processen. Då denna uppsats påstår att den offentliga sektorn spelar en betydande men avtagande roll för skapandet av humankapital, är det rimligt att låta ε anta ett värde närmare ett än noll. Till en början testas ε därför för värdena 0,7 och 0,9.
- γ , som anger betydelsen av befintligt humankapital för ackumuleringen av nytt humankapital, antar i denna simulering värdet 0,2. Detta verkar rimligt då det, som motiveras i avsnitt 4.3, tycks tilltalande att förmoda att det redan befintliga humankapitalet har en positiv snarare än en negativ inverkan på den humankapitalalstrande processen. Då ett högt antaget värde på ε och ett lågt antaget värde på γ dock riskerar att överskatta betydelsen av den offentliga sektorn och underskatta betydelsen av det befintliga humankapitalet, testas γ också för värdet 0,8.
- Exponenten χ anger betydelsen av andelen sysselsatta i den offentliga sektorn för tillväxttakten i den totala arbetskraften och befolkningen, g_L . Då det är troligt att denna effekt är avtagande och att skillnaden i tillväxttakt beroende på om det finns eller inte finns en offentlig sektor är relativt liten i absoluta tal testas χ först för värdena 0,2 och 0,4.
- τ symboliserar den offentliga sektorns relativt sämre förmåga att tillgodogöra sig teknologiska framsteg³⁹. τ antar därmed ett värde mellan noll och ett. I denna uppsats testas τ för värdena 0,5 och 0,9. Skillnaden mellan dessa värden kan tyckas väl stor, men motiveras av att betydelsen av den offentliga sektorns förmodade lägre produktivitet förhoppningsvis då synliggörs på ett bättre sätt.

³⁸ Andelen avser sysselsatta i offentlig sektor, exklusive sysselsatta i offentligt ägda företag.

³⁹ Se avsnitt 4.3.

- Exponenten β anger den privata sektorns betydelse för eller bidrag till den totala produktionen Y . Det skulle kunna tänkas att denna exponent således borde vara lika med den privata sektorns andel av ekonomin. Med tanke på den offentliga sektorns förmodade lägre produktivitet skulle man dock också kunna tänka sig att den privata sektorn bidrar med mer än motsvarande sin andel. Detta medför att β antar ett värde större än den privata sektorns andel av ekonomin och att $1-\beta$ antar ett värde mindre än den offentliga sektorns andel. För att undersöka betydelsen av denna effekt jämförs i kommande simulering de två situationer i vilka $1-\beta$ är lika med 100 procent respektive 80 procent av den offentliga sektorns andel av den totala ekonomin.

5.6 Variabler som beror på andelen sysselsatta i offentlig sektor

Vissa för modellen viktiga variabler och parametrar kommer i denna simulering inte i sig att tilldelas olika värden. Detta innebär dock inte att de kommer att anta ett konstant värde genom hela simuleringen. Deras värden kommer istället att vara beroende av vilket värde som antas på andelen och antalet sysselsatta i offentlig sektor, $\frac{L_{off}}{L}$ och L_{off} .

Följande variabler besitter denna egenskap:

- ω symboliserar den andel av den totala mängden humankapital som återfinns i den privata sektorn. Då det i denna uppsats antas att den privata och den offentliga sektorn är lika humankapitalintensiva är andelen humankapital i den privata sektorn, ω , lika med andelen sysselsatta i privat sektor, $\frac{L_{privat}}{L}$. På samma sätt är andelen humankapital i den offentliga sektorn, $1-\omega$, är lika med andelen sysselsatta i den offentliga sektorn, $\frac{L_{off}}{L}$.
- λ är en vikt som anger andelen realkapital i den privata sektorn. Som diskuteras i avsnitt 4.3 antas den offentliga sektorn vara relativt tjänsteintensiv i jämförelse med den privata sektorn, varför andelen realkapital i den privata sektorn, λ , kommer att vara större än andelen sysselsatta i den privata sektorn, $\frac{L_{privat}}{L}$. Därmed kan också fastslås att andelen realkapital i den offentliga sektorn, $1-\lambda$, är mindre än andelen sysselsatta i denna sektor, $\frac{L_{off}}{L}$.

Att inom ramen för denna uppsats exakt undersöka i vilken utsträckning denna vikt kommer att skilja sig från andelen sysselsatta i den offentliga sektorn är inte genomförbart. Istället antas här att den tjänsteintensiva offentliga sektorn har en

kapitalintensitet som innebär att andelen realkapital inom denna sektor är 80 procent av sektorns andel av den totala ekonomin, mätt som andelen sysselsatta i denna sektor. Det skulle vara fullt möjligt att testa modellens implikationer även för andra värden på λ och $1-\lambda$, men då simuleringen främst ämnar undersöka betydelsen av den offentliga sektorn för utvecklingen av BNP per capita bortses från denna möjlighet. Förhållandet mellan andelen sysselsatta i den offentliga sektorn och andelen realkapital i den privata respektive offentliga sektorn kan illustreras i följande tabell:

$\frac{L_{off}}{L}$	λ	$1-\lambda$
0,2	0,84	0,16
0,3	0,76	0,24
0,4	0,68	0,32

Tabell 1. Förhållandet mellan andelen sysselsatta i offentlig sektor och andelen realkapital i privat respektive offentlig sektor.

- Även tillväxttakten i såväl den totala arbetskraften, g_L , som tillväxttakten i antalet sysselsatta i privat respektive offentlig sektor, $g_{Lprivat}$ och g_{Loff} ⁴⁰, kommer att bestämmas av andelen sysselsatta i offentlig sektor, $\frac{L_{off}}{L}$. Detta tydliggörs genom ekvation 4.5 i avsnitt 4.4 ovan.
- Tillväxttakten i mängden humankapital i ekonomin och i ekonomins två sektorer⁴¹ kommer att styras av antalet sysselsatta i den offentliga sektorn, L_{off} , respektive andelen sysselsatta i den offentliga sektorn, $\frac{L_{off}}{L}$, beroende på om ekonomin befinner sig i jämvikt eller ej. Detta förtydligas i ekvationerna 4.7 och 4.9.
- Slutligen framkommer i ekvation 4.11 att även den totala mängden humankapital i jämvikt, h^* , styrs av såväl antalet som andelen sysselsatta i offentlig sektor, L_{off} och $\frac{L_{off}}{L}$.

⁴⁰ Dessa tillväxttakter är lika med varandra. För en mer utförlig förklaring, se bilaga 2, avsnitt B.2.3.

⁴¹ Dessa variabler uppvisar samma tillväxttakt. Se bilaga 2, avsnitt B.2.4.

6. Simulering och resultat

Simuleringen inom ramen för denna uppsats antar identiska utgångsvärden på BNP och befolkningsmängd i samtliga testade situationer. Detta medför att resultaten som presenteras nedan främst är intressanta i syfte att förutsäga den framtida utvecklingen i de olika fall som testas och jämförs med varandra. Att utifrån denna simulering och dess resultat uttala sig om den framtida utvecklingen i en situation då utgångsläget skiljer sig åt är därför inte möjligt.

I de fall resultatet av simuleringen redovisas i diagramform väljs lämplig tidsram för analysen från fall till fall. Syftet är att på ett lättillgängligt sätt redovisa de effekter som uppkommer, varför vissa diagram sträcker sig tio år framåt i tiden och andra spänner över ett betydligt längre tidsperspektiv. Dock sätts startåret i samtliga presenterade diagram till år 2009 då diagrammet ämnar illustrera utvecklingen av BNP per capita och till år 2010 då det är tillväxttakten i BNP per capita som står i fokus.

Den genomförda simuleringen testar den utvecklade modellen för olika antagna värden på variabler och parametrar i enlighet med avsnitt 5. Variablerna och de värden dessa testas för återfinns också i bilaga 3. I följande avsnitt redovisas först simuleringens resultat angående den offentliga sektorns betydelse för skapandet av humankapital i samhället. Därefter analyseras resultaten angående tillväxttakten i befolkningen och slutligen diskuteras simuleringens implikationer angående den förmodade lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn.

6.1 Den offentliga sektorns betydelse för humankapitalet

Den offentliga sektorns betydelse för skapandet av nytt humankapital diskuteras i avsnitt 4.5 och preciseras i ekvation 4.6. Hur stor betydelse den offentliga sektorn ska tillmätas i denna process framkommer genom exponenten ϵ , som till en början testas för värdena 0,7 och 0,9. Detta medför initialt en tillväxttakt i BNP per capita på cirka 24 respektive 29 procent⁴². Att tillskriva den offentliga sektorn så stor betydelse för skapandet av humankapital i samhället medför således högst orimliga värden på tillväxttakten i BNP per capita.

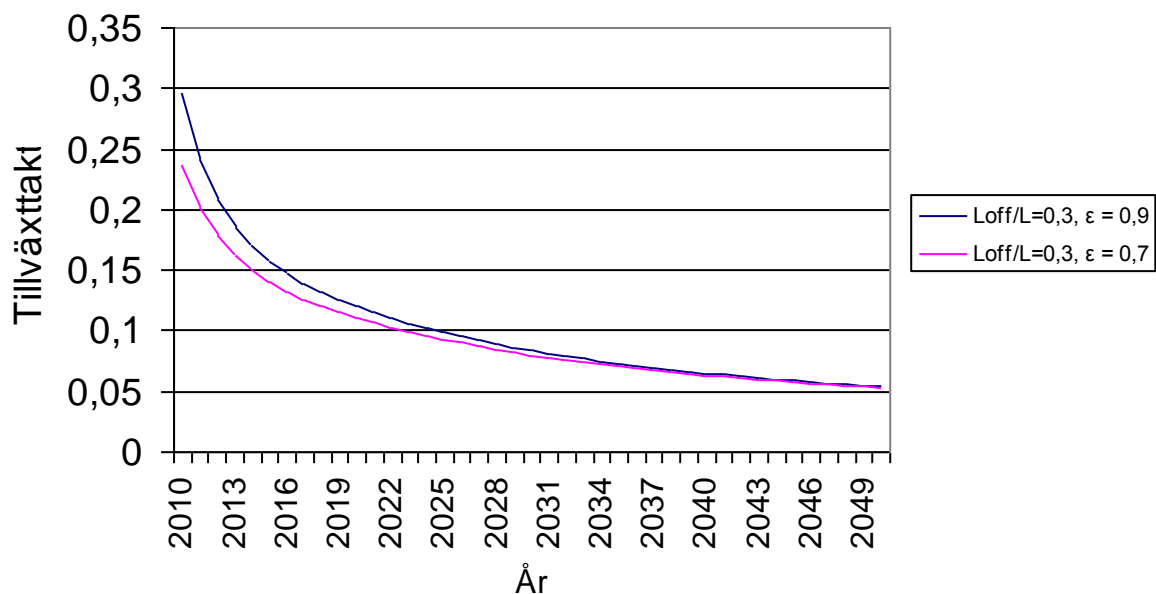
Tillväxttakten uppvisar skillnader i storleksordningen 0,13-0,17 procent då den offentliga sektorns andel av den totala ekonomin testas för 20, 30 och 40 procent. Det bör uppmärksammas att den högsta tillväxttakten uppnås i den situation då den offentliga sektorn utgör 40 procent av den totala ekonomin. En relativt stor offentlig sektor medför således en

⁴² I denna del av simuleringen är χ lika med 0,2, $1-\beta$ är lika med den offentliga sektorns andel av ekonomin, τ är lika med 0,9 och γ antar värdet 0,2.

högre tillväxttakt inom ramen för den utvecklade modellen. Denna skillnad i tillväxttakt beroende på den offentliga sektorns storlek minskar dock allteftersom. År 2050 uppgår tillväxttakten till 5,3 respektive 5,4 procent beroende på vilket värde ε antar och skillnaden beroende på den offentliga sektorns storlek är 0,0022 respektive 0,0017 procent.

Det är intressant att tillväxttakten i BNP per capita på sikt således uppvisar tendenser till konvergens även för de olika antagna värdena på ε . I figur 6.1 nedan illustreras detta för den situation då den offentliga sektorns andel av ekonomin uppgår till 30 procent. Att anta andra värden på den offentliga sektorns storlek skulle medföra ett något annorlunda utseende på diagrammets grafer. Då skillnaden i tillväxttakt beroende på den offentliga sektorns storlek emellertid är både avtagande och relativt liten jämfört med den initiala totala tillväxttakten i BNP per capita bortses här från denna omständighet. Detta motiveras också av att diagrammet främst syftar till att illustrera utvecklingen i tillväxttakten i BNP per capita för olika värden på ε , det vill säga utvecklingen beroende på vilken betydelse den offentliga sektorn tillskrivs i den humankapitalskapande processen. År 2050 uppgår denna tillväxttakt till cirka 5,5 procent. Det finns fortfarande en skillnad i tillväxttakt på cirka 0,08 procent beroende på vilket värde ε antar, men med tanke på den initiala skillnaden på cirka 5 procent är tendensen till konvergens ändå uppenbar.

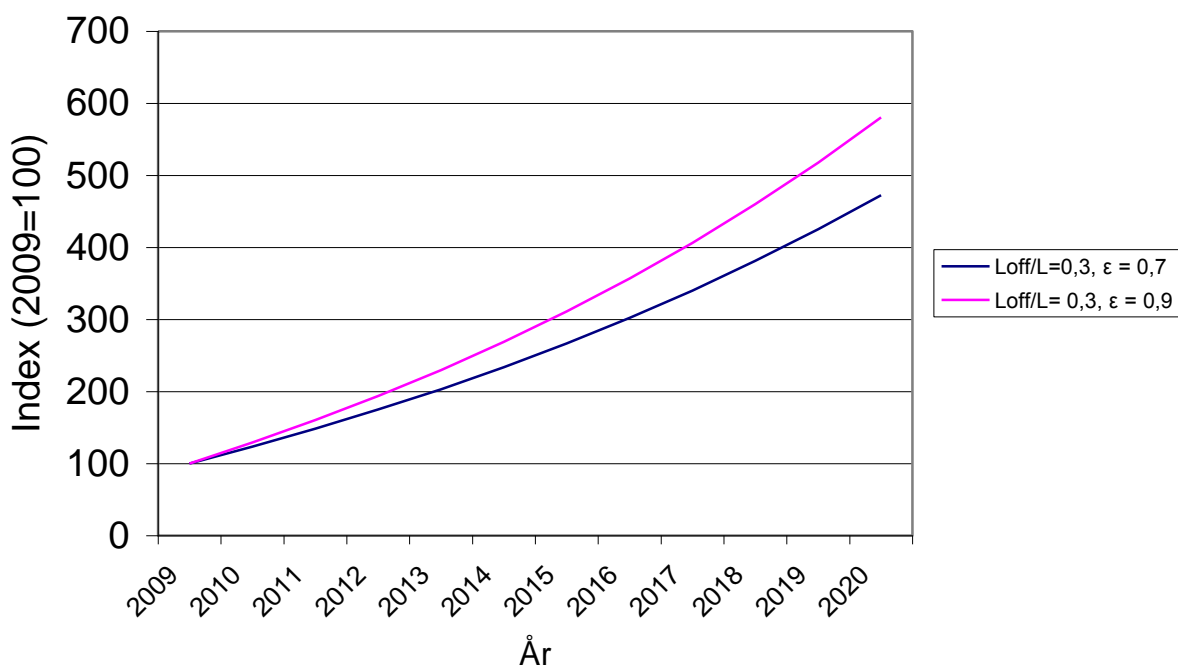
Tillväxttakt i BNP per capita



Figur 6.1. Tillväxttakten i BNP per capita då ε antar värdena 0,7 och 0,9 och den offentliga sektorn utgör 30 procent av ekonomin. Skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita minskar med tiden, varför värdet på ε på sikt spelar allt mindre roll.

I figur 6.2 nedan redovisas utvecklingen av BNP per capita i indexform då ϵ antar värdena 0,7 och 0,9. Även detta diagram illustrerar utvecklingen då den offentliga sektorn utgör 30 procent av den totala ekonomin. Precis som ovan motiveras denna begränsning av diagrammets syfte att illustrera utvecklingen i BNP per capita beroende på hur stor betydelse den offentliga sektorn anses ha för skapandet av nytt humankapital. Den offentliga sektorns storlek är därmed av mindre betydelse i detta diagram. Den initialt höga tillväxttakten i BNP per capita på 24 respektive 29 procent avtar med tiden och uppgår år 2020 till 11 respektive 12 procent. Detta innebär att nivån på BNP per capita år 2020 kommer att vara 4,7 respektive 5,8 gånger dess nivå år 2009, vilket får ses som ett högst orimligt resultat.

Index över BNP per capita



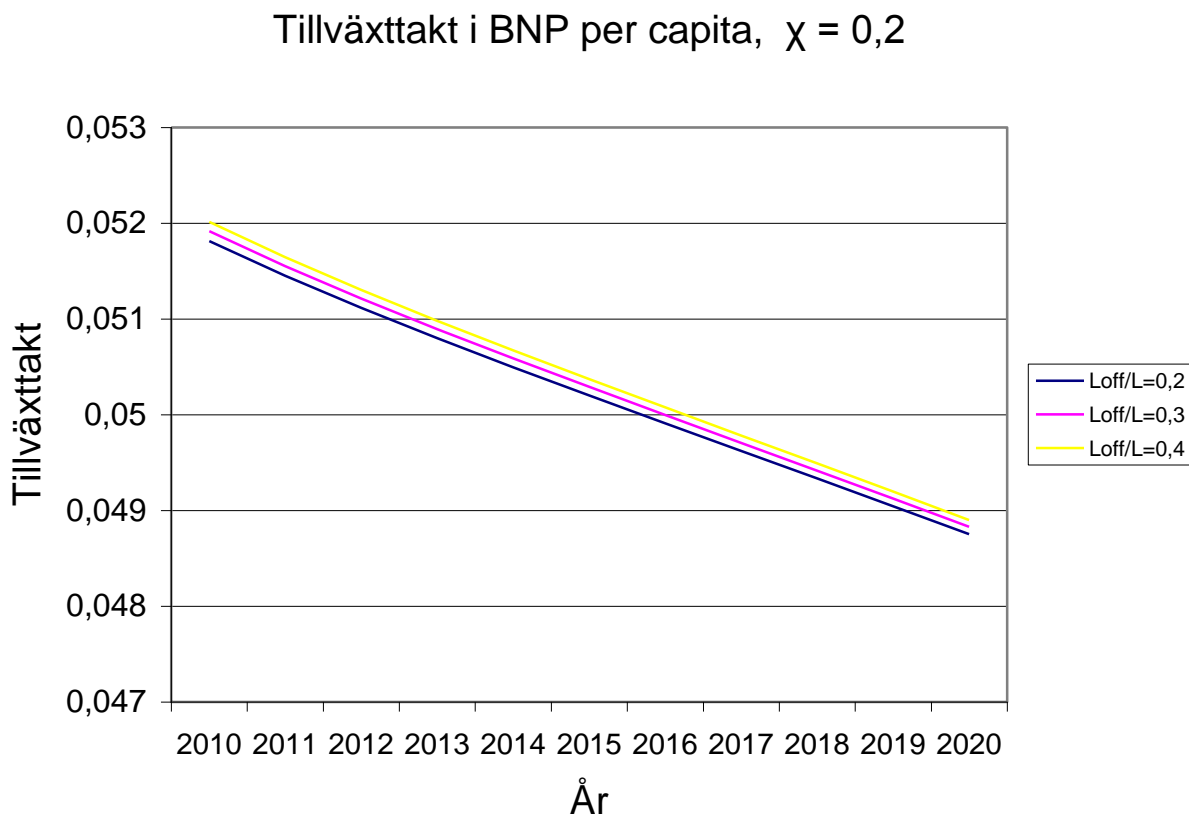
Figur 6.2. Utvecklingen av BNP per capita i indexform då den offentliga sektorns andel av ekonomin är 30 procent och ϵ antar värdena 0,7 och 0,9.

Då värdet på χ , som anger den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften, ändras till 0,4 sjunker visserligen den initiala tillväxttakten i BNP per capita till cirka 10,2 respektive 12,5 procent, men resultatet tyder ändå på att de antagna värdena på ϵ är alltför höga.

För att undersöka om så är fallet testas modellen också för ϵ är lika med 0,1⁴³. Den initiala tillväxttakten i BNP per capita sjunker då till cirka 5,2 procent och skillnaden i tillväxttakt

⁴³ χ antar då återigen värdet 0,2.

beroende på den offentliga sektorns storlek är 0,02 procent. Även i denna simulering är tillväxttakten högst för en offentlig sektor utgörande 40 procent av den totala ekonomin. Tillväxttakten i BNP per capita avtar med tiden och uppgår år 2020 till cirka 4,9 procent med skillnader i storleksordningen 0,015 procent beroende på den offentliga sektorns storlek. Detta illustreras i figur 6.3:



Figur 6.3. Skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita beroende på den offentliga sektorns storlek då $\chi = 0,2$. För att illustrera skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita beroende på den offentliga sektorns storlek sträcker sig detta diagram över en relativt kort tidsperiod (10 år).

En initial tillväxttakt på 5,2 procent i BNP per capita ter sig mer realistiskt än den uppvisade tillväxttakten på 24 respektive 29 procent då ε är lika med 0,7 och 0,9, men är möjligtvis fortfarande något hög.

Det kan emellertid också tänkas att ett högt värde på ε överskattar betydelsen av den offentliga sektorn för skapandet av humankapital i relation till betydelsen av det redan befintliga humankapitalet, symboliserat av exponenten γ . Därför testas γ också för värdet 0,8 då ε är lika med 0,1. BNP per capita uppvisar då en initial tillväxttakt på cirka 14,5 procent.

Även denna tillväxttakt tycks orealistiskt hög, varför det kan anses troligt att γ antar ett värde närmare noll än ett⁴⁴.

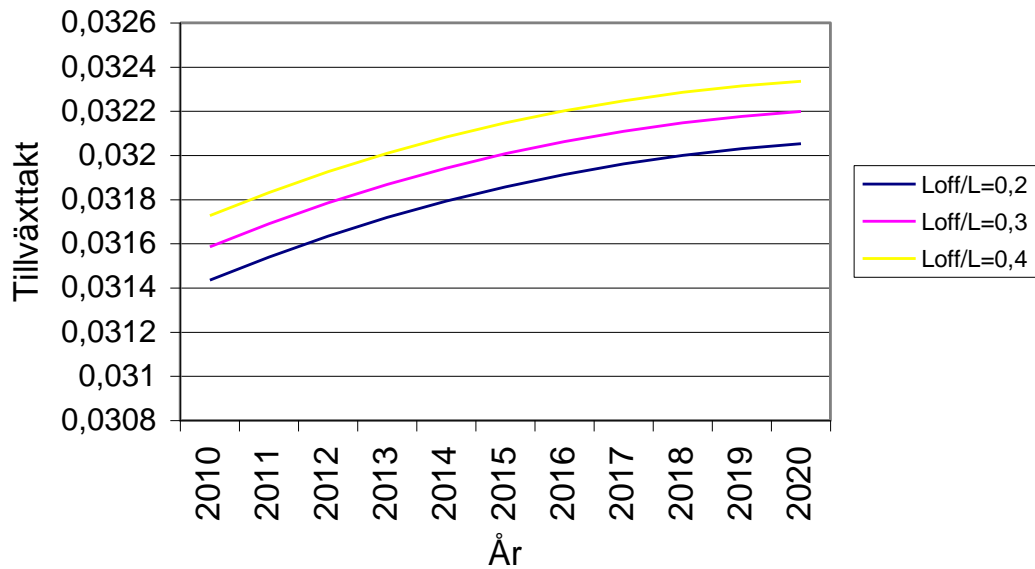
En försiktig slutsats är därmed att exponenterna ε och γ båda bör anta värden närmare noll än ett för att modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor ska kunna beskriva verkligheten på ett så bra sätt som möjligt. Resultaten manar således till försiktighet när det gäller att uppskatta såväl den offentliga sektorns betydelse för skapandet av nytt humankapital som betydelsen av det redan befintliga humankapitalet.

6.2 Den offentliga sektorns betydelse för befolkningstillväxten

Denna del av simuleringen utgår från konstanta värden på övriga variabler i enlighet med föregående avsnitt. ε antas därmed vara lika med 0,1 och γ antar värdet 0,2. Istället testas nu värdet 0,4 på exponenten χ , som anger den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften. Detta medför en initial tillväxttakt på cirka 3,2 procent, med en skillnad på cirka 0,015 procent beroende på den offentliga sektorns storlek. Återigen uppvisar en offentlig sektor utgörande 40 procent av ekonomin den högsta tillväxttakten i BNP per capita. Detta illustreras i figur 6.4:

⁴⁴ För att söka justera för denna till synes höga tillväxttakt skulle det vara möjligt att i ekvation 4.6, som beskriver den offentliga sektorns betydelse för skapandet av humankapital, inkorporera en variabel som tar hänsyn till produktiviteten i utbildningssektorn. Denna variabel, som antar ett värde mellan noll och ett, kommer att ha betydelse för såväl mängden humankapital som tillväxttakten i humankapitalet så som det uttrycks när ekonomin inte befinner sig i jämvikt. Eftersom denna variabel av modelltekniska skäl dock inte kommer att påverka vare sig nivån på eller tillväxttakten i BNP per capita, tas i simuleringens återstående delar ingen hänsyn till förekomsten av en sådan variabel.

Tillväxttakt i BNP per capita



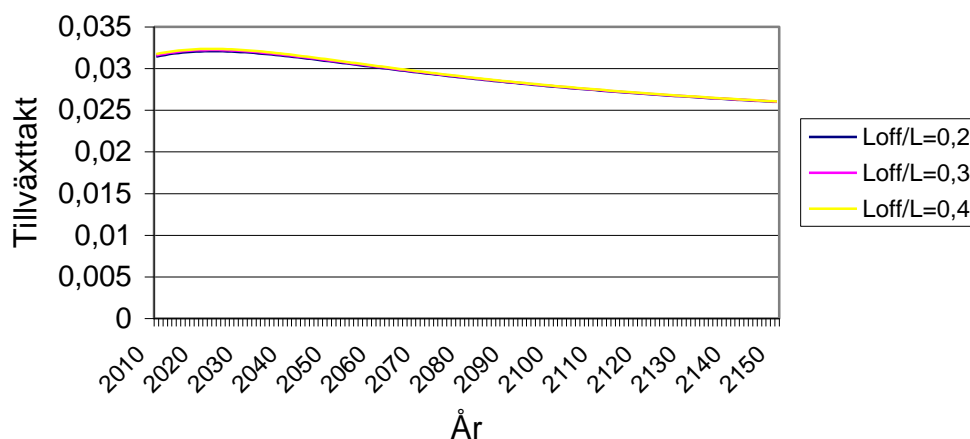
Figur 6.4. Skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita beroende på den offentliga sektorns storlek då $\chi=0,4$. För att tydliggöra denna skillnad sträcker sig diagrammet över en tidsperiod på endast 10 år.

Detta resultat kan jämföras med tillväxttakten i BNP per capita när χ antas vara lika med 0,2, vilken då initialt uppgår till cirka 5,2 procent och visas i figur 6.3 ovan.

Det kan verka egendomligt att tillväxttakten i BNP per capita tycks öka när modellen föreskriver att effekten av den offentliga sektorn på tillväxttakten i ekonomin ska vara avtagande⁴⁵. I figur 6.5 nedan illustreras dock utvecklingen av tillväxttakten i BNP per capita i ett längre tidsperspektiv. Då framgår tydligt att den initialt ökande tillväxttakten endast är av temporär art, och att denna tillväxttakt sedan avtar. År 2150 är tillväxttakten i BNP per capita 2,6 procent med variationer i storleksordningen 0,005 procent beroende på den offentliga sektorns storlek. Denna skillnad kan tyckas liten, men det bör poängteras att modellen ändå uppvisar den tillväxteffekt som diskuteras i avsnitt 4.6.1.

⁴⁵ Se avsnitt 4.4.

Tillväxttakt i BNP per capita



Figur 6.5. Utvecklingen av tillväxttakten i BNP per capita i ett längre tidsperspektiv (140 år) då χ antar värdet 0,4.

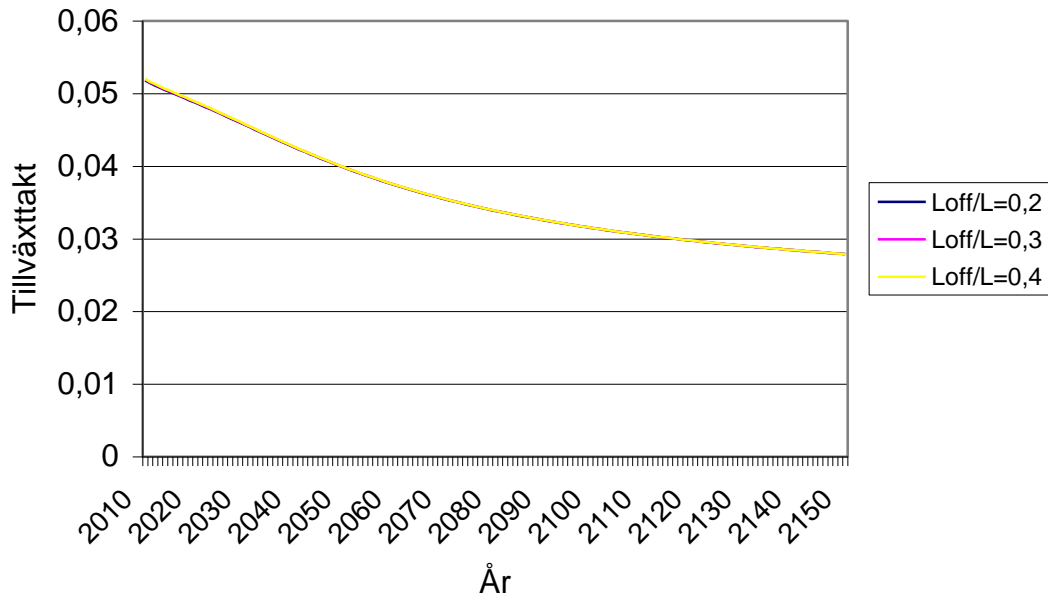
Att tillskriva den offentliga sektorn relativt stor betydelse för tillväxttakten i befolkningen påverkar således tillväxttakten i BNP per capita främst inledningsvis. Att tillväxttakten i befolkningen, och därmed i BNP per capita⁴⁶, uppvisar en initialt ökande men därefter avtagande utveckling är också intuitivt rimligt. En engångsökning i befolkningsmängden har till en början effekt på tillväxttakten i befolkningen. Ju längre tiden går, desto mindre inverkan har dock befolkningsökningen på denna tillväxttakt eftersom beräkningen av tillväxttakten i befolkningen då tar sin utgångspunkt i denna större befolkningsmängd.

Motsvarande utveckling av tillväxttakten i BNP per capita då χ är lika med 0,2 visas i figur 6.6 nedan. Den initiala tillväxttakten är i detta fall cirka 5,2 procent. Skillnaden i initial tillväxttakt beroende på den offentliga sektorns storlek uppgår till 0,02 procent⁴⁷.

⁴⁶ Se avsnitt 7 för en diskussion kring befolkningstillväxtens betydelse för utvecklingen i BNP per capita.

⁴⁷ Se figur 6.3.

Tillväxttakt i BNP per capita, $\chi = 0,2$



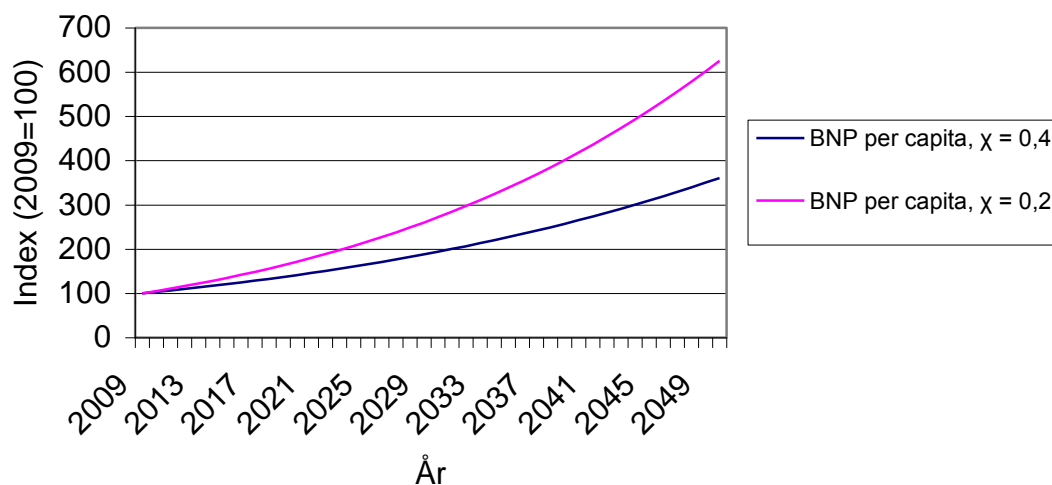
Figur 6.6. Utvecklingen av tillväxttakten i BNP per capita i ett längre tidsperspektiv (140 år) då χ antar värdet 0,2.

Det ter sig således som om exponenten χ och de olika värden som antas på denna har relativt stor betydelse för resultatet vad gäller den initiala tillväxttakten i BNP per capita. På längre sikt avtar denna effekt, men det bör poängteras att tillväxttakten i BNP per capita fortfarande skiljer sig åt beroende på vilken betydelse som tillskrivs den offentliga sektorns möjlighet att påverka tillväxttakten i befolkningen. Skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita beroende på om χ antar värdet 0,2 eller 0,4 uppgår år 2150 till 0,19 procent.

Slutligen bör uppmärksammas att samtliga grafer i figur 6.1, figur 6.3, figur 6.5 och figur 6.6 antyder en avtagande tillväxttakt i BNP per capita. Denna tendens stämmer väl med modellens antagande att effekten av den verksamhet som bedrivs inom den offentliga sektorn är avtagande såväl när det gäller dess betydelse för befolkningstillväxten som dess inverkan på skapandet av nytt humankapital.

Att tillväxttakten i BNP per capita skiljer sig åt beroende på vilken betydelse den offentliga sektorn tillskrivs för tillväxttakten i befolkningen är i sig ett intressant resultat. Av största intresse är dock också att undersöka vilka implikationer detta resultat har för nivån på BNP per capita, vilket illustreras i figur 6.7:

Index över BNP per capita

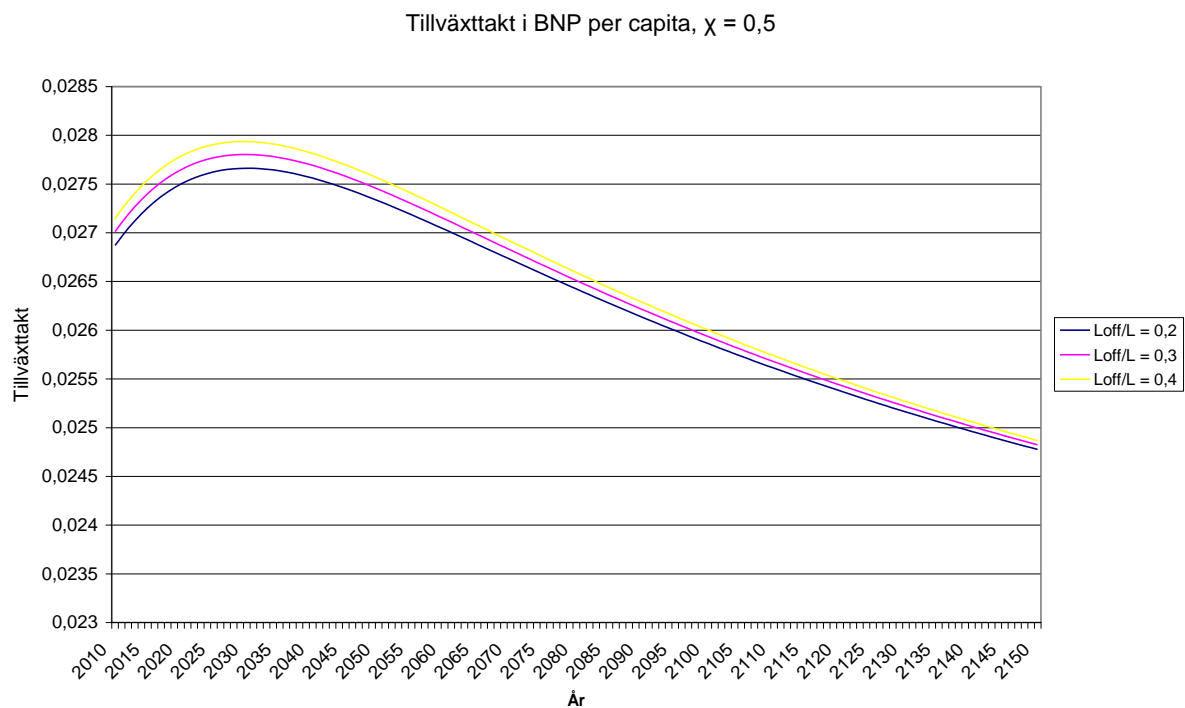


Figur 6.7. Utvecklingen av BNP per capita i indexform med en initial tillväxttakt på 5,2 respektive 3,2 procent beroende på vilket värde som antas på χ .

Det bör påpekas att den årliga tillväxttakten, som ligger till grund för utvecklingen i BNP per capita i figur 6.7, är beräknad som ett genomsnitt av tillväxttakten i BNP per capita för olika storlek på den offentliga sektorn⁴⁸. Detta görs främst för att underlätta illustrationen i diagramform. Vissa detaljer går därmed förlorade, men eftersom tillväxttakten inte uppvisar några exceptionella skillnader beroende på den offentliga sektorns storlek anses detta tillvägagångssätt acceptabelt. Figuren tydliggör den relativt stora skillnad i utvecklingen av BNP per capita som uppkommer till följd av skillnaden i initial tillväxttakt. Enligt simuleringen och figur 6.7 kommer BNP per capita år 2050 att vara 6,3 respektive 3,6 gånger större än BNP per capita år 2009, beroende på vilket värde χ antar.

Det ter sig således som om ett värde på χ lika med 0,4 medför en lägre och mer realistisk nivå på och tillväxttakt i BNP per capita. För att ytterligare undersöka effekterna på tillväxttakten i BNP per capita beroende på den offentliga sektorns inverkan på befolkningstillväxten testas χ också för värdena 0,3 och 0,5. Då χ är lika med 0,3 uppvisar BNP per capita en initial tillväxttakt på cirka 3,9 procent, och skillnaden i tillväxttakt beroende på den offentliga sektorns storlek uppgår till 0,027 procent. Om χ istället antar värdet 0,5 är den initiala tillväxttakten i BNP per capita 2,7 procent med en skillnad på 0,028 procent beroende på den offentliga sektorns storlek. Detta illustreras i figur 6.8:

⁴⁸ Eftersom tillväxttakten i BNP per capita beräknas med år 2009 som startår är det inte möjligt att erhålla ett värde på tillväxttakten i BNP per capita för detta år. Tillväxttakten för år 2009 är därför i själva verket den beräknade tillväxttakten för år 2010, men då figur 6.7 syftar till att belysa den långsiktiga utvecklingen av BNP per capita är denna "tidsfördröjning" av sekundär betydelse.



Figur 6.8. Utvecklingen av tillväxttakten i BNP per capita i ett längre tidsperspektiv (140 år) då χ antar värdet 0,5.

Då χ är lika med 0,5 tillskrivs den offentliga sektorn således än större betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften. BNP per capita uppvisar mycket tydligt en initialt ökande men därefter avtagande tillväxttakt. Att tillväxttakten i BNP per capita skulle skilja sig åt i denna utsträckning och under en så lång tidsperiod enbart beroende på den offentliga sektorns inverkan på tillväxttakten i befolkningen tycks något orealistiskt. Av denna anledning anses det också rimligt att dra slutsatsen att χ bör anta ett värde lika med eller i närheten av 0,4 för att tillväxttakten i BNP per capita ska utvecklas på ett realistiskt sätt.

En försiktig slutsats är därmed att den offentliga sektorn bör tillskrivas förhållandevis stor betydelse för tillväxttakten i befolkningen för att modellen ska generera rimliga värden på såväl nivån på som tillväxttakten i BNP per capita. Att simuleringen uppvisar dessa resultat är trovärdigt också ur modellteknisk synvinkel. Ett högre värde på χ medför per automatik en högre tillväxttakt i befolkningen, vilket i sin tur resulterar i en lägre tillväxttakt i BNP per capita⁴⁹.

⁴⁹ Se avsnitt 4.6.2 för en mer utförlig diskussion angående relationen mellan tillväxttakten i befolkningen och tillväxttakten i BNP per capita.

6.3 Den offentliga sektorns lägre produktivitet

Den förmodade lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn påverkar BNP per capita genom förekomsten av parametern τ . De simuleringsresultat som redovisas i avsnitt 6.1 och 6.2 antar ett värde på τ lika med 0,9, vilket innebär att produktiviteten inom den offentliga sektorn är 90 procent av produktiviteten inom den privata sektorn. För att undersöka effekterna på BNP per capita av att inkludera parametern τ testas denna nu för värdet 0,5.

Resultatet av denna ändring borde intuitivt vara att nivån på BNP per capita blir lägre än då τ är lika med 0,9. Simuleringen avslöjar dock att så inte är fallet. Resultatet uppvisar inga skillnader gentemot den simulering som genomförs med ett värde på τ lika med 0,9, varken när det gäller nivån på eller tillväxttakten i BNP per capita. Detta gäller även då simuleringen kontrollerar för förändringar i andra relevanta variabler. Samma resultat, det vill säga ingen effekt av förändringen i τ , ges oavsett om ε antas vara lika med 0,9, 0,7 eller 0,1 och oavsett om χ antas vara lika med 0,2 eller 0,4.

Eftersom ingen skillnad finnes mellan de situationer då τ antar värdena 0,5 och 0,9, kvarstår också skillnaderna i tillväxttakt beroende på den offentliga sektorns storlek, vilka redovisas och diskuteras i föregående avsnitt.

Den förmodade lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn kan inom modellen också uttryckas genom det valda värdet på exponenterna β och $1-\beta$. Därför testas exponenten $1-\beta$, som symboliserar den offentliga sektorns bidrag till den totala produktionen, för värdena 100 procent och 80 procent av den offentliga sektorns andel av den totala ekonomin.

Precis som i fallet med parametern τ uppvisar denna simulering ingen skillnad i vare sig nivån på eller tillväxttakten i BNP per capita när värdet på $1-\beta$ ändras. Även skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita till följd av olika storlek på den offentliga sektorn kvarstår därmed. Det beskrivna utfallet gäller oavsett om τ antar värdet 0,5 eller 0,9.

Att den långsiktiga tillväxttakten i BNP per capita inte påverkas av den förmodade lägre produktiviteten i den offentliga sektorn är möjligen inte så förvånande med tanke på hur modellen beskriver vilka variabler som påverkar tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt⁵⁰. Desto mer överraskande är det dock att simuleringen uppvisar så svaga resultat även vad gäller effekterna på nivån på BNP per capita.

Det är emellertid troligt att dessa svaga resultat beror på konstruktionen av modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor. Som beskrivs i avsnitt 5.4 beräknas nivån på teknologin med hjälp av övriga variabler i modellen. Att anta olika värden på τ och β medför

⁵⁰ Se ekvation 4.8 och ekvation 4.9.

således att det uträknade värdet på teknologin ändras. Eftersom ingångsvärdena för BNP och befolkningsmängden samtidigt behålls konstanta, medför olika värden på τ och β endast att det beräknade värdet på teknologin ändras. Nivån på och tillväxttakten i BNP per capita påverkas däremot inte. Nivån på teknologin fungerar i denna modell således som ett "skydd" för förändringar i modellens övriga variabler. Detta kan naturligtvis anses vara en svaghet hos den utvecklade modellen och det får ses som en uppgift för den framtida utvecklingen av nya modeller att på ett bättre och mer heltäckande sätt ta hänsyn till den lägre produktiviteten inom den offentliga sektorn.

7. Slutsats och diskussion

Den genomförda simuleringen implicerar att storleken på den offentliga sektorn har en positiv inverkan på tillväxttakten i BNP per capita inom ramen för modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor. I samtliga testade situationer uppvisas högst tillväxttakt i BNP per capita då den offentliga sektorn antas utgöra 40 procent av den totala ekonomin. Näst högst tillväxttakt fås då den offentliga sektorns andel är 30 procent, och följaktligen uppvisar en offentlig sektor utgörande 20 procent av ekonomin den vid jämförelse lägsta tillväxttakten.

Skillnaden i tillväxttakt i BNP per capita varierar mellan 0,015 och 0,028 procent i de tester som resulterar i ett rimligt värde på tillväxttakten i BNP per capita⁵¹. En skillnad i tillväxttakt på 0,015-0,028 procent beroende på den offentliga sektorns storlek kan möjligen tyckas vara liten i förhållande till den betydelse den offentliga sektorn tillmätts i denna uppsats. Man bör dock komma ihåg att även små skillnader i tillväxttakt på sikt ger effekt på nivån på BNP per capita, varför inte heller de skillnader som framkommer i simuleringen helt bör negligeras. Det får således anses fastställt att den offentliga sektorn har en positiv inverkan på den framtida utvecklingen av BNP per capita.

Det bör samtidigt påpekas att detta resultat till viss del är avhängigt den konstruerade modellen. Modellens uttalade fokusering på den offentliga sektorn och dess förmodade positiva effekter på såväl befolkningstillväxten som skapandet av nytt humankapital påverkar naturligtvis också resultatet av den genomförda simuleringen.

Resultatet av denna simulering tydliggör också att det främst är den initiala tillväxttakten i BNP per capita som påverkas av den offentliga sektorns storlek. I samtliga fall syns en tendens till avtagande skillnad i tillväxttakten i BNP per capita, vilket också föreskrivs av modellen och den diskussion som förs angående den offentliga sektorns positiva men avtagande effekter⁵². Icke desto mindre bekräftas modellens implikation att den offentliga sektorn ger upphov till en tillväxteffekt som är bestående även på lång sikt⁵³. Samtidigt ska kommas ihåg att det med största säkerhet även finns en mängd andra variabler som kan påverka utvecklingen i BNP per capita i lika stor, eller större, utsträckning.

I diskussionen angående rimliga ingångsvärden på relevanta variabler och parametrar i avsnitt 5.5 antyds att den offentliga sektorn lämpligen bör tillskrivas relativt stor betydelse för

⁵¹ Skillnaden i tillväxttakt uppgår visserligen till 0,13 – 0,17 procent i vissa av de genomförda testerna, men då denna del av simuleringen ger upphov till en initial tillväxttakt i BNP per capita på över 20 procent anses detta resultat inte tillförlitligt.

⁵² Se avsnitt 4.4 och 4.5.

⁵³ Se avsnitt 4.6.1.

skapandet av nytt humankapital, medan dess betydelse för tillväxttakten i befolkningen inte ska överdrivas. Resultatet av simuleringen uppvisar dock resultat som snarare talar för ett omvänt förhållande.

För att modellen ska generera rimliga värden på tillväxttakten i BNP per capita tycks det nödvändigt att tona ner såväl betydelsen av det redan befintliga humankapitalet som den offentliga sektorns betydelse för den humankapitalskapande processen. Modellen påstår i avsnitt 4.5 att den offentliga sektorn har en mycket framträdande och avgörande roll för denna process, men att i simuleringen tillskriva den offentliga sektorn så stor betydelse medför orealistiska konsekvenser för tillväxttakten i BNP per capita.

Inom simuleringen testas också den offentliga sektorns betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften. Resultatet antyder att den offentliga sektorn bör tillskrivas en relativt men inte alltför stor betydelse för tillväxttakten i befolkningen för att modellen ska resultera i realistiska värden på såväl nivån på som tillväxttakten i BNP per capita.

Det skulle kunna argumenteras att modellens implikation angående befolkningstillväxten som central mekanism och koppling mellan den offentliga sektorn och den ekonomiska tillväxten borde medföra en lägre tillväxttakt i BNP per capita då en ökande befolkningens mängd innebär att värdet av den totala produktionen måste delas av fler individer. Detta är i och för sig en korrekt invändning, men för att belysa vikten av tillväxttakten i befolkningen kan också hänvisas till uttrycket för BNP per capita i jämvikt i ekvation 4.10. Samtliga variabler och parametrar i detta uttryck, med undantag för teknologin, A , och antalet sysselsatta i den offentliga sektorn, L_{off} , är konstanta i jämvikt. Tillväxttakten i teknologin bestäms i den utvecklade modellen exogent. Således är det storleken på och tillväxttakten i antalet sysselsatta i den offentliga sektorn som kommer att avgöra hur nivån på BNP per capita i jämvikt utvecklas⁵⁴. Modellens resultat angående den offentliga sektorns relativt stora betydelse för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften innebär således också att den offentliga sektorn genom denna kanal kan påverka nivån på BNP per capita i jämvikt.

Den offentliga sektorns förmodade lägre produktivitet har inom den genomförda simuleringen ingen inverkan på vare sig tillväxttakten i eller nivån på BNP per capita. Detta är ett förvånande resultat med tanke på den aktuella modellens koncentration på de tre huvudsakliga mekanismer genom vilka den offentliga sektorn påverkar utvecklingen av BNP per capita. Intuitivt borde den lägre produktiviteten medföra att mindre produceras, varför också nivån på BNP per capita blir lägre. Resultatet av simuleringen uppvisar dock ingen

⁵⁴ Tillväxttakten i antalet sysselsatta i den offentliga sektorn är lika med tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften. Se bilaga 2, avsnitt B.2.3.

sådan tendens. Huruvida detta beror på att den verkliga effekten av den förmodade lägre produktiviteten inom offentlig sektor inte är så stor som man skulle kunna tro, eller om avsaknaden av en sådan effekt främst beror på den konstruerade modellen återstår att undersöka närmare⁵⁵.

Modellens konstruktion innebär ett implicit antagande om att en offentlig sektor är absolut nödvändig för att produktion ska kunna äga rum⁵⁶. Beroende på vilken storlek den offentliga sektorn antar framkommer skillnader i tillväxttakten i BNP per capita. Dessa skillnader är dock små i jämförelse med de skillnader som framkommer då den offentliga sektorn tillskrivs olika stor betydelse för skapandet av nytt humankapital och för tillväxttakten i befolkningen. För att modellen ska kunna beskriva verkligheten på ett trovärdigt sätt är det därför framför allt den offentliga sektorns inverkan på dessa presenterade mekanismer som är av yttersta betydelse⁵⁷.

För att kunna dra mer långtgående och fulltäckande slutsatser angående den offentliga sektorns inverknings på ekonomin krävs en mer detaljerad modell än den som har utvecklats och analyserats inom ramen för denna uppsats. Om syftet är att kunna uttala sig om den offentliga sektorns konsekvenser för och inverkan på ekonomin i dess helhet kan inte helt bortses från den utvecklade modellens tillkortakommanden. Det skulle exempelvis vara önskvärt att ta hänsyn till eventuella snedvridningar i ekonomin till följd av den offentliga sektorn och de skatter och transfereringar som denna nödvändiggör. Vidare vore det intressant att försöka inkorporera och tydliggöra betydelsen av humankapital för en ekonomis innovationsbenägenhet och möjlighet till teknisk utveckling.

Icke desto mindre genererar modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor flera intressanta resultat. Om dess utgångspunkt anses rimlig och de attribut som tillskrivs de olika variablerna accepteras kan fastställas att den offentliga sektorn sammantaget har en positiv inverkan på den framtida utvecklingen av BNP per capita.

⁵⁵ Se också avsnitt 6.3 för en diskussion kring denna problematik.

⁵⁶ Se exempelvis produktionsfunktionen i ekvation 4.1.

⁵⁷ Som en parentes kan nämnas att till och med en offentlig sektor utgörande blott 1 procent av ekonomin resulterar i endast en marginellt lägre tillväxttakt i BNP per capita jämfört med övriga testade storlekar. Skillnaden i tillväxttakt då den offentliga sektorn utgör 0,1 respektive 40 procent av ekonomin är cirka 0,06 procent. Detta resultat bekräftar ytterligare intrycket att den utvecklade modellen resulterar i störst skillnader i tillväxttakten i BNP per capita då den offentliga sektorn tillskrivs olika stor betydelse för presenterade mekanismer i ekonomin.

8. Referenser

Abramovitz, Moses (1995), *Tankar om tillväxt*. Stockholm: SNS Förlag

Afonso, António, Schuknecht, Ludger och Tanzi, Vito (2005), "Public sector efficiency: An international comparison", *Public Choice*. Vol.123 No.3-4

Agell, Jonas, Lindh, Thomas och Ohlsson, Henry (1997), "Growth and the public sector: A critical review essay", *European Journal of Political Economy*. Vol.13. No.1

Agell, Jonas, Ohlsson, Henry och Skogman Thoursie, Peter (2006), "Growth effects of government expenditure and taxation in rich countries: A comment", *European Economic Review*. Vol. 50. No. 1

Angelopoulos, Konstantinos, Philippopoulos, Apostolis och Tsionas Efthymios (2008), "Does public sector efficiency matter? Revisiting the relation between fiscal size and economic growth in a world sample", *Public Choice*. Vol. 137. No.1-2

Björklund, Anders och Lindahl, Mikael (2005), *Utbildning och ekonomisk utveckling: vad visar den empiriska forskningen om orsakssambanden?*. Stockholm: Finansdepartementet, Regeringskansliet

Fölster, Stefan och Henrekson, Magnus (1999), "Growth and the public sector: a critique of the critics", *European Journal of Political Economy*. Vol.15. No.2

Fölster, Stefan och Henrekson, Magnus (2001), "Growth effects of government expenditure and taxation in rich countries", *European Economic Review*. Vol. 45. No. 8

Gemmel, Norman (1987), "A Model of Unbalanced Growth: The Market versus the Non-Market Sector of the Economy", *Oxford Economic Papers*. Vol. 39. No.2

Henrekson, Magnus (1994), *Offentlig sektor och ekonomisk tillväxt*. Stockholm: Fackföreningsrörelsens institut för ekonomisk forskning (FIEF)

Heston Alan, Summers Robert and Aten Bettina (2009). *Penn World Table Version 6.3*. Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania.

Jones, Charles I. (2002), *Introduction to Economic Growth*. Andra upplagan. New York : W.W. Norton

Lindert, Peter H. (2005), *Välfärdsstatens expansion. Ekonomisk tillväxt och offentlig sektor under 200 år*. Stockholm: SNS förlag

OECD1 = OECD (2007). *OECD Social Indicators 2006 Edition*.
<http://www.oecd.org/dataoecd/26/40/38785295.htm>. Hämtad 2010-01-04.

OECD2 = OECD (2008). *OECD Factbook 2008: Economic, Environmental and Social Statistics*. <http://www.oecd.org/dataoecd/26/40/38785295.htm>. Hämtad 2010-01-04.

OECD3 = OECD (2007). *National Accounts of OECD Countries*.
http://puck.sourceoecd.org/vl=3557548/cl=19/nw=1/rpsv/figures_2007/en/c009/page26.htm.
Hämtad 2010-01-04.

OECD4 = OECD (2008). *OECD Factbook 2008: Economic, Environmental and Social Statistics*. <http://www.oecd.org/dataoecd/26/40/38785295.htm>. Hämtad 2009-12-01.

SCB1 = SCB (2009), *Offentlig ekonomi 2009*
http://www.scb.se/statistik/_publikationer/OE0903_2009A01_BR_OE06BR0901.pdf.
Hämtad 2009-11-10.

SCB2 = SCB (2008) *Arbetskraftsundersökningarna 2007*.
http://www.scb.se/statistik/AM/AM0401/2007A01/AM0401_2007A01_SM_AM12SM0801.pdf. Hämtad 2009-11-19

SCB3 = SCB (2009) *Befolkningsstatistik i sammandrag 1960 - 2008 (korrigerad version 2009-05-13)*. http://www.scb.se/Pages/TableAndChart_26040.aspx. Hämtad 2009-11-25.

SCB4 = SCB (2008) *Nationalräkenskaper 1993-2006*.

http://www.scb.se/statistik/NR/NR0102/2008A06d/NR0102_2008A06d_SM_NR10SM0801.pdf. Hämtad 2009-11-25.

Tarschys, Daniel (1976). *Offentlig sektor i tillväxt*. Stockholm: Studieförbundet Näringsliv och Samhälle

Bilaga 1. Lista över förkortningar

Y: total produktion, BNP

y: BNP per capita

g_y *: tillväxttakt i BNP per capita i jämvikt

Y_{privat} : produktion i den privata sektorn

$Y_{\text{offentlig}}$: produktion i den offentliga sektorn

K: total mängd realkapital

L: total arbetskraft

L_{off} : antal sysselsatta i offentlig sektor

L_{privat} : antal sysselsatta i privat sektor

$\frac{L_{\text{off}}}{L}$ = andel sysselsatta i offentlig sektor

$\frac{L_{\text{privat}}}{L}$ = andel sysselsatta i privat sektor

A: nivå på teknologin

g_A : tillväxttakt i teknologin

d: deprecieringstakt för realkapitalet

s: sparkvot

n: tillväxttakt i befolkningen vid frånvaro av en offentlig sektor

$$\tilde{y} = \frac{Y}{AhL}$$

$$\tilde{k} = \frac{K}{AhL}$$

h: humankapital per person. h symboliserar också den totala mängden humankapital i ekonomin.

h_{off} : mängd humankapital i den offentliga sektorn

h_{privat} : mängd humankapital i den privata sektorn

$\frac{h_{\text{off}}}{h}$ = andel humankapital i den offentliga sektorn

$\frac{h_{\text{privat}}}{h}$ = andel humankapital i den privata sektorn

g_h : tillväxttakt i humankapitalet

g_h *: tillväxttakt i humankapitalet i jämvikt

ψ : kvalitet på utbildning

u: genomsnittligt antal utbildningsår per person

γ : betydelsen av befintligt humankapital för skapandet av nytt humankapital

ϵ : betydelsen av offentlig sektor för skapandet av nytt humankapital

g_L : tillväxttakt i befolkningen och arbetskraften

$g_{L_{privat}}$: tillväxttakt i antalet sysselsatta i privat sektor

$g_{L_{off}}$: tillväxttakt i antalet sysselsatta i offentlig sektor

χ : betydelsen av offentlig sektor för tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften

τ : produktiviteten i offentlig sektor i förhållande till produktiviteten i privat sektor

λ : andel realkapital i den privata sektorn

$1-\lambda$: andel realkapital i den offentliga sektorn

ω : andel humankapital i den privata sektorn

$1-\omega$: andel humankapital i den offentliga sektorn

β : den privata sektorns bidrag till/betydelse för produktionen

$1-\beta$: den offentliga sektorns bidrag till/betydelse för produktionen

α : faktorprisersättning till realkapitalet

$1-\alpha$: faktorprisersättning till aktuell variabel

u (i Lucas-modellen): tid i arbete

$1-u$ (i Lucas-modellen): tid för humankapitalackumulering

Bilaga 2. Lösning av modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor

B.2.1 Tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt

Produktionsfunktionen i modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor har följande utseende:

$$\begin{aligned}
 Y &= Y_{privat}^\beta Y_{offentlig}^\beta = \\
 &= \left((\lambda K)^\alpha (A h_{privat} L_{privat})^{1-\alpha} \right)^\beta \left(((1-\lambda)K)^\alpha (\tau A h_{off} L_{off})^{1-\alpha} \right)^{1-\beta}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Denna funktion logaritmeras:

$$\begin{aligned}
 \ln Y &= \beta(\alpha(\ln \lambda + \ln K) + (1-\alpha)(\ln A + \ln h_{privat} + \ln L_{privat})) \\
 &+ (1-\beta)(\alpha(\ln(1-\lambda) + \ln K) + (1-\alpha)(\ln \tau + \ln A + \ln h_{off} + \ln L_{off}))
 \end{aligned}$$

Den logaritmerade funktionen deriveras sedan med avseende på tiden i syfte att få fram tillväxttakten i BNP:

$$\begin{aligned}
 \frac{d \ln Y}{d t} &= \beta \left(\alpha \left(\frac{d \ln \lambda}{d t} + \frac{d \ln K}{d t} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{d \ln A}{d t} + \frac{d \ln h_{privat}}{d t} + \frac{d \ln L_{privat}}{d t} \right) \right) \\
 &+ (1-\beta) \left(\alpha \left(\frac{d \ln(1-\lambda)}{d t} + \frac{d \ln K}{d t} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{d \ln \tau}{d t} + \frac{d \ln A}{d t} \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{d \ln h_{off}}{d t} + \frac{d \ln L_{off}}{d t} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Tillväxttakten i BNP blir således:

$$\begin{aligned}
 g_Y &= \beta \left(\alpha (g_\lambda + g_K) + (1-\alpha) (g_A + g_{h_{privat}} + g_{L_{privat}}) \right) \\
 &+ (1-\beta) \left(\alpha (g_{1-\lambda} + g_K) + (1-\alpha) (g_\tau + g_A + g_{h_{off}} + g_{L_{off}}) \right)
 \end{aligned}$$

Vissa delar av uttrycket ovan kan förenklas:

$$g_L = g_{L_{privat}} = g_{L_{off}} \quad (\text{se bilaga B.2.3})$$

$$g_h = g_{h_{privat}} = g_{h_{off}} \quad (\text{se bilaga B.2.4})$$

τ och λ är båda andelar, vilket innebär att de inte kan växa i jämvikt. Således är $g_\tau = 0$ och

$$g_\lambda = g_{1-\lambda} = 0$$

Eftersom kvoten $\frac{Y}{K}$ måste växa i samma takt i jämvikt för att $\dot{k} = 0$ i jämvikt⁵⁸, följer också att

$$g_K = g_Y,$$

Därmed kan vi också beräkna tillväxttakten i BNP i jämvikt:

$$\begin{aligned} g_Y &= \beta(\alpha g_Y + (1-\alpha)(g_A + g_h + g_L)) + (1-\beta)(\alpha g_Y + (1-\alpha)(g_A + g_h + g_L)) \\ g_Y - \alpha \beta g_Y - (\alpha - \alpha \beta) g_Y &= \beta(1-\alpha)(g_A + g_h + g_L) + (1-\beta)(1-\alpha)(g_A + g_h + g_L) \\ g_Y(1-\alpha \beta - \alpha + \alpha \beta) &= ((1-\alpha)(g_A + g_h + g_L))(\beta + (1-\beta)) \\ g_Y(1-\alpha) &= (1-\alpha)(g_A + g_h + g_L) \\ g_Y^* &= g_A + g_h + g_L \end{aligned}$$

Ovan uttrycks tillväxttakten i termer av total BNP. Därför justeras uttrycket så att det istället avser tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt:

$$\begin{aligned} g_Y &= g_y + g_L \Leftrightarrow g_y = g_Y - g_L \\ \rightarrow g_y &= g_A + g_h + g_L - g_L \\ g_y^* &= g_A + g_h \end{aligned} \tag{4.8}$$

B.2.2 BNP per capita i jämvikt

Produktionsfunktionen för modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor har följande utseende:

$$\begin{aligned} Y &= Y_{privat}^\beta Y_{offentlig}^\beta = \\ &= ((\lambda K)^\alpha (Ah_{privat} L_{privat})^{1-\alpha})^\beta (((1-\lambda)K)^\alpha (\tau Ah_{off} L_{off})^{1-\alpha})^{1-\beta} \end{aligned} \tag{4.4}$$

Tillväxttakten i BNP per capita beror på teknologin och humankapitalet:

$$g_y^* = g_A + g_h \quad (\text{se avsnitt B.2.1})$$

Definitioner:

$$\tilde{y} = \frac{Y}{AhL} \text{ och } \tilde{k} = \frac{K}{AhL}$$

Med hjälp av informationen ovan beräknas nu ett uttryck för \tilde{y} :

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= \frac{(\lambda K)^{\alpha\beta} (Ah_{privat} L_{privat})^{(1-\alpha)\beta} ((1-\lambda)K)^{\alpha(1-\beta)} (\tau Ah_{off} L_{off})^{(1-\alpha)(1-\beta)}}{AhL} = \\ &= \frac{\lambda^{\alpha\beta} (1-\lambda)^{\alpha(1-\beta)} K^{\alpha\beta + \alpha - \alpha\beta} \left((Ah_{privat} L_{privat})^\beta \right)^{1-\alpha} \left((\tau Ah_{off} L_{off})^{1-\beta} \right)^{1-\alpha}}{AhL} = \end{aligned}$$

⁵⁸ se avsnitt B.2.2.

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^\alpha K^\alpha \left((Ah_{privat}L_{privat})^\beta (\tau Ah_{off}L_{off})^{1-\beta} \right)^{1-\alpha}}{AhL^\alpha AhL^{1-\alpha}} = \\
&= (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^\alpha \left(\frac{K}{AhL} \right)^\alpha \left(\frac{(Ah_{privat}L_{privat})^\beta (\tau Ah_{off}L_{off})^{1-\beta}}{AhL} \right)^{1-\alpha} = \\
&= (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^\alpha \tilde{k}^\alpha \left(\frac{A^\beta A^{1-\beta} (h_{privat}L_{privat})^\beta (\tau h_{off}L_{off})^{1-\beta}}{AhL} \right)^{1-\alpha} = \\
&= (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^\alpha \tilde{k}^\alpha \left(\frac{h_{privat}^\beta L_{privat}^\beta \tau^{1-\beta} h_{off}^{1-\beta} L_{off}^{1-\beta}}{h^\beta h^{1-\beta} L^\beta L^{1-\beta}} \right)^{1-\alpha} \\
\tilde{y} &= (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^\alpha \tilde{k}^\alpha \left(\frac{h_{privat}}{h} \right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L} \right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{h_{off}}{h} \right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \\
&\quad \left(\frac{L_{off}}{L} \right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)}
\end{aligned}$$

Realkapital ackumuleras även i denna modell enligt ekvation 3.2:

$$\dot{K} = sY - dK$$

$$\text{Enligt definitionen ovan är } \tilde{k} = \frac{K}{AhL}$$

Med hjälp av denna information kan nu ett uttryck för förändringen i \tilde{k} beräknas:

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{k}} &= \frac{K}{AhL} \left(\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{h}}{h} - \frac{\dot{L}}{L} \right) = \frac{K}{AhL} \left(\frac{sY - dK}{K} - g_A - g_h - g_L \right) \\
&= \frac{K}{AhL} \left(s \frac{Y}{K} - d - g_A - g_h - g_L \right) = s \frac{Y}{AhL} - d\tilde{k} - g_A\tilde{k} - g_h\tilde{k} - g_L\tilde{k} \\
&= s\tilde{y} - (d + g_A + g_h + g_L)\tilde{k}
\end{aligned}$$

Eftersom jämvikt innebär att modellens variabler växer med konstant hastighet måste

uttrycket $\tilde{k} = \frac{K}{AhL}$ vara konstant i jämvikt.

$\dot{\tilde{k}} = 0$ i jämvikt medför att:

$$0 = s\tilde{y} - (d + g_A + g_h + g_L)\tilde{k}$$

$$s\tilde{y} = (d + g_A + g_h + g_L)\tilde{k}$$

$$\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L} = \frac{\tilde{k}}{\tilde{y}}$$

Genom att använda det beräknade uttrycket för \tilde{y} ovan finnes \tilde{k} i jämvikt (betecknad \tilde{k}^*):

$$\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L} = \frac{\tilde{k}}{(\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^\alpha \tilde{k}^\alpha \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)}}$$

$$\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L} (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^\alpha \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)} = \tilde{k}^{1-\alpha}$$

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^\beta \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^\beta \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)}$$

$$\left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)} \tau^{(1-\beta)}$$

Med hjälp av uttrycket för \tilde{k}^* kan nu \tilde{y}^* beräknas:

$$\tilde{y}^* = (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^\alpha \tilde{k}^{*\alpha} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\beta(1-\alpha)}$$

$$\left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)}$$

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^\beta \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^\beta \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)} \tau^{(1-\beta)\alpha}$$

$$(\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^\alpha \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)}$$

$$\tilde{y}^* = (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^\alpha (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^{\frac{\alpha\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\alpha\beta} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\alpha\beta} \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{\alpha(1-\beta)}$$

$$\left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{\alpha(1-\beta)} \tau^{\alpha(1-\beta)} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\beta(1-\alpha)} \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{(1-\beta)(1-\alpha)} \tau^{(1-\beta)(1-\alpha)}$$

$$\tilde{y}^* = (\lambda^\beta (1 - \lambda)^{1-\beta})^{\alpha \frac{1-\alpha}{1-\alpha} + \frac{\alpha\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{s}{d + g_A + g_h + g_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^{\alpha\beta + \beta - \alpha\beta} \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^{\alpha\beta + \beta - \alpha\beta}$$

$$\left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{\alpha-\alpha\beta+1-\alpha-\beta+\alpha\beta} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{\alpha-\alpha\beta+1-\alpha-\beta+\alpha\beta} \tau^{\alpha-\alpha\beta+1-\alpha-\beta+\alpha\beta}$$

$$\tilde{y}^* = (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{s}{d+g_A+g_h+g_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{h_{privat}}{h}\right)^\beta \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^\beta \left(\frac{h_{off}}{h}\right)^{1-\beta} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{1-\beta} \tau^{1-\beta}$$

Då det är modellens resultat när det gäller y^* (BNP per capita i jämvikt) som efterfrågas snarare än resultatet för \tilde{y}^* , beräknas nu ett uttryck för BNP per capita i jämvikt:

$$\tilde{y} = \frac{Y}{AhL} = \frac{y}{Ah} \Leftrightarrow y = \tilde{y}Ah$$

Detta medför att:

$$y^* = (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{s}{d+g_A+g_h+g_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{h_{privat}^*}{h^*}\right)^\beta \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^\beta \left(\frac{h_{off}^*}{h^*}\right)^{1-\beta} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{1-\beta} \tau^{1-\beta} Ah^*$$

Modellens antaganden medför att:

$$h^* = \left(\frac{(1-\gamma)L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon n \left(1 + \frac{L_{off}}{L}\right)^{\chi}}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (\text{Se avsnitt B.2.6})$$

$$h_{privat}^* = \omega h^* \quad (\text{Se avsnitt B.2.4})$$

$$h_{off}^* = (1-\omega)h^* \quad (\text{Se avsnitt B.2.4})$$

vilket i sin tur innebär att:

$$y^* = (\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{s}{d+g_A+g_h+g_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\omega h^*}{h^*}\right)^\beta \left(\frac{L_{privat}}{L}\right)^\beta \left(\frac{(1-\omega)h^*}{h^*}\right)^{1-\beta} \left(\frac{L_{off}}{L}\right)^{1-\beta} \tau^{1-\beta} Ah^*$$

Det slutliga uttrycket för BNP per capita i jämvikt blir således:

$$y^* = \left(\frac{(\lambda^\beta(1-\lambda)^{1-\beta})s}{d+g_A+g_h+g_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\omega L_{privat}}{L}\right)^\beta \left(\frac{(1-\omega)\tau L_{off}}{L}\right)^{1-\beta} A \left(\frac{(1-\gamma)L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon n \left(1 + \frac{L_{off}}{L}\right)^{\chi}}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.10)$$

B.2.3 Tillväxttakt i antalet sysselsatta i respektive sektor

Inom ramen för den utvecklade modellen symboliseras andelen humankapital i den privata sektorn av ω och andelen humankapital i den offentliga sektorn anges som $1-\omega$. Då den privata och den offentliga sektorn antas vara lika humankapitalintensiva, är andelen sysselsatta i respektive sektor lika med andelen humankapital i den aktuella sektorn.

Antalet sysselsatta i respektive sektor kan därmed uttryckas som

$$L_{privat} = \omega L \text{ och } L_{off} = (1 - \omega)L$$

För att beräkna tillväxttakten i antalet sysselsatta i respektive sektor logaritmeras och deriveras uttrycken ovan med avseende på tiden:

$$g_{L_{privat}} = \frac{d \ln \omega}{d t} + \frac{d \ln L}{d t} = g_{\omega} + g_L$$

$$g_{L_{off}} = \frac{d \ln(1 - \omega)}{d t} + \frac{d \ln L}{d t} = g_{(1-\omega)} + g_L$$

Då ω och $1-\omega$ symboliserar konstanta andelar som endast beror på storleken på den privata respektive offentliga sektorn och inte kan ändras på annat sätt inom ramen för denna modell, är $g_{\omega} = g_{(1-\omega)} = 0$. Av detta följer att $g_{L_{privat}} = g_{L_{off}} = g_L$. Tillväxttakten i antalet sysselsatta i respektive sektor kommer således att vara lika med tillväxttakten i befolkningen och arbetskraften.

B.2.4 Tillväxttakt i mängden humankapital i respektive sektor

Inom ramen för den utvecklade modellen antas att den privata och den offentliga sektorn uppvisar samma humankapitalintensitet. Andelen humankapital i respektive sektor kommer således att bero på och vara lika med andelen sysselsatta i den aktuella sektorn. För den privata sektorn anges denna andel som ω och för den offentliga sektorn anges den som $1-\omega$.

Mängden humankapital i respektive sektor kan uttryckas som:

$$h_{privat} = \omega h \text{ och } h_{off} = (1 - \omega)h$$

För att beräkna tillväxttakten i mängden humankapital i respektive sektor logaritmeras och deriveras uttrycken ovan med avseende på tiden:

$$g_{h_{privat}} = \frac{d \ln \omega}{d t} + \frac{d \ln h}{d t} = g_{\omega} + g_h$$

$$g_{h_{off}} = \frac{d \ln(1 - \omega)}{d t} + \frac{d \ln h}{d t} = g_{(1-\omega)} + g_h$$

Då ω och $1-\omega$ symboliserar konstanta andelar som endast beror på storleken på den privata respektive offentliga sektorn och inte kan ändras på annat sätt inom ramen för denna modell, är $g_\omega = g_{(1-\omega)} = 0$. Därmed är $g_{h_{privat}} = g_{h_{off}} = g_h$. Tillväxttakten i mängden humankapital i respektive sektor kommer således att vara lika med tillväxttakten i den totala mängden humankapital i ekonomin.

B.2.5 Tillväxttakt i humankapitalet i jämvikt

Modellen med teknologi, humankapital och offentlig sektor antar att humankapitalackumulering sker enligt ekvation 4.2:

$$\dot{h} = h^\gamma L_{off}^\varepsilon$$

För att beräkna tillväxttakten i humankapitalet divideras denna funktion med h :

$$g_h = \frac{\dot{h}}{h} = h^{\gamma-1} L_{off}^\varepsilon$$

Detta är dock ett uttryck för tillväxttakten i humankapitalet oavsett om ekonomin befinner sig i jämvikt eller inte. För att beräkna tillväxttakten i jämvikt logaritmeras uttrycket för g_h och deriveras sedan med avseende på tiden:

$$\frac{d \ln g_h}{d t} = (\gamma - 1) \frac{d \ln h}{d t} + \varepsilon \frac{d \ln L_{off}}{d t}$$

$$\frac{\dot{g}_h}{g_h} = (\gamma - 1)g_h + \varepsilon g_{L_{off}}$$

I jämvikt växer variablerna i modellen med konstant hastighet, vilket innebär att $\frac{\dot{g}_h}{g_h} = 0$.

Med hjälp av denna information kan ett uttryck för tillväxttakten i humankapitalet i jämvikt, g_h^* , beräknas:

$$0 = (\gamma - 1)g_h^* + \varepsilon g_{L_{off}}$$

$$(1 - \gamma)g_h^* = \varepsilon g_{L_{off}}$$

$$g_h^* = \frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{1 - \gamma} \tag{4.9}$$

B.2.6 Mängden humankapital i jämvikt

Genom att kombinera detta uttryck med det allmänna uttrycket för tillväxttakten i humankapitalet kan också mängden humankapital i jämvikt beräknas:

$$g_h^* = \frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{1-\gamma} \text{ och } g_h = \frac{\dot{h}}{h} = h^{\gamma-1} L_{off}^\varepsilon \quad (4.9) \text{ och } (4.7)$$

$$g_h^* = g_h \Leftrightarrow \frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{1-\gamma} = h^{\gamma-1} L_{off}^\varepsilon$$

$$h^{\gamma-1} = \frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{(1-\gamma) L_{off}^\varepsilon}$$

$$h^* = \left(\frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{(1-\gamma) L_{off}^\varepsilon} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$h^* = \left(\frac{1}{\left(\frac{\varepsilon g_{L_{off}}}{(1-\gamma) L_{off}^\varepsilon} \right)} \right)^{-\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$h^* = \left(\frac{(1-\gamma) L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon g_{L_{off}}} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = \left(\frac{(1-\gamma) L_{off}^\varepsilon}{\varepsilon n \left(1 + \frac{L_{off}}{L} \right)^x} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.11)$$

då $g_{L_{off}} = g_L = \frac{\dot{L}}{L} = n \left(1 + \frac{L_{off}}{L} \right)^x$ (Se avsnitt 4.4 och ekvation 4.5)

Bilaga 3. Ingångsvärden på variabler och parametrar

Variabel	Betydelse	Testade värden
$\frac{L_{off}}{L}$	Andelen sysselsatta i offentlig sektor	0,2, 0,3 och 0,4
$\frac{L_{privat}}{L}$	Andelen sysselsatta i offentlig sektor	0,8, 0,7 och 0,6
L	Total befolkning	9 miljoner människor
n	Tillväxttakt i befolkningen vid avsaknad av en offentlig sektor	0,005567 då $\chi = 0,2$, 0,005423 då $\chi = 0,3$, 0,005282 då $\chi = 0,4$ och 0,005145436 då $\chi = 0,5$
Y	Värdet av total produktion	3000 miljarder kronor
s	Sparkvot	23 procent
g_A	Tillväxttakt i teknologin	2 procent
d	Deprecieringstakt	5 procent
α	Faktorprisersättning till realkapitalet	0,3
ε	Betydelsen av offentlig sektor för skapandet av nytt humankapital	0,9, 0,7 och 0,1
γ	Betydelsen av det redan existerande humankapitalet för skapandet av nytt humankapital	0,2 och 0,8
χ	Betydelsen av offentlig sektor för tillväxttakten i befolkningen	0,2, 0,3, 0,4 och 0,5
τ	Produktiviteten i offentlig sektor i förhållande till produktiviteten i privat sektor	0,9 och 0,5
1- β	Den offentliga sektorns bidrag till den totala produktionen	100 procent och 80 procent av den offentliga sektorns andel av ekonomin, det vill säga 0,2, 0,3 och 0,4 respektive 0,16, 0,24 och 0,32
β	Den privata sektorns bidrag till den totala produktionen	0,8, 0,7 och 0,6 respektive 0,84, 0,76 och 0,68 beroende på antagna värden på 1- β
ω	Andelen humankapital i den privata sektorn	0,8, 0,7 och 0,6 beroende på den privata sektorns storlek
1- ω	Andelen humankapital i den offentliga sektorn	0,2, 0,3 och 0,4 beroende på den offentliga sektorns storlek
1- λ	Andelen realkapital i offentlig sektor	80 procent av andelen sysselsatta i offentlig sektor, det vill säga 0,16, 0,24 och 0,32 beroende på den offentliga sektorns storlek
λ	Andelen realkapital i privat sektor	0,84, 0,76 och 0,68 beroende på den privata sektorns storlek