ÄKPN03 Professionsutveckling och individuellt lärande, 30 hp
Examensarbete, 15 hp
Seminariedatum: 2020-06-02

LUNDS UNIVERSITET

Klyftan mellan högstadiets och gymnasiets fysikundervisning

Ett matematik-problem?

Författare: Boel Gustafson & Olle Windeman
Handledare: Ann-Marie Pendrill

Lunds universitet
Kompletterande pedagogisk utbildning för ämneslärarexamen

Abstrakt

Arbetets art:	Examensarbete, 15 hp.
Sidantal:	32 sidor
Titel:	Klyftan mellan högstadiets och gymnasiets fysikundervisning – Ett matematik-problem?
Författare:	Boel Gustafson och Olle Windeman
Handledare:	Ann-Marie Pendrill
Datum:	2020-06-03

Sammanfattning:

Fysiken är nära sammanlänkad med matematiken, och problemlösning och matematiska beräkningar är fundamentala i både forskning och gymnasiefysik. Trots detta ingår inte problemlösning i grundskolans kursplan i fysik (Lgr 11).

Det här arbetet undersöker fysikämnets övergång mellan högstadium och gymnasium med fokus på kunskaper i matematik. Ämnets karaktär ändrar sig väsentligt i övergången till gymnasiet; 0% av högstadieuppgifterna i undersökta nationella fysikprov kräver matematik, men hela 70% av uppgifterna på gymnasiet. Granskning av matematiken i gymnasiefysikens nationella prov och i ett inledande kapitel i en gymnasiebok visar att de matematikområden som behövs i tidig gymnasiefysik introducerats redan på högstadiet. Dock är vissa aspekter av matematiken, som är särskilt viktiga i fysiken, dåligt representerade i en matematikbok för åk 9.

Arbetet visar på ett betydande gap mellan den matematikförtrogenhet som förväntas i Fysik 1 på gymnasiet och den som kan antas förmedlas i högstadiematematiken. Möjliga förändringar föreslås för att minska kunskapsgapet, där flera aktörer, Skolverket, gymnasielärare, högstadielärare och läroboksförfattare, alla kan bidra med sin del för att förbättra gymnasieelevers möjlighet att få en positiv introduktion av fysikundervisningen.

Nyckelord: Fysik, Matematik, Kunskapsgap, Gymnasium, Högstadium

Innehåll

Förord i
1 Introduktion 1
2 Tidigare forskning 2
3 Syfte och forskningsfrågor 4
4 Metod 5
4.1 Kategoridefinition *7*
4.1.1 Definition – Algebra 7
4.1.2 Definition – Grafer 10
4.1.3 Definition – Procent 11
4.1.4 Definition – Enhetsomvandling 11
4.1.5 Definition – Övrigt 12
4.2 Urval *12*
4.3 Validitet och Reliabilitet *13*
5 Resultat 14
5.1 Matematik i fysikämnet – högstadium och gymnasium *14*
5.2 Vilken matematik behövs för gymnasiets fysikundervisning? *16*
5.3 Hur hanterar högstadiets matematik områden som är väsentliga för fysiken? *18*
5.3.1 Högstadiets matematikinnehåll – *Algebra* 19
5.3.2 Högstadiets matematikinnehåll – *Grafer* 20
5.3.3 Högstadiets matematikinnehåll – *Enhetsomvandling* 21
5.3.4 Högstadiets matematikinnehåll – *Procent* 22
5.3.5 Högstadiets matematikinnehåll – *Tiopotenser, Värdesiffror* & *+/- analys* ... 23
5.4 Resultat – Sammanfattning *24*
6 Diskussion 25
6.1 Resultatdiskussion *25*
6.1.1 Matematik som används i gymnasiefysiken 25
6.1.2 Högstadiets matematikinnehåll 25
6.2 Slutsats: Resultatdiskussion *27*
6.3 Föreslagna förbättringar *28*

6.4 Fortsatt forskning *29*
7 Referenser 30
8 Bilagor 33
8.1 Rådata till Figur 4 - Figur 8 ..... *33*

Förord

Vi vill börja med att tacka vår handledare Ann-Marie Pendrill för all hjälp som vi har fått av henne. Vi har uppskattat alla snabba svar och all den vägledning vi fått av dig. Vi vill också tacka våra föreläsare och kurskamrater på lärarutbildningen för tre mycket trevliga terminer tillsammans på universitetet.

Som framtida fysiklärare har vi redan, under vår praktik på gymnasieskolor, stött på ett problem för de elever som precis börjat Fysik 1. De verkar ha ett större problem med själva matematiken i fysiken än fysiken. Vi känner därför att ett arbete som belyser en möjlig anledning till detta hade kunnat lindra problemet.

Arbetet ger oss också en djupare insikt i hur mycket våra framtida elever förväntas kunna, vilket kommer hjälpa oss som nyexaminerade lärare.

Olle Windeman & Boel Gustafson, juni 2020

1 Introduktion

För många elever är det en stor omställning att börja gymnasiet. Ofta innebär steget från högstadiet till gymnasiet påtagliga förändringar, både utbildningsmässigt, där det ställs högre krav på eleven med högre tempo och mer eget ansvar, och socialt, där eleven nu ställs inför en ny klass i ett helt nytt socialt sammanhang.

Högstadiet är tänkt att förbereda eleverna för gymnasiets undervisning, men i fysikämnet uppfattar vi att ämnesgapet är stort mellan stadierna. Gymnasiets ämnesplan, nationella prov och läroböcker i fysik lägger stor vikt vid problemlösning, något som helt saknas i högstadiets kursplan. Högstadiets fysik har, som vi uppfattar det, mer karaktär av utantillkunskap, och vi anser därför att den har relativt lite att göra med den fysikundervisning som vi själva stött på och undervisat i på gymnasiet. Lindberg & Fridh (2009) påvisar i en undersökning hos elever på naturvetenskapligt program att 52% av eleverna inte tycker sig ha tillräckliga förkunskaper för gymnasiets fysikundervisning; ett resultat som i Lindbergs & Fridhs (2009) undersökning är påfallande sämre än för andra naturvetenskapliga ämnen (matematik, biologi, kemi). Undersökningen är utförd under läroplanen Lpf94, men diskussion med fysiklärare idag bekräftar bilden av att förkunskaper fortsätter att vara ett problem i Lgy11.

I vårt examensarbete vill vi undersöka och belysa den eventuella problematik som föreligger i övergången mellan högstadiets och gymnasiets fysikundervisning, framför allt kopplat till problemlösning och matematikkunskap. Utifrån våra erfarenheter finns det åtminstone två aspekter att undersöka kring det här problemet: (1) Har eleverna tillräcklig kunskap i matematik för att kunna ta till sig gymnasiefysiken och lösa de problem som ingår i ämnesplan, nationella prov och läroböcker? och (2) Är eleverna förberedda för att använda matematiken ämnesöverskridande i fysiken? T ex Meijer & Riemersma (2002) påpekar att överföringen av kunskap från ett ämne (t ex matematik) till ett annat (t ex fysik) kan vara problematiskt, speciellt för elever som är svaga i båda ämnena. Det krävs således mer av eleverna att använda matematik i fysikämnet än i matematikämnet, något som pekar på att problemlösning (och därmed användandet av matematik) i fysik bör introduceras gradvis.

Ur vårt perspektiv är det svårt att se varför man inte redan i grundskolans fysikundervisning introducerar enklare problemlösning, men det finns naturligtvis bakomliggande orsaker till läroplanen inte inkluderar detta. En anledning kan vara att man vill anpassa grundskolans fysik till samtliga elever, även de elever som inte senare väljer gymnasieprogram med fysik som enskilt ämne. Genom att utesluta matematiken ses fysiken möjligen som ett mer lättillgängligt ämne. En annan anledning kan vara att undvika det som Doorman & Gravenmeijer (2009, enligt Johansson 2016) pekar på som ett stort problem i både matematik och fysik, nämligen att största fokus ligger på formelmanipulering snarare än på förståelsen av varför formeln fungerar. I Kommentarmaterialet till kursplanen i fysik (Skolverket, 2017) lyfts vikten av att grundskolan ska förmedla *kunskap om fysikaliska samband* och *en nyfikenhet på och intresse för att undersöka omvärlden*, men materialet saknar, som vi ser det, ett framåtblickande mot gymnasiet och vidare studier och inte någonstans nämns orden *matematik* eller *problemlösning*. Grundskolans kursplan i fysik fokuserar mer på grundläggande förståelse och bakomliggande samband. Vi ställer oss dock frågande till om det är möjligt utan matematik.

2 Tidigare forskning

Flera forskare har, både i Sverige och internationellt, undersökt kopplingen mellan fysik- och matematikundervisning, t ex Chiu (2016), Johansson (2016), Redish & Gupta (2009), Bing (2008), Tasar (2010). Det står klart att matematikkunskaper ses som en väsentlig förutsättning för att lära sig fysik.

Chiu (2016) undersöker effekterna av en läroplansförändring i Taiwan 2010 som innebär att fysikundervisningen genomförs innan motsvarande matematikavsnitt har behandlats. För svenska gymnasieelever som läser Fysik 1 under gymnasiets första år är situationen delvis den samma, eftersom matematikavsnitt som fysikkursen kräver, t ex derivata, introduceras först i gymnasiets Matematik 3. Derivatan är alltså normalt sett inte introducerad i matematikundervisningen när den vanligtvis används vid introduktion av hastighet och acceleration i fysiken.

Åtminstone i den taiwanesiska kontexten visar Chiu (2016) att ordningsföljden, fysik först – matematik sen, utgör ett problem, för såväl fysiklärare, matematiklärare och elever. Fysiklärarna får merarbete när de själva behöver gå genom de matematiska grunderna, och väljer ofta att sänka nivån på fysikundervisningen. Matematiklärarna uppfattar att de, istället för att introducera ett nytt ämne, endast repeterar fysiklärarens genomgång, vilket får vissa elever att tappa motivationen. Eleverna, slutligen, som eventuellt kunde vara behjälpta av att få ett koncept beskrivet ur flera aspekter, både av fysik- och matematikläraren, uppger att de har svårt att förstå att lärarna beskriver samma sak (t ex derivata).

Ordningsföljden är enligt Chiu (2016) framför allt ett problem för svagare elever som inte har möjlighet att få hjälp hemma eller via privatundervisning (som är vanligt i Taiwan). Likvärdigheten i skolan riskerar alltså att bli negativt påverkad av att fysikundervisningen går först utan att erforderliga matematikkunskaper finns på plats. Detta kan leda till att eleverna förlorar motivationen, vilket Taube (2007) hanterar i sin bok, *Läsinlärning och självförtroende*. Taube (2007) skriver om hur viktigt det är att eleven inte ständigt ställs inför misslyckanden utan måste lyckas med något. Hon skriver att en elev, som ofta misslyckats med en viss sorts uppgift i skolan, lätt kan tappa motivationen om hen ställs inför en liknande uppgift igen. Eleven går då in i ett defensivt beteende och vill inte lägga ner energi på något som hen redan tror sig veta inte kommer fungera (Taube, 2007)

Att eleverna har introducerats till matematikkunskapen betyder inte automatiskt att de tagit till sig den på ett sätt som möjliggör för dem att använda den i fysikundervisningen. Kullberg, Runesson Kempe & Marton (2017) påpekar skillnaden mellan det som läraren går genom, vad som görs möjligt att lära och vad eleven faktiskt lär sig. Kullberg *et al.* (ibid.) framhåller variationsteorin och värdet av variation för att möjliggöra för elever att ta till sig kritiska aspekter av ämnet. Bl a Eriksson, Linder, Airey & Redfors (2014) pratar om lärandespiraler, och pekar på att man måste återkomma till samma ämne flera gånger, på successivt mer avancerad nivå för att kunna ta till sig och nå förtrogenhet och ökad kunskap inom området. Som nämnts ovan, finns det också ett transferproblem mellan ämnena och t ex Meijer & Riemersma (2002) beskriver elevers svårigheter att använda t ex saker man lärt under matematiklektionen i fysikämnet.

I en svensk kontext visar Johansson (2016) att förmågan till matematiskt resonemang (Mathematical Reasoning) är väsentlig för att klara gymnasiets nationella prov i fysik (dvs i förlängningen för att få bra betyg). Tre fjärdedelar av 209 analyserade uppgifter i nationella prov från åren 1998-2010 (Lpf94) krävde någon form av matematiskt resonemang och så mycket som en tredjedel krävde nytänkande (kreativt) matematiskt resonemang. Johansson pekar alltså på en koppling mellan fysik och matematiskt resonemang som framstår som viktig, men som inte med tydlighet efterfrågas i läroplanen.

Kopplingen mellan fysik- och matematikundervisning är således väl beforskad, men mindre arbete har gjorts för att undersöka övergången mellan högstadium och gymnasium. Lindberg & Fridh (2009) undersöker via enkätundersökning hur förberedda elever vid naturvetenskapligt program på gymnasiet känner sig i naturvetenskapliga ämnen vid gymnasiestart. Här står fysik ut som det ämne där eleverna känner sig sämst förberedda; 52% uppger att de inte har tillräckliga förkunskaper för att klara fysikundervisningen. Även Mäkitalo & Utterström (2009) undersöker elevers förkunskap i naturvetenskap vid gymnasiestart via enkäter och uppföljande intervjuer. Mäkitalos & Utterströms studie visar på en problematisk övergång till gymnasiet framför allt i kemi, medan fysik gav tvetydiga resultat, och övergången i biologi har enligt studien fungerat utan problem.

Både Lindberg & Fridh (2009) och Mäkitalo & Utterström (2009) har genomfört undersökningarna i kontext av Lpo/Lpf 94, och vi har inte hittat någon undersökning som tar upp övergången mellan högstadiets och gymnasiets fysik i Lgr/Lgy11. Inte heller har undersökningarna ovan fokuserat på kopplingen mellan fysik och matematik. Vi ser därför en möjlighet att belysa en, som vi tror väsentlig, problematik som hittills fått begränsad uppmärksamhet i forskning och litteratur.

3 Syfte och forskningsfrågor

Syftet med vårt arbete är att belysa problematiken kring övergången mellan högstadiefysiken och gymnasiefysiken. Vår och andra lärares erfarenhet är att eleverna är dåligt förberedda på fysikundervisningen i början av gymnasiet. Det är också en påfallande skillnad i målen i respektive kursplan. Problemlösning inkluderas som en viktig del i gymnasiefysiken (Skolverket, 2011b, s. 2-3) och kräver ofta matematiska moment. Problemlösning, och därmed matematikanvändning, är däremot helt frånvarande i styrdokumenten för grundskolans fysik (Skolverket, 2011a, s. 1). Skillnaden i kursplanerna leder till arbetets frågeställning.

Forskningsfrågor:

1. Hur skiljer sig behovet av matematik mellan högstadiets och gymnasiets fysikundervisning?
2. I vilken utsträckning kan elever från grundskolan förväntas ha med sig den matematiska kunskap som krävs i tidig Fysik 1-undervisning?

4 Metod

Undersökningen genomfördes i tre steg. Först identifierades skillnaden i behovet av matematik i högstadie- kontra gymnasiefysik, med hjälp av nationella prov för gymnasiet och högstadiet. Därefter granskades gymnasiets provfrågor samt ett område i kursboken för att identifiera vilken matematik som behövs i gymnasiefysiken. Avslutningsvis granskades högstadiets matematikbok för att finna hur väl det matematikbehov som identifierats för gymnasiefysiken behandlas under elevens högstadietid.

I arbetet jämförs först behovet av matematiskt resonemang i nationella fysikprov mellan högstadium och gymnasium. Endast ett fåtal uppgifter från tidigare nationella prov är öppet tillgängliga. Vi har därför undersökt samtliga uppgifter i det nationella provet för årskurs 9 från 2017 (Umeå Universitet, 2017) och samtliga exempeluppgifter från bedömningsstöd för Fysik 1 på skolverkets hemsida (Skolverket 2019).

Därefter granskas frågorna i bedömningsstödet för Fysik 1 med syftet att finna vilka uträkningar som krävs för att lösa uppgifterna. Utöver de nationella proven har också kapitlet ”Rörelse” i Libers gymnasiebok Ergo Fysik 1 (Kvist, Pålsgård & Nilson, 2018) studerats för att fånga upp möjliga matematiska kategorier som inte hittats i gymnasiets nationella prov. Rörelse behandlas ofta tidigt i de olika fysikböckerna för Fysik 1 och beroende på gymnasieskolornas terminsupplägg kan eleverna då enbart ha grundskolans matematik att grunda sig på. De matematiska kunskaper som använts kategoriseras i huvudkategorierna: *Algebra, Enhetsomvandling, Grafhantering* och *Procenträkning.* Dessa kategorier har dessutom delats in i mindre underkategorier för att lättare skilja på vilka matematiska steg som krävs. Underkategorierna itererades under arbetets gång, både utifrån de undersökta gymnasieuppgifterna i Fysik 1 och utifrån den undersökta matematikboken från åk 9 som presenteras nedan. Tre av de identifierade matematikkunskaperna kunde ej placeras i någon av huvudkategorierna vilket därför behandlas som en egen *Övrigt*-kategori. Sammanställning av matematik som används i gymnasiefysiken finns i Kapitel 5.2.

När alla kategorier fastslagits och delats upp i huvud- och underkategorier, studerades *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019)), vilket är Libers matematikbok för årskurs 9. Alla kapitel i grundskolans matematikbok granskades för att identifiera om de matematiska resonemang som krävs i Fysik 1 finns och prövas under elevernas högstadietid. Kapitel 5.3 presenterar en sammanställning av resultaten som underlag för en diskussion om eventuella kunskapsgap i elevernas matematikkunskap. Samtliga uppgifter/exempel/genomgångar i boken, som testade de olika matematiska kunskaperna, hänfördes till en eller fler av de fastslagna kategorierna. Eftersom bokens innehåll kan beröra mer än en kategori per fråga, måste varje kategori testas mot varje fråga separat för att minska antalet eventuella misstag; alla bokens uppgifter måste alltså värderas för varje kategori. När en uppgift kategoriserats tabulerades uppgiftsnumret i ett kalkylark och på liknande sätt tabuleras sidnummer för exempel och genomgångar. När alla kategorier har undersökts framträder en helhetsbild av hur frekvent de olika kategorierna tränas. Detta ger ett underlag för att kunna säga något om hur väl en elev kan förväntas tillämpa kunskapen i Fysik 1 i början av gymnasiet. Ett utdrag ur Excelarket för *Algebra,* som använts i arbetet, kan ses i Tabell 1 och ger en visuell förklaring av hur kate-

goriseringen utfördes; liknande tabeller användes för samtliga kategorier. I följande avsnitt, Kapitel 4.1, finns en förklaring av hur kategorierna har delats upp, samt ett par exempel för att illustrera hur en motsvarande uppgift i boken kan se ut.

Tabell 1 Utdrag ur arbetsdokument för Algebra. Spalterna visar genomgångar, exempel och delar av uppgifterna i Kapitel 2 (Undvall, Johnson, & Welén, 2019). Uppgiftsnumret följs av en förkortad version av kategorinamnet, i den här tabellen noterar ”+” att uppgiften kräver multiplikation och addition för att lösas. Utan ”+” krävs enbart multiplikation.

Genomgång	Exempel (sida)	Uppgifter
Kap 2 - Z Matematik sidnr	**Kap 2 - Z Matematik sidnr**	**Kap 2 - Z Matematik upgift nr**
s.88	s.90+	59+
s.95+		82+
s.96		83+
		85+
		86+
		87+
		89+
		93+

4.1 Kategoridefinition

De fyra huvudkategorierna *Algebra*, *Enhetsomvandling*, *Grafhantering* och P*rocenträkning*, delades upp i olika underkategorier som reflekterar olika färdigheter inom huvudkategorin. Utöver de fyra huvudkategorierna fann vi även tre kategorier som inte passade in i huvudkategorierna och blir placerade i en *Övrigt*-kategori. Uppdelningen av alla huvud- och underkategorier som har använts i arbetet kan ses i Tabell 2 nedan.

Tabell 2 En sammanställning av alla huvud- samt underkategorier som använts i undersökningen av Matematik Z (Undvall, Johnson, & Welén, 2019).

Algebra	***Procent***
Algebra multiplikation,	*Andel av okänd,*
Algebra addition	*Procent förståelse*
Algebra flera variabler	*Procentenheter*
Algebra substituering	*Procent komplex*
	Procent enkel
Enhetsomvandling	***Övrigt***
Enhetsomvandling komplex	*Tiopotenser*
Enhetsomvandling prefix	*Värdesiffror*
Enhetsomvandling area/volym	*+/- analys*
Grafhantering	
Grafavläsning	
Grafavl enklare	
Grafavl kompl	
Grafanalys	
Grafhantering	

4.1.1 Definition – Algebra

Algebra är det matematiska område som hanterar alla uträkningar där tal symboliseras med variabler. Varje variabel har ett värde men det kan vara okänt och med hjälp av de olika algebraiska reglerna kan man manipulera uppställning till att förklara olika system (Coolman, 2015). I fysiken är algebra en central del och var därför ett naturligt val som en huvudkategori. Det finns dock mängder av olika områden inom algebra, och att enbart hävda att en uppgift kräver algebra säger inte så mycket för den kvantitativa data

som sökes. Därför har algebra delats upp i fyra underkategorier: *Algebra multiplikation*, *Algebra addition*, *Algebra flera variablera* och *Algebra substitution*.

Algebra multiplikation definieras som en uppgift där en okänd variabel kräver en manipulation med multiplikation/division för att bestämmas. En uppgift av formen, beräkna x om

$$5x = 10$$

kräver att eleven dividerar både vänsterledet samt högerledet med fem och räknas därför som *Algebra Multiplikation*.

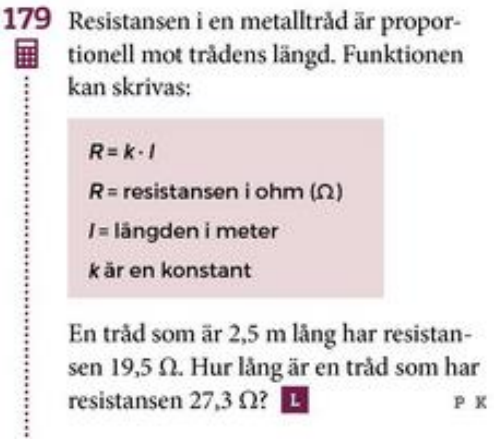
Algebra addition definieras som en uppgift där en okänd variabel kräver addition eller subtraktion för att lösas. En uppgift kan se ut på följande sätt: beräkna x

$$x + 5 = 7$$

I uppgiften ovan krävs en subtraktion av fem från både höger- och vänsterledet. En uppgift kan kräva både *Algebra multiplikation* och *Algebra addition*, vilket i det fallet räknas två gånger; en för addition och en för multiplikation. Ett exempel på ett sådant tal kan vara:

$$4x + 5 = 9$$

Algebra flera variabler definieras som en uppgift där mer än en okänd variabel behöver manipuleras. Notera att endast en variabel behövs lösas ut men de andra okända variablerna måste flyttas runt för att kunna lösa uppgiften. Ett exempel från *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019) är:



179 Resistansen i en metalltråd är proportionell mot trådens längd. Funktionen kan skrivas:

$R = k \cdot l$

R = resistansen i ohm (Ω)

l = längden i meter

k är en konstant

En tråd som är 2,5 m lång har resistansen 19,5 Ω. Hur lång är en tråd som har resistansen 27,3 Ω? L

P K

Figur 1 Ett utklipp från kapitel 2, sida 113 i Matematik Z (Undvall, Johnson, & Welén, 2019).

I uppgiften ovan ber boken eleven lösa ut *l* och beräkna dess värde. Eleven måste först behandla den okända variabeln *k* och först efter det kan *l lösas ut*. Detta kräver algebraiska steg med mer än en okänd variabel så den klassas som *Algebra flera variabler*.

Algebra substitution definieras som en uppgift där eleven först måste beräkna ett svar i, till exempel, en ”a)” fråga som sedan måste användas i ”b)”. Ett typiskt sådant exempel är ersättningsmetoden i ekvationssystemet, där eleven först måste skapa ett utryck för en av variablerna, för att sedan ersätta den variabeln i den ursprungliga ekvationen. Ett exempel från *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019) kan ses nedan.

164 Lös ekvationssystemen med ersättningsmetoden. B M K

a) $\begin{cases} y = x + 3 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y - 1 = 3x \\ x + y = 17 \end{cases}$

I frågan måste eleven först skapa ett uttryck för y eller ett för x. I b) är

$$y = 3x + 1.$$

Eleven måste sedan placera det uttrycket in i den andra ekvationen:

$$x + (3x + 1) = 17$$

Eleven måste, med andra ord, substituera in en formel in i en annan vilket är en central del i Fysik 1.

4.1.2 Definition – Grafer

Att kunna läsa av grafer och göra beräkningar med olika värden från dem kommer ofta upp inom Fysik 1, både på nationella prov och i fysikböckerna. Grafer har många olika moment som kan skilja sig kraftigt från varandra; allt från att avläsa värden i en graf, till att kunna teckna en egen graf med några givna värden eller funktioner. Kategorin *Grafer* delas därför upp i fem underkategorier för att enklare representera de olika momenten. Underkategorier är *Grafavläsning*, *Grafavläsning enklare*, *Grafavläsning komplex*, *Grafanalys* och *Grafhantering*. En fråga faller ofta in under mer än en av dessa kategorier men vi vill ändå separera den data vi får för att enklare kunna se vad eleverna eventuellt saknar.

Grafavläsning definieras som när eleven måste läsa av ett värde i en graf. Det kan till exempel vara hur långt något har åkt efter x antal sekunder i en sträcka/tid-graf.

Grafavläsning enklare definieras som när en uppgift kräver mer en bara en avläsning. När eleven är tvungen att använda värdena i grafen för att beräkna till exempel medelhastigheten i en sträcka/tid graf eller arean under en rektangulär graf.

Grafavläsning komplex är en breddning på den enkla beräkningskategorin. Här krävs att eleven beräknar till exempel arean under en ickelinjär graf eller riktningskoefficienten av en funktion som inte skär origo.

Under *Grafanalys* kategoriserar vi de uppgifter som kräver att eleven ska tolka en graf och känna till vissa egenskaper. Det kan till exempel vara en fråga som ”Är hastigheten konstant?”, eller, ”Vilken bil kör snabbast?” Båda frågorna kräver att eleven förstår vad lutningen av grafen betyder och den första frågan kräver att urskilja betydelsen av om grafen är linjär eller inte.

Grafhantering är den kategori som tar hand om uppgifter som ber eleven teckna en graf för en given funktion eller olika värden.

4.1.3 Definition – Procent

Uträkningar inom Fysik 1 kräver ofta att eleven använder procent i sina uträkningar, och det kan vara allt från verkningsgrad till friktionskoefficient. Vi har därför valt att titta närmare på hur mycket eleverna har gjort detta i matematiken innan de börjar Fysik 1. Procentberäkningar skiljer sig ofta från varandra och det krävs mer än bara en formel för att lösa en del uppgifter. Eleven behöver dessutom ha en förståelse för vad procent är. Vi har därför valt att kategorisera dessa olika förmågor i följande olika kategorier: *Andel av okänd, Procent förståelse, Procentenheter, Procent komplex* och *Procent enkel*.

Andel av okänd har definierats som alla de frågor där svaret enbart skrivs i en andel av något. Till exempel, 0,5·(priset på tröjan). Uppgiften frågar alltså inte efter ”priset på tröjan” utan enbart efter vilken andel det okända priset har förändrats med.

Procent förståelse tar med alla frågor som kräver att eleven förstår vad som faktiskt händer. Till exempel, en ökning med 20% som sedan följs av en sänkning på 20% leder inte tillbaka till det ursprungliga värdet.

Procentenheter tar med de frågor där eleven måste förstå skillnader på procent och procentenheter.

Procent komplex definieras som en fråga där eleven måste beräkna vad värde x var före en ökning eller minskning. En fråga kan till exempel vara utformad på följande sätt: ”en tröja kostade 100 kr efter en prissänkning på 25%, vad kostade tröjan före prissänkningen?”. Eleven måste nu ställa upp en ekvation för att lösa ut det okända priset

$$0{,}75x = 100$$

Procent enkel är lik *procent komplex*, men här har eleven istället det gamla priset och förändringfaktorn för att beräkna det nya priset eller har det gamla och nya priset och ska beräkna förändringsfaktorn.

4.1.4 Definition – Enhetsomvandling

Enhetsomvandling är verkligen viktig inom fysiken eftersom många formler endast fungerar numeriskt med korrekt omvandlade SI-enheter. Vi har delat upp kategorin eftersom det inte är lika enkelt för eleven att omvandla från km/h till m/s som det är att omvandla från cm till m. Det krävs dessutom en djupare förståelse för att omvandla mellan cm^2 och $m^{2,}$ eller cl^3 och liter, än det gör i en dimension. Kategorin har därför delats upp i *Enhetsomvandling komplex, Enhetsomvandling prefix* och *Enhetsomvandling area/volym.*

Enhetsomvandling komplex är alla de omvandlingar som sker där basen inte är en tiopotens. Med andra ord, ingår det omvandlingar mellan sekunder och minuter här, men också m/s till km/h.

Enhetsomvandling prefix är kategorin som tar med alla byten mellan till exempel kilo, centi, deci, m.m.

Enhetsomvandling area/volym inkluderar alla uppgifter som omvandlar enheter i högre dimensioner så som cm^2 till m^2.

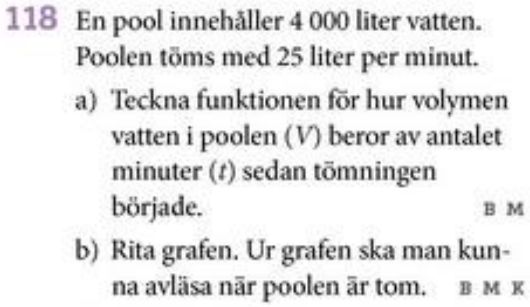
4.1.5 Definition – Övrigt

Medan vi genomsökte de nationella proven hittade vi tre områden som inte passade in i någon av de ovanstående huvudkategorierna: *Tiopotenser*, *Värdesiffror* och *+/- analys*. Vi ser dessa som minst lika viktiga för att klara av Fysik 1 och tar därför med dem i en *Övrigt*-kategori.

Tiopotenser definieras som alla uppgifter där siffror skrivs i antigen grundpotensform eller tiopotensform.

Värdesiffror definieras som de frågor där ett svar måste avrundas.

+/- analys är de uppgifter som kräver en förståelse om negativ kontra positiv, framför allt i funktioner och grafer. Vi ser det som en start till elevens förståelse av fysikens vektorer. Det är en början till att identifiera en vektors riktning och vi begränsar det till enbart en dimension, (upp eller ner, fram eller bak eller +/-). Om en uppgift till exempel efterfrågar en graf av hur många liter bensin en bil har i tanken tank medan den färdas en strecka, krävs det att eleven förstår att funktionen måste sjunka medan bilen kör. I exemplet från boken (Undvall, Johnson, & Welén, 2019) nedan,


118 En pool innehåller 4 000 liter vatten. Poolen töms med 25 liter per minut.

a) Teckna funktionen för hur volymen vatten i poolen (V) beror av antalet minuter (t) sedan tömningen började. B M

b) Rita grafen. Ur grafen ska man kunna avläsa när poolen är tom. B M K

krävs det att eleven förstår att poolen kommer förlora 25 liter varje minut och måste därför skriva en funktion där

$$y = -25x + 4000$$

Det är en fråga som kräver förståelse om grafen/funktionen är sjunkande eller stigande och klassas därför i *+/- analys*.

4.2 Urval

Vi har haft två stora hinder under arbetets gång; tid och tillgång till litteratur. Vi ville från början använda flera nationella prov men fick ej tillgång till de sekretessbelagda proven och fick för Fysik 1 nöja oss med de provfrågor som finns på Skolverkets öppna bedömningsstöd (Skolverket, 2019). Vi ville först använda oss av många böcker från olika bokförlag men det skulle ha tagit för lång tid och när Covid-19 viruset bröt ut kunde vi inte längre besöka biblioteket, vilket gjorde att vi var tvungna att använda de digitala verktyg som fanns tillgängliga för oss. Som tur var, har Liber öppnat fri tillgång till alla deras kursböcker, och vi har därför använt deras matematikbok, *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019), samt Kapitel 3 av deras fysik bok, *Ergo Fysik 1* (Kvist, Pålsgård, & Nilson, 2018)). Liber är ett stort bokförlag och många skolor i landet använder sig av deras böcker och vi anser därför att boken ger en bra bild av den allmänna undervisningen i de svenska skolorna. Vi är fullt medvetna om att undervis-

ningen inte enbart är innehållet i en bok utan en sammanstrålning av de material en lärare använder sig av. Trots det känner vi att boken är en stor del av elevernas förståelse, vilket också Skolinspektionen (2010) nämnde i sin undersökning. Vi menar därmed att vårt arbete kan belysa eventuella kunskapsgap i elevernas matematikkunskap när de börjar med Fysik 1 på gymnasiet. Vi anser också att de nationella proven är en bra representation av kursplanens centrala innehåll och därmed ger en bra översikt över de matematiska kunskaper som krävs för Fysik 1 och fysiken på högstadiet.

4.3 Validitet och Reliabilitet

Med en tydlig förklaring av arbetets metod kan granskningen av *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019) upprepas av en utomstående forskare. Exemplen i ”4.1 Kategoridefinition” samt förklaringarna av kategorierna ger en bra överblick över hur vi definierar skillnaderna i bokens olika uppgifter. Metoden förklarar också tydligt hur vi stegvis samlade in den kvantitativa data vi sökte. Alla punkter ovan leder till en ökad reliabilitet i arbetet då en annan forskare skulle kunna upprepa vår granskning och hitta ett likvärdigt resultat.

Validiteten i arbetet, eller hur väl vi mäter det vi vill mäta, kan vara svårare att uppnå. De väl strukturerade stegen och tydligt genomtänkta kategorierna är endast utformade utefter ett fåtal provuppgifter. Granskningen omfattade dessutom enbart en matematikbok och skulle behöva testas på flera matematikböcker då inte hela landets högstadieskolor använder *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019). Trots det kan vi hävda att vi uppnått visst mått av validitet då Liber är använd av många högstadieskolor i landet. Boken är också utformad för att uppfylla Skolverkets krav på matematiken i årskurs sju till nio.

5 Resultat

I kapitlet nedan sammanfattar vi resultaten från undersökningens tre delar. Först redovisar vi hur matematikbehovet skiljer sig mellan högstadium och gymnasium, därefter vilken typ av matematik som är vanlig i gymnasiets inledande fysikundervisning och slutligen i vilken grad högstadiets matematikundervisning förbereder eleverna inom dessa matematikområden.

En mer detaljerad beskrivning av hur undersökningen genomförts finns i metodavsnittet, Kapitel 4, och diskussion kring resultaten, möjliga förbättringar och fortsatt forskning återfinns i Kapitel 6.

5.1 Matematik i fysikämnet – högstadium och gymnasium

I första delen av arbetet jämför vi hur behovet av matematik skiljer sig mellan högstadiets och gymnasiets fysikämnen. Som beskrivits i metodkapitlet undersöker vi om man behöver matematik för att lösa de nationella proven i fysik för årskurs 9, representerat av 2017 års prov (Umeå Universitet, 2017), respektive Fysik 1 på gymnasiet, representerat av bedömningsexempel från Skolverket (2014).

Resultatet visar på en tydlig skillnad; 70% av uppgifterna i Fysik 1 kräver matematik men 0% av uppgifterna från årskurs 9 (Tabell 3). Resultatet är i sig förväntat – grundskolans kursplan innehåller inte problemlösning – men det visualiserar trots det en mycket påtaglig skillnad mellan fysikämnet i respektive stadium.

Det är inte svårt att föreställa sig att elever i början av Fysik 1 kan känna sig vilsna och förvånade över förändringen i ämnets karaktär, något som kan skapa en onödig tröskel vid starten av gymnasiets fysikundervisning.

Tabell 3 Uppgifter som kräver matematik i Nationellt prov i fysik, årskurs 9 2017 respektive Gymnasium Fysik 1 Bedömningsstöd. Matematik är väsentligt för att klara uppgifterna i Fysik 1, men behövs inte alls på högstadiet.

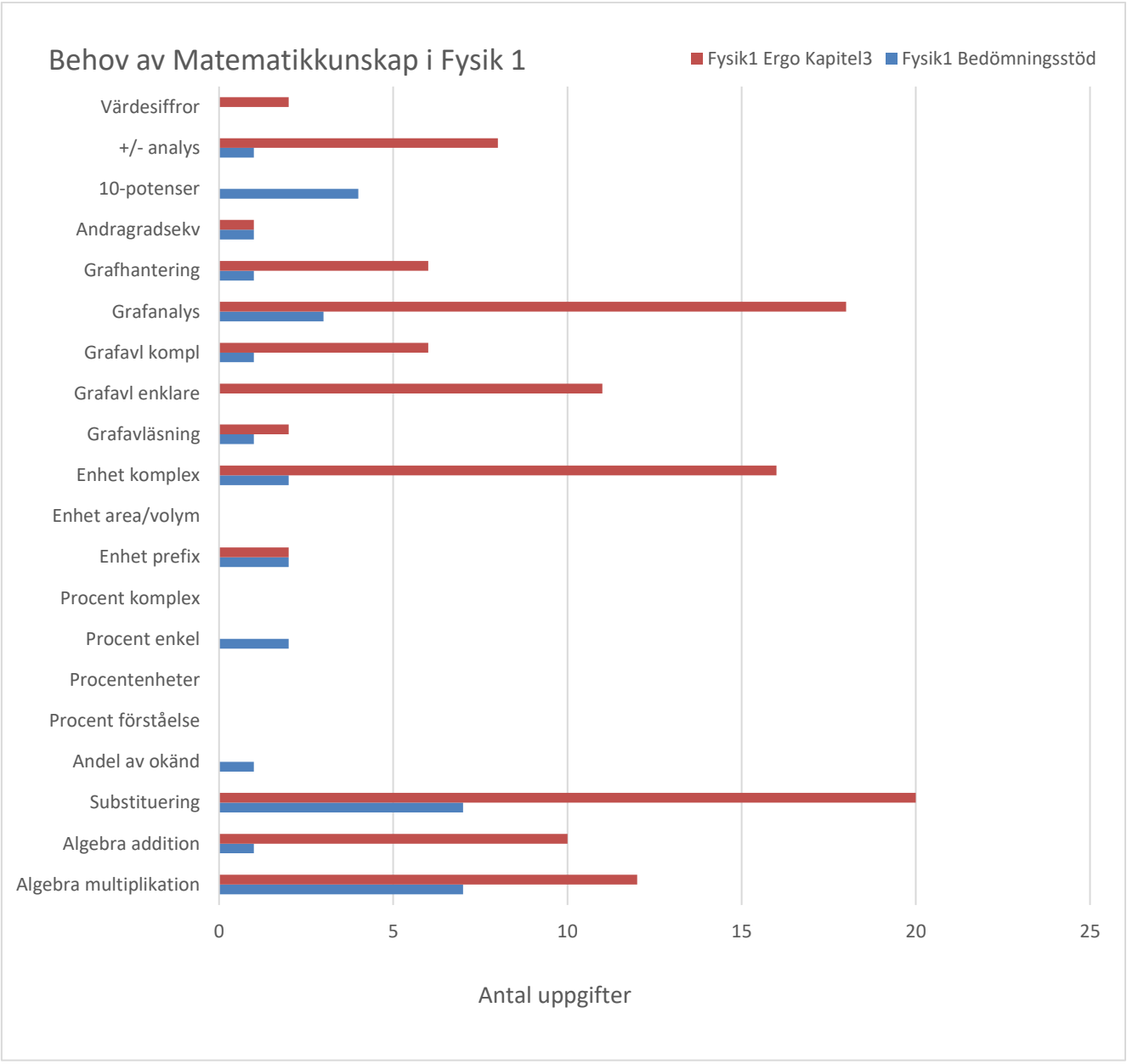
Fysik NP årskurs 9 2017	**Mate-matik?**		**Fysik 1 Bedömnings-stöd**	**Mate-matik?**
Delprov A1			Exempel 1	nej
Fråga 1	nej		Exempel 2a	ja
Fråga 2	nej		Exempel 2b	nej
Fråga 3	nej		Exempel 3a	nej
Fråga 4	nej		Exempel 3b	ja
Fråga 5	nej		Exempel 4	ja
Fråga 6	nej		Exempel 5a	ja
Fråga 7	nej		Exempel 5b	nej
Fråga 8	nej		Exempel 6	ja
Fråga 9	nej		Exempel 7	ja
Fråga 10	nej		Exempel 8	nej
Fråga 11	nej		Exempel 9	nej
Fråga 12	nej		Exempel 10	ja
			Exempel 11	ja
Delprov A2			Exempel 12a	ja
Fråga 13	nej		Exempel 12b	ja
Fråga 14	nej		Exempel 12c	ja
Fråga 15	nej		Exempel 13	ja
			Exempel 14	ja
Delprov A3			Exempel 15	ja
Fråga 16	nej			
Totalt	0/16		Totalt	14/20
Procent	0 %		Procent	70 %

5.2 Vilken matematik behövs för gymnasiets fysikundervisning?

För att undersöka vilken typ av matematik som behövs i gymnasiets fysikundervisning, kategoriserade vi matematiken som används i samtliga uppgifter i ett tidigt kapitel i Libers Fysik 1 bok – Kapitel 3, Ergo Fysik 1 (Kvist, Pålsgård, & Nilson, 2018) – samt i de offentliga exempeluppgifterna i Bedömningsstödet för Fysik 1, Skolverket (2014). Resultatet visas i Figur 2.

Som framgår ur grafen används kunskaper inom områdena *Algebra*, *Grafer* och *Enhetsomvandling* i ett flertal av uppgifterna. Även *Procent*, *Tiopotenser*, *Värdesiffror* och *+/- analys* krävdes i vissa av uppgifterna och kan ses som centrala för fysikundervisningen generellt.

I stort stämmer detta resultat överens med den matematikkunskap som vi själva tycker är viktig för den tidiga gymnasiefysiken. Kategorierna ingår alla i högstadiets matematik och en fysiklärare på gymnasiet kan lätt se detta som kunskap som eleverna redan är väl förtrogna med.



Figur 2 Behovet av matematik för att lösa Fysik 1-uppgifter i Ergo Fysik1 Kapitel 3 (Kvist, Pålsgård & Nilson, 2018) och i offentliga exempeluppgifter för bedömningsstöd (Skolverket, 2014).

Vårt nästa steg var därför att undersöka hur väl matematiken i årskurs 9 kan tänkas förbereda eleverna för fysiken i detta avseende. Vi undersökte frekvensen av uppgifter, exempel och genomgångar i *Matematik Z* för årskurs 9 (Undvall, Johnson, & Welén, 2019). Baserat på resultatet ovan gör vi detta inom följande områden:

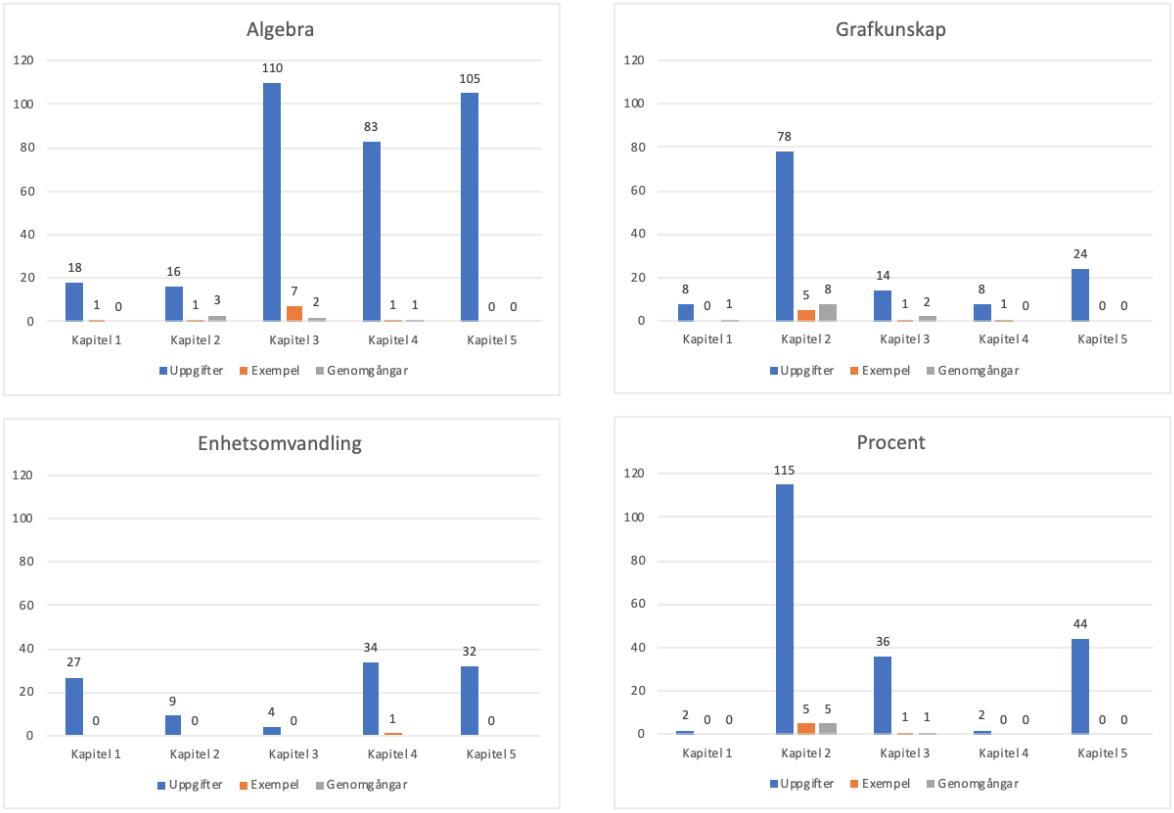
- *Algebra*
- *Grafer*
- *Enhetsomvandling*
- *Procent*
- Övrigt – *Tiopotenser*, *Värdesiffror* och *+/- analys*

5.3 Hur hanterar högstadiets matematik områden som är väsentliga för fysiken?

För att få ett mått på om högstadieelever får möjlighet att utveckla tillräcklig matematikkunskap inom områden som är viktiga för fysik, undersökte vi Libers *Matematik Z* för årskurs 9 (Undvall, Johnson, & Welén, 2019). Vi sökte efter genomgångar, exempel och uppgifter inom vart och ett av de identifierade områdena. Resultatet finns sammanfattat i Figur 3, och varje område finns också nedbrutna i underkategorier i Figur 4 – Figur 8.

Ett par noteringar kan göras redan på översiktlig nivå (Figur 3)

- *Algebra* är bäst representerad i antal uppgifter, exempel och genomgångar. Det är också det område som återkommer mest jämnt genom hela boken (framför allt efter algebrans huvudkapitel, Kapitel 3).
- *Matematik Z* är uppbyggd med ett repetitionskapitel på slutet, Kapitel 5. Samtliga områden är relativt välrepresenterade i detta repetitionskapitel, men i övrigt är områdena (förutom *Algebra*) i hög grad koncentrerade till ett kapitel och återkommer inte jämnt under hela läsåret.
- *Enhetsomvandling* saknar helt genomgångar och har endast 1 exempel. Det är också relativt få uppgifter som berör *Enhetsomvandling*.



Figur 3 Antal genomgångar, exempel och uppgifter i Åk 9 matematikbok, Matematik Z (Liber, Undvall, Johnson, & Welén, 2019), som berör matematiska förmågor som är viktiga för fysiken. Diagrammen inkluderar samtliga underkategorier.

5.3.1 Högstadiets matematikinnehåll – *Algebra*

Algebra är kanske det allra mest centrala matematikområdet för att kunna tillgodogöra sig gymnasiefysiken. Figur 4 visar hur genomgångar, exempel och uppgifter är uppdelade per kapitel och underkategori.

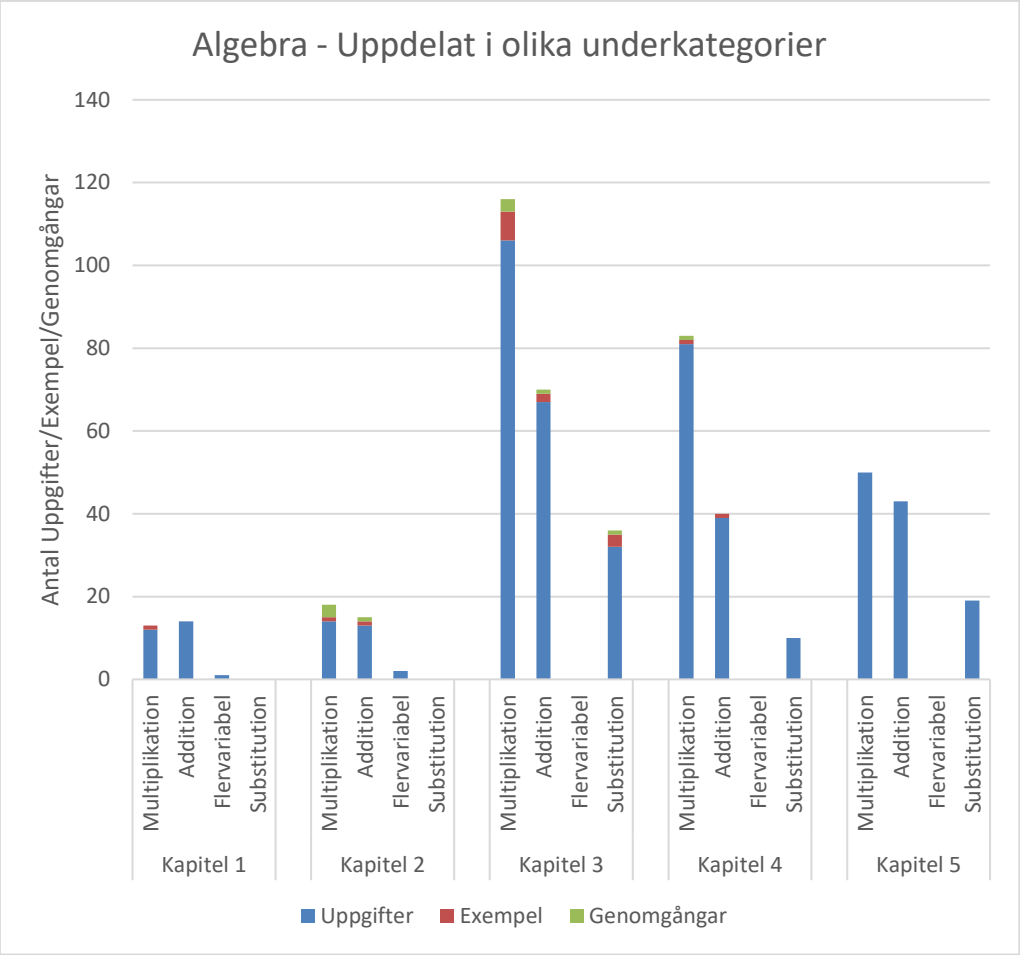
Generellt har *Algebra* en bra täckning – mer än 300 uppgifter utspridda över en stor del av läsåret. Ett flertal uppgifter från kategorierna som vi här kallar multiplikation och addition, samt kombinationer av båda finns i samtliga kapitel i boken.

Uppgifter med substitution är också relativt välrepresenterade, men oftast i form av ekvationssystem som kanske har lite annan karaktär än de fall av substitution som vi noterade i uppgifterna från Fysik1 (Sektion 5.2). I Fysik 1 behövde man t ex beräkna sönderfallskonstanten, λ utifrån en känd halveringstid och sedan sätta in i sönderfallslagen (se nedan), en metod som var betydligt sämre representerad åk 9.

Sönderfallslagen $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Halveringstid $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$

Mest påtaglig är dock bristen på uppgifter med mer än en okänd variabel (här kallad *Flera variabler*) vi har endast hittat 3 sådana uppgifter i hela boken (ekvationssystem är inte inräknade här).

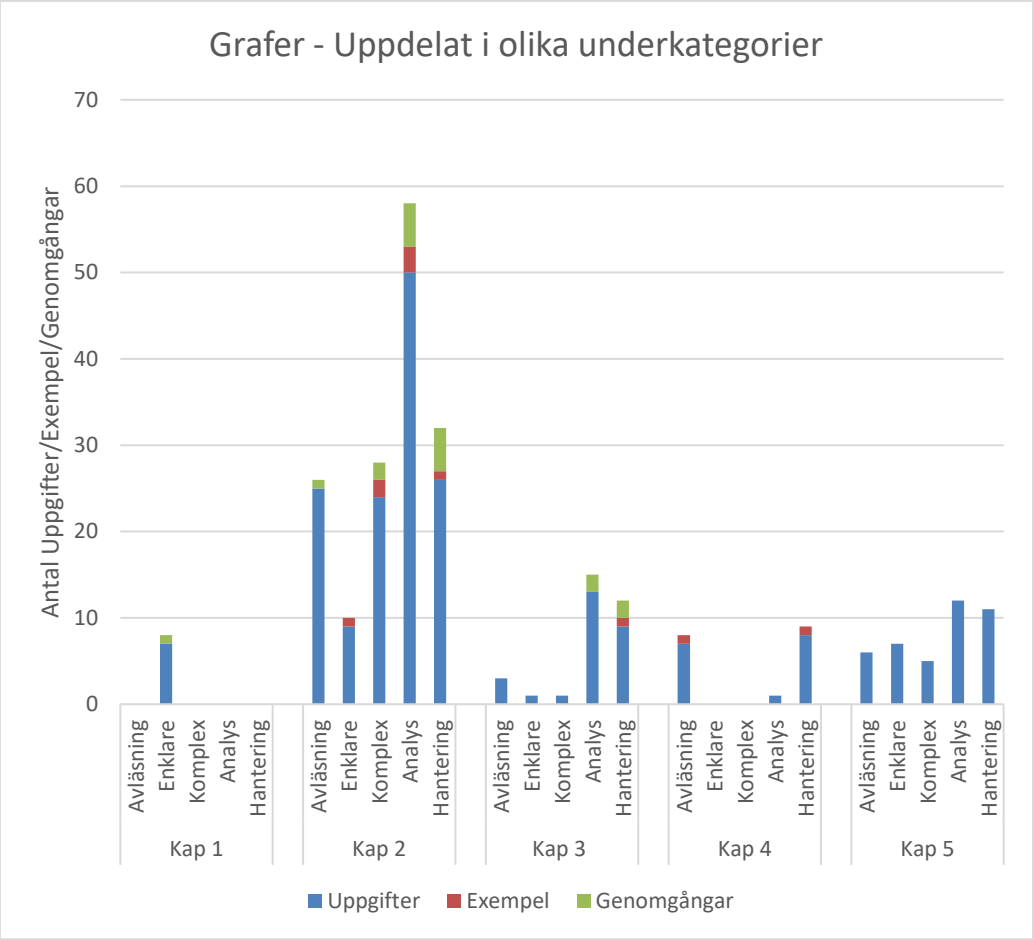


Figur 4 Antal genomgångar, exempel och uppgifter i Matematik Z (Åk9 Liber) inom Algebra, uppdelat i olika underkategorier.

5.3.2 Högstadiets matematikinnehåll – *Grafer*

Grafer och grafhantering är ett annat centralt område för fysiken. Förekomsten i *Matematik Z* visas i Figur 5 nedan. *Grafer* introduceras i Kapitel 2 och ett fåtal relaterade uppgifter kring tallinjer förekommer redan i Kapitel 1. Kapitel 2 är ganska heltäckande; det mesta som en fysiklärare kan önska/förvänta sig av en nybliven gymnasieelev finns representerat, t ex: rita grafer, ta ut riktningskoefficient, skärning av x- resp y-axel, och en grundläggande förståelse för graferna.

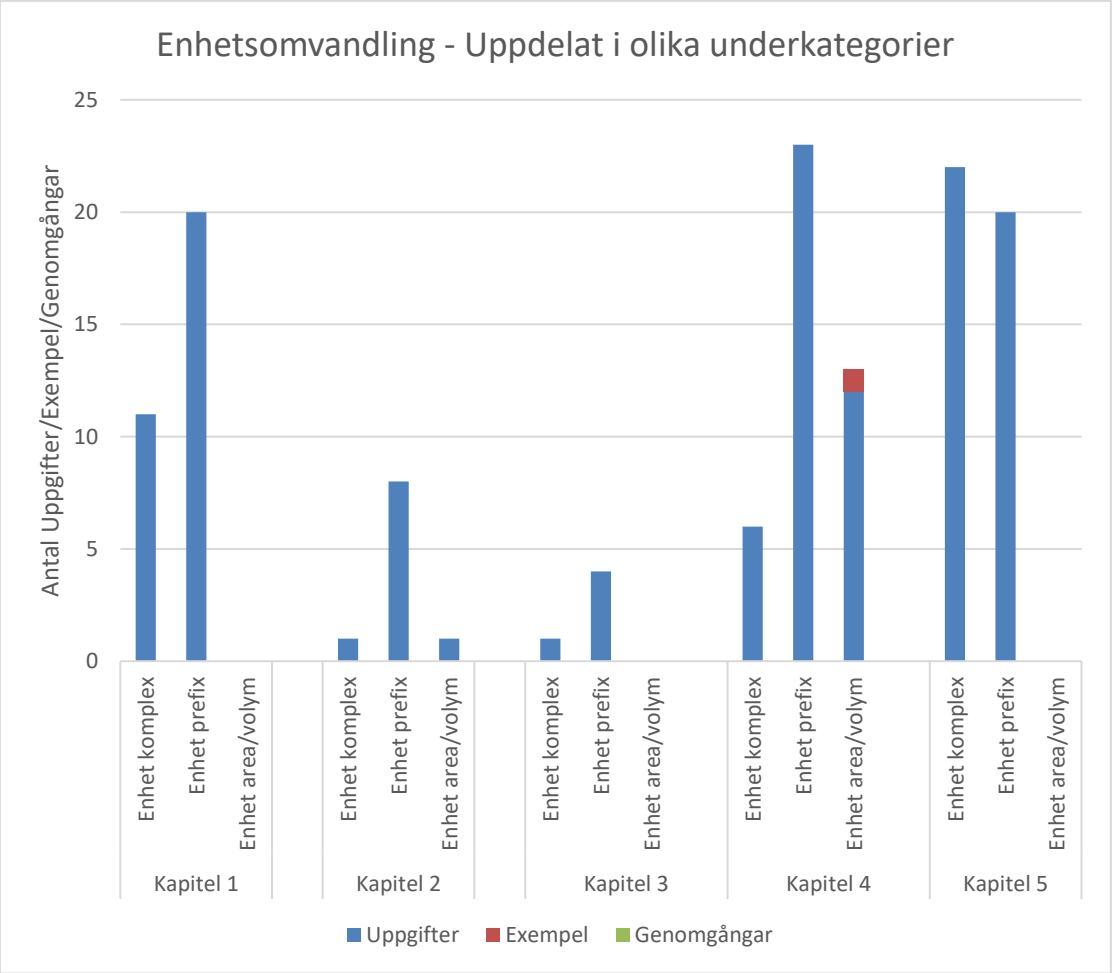
Dock är det få uppgifter kring *Grafer* i de senare kapitlen.



Figur 5 Antal genomgångar, exempel och uppgifter i Matematik Z (Åk9 Liber) inom Grafer, uppdelat i olika underkategorier.

5.3.3 Högstadiets matematikinnehåll – *Enhetsomvandling*

Det tredje området i undersökningen är enhetsomvandingar. Som nämnts tidigare har man inte några genomgångar alls i *Matematik Z* och endast ett exempel med *Enhetsomvandling* (cm^2 → m^2). Libers Matematikserie hanterar volymenhetsomvandlingar i årskurs 8 (Matematik Y, Undvall, Johnson & Welén, 2018) och vanliga enhetsomvandlingar ingår i årskurs 7 (Matematik X, Undvall, Johnson & Welén, 2017). Även lite svårare enhetsomvandlingar (t ex s → min eller min → h) ingår.

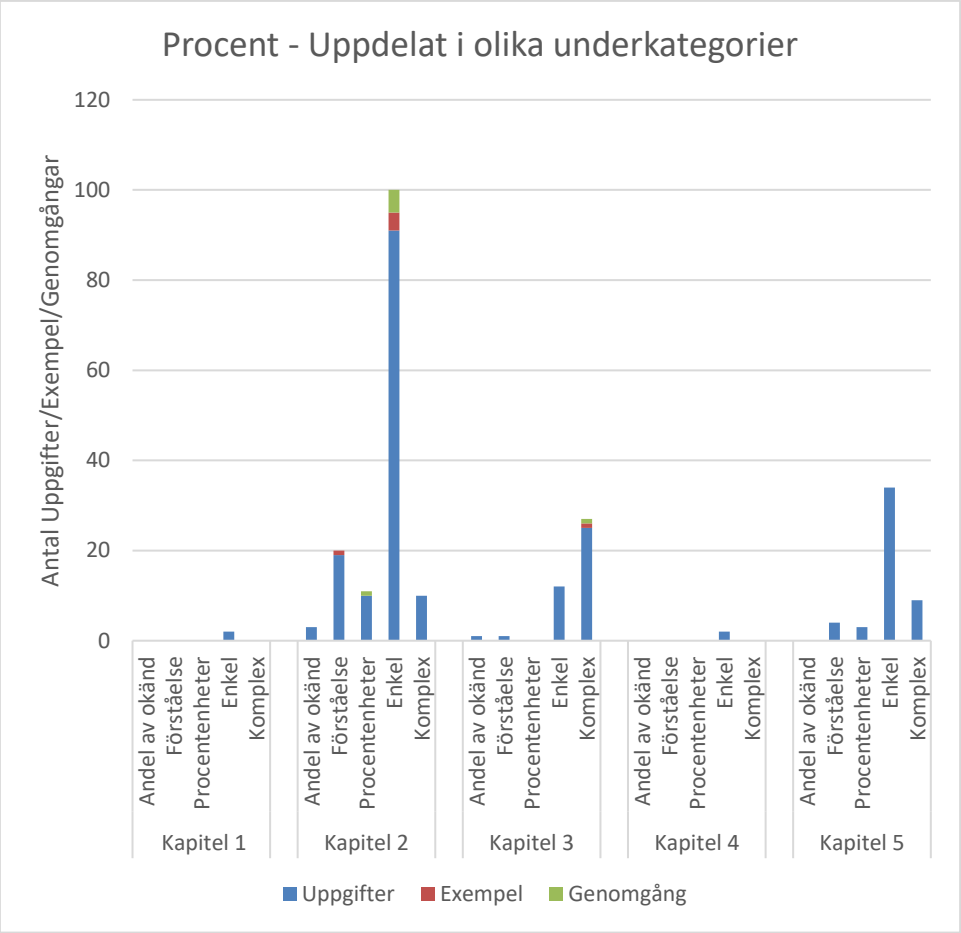


Figur 6 Antal genomgångar, exempel och uppgifter i Matematik Z (Åk9 Liber) inom Enhetsomvandling, uppdelat i olika underkategorier.

5.3.4 Högstadiets matematikinnehåll – *Procent*

I jämförelse med tidigare områden är *Procent* troligen mindre centralt för fysikundervisningen, men krävdes i 3 av 15 uppgifter i bedömningsstödet för Fysik1. Procenträkning introduceras i Kapitel 2 där också majoriteten av uppgifterna ligger. Som syns i Figur 7 är procentuppgifterna också mycket ojämnt fördelade mellan de olika kategorierna, med en klar övervikt på de ”enkla” procentuppgifterna av typen: ”En tröja har kostat 100 kr men är nedsatt med 30%, vad är det nya priset?”. I Kapitel 4 finns ett antal ”komplexa” procentuppgifter där man vänder på resonemanget: ”En tröja är nedsatt med 30% och kostar då 70 kr, vad kostade tröjan från början?”. Majoriteten av dessa uppgifter kommer dock i ett svep utan variation. Det betyder att lösningen gärna blir mer mekanisk än när uppgifterna blandas och ibland är ”enkla” och ibland ”komplexa”.

En typ av uppgift som vi uppfattar som viktig och svår för fysikelever på gymnasiet är det vi kallar ”Andel av okänd”, där man t ex ska räkna ut att antalet radioaktiva kärnor sjunkit till 65% av N_0, där N_0, antalet från början, inte är känt. Vi hittade endast 4 uppgifter av den karaktären i boken.



Figur 7 Genomgångar, exempel och uppgifter i Matematik Z (Åk9 Liber) inom Procent, uppdelat i olika underkategorier.

5.3.5 Högstadiets matematikinnehåll – *Tiopotenser, Värdesiffror* & *+/- analys*

Slutligen tittade vi på områdena *Tiopotenser*, *Värdesiffror* och *+/- analys*, ytterligare tre områden som är grundläggande inom fysiken. Resultaten sammanfattas i Figur 8.

Tiopotenser är väl genomgånget i Kapitel 1 med både exempel, genomgångar och uppgifter inklusive räkneregler etc, men är nästan helt frånvarande under resten av läsåret. Trots att man ibland räknar med stora tal, använder man inte potensform utan skriver ut t ex 1 000 000. Det kan låta sig göras i matematiken, men i fysiken blir redan ljushastigheten $3 \cdot 10^{8}$ m/s otymplig utan tiopotenser, och Plancks konstant $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js blir ohållbar.

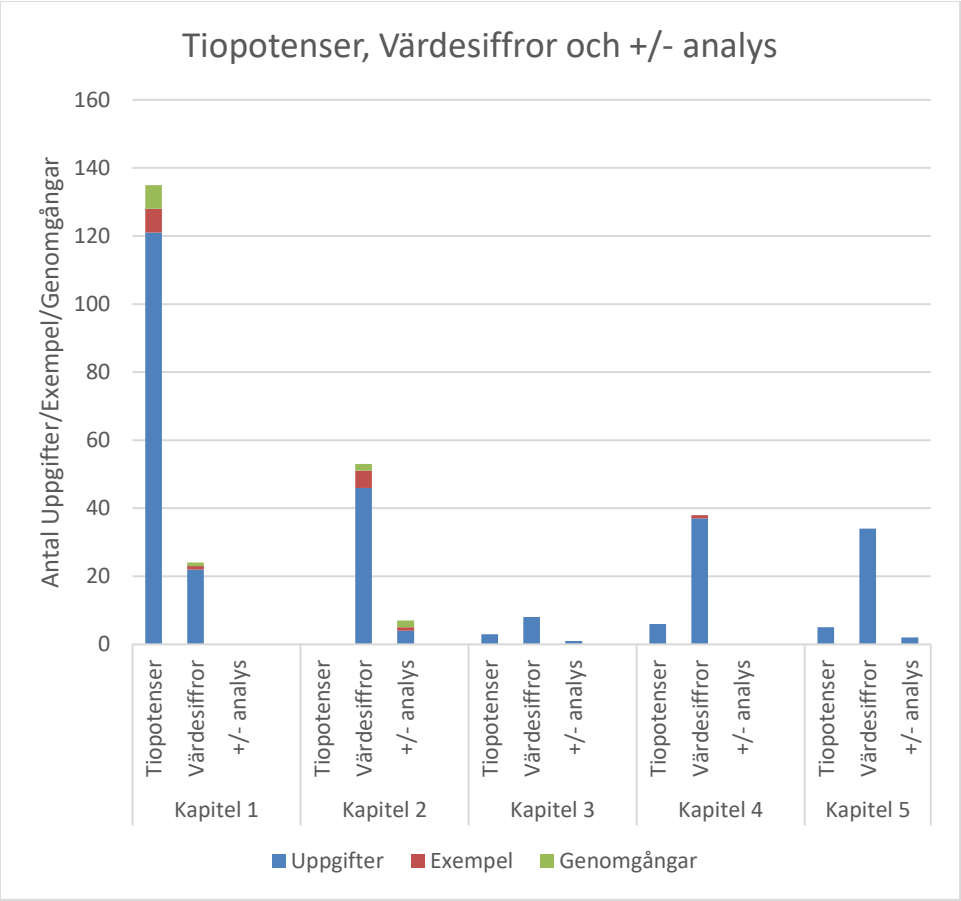
Värdesiffror och avrundning är inte ett fokusområde i boken, och de genomgångar och exempel som innehåller avrundningar beskriver egentligen andra matematiska resonemang. Avrundningen verkar mest ha rollen av att förenkla presentationen, som t ex i en genomgång på s 69:

Ökningen i procent är då $\frac{68}{49} = 1{,}387\ldots \approx 140\,\%$.

Felicias längd har alltså ökat med 140 %.

Inte på något ställe i boken diskuteras termen *Värdesiffror*, eller varför man ska avrunda.

Slutligen *+/- analys* som vi tänker oss behövs t ex för förståelsen att en boll kan röra sig uppåt och samtidigt ha en nedåtriktad acceleration. Endast sju uppgifter i boken bedömer vi som relevanta för den typen av tänkande, ofta i form av en fallande graf.



Figur 8 Antal genomgångar, exempel och uppgifter i Matematik Z (Åk9 Liber) gällande Tiopotenser, Värdesiffror och +/- analys.

5.4 Resultat – Sammanfattning

I resultatavsnitten ovan har vi dels påvisat en mycket stor skillnad mellan matematikanvändning i högstadiets och gymnasiets fysikundervisning (Sektion 5.1), dels visat på matematikområden som är väsentliga för fysiken (Sektion 5.2) och avslutningsvis undersökt hur väl dessa matematikområden täcks i matematikundervisningen i årskurs 9, här representerad av ett förlags matematikbok (Undvall, Johnson & Welén, 2019) (Sektion 5.3).

I Diskussionskapitlet nedan, Kapitel 6, diskuterar vi vidare kring de huvudsakliga gap vi ser mellan högstadiet och gymnasiet när det kommer till förberedelser för fysikundervisningen. Vi diskuterar även möjliga förbättringar och fortsatt forskning.

6 Diskussion

Målet för vårt examensarbete har varit att undersöka fysikämnets övergång mellan högstadium och gymnasium, där tidigare undersökningar (Lindberg & Fridh, 2009) bl a visat på att fler gymnasieelever känner sig dåligt förberedda i ämnet fysik, än i biologi, kemi och matematik. Som tidigare nämnts, har vi valt att undersöka övergången ur ett matematiskt perspektiv, eftersom problemlösning (som kräver matematik) inte ingår i högstadiets fysik (Lgr 11, Skolverket, 2011a, s.1), men däremot är en central del i gymnasiefysiken (Lgy 11, Skolverket, 2011b, s.2-3).

6.1 Resultatdiskussion

6.1.1 Matematik som används i gymnasiefysiken

Vårt resultat av använd matematik (Sektion 5.2) visar, att eleverna redan på högstadiet kommit i kontakt med den matematik som behövs för att lösa uppgifterna, både när det gäller uppgifterna från Skolverkets Bedömningsexempel (Skolverket 2014) och från Kapitel 3 i *Ergo Fysik 1* (Kvist, Pålsgård, & Nilson, 2018). Detta var förvånande, eftersom vi förväntat oss att, liksom i det taiwanesiska exemplet studerat av Chiu (2016), stöta på både derivata och trigonometri i den tidiga fysiken.

Vi noterar att derivata (och integraler) visserligen hade varit naturligt att använda i Kapitel 3 *Rörelse* i *Ergo Fysik 1 (*Kvist, Pålsgård, & Nilson, 2018), men att man väljer att använda grafiska lösningar istället, vilket troligen är ett sätt för läroboksförfattarna att hantera elevernas avsaknad av matematikkunskap inom detta område.

Trigonometri introduceras i Kapitel 4 *Newtons lagar* (fortfarande tidigt i boken) i *Ergo Fysik 1* (ibid.), medan Libers bok i gymnasiematematik *Matematik M 1c* (Sjunnesson, Holmström & Smedhamre, 2012), inkluderar det i mitten av boken. För skolor som startar med Fysik 1 första terminen på gymnasiet är det tveksamt om matematiken hunnit introducera trigonometri innan den behövs i fysiken. Att fysiken introducerar matematikbegrepp innan de använts i matematiken riskerar enligt Chiu (2016) att leda till problem för både lärare och elever.

Många skolor väljer att börja Fysik 1 senare, andra terminen i ettan eller i tvåan på gymnasiet, vilket troligen är en anpassning till elevernas matematiska nivå. Både läroböcker och skolor verkar således göra aktiva val för att överbrygga gapet mellan elevers behov av matematik (för att klara Fysik 1) och deras verkliga kunskap. Att anpassa nivå och tidpunkt efter elevernas förutsättningar måste naturligtvis ses som positivt, men frågan är vilka konsekvenser en senare fysikintroduktion och att t ex inte inkludera derivata och integraler i kapitlet om rörelse får för lärandet.

6.1.2 Högstadiets matematikinnehåll

De matematikområden vi identifierat i uppgifter från Bedömningsexempel från skolverket och *Ergo Fysik 1 Kapitel 3 (*Kvist, Pålsgård, & Nilson, 2018) har enligt vår undersökning samtliga behandlats i högstadiets matematik (i *Matematik Z*, Undvall, Johnson, & Welén, 2019). Det är trots detta troligt att eleverna i några fall inte nått den självklarhet och förtrogenhet med uppgifterna som behövs för att hantera fysiken på gymnasiet. Följande områden kan ses som särskilt problematiska:

Flera variabler:
Högstadieeleverna löser hundratals ekvationer med en okänd, oftast x, men endast 3 uppgifter har identifierats med mer än 1 okänd variabel (undantaget ekvationssystem) (Sektion 5.3.1).

I fysiken är uppgifter med flera variabler högst centrala. I vissa uppgifter behöver man behålla okända parametrar för att i sista ledet kunna förkorta bort t ex massan som en oviktig parameter. I andra uppgifter är det kanske inte strikt nödvändigt, men mycket praktiskt och även undervisningsnorm, att man inte ”sätter in siffror” förrän på slutet och därmed undviker avrundningsfel och även rena felräkningar. Den matematikbok vi undersökt verkar således inte förbereda eleverna på sådan undervisning.

Fler uppgifter med multipla variabler hade bättre förberett eleverna för den, ofta ganska omfattande, algebraiska manipulering som behövs i gymnasiefysiken, och hade troligen minskat tröskeln för att hänga med i fysikundervisningen.

Andel av okänd:
Förmågan att svara i procent eller andel av något okänt, t ex 65% av det ursprungliga (okända) priset, övas i princip inte alls (4 identifierade uppgifter, Sektion 5.3.4). Många fysikuppgifter behandlar just förändringar mot ett okänt startvärde, och vi ser det som fördelaktigt att tidigt bygga förståelse för detta relativt abstrakta begrepp.

Enhetsomvandling:
Enhetsomvandling är sparsamt hanterat i matematikboken i åk 9 med ett fåtal uppgifter och helt utan genomgångar (dock 1 exempel) (Sektion 5.3.3). Vår tolkning är att författarna ser *Enhetsomvandling* som enkelt och avklarat i årskurs 7 och 8, men vi upplever själva att många gymnasieelever har problem med *Enhetsomvandling* som därför, för dessa elever, adderar en extra svårighet till uppgifter i fysik. Detta tyder på att en mer genomgripande repetition av *Enhetsomvandling* i nian hade varit fördelaktig.

Grafer och Övrigt:
Flera områden, t ex *Grafer* och *Tiopotenser*, introduceras i matematiken med stort djup och förvånansvärd omfattning, för att inte återkomma nämnvärt senare i boken. (Sektion 5.3.2 och Sektion 5.3.5).

Bl a Eriksson, Linder, Airey & Redfors (2014) har beskrivit vikten av att återkomma till samma ämne flera gånger för att succesivt bygga kunskap och förtrogenhet. Risken med bokens upplägg är att eleverna bär med sig ett vagt minne, men inte känner sig speciellt förtrogna med t ex riktningskoefficient och skärningspunkter när de kommer till gymnasiet. Vi ställer oss därför frågan om ett grundare och mer repeterat angreppssätt på ett bättre sätt kunnat förberett eleverna för kommande studier?

Slutligen diskuteras hantering av *Värdesiffror* inte alls i boken (Sektion 5.3.5). I fysikämnet används *Värdesiffror* för att markera noggrannheten i ett resultat, något som är mindre centralt i matematiken där talen oftast är exakta. Återigen visar detta på fundamental fysikkunskap som med fördel hade kunnat introducerats i fysikämnet redan på högstadiet.

6.2 Slutsats: Resultatdiskussion

Punkterna ovan visar att det finns risk för ett betydande kunskaps- och förtrogenhetsgap mellan högstadiet och gymnasiet som inte med självklarhet täcks vare sig från matematik- eller fysikundervisningen. Det kan tyckas enkelt att modifiera matematikboken för att på så vis förbättra elevers förberedelse inför gymnasiet, men det är inte självklart att matematikämnet ensamt ska bära hela bördan. I Kapitel 6.3 diskuterar vi möjliga förbättringar för att överbrygga det identifierade kunskapsgapet.

Vi återkommer nu till forskningsfrågorna som formulerades i Kapitel 3:

Forskningsfråga 1: *Hur skiljer sig behovet av matematik mellan högstadiets och gymnasiets fysikundervisning?*

Undersökningen visar att det är mycket stor skillnad på behovet av matematik i högstadiets respektive gymnasiets nationella prov: 0% av uppgifterna i det undersökta högstadieprovet krävde matematik och 70% av uppgifterna i skolverkets bedömningsexempel i gymnasiets Fysik 1 (se Sektion 5.1). Vårt gymnasieresultat är i paritet med resultat från Johansson (2016) som i en mer omfattande undersökning av äldre Nationella fysikprov på gymnasiet (1998 – 2010) visar att tre fjärdedelar av uppgifterna kräver matematiskt resonemang.

Forskningsfråga 2: *I vilken utsträckning kan elever från grundskolan förväntas ha med sig den matematiska kunskap som krävs i tidig Fysik 1-undervisning?*

Eleverna får till viss del med sig den matematikkunskap som krävs i Fysik 1. I de undersökta gymnasieuppgifterna (se Kapitel 5.2) används endast matematik av en typ som också behandlats i den undersökta matematikboken från högstadiet (Undvall, Johnson, & Welén, 2019). Dock visar vår granskning att det är tveksamt om eleverna arbetat med vissa matematikproblem tillräckligt för att utveckla en förtrogenhet och självklarhet kring användandet. Framför allt finns det uppgiftstyper som är viktiga i fysiken men som matematikboken endast nuddar vid (Sektion 5.4).

Sammanfattningsvis ser vi en betydande risk att nyblivna gymnasieelever inte har med sig de matematikkunskaper som behövs för att på bästa sätt tillgodogöra sig fysikundervisningen. Vår bild är att man med relativt små medel skulle kunna förbättra möjligheterna för eleverna att utveckla sin fysikkunskap och därmed sitt intresse för ämnet som sådant (se vidare Sektion 6.3).

Vi vill betona att vår avsikt med det här arbetet inte på något sätt är att klaga på den undersökta matematikboken (Undvall, Johnson, & Welén, 2019); vår tro är att boken är relativt representativ bland svenska högstadieböcker i matematik. Vi har under granskningen ofta slagits av hur välgenomtänkta och framåtsyftande vissa uppgifter är och känner överlag att det är en välkomponerad bok.

Vad vi däremot vill betona och belysa är att endast högstadiets matematikundervisning inte verkar täcka förberedelsebehovet för Fysik 1. Alldeles oavsett vårt resultat, som visar på betydande gap mellan högstadiets undervisning och gymnasiets krav, kvarstår det transferproblem som t ex Meijer & Riemersma (2002) pekar på. Det är svårare för elever att använda matematik från matematiklektionerna i fysikämnet, än om samma kunskap inhämtats på fysiklektionen. Kullberg, Runesson Kempe & Marton (2017) beskriver vikten av kritiska aspekter, och variation av kritiska aspekter för att uppnå förståelse

och ämnesinsikt. Det känns naturligt att anta att kritiska aspekter för att förbereda gymnasiefysiken med fördel undervisas av en (högstadie-) fysiklärare även om kunskaperna även kan kallas matematik.

6.3 Föreslagna förbättringar

Ett kunskapsgap mellan fysiken på högstadiet och gymnasiet kan tydligt ses i våra resultat ovan (se Kapitel 5) och vi kommer därför med möjliga förslag till förändringar för att minska gapet. Vi är fullt medvetna om att lösningen inte endast faller hos en enstaka individ utan att ett samspel mellan olika parter förmodligen är den bästa lösningen. Vi tycker att de fyra aktörerna som tillsammans kan minska kunskapsgapet är: Skolverket, läroböckerna, gymnasielärarna och högstadielärarna.

Den mest långsiktiga lösningen hade varit att införa problemlösning med matematikanvändande i fysikens kunskapskrav för högstadiet. Eleverna skulle lättare klara av Fysik 1 med en matematisk grund att stå på och inte uppleva ett så kraftigt skifte av ämneskaraktär. Det är en långsam process att ändra styrdokumenten för högstadiet, men vi tror att effekten det hade medfört hade gynnat eleverna i längden. Vi menar inte att matematikkunskaperna som används i högstadiets fysik behöver vara på samma nivå som Fysik 1, men att enkla formler, rent matematisk, kunde appliceras och prövas. Till exempel, *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019) innehåller en uppgift (se Figur 1) som beräknar resistansen i en koppartråd vilket hade kunnat utvecklats av en fysiklärare på högstadiet.

Läroböckerna skulle också kunna minska kunskapsgapet med hjälp av flera uppgifter som kräver uträkningar i fysikböckerna på högstadiet. Om eleverna får se enkla formler som till exempel hur densitet, volym och massa hör ihop, och dessutom får räkna med olika värden, kommer de få en djupare förståelse för området. En sådan uppgift hade också låtit eleven öva på att manipulera formler redan på högstadiet, vilket skulle bygga en grund som inte *Matematik Z* (Undvall, Johnson, & Welén, 2019) gjort. Även om ”förståelse” är det enda den nuvarande kursplanen kräver av eleven (Skolverket, 2011a, s.1) kan man hävda att användningen av en formel i fysiken skulle ge en djupare förståelse för området. I resultatet kan man tydligt se att områden som *Flera variabler* eller *Andel av okänd* är kraftigt underrepresenterade. En möjlig lösning på kunskapsgapet kan vara att matematikboken hanterar fler uppgifter i de kategorierna. *Flera variabler* kan till exempel appliceras utan att ta bort områden som finns där nu eftersom *Algebra mult* samt *Algebra addition* kan prövas med samma uppgift. Självklart kan inte boken fyllas med mängder av nya uppgifter utan de nuvarande uppgifterna skulle behövas ses över och förändras.

Högstadielärarna har också möjligheten att hjälpa eleverna i övergången mellan högstadiet och gymnasiet. Om en högstadielärare aktivt söker efter vilka områden eleverna har svårigheter med när de kommer till gymnasiet, kan läraren anpassa sin undervisning till att innehålla mer av de ”svåra” områdena. Läraren kan använda enkla formler i sin undervisning för att eleverna ska kunna se vad som krävs i Fysik 1.

Den snabbaste lösningen men också den mest kortsiktiga är att börja Fysik 1-undervisningen med en modul i endast matematik, där man går genom och övar på alla befintliga kunskapsgap för att resten av fysikundervisningen inte ska hindras av matematiska svårigheter. Då denna lösning behöver ske på kort tid i förhållande till de andra, blir den mycket påfrestande för både läraren och eleverna. Eleverna börjar Fysik 1 med enbart

saker som de inte förstår, eller kan, vilket kan leda till att motivationen för ämnet sjunker. Enligt Taube (2007), kan en elev som enbart möter motstånd tappa motivationen då hens egen självförsvar skyddar sig själv från motgångar; ”varför försöka när jag ändå inte klarar det” (s.89–91, ibid.). Läraren måste också lägga undan tid från det centrala innehållet i Fysik 1 för att gå genom saker som kursplanen verkar anta att eleverna redan kan. Punkterna ovan belyser verkligen problemet med ett kunskapsgap som detta, då ingen individ egentligen är skyldig eller har gjort ett ”dåligt” jobb med sin undervisning. Trots detta lider eleverna då de startar sin fysikkarriär i uppförsbacke.

6.4 Fortsatt forskning

Den huvudsakliga delen av vårt arbete har berört forskningsfråga 2 – i vilken utsträckning elever kan förväntas vara matematiskt förberedda för den tidiga gymnasiefysiken – och det är också den del som i våra ögon är mest intressant för fortsatt forskning. Vi ser framför allt tre områden till kompletterande forskning för att ge ytterligare tyngd åt undersökningens resultat:

För det första hade det varit intressant att inhämta en mer heltäckande bild av hur lärarna upplever elevernas matematikkunskap, och i vilken mån den ses som ett problem. Enkätundersökning och/eller intervjuer av mottagande fysiklärare på gymnasiet, liksom av högstadielärare i matematik *och* fysik skulle bidra till förståelsen för området.

För det andra hade elevernas syn på fysikundervisningen varit intressant. Hur upplever de skillnaden mellan högstadiet och gymnasiet, känner de sig förberedda från högstadiet? Lindberg & Fridh (2009) undersökte elevernas bild av hur förberedda de kände sig i de olika naturvetenskapliga ämnena, men det gjordes inom Lpo/Lpf 94. Vad vi känner till har ingen liknande undersökning gjorts i nuvarande läroplan (Lgr/Lgy 11).

Slutligen hade man också kunnat stärka vårt eget resultat genom att utöka antalet undersökta högstadieböcker i matematik liksom antalet uppgifter från nationella prov och därigenom få en bättre representation. Man hade också kunnat inkludera gymnasieböcker i matematik, eftersom de också är relevanta för elevernas fysikundervisning, framför allt i de fall där skolan väljer att introducera Fysik 1 först i andra året på gymnasiet.

7 Referenser

Bing, T. (2008). *An epistemic framing analysis of upper level physics students' use of mathematics* (Doctoral dissertation). http://www.physics.umd.edu/perg/dissertations/Bing/ .

Chiu, MS (2016). Res Sci Educ (2016) 46: 767. https://doi.org/10.1007/s11165-015-9479-5

Coolman, R, Live Science. (2015). What Is Algebra?. Hämtad 2020-05-14 från https://www.livescience.com/50258-algebra.html

Doorman, L- M & Gravemeijer, K P E (2009). Emergent modeling: Discrete graphs to support the understanding of change and velocity. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education, 41, 199-211* *https://doi-org.ludwig.lub.lu.se/10.1007/s11858-008-0130-z*

Eriksson, U., Linder, C. Airey, J., Redfors, A. (2014). *Introducing the anatomy of disciplinary discernment: an example from astronomy*. European Journal of Science and Mathematics Education Vol. 2, No. 3, 2014, 167-182. http://ludwig.lub.lu.se/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsswe&AN=edsswe.oai.DiVA.org.hkr.12530&site=eds-live&scope=site

Johansson, H. (2016). Mathematical Reasoning Requirements in Swedish National Physics Tests. *Int J of Sci and Math Educ* **14,** 1133–1152 (2016) https://doi.org/10.1007/s10763-015-9636-3

Kullberg, A., Runesson Kempe, U. & Marton, F. (2017). What is made possible to learn when using the variation theory of learning in teaching mathematics?. *ZDM Mathematics Education* **49,** 559–569 (2017). https://doi.org/10.1007/s11858-017-0858-4

Kvist, G., Pålsgård, J., & Nilson, K. (2018). *Ergo Fysik. 1* (femte upplagan). Liber.

Lindberg, Veronica & Fridh, Sofie (2009). Det stora steget: Om elevers syn på hur förberedda de är att möta gymnasieskolans naturvetenskap. Student Thesis. Kristianstad University College, School of Teacher Education. http://hkr.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A224869&dswid=3932

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. Educational Studies in Mathematics, 67(3), 255–276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2.

Meijer, J & Riemersma (2002). Teaching and testing mathematical problem solving by offering optional assistance. *Instructional Science, 30(3), 197-220*. http://ludwig.lub.lu.se/login?url=https://search-ebscohost-com.ludwig.lub.lu.se/login.aspx?direct=true&db=edb&AN=16980138&site=eds-live&scope=site

Mäkitalo, Maria & Utterström, Linnéa (2009). Hopp eller hopplöst mellan grundskolan och gymnasiet? - en fenomenografisk studie om tillvaratagandet av elevers tidigare kunskaper i övergången från grundskolan till gymnasieskolan. Student Thesis. Luleå tekniska universitet. http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1032304/FULLTEXT01.pdf

Palm, T., Boesen, J. & Lithner, J. (2011). Mathematical reasoning requirements in upper secondary level assessments. Mathematical Thinking and Learning, 13(3), 221–246. https://poi.org/10.1080/10986065.2011.564994.

Redish, E. F. & Gupta, A. (2009). *Making meaning with math in physics: a semantic analysis*. Paper presented at GIREP 2009, Leicester, United Kingdom. Retrieved from http://bit.ly/RedishGuptaGIREP2009.

Sjunnesson, J., Holmström, M., & Smedhamre, E. (2012). Matematik (2. uppl.). Liber.

Skolverket. (2011a). Ämne – Fysik [Ämnesplan]. Hämtad 2020-06-02, från https://www.skolverket.se/sitevision/proxy/undervisning/grundskolan/laroplan-och-kursplaner-for-grundskolan/laroplan-lgr11-for-grundskolan-samt-for-forskoleklassen-och-fritidshemmet/svid12_5dfee44715d35a5cdfa219f/1530314731/compulsorycw/jsp/subject.htm?subjectCode=GRGRFYS01&tos=gr - anchor1

Skolverket. (2011b). Ämne – Fysik 1a [Ämnesplan]. Hämtad 2020-06-03, från https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DFYS%26courseCode%3DFYSFYS01a%26tos%3Dgy&sv.url=12.5dfee44715d35a5cdfa92a3#anchor_FYSFYS01a

Skolverket. (2014). *Bedömningsexempel för Fysik 1*. Hämtad 2020-05-08 från https://bp.skolverket.se/web/bs_gy_fysfys01/prov#

Skolverket. (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i fysik.* Reviderad 2017. Hämtad 2020-05-19 från https://www.skolverket.se/getFile?file=3789

Skolinspektionen (2010). *Fysik utan dragningskraft. En kvalitetsgranskning om lusten att lära fysik i grundskolan*. Rapport No 2010:8. Hämtad 2020-05-14 från https://www.skolinspektionen.se/sv/Beslut-och-rapporter/Publikationer/Granskningsrapport/Kvalitetsgranskning/Fysik-utan-dragningskraft/

Tasar, M. F. (2010). What part of the concept of acceleration is difficult to understand: The mathematics, the physics, or both? *ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 42*, 469–482. doi:10.1007/s11858-010-0262-9.

Taube, K. (2007). *Läsinlärning och självförtroende: Psykologiska teorier, empiriska undersökningar och pedagogiska konsekvenser*. Norstedts Akademiska Förlag.

Umeå Universitet. (2017). *Tidigare givet Nationellt prov i fysik Åk 9 (2017)*. Hämtad 2020-05-08 från https://www.umu.se/institutionen-for-tillampad-utbildningsvetenskap/np/no9/tidigare-givna-prov/

Undvall, L., Johnson, K., & Welén, C. (2017). *Matematik X* (Femte upplagan). Liber.

Undvall, L., Johnson, K., & Welén, C. (2018). *Matematik Y* (Femte upplagan). Liber.

Undvall, L., Johnson, K., & Welén, C. (2019). *Matematik Z* (Femte upplagan). Liber

8 Bilagor

8.1 Rådata till Figur 4 - Figur 8

Algebra	Kapitel 1			
	Multiplikatio	Addition	Flervariabel	Substitution
Uppgifter	12	14	1	0
Exempel	1	0	0	0
Genomgånga	0	0	0	0
	Kapitel 2			
	Multiplikatio	Addition	Flervariabel	Substitution
Uppgifter	14	13	2	0
Exempel	1	1	0	0
Genomgånga	3	1	0	0
	Kapitel 3			
	Multiplikatio	Addition	Flervariabel	Substitution
Uppgifter	106	67	0	32
Exempel	7	2	0	3
Genomgånga	3	1	0	1
	Kapitel 4			
	Multiplikatio	Addition	Flervariabel	Substitution
Uppgifter	81	39	0	10
Exempel	1	1	0	0
Genomgånga	1	0	0	0
	Kapitel 5			
	Multiplikatio	Addition	Flervariabel	Substitution
Uppgifter	50	43	0	19
Exempel	0	0	0	0
Genomgånga	0	0	0	0

Grafer	Kap 1				
	Avläsning	Enklare	Komplex	Analys	Hantering
Uppgifter		7			
Exempel					
Genomgångar		1			
	Kap 2				
	Avläsning	Enklare	Komplex	Analys	Hantering
Uppgifter	25	9	24	50	26
Exempel		1	2	3	1
Genomgånga	1		2	5	5
	Kap 3				
	Avläsning	Enklare	Komplex	Analys	Hantering
Uppgifter	3	1	1	13	9
Exempel					1
Genomgångar				2	2
	Kap 4				
	Avläsning	Enklare	Komplex	Analys	Hantering
Uppgifter	7			1	8
Exempel	1				1
Genomgångar					
	Kap 5				
	Avläsning	Enklare	Komplex	Analys	Hantering
Uppgifter	6	7	5	12	11
Exempel					
Genomgångar					

Enhetsomvandling	Kapitel 1		
	Enhet komplex	Enhet prefix	Enhet area/volym
Uppgifter	11	20	0
Exempel	0	0	0
Genomgångar	0	0	0
	Kapitel 2		
	Enhet komplex	Enhet prefix	Enhet area/volym
Uppgifter	1	8	1
Exempel	0	0	0
Genomgångar	0	0	0
	Kapitel 3		
	Enhet komplex	Enhet prefix	Enhet area/volym
Uppgifter	1	4	0
Exempel	0	0	0
Genomgångar	0	0	0
	Kapitel 4		
	Enhet komplex	Enhet prefix	Enhet area/volym
Uppgifter	6	23	12
Exempel	0	0	1
Genomgångar	0	0	0
	Kapitel 5		
	Enhet komplex	Enhet prefix	Enhet area/volym
Uppgifter	22	20	0
Exempel	0	0	0
Genomgångar	0	0	0

Procent	Kapitel 1				
	Andel av okänd	Förståelse	Procentenheter	Enkel	Komplex
Uppgifter				2	
Exempel					
Genomgång					
	Kapitel 2				
	Andel av okänd	Förståelse	Procentenheter	Enkel	Komplex
Uppgifter	3	19	10	91	10
Exempel		1		4	
Genomgång			1	5	
	Kapitel 3				
	Andel av okänd	Förståelse	Procentenheter	Enkel	Komplex
Uppgifter	1	1		12	25
Exempel					1
Genomgång					1
	Kapitel 4				
	Andel av okänd	Förståelse	Procentenheter	Enkel	Komplex
Uppgifter				2	
Exempel					
Genomgång					
	Kapitel 5				
	Andel av okänd	Förståelse	Procentenheter	Enkel	Komplex
Uppgifter		4	3	34	9
Exempel					
Genomgång					

Övrigt	Kapitel 1		
	Tiopotenser	Värdesiffror	+/- analys
Uppgifter	121	22	0
Exempel	7	1	0
Genomgånga	7	1	0
	Kapitel 2		
	Tiopotenser	Värdesiffror	+/- analys
Uppgifter	0	46	4
Exempel	0	5	1
Genomgånga	0	2	2
	Kapitel 3		
	Tiopotenser	Värdesiffror	+/- analys
Uppgifter	3	8	1
Exempel	0	0	0
Genomgånga	0	0	0
	Kapitel 4		
	Tiopotenser	Värdesiffror	+/- analys
Uppgifter	6	37	0
Exempel	0	1	0
Genomgånga	0	0	0
	Kapitel 5		
	Tiopotenser	Värdesiffror	+/- analys
Uppgifter	5	34	2
Exempel	0	0	0
Genomgånga	0	0	0