



LUND UNIVERSITY

Processidentifiering: Projektarbeten hösten 1989

Johansson, Rolf; Dahl, Ola; Gustafsson, Kjell

1990

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Johansson, R. (Red.), Dahl, O., & Gustafsson, K. (1990). *Processidentifiering: Projektarbeten hösten 1989*. (Technical Reports TFRT-7451). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:

3

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

CODEN: LUTFD2/(TFRT-7451)/1-112/(1990)

Processidentifiering Projektarbeten hösten 1989

Rolf Johansson (Red.)
Ola Dahl
Kjell Gustafsson

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
April 1990

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> REPORT	
		<i>Date of issue</i> April 1990	
		<i>Document Number</i> CODEN:LUTFD2/(TFRT-7451)/1-112/(1990)	
<i>Author(s)</i> Rolf Johansson, Ola Dahl, Kjell Gustafsson		<i>Supervisor</i>	
		<i>Sponsoring organisation</i>	
<i>Title and subtitle</i> Processidentifiering — Projektarbeten hösten 1897			
<i>Abstract</i> <p>This volume contains some term papers of the students taking the graduate course in process identification. The following identification subjects have been studied: Dynamics of a motor drive; The 'ball-and-beam' process; A salt mixing process; Positioning of a ball on a centrifugal accelerator;</p>			
<i>Key words</i>			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i>			<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish, English	<i>Number of pages</i> 112	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

FÖRORD

Föreliggande arbete innehåller några rapporter från projektarbeten inom en kurs (ht 89) i processidentifiering vid Institutionen för Reglerteknik, LTH. Kursen *Processidentifiering* gavs första gången under höstterminen 1987 såsom reguljär fortsättningskurs och forskarutbildningskurs vid Reglerteknik, LTH. Kursdeltagarna förutsättes ha goda förkunskaper i reglerteori och stokastiska processer svarande mot institutionens kurs "Digital Reglering". Under kursens gång har kursdeltagarna förberetts för sina uppgifter genom fyra laborationer: Frekvensanalys, Interaktiv identifiering, Realtidsidentifiering, Syntesorienterad identifiering. Vidare har kursen innehållit övningar med Matlab-uppgifter i Processidentifiering.

Uppgifterna har alla omfattat identifiering med jämförelse mellan några olika metoder. Följande identifieringsproblem har studerats:

- Dynamik hos en motordrift (M. Apell)
- Bomservots dynamik (M. Pålsson, G. Wilhelmsson)
- Motordrift I (T. Szabo)
- Motordrift II (U. Lindgren)
- "Saltprocessens" koncentrationsdynamik I (P.A. Fransson, M. Fureby)
- "Saltprocessens" koncentrationsdynamik II (J. Jönsson, P. Quistbäck)
- Positionering av kula på roterande bana (C.E. Gyllensten, S. Nilsson)

Det är vår förhoppning, att dessa projektarbeten kan tjäna som exempel på tillämpningar av identifieringsmetodik.

Rolf Johansson, Ola Dahl, Kjell Gustafsson (Red.)

Lunds Tekniska Högskola
Institutionen för reglerteknik
Processidentifiering
89-11-30

Magnus Apell

PROJEKTRAPPORT

Drivremmen

Handledare:

Kjell Gustafsson

Innehållsförteckning

	<u>sida</u>
Projektbeskrivning	1
Grov uppskattning av modellen	1
Inledande försök	2
Grundligare försök	3
Modell som ej tar hänsyn till färg hos bruset	5
Modeller som tar hänsyn till färg hos bruset	5
Validering	10
Avslutande diskussion	12

Projektbeskrivning

Två motorer driver en gummirem runt tre hjul enligt figur 1. Motorerna störs med små spänningspulser som är i motfas och gummiremmens töjning mäts som fjäderns längdförändringar vid a.

Systemet är egentligen ett system med två insignaler och två utsignaler. Om de två insignalerna väljs på ett speciellt sätt kan dock systemet betraktas som två statiskt sett särkopplade system. Väljs signalerna lika, påverkas drivremmens hastighet (den ena utsignalen) medan bandspänningen (den andra d:o) i princip förblir oförändrad. Väljs däremot insignalerna motriktade, påverkas bandspänningen medan hastigheten förblir oförändrad.

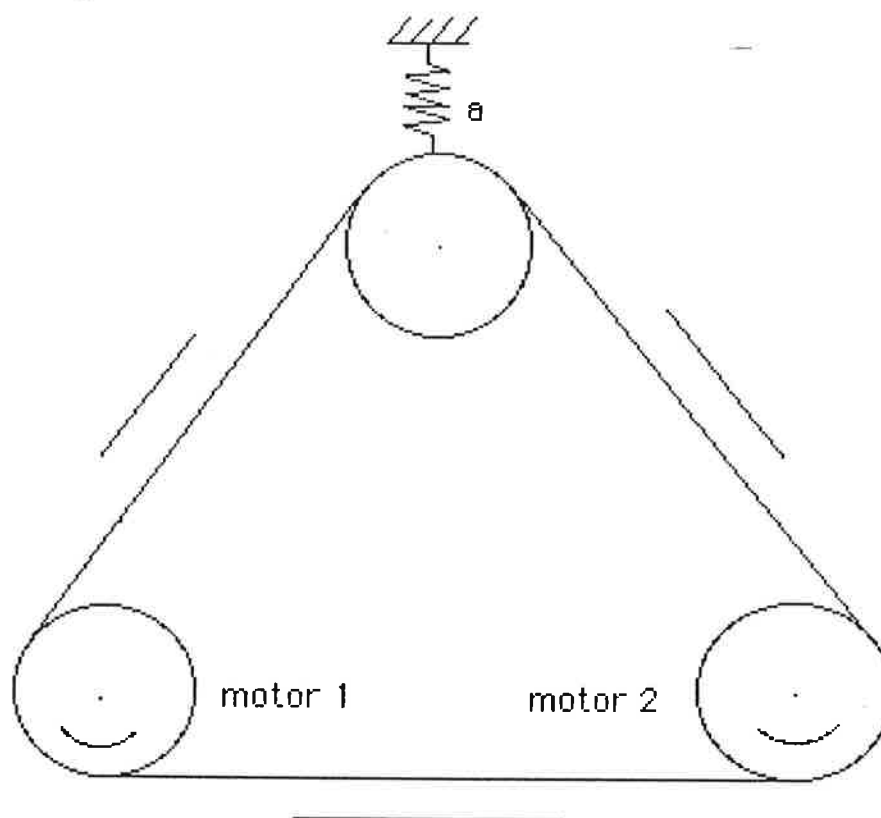
Detta projekt ägnas åt att studera kopplingen mellan insignalerna och bandspänningen varför de två insignalerna valts lika stora och motriktade.

Grov uppskattning av modellen

Inledande experiment visade att motorerna hade stigtider på ca 200 ms, vilket gav en fingervisning om att systemet inte skulle kunna störas med frekvenser mycket högre än 5 Hz. Gummiremmen och den fjädrande upphängningen visade sig ha sina egenfrekvenser i samma område kring 5 Hz. Detta gav ett intressant frekvensområde mellan ungefär 1 och 10 Hz.

Enligt tumregler bör samplingstiden för ett system vara 8-16 ggr större än snabbaste frekvens i systemet. Med hänsyn till de högst preliminära värdena på systemets frekvenser valdes f_{sampl} till $20 \cdot 5 = 100$ Hz.

Ordningstalet för hela systemet uppskattades till 5, ty gummiremmen och fjädern är troligen båda av ordningstal 2 och motorn av ordningstal 1: $2+2+1 = 5$.



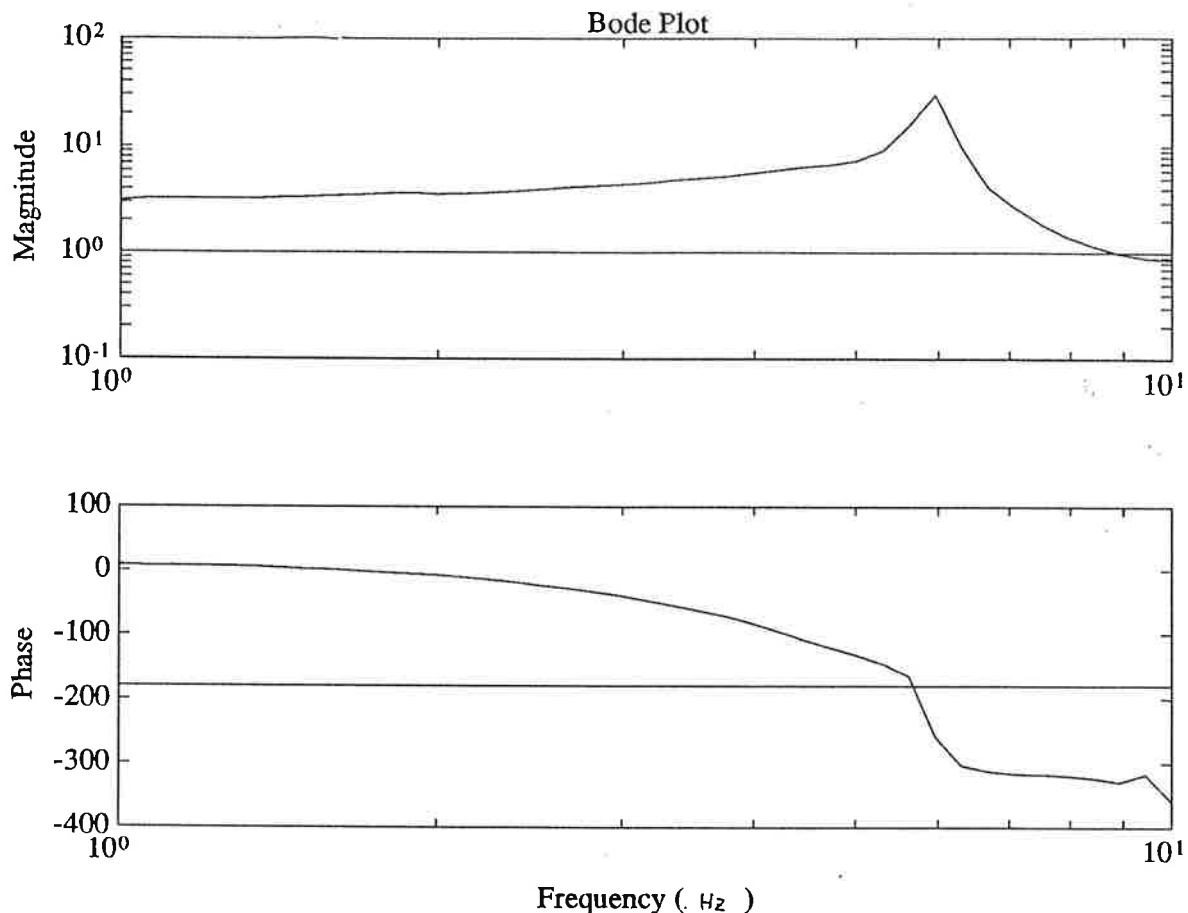
Figur 1. Drivremssystemet.

Inledande försök

Efter att ha uppskattat modellordningen och viktiga frekvenser gjordes en frekvensanalys.

Försöket visade en skarp resonanstopp vid 6 Hz och därefter en brant dykning, se figur 2. Resonanstoppen visade, precis som de första uppskattningarna hade låtit ana, att systemets resonansfrekvenser låg samlade i närheten av en och samma frekvens.

Högfrekvensdelen av kurvan i figur 2 har en lutning som är svår att uppskatta men den tyder på en relativt hög ordning hos systemet - precis som hade antagits.



Figur 2. Bodediagram för frekvensanalysen.

Grundligare försök

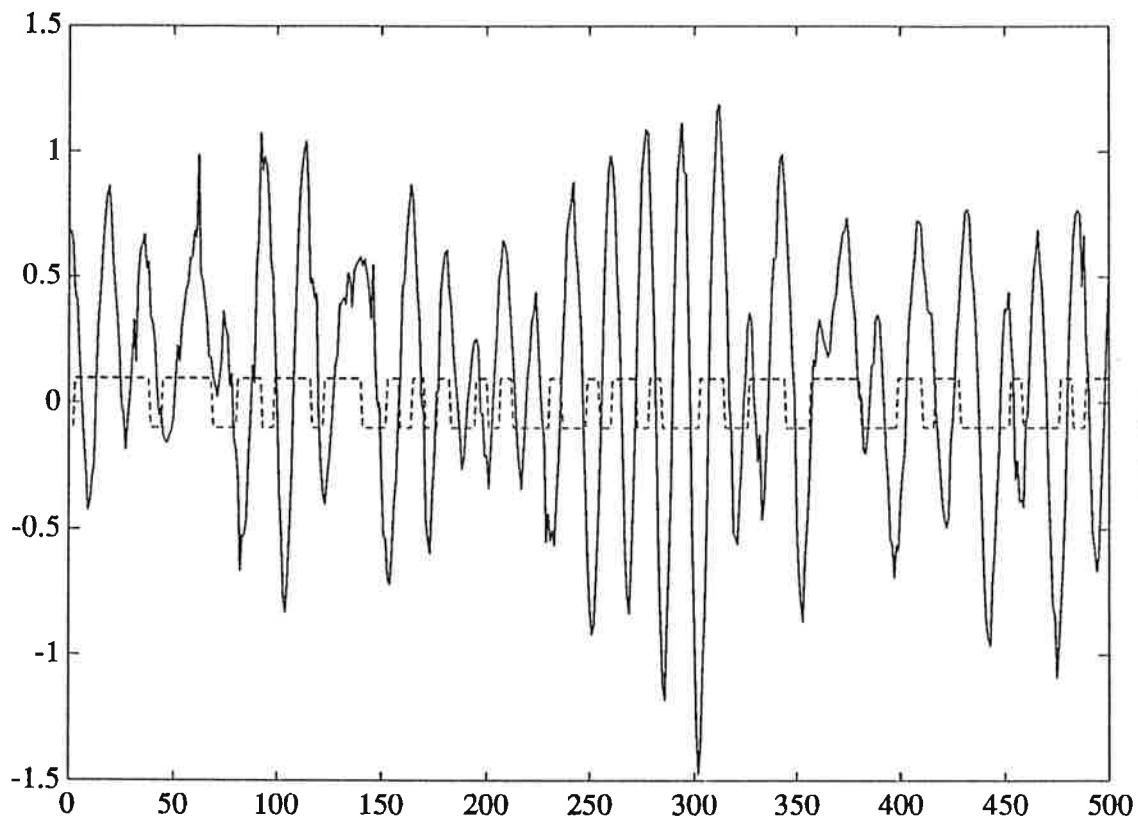
Systemet exciterades med slumpmässigt brus en s k "Pseudo Random Binary Signal" (PRBS) och in- och utsignal uppmättes. Enligt tidigare uträkningar valdes samplingsfrekvensen till 100 Hz. Snabbaste exciterande signal valdes till 20 Hz, vilket visade sig vara tillräckligt stort för att säkert täcka in de viktiga frekvensområdena.

Motorerna drevs med en kontinuerlig spänning på 2 Volt och matades med motfas störningar på 0.1 Volt. Dessa värden visade sig ge god excitation av systemet utan att det kom ut i olinjära områden och utan att det besvärades för mycket av friktion.

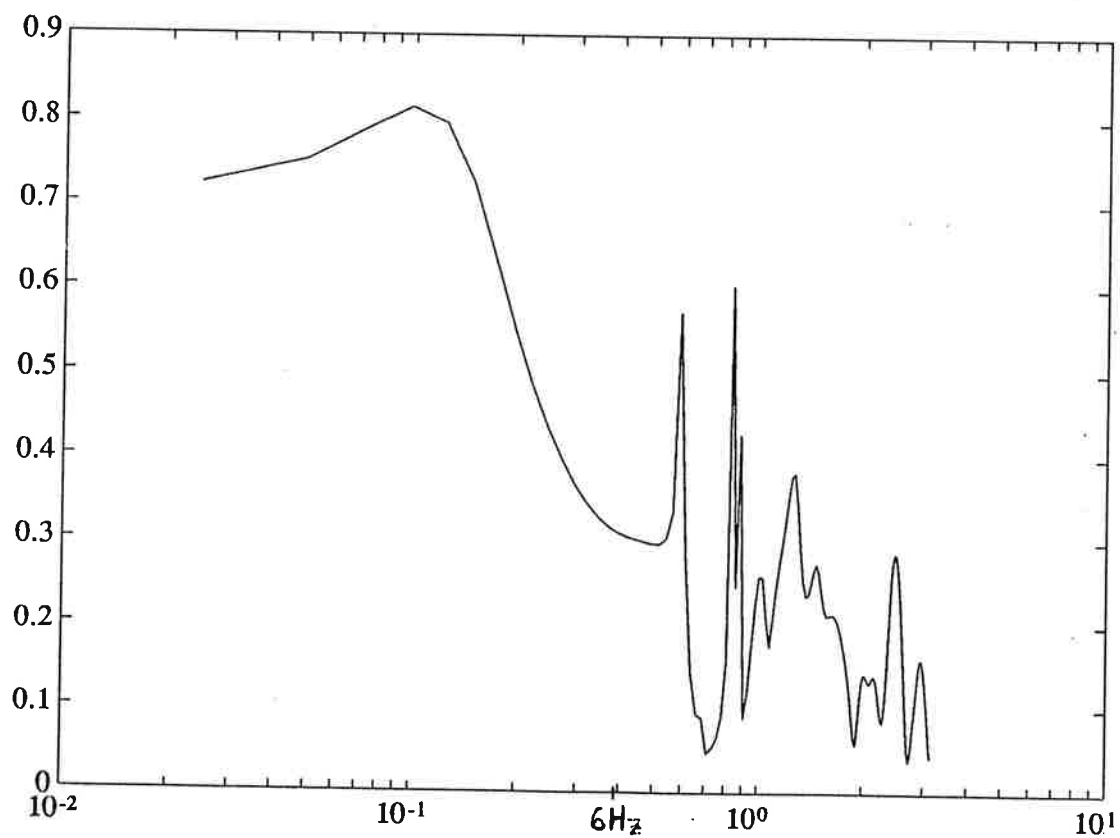
En första kontroll av mätvärdena visade att inga sk "outliers" (extrema mätvärden pga mätfel) fanns.

4000 mätdata samlades in och 500 av dem finns i figur 3. Den streckade signalen är insignalen (PRBS:en). Funktionen "detrend" gjordes på mätdata för att få bort medelvärdet och eventuella trender hos utsignalen.

Koherensen mellan ut- och insignal, som visas i figur 4, visar på dålig koherens runt resonansfrekvensen. Detta beror på att systemet i just det området svänger av sig självt och inte påverkas av insignalen i så stor utsträckning. (Observera att frekvensen är normerad ; rätt frekvens = avläst värde $\cdot 100 / (2 \cdot \pi) \approx$ avl. värde $\cdot 15,9$.)



Figur 3. In- (PRBS) och utsignal för systemet.



Figur 4. Koherensen mellan in - och utsignal.

Modell som ej tar hänsyn till färg hos bruset

Till en början antogs mätbruset vara vitt och modellen antogs vara:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-k) + e(k)$$

Detta är en s k ARX-struktur. A och B är polynom och k en tidsfördröjning.

Genom att utnyttja funktionerna arxstruc och ivstruc kunde en preliminär ordning på systemet väljas. A-polynomet fick ett gradtal på 5 (tidigare hade graden på systemet uppskattats till just detta), B-polynomet grad 4 och tidsfördröjningen k blev $5 = 5 \cdot 10$ ms (samplingstiden) = 50 ms.

Tidsfördröjningen kan bero på att det tar en viss tid från det en signal matas in på motorerna tills dessa rört sig så mycket att rörelsen märks i fjädern som mäter bandspänningen vid a i figur 1. Motorernas stigtid är ju 200 ms vilket skall jämföras med tidsfördröjningens 50 ms.

Modeller som tar hänsyn till färg hos bruset

Efter den relativt grova uppskattningen i föregående stycke, där mätbruset antogs vara vitt, förbättrades strukturen till:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-k) + C(q^{-1})e(t)$$

Detta är en s k ARMAX-struktur. A- och B-polynomen samt tidsfördröjningen k är samma som för ARX-strukturen ovan. C-polynomet tar hänsyn till eventuell färg hos bruset e.

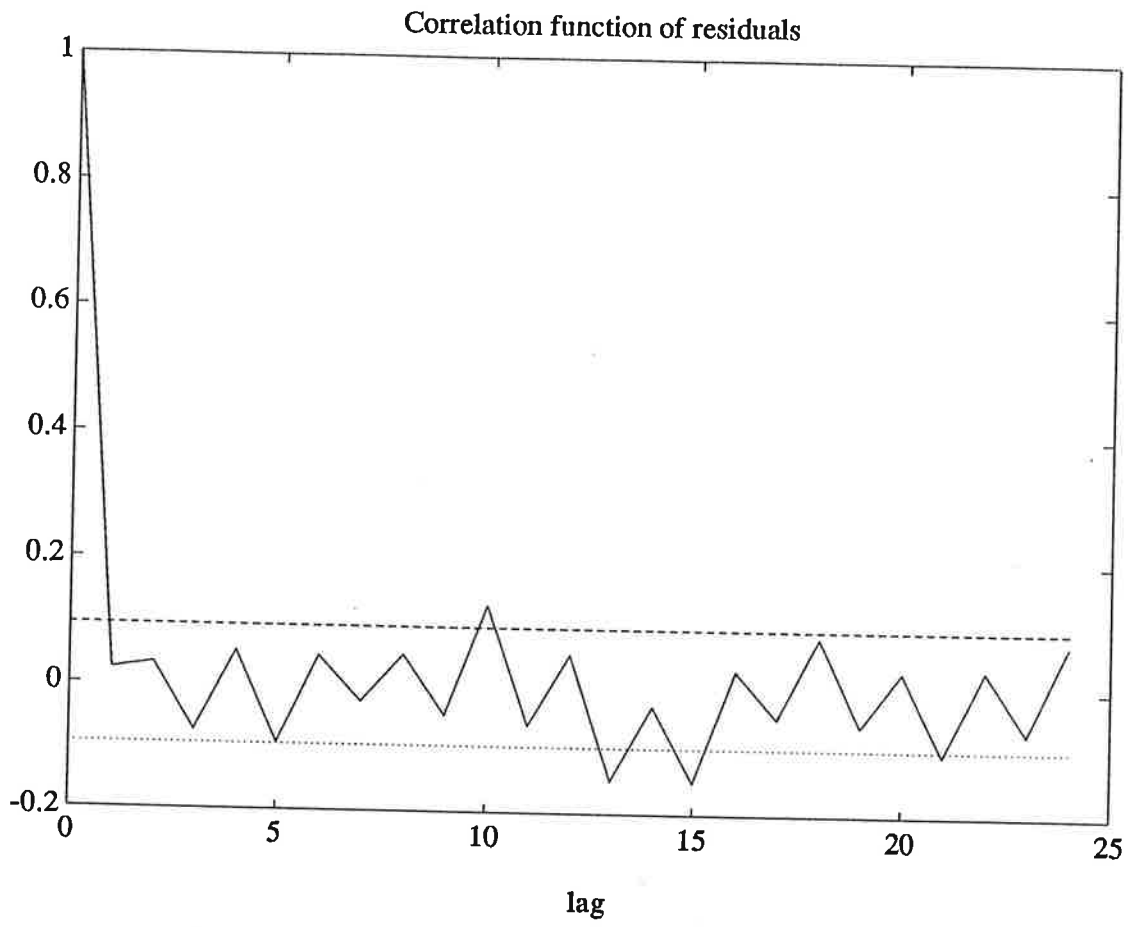
Flera olika gradtal på polynomen prövades med utgångspunkt från de gradtal som erhöles vid ARX-försöken.

Grad A = 5, d:o B=3, d:o C=3 och k=5

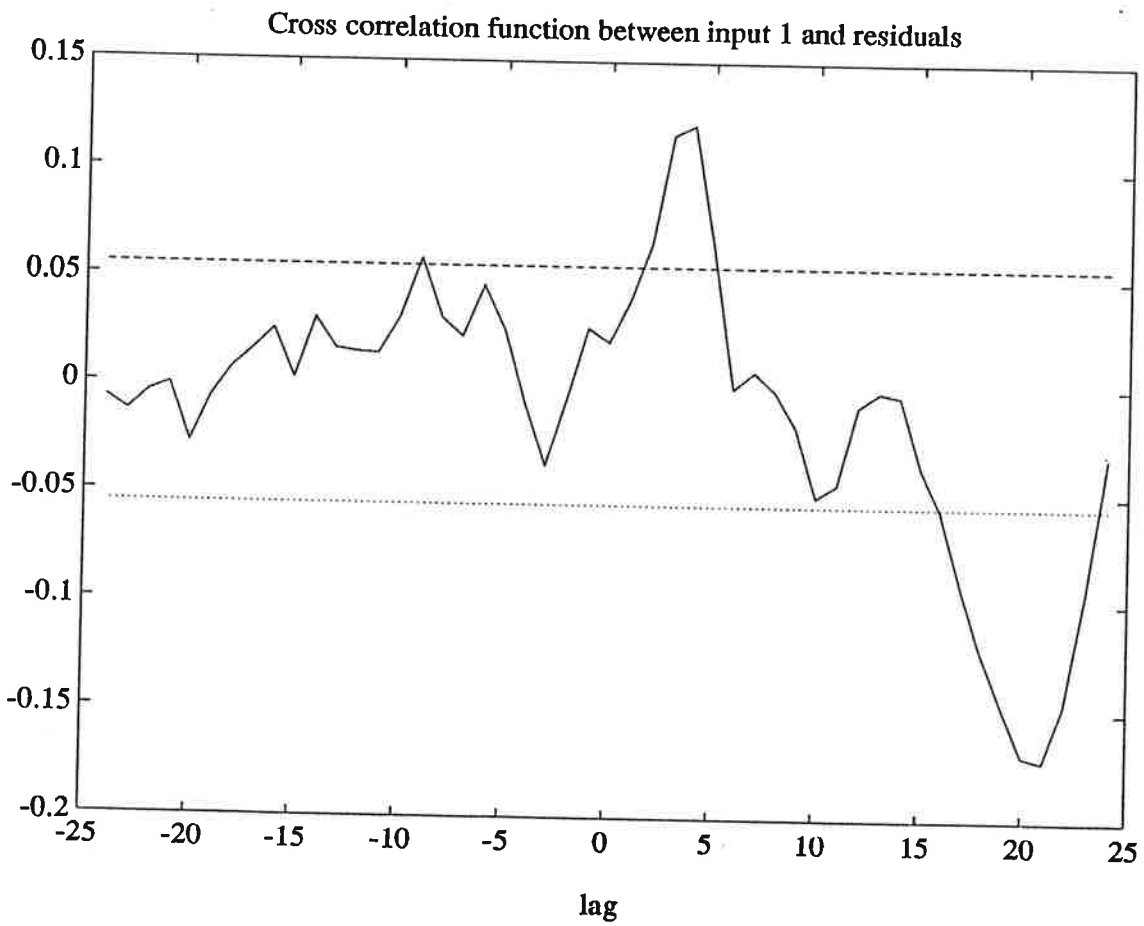
(1)

visade sig ge bra värden på korrelationen mellan residualerna som bildades vid beräkningen av ARMAX-strukturen, se figur 5.

Korskorrelationen mellan insignal och residualer tydde dock på en viss koppling mellan dem, vilket inte borde finnas, se figur 6. Kopplingen beror troligen på att ojämnheter hos det roterande bandet exciterar fjäderns resonans. Den tid som det är fram till de dåliga värdena motsvarar ju ungefär $20 \cdot 10$ ms = 5 Hz.



Figur 5. Korrelationen mellan residualerna hos (1).



Figur 6. Korskorrelationen mellan insignal och residualer för (1)

Polernas och nollställenas placering för (1), som visas i figur 7, tydde dock på att modellordningen kunde vara för hög eftersom en pol (i A) och ett nollställe (i B) nästan tog ut varandra.

Nya experiment med ARMAX-strukturen gjordes och då med lägre gradtal.

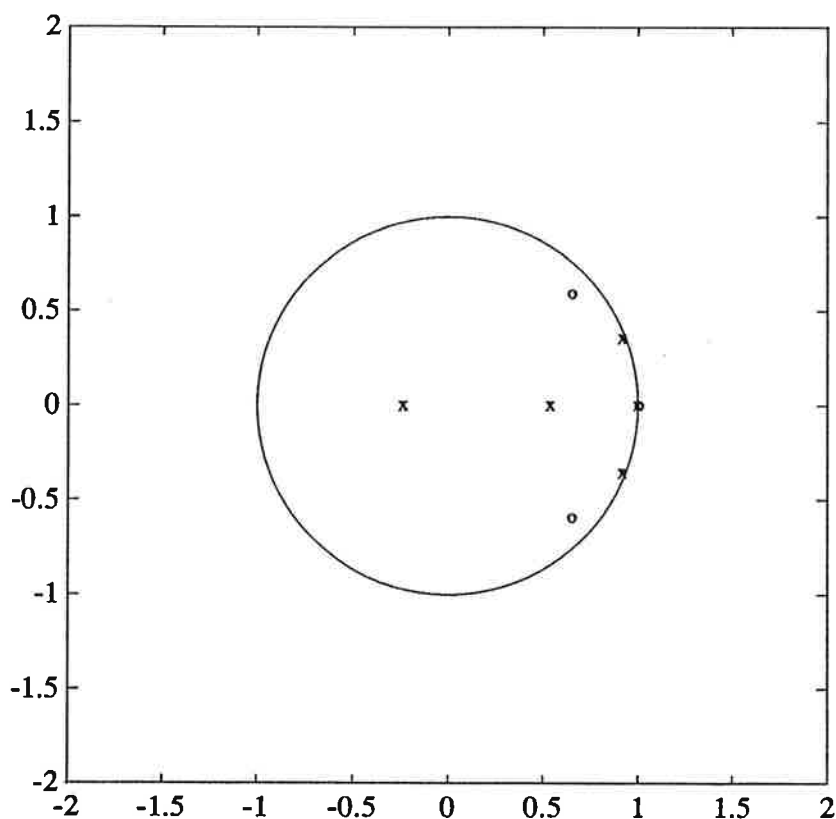
Tillslut erhöles:

grad $A=4$, $d:o B=2$, $d:o C=3$ och en tidsfördröjning k på 6 steg. (2)

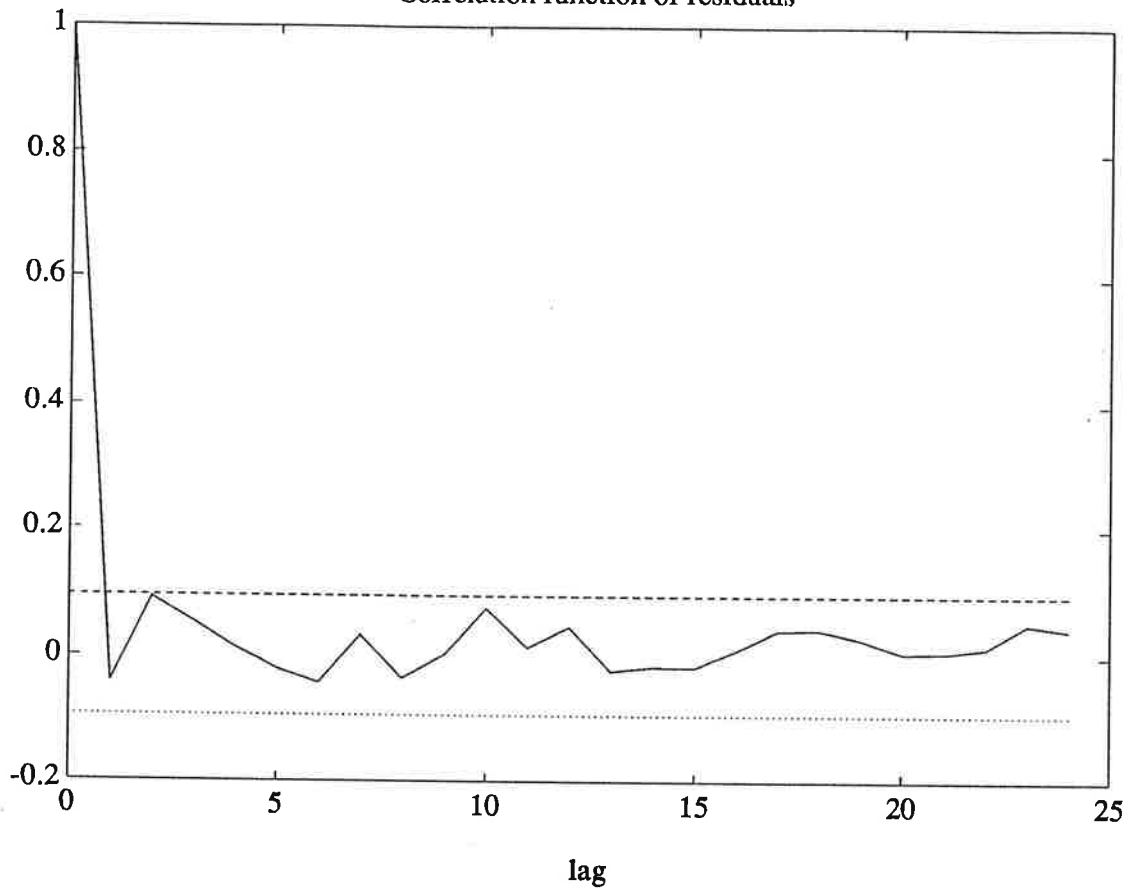
Korrelationen mellan residualerna, som visas i figur 8, visade sig bli bättre än för den tidigare modellen medan korskorrelationen mellan insignal och residualer försämrades, se figur 9.

Figur 10 visar dock det viktigaste, att inga poler och nollställen tog ut varandra.

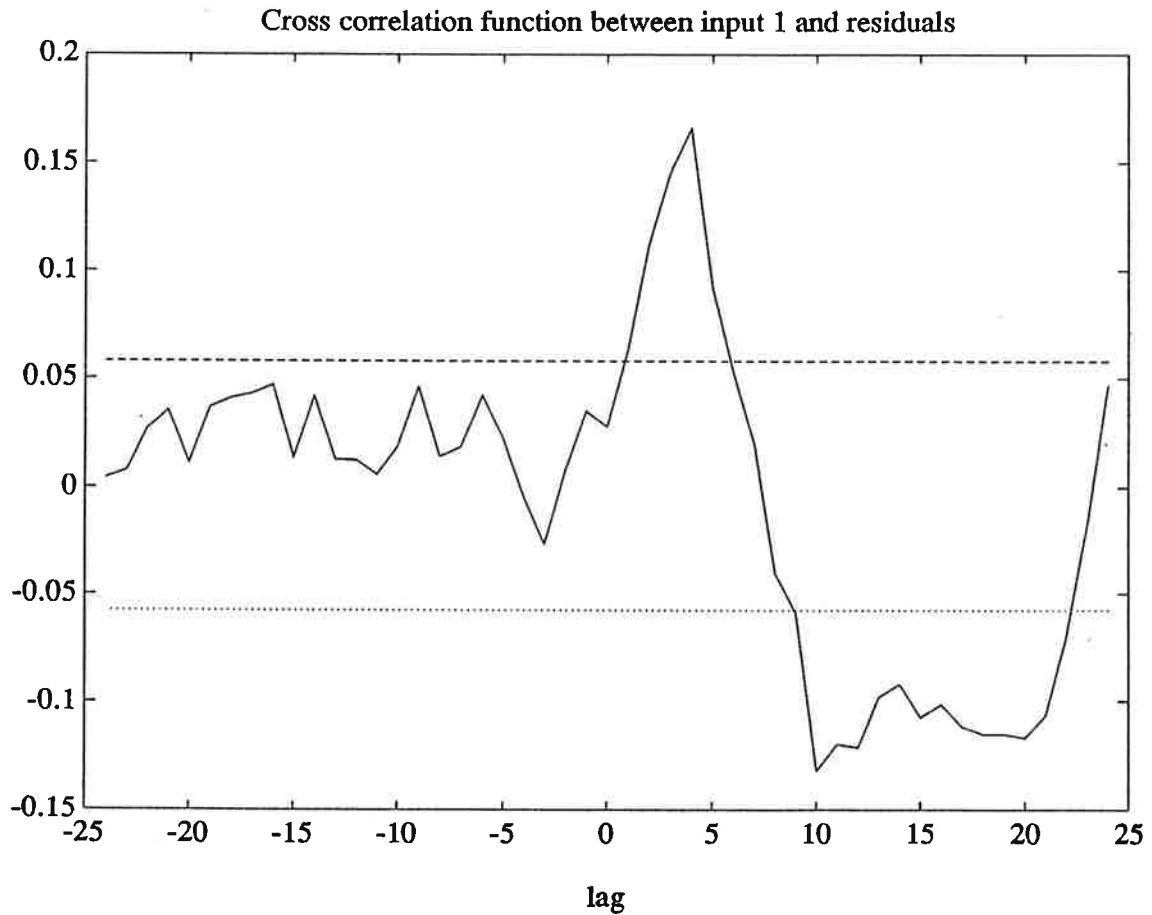
Figur 11 visar slutligen hur modellerna (1) och (2) följde den verkliga överföringsfunktionen.



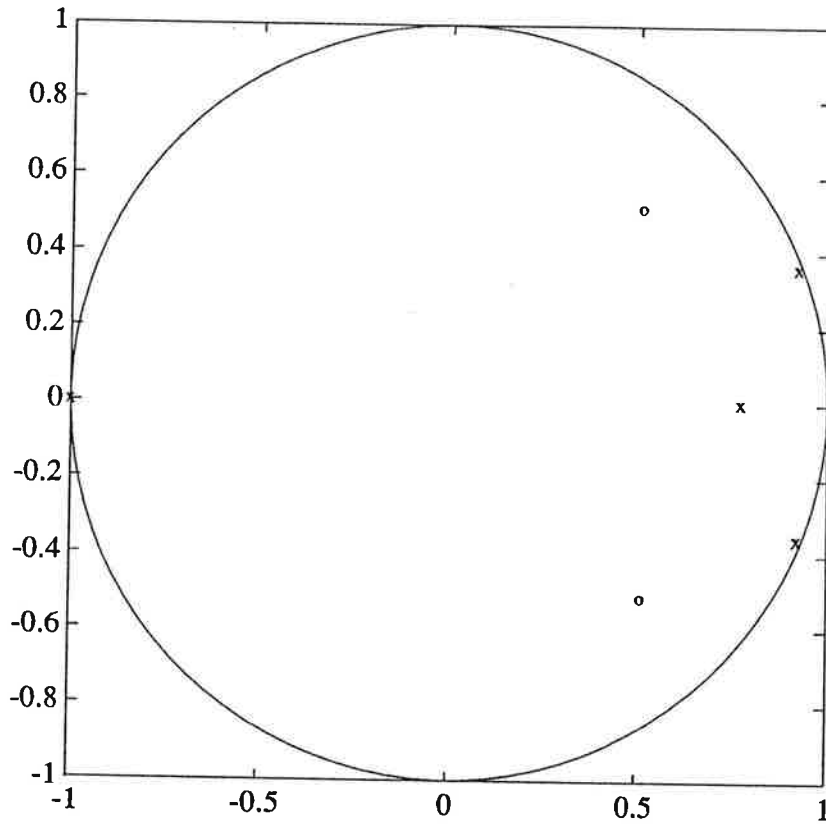
Figur 7. Poler och nollställen hos A- och B-polynomen hos (1).



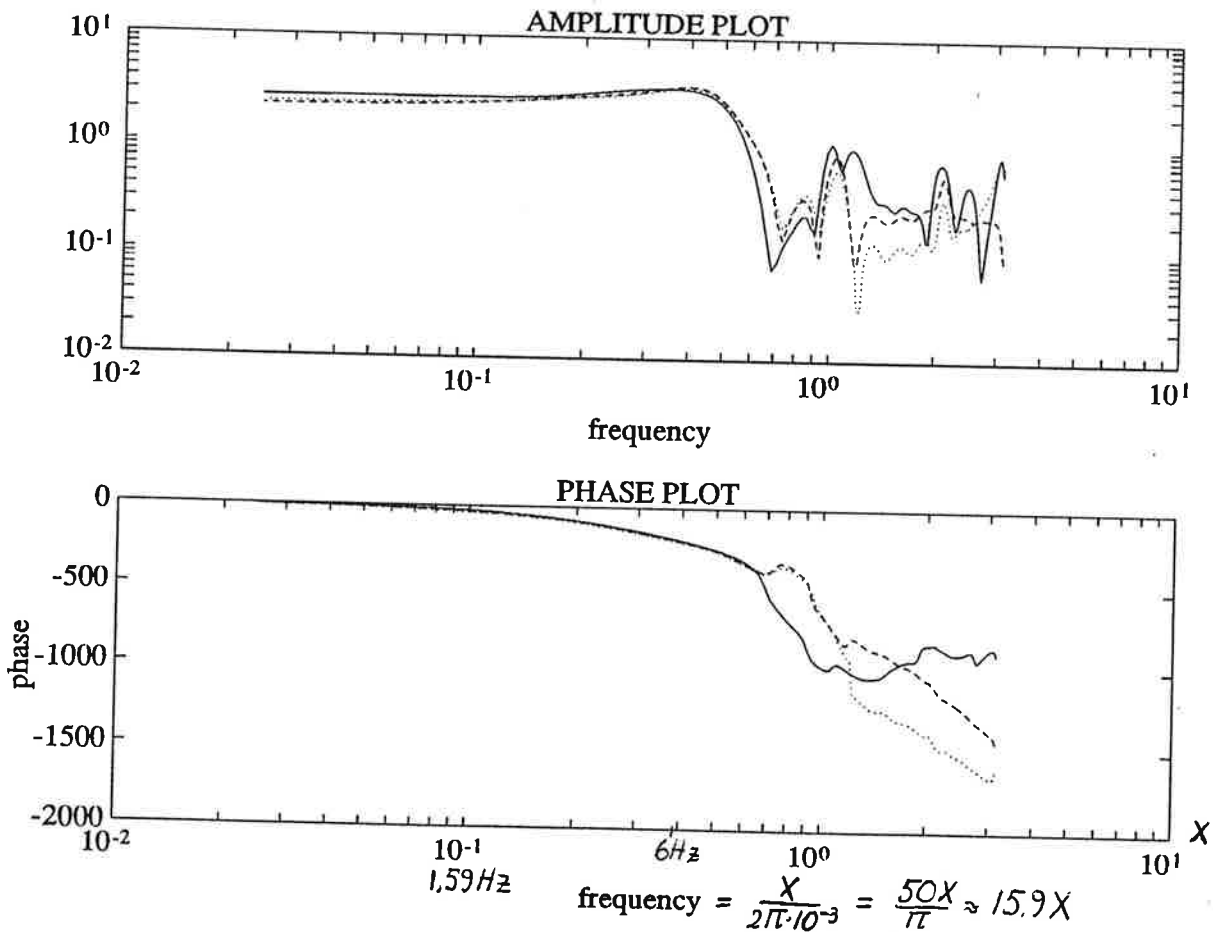
Figur 8. Korrelationen mellan residualerna hos (2).



Figur 9. Korskorrelationen mellan insignal och residualer hos (2).



Figur 10. Poler och nollställen för (2).



Figur 11. Kurva över hur (1) (streckad) och (2) (prickad) följer den verkliga överföringsfunktionen.

En pol hos (2) hamnade i stort sett i punkten -1 på enhetscirkeln, se figur 10. På grund av att poler nära enhetscirkel ger system på gränsen till instabilitet prövades en annan metod för att identifiera systemet. Denna metod kallas Box-Jenkins metod och tar hänsyn till att bruset kan ha andra poler än de som A-polynomet ger. Strukturen är:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} * u(t-k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} * e(t)$$

Metoden testades för olika gradtal på polynomen. Två av dessa som verkade bra var snarlika ARMAX-strukturen som testats innan. Det ena systemet hade graderna 3,3,3,5 på B-,C-,D- respektive F-polynomet och hade tidsfördröjningen $k=5$. Koherensen mellan residualerna, korskovariansen och polernas och nollställenas placering påminde om motsvarande för (1). Samma sak upprepades för en annan bra skattning som påminde om (2). Gradtalen var där 2,3,3,4 och tidsfördröjningen = 6.

Eftersom ingen förbättring erhöles med den nya metoden behölls ARMAX-modellerna. Av dem ansågs (2) vara bäst, trots polen vid -1 (se vidare i "avslutande diskussion").

Modellen (2) blev:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.4879q^{-1} - 0.3230q^{-2} + 1.5344q^{-3} - 0.6292q^{-4}$$

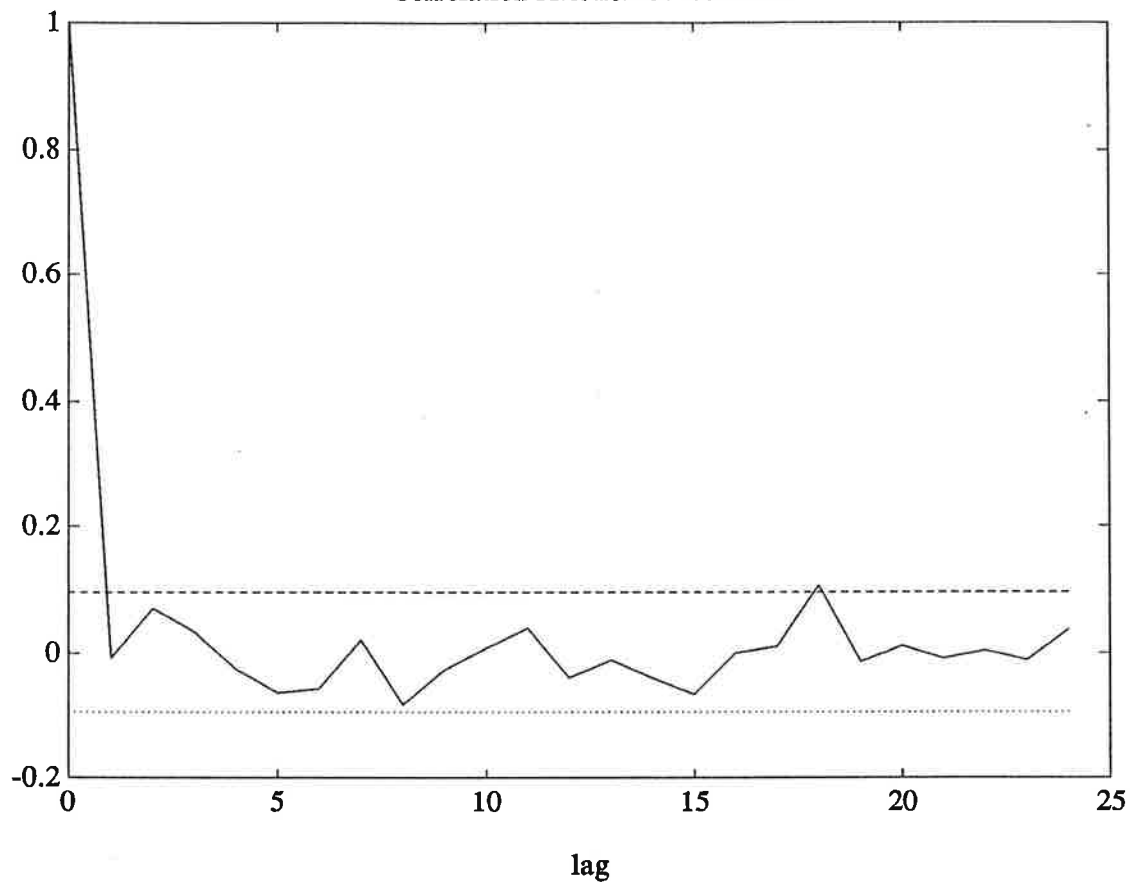
$$B(q^{-1}) = 0.3105q^{-7} - 0.2785q^{-8} + 0.1837q^{-9}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.6686q^{-1} - 0.8275q^{-2} + 0.7992q^{-3}$$

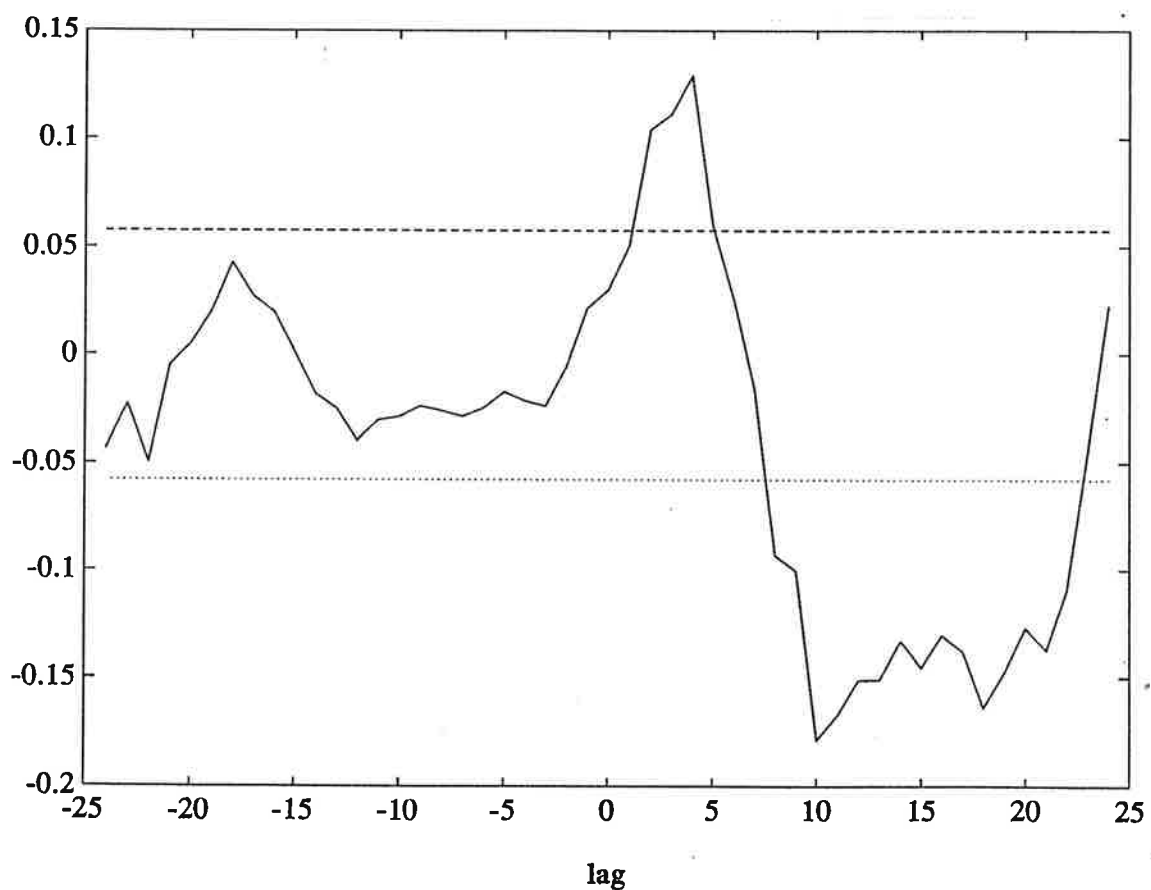
Validering

Efter det att modell valts, validerades den mot mätdata som inte använts tidigare. Korrelationen för residualerna, som visas i figur 12, visade sig vara bra. Korskovariansen i figur 13 var inte bättre än tidigare, men hade inte direkt försämrats heller.

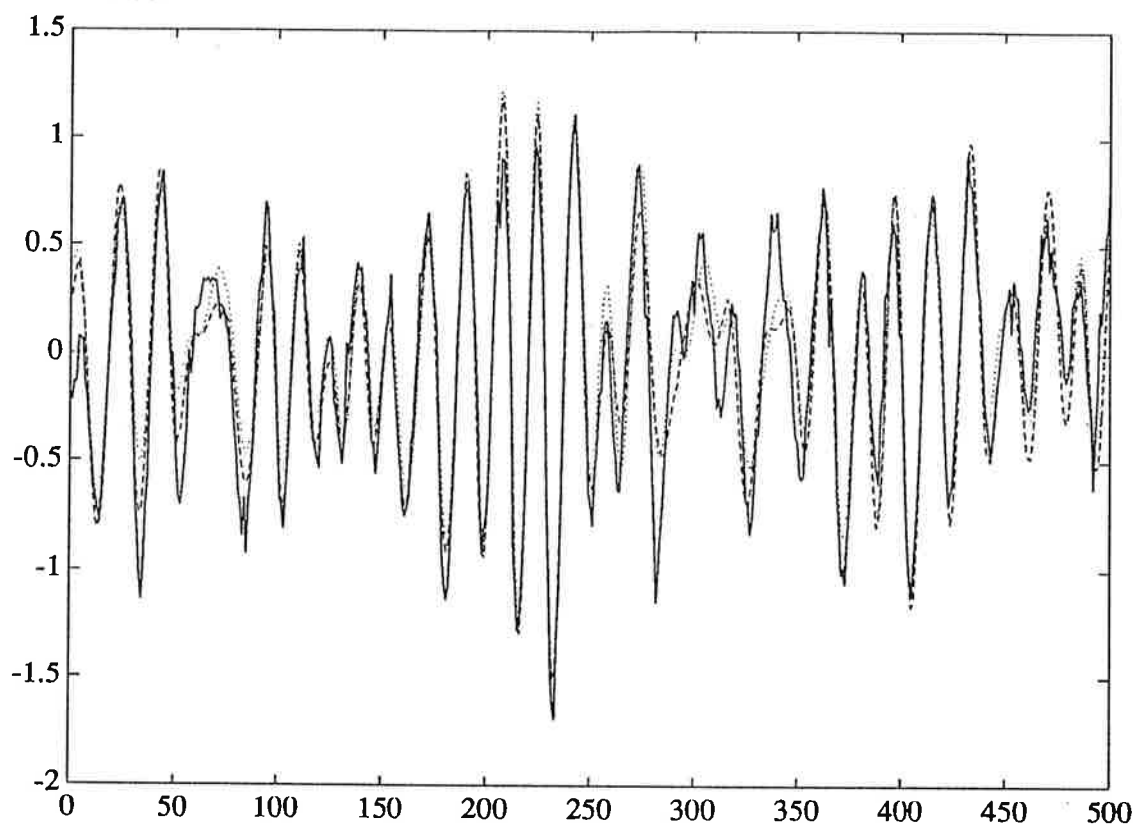
Figur 14 visar slutligen hur modellen följde utsignalen för valideringsdata. I kurvan finns också inritat hur (1) följde utsignalen.



Figur 12. Korrelationen mellan residualerna vid validering av (2).



Figur 13. Korskorrelationen mellan indata och residualerna vid validering av (2).



Figur 12. Utskrift av hur (1) (streckad) och (2) (prickad) följer utsignalen vid validering.

Avslutande diskussion

Polen vid -1 visar sig svår att förklara. Möjligen kan nätfrekvensen på 50 Hz ha interfererat med samplingsfrekvensen på 100 Hz och givit periodiska mätstörningar, som på något sätt skulle ha givit en pol i -1. (Teorin är mer än vacklande men någon annan idé har jag inte.) Mätningar gjorda i ett sent skede av projektet tyder i alla fall på att nätfrekvensen verkligen går in i systemet. Hur och om den påverkar systemet är dock osäkert.

Systemets ordning blev bara 4 och inte 5 som uppskattats. Detta beror troligen på att mätvärdena högre upp i frekvens, strax ovanför resonansfrekvensen, är osäkra. Därmed har datorn svårt att hitta eventuella lutningsskillnader hos amplitud-frekvenskurvan som starkt skulle tala för en högre ordning än den som valts.

Prov att filtrera data innan de behandlades gjordes också under projektet. Tanken var att onödiga frekvenser över 10 Hz skulle tas bort. Olika modellstrukturer (däribland ARMAX-d:o) visade sig dock inte bli nämnvärt bättre än utan filtrering. Däremot erhöles flera gånger korrelationer mellan residualerna som var så dåliga att filtreringen snart övergavs p g a osäkerhet om metodens giltighet.

Projektarbete i processidentifiering:
Identifiering av kula-bom-processen

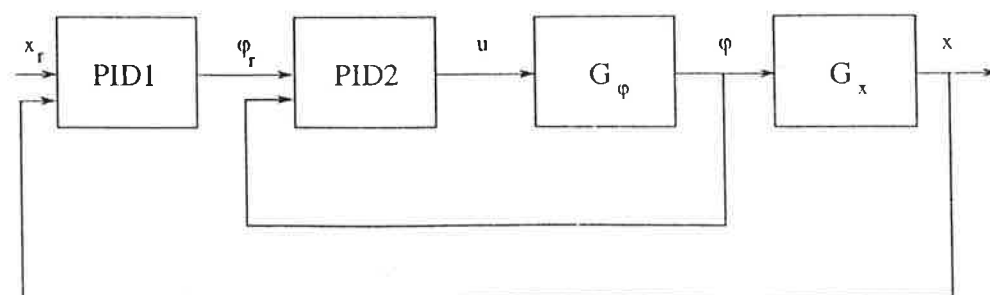
Martin Pålsson
Greta Wilhelmsson

Handledare:
Ola Dahl
Kjell Gustafsson

Hösten 1989

1. Inledning

Processen utgörs av en bom på vilken en metallkula kan placeras. Den enda insignalen går till en motor som styr bommens vinkel. Vi får två utsignaler: en som är proportionell mot bommens vinkel, φ , och en som anger kulans läge på bommen, x . Det traditionella sättet att reglera kulans läge är att använda två stycken kaskadkopplade PID-regulatorer, inkopplade enligt figur 1.1. För god reglering behövs enbart proportionaldel i PID2 medan i PID1 krävs även derivatadel. Tanken med identifieringen är att identifiera överföringsfunktionerna G_φ och G_x så att man kan ersätta PID-regulatorerna med exempelvis en tillståndsåterkoppling.



Figur 1.1 Processen med regulatorer

Vi väljer att identifiera processen i två steg. Först identifierar vi vinkeldelen och sedan kulprocessen. Identifieringen av vinkelprocessen, G_φ , blir relativt rättfram. Systemet är stabilt och vi kan direkt applicera insignalen och mäta utsignalen. Vi misstänker att vi kommer bli tvungna att tillgripa indirekt identifiering av kulprocessen, G_x , eftersom denna är instabil och måste identifieras i slutna loop. För att få fram G_x kommer vi då att behöva känna G_φ . Det skall dock visa sig att direkt identifiering går bra.

För att kunna identifiera vår process behöver vi kunna logga fem variabler samtidigt. Dessutom skall regulatorerna köra samtidigt som vi loggar variablerna. Därför modifierar vi Kjell Gustafssons logger-program så att det uppfyller våra behov. Bl a lägger vi till en extra modul som innehåller regulatorerna.

2. Vinkelprocessen

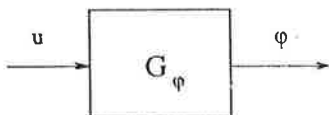
Till att börja med skall vi försöka oss på att sätta upp en fysikalisk modell för processen. Själva processen innehåller en regulator som gör att bommens vinkelhastighet blir proportionell mot inspänningen enligt ekvation (2.1).

$$\dot{\varphi}(t) = k_u u(t) \quad (2.1)$$

Laplacetransformering ger oss överföringsfunktionen (2.2).

$$G_\varphi(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{k_u}{s} \quad (2.2)$$

Vilken överensstämmer med vad vi vet om processen dvs att den upför sig som en enkelintegrator. Så skall vi då övergå till att identifiera processen. Vi utför alla mätningar på det öppna systemet enligt figur 2.1.



Figur 2.1 Vinkelprocessen

2.1 Spektralanalys av vinkelprocessen

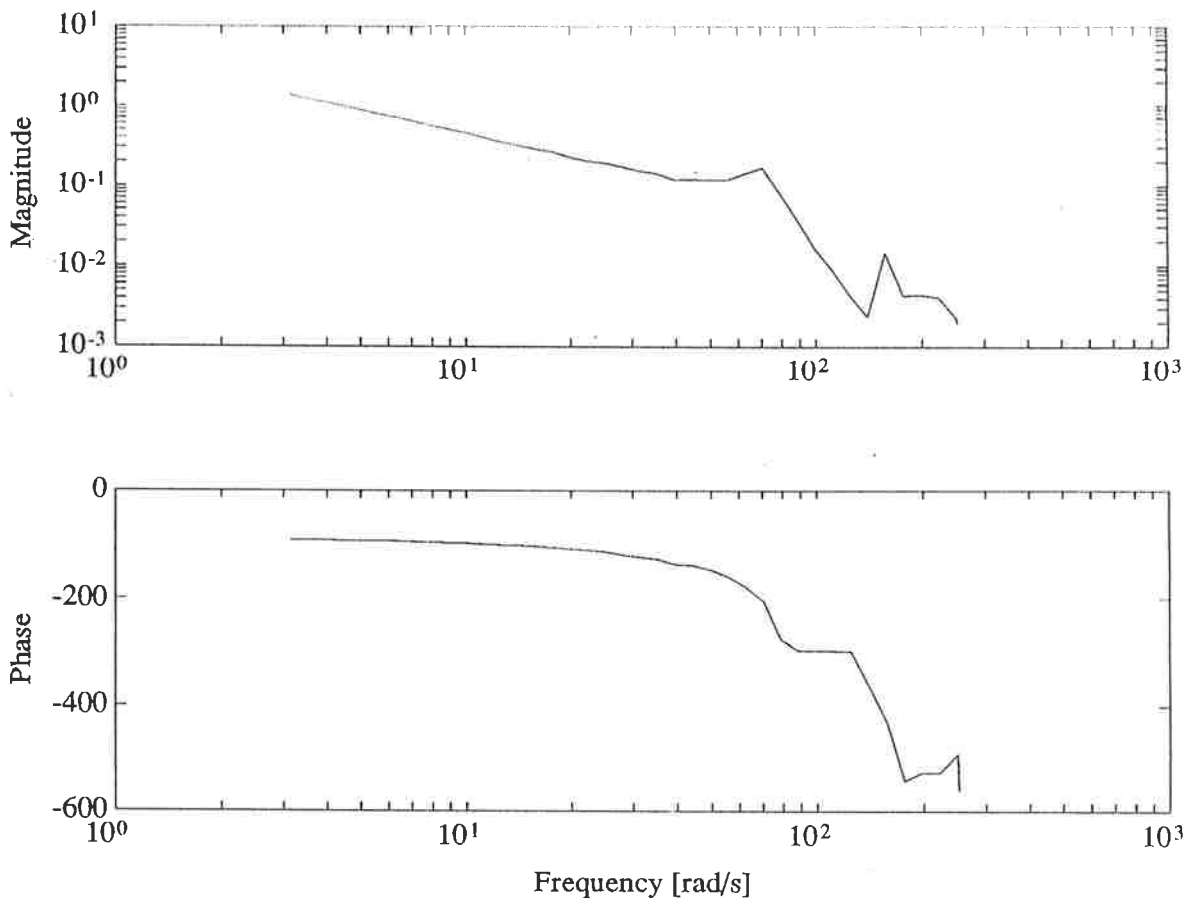
Med spektralanalysatorn skapas en fil innehållande samhörande värden på frekvensen samt överföringsfunktionens absolutvärde och fas. Mätningen utförs i frekvensområdet $0.5 Hz$ till $40 Hz$. Bodediagrammet visas i figur 2.2. Vi kan konstatera att för låga frekvenser, säg mindre än $5 Hz$, har vi den förväntade enkelintegratorn. Vid brytpunkten finns en resonans och högre upp i frekvens är mätningen osäker. Detta antyder att vi har en överföringsfunktion av formen (2.3).

$$G_\varphi(s) = \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(s^2 + a_1 s + a_2)} \quad (2.3)$$

Faktorn $(s^2 + a_1 s + a_2)$ representerar resonansen vid brytfrekvensen. Denna överföringsfunktion överensstämmer med (2.2) sånär som på resonansen. Resonansen beror troligen på någon vekhet i växellådan och vi har ju inte tagit hänsyn till någon sådan då vi skapade vår fysikaliska modell.

Anpassning av polynom till Bodediagram

Bodediagram i all ära, men oftast vill man ha överföringsfunktionen uttryckt i polynom. I MatLab finner vi funktionen $[v] = nelder(f, v)$ som tar en funktion, $f(v)$, och en vektor, v , med initialvärden, och itererar fram en vektor som minimerar $f(v)$. Vi skapar således en funktion, $trfloss$, som beräknar kvadratsumman av avstånden mellan funktionen och Bodediagrammets amplitudkurva,



Figur 2.2 Resultat av spektralanalys av vinkelprocessen

se figur 2.3. Funktionen *trfloss* ansätter alltså en överföringsfunktion av formen (2.2). För att inte ojämnheter i överföringsfunktionen vid frekvenser över ca 150 Hz skall förstöra skattningen av vektorn trunkerar vi dataserien vid skattningen. Skattningen med *nelder* ger oss överföringsfunktionen (2.4).

$$\Phi(s) = \frac{17000}{s(s^2 + 21s + 3900)} U(s) \quad (2.4)$$

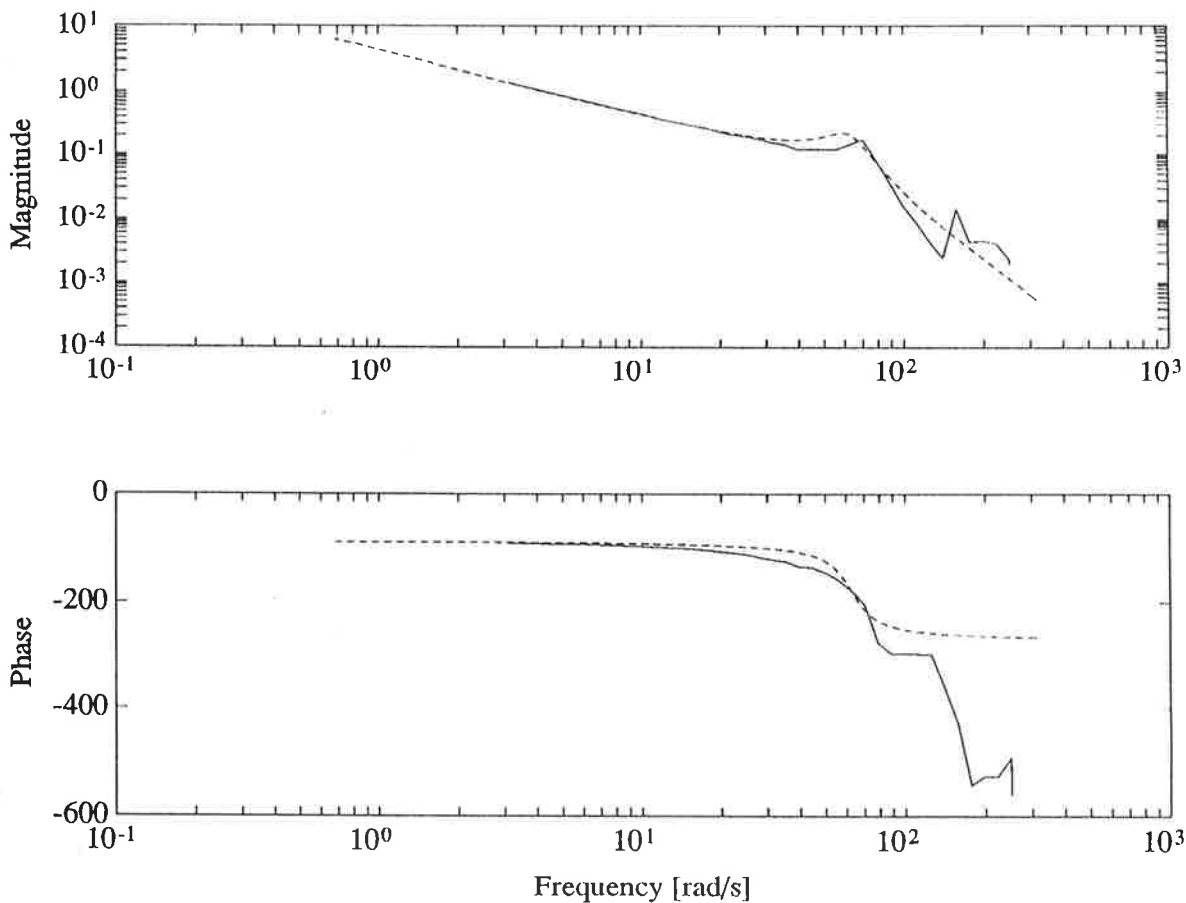
I figur 2.4 kan vi se att den erhållna funktionen ganska väl överensstämmer med den uppmätta. Framförallt är överensstämmelsen god vid låga frekvenser, vilket är bra eftersom detta område är mest intressant vid reglering av kulan. Samplar vi funktionen (2.4) med frekvensen 200 Hz erhålls (2.5) som vi skall använda som jämförelse för skattningar gjorda med tidsserieanalys.

$$G_\varphi(q^{-1}) = \frac{\Phi_d(q^{-1})}{U_d(q^{-1})} = \frac{0.0003q^{-1} + 0.0013q^{-2} + 0.0003q^{-3}}{1 - 2.8075q^{-1} + 2.7079q^{-2} - 0.9003q^{-3}} \quad (2.5)$$

```
function loss = trfloss(x);
% x = [b1; a1; a2]

i = sqrt(-1);
bpol = x(1);
apol = conv([1 0],[1 x(2) x(3)]);
f1 = polyval(bpol,i*2*pi*globf(1:34,1))./polyval(apol,i*2*pi*globf(1:34,1));
f2 = globf(1:34,2).*exp(i*pi*globf(1:34,3)/180);
diff = f1-f2;
loss = sum(diff.*conj(diff))./(f1.*conj(f1));
```

Figur 2.3 Funktionen *trfloss*



Figur 2.4 Uppmätt (heldragen linje) och skattad (streckad linje) överföringsfunktion.

2.2 Tidsserieanalys av vinkelprocessen

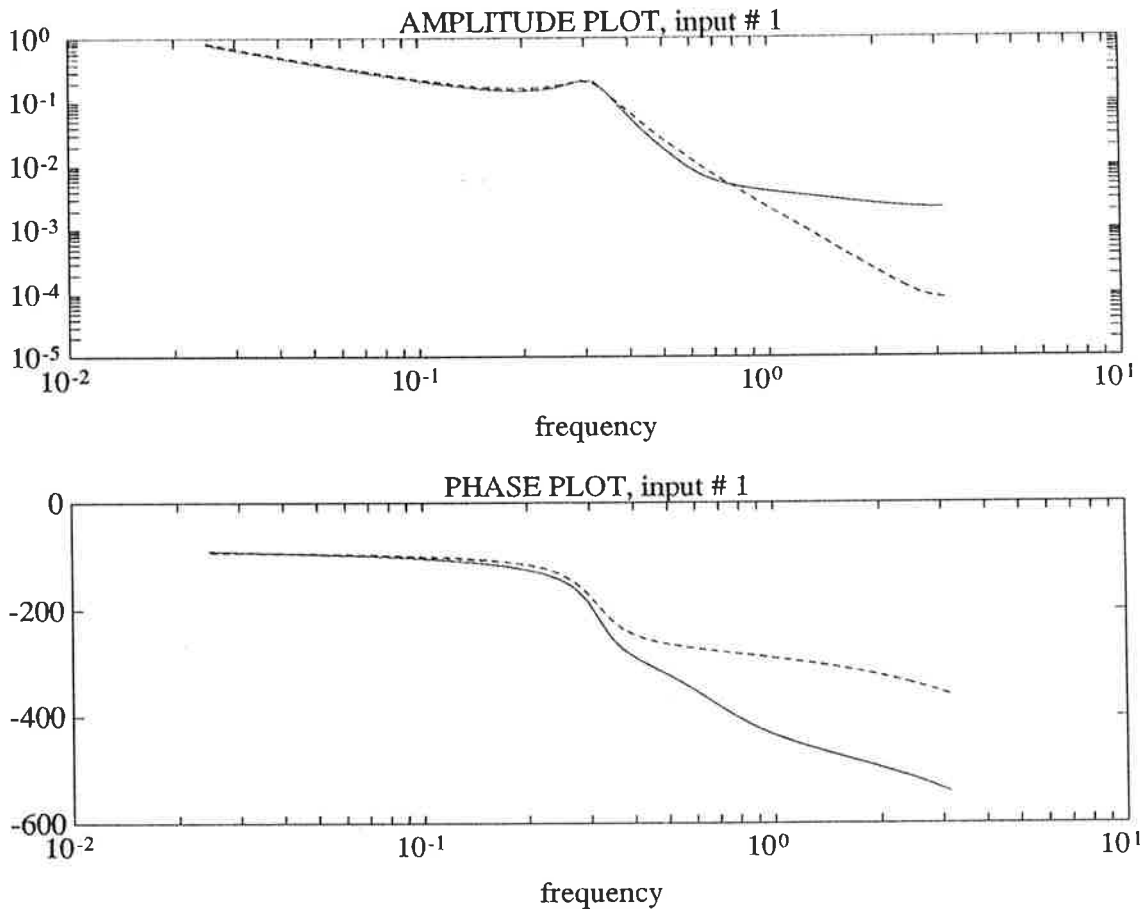
Med hjälp av programmet logger samlar vi in samhörande värden på in- och utsignalen. Till vår hjälp har vi sedan Ljungs Identification Toolbox för att anpassa modeller till våra data. Samplingsfrekvensen är 200 Hz och insignalen en PRBS med perioden 40 Hz . Först undersöker vi koherensen mellan signalerna m h a coher från laboration 1. Vi kan konstatera att kurvan ser tråkig ut men trots allt är hyfsat stor i det intressanta frekvensområdet under 15 Hz . Alltså kan vi förvänta oss ett någorlunda bra resultat av identifieringen.

Anpassning av en ARMAX-modell ger inte så väldigt bra resultat. Framför allt avviker Bodediagrammet avsevärt från Bodediagrammet för (2.5). Resultatet från en simulering är inte heller särskilt uppmantrande.

Vi misstänker att modellen för bruset är frikopplad från in-ut-signalmodellen och ansätter därför den generellare Box-Jenkins-strukturen. Efter att ha provat varierande gradtal finner vi överföringsfunktionen (2.6).

$$G_{\varphi}(q^{-1}) = \frac{\Phi_d(q^{-1})}{U_d(q^{-1})} = \frac{0.0035q^{-1} + 0.0074q^{-2} + 0.0058q^{-3}}{1 - 2.8268q^{-1} + 2.7494q^{-2} - 0.9224q^{-3}} \quad (2.6)$$

Standardavvikelsen för värdena i täljaren är i samma storleksordning som värdena själva (ca 60%) varför dessa är ganska osäkra. Värdena i nämnaren har standardavvikelser som understiger 6% av respektive värde.

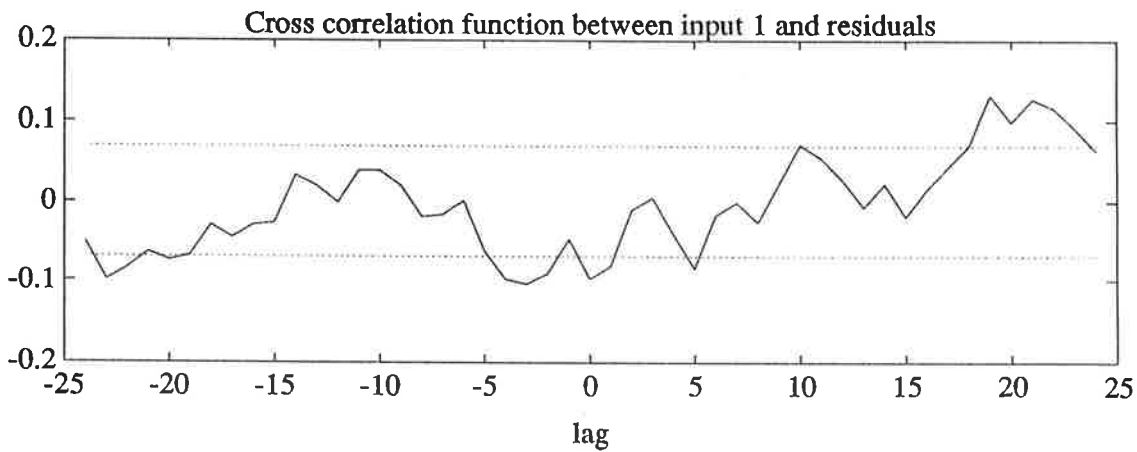
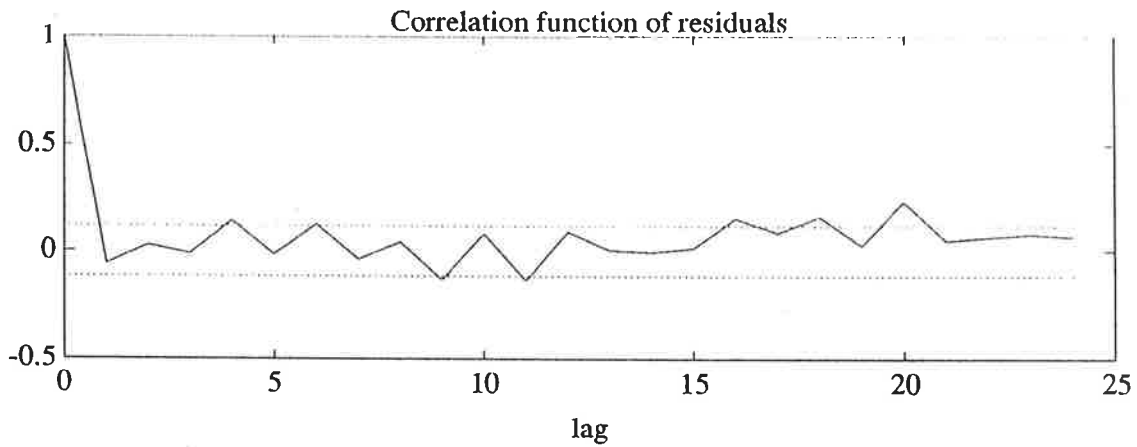


Figur 2.5 Bodediagram för överföringsfunktionerna (2.6) (heldragen linje) och (2.5) (streckad linje) (Frekvensskalan är normerad vinkelfrekvens)

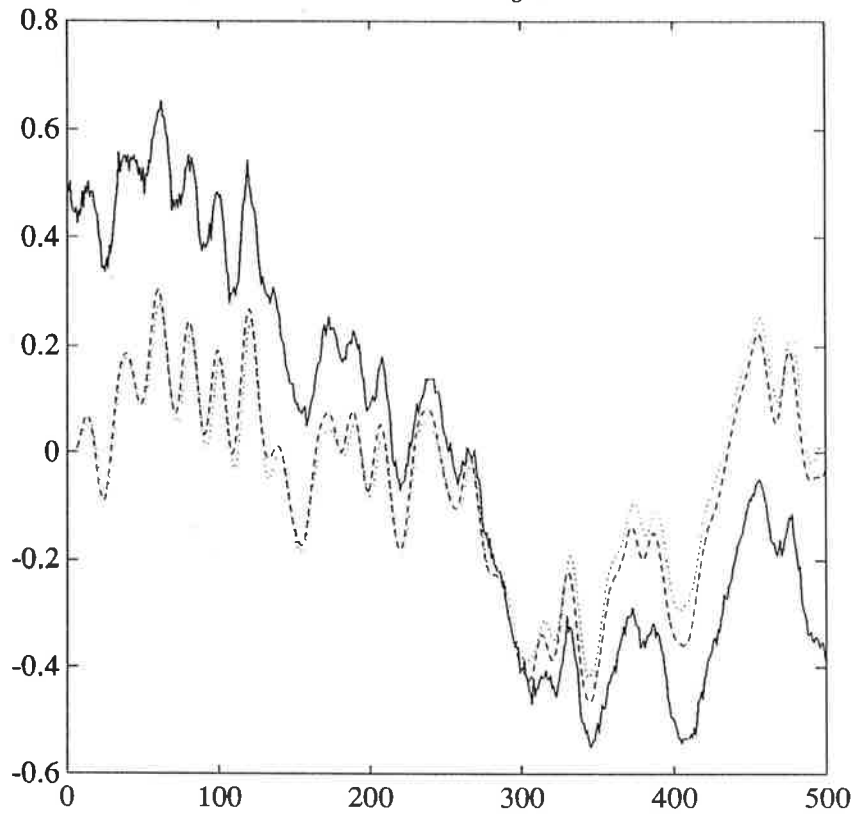
Validering

I figur 2.5 kan vi se att modellen som skattats med tidsserieanalys ganska väl överensstämmer med den funktion vi skattat med spectralanalys. Vi kan också titta på egenskaperna hos residualerna och korskovariansen för överföringsfunktionen (2.6) i figur 2.6. Båda diagrammen visar på ett tillfredställande resultat. Residualerna ser ut som vitt brus och korskorrelationen mellan residualerna och insignalen ligger ganska väl inom de markerade gränserna på två standardavvikelseer. En simulering på en annan dataserie än den som använts för validering återfinns i figur 2.7. Vi kan se att de båda skattade överföringsfunktionerna uppför sig på nästan exakt samma sätt. Avvikelsen från den mätta utsignalen har, bortsett ifrån en del brus, lågfrekvenskaraktär och förklaras av att överföringsfunktionerna innehåller integratorer som lätt driver iväg. Således är processen också känslig för initialtillståndet.

Vi kan alltså vara ganska nöjda med vårt resultat. Trots att standardavvikelsen är stor för täljaren kan man i figur 2.7 utläsa att den erhållna stationära förstärkningen är rimlig.



Figur 2.6 Autokorrelationen för residualerna respektive korskorrelationen mellan residualer och insignal för Box-Jenkins-skattningen



Figur 2.7 Resultat av korsvalidering. Heldragen linje visar den uppmätta signalen, den streckade simulering av (2.5), och den prickade simulering av (2.6)

3. Kulans läge

Nästa steg i identifieringen var att bestämma överföringsfunktionen, $G_x(s)$, från bommens vinkel, φ , till kulans läge, x . Därvid gjorde vi antagandet att bommen går genom centrum på vridningen φ . Med hjälp av våra kunskaper i mekanik ställde vi upp en momentekvation för en medföljande momentpunkt, o , i kontaktpunkten mellan bom och kula:

$$\bar{M}^{rel} = J_o \dot{\omega}(t) \quad \Leftrightarrow \quad mgr \sin(\varphi(t)) = J_o \dot{\omega}(t) \quad (3.1)$$

$$J_o = J_c + mr^2 = \frac{2}{5}mr^2 + mr^2 = \frac{7}{5}mr^2 \quad (3.2)$$

$\omega(t) = \frac{1}{r} \dot{x}(t)$ = vinkelhastigheten för kulan

m = kulans massa

r = kulans radie

Eftersom $\varphi(t)$ vid reglering av processen alltid är litet, kan man göra approximationen $\sin\varphi(t) \approx \varphi(t)$ i ekvation (3.1). Vi får då följande uttryck:

$$mgr\varphi(t) = \frac{7}{5}mr^2 \frac{1}{r} \ddot{x}(t) \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{x}(t) = \frac{5}{7}g\varphi(t) \quad (3.3)$$

Laplacetransformering ger

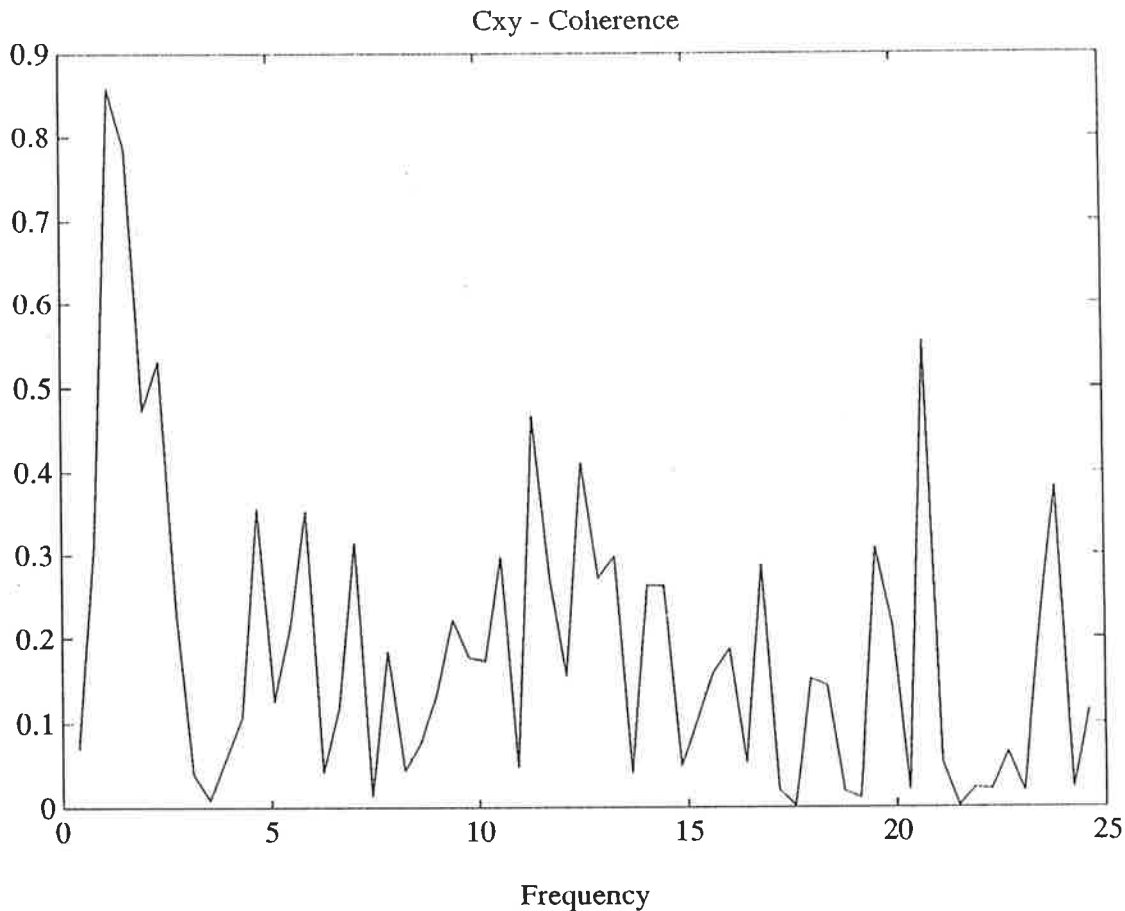
$$Y(s) = \frac{5g}{7s^2} \Phi(s) \approx \frac{7}{s^2} \Phi(s) \quad (3.4)$$

$$G_x(s) = \frac{5g}{7s^2} \approx \frac{7}{s^2} \quad (3.5)$$

3.1 Experimentvillkor

Vid identifiering av överföringsfunktionen $G_x(s)$ är det nödvändigt att reglera processen så att kulan håller sig kvar på bommen. Vi använde två enkla regulatorer i en inre loop (bommen) och en yttre loop (hela processen). När bommen rörde sig ryckigt, så studsade kulan ibland. Därmed bröts kontakten och mätningarna blev mindre bra. För att bommens rörelser skulle bli någorlunda mjuka, sänkte vi förstärkningen hos regulatorn i den inre loopen.

Valet av samplingsperiod bestämdes av den redan identifierade överföringsfunktionen för bommen, G_φ . Eftersom det finns tydlig dynamik upptill ca 25 Hz behövde vi sampla med 50 Hz, dvs samplingsperioden 20 ms. Den sammansatta processen exiterades av en PRBS-signal, $r(t)$, som var referenssignal för kulans läge. Kulans rörelser var bara i storleksordningen några Hz, därför valdes PRBS-perioden till 11 sampel. Således innehöll den exiterande signalen, $r(t)$, frekvenser upptill 2.3 Hz. Signalerna $r(t)$, $\varphi(t)$ och $x(t)$ mättes i 2000 datapunkter.



Figur 3.1 Koherens mellan $r(t)$ och $x(t)$

3.2 Identifiering

Före identifiering subtraherades medelvärdet i datapunkterna bort och de sista 1000 av de 2000 mätpunkterna sparades för kommande validering.

Ickeparametrisk identifiering

Teoretiskt sett skulle man kunna identifiera $G_x(s)$ enligt

$$\hat{G}_x(i\omega) = \frac{\hat{\Phi}_{xr}(\omega)}{\hat{\Phi}_{\varphi r}(\omega)} \quad (3.6)$$

med hjälp av spektralskattning. Koherensen mellan $r(t)$ och $\varphi(t)$ är bra, i allafall upp till 10 Hz, så att skattningen $\hat{\Phi}_{\varphi r}(\omega)$ blir hyfsad. Som tidigare nämnts är samplingsfrekvensen 50 Hz, medan kulan bara kan röra sig med högst några Hz. Därmed blir koherensen mellan $r(t)$ och $x(t)$ inget vidare, se figur 3.1, och $\hat{\Phi}_{xr}$ kommer inte att bli bra. Alltså är det ingen god ide' att identifiera $\hat{G}_x(i\omega)$ med spektral skattning i det här fallet.

Parametrisk identifiering

Vår fysikaliska modell enligt ekvation (3.5) blir i diskret form

$$H_{fys}(q^{-1}) = -0.0014 \frac{q^{-1}(1 + q^{-1})}{1 - 2q^{-1} + q^{-2}} \quad (3.7)$$

Minustecknet kommer av att signalen för kulans läge har omvänt tecken i experimentet.

De goda erfarenheterna av Box-Jenkins modell sedan identifieringen av bommen gör att vi gärna väljer den igen:

$$x(t) = \frac{B^*(q^{-1})}{F^*(q^{-1})} \varphi(t-1) + \frac{C^*(q^{-1})}{D^*(q^{-1})} e(t) \quad (3.8)$$

Vi gör alltså identifiering direkt mellan signalerna $\varphi(t)$, bommens vinkel, och $x(t)$, kulans läge. Detta går bra eftersom dynamiken bomvinkel - kula i detta fall är det enklaste sambandet mellan $\varphi(t)$ och $x(t)$. Tidsserieanalys ger med Box-Jenkinsmodellen överföringsfunktionen

$$H_{BJ}(q^{-1}) = \frac{B^*(q^{-1})}{F^*(q^{-1})} = \frac{-0.0013 - 0.0021q^{-1}}{1 - 1.9953q^{-1} + 0.9956q^{-2}} \quad (3.9)$$

med standardavvikelsen 0.002 för samtliga koefficienter. En jämförelse med vår uträknade överföringsfunktion, (3.7), visar att resultatet av tidsserieanalysen ligger nära det samband vi teoretiskt räknat ut. Den stationära förstärkningen för överföringsfunktionen i (3.9) blir -8.55 , vilket skall jämföras med det teoretiska värdet $-5g/7 \approx -7$. Det bör tilläggas att för att värdena skall överensstämma krävs att vinkel- och lägesgivarna är rätt kalibrerade i förhållande till varandra, vilket knappast kan förutsättas.

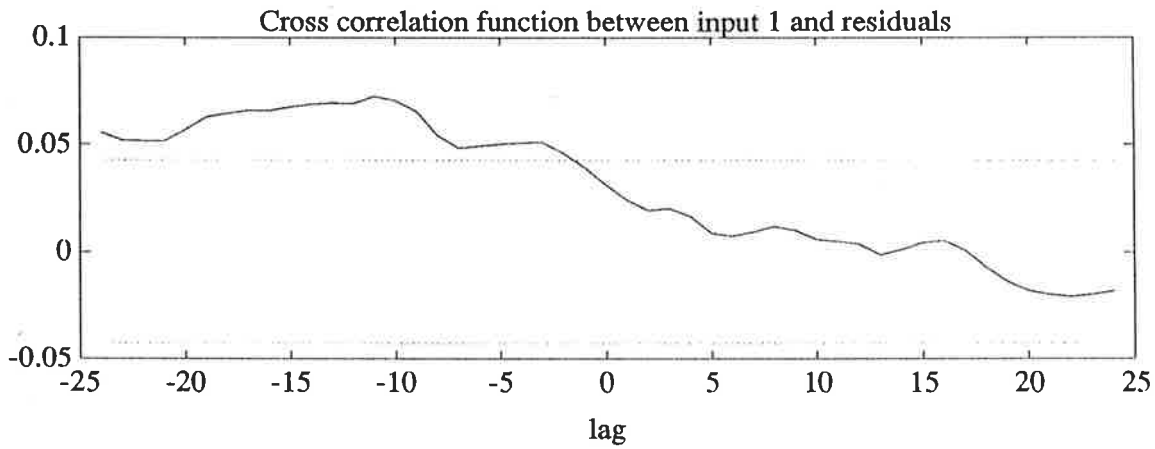
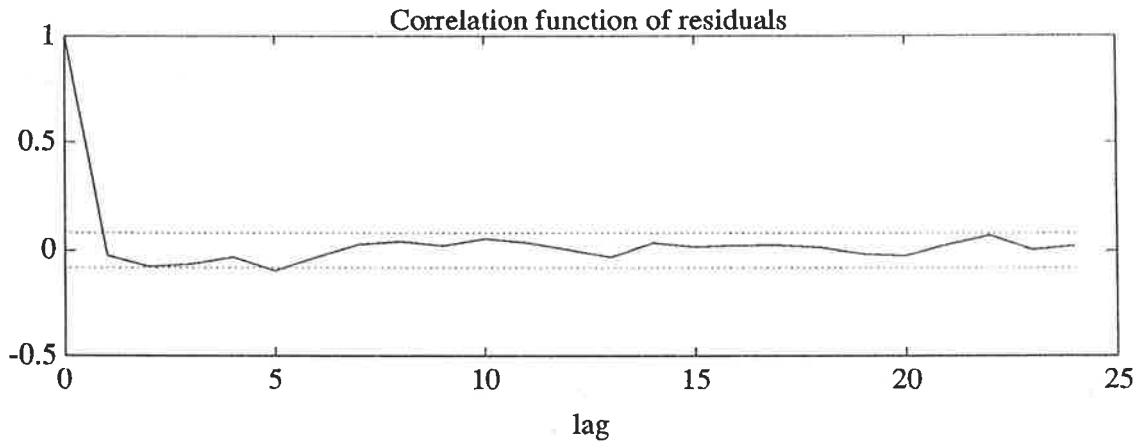
Eftersom polerna för bruset i Box-Jenkinsmodellen, dvs $D^*(q^{-1})$, också visade sig ligga mycket nära dubbelintegratorn, gjorde vi identifiering även med ARMAX-modell. Tyvärr hamnade då de skattade polerna strax utanför enhetscirkeln, och vi fick ett instabilt system.

3.3 Validering

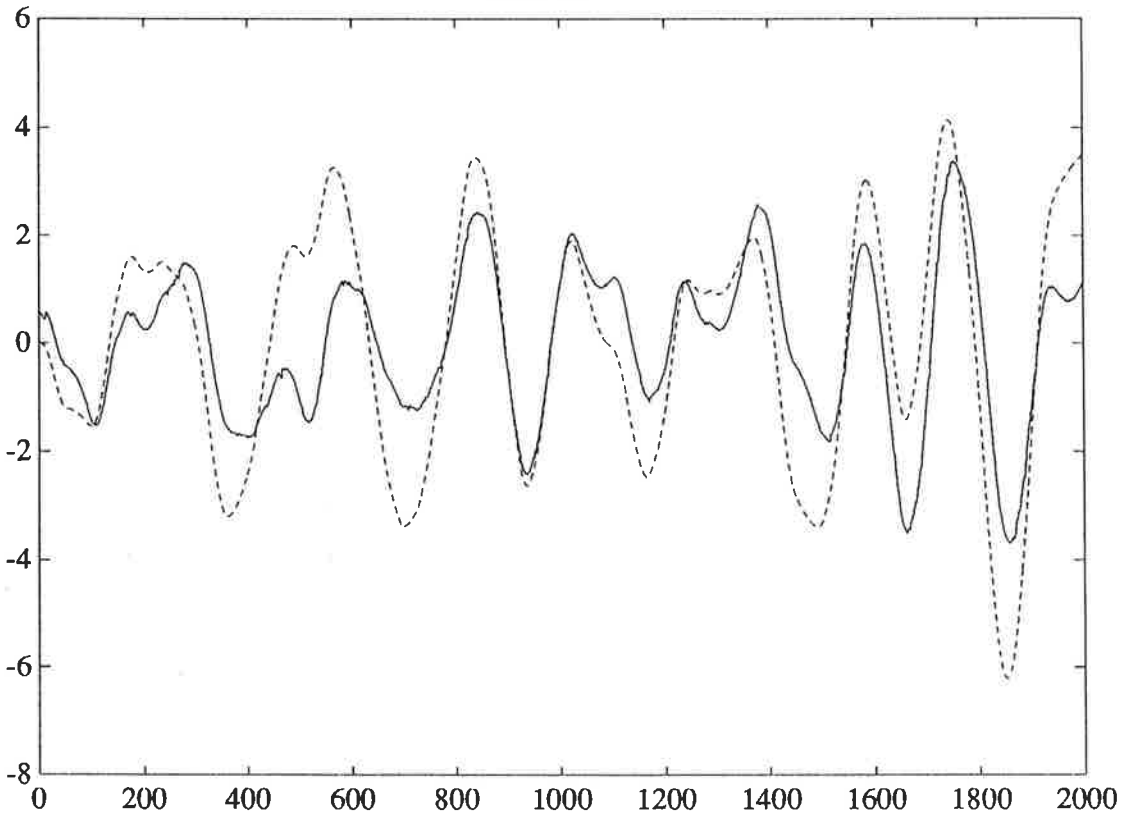
Det erhållna uttrycket för överföringsfunktionen (3.9) validerades med gott resultat. Korrelationen för residualerna och korskorrelationen mellan $\varphi(t)$ och residualer ligger till största delen innanför gränserna för två standardavvikelser, se figur 3.2.

Vi gjorde en simulering med den erhållna modellen och jämförde simulerade och verkliga värden för kulans läge för alla de 2000 datapunkterna. (Vid identifieringen användes endast de 1000 första punkterna). Som synes i figur 3.3 blev resultatet helt tillfredsställande.

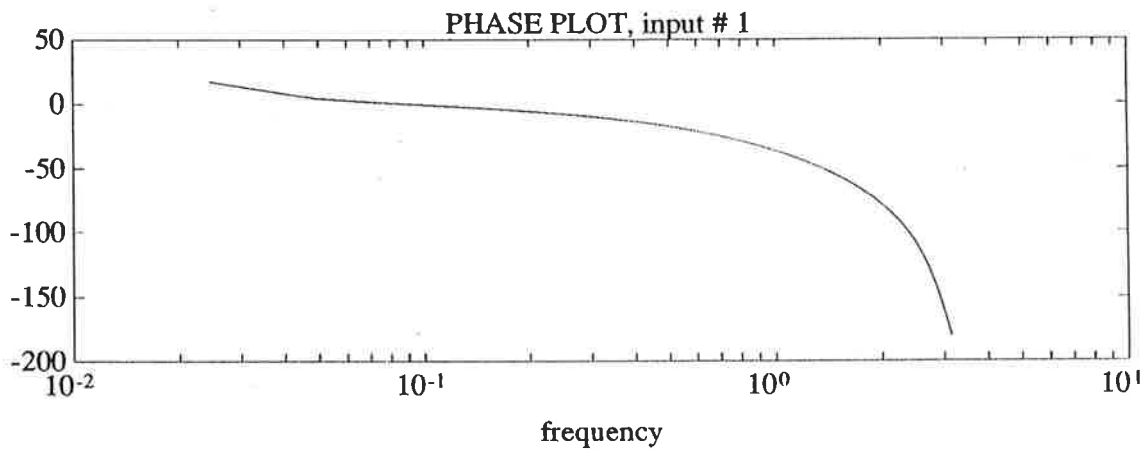
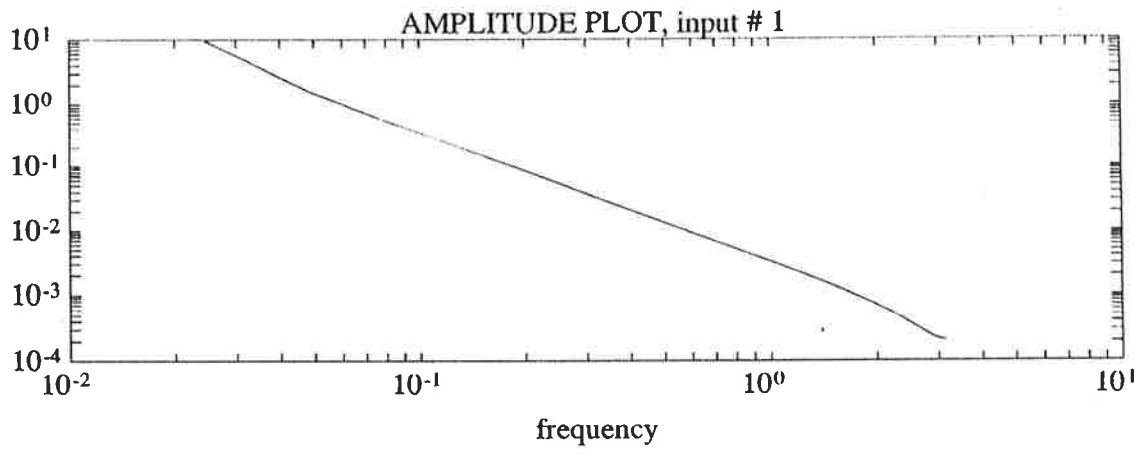
Vi gjorde också en bodeplot av överföringsfunktionen, H_{BJ} , se figur 3.4, där amplitudkurvan får väntat utseende medan faskurvan är mindre bra.



Figur 3.2



Figur 3.3 Simulering med H_{BJ} . Verkligt läge heldraget, simulerat läge streckat.



Figur 3.4 Bodeplot för $H_{B,1}$

A. Appendix: Identifiering av den kontinuerliga processen

Som vi nämnt i samband med identifieringen av G_x har vi gjort ett fel i och med att signalen φ inte är styckvis konstant. Detta är ju ett krav vi ställer för att våra formler för samplade system skall gälla. Ett sätt att komma förbi detta krav är att utföra identifiering av den kontinuerliga processen enligt föreläsningsanteckningarna.

Enligt tidigare resonemang antar vi att överföringsfunktionen är på formen (A.1).

$$G_x(s) = \frac{X(s)}{\Phi(s)} = \frac{k}{s^2} \quad (A.1)$$

Där k är den storhet vi söker identifiera. Vi inför nu operatoren λ enligt uttrycket (A.2).

$$\lambda = \frac{1}{1 + sT} \quad (A.2)$$

Vi löser ut s och får uttrycket (A.3) för s som vi sätter in i ekvation (A.1).

$$s = \frac{1 - \lambda}{T\lambda} \quad (A.3)$$

Efter en del omflyttande erhåller vi (A.4).

$$X(s) - 2\lambda X(s) + \lambda^2 X(s) = kT^2 \lambda^2 \Phi(s) \quad (A.4)$$

Efter invers Laplacetransformering erhåller vi (A.5) där λ är en operator som innebär lågpasfiltrering. λ^2 innebär följdaktligen att två filteringar eftervarandra skall göras.

$$x(t) - 2\lambda x(t) + \lambda^2 x(t) = kT^2 \lambda^2 \varphi(t) \quad (A.5)$$

Vi skriver om vänster och höger led enligt (A.6)

$$y(t) = x(t) - 2\lambda x(t) + \lambda^2 x(t) \quad \phi(t) = \lambda^2 \varphi(t) \quad (A.6)$$

och erhåller ekvation (A.7), som är på regressionsform och som vi direkt kan applicera minsta-kvadraten-metoden på.

$$Y = \theta \Phi \quad (A.7)$$

Vi erhåller då skattningen av $\hat{k}T^2$ ur uttrycket (A.8).

$$\hat{\theta} = \hat{k}T^2 = (\Phi^T \Phi)^{-1} (Y^T \Phi) \quad (A.8)$$

Återstår att bestämma ett lämpligt värde på tidskonstanten T i lågpasfiltret. I föreläsningsanteckningarna kan vi läsa att valet av T inte är kritiskt. Vi väljer några olika värden. För $T = 0.5$ har vi ett maximum där $\hat{k} = -9.02$ vilket ju ganska väl överensstämmer med den tidigare skattningen.

Att vi får ett maximum för ett visst värde på T kan förklaras på följande intuitiva sätt: Maximum erhålls då vi filtrerar bort bruset men behåller den del av signalerna som innehåller mycket energi. Filtrets gränsfrekvens blir ju 0.3 Hz , och vi kan ju tro på att det intressanta frekvensområdet finns strax nedanför denna frekvens.

RAPPORT I PROCESSIDENTIFIERING

av

Tomas Szabo E86

Inledning

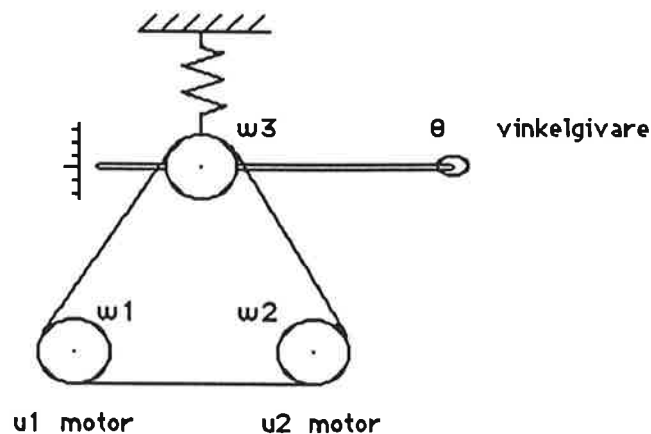
Syfte och arbetsmetodik

Syftet med projektet var att konkret arbeta med några av de identifieringsmetoder som studerades under kursens gång, samt att få en känsla för hur bra modellerna beskriver den verkliga processen.

Identifieringen skedde i ett iterativt förfarande med frekvensanalys, datainsamling och mätvärdesanalys mha MATLAB.

Processen

Den process som jag valde att identifiera, bestod av två remhjulsförsedda motorer och ett fjäderupphängt remhjul placerade i triangel och som var förbundna med en gummirem. Se figur 1. Insignalen till motorerna (u_1 , u_2) och ut signaler från de tre remhjulens varvtalsgivare (w_1 , w_2 , w_3) samt en utsignal från fjäderupphängningens vinkelgivare (Θ), var kopplade genom den i processen ingående drivelektroniken. Θ är proportionell mot bandspänningen.

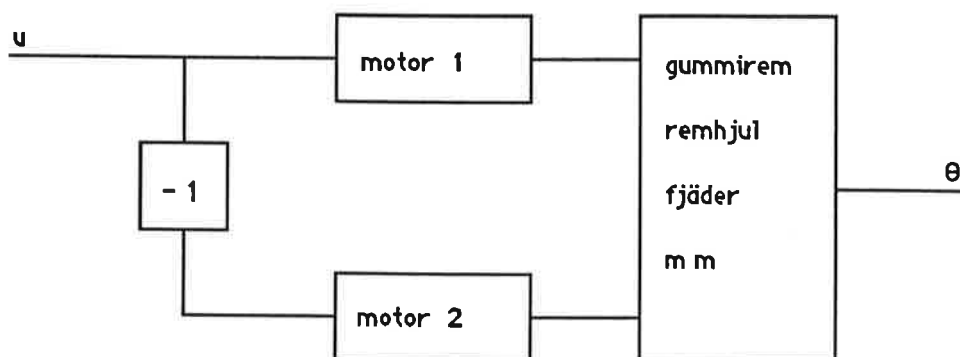


Figur 1.

Förutsättningar

Genom att motfaskoppla motorerna och endast mäta signalen från vinkelgivaren, reducerade jag det egentliga MIMO systemet till ett SISO system. Se figur 2.

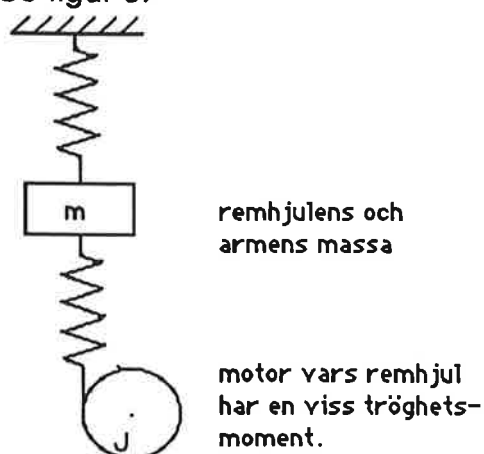
Jag förspände motorerna med en konstant spänning på 2.5 V och erhöll därigenom en ständig rörelse av gummiremmen.



Figur 2.

Förenklat modellbygge

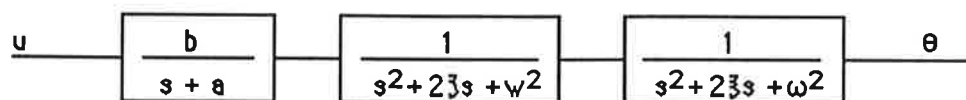
Det förenklade systemet skulle vid små avvikelser från jämviktsläget kunna beskrivas med följande modell: En remhjulsförsedd motor kopplad via en fjäder till en fjäderupphängd massa. Se figur 3.



Figur 3.

Detta å sin tur skulle kunna beskrivas av ett femte ordningens system.

En första ordningens motor, en andra ordningens svänghjul-fjäder och en andra ordningens massa-fjäder. Se figur 4.



Figur 4.

En första betraktelse och förväntningar

Genom den förenklade modellen kom jag fram till att en femte ordningens modell borde vara tillräcklig. Med mitt armbandsur till hjälp gjorde jag några tidtagningar och kom fram till att det fanns en kraftig resonans runt 6 Hz. Vidare förväntade jag mig en del tidsfördröjning orsakad av vågutbredningen i gummibandet.

Datainsamling

Frekvensanalys

För frekvensanalysen använde jag den i projektlokalen stående frekvensanalysatorn (Schlumberger Solartron 1250). Den exciterade processen sinusformat och lagrade värdena på förstärkning och fasvridning vid ett antal jämt eller logaritmiskt fördelade frekvenser.

Mätvärdena kunde sedan överföras till PCn för presentation eller analys med MATLAB.

Jag gjorde ett antal mätserier med olika amplitud på excitationssignalen i området 2 - 20 Hz. Se figur 7.

Tidsserieanalys

För tidsserieanalysen fanns ett färdigt excitations- och samplingsprogram i PCn (LOGGER), som genom de inbyggda DA-AD omvandlarna exciterade processen med en PRBS signal och samlade in utsignalvärdena. Jag valde först ett samplingsintervall på 10 ms och samlade några serier med olika excitationssamplitud. Efter att med en viss möda ha överfört de insamlade mätserierna till SUN systemet och gjort en del preliminär identifikation, gjorde jag tre slutliga mätserier.

Denna gången med 20 ms samplingsintervall och endast en excitationssamplitud på 0.15 V. De tre serierna hade PRBS period 2, 3 och 4.

Jag skrev en koherensfunktion och valde den serien som gav störst koherens mellan in- och utsignal för den slutliga identifieringen. Se figur 5.

På detta sätt erhöll jag en tidsdiskret modell.

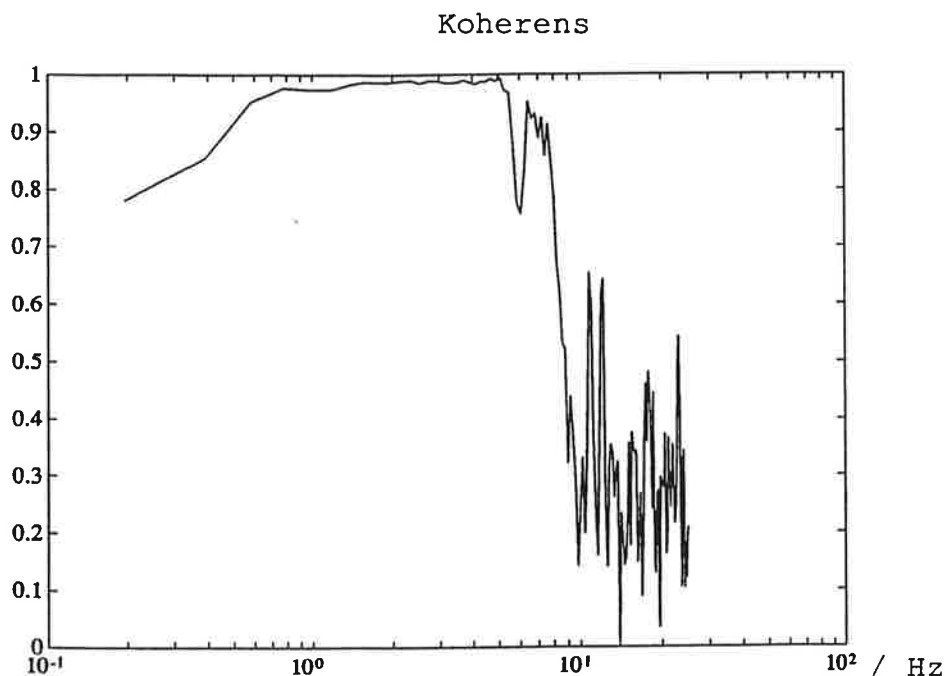
```

>> function coher(z); (* z=[utsignal insignal] *)
>> [ Gsp Hsp ]=spa(z);
>> phin=Hsp * [0;1;0];
>> phiu=spa(z(:,2)) * [0;1;0];
>> sqrG=Gsp(:,2) .^ 2;
>> num=sqrG .*phiu;
>> ett=ones(Gsp(:,1));
>> cohuy=ett ./sqrt(ett+(phin ./num));
>> semilogx(Gsp(:,1) ./2 ./pi,cohuy);

```

Figur 5.

Genom att titta på koherensen för de första tidsserierna, fick jag reda på vilken excitation amplitud och vilket samplingsintervall som var lämpligt. Detta utnyttjade jag när jag valde samplingstiden 20 ms och amplituden 0.15 V för de tre slutliga serierna. Olika PRBS perioder valde jag för att senare kunna korsvalidera modellen inte bara med värden som inte använts vid identifieringen, utan också med en excitation som hade ett annat frekvensinnehåll. Jag samlade 2000 värden vid varje serie. De de första 800 använde jag för identifiering och nästa 800 för valideringen. Serien med PRBS period 2 gav störst koherens. Se figur 6.



Figur 6. Koherens mellan in och utsignal med vilken den slutliga modellen erhöles.

Jag valde alltså en 20 ms samplingsperiod och en PRBS period 2 för att hitta modellen.

Identifiering

För analysen använde jag mig av Process Identification Toolbox i MATLAB. Jag försökte att anpassa en armax modell och en Box-Jenkinsmodell med funktionerna **armax** och **bj**. Se figur 7.

$$y(t) = \frac{B(z)}{A(z)} u(t) + \frac{C(z)}{A(z)} e(t) \quad \text{armaxmodell}$$

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} u(t) + \frac{C(z)}{D(z)} e(t) \quad \text{Box-Jenkinsmodell}$$

figur 7.

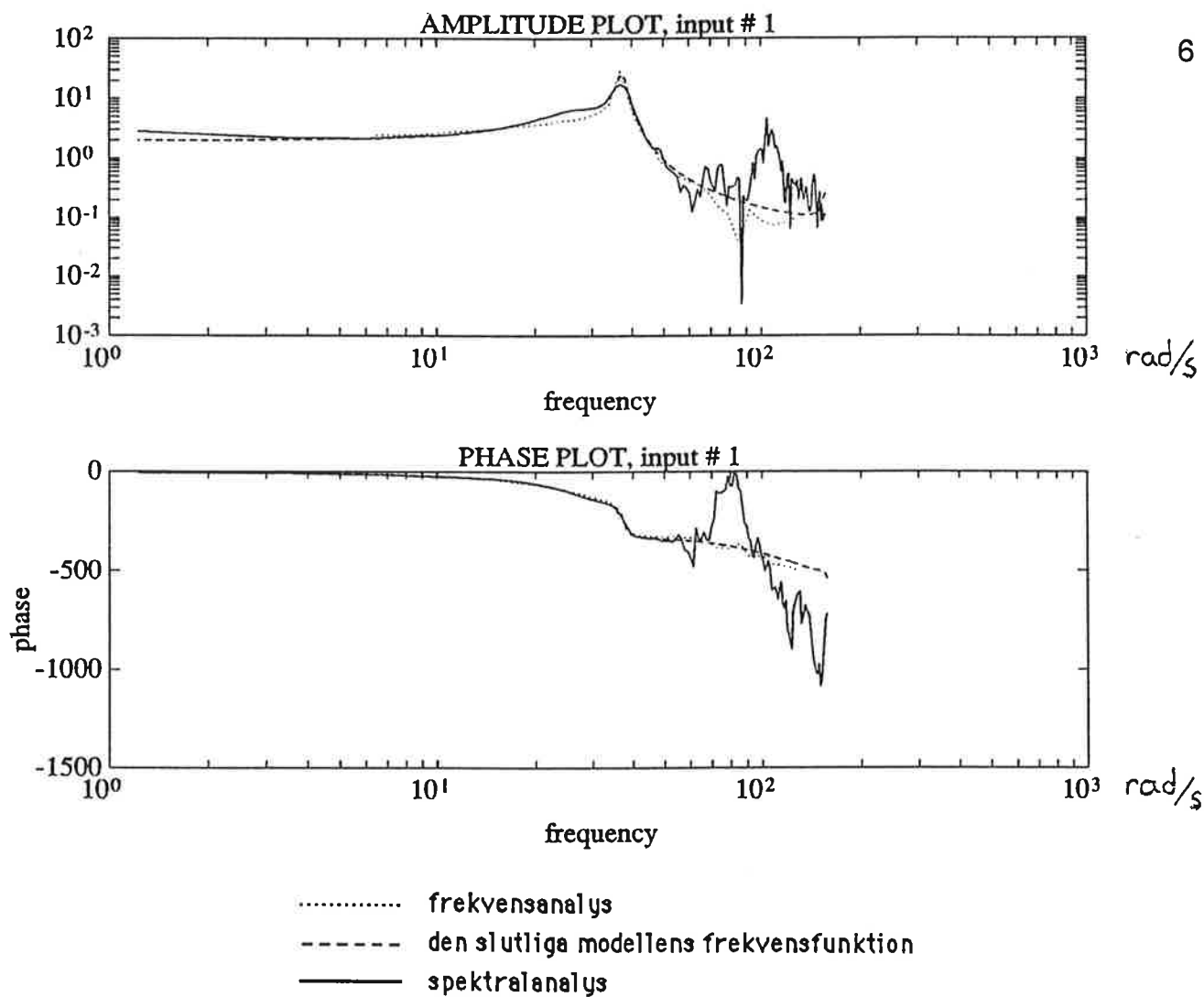
Genom att studera de av funktionerna beräknade värdena på Akaikes FPE, erhöll jag lämplig tidsfördröjning och ordningstal. Med funktionen **spa** gjorde jag spektralskattningar av mätserierna. Funktionen **resid** gav möjlighet att studera ifall prediktionsfelet var vitt och oberoende av insignalen. Detta gav också ledning om vilken modell som var lämplig.

Validering

Med funktionen **resid** och data som inte förut använts vid identifieringen, undersökte jag hur bra den erhållna modellen var. Med **idsim** simulerade jag modellens utsignal för den verkliga insignalen och ritade ut den tillsammans med den verkliga utsignalen för jämförelse. Ifall modellen var bra, skulle avvikelserna vara små.

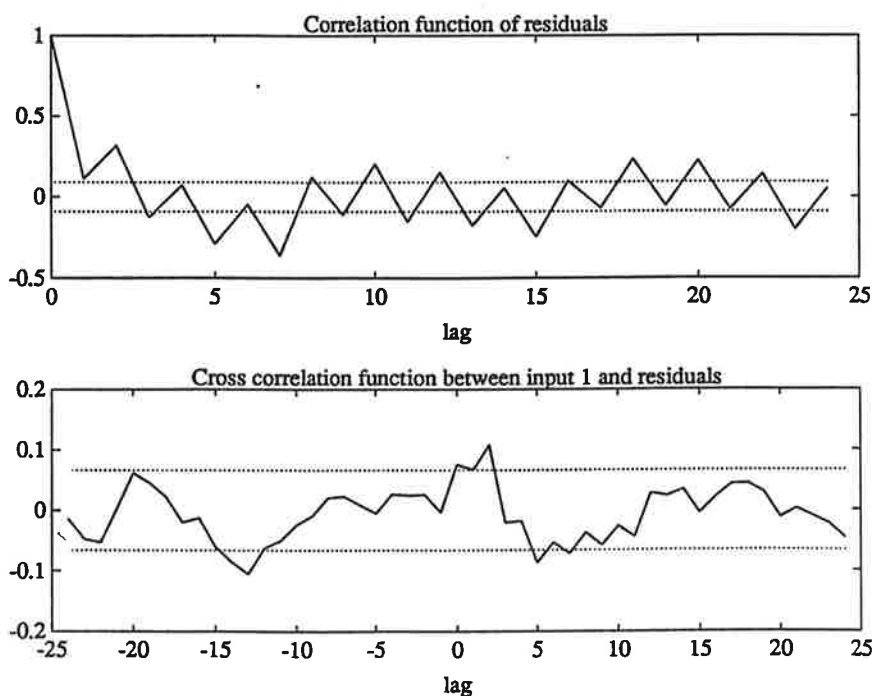
Resultat

De olika serierna vid frekvensanalysen gav direkt ett antal punkter i ett Bodediagram. Senare ritade jag i samma diagram in resultatet från spektralanalysen och tidsseriemodellens frekvensfunktion för jämförelse. Se figur 8.



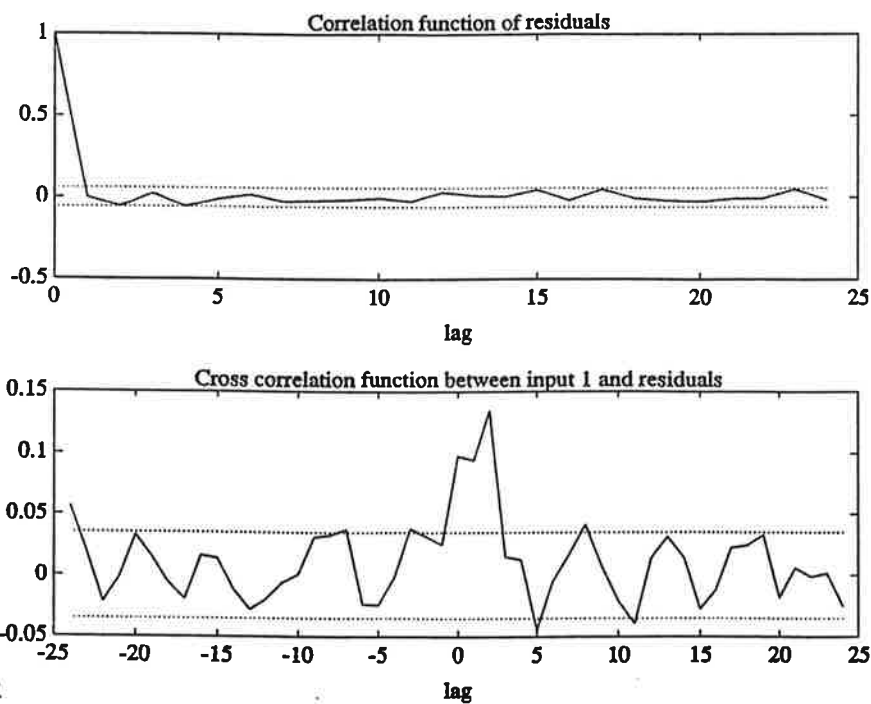
Figur 8.

Först gjorde jag ett antal mindre lyckade försök att anpassa en armax-modell till serien. Hur jag än ökade ordningstalet så blev inte residualen vit. Se figur 9.



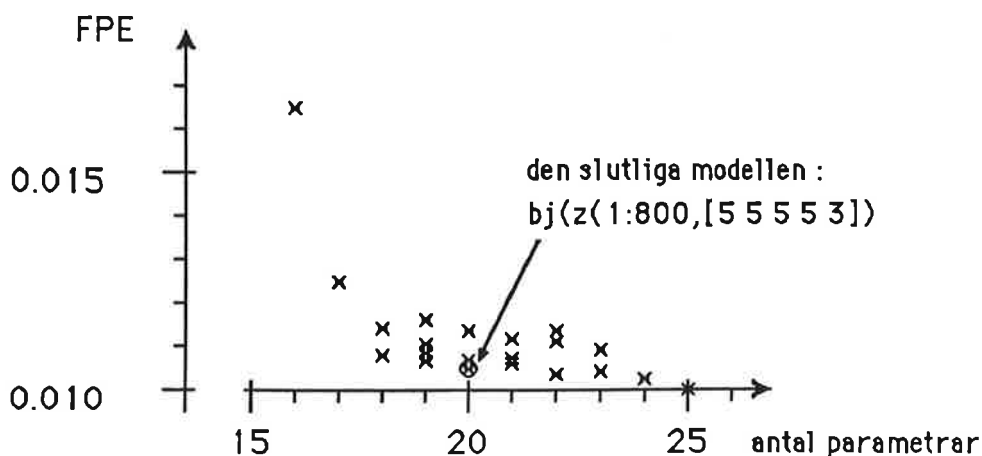
Figur 9. Korrelationsfunktion för armaxmodellens residualer.

Det var tydligen inte tillräckligt med gemensamma poler för process och brus i modellen och jag övergick till att försöka med en Box-Jenkins struktur. Det gav genast bättre resultat. Oscillationen i koovariansfunktionen uteblev och hamnade innanför det 95 % konfidensintervallet. Se figur 10.



Figur 10. Korrelationsfunktion för Box-Jenkins modellens residualer.

Genom att försöka med olika kombinationer av antalet parametrar och rita upp Akaikes FPE i ett diagram så hittade jag en modellstruktur som både hade lågt gradtal och värde på FPE samt residualer som "såg bra ut".
Se figur 11.



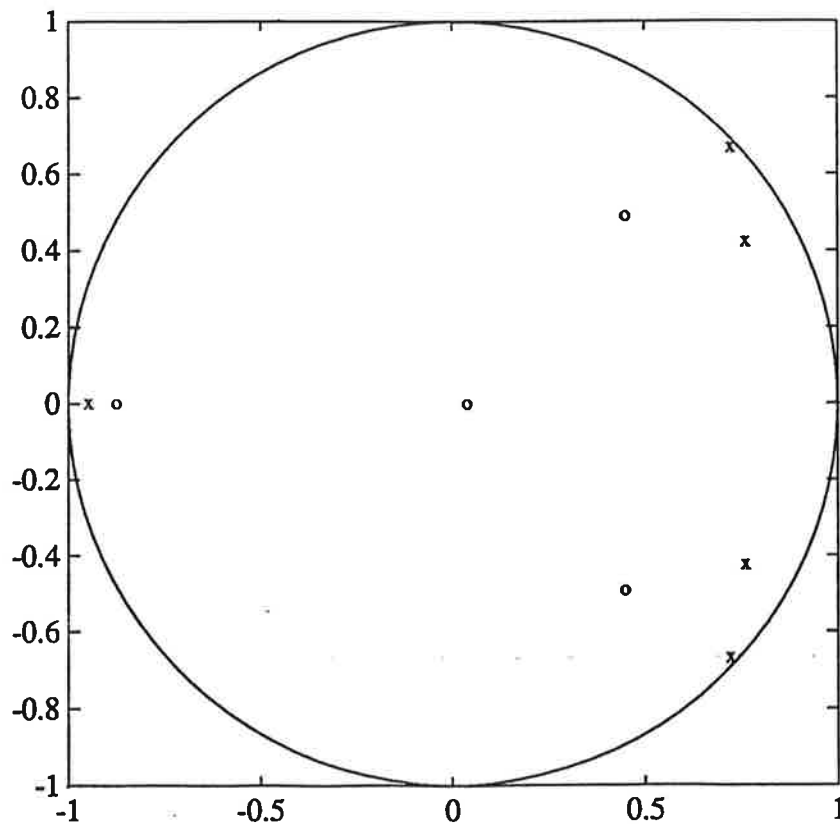
Figur 11.

Det blev slutligen följande 5-e ordningens modell:

$$\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{0.49z^{-3} - 0.028z^{-4} - 0.17z^{-5} + 0.20z^{-6} - 0.0071z^{-7}}{1 - 2.01z^{-1} + 1.11z^{-2} + 1.15z^{-3} - 1.69z^{-4} + 0.69z^{-5}}$$

Dess poler och nollställen finns i figur 12 och dess frekvensfunktion är den streckade linjen i figur 7.

Modellens poler och nollställen

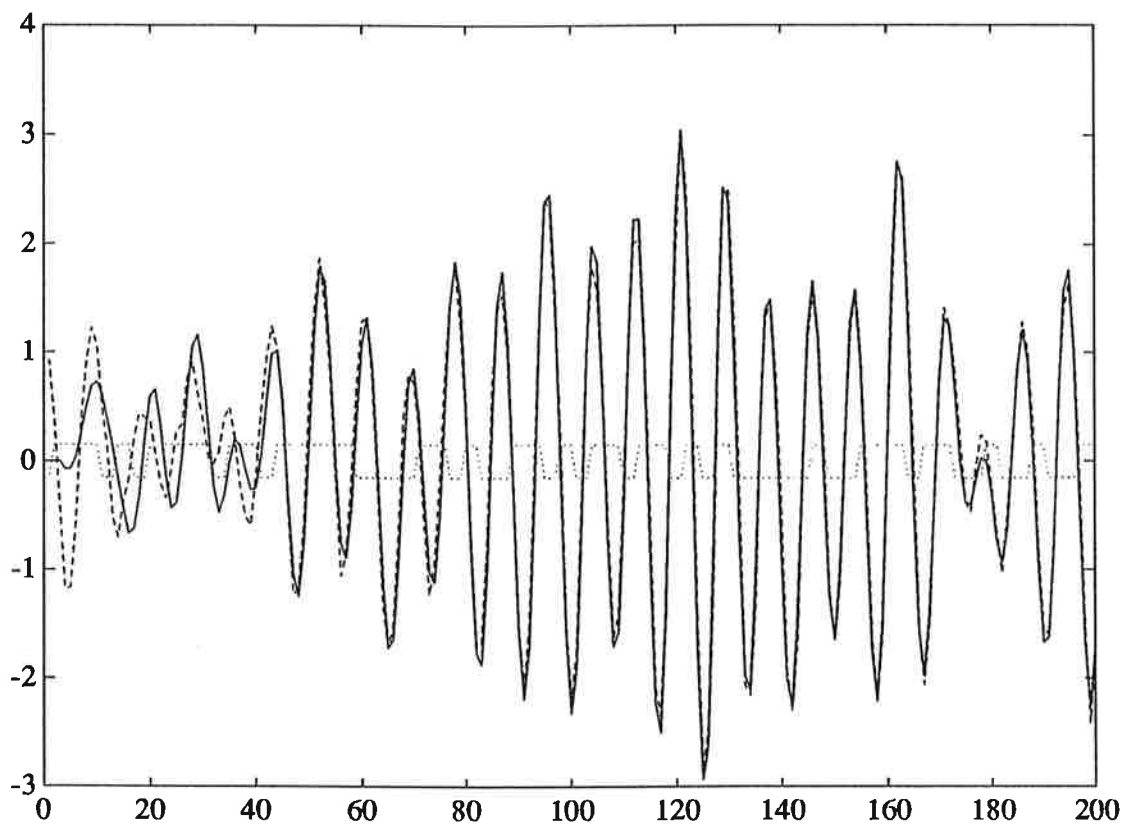


poler :	-0.9480	nollställen :	-0.8772
	0.7212 ± 0.6680 j		0.4481 ± 0.4903 j
	0.7595 ± 0.4228 j		0.0378

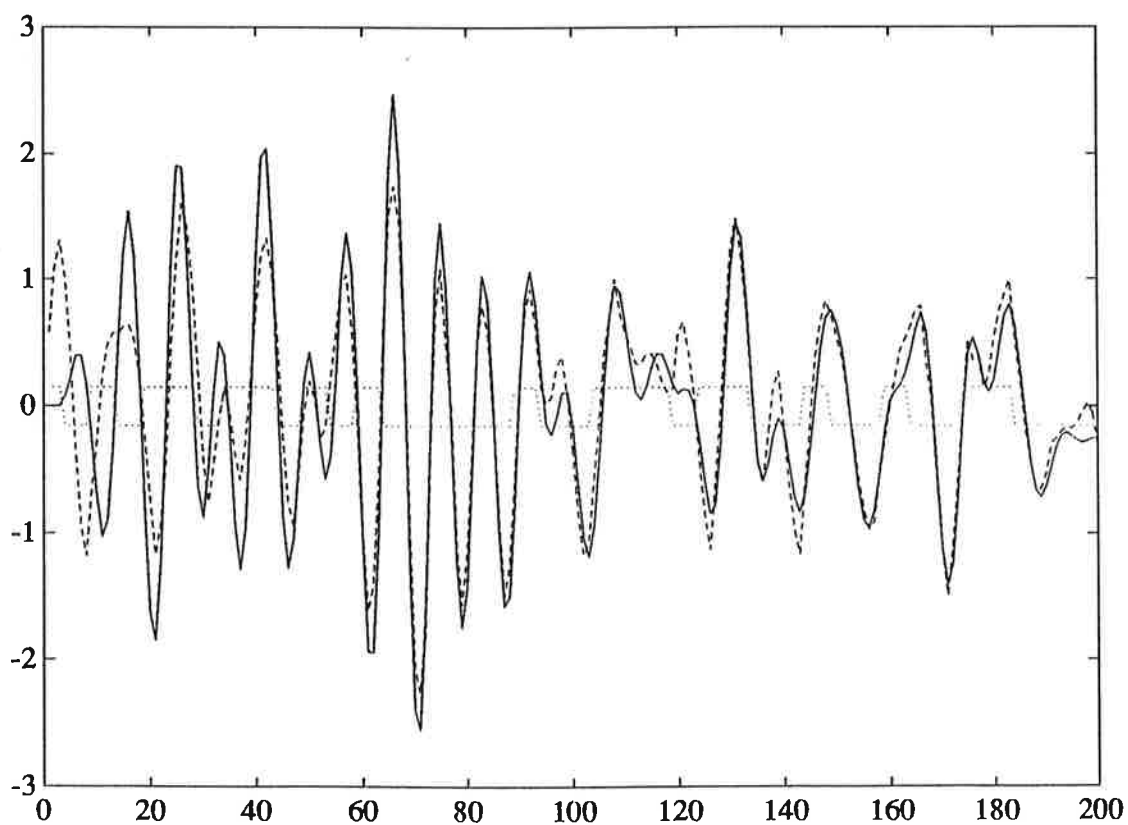
Figur 12.

Simulering med insignaler ej använda vid identifieringen och med PRBS period 2 och 4 validerade att modellen var bra. Se figur 13 och 14.

Spektralanalysen gjorde jag med längd 128 på hammingfönstret och med de första 800 värdena från dataserien med PRBS period 2. Resultatet är den heldragna linjen i Bodediagrammet figur 7.



Figur 13 Simulering med identifieringssignalen PRBS period 2,
(800:1600) de första 200 utritade.



Figur 14 Simulering med signal ej använd vid identifieringen PRBS period 4,
(800:1600) de första 200 utritade.

Diskussion

Eftersom bandet var i ständig rörelse och att bandet inte var jämt, så fanns det en periodisk excitation av processen som inte berodde på insignalen. Detta gjorde att en armaxmodell inte var tillräcklig.

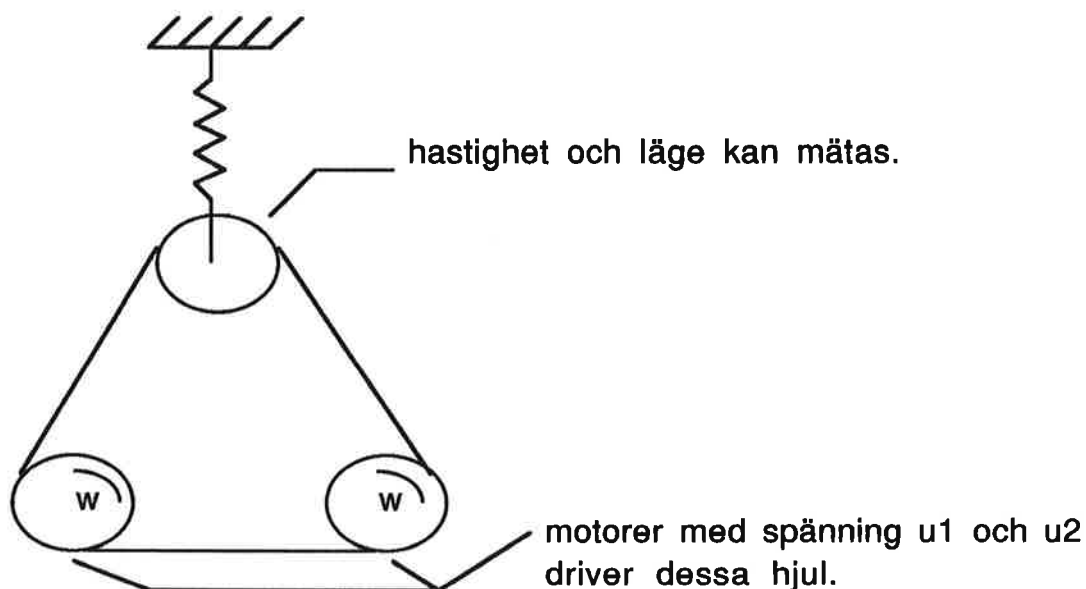
**Projekt i processidentifiering hösten 1989,
identifiering av motordrift med drivrem.**

av Ulf Lindgren E85

**Institutionen för reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Handledare: Kjell Gustafsson**

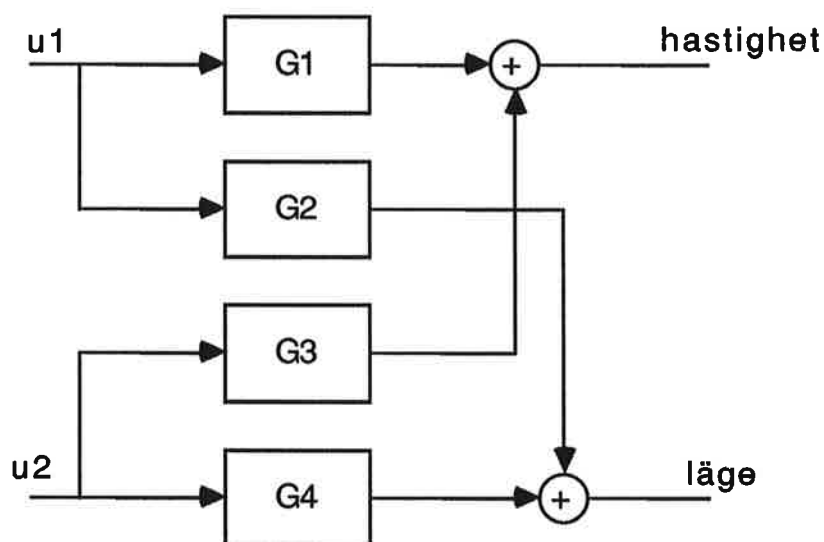
Inledning.

Systemet som jag identifierade var motordrift med drivrem. På labbuppställningen är tre hjul uppsatta i en triangel. Runt dessa hjul är ett gummiband spänt. De två nedre hjulen är motordrivna medan det övre är fjäderupphängt och utan motor. Det övre hjulets hastighet och läge kan mätas. En principskiss visas i följande figur.



Figur 1. Labbuppställningen.

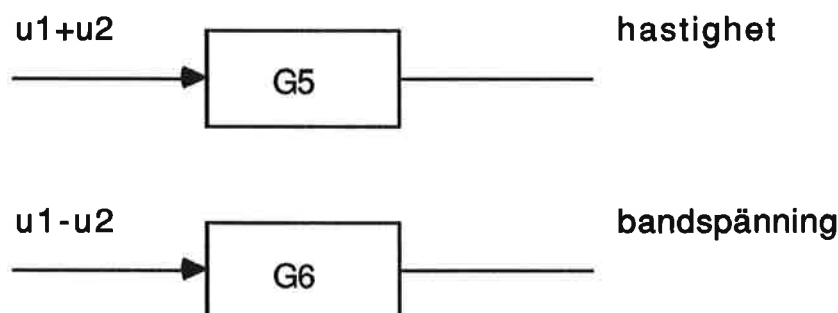
Betrakta systemet i figur 2. Det är av flervariabeltyp. Någon form av korskoppling finns i systemet mellan motorspänningarna och hastigheten respektive mellan motorspänningarna och bandspänningen.



Figur 2. Systemets överföringsfunktioner.

Dock i stationaritet är det väsentligen u_1+u_2 som bestämmer hastigheten och u_1-u_2 som bestämmer läget. Därför väljer man att betrakta systemet som i figur 3. Man försummar korskopplingarna. I och med att man sedan väljer $u_1=u_0+\delta u$ och $u_2=u_0-\delta u$ där δu är excitationssignalen blir även $u_1-u_2=2\delta u$. Identifieringsuppgiften är att ta fram överföringsfunktionerna för systemet.

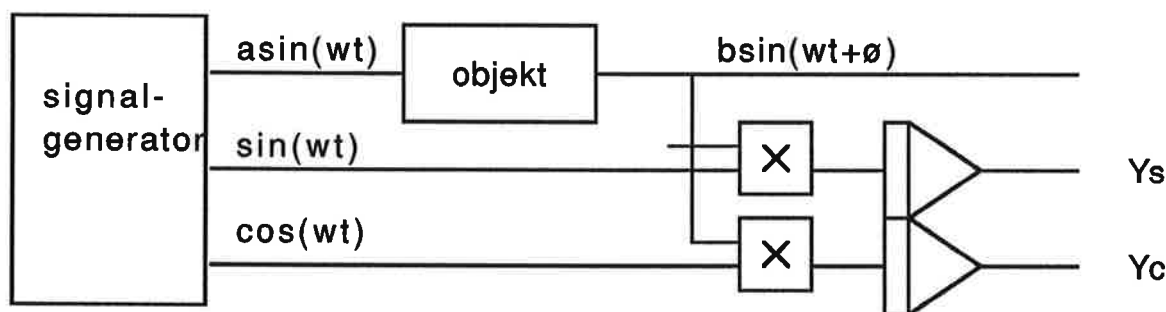
Jag begränsade mig till att identifiera hastigheten. Detta har gjorts på två sätt, dels frekvensanalys och dels utnyttjande av programmet logger för insamling av data, därefter identifiering med hjälp av `arx`, `armax` samt `box-jenkins` modeller i MATLAB.



Figur 3. Det förenklade systemets överföringsfunktioner.

Frekvensanalys

Frekvensanalys går till på följande sätt. En signalgenerator genererar en sinusspänning med en amplitud, som kan väljas godtyckligt inom vissa gränser. Denna signal skickas sedan som insignal till systemet som ska identifieras. Utsignalen från systemet multipliceras med en sinussignal från signalgeneratorm och integreras. Samma sak görs med en cosinussignal.



Figur 4. Principen för frekvensanalys.

Med hjälp av signalerna Y_s och Y_c kan man sedan få fram amplitudfunktion respektive fasfunktion.

$$Y_s(T) = \int_0^T y(t) \cdot \sin(\omega t) dt = 1/2 \cdot T \cdot |G(i\omega)| \cdot a \cdot \cos\phi(\omega)$$

samt

$$Y_c(T) = \int_0^T y(t) \cdot \cos(\omega t) dt = 1/2 \cdot T \cdot |G(i\omega)| \cdot a \cdot \sin\phi(\omega)$$

$$|G(i\omega)| = 2/(T \cdot a) \sqrt{(Y_s(T))^2 + (Y_c(T))^2} \quad \text{och} \\ \phi(\omega) = \arctan(Y_c(T)/Y_s(T)).$$

Frekvensvarsanalysatorn från solartron utför ovan beskrivna beräkningar automatiskt. Innan man kan börja frekvensanalysen måste några experimentvillkor bestämmas. De viktigaste diskuteras här.

Frekvens område.

Bestäm frekvensområde där det är väsentligt att känna processen. För detta behövs kanske kännedom från ett tidigare experiment. När man kör processen ser man hur hjulet rör sig. Detta ger en indikation om lämpligt intervall. Jag valde intervallet 0.5 till 10 Hz.

Mättid.

Brusnivån avgör mättidens längd, för att erhålla tillräcklig noggrannhet. En lång mättid innebär låg brus känslighet. Mättiden kan väljas i sekunder, i multiplar av perioder eller man kan låta frekvensanalysatorn integrera tills bestämd noggrannhet erhållits. Jag valde multiplar av perioder.

Amplitud.

Avgör vilken amplitud signalen ska ha. Välj amplituden så att systemet förblir linjärt. Vanligtvis ska den vara ganska liten. Jag satte amplituden till 0.1 volt.

Fördröjning.

Avgör hur länge man ska vänta innan mätningen börjar. Det är tiden från det att man har tvingat på systemet en viss frekvens tills integrationen börjar. Denna tid beror på hur snabbt transienterna klingar av i systemet. Transienterna i detta system är nog inte längre än en sekund.

Utförande.

Motorernas hastighet kan ställas in med hjälp av två potentiometrar så att lika hastighet erhålles. Motorerna snurrar åt samma håll och jag justerade dessa till 2.5 volt med hjälp av en voltmeter. Då erhöll enligt mitt tycke de två undre hjulen en lämplig rotationshastighet. En frekvensanalys utfördes enligt ovanstående förfaringssätt. Ett program som heter PCFRA användes. Detta program tar emot datavärdena, som frekvensanalysatorn har genererat. Dessa värden sparas i en fil.meas. Man kan med hjälp av programmet få en grov uppskattning om hur amplitud- respektive fasfunktionen ser ut. Om man vill ha bättre upplösning använder man sig av MATLAB. Med hjälp av en skrivare kan man "printa" ut funktionerna. I figur 4 har jag plottat amplitudfunktionen och fasfunktionen. Om man tittar på amplitudfunktionen så lutar högfrequensasymptoten ungefär 100 dB per dekad vilket motsvarar ett femte ordningens system. Men om man tittar på fasvridningen så är systemet av ordning tre. Första ordningens system fasvrider -90 grader, andra - 180 grader osv.

Identifiering med hjälp av MATLAB.

Logger är ett program som loggar data från ett identifieringsexperiment. Programmet innehåller en signalgenerator, som kan användas som insignal till systemet. Excitationssignalen och en extern signal (typiskt systemets utsignal) lagras och sparas i en fil. Data sparas på ett format som möjliggör senare bearbetning i MATLAB.

Excitationssignal.

Excitationssignalen är en PRBS (Pseudo Random Binary Sequence) producerad av ett 8-bitars shiftregister. En etta från shiftregistret betyder positiv signal medan noll motsvarar negativ signal. Man bestämmer amplituden på signalen samt dess medelvärde, med kommandona "amplitude" respektive "mean". Jag valde amplituden till .5 och medelvärdet satte jag till noll. Om man ändrar medelvärdet när amplituden är lika med noll, är det ekvivalent med ett steg. Detta kan användas vid stegsvarsanalys.

Samplingsintervall.

Jag valde Samplingsintervallet till 20 ms.

Utförande.

En PRBS sekvens om 2000 data värden användes. MATLAB utnyttjades sedan för vidare databehandling. Linjära trender avlägsnades. Arxstruc och selstruc användes för att bestämma ungefärlig storlek på n_a+n_b . Jag tittade på förlustfunktionen och uppskattade summan till maximalt 7, där någonstans planade förlustfunktionen ut. En arx modell skattades.

Arx modell.

M: $A(q-1)*y(t)=B(q-1)*u(t-k)+e(t)$, med $n_a=3$, $n_b=4$ och $n_k=1$,
 $A(q-1)=1+a_1*q^{-1}+...+a_{n_a}*q^{-n_a}$,
 $B(q-1)=b_1*q^{-1}+...+b_{n_b}*q^{-n_b}$.

n_k valdes till ett då det omöjligt kan vara någon större tidsfördröring i systemet, gummibandet är rätt så spänt. Resultatet av plotten av amplitud respektive fasfunktion kan skådas i figur 6. Resonanstoppen ligger ungefär vid 35 rad/s, vilket inte stämmer om man jämför med frekvensanalysen. Även jämförelse mellan utsignalen $y(t)$ hos modellen, då den matas med $u(t)$, med den verkliga utsignalen $y(t)$. Vilken visas i figur 7. Residualerna är plottade i figur 8. Man ser att dessa inte ligger inom gränserna. Pol-nollställediagram visas i figur 9. Jag fortsatte med en armax modell.

Armax modell.

$$M: A(q-1)*y(t)=B(q-1)*u(t-k)+C(q-1)*e(t), \text{ med } n_a=3, n_b=4, n_c=4 \text{ och } n_k=1,$$

$$A(q-1)=1+a_1*q^{-1}+\dots+a_{n_a}*q^{-n_a},$$

$$B(q-1)=b_1*q^{-n_k}+\dots+b_{n_b}*q^{-n_k-n_b},$$

$$C(q-1)=1+c_1*q^{-1}+\dots+c_{n_c}*q^{-n_c}.$$

I figur 10 visas resultatet av bodeplotten. Skillnaden mellan arx och armax är marginell. Resonanstoppen ligger fortfarande helt fel. Även i detta fallet har jag jämfört utsignalen hos modellen med den verkliga utsignalen.

Denna är plottad i figur 11. Fortfarande dålig överensstämmelse.

Residualerna för armax modellen är inte så mycket bättre än arx. Dessa visas i figur 12. Pol-nollställe diagram har jag plottat i figur 13. Eftersom både arx och armax-modellerna gav underliga resultat, skattade jag även systemet med en Box-Jenkins modell.

Box-Jenkins modell.

$$M: y(t)=B(q-1)/F(q-1)*u(t-k)+C(q-1)/D(q-1)*e(t),$$

$$\text{ med } n_b=3, n_c=4, n_d=4, n_f=3 \text{ och } n_k=1,$$

$$B(q-1)=b_1*q^{-n_k}+\dots+b_{n_b}*q^{-n_k-n_b},$$

$$C(q-1)=1+c_1*q^{-1}+\dots+c_{n_c}*q^{-n_c},$$

$$D(q-1)=1+d_1*q^{-1}+\dots+d_{n_d}*q^{-n_d},$$

$$F(q-1)=1+f_1*q^{-1}+\dots+f_{n_f}*q^{-n_f}.$$

I Box-Jenkins modellen finns större möjligheter att kompensera för bruset, vilket borde leda till bättre resultat. Resultatet av detta ses i figur 14, figur 15 och figur 16. I Box-Jenkins fallet ligger residualerna så gott som inom gränserna. Vilket kan ses i figur 17. I figur 18 har jag lagt in alla tre modellernas amplitud respektive fasfunktioner plus en plott av bruspolynomen C och D i Box-Jenkins modellen. Där ser man anledningen till resonanstopparnas lägen.

Sammanfattning.

Den modell som torde överensstämma bäst med verkligheten, om man kan säga så i detta fall, är nog box-jenkins modellen. Avvikelsen mellan modellerna armax, arx och box-jenkins beror säkerligen på att en störning kommer in i systemet ungefär vid resonansfrekvensen. Arx respektive armax kan inte kompensera så bra för detta. Box-Jenkins modellen däremot kompenserar med hjälp av polynomen C och D. Störningen kan uppkomma av att bandet vid det aktuella varvtalet genererar störningen. Denna teori skulle även kunna verifieras om man ökade bandhastigheten och gjorde om mätningen. Box-Jenkins modellen är ofta användbar när det

gäller roterande maskiner. Bättre resultat skulle kanske erhållas om man filtrerade mätvärdena innan skattningarna utfördes.

Referenser:

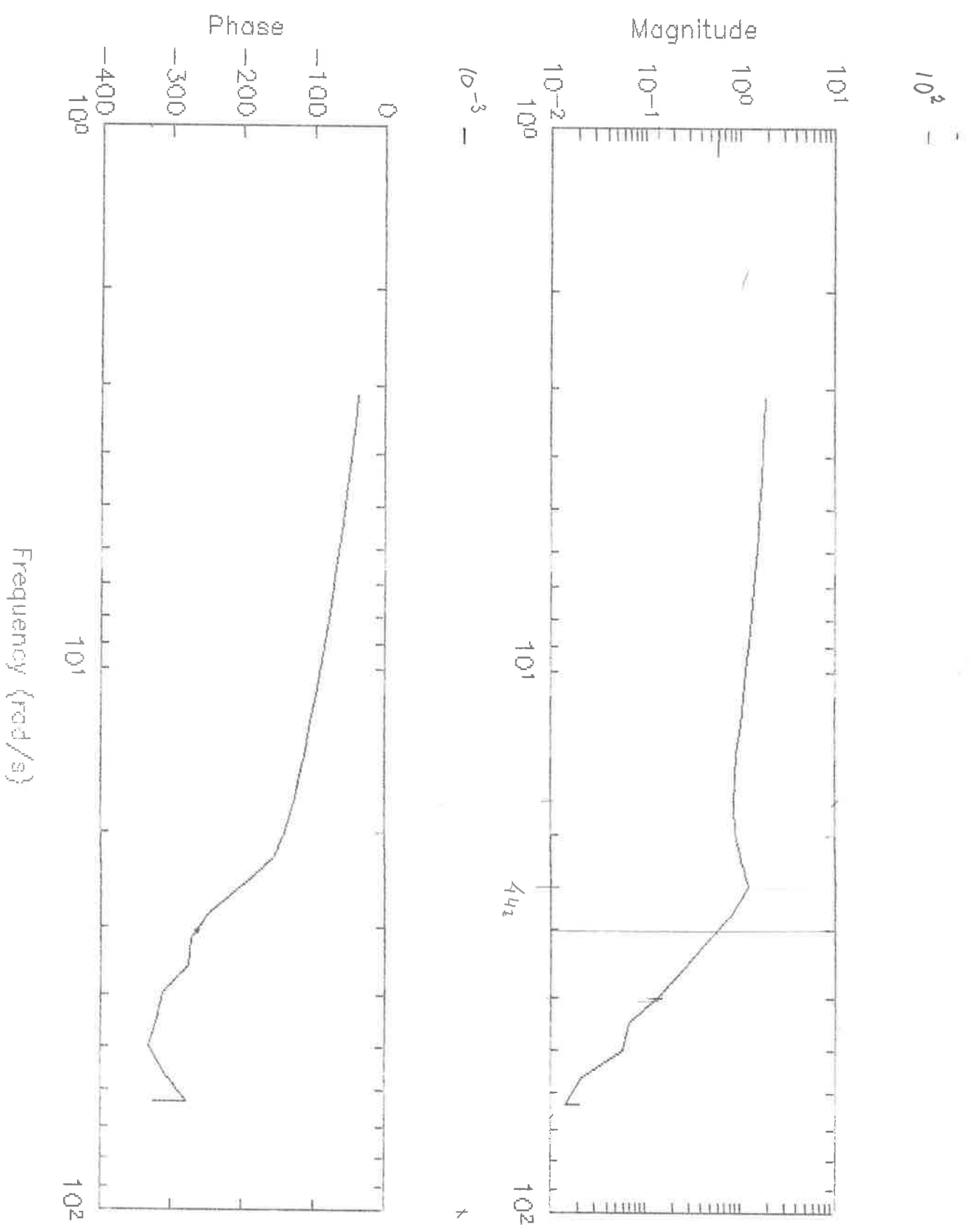
Åström, K. J. (1976): Reglerteori, Almqvist och Wiksell, Uppsala.

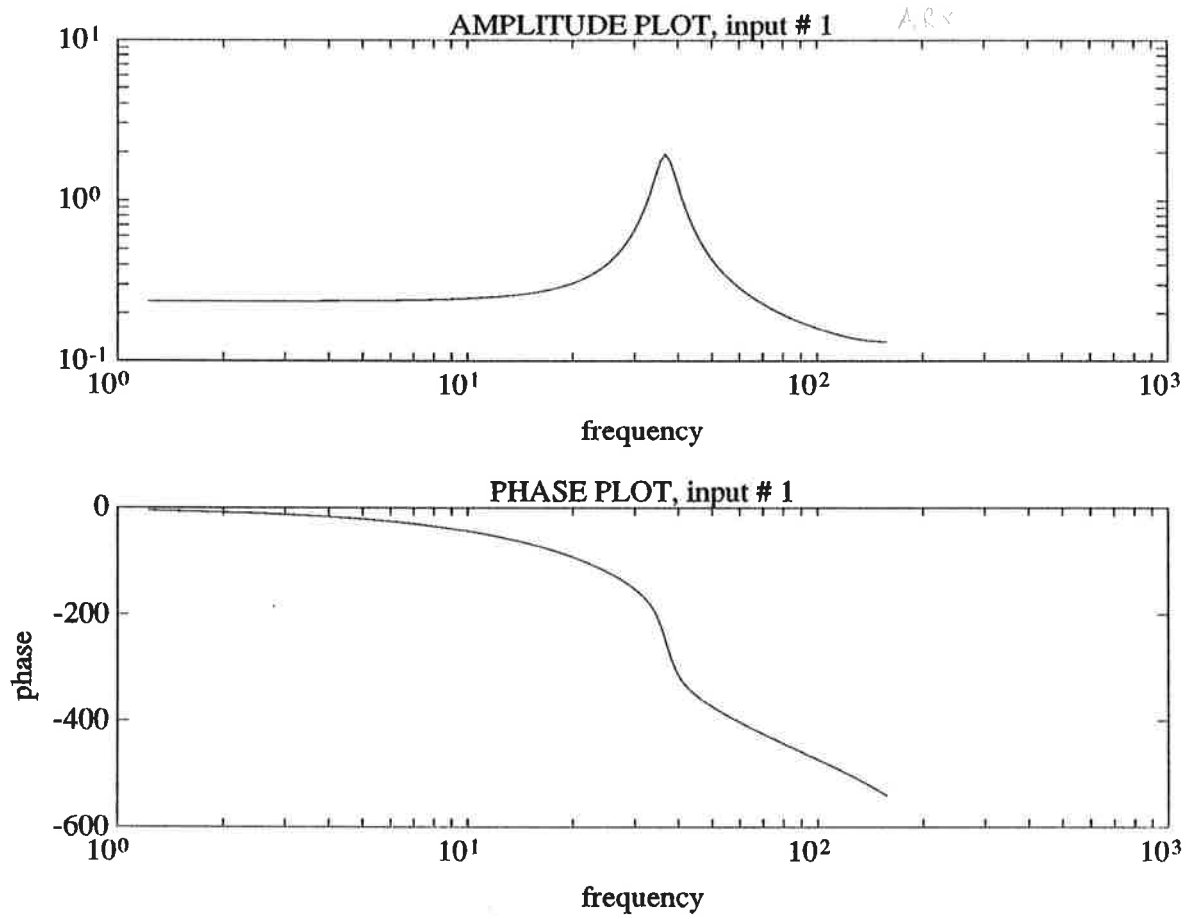
Johansson, R. (1989): "Lecture Notes".

Söderström, T and P. STOICA (1989): System Identification, Prentice-Hall, Inc., Cambridge, UK.

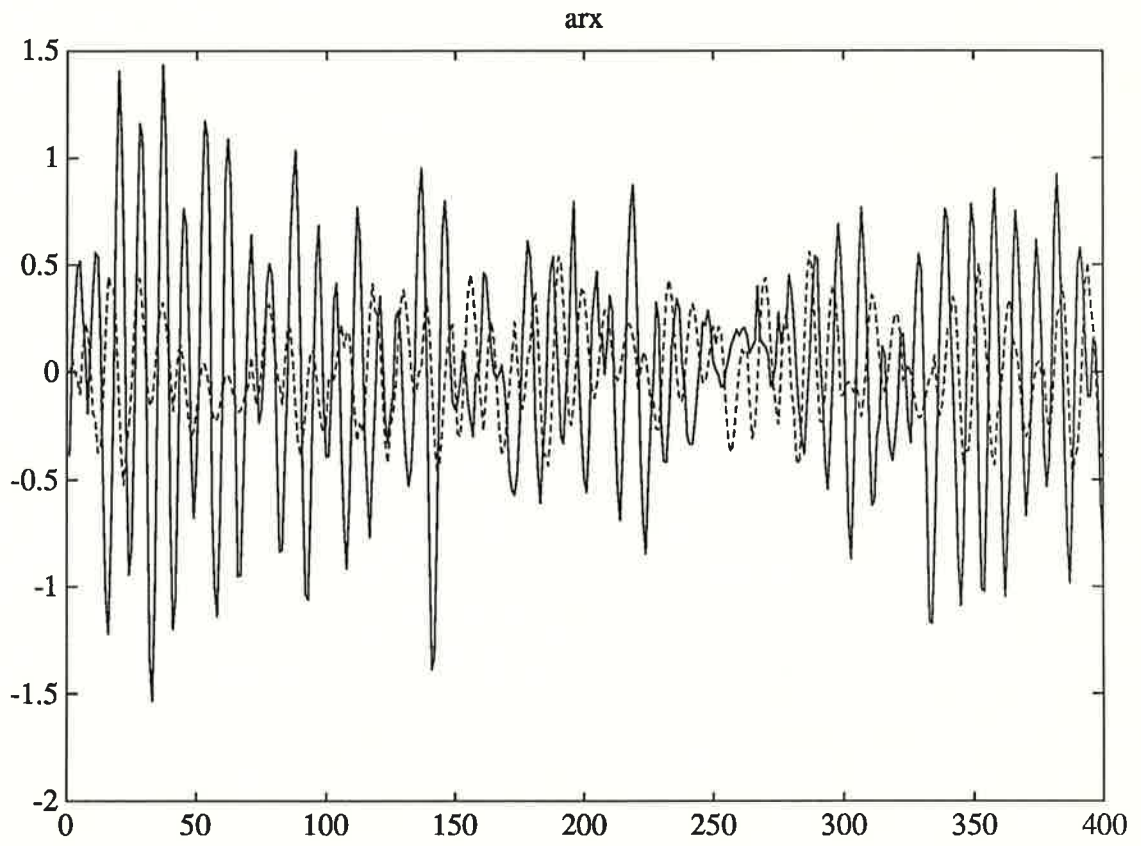
SOLARTRON INSTRUMENTATION GROUP (1983): 1250 Frequency Response Analyser, Schlumberger Electronics, Farnborough, UK.

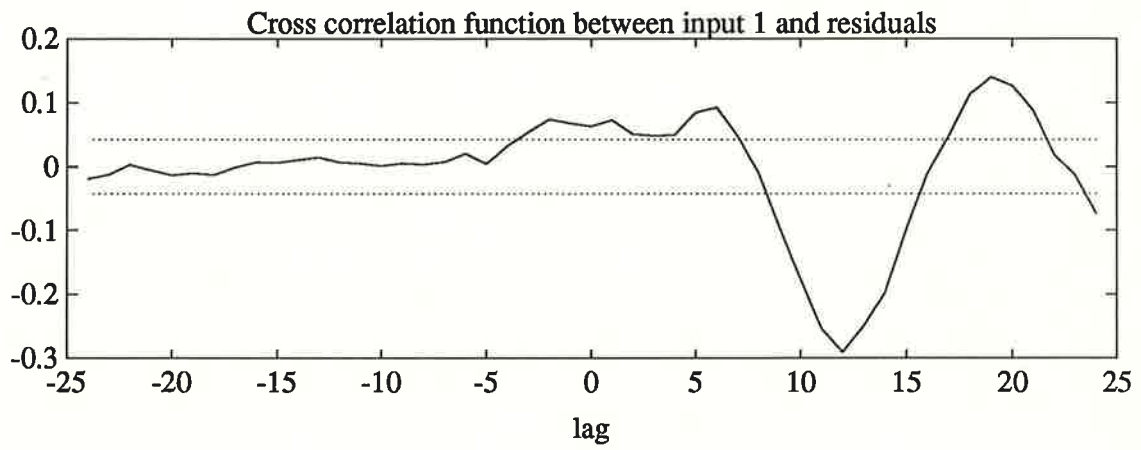
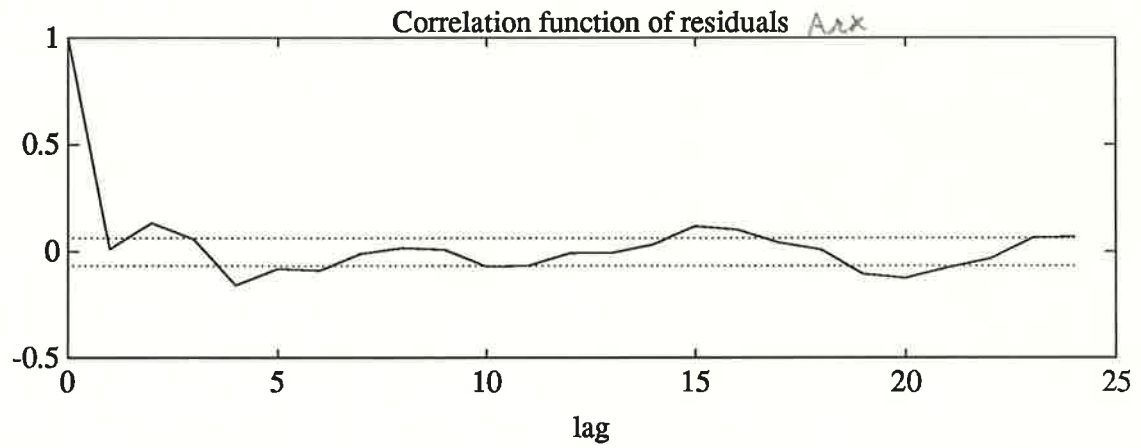
FIGURE 5



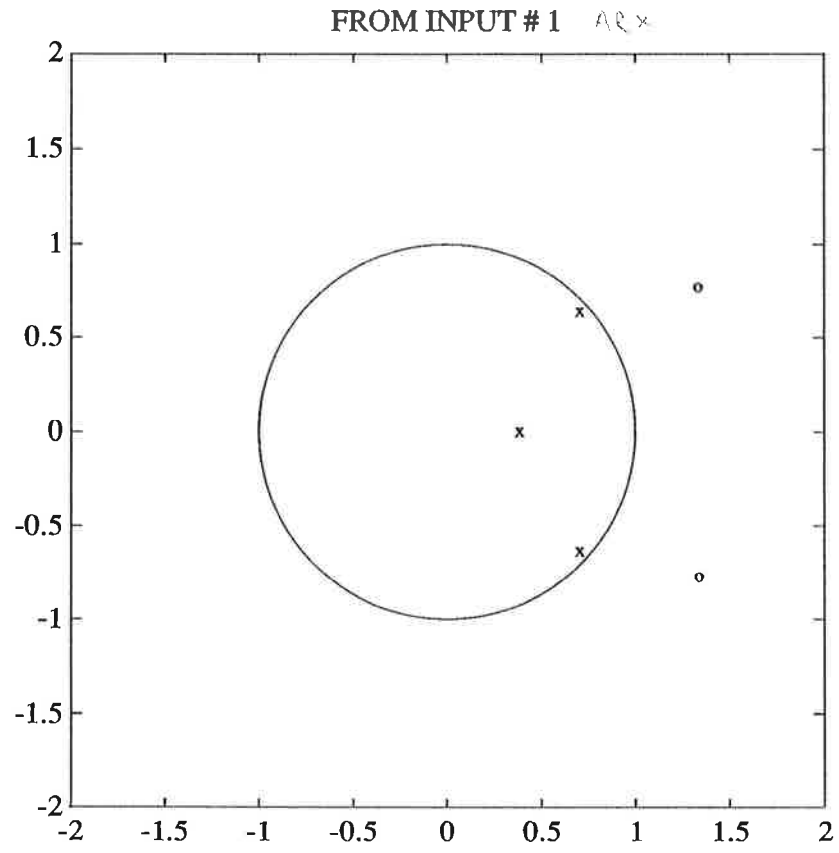


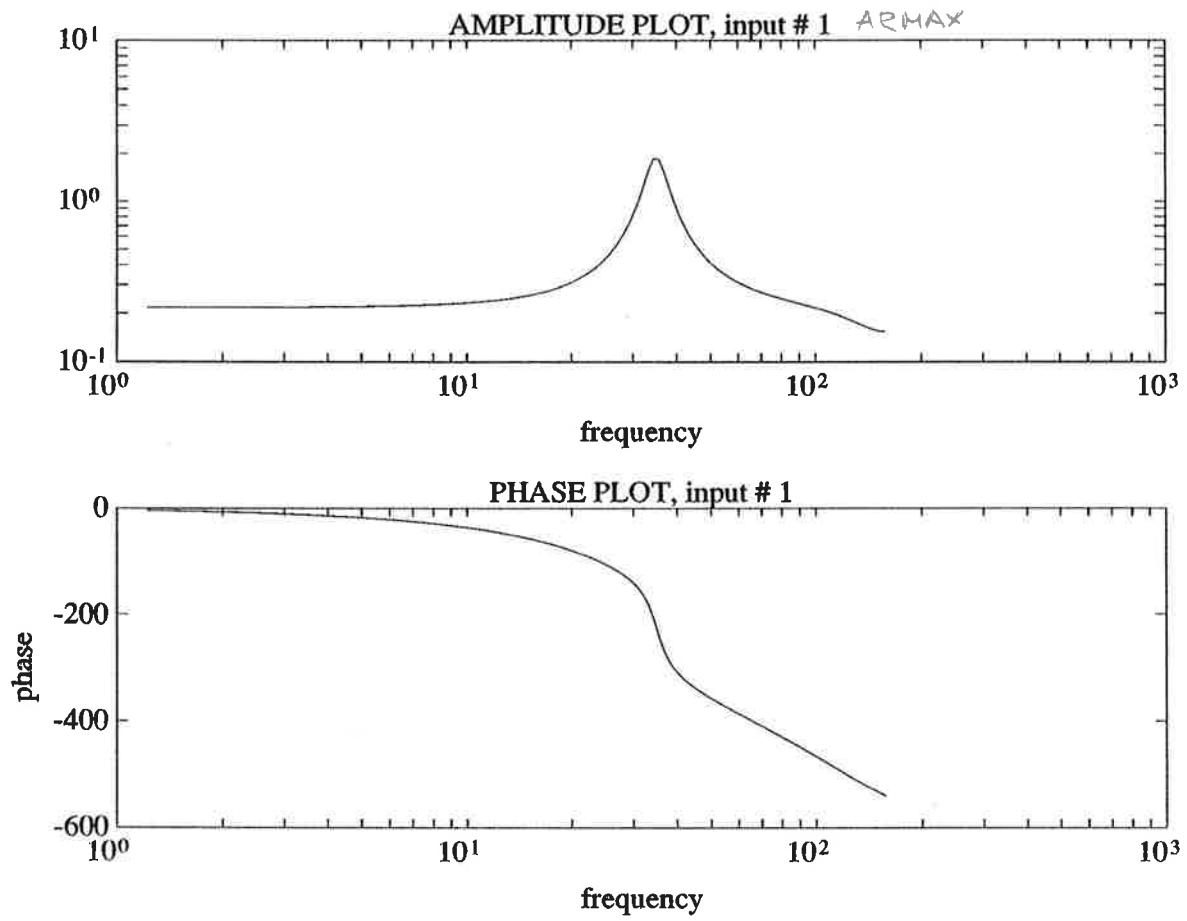
FIGUR 7

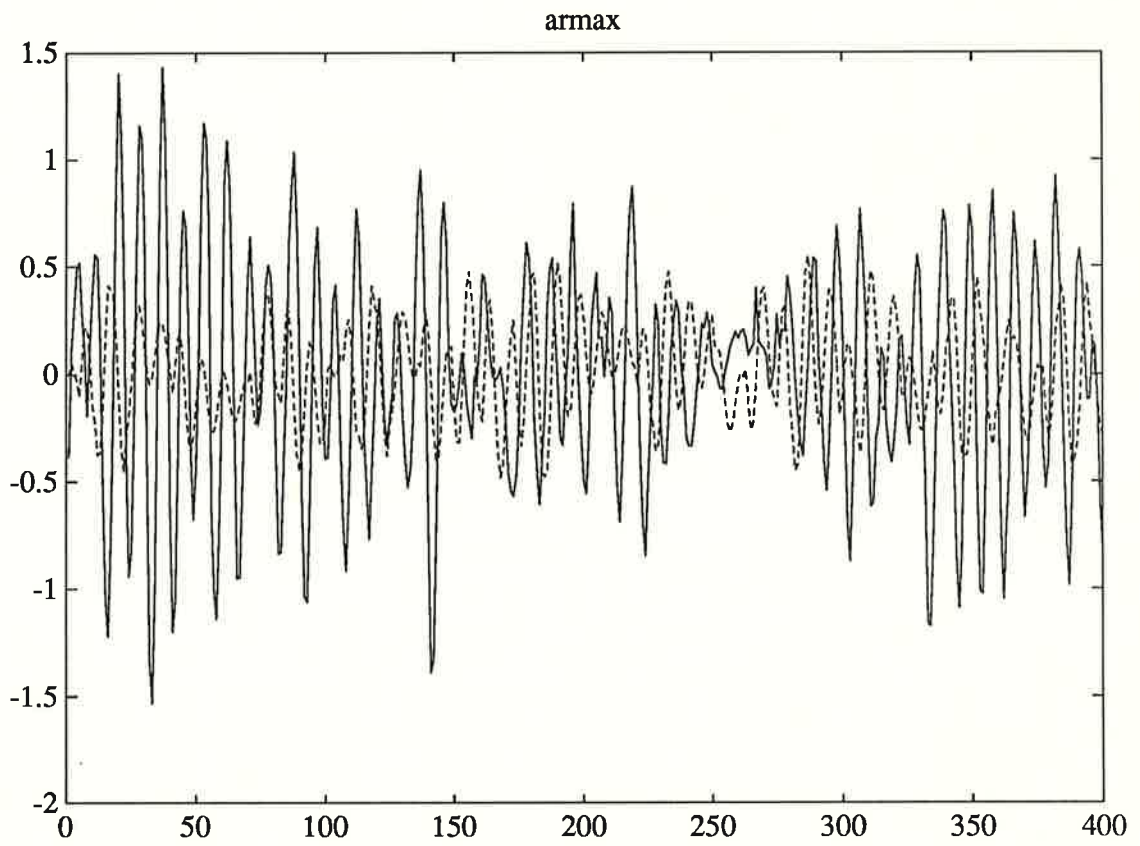


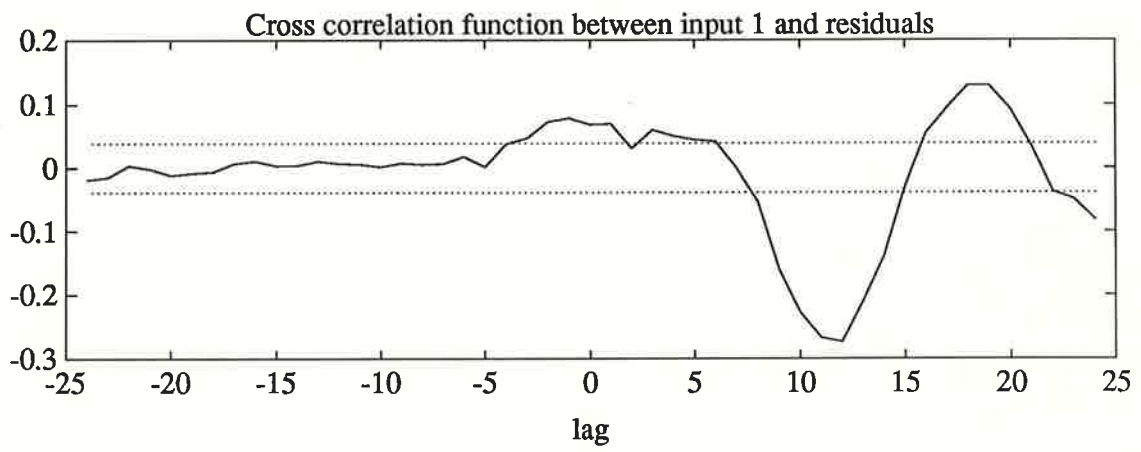
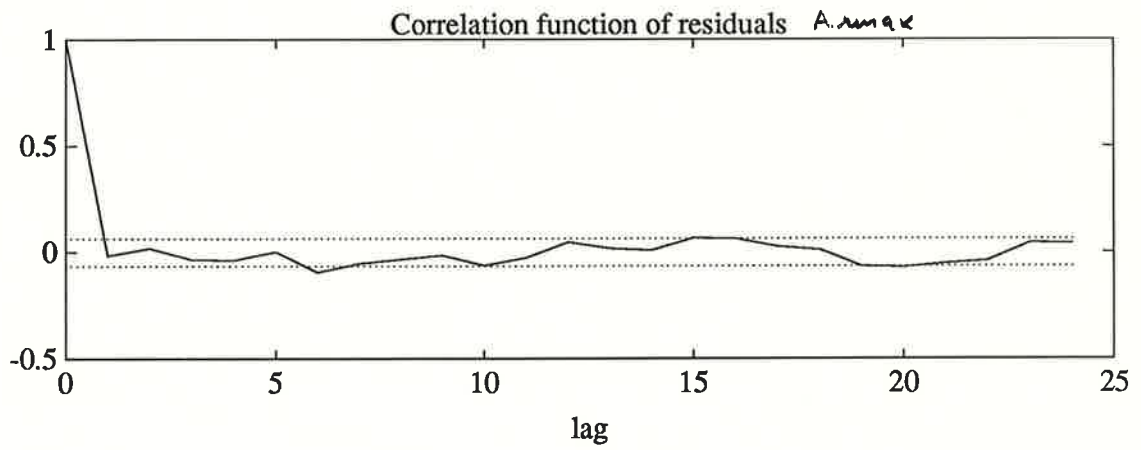


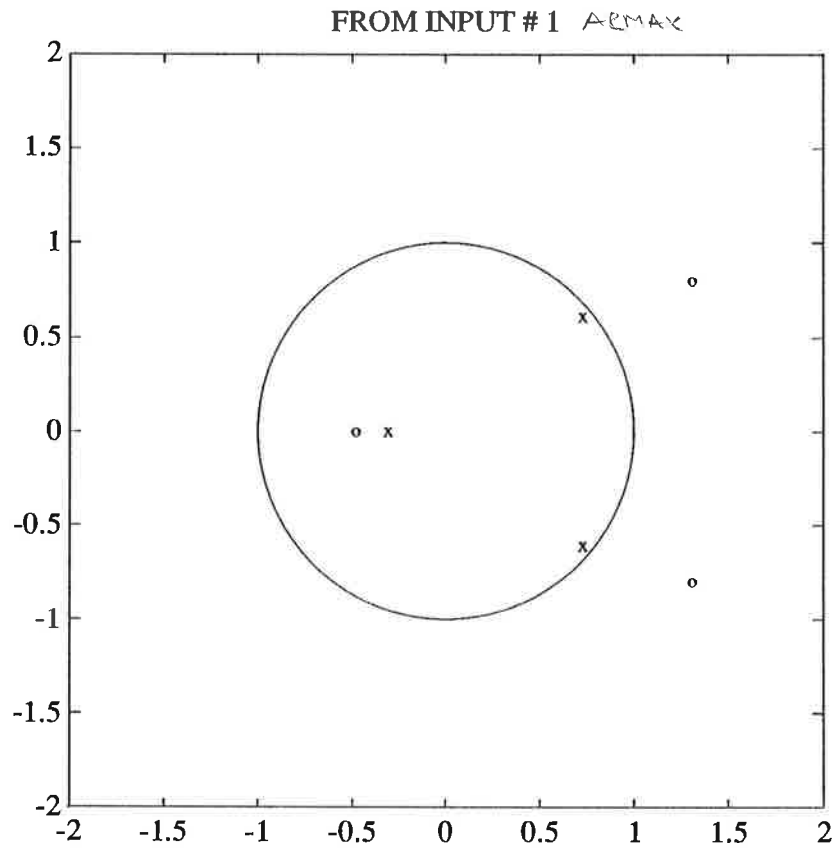
FIGUR 9

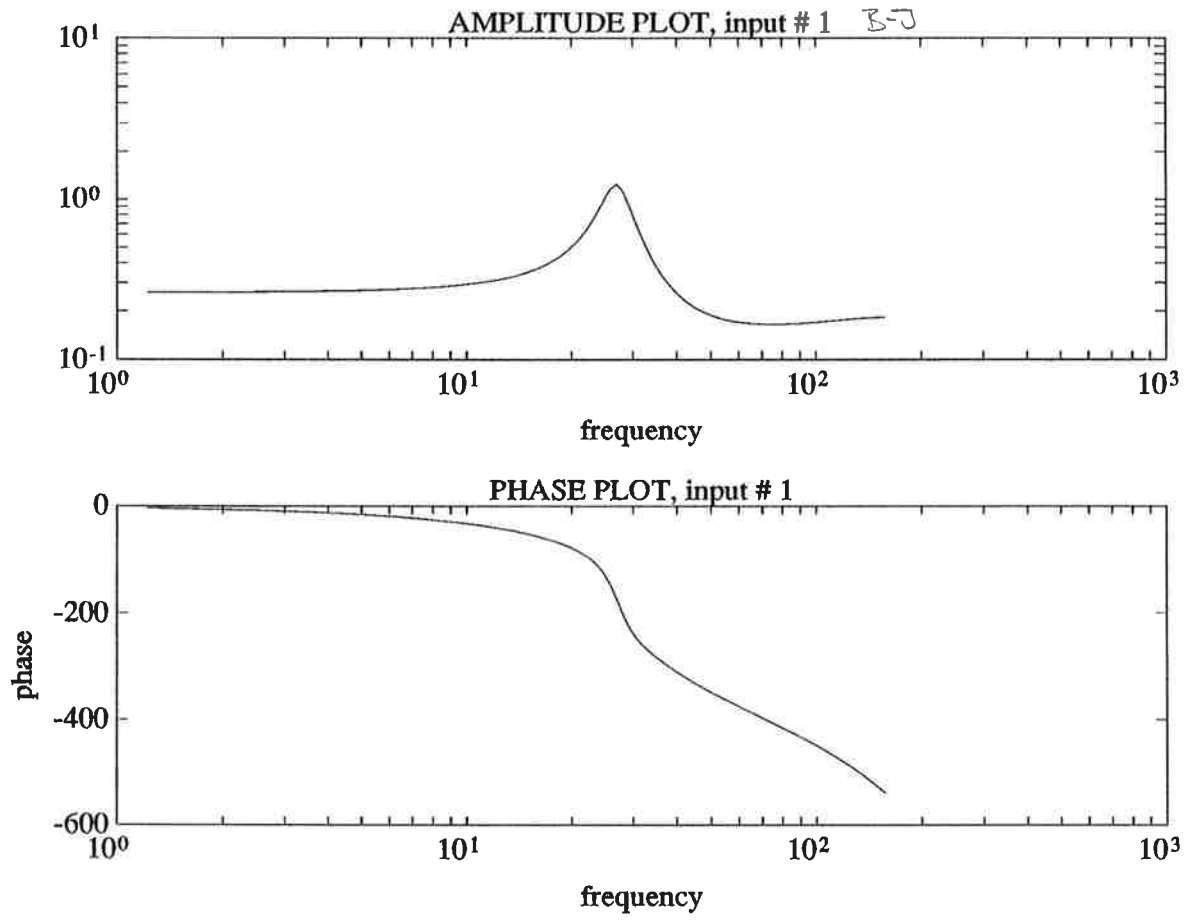


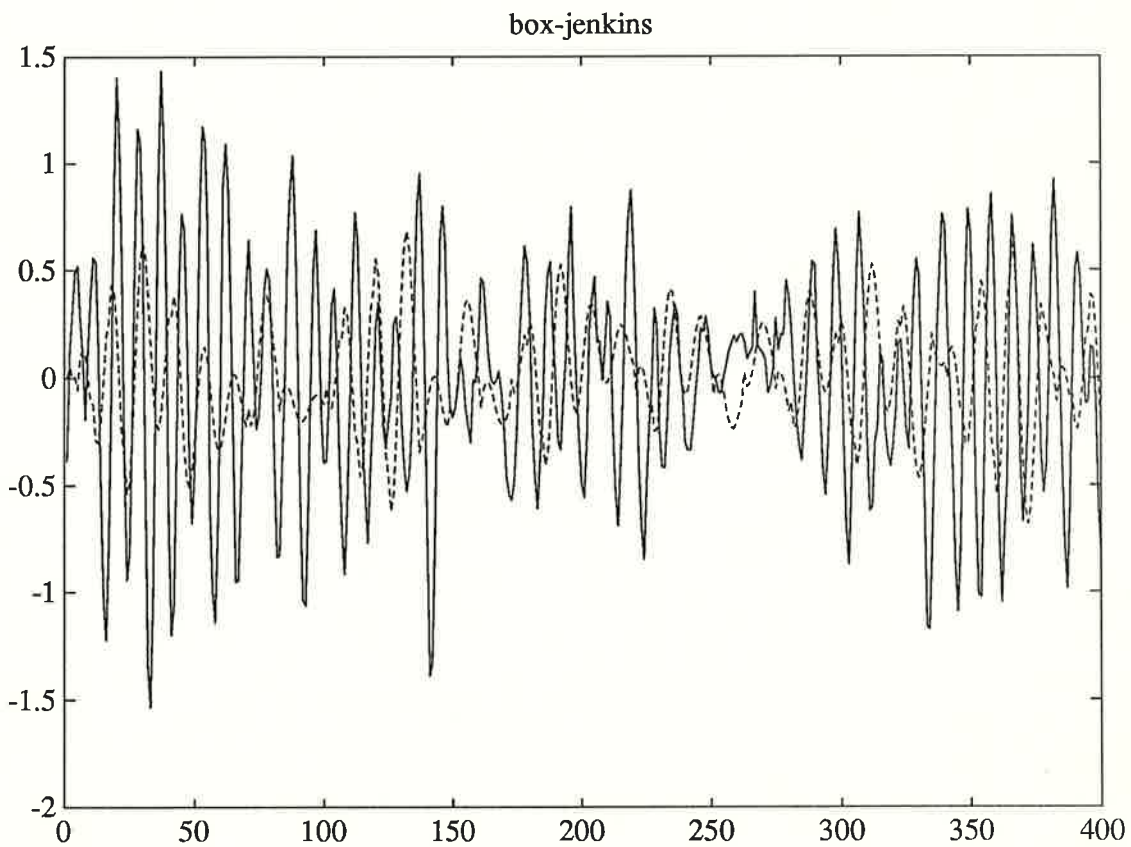


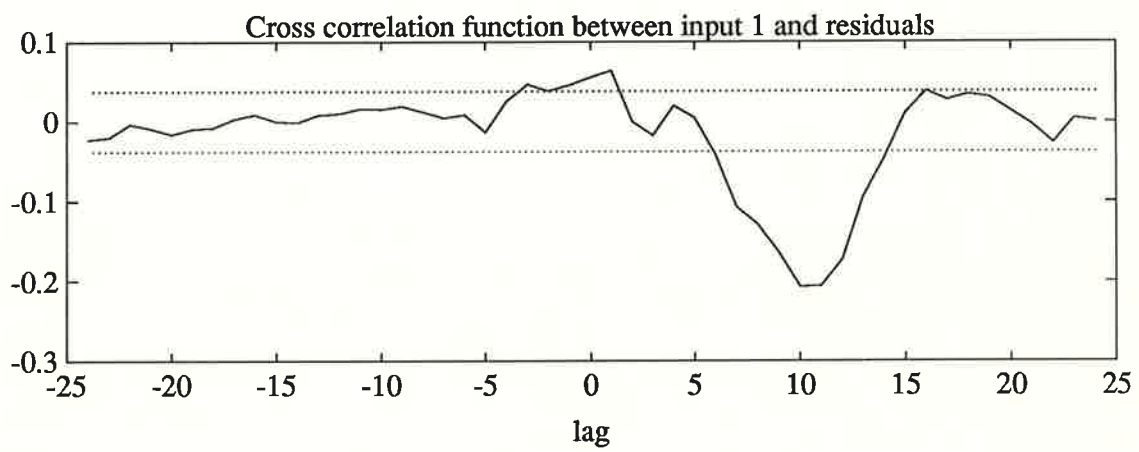
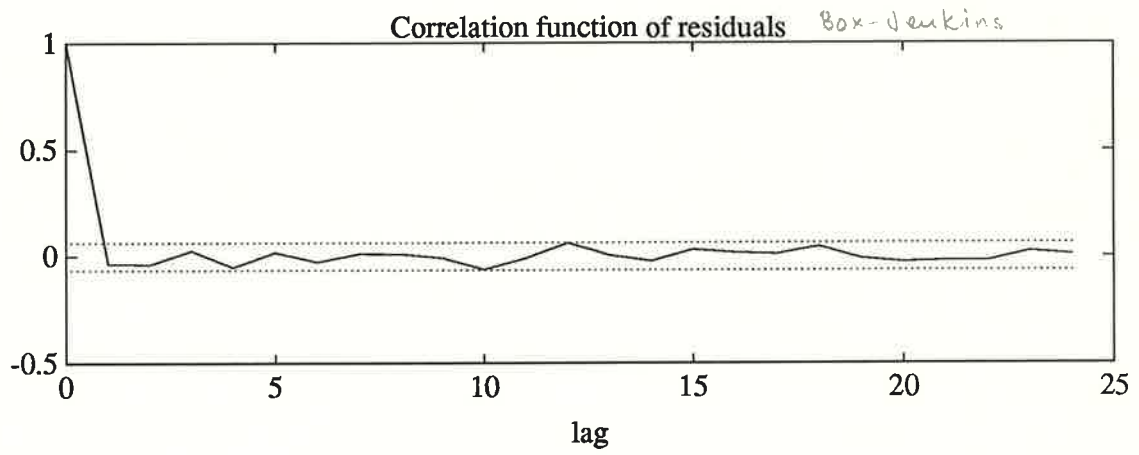












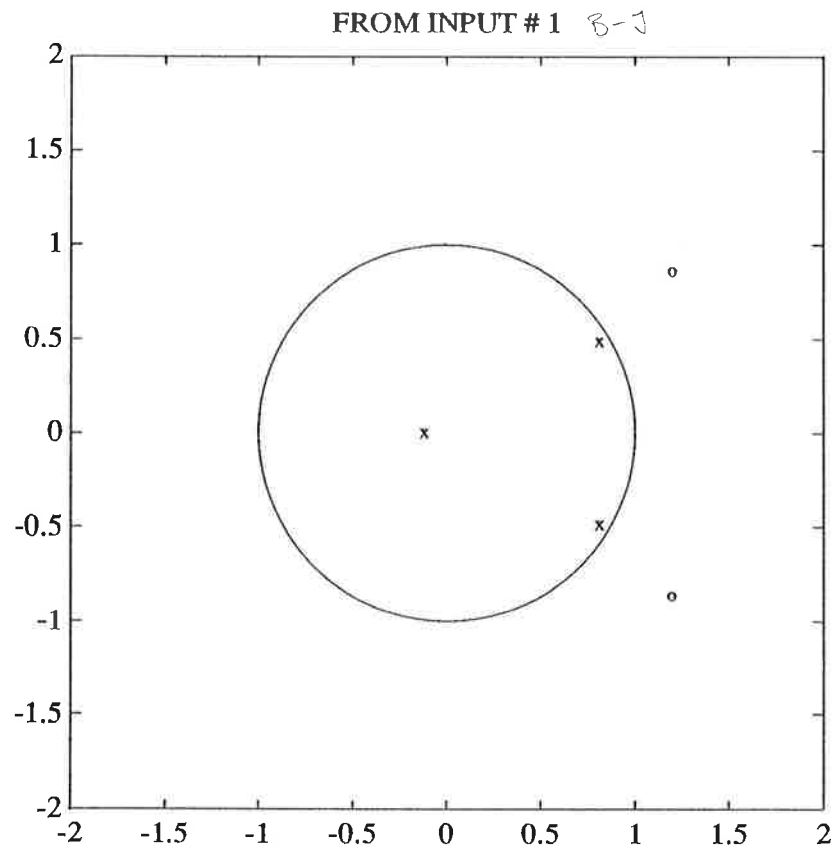
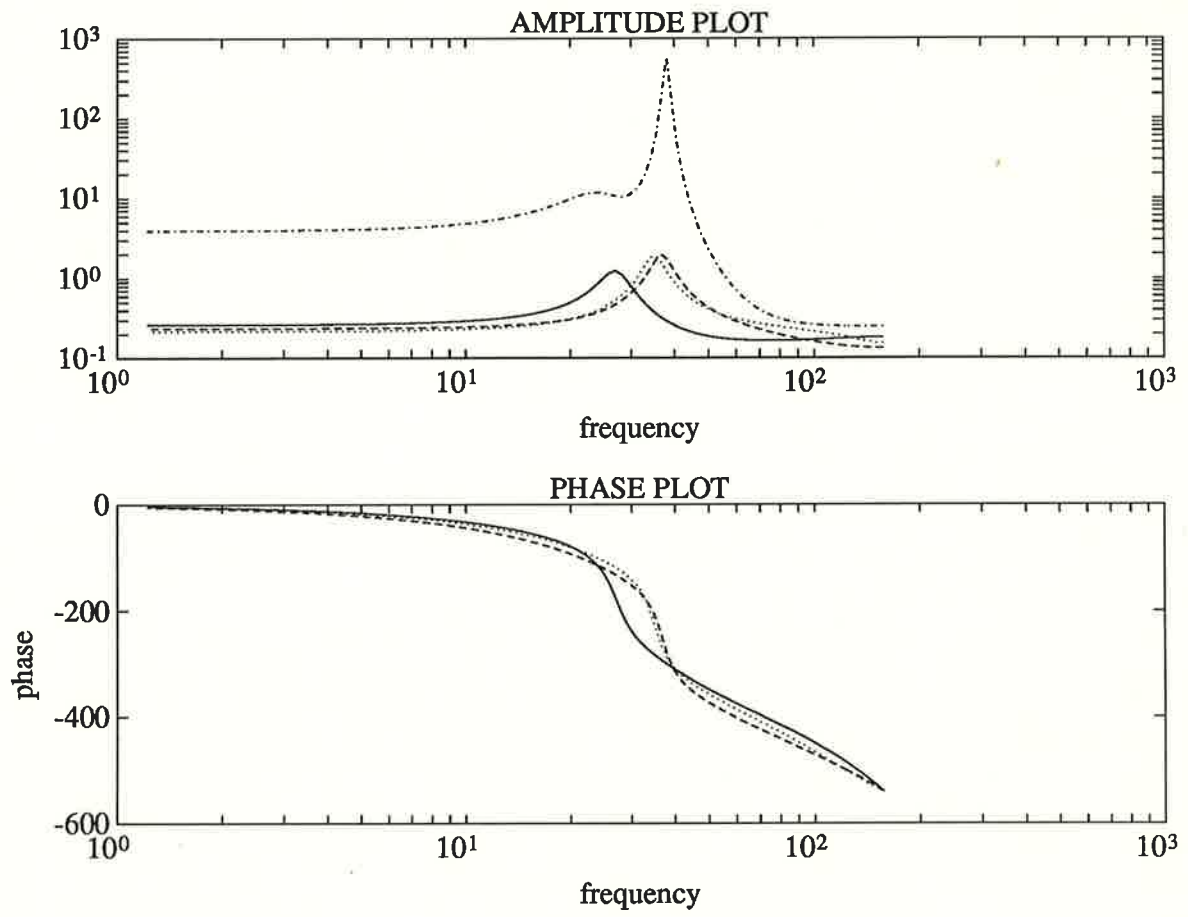
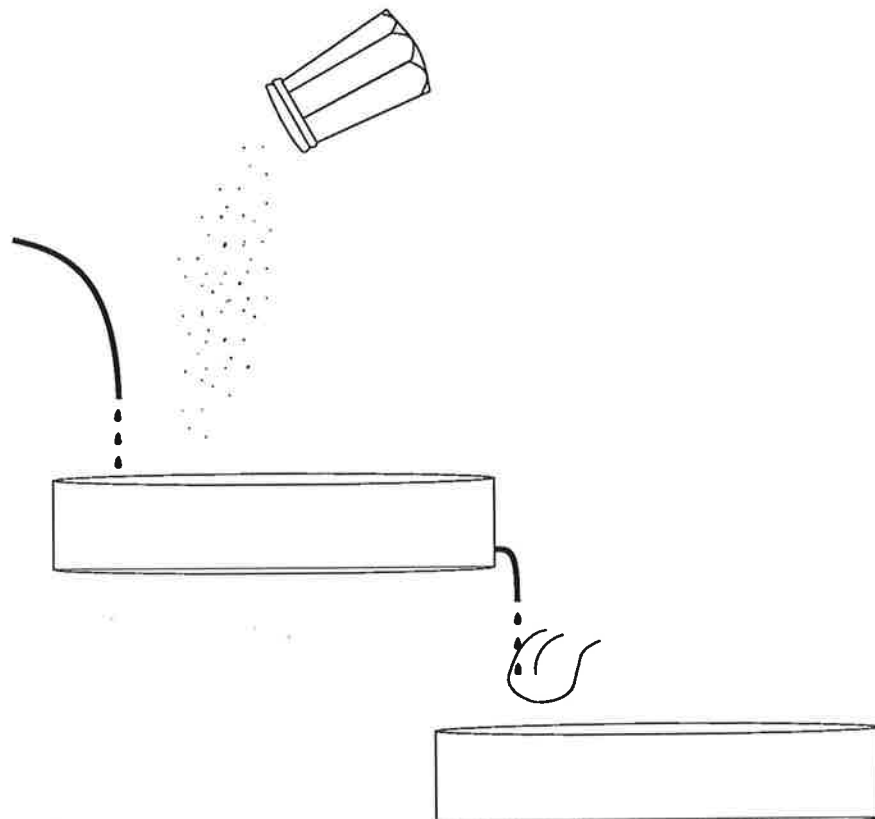


FIGURE 18



Projektrapport i Processidentifisering

Saltprocess



Per-Anders Fransson E-86

Mats Fureby E-86

22 december 1989

Sammanfattning

Vårt projekt har varit att försöka ta fram modeller för de olika möjliga processerna i institutionens saltprocess. Det finns i princip sex olika processer, tre utan och tre med recirkulation. Vi har identifierat de tre öppna systemen, men även samlat in mätdata för två slutna. Tyvärr har vi pga tidsbrist inte kunnat identifiera processerna med recirkulation, men vi tänker, om möjligt, försöka fortsätta med dessa identifieringar i vår. De processer vi identifierat har visat sig ha en ganska enkel struktur, i princip en lågpasslänk och en tidsfördröjning. Dock kompliceras processen av att doserpumpen är en slangpump, och därför inte ger ett jämnt flöde utan istället små "saltkvanta". Dessutom är det inte helt enkelt att bestämma och inse exakt inverkan av flödesprofilen i systemet. Vid identifieringen har vi använt två olika metoder, en kontinuerlig och en diskret, vilka båda visat sig vara användbara för att få en modell som väl överensstämmer med mätningarna.

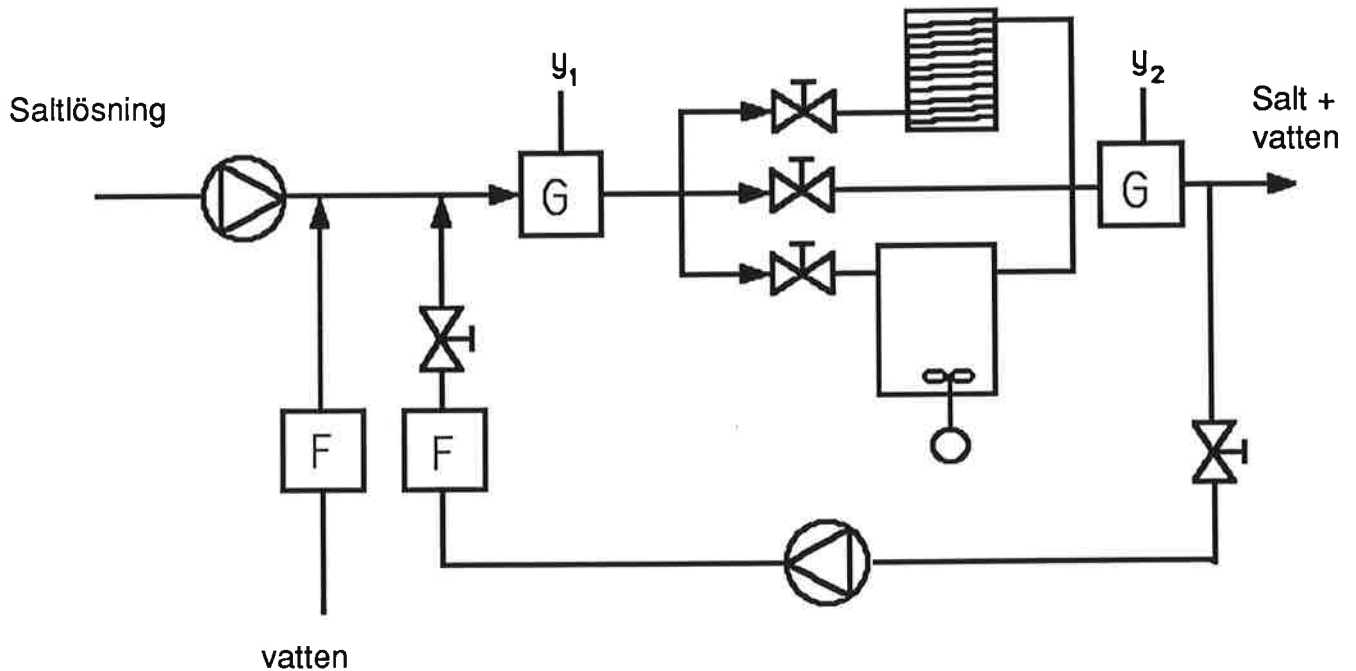
Inledning

Vår målsättning vid identifieringsarbetet har dels varit att få fram en bra modell, men även, och till största delen, att lära oss så mycket som möjligt och få nyttiga erfarenheter av praktisk processidentifiering. Därför valde vi att identifiera flera processer med olika förutsättningar och att använda två helt olika identifieringsmetoder. Av dessa anledningar innehåller rapporten två helt olika modellstrukturer, två uppsättningar experimentvillkor, två identifieringsmetoder samt, i var och en av ovanstående punkter, tre processer.

Systemet S

Den identifierade processen är en vätskeprocess med kontinuerligt genomflöde av vatten via en strypventil, och varierbart flöde av en saltlösning med bestämd koncentration. Saltlösningen pumpas in med en slangpump som styrs med en 0-10 volts signal. Saltkoncentrationen i totalflödet mäts med två konduktivitetmätare; en strax efter saltinflödet och en vid utflödet. Mellan inflöde och utflöde kan tre processer kopplas in: en kort slang, en lång slang och en blandningstank. Dessutom kan en del av utflödet kopplas tillbaka till inflödet så att en sluten slinga erhålls. Processen med lång slang och recirkulation kan delvis modellera t ex bakvatten-cirkulationen i en pappersmaskin. Vi har gjort mätserier på alla processerna utan recirkulation, samt kort slang och blandningstank med recirkulation. En schematisk bild av processerna visas i fig 1.

Figur 1.

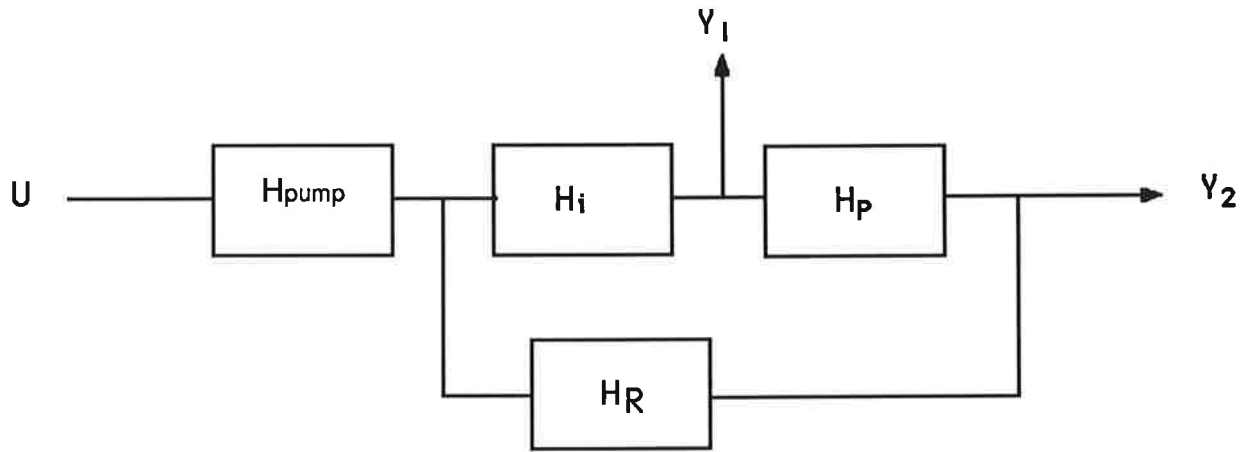


G = saltkoncentrationsgivare

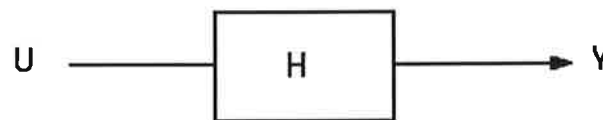
F = flödesmätare

Modellen M

Processerna kan modelleras med ett blockschema enligt fig 2. Det första blocket, Hpump, får representera pumpen. Det består i princip bara av en förstärkning, eftersom dess dynamik är försumbar i förhållande till processen i övrigt. På grund av att pumpen är en slangpump ger den dock inte ett kontinuerligt flöde, utan lämnar små "saltlösningsskvanta" ifrån sig istället. Detta har vi ansett vara en form av processbrus och inte identifierat. Efter pumpen sitter ett block, Hi, som modellerar inblandningen av saltlösning i vattenflödet. Detta är inte heller helt enkelt och entydigt att sätta upp en modell för, så vi har låtit även dessa fenomen falla under beteckningen processbrus. Efter Hi sitter den första konduktivitetensmätaren, vars utsignal y_1 vi inte använt vid identifieringen, men studerat i tidsplanet och därigenom dragit ovanstående slutsatser om pump och inblandning. Flödet går sedan vidare till blocket Hp(nn) som är en av de tre processerna i processens framflöde, och bildar därefter den utsignal vi identifierat på, y_2 . Recirkulationen slutligen, modelleras av blocket Hr som i princip är av samma karaktär som Hp(kort slang).



I de fall vi identifierat, dvs recirkulationsfria processer med en utsignal kan blockschemat förenklas till det som visas i fig 3. H är här en sammanslagning av förstärkningsfaktorn i H_{pump} och dynamiken i $H_{\text{p}}(nn)$.



Eftersom vi använt två helt olika identifieringsmetoder har vi ansatt två helt olika modeller. Den tidsdiskreta modellen M1 är en ARMAX-modell enligt följande:

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-k) + C^*(q^{-1})e(t) \quad (1.1)$$

Modellen M2 är kontinuerlig och ser ut som följer:

$$y(s) = e^{-sT}K/(1+sT_2) \quad (2.1)$$

invers Laplacetransform av (2.1) ger

$$y(t) = \begin{cases} y_0 + K(1 - e^{-(t-T_1)/T_2}), & t \geq T_1 \\ y_0, & t < T_1 \end{cases} \quad (2.2)$$

om man samplar (2.1) får man den tidsdiskreta modellen

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-k) \quad (2.3)$$

där $A^*(q^{-1}) = 1 - \Phi^*q^{-1}$ och
 $B^*(q^{-1}) = \Gamma_0 + \Gamma_1^*q^{-1}$.

Φ beräknas enligt formel 3.7, medan Γ_1 och Γ_0 beräknas enligt formlerna 3.18 respektive 3.19, alltsammans i ref(1). Dock skall τ i 3.18 och 3.19 bytas mot τ' som skall uppfylla följande villkor där h betecknar samplingsintervallet:

$$\tau = (d-1)h + \tau', \quad d \text{ är ett heltal och motsvarar } k \text{ i ekv (2.3)}$$
$$0 \leq \tau' \leq h$$

Identifieringsmetoden I

För ARMAX-strukturen M1 har vi använt Matlab-funktionen ARMAX, som är en prediktionsfelsmetod. Vi använde ungefär halva mätserierna för identifieringen, resten sparades för valideringen. Som godhetsmått använde vi Akaikes kriterium, vilket visade sig ge ganska hög modellordning. Förändringarna i AIC var så små att en mindre strikt, godtycklig bedömning troligen givit betydligt lägre ordning, men ändå god approximation. Vi valde dock att strikt följa AIC för att ha en konsekvent linje.

För den kontinuerliga modellen M2 har vi använt en icke-parametrisk metod, men i numerisk tappning. Matlab-funktionen Nelder anpassar en godtycklig funktion till givna mätdata genom att minimera en förlustfunktion. Såväl funktionen som anpassas som förlustfunktionen definieras av användaren. Vi skrev en Matlab-funktion som implementerade ekvation (2.2) och anpassade denna till processernas stegsvar. Som förlustfunktion använde vi summan av kvadraterna på avvikelserna mellan uppmätt och beräknat stegsvar. Matlab-funktionen för processerna finns i bilaga 1. Av naturliga skäl var vi tvungna att använda hela mätserien för identifieringen, eftersom vi identifierade stegsvaret, dvs en enda excitation.

Experimentvilkoren X

Vi gjorde i princip tre olika experiment för varje process. Vi började med att skapa oss en uppfattning om processens tidskonstanter och förstärkning genom att manuellt ge en puls eller ett steg och avläsa konduktivitetmätarna. Experimentet kan betraktas som en primitiv och grov icke-parametrisk metod. I detta kombinerade experiment och identifieringsteg studerade vi även processerna med recirkulation. De värden vi uppmätte redovisas i tabell 1.

TABELL 1

	Fördröjning	Tidskonstant
kort slang	3 s	1 s
lång slang	16 s	1 s
blandningstank	10 s	30 s
recirkulation	10 s	—

Nästa experiment, X1, var att excitera processerna med en lämplig PRBS-signal. Vi valde PRBS-signaler enl tabell 2 och mätte upp 2500 punkter från varje process. De första värdena kasserades i efterföljande behandling för att inte insvängningsförloppet skulle störa identifieringen. Hur stor del som skulle kasseras avgjorde vi genom att studera signalerna i tidsplanet.

TABELL 2

	samlingsintervall /s	PRBS-period/h	Excitationssignal/v
kort slang	0.25	5	5 ± 2
lång slang	0.5	10	5 ± 2
blandningstank	0.5	10	5 ± 2
kort slang med recirkulation	0.25	5	5 ± 5
blandningstank	0.5	10	5 ± 5

I det avslutande experimentet X2 mätte vi upp processernas stegsvar med samplingstider enl tab 3.

TABELL 3

	samplingintervall /s
kort slang	0.1
lång slang	0.5
blandningstank	0.5
kort slang med recirkulation	0.1
blandningstank	0.5

Vid alla experiment var vattenflödet 1.23 l/min och i förekommande fall recirkulationsflödet 0.83 l/min.

Genomförandet och resultat av identifieringen

Vi identifierade som nämnts de tre öppna processerna dels med Matlabs ARMAX-funktion och dels med en Nelder-anpassning av stegsvaret. I tabell 4 finns resultaten och förutsättningarna för de olika identifieringarna. I tabellen och i här efterföljande figurer kallar vi det första fallet för PRBS-id och det andra för Nelder-id. Vid PRBS-identifieringen hade vi stor nytta av de uppskattade värden på tidsfördröjningen som vi fått ur vårt första experiment. För att kontrollera resultatet studerade vi pol-nollställesdiagram och residualer för de olika identifieringsfallen. Vi kontrollerade här att inga poler och nollställen låg så nära varandra att man kunde misstänka för hög modellordning, respektive att residualerna verkade okorrelerade med insignalen. Toppen i korskorrelationen för tanken kan förklaras av att ett delflöde troligen går rakt igenom utan blandning. Diagrammen redovisas i bilaga 2.

TABELL 4

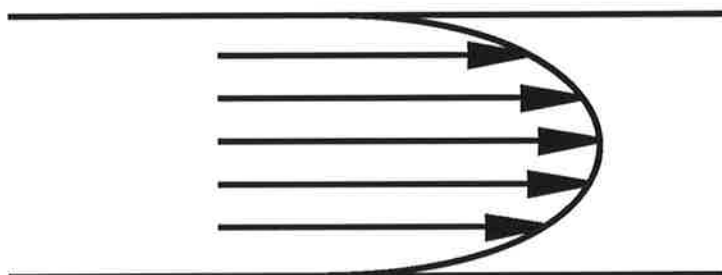
	NELDER-identifiering	PRBS-identifiering
kort slang $h=0.25s$ $H(q^{-1})$	$q^{-10} \frac{55.1+45.8q^{-1}}{1-0.7634q^{-1}} 10^{-3}$	$q^{-8} \frac{0.6+11.4q^{-1}+67.8q^{-2}-9q^{-3}-32.3q^{-4}}{1-1.3390q^{-1}+0.4361q^{-2}} 10^{-2}$
statisk förstärkning	0.39	0.40
fördröjning /s	2.60	2.00
tidskonstant /s	1.08	1.00
lång slang $h=0.5s$	$q^{-30} \frac{45 + 53q^{-1}}{1-0.732q^{-1}} 10^{-3}$	$q^{-28} \frac{1.9+9.5q^{-1}+31.9q^{-2}+5q^{-3}-7.7q^{-4}}{1-1.6382q^{-1}+1.0148q^{-2}-0.2725q^{-3}} 10^{-3}$
statisk förstärkning	0.37	0.40
fördröjning /s	14.8	14.0
tidskonstant /s	1.60	2.13
blandningstank $h=0.5s$	$q^{-15} \frac{4.5+0.473q^{-1}}{1-0.9871q^{-1}} 10^{-3}$	$q^{-12} \frac{-0.7 + 2.2q^{-1}}{1-1.7242q^{-1}+0.8429q^{-2}-0.1142q^{-3}} 10^{-3}$
statisk förstärkning	0.40	0.33
fördröjning /s	7.06	6.00
tidskonstant /s	38.6	41.9

Som synes av resultaten kan systemen modelleras ganska väl som ett första ordningens system med tidsfördröjning.

Fördröjningen kräver ingen närmre förklaring men systemets lågpasskaraktär förtjänar att kommenteras. Om man antar ett icke pluggformat flöde, vilket ju är i högsta grad rimligt, t ex enligt fig 4 ser man att den vätskemängd som ligger närmast rörets vägg rör sig långsammare än den i mitten. Flödesprofilen visar ju vätskans hastighet. För varje tidsenhet som vätskan befinner sig i röret, och alltså följer flödesprofilen, kommer avståndet mellan en liten flödesmängd i mitten av röret och en i utkanten att öka. Ju längre röret är desto längre blir tiden som vätskan befinner sig där; alltså ökar tidskonstanten linjärt med rörets längd och alltså även med systemets fördröjning.

Att det linjära sambandet inte stämmer med uppmätta resultat (kort/lång slang, ca 1 resp 6 meter) vill vi förklara med att den långa slangen ligger hårt hoprullad medan den korta är rakt uppspänd. En rullad slang medför en osymmetrisk flödesprofil och virvelbildningar som ganska effektivt blandar flödet i mitten med kantflödena. Den "virtuella" flödesprofilen blir därför ganska flack. Detta är ett välkänt fenomen som bland annat utnyttjas i många kemiska analysinstrument, där man vill ha effektiv blandning utan att behöva använda ett kärl med omrörning.

Figur 4



Validering V

Efter utförd identifiering återstod valideringen. Vi genomförde denna på flera sätt, dels genom korsvalidering med en annan mätserie än den som använts vid identifieringen, dels genom validering gentemot den mätserie som använts vid den andra identifieringsmetoden (Stegsvar validerar PRBS-id och PRBS-serien validerar Nelder-id). I samtliga fall fick vi god överensstämmelse mellan uppmätta och simulerade värden, vilket framgår av figurerna i bilaga 3. Observera att steget i stegsvaret är förminskat, det är endast dess tidsläge som är relevant..

Slutsatser

Processerna visade sig kunna modelleras med ganska enkla modeller medan man ändå fick en god överensstämmelse med verkligheten. De svårigheter som nämnts i form av t ex modellen för pumpen kunde man i praktiken bortse ifrån, eftersom processerna, speciellt blandningstanken, var så pass långsamma som de var.

Vi har under projektets gång lärt oss mycket om praktiskt identifieringsarbete och de svårigheter och möjligheter som finns. Det har varit mycket givande att se att det verkligen är möjligt att ta fram en användbar modell av en okänd process. Tyvärr har de andra kurser vi läst samtidigt krävt sin tid, och vi har inte hunnit identifiera recirkulationsprocesserna som vi velat. Vi hoppas kunna ägna lite tid åt detta under våren för att lära oss ytterligare om dessa.

Referenser

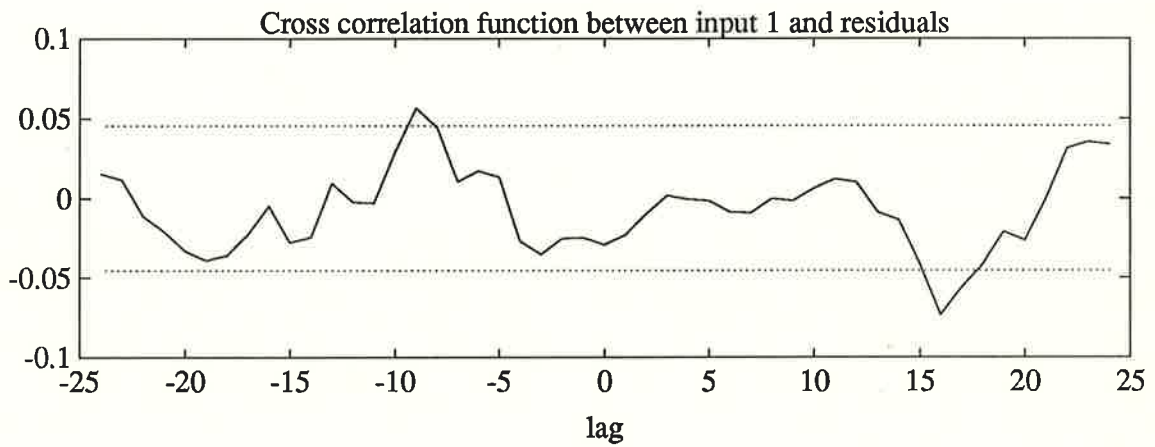
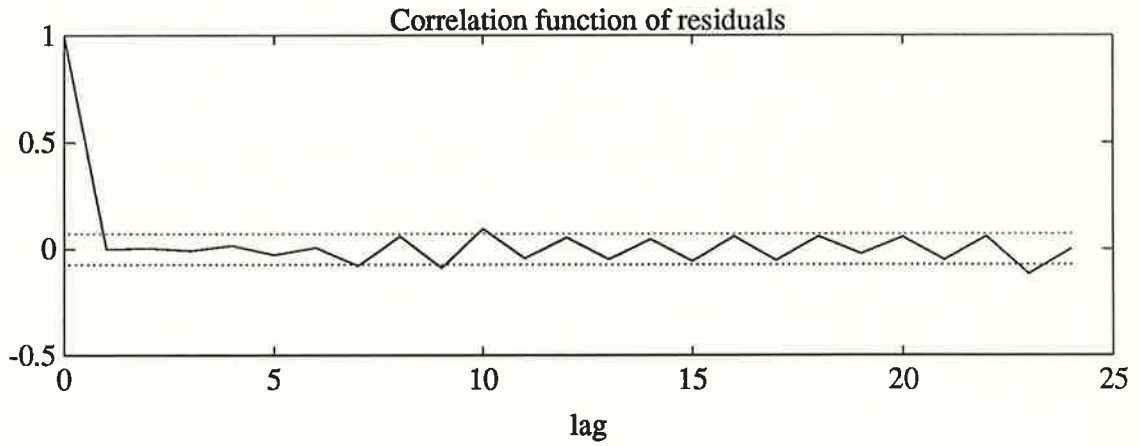
1. Åström, Wittenmark: Computer Controlled System

BILAGA 1

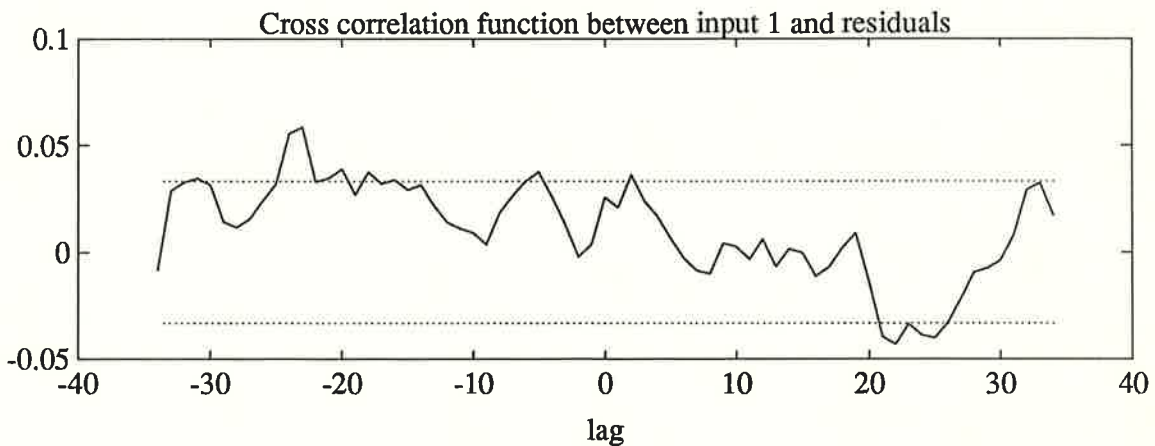
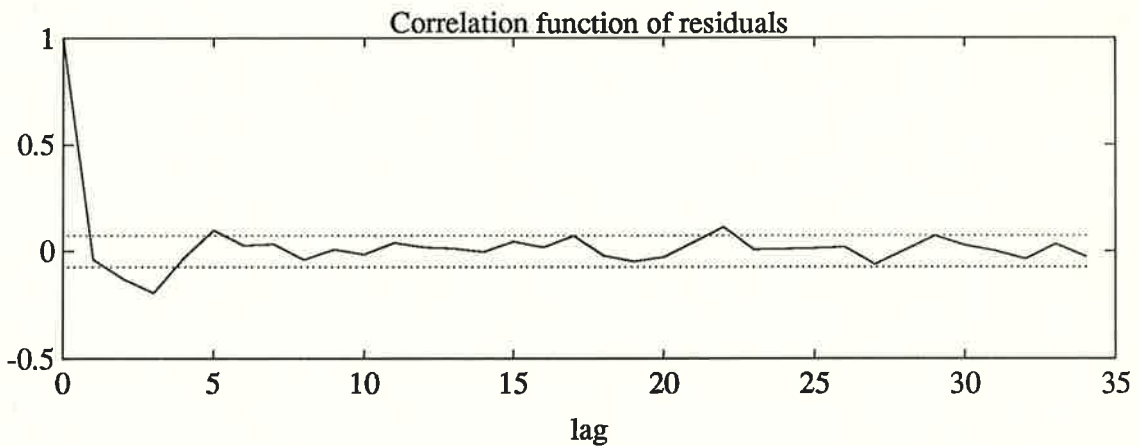
```
function loss=tank(par);
K=par(1);
T1=par(2);
T2=par(3);
y0=par(4);
n=length(pr);
y=y0*ones(n,1);
n0=sum(pr(:,3)==0);
nstart=n0+ceil(T1/0.5)+1;
tvec=(0:n-nstart)'.5+(ceil(T1/.5)-T1/.5)*.5;
yvec=K*pr(nstart,3)*(ones(tvec)-exp(-tvec/T2));
y(nstart:n)=y(nstart:n)+yvec;
diff=pr(:,2)-y;
loss=sum(diff.*diff);
plot([pr(:,2) y]);
```

BILAGA 2

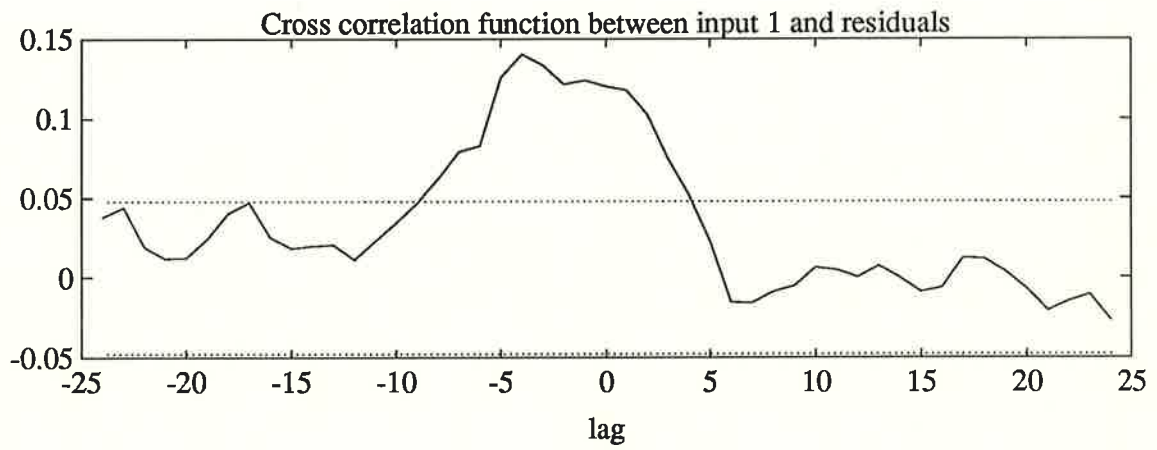
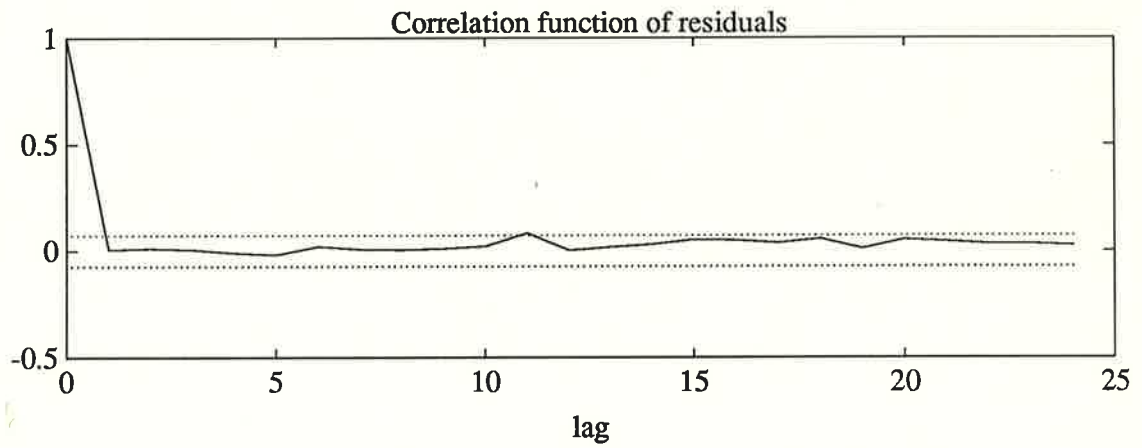
KOPI SLANG



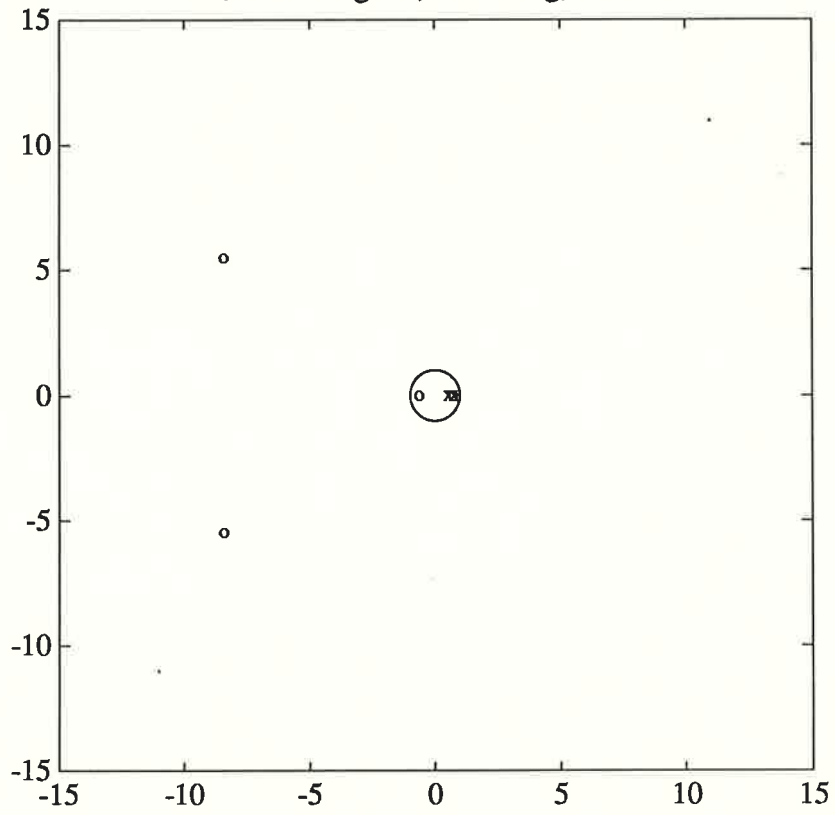
LANG SLANG



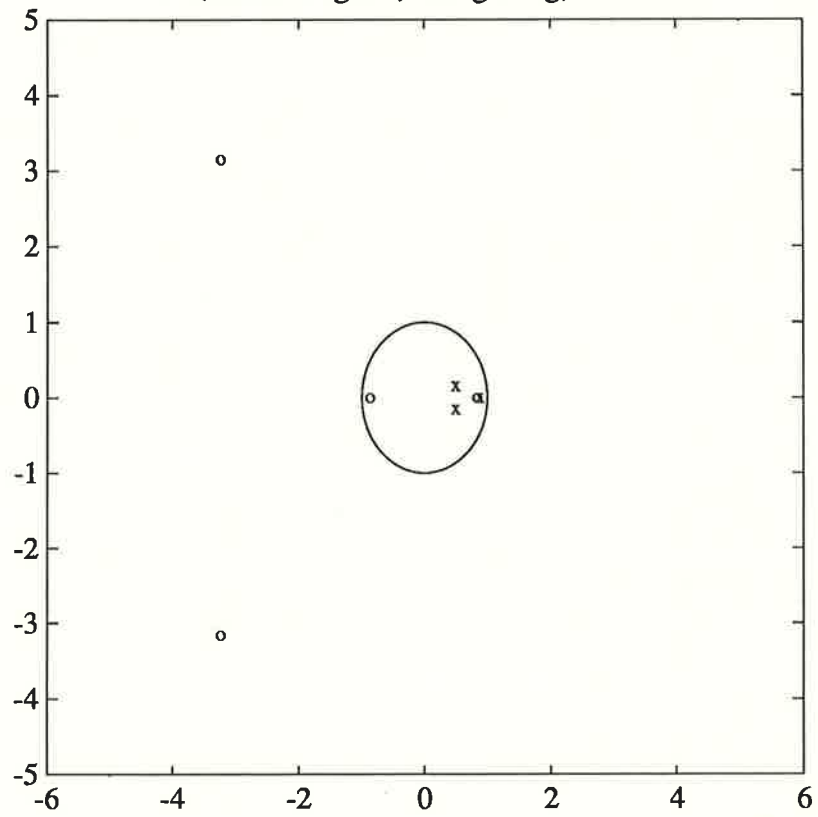
BLAND NINGSTANK



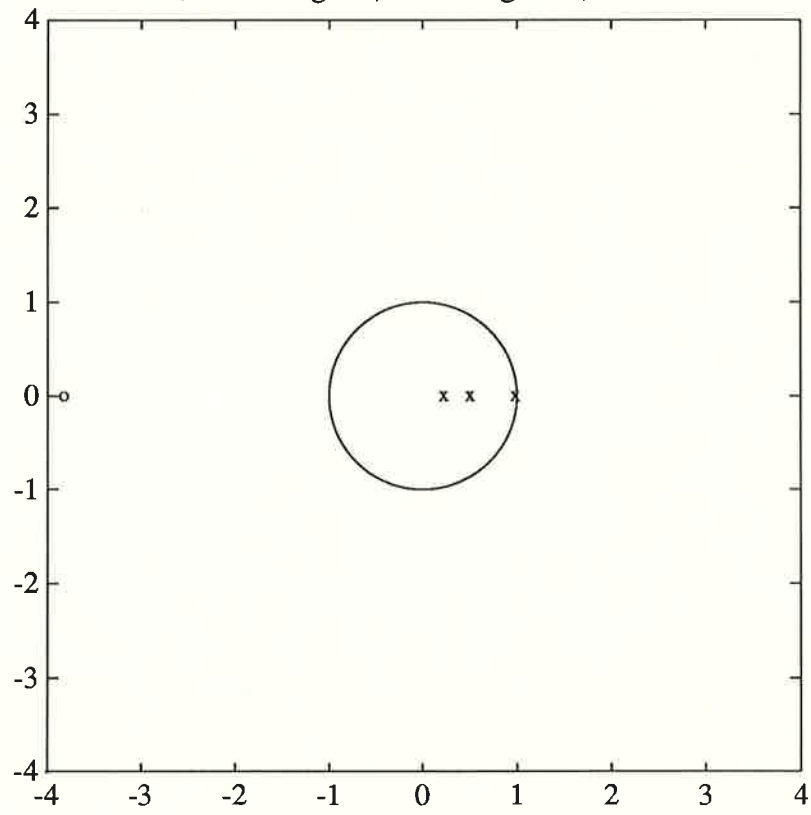
Pol/nollst. diagram, Kort slang, PRBS-id



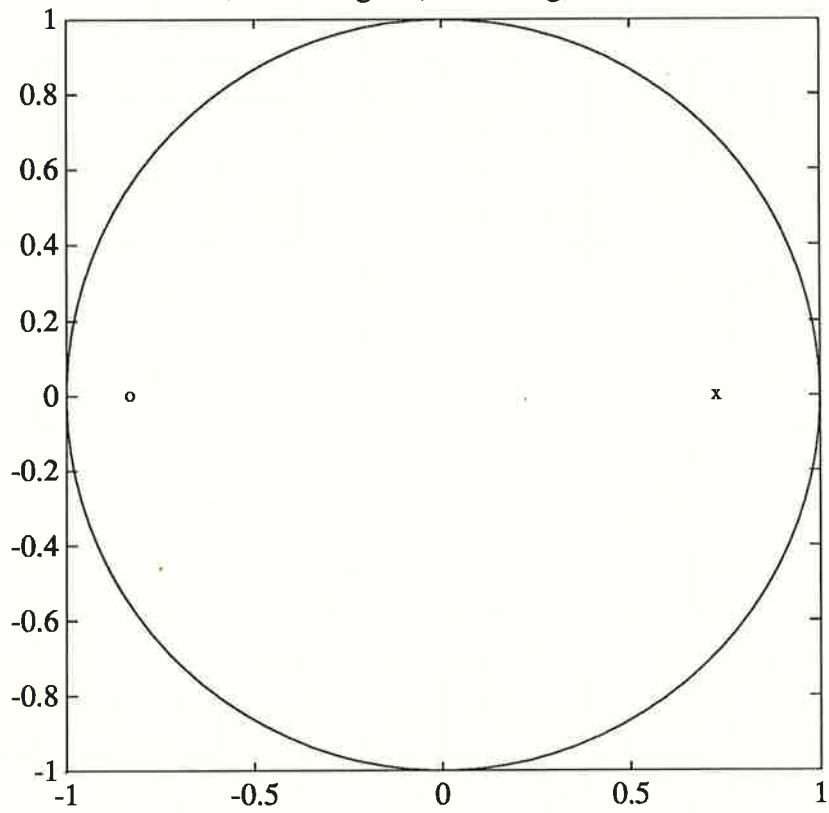
Pol/nollst. diagram, Laang slang, PRBS-id



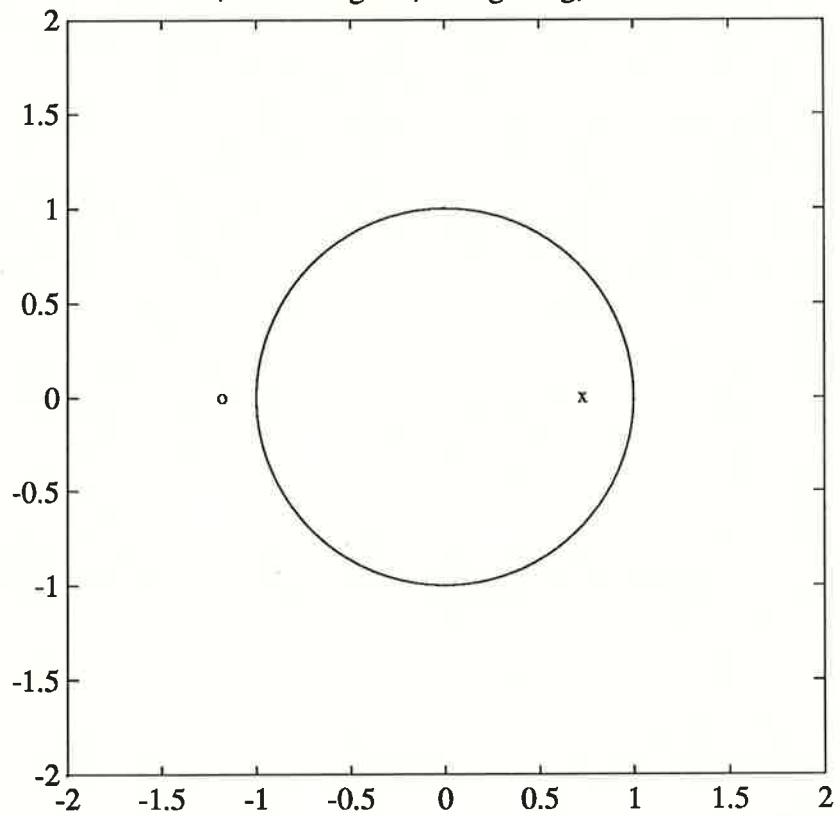
Pol/nollst. diagram, Blandningstank, PRBS-id



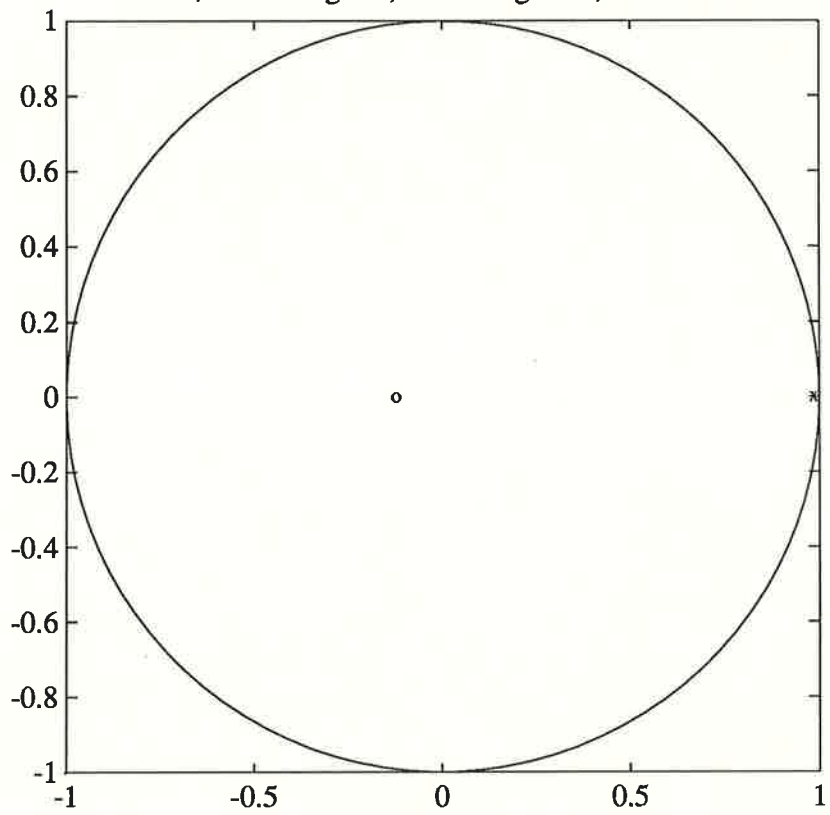
Pol/nollst. diagram, Kort slang, Nelder-id



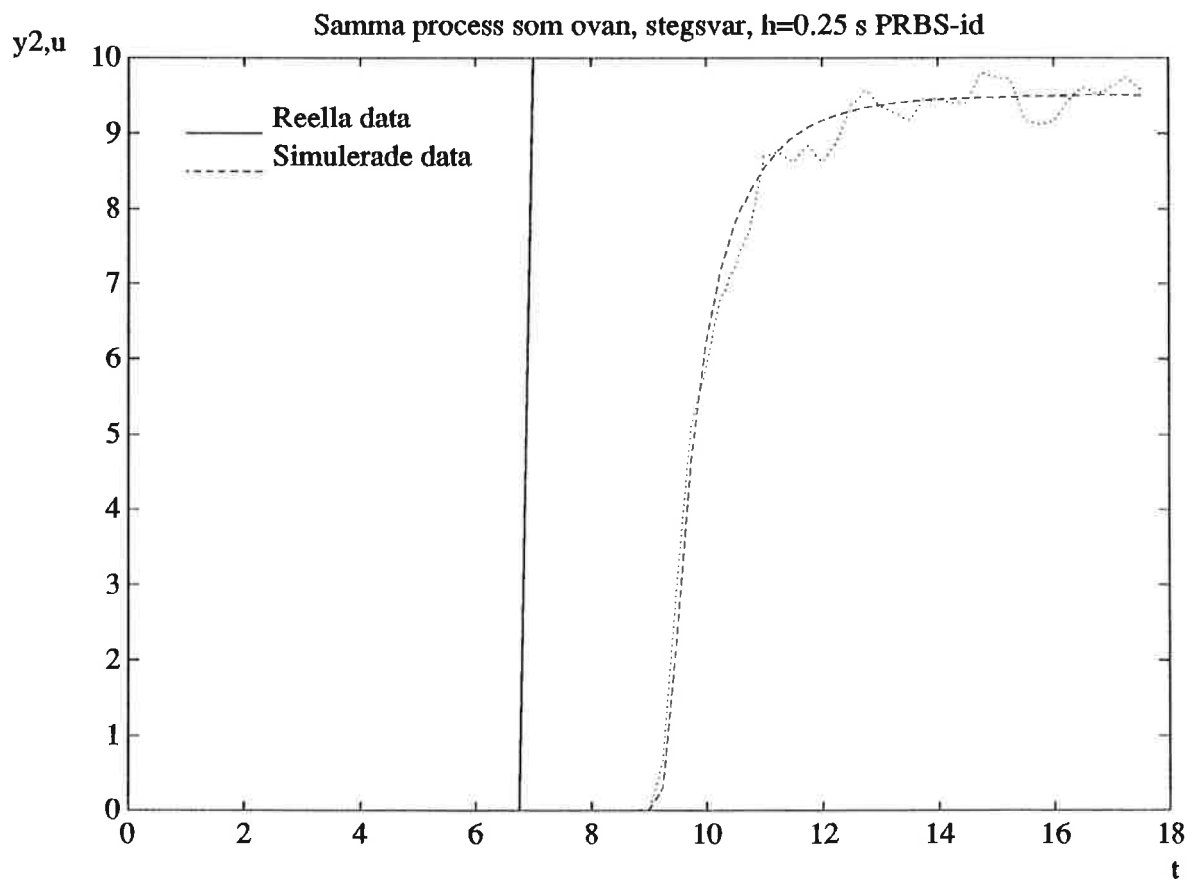
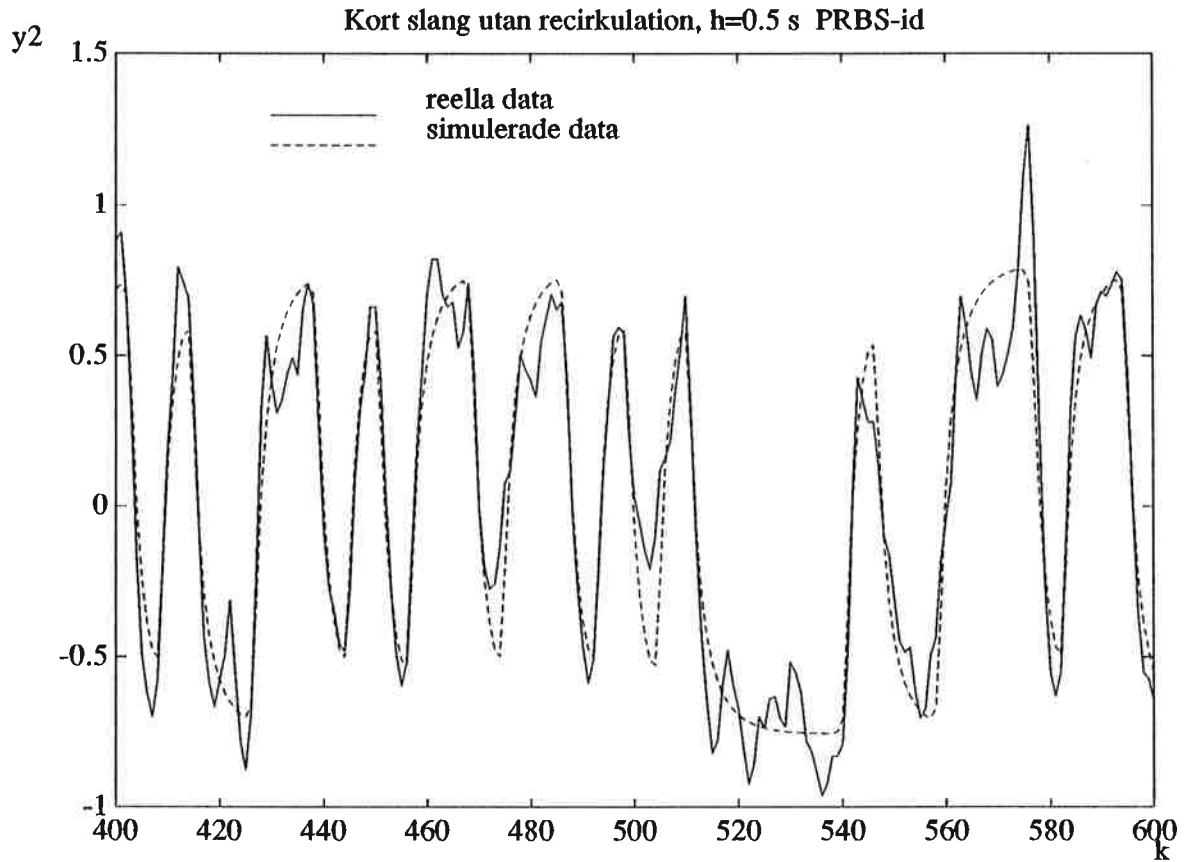
Pol/nollst. diagram, Laang slang, Nelder-id

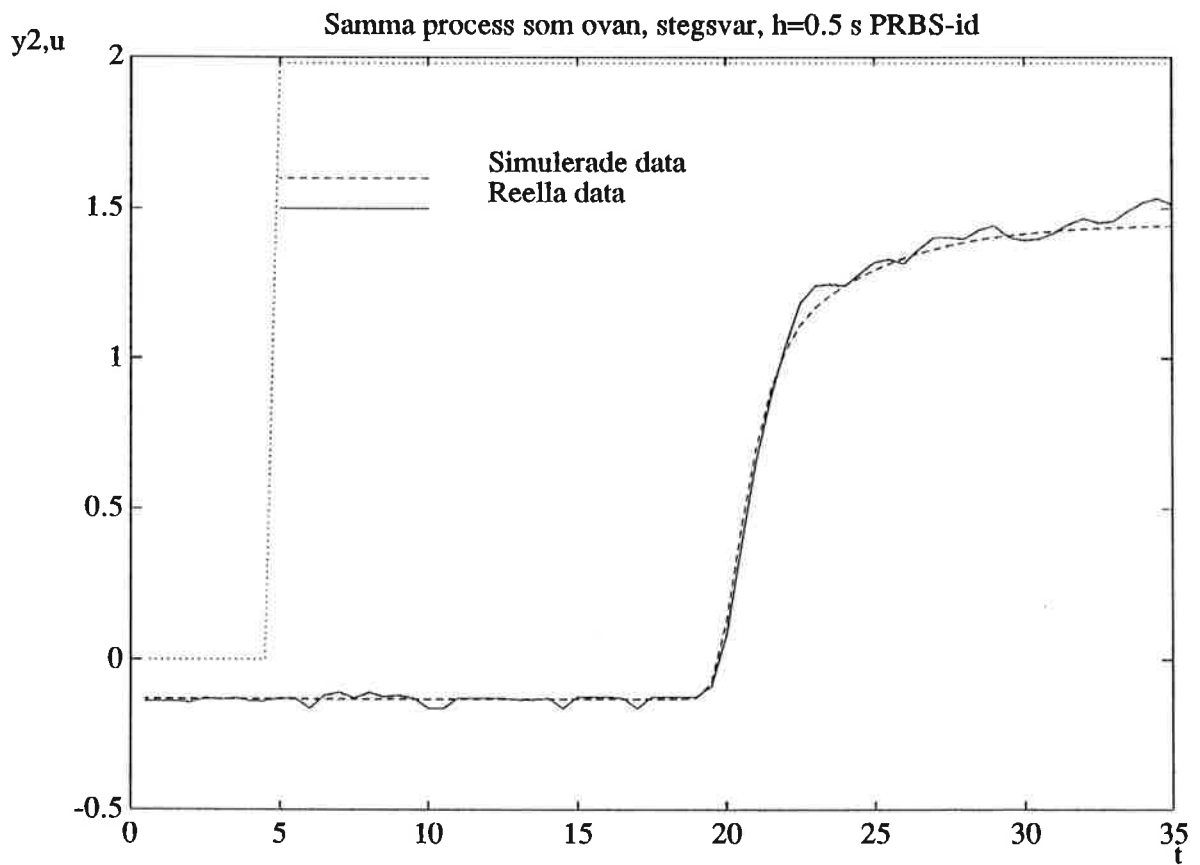
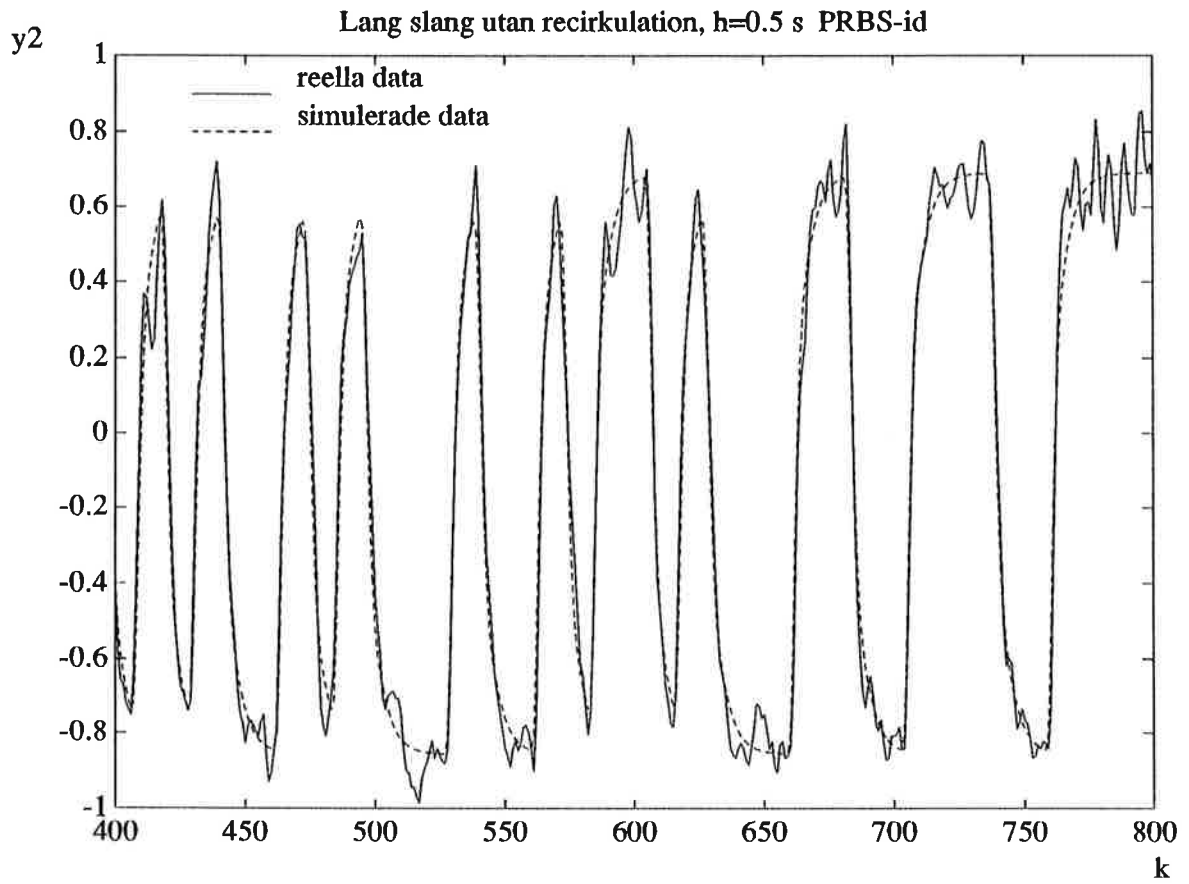


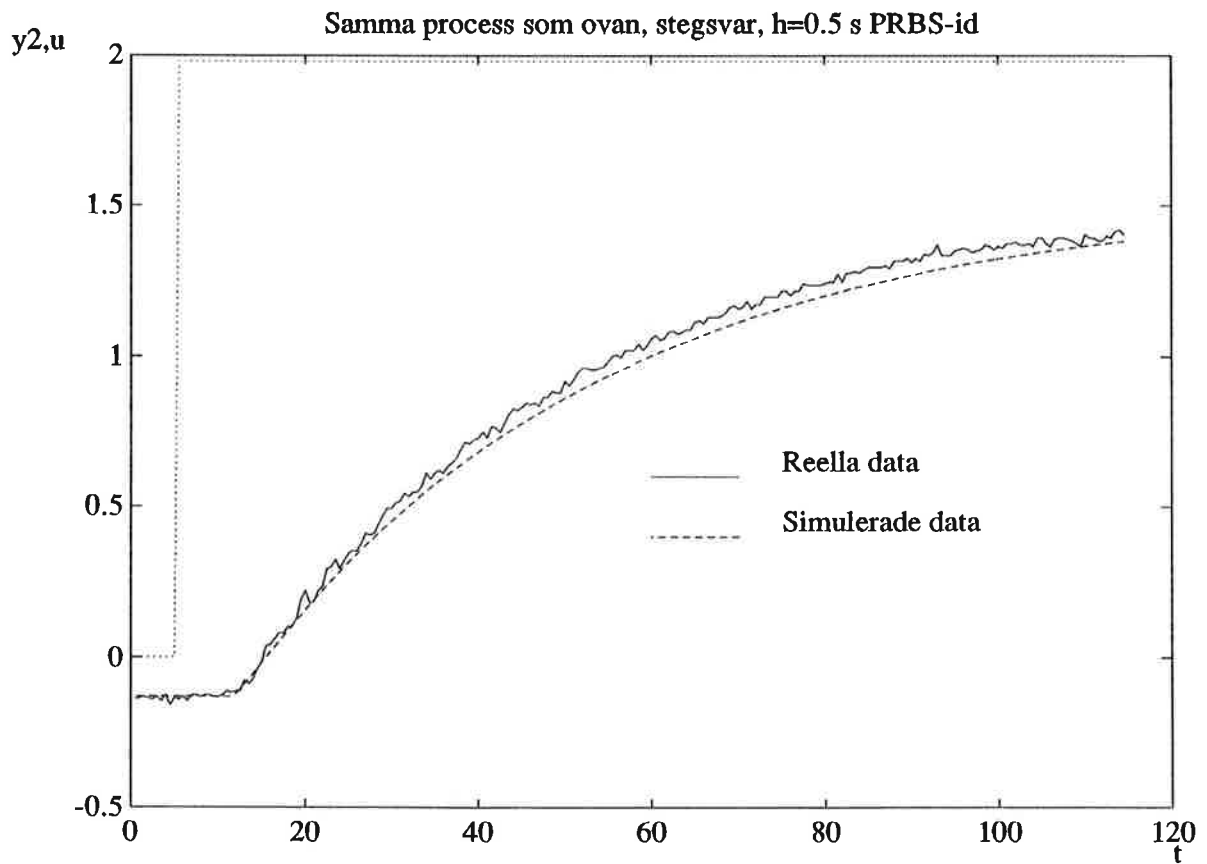
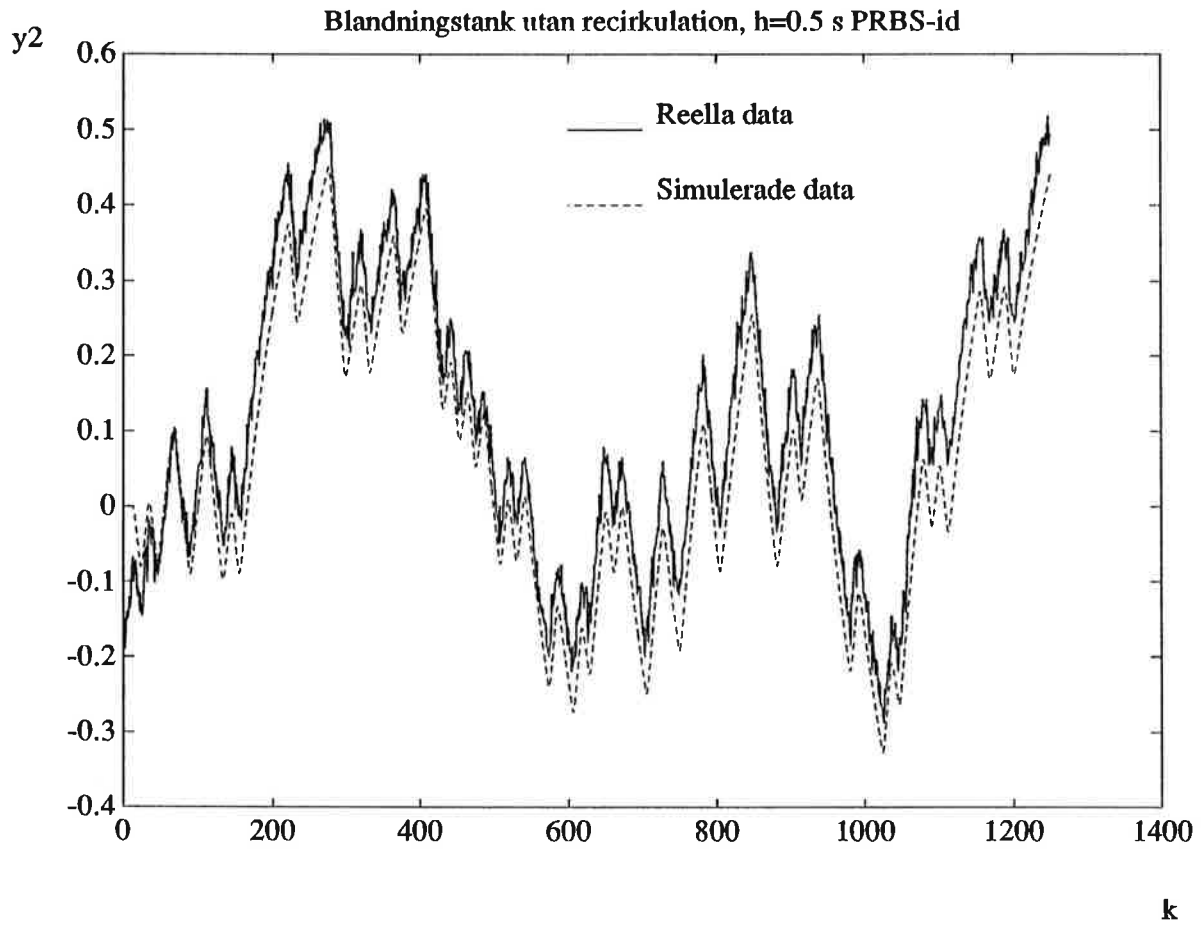
Pol/nollst. diagram, Blandningstank, Nelder-id

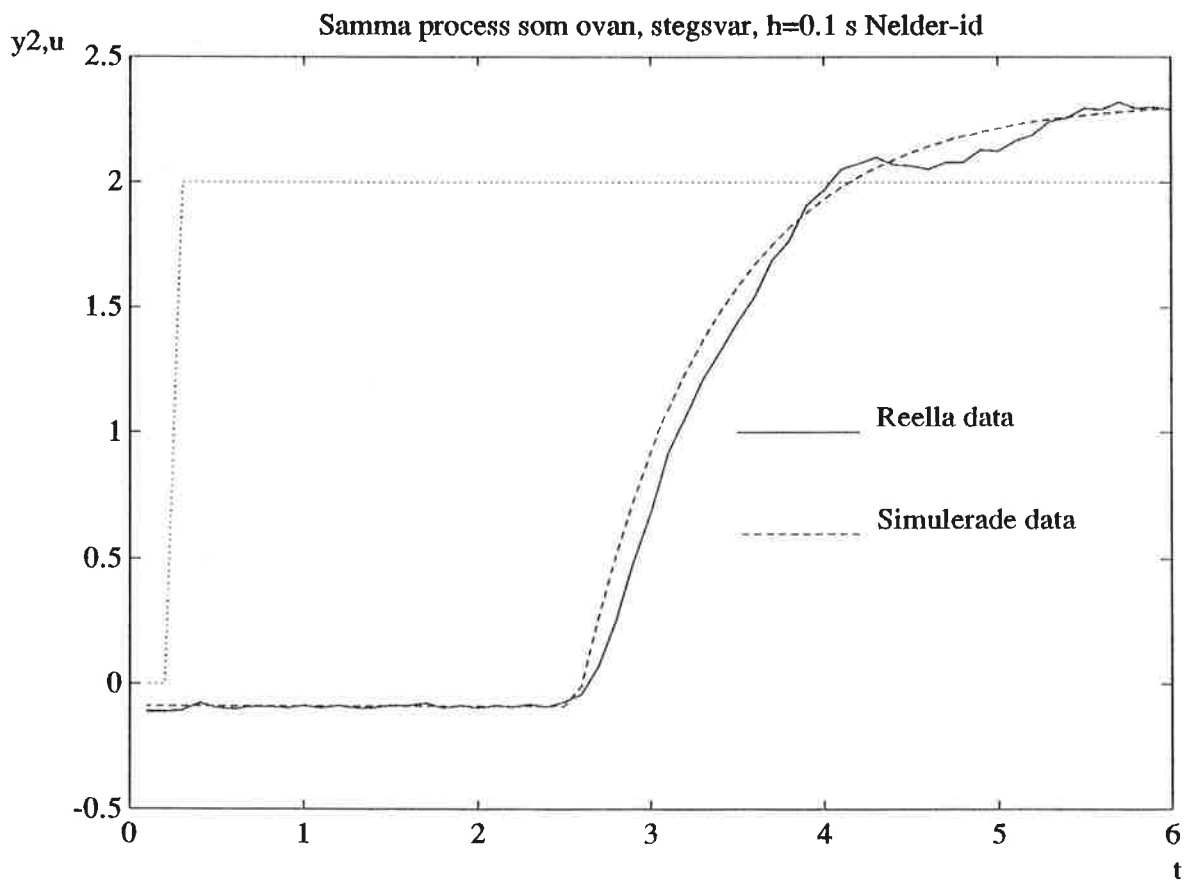
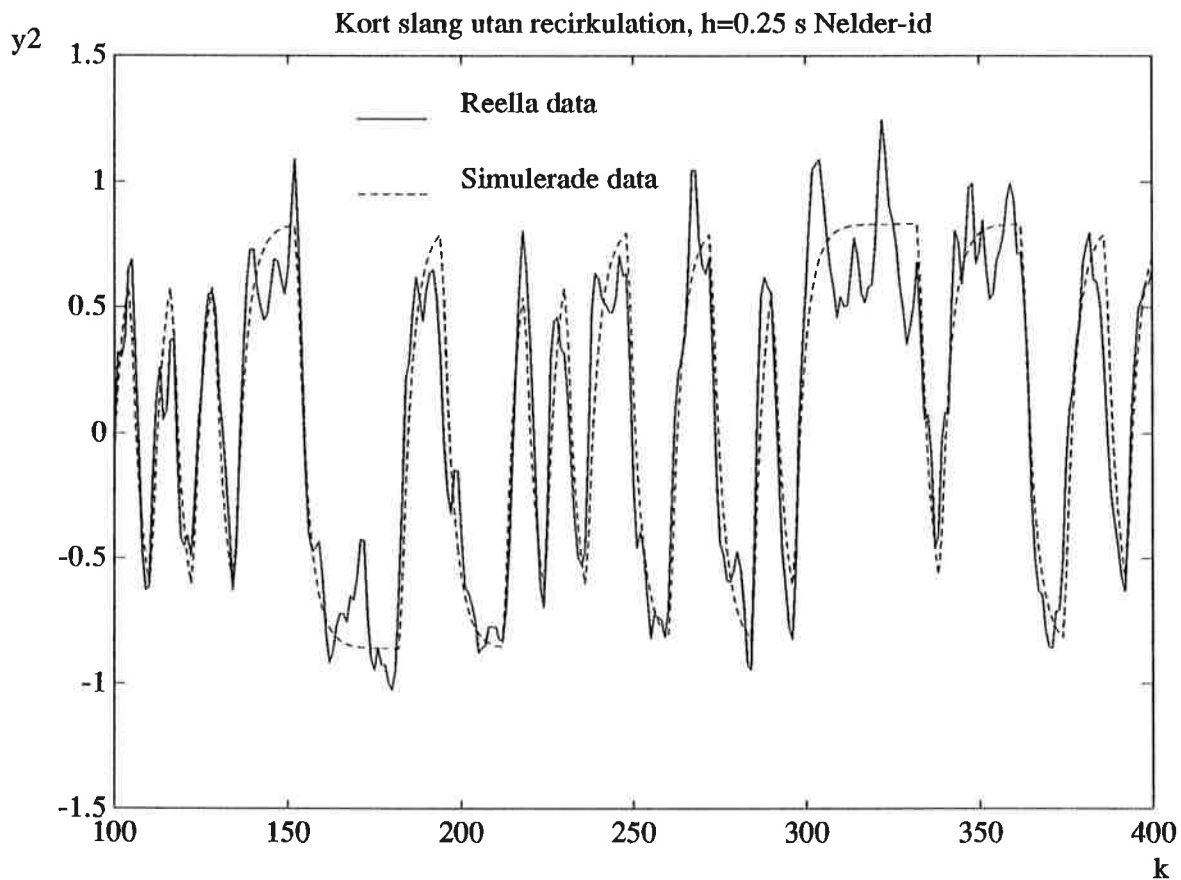


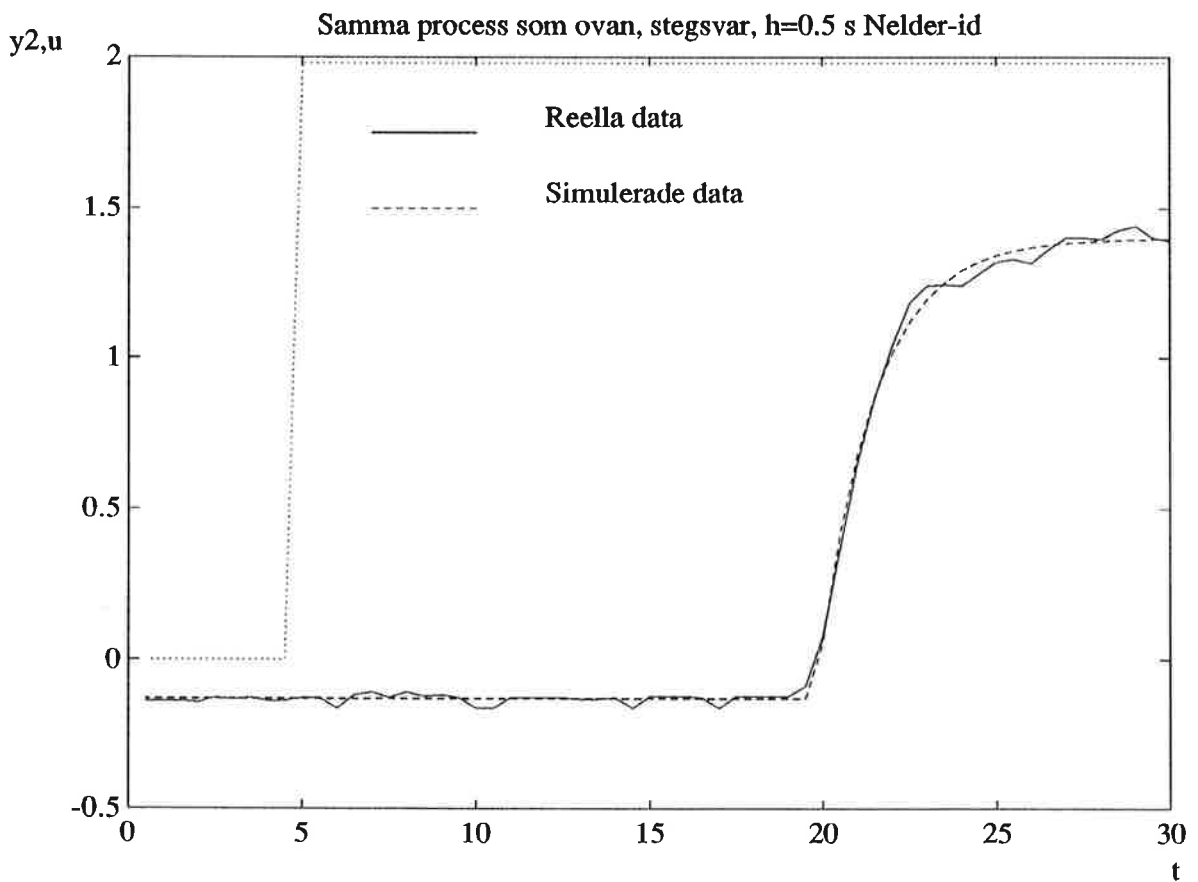
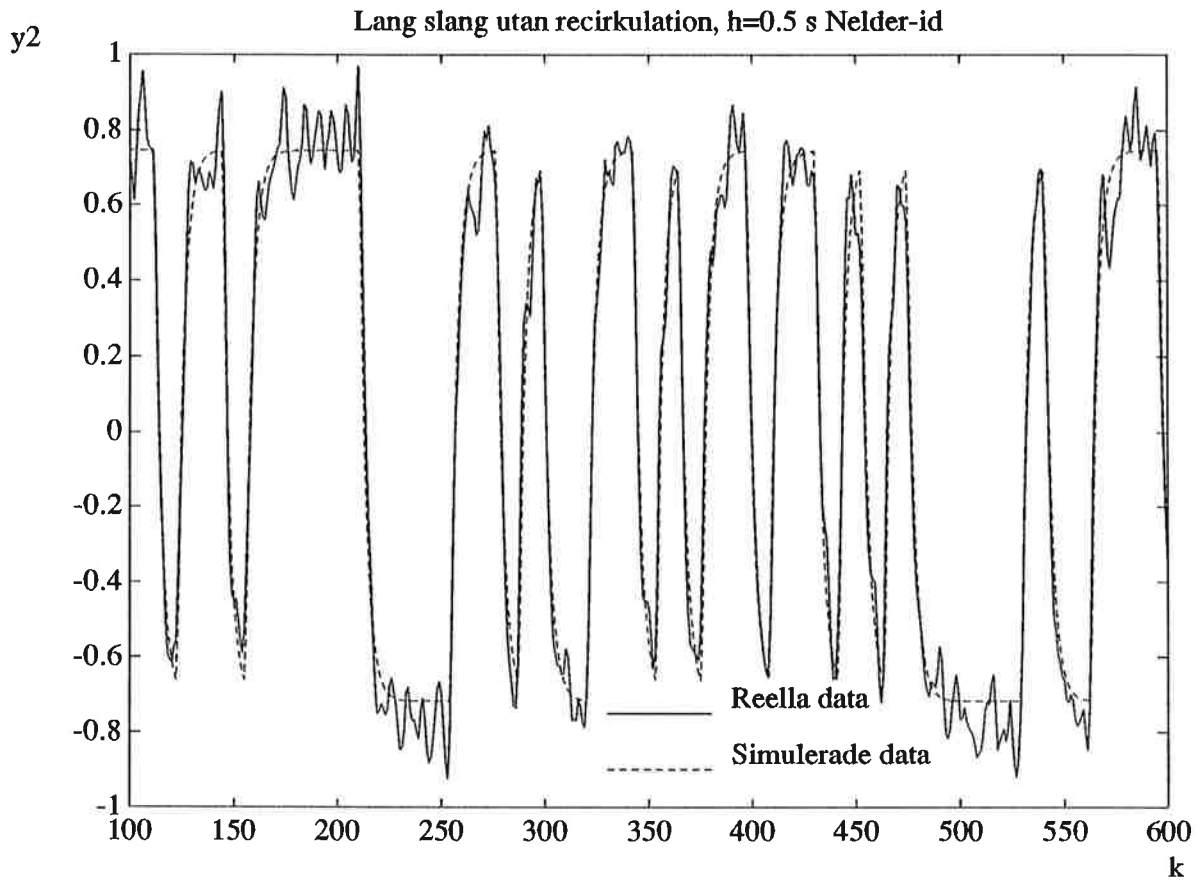
BILAGA 3

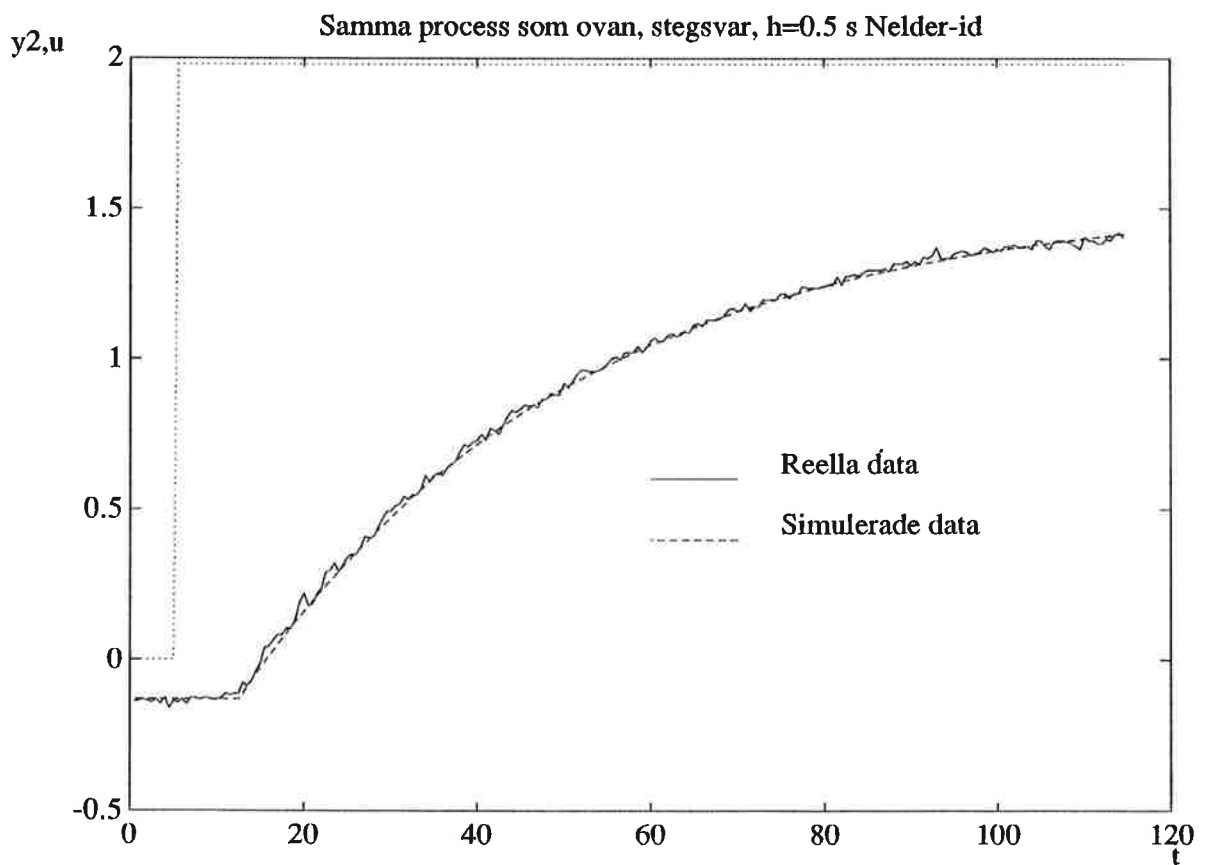
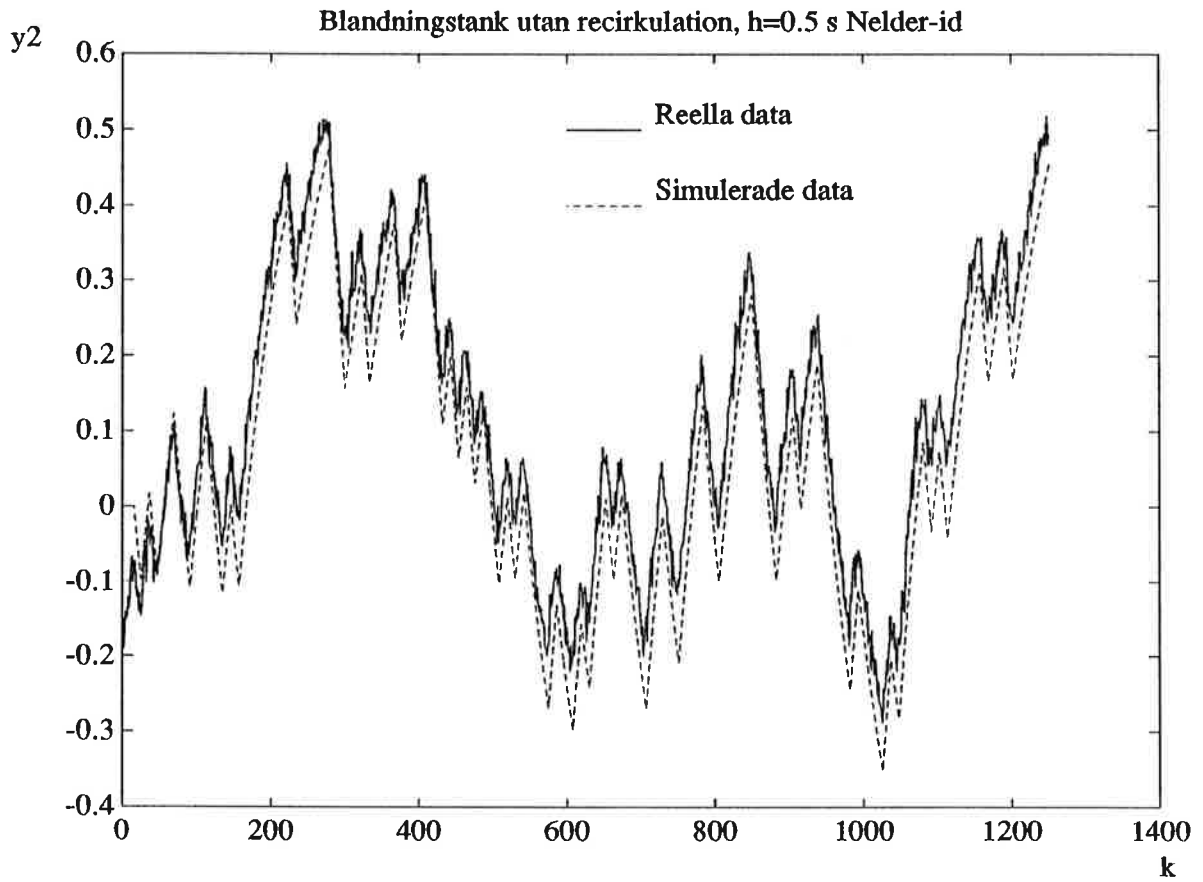












**PROJEKTARBETE
I
PROCESSIDENTIFIERING
SALTPROCESS**

UTFÖRD AV JOHAN JÖNSSON OCH PER QVISTBÄCK

HT 89

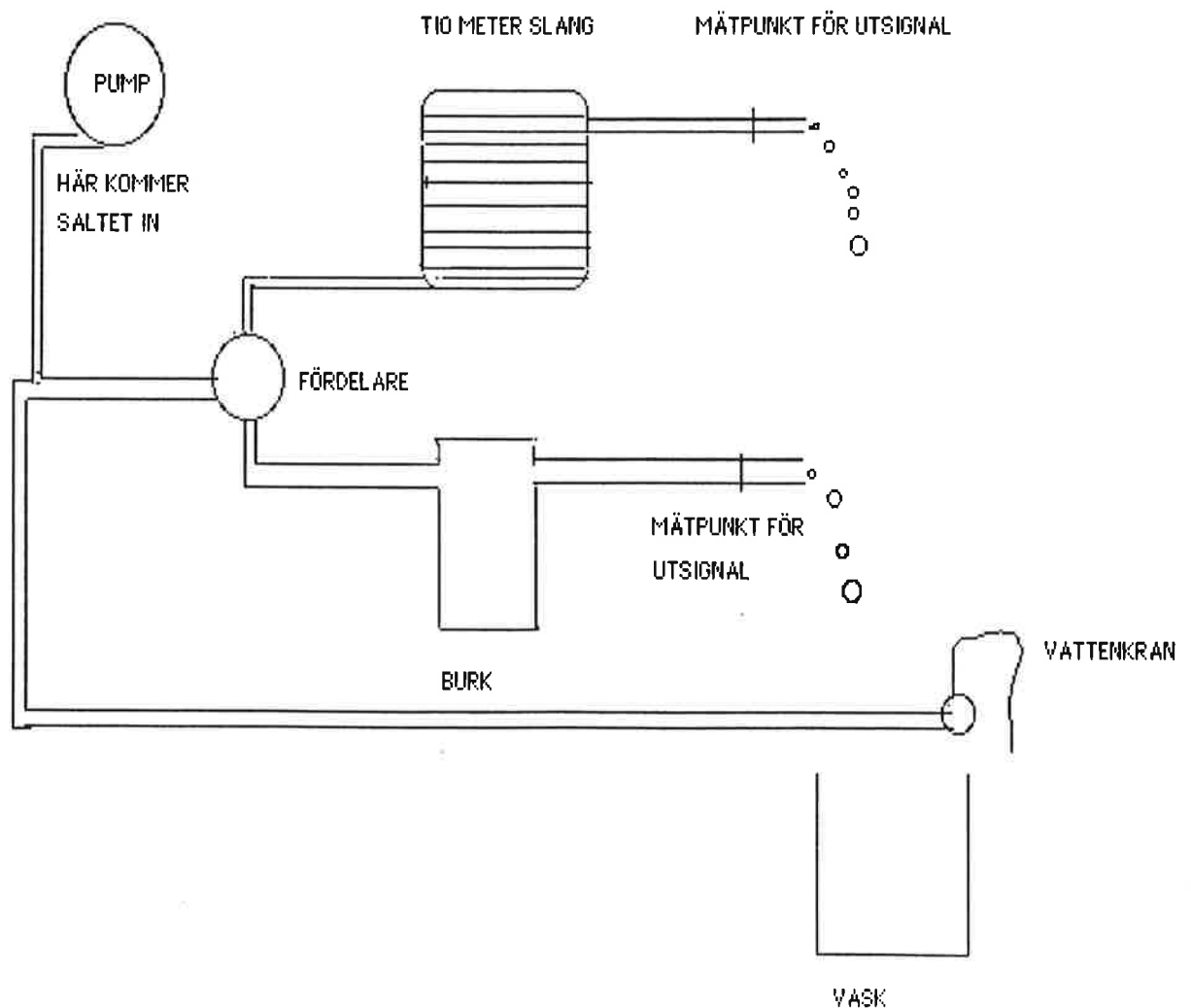
HANDLEDARE : OLA DAHL OCH KJELL GUSTAFSSON

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

INLEDNING	1
MODELLBYGGE	2
EXPERIMENTPLANERING	3
IDENTIFIERING OCH VALIDERING	6

INLEDNING

Syftet med projektet är att finna modeller för en saltprocess dvs att med kännedom hur mycket salt som stoppas in kunna räkna ut saltkoncentrationen vid en given tidpunkt på ett speciellt ställe. Saltprocessen är i vårt projekt kopplat på två sätt, dels en tio meter lång slang mellan saltinsläppet och mätpunkten för utsignalen, system 1, dels en burk med omrörare mellan samma punkter, system 2. Figur 1 visar de två olika processerna.



Figur1: System 1 har spänningen på pumpen som insignal och låter "vattnet" gå i den övre delen av uppställningen . System 2 har samma insignal, men går i den undre loopen .

MODELLBYGGE

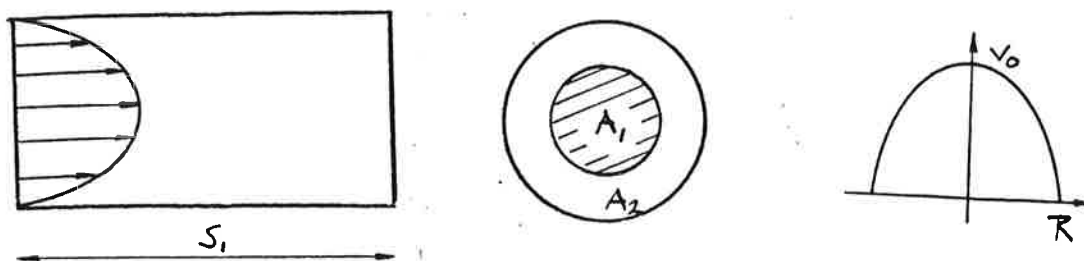
I både system ett och två har vi saltkoncentrationen vid en given mätpunkt som utsignal. Insignalen i bägge fallen är spänningen på pumpen som pumpar upp salt till processen. Spänningen är proportionell mot koncentrationen salt precis efter saltinsläppet. Vi väljer spänningen som insignal för att slippa en brusig insignal som skulle ha varit fallet om vi hade haft saltkoncentrationen vid insläppet som insignal.

System 1

Om vi antar att det inte förekommer någon diffusion och inte heller någon variation i hastighet i röret så skulle modellen för systemet bli $y(t)=ku(t-b)$. Där y är utsignal, u är spänningen på pumpen, k är faktorn mellan pumpspänningen och saltkoncentrationen vid insläppet och slutligen b är tiden det tar för saltet att röra sig mellan insläppet och mätpunkten för utsignalen. Det visar sig att det inte alls stämmer .

Stegsvaret påminner mer om ett första ordningens system och en armax modell av första ordningen stämmer bra överens med verkligheten , se avsnitten om identifiering och validering.

Vi antar istället laminär strömning med en hastighetsprofil i röret enligt figur 2a. Experimentflödet var $0,02 \text{ dm}^3/\text{s}$ vilket ger ett Reynoldstal= 4,2. Gränsen för laminär strömning går vid 2000 så vi kan höja flödet ganska mycket innan den laminära strömningen ändras.



figur 2 (a) Vätskan som strömmar i röret har en hastighetsprofil som liknar en parabel. S_1 står för sträckan mellan saltinsläppet och utsignalen. T_1 är tiden det tar för vätskan att röra sig sträckan s_1 . (b) Figuren visar ett tvärsnitt av röret. A_1 är arean av saltpelarens tvärsnitt medan A_2 är rörets totala tvärsnitt. (c) Hastigheten som funktion av radien, R står för rörets radie.

Koncentrationen (q) i röret beror på arean (A_1) av vätsketvårsnittet som har förhöjd saltkoncentration. Koncentrationen är alltså proportionell mot A_1/A_2 , beteckningar enligt figur 2b. Hastigheten i röret som funktion av radien visas i figur 2c formeln $v(r) = v_0(1-(r/R)^2)$ satisfierar kurvan. Vi inför ekvationen $s(r) = v_0 t(1-(r/R)^2)$ som talar om hur långt ett tvärsnitt med radien r i saltpelaren har gått vid tiden t .

Ovanstående ekvationer ger enligt härledning, se bilaga 1, följande beskrivning av stegsvaret:

$$q = c_1 \quad t < t_1 \quad \text{samt} \quad q = c_2(1 - c_0/t) + c_1 \quad t > t_1$$

Där c_1 är koncentrationen i röret innan steget kommer, c_2 är koncentrationen på steget och $c_0 = s_1/v_0$ se bilaga 1. Vi jämför också stegsvaret med ett första ordningens stegsvar: $c_2(1 - e^{-at})$. Där c_2 är som innan och a är den inverterade tidskonstanten. Beträffande dessa stegsvarsmodeller se avsnittet om identifiering.

System 2

I systemet antar vi perfekt omrörning i burken, dvs saltet som kommer in i burken fördelas jämnt momentant. Vi har följande parametrar:

q = saltkoncentrationen i burken (kg/m^3), u = saltkoncentrationen på flödet som kommer in i burken (kg/m^3), ϕ = flödet (m^3/s) och V = burkens volym (m^3). Följande samband gäller: $q(t) = (\text{mängden salt in} - \text{mängden salt ut})/V$

under tiden noll till t . Mängden salt in = integral från noll till t av $u \cdot \phi$ och

mängden salt ut = integral från noll till t av $q \cdot \phi$. Deriverar vi ekvationen

erhålls $q' + (\phi/V)q = (\phi/V)u$. Efter Laplacetransform får vi följande

$Q = 1/(sT + 1) u$, där T är V/ϕ . Med perfekt omrörning har vi alltså ett första

ordningens system. Frågan är om vi har tillräckligt bra omrörning eller om

vi behöver gå upp i högre ordningens system (andra ordningen) för att

beskriva eventuell dynamik som tillkommer vid icke perfekt omrörning.

Svar på det finns i avsnittet om identifiering.

EXPERIMENTPLANERING

För att få bekräftelse på att tidigare räkningar och antagande inte var orimliga, gjordes först ett icke-parametriskt försök.

Systemen är långsamma. Detta medför att en frekvensanalys tar lång tid, vilket i sin tur innebär en del praktiska svårigheter. En transientanalys däremot är lätt att genomföra och ger mycket information om systemet, särskilt om de är av 1:a eller 2:a ordningen.

Transientanalys

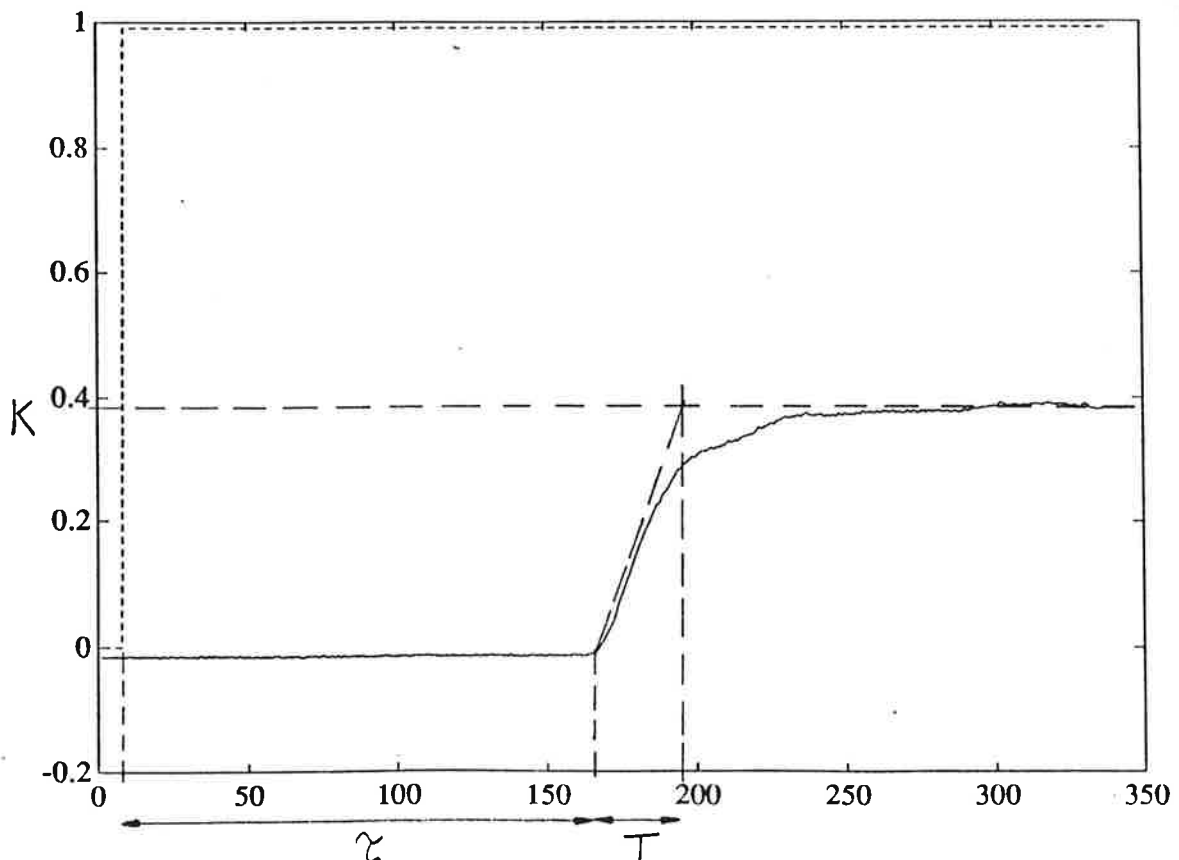
System 1: Om man antar att systemet kan beskrivas av en 1:a ordningens modell, kan man ur stegsvaret praktiskt tagit bestämma hela överföringsfunktionen. Den kan beskrivas tidskontinuerligt av

$$G(s) = K/(1+sT) \cdot \exp(-s\tau)$$

och motsvaras av 1:a ordningens differentialekvation

$$dy/dt + 1/T \cdot y = Ku(t-\tau)$$

Förstärkningen K , tidskonstanten T och tidsfördröjningen τ bestäms grafiskt ur stegsvaret, se figur 3 .



Figur3: Stegsvaret för system 1.

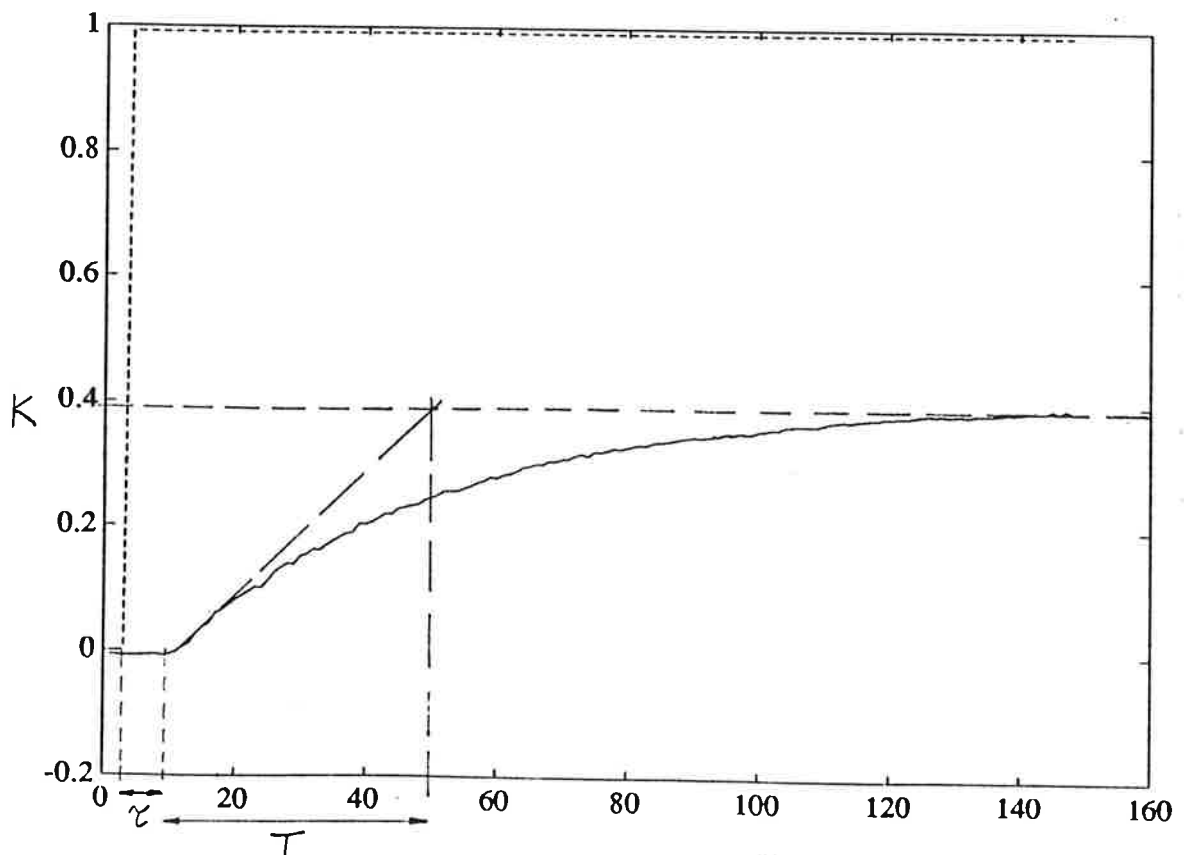
Mätningarna gav att $T = 2,8s$, $K = 0,38$ och $\tau = 16s$. System 1 skulle alltså beskrivas av

$$G(s) = 0,38/(1+2,8s) \exp(-16s)$$

Detta är naturligtvis bara approximativa värden, men dem fungerar bra som start- och referensvärden vid den "riktiga" identifieringen. Där ska dessutom värdena i den andra modellen av system1 identifieras fram ur stegsvaret.

System 2 : Till ett 2:a ordningens system är gången från stegsvar till överföringsfunktion inte lika rak, men det kommer att visa sig att systemet beskrivs bra av en 1:a ordningens modell. Ur stegsvaret uppmättes värdena $T=41s$, $K=0,39$ och $\tau=7s$, se figur 4 . System 2 skulle alltså beskrivas av

$$G(s) = 0,39/(1+41s) \exp(-7s)$$



Figur 4: Stegsvaret för system 2.

Stegsvaren återkommer i samband med valideringen och ska då användas för att, oberoende av identifikationen, få fram systemens tidskonstanter. Då vi tog upp stegsvaren uppskattade vi stigtiden för system 1 till c:a 5 sekunder och för system 2 till 80 sekunder. För att få tillräckligt med datapunkter använde vi oss samplingstiderna 0,1 respektive 1 sekunder.

IDENTIFIERING OCH VALIDERING

Upptagning av mätserier

För att kunna identifiera systemen togs en mätserie på varje upp mha programmet LOGGER. LOGGER använder sig av en PRBS-signal i intervallet (1 - 10)V. När vi skulle bestämma samplingsperioden stödde vi oss delvis på tumregeln ur *Åströms/Wittenmarks Computer Controlled Systems* som säger att det ska vara 10-20 sampel per stigtid.

Tabellen nedan visar våra värden på de variabla parametrarna.

	SYSTEM 1	SYSTEM 2
SAMPLINGSPERIOD (s) *	0,5	2,0
ANTAL SAMPEL/PERIOD	10	10
ANTAL PUNKTER	1500	1500

* UR ÅSTRÖM/WITTENMARKS TUMREGEL

Bearbetning av data

För att minska inverkan av bias högpasfilterades både in- och utsignalerna genom att subtrahera bort medelvärdena. Dessutom togs de 100 första punkterna, där systemen ännu inte hade blivit oberoende av initialvärdena, bort.

Identiflering med MK-metoden

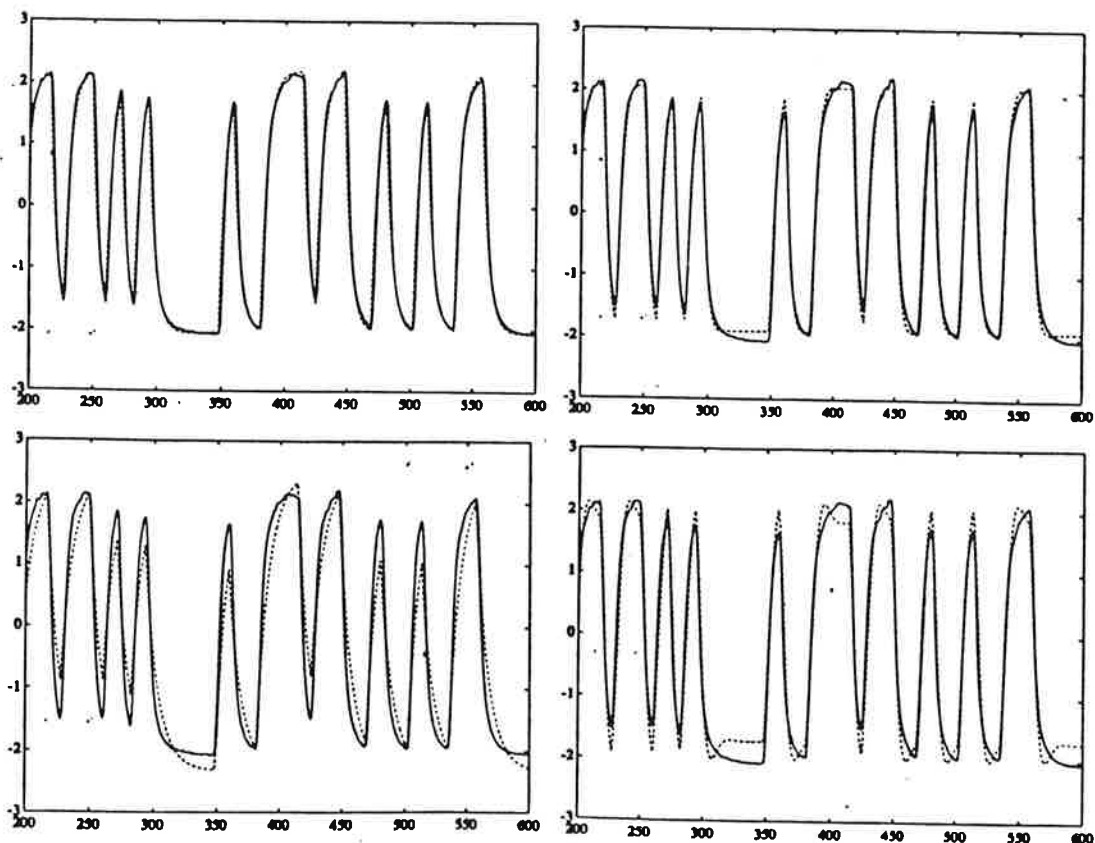
Identifleringen gjordes först på en armax-modell , dvs

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-k) + C^*(q^{-1})e(t)$$

Sådana skapades, samt en del tänkbara variationer, med utgångspunkt från tidigare kunskap om systemen .

För att bedömma kvaliteten på modellerna simulerades dem med insignalerna från mätserierna och plottades mot dem riktiga utsignalerna.

System 1 : Det visade sig, enligt tidigare antagande, att en 1:a ordningens modell överensstämde bäst, se figur 5 . Även ett residualtest, dvs autokorrelationen av residualen och korskorrelationen mellan residualen och insignalen, visade detta.



Figur 5: Den simulerade utsignalen för system 1 plottad mot den riktiga för, uppi från vänster, armaxmodell för 1:a ordningen, för 2:a ordningen, arxmaxmodell identifierad med IV-metoden för 1:a ordningen, för 2:a ordningen, se nedan.

System 2 : Här förvånade resultatet genom att inte visa någon märkbar skillnad mellan 1:a och 2:a ordningens modell. Båda två gav ett mycket bra resultat.

Det visade sig efterhand att bruspolynomet **C** inte hade så stor betydelse och signalerna är ju inte speciellt brusiga. En enklare modell är att föredra. Kan man få samma resultat med en arx-modell, dvs

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-k) + e(t)$$

är det bättre. Här kan man dessutom använda matlabfunktionen ARXSTRUC som ger MK-förlustfunktionens värde för olika parameteruppskattningar.

System 1 : Här gav försöken sämre resultat än tidigare. Inte ens ARXSTRUC-valet, en 2:a ordningens modell, nådde upp i "armaxstandard".

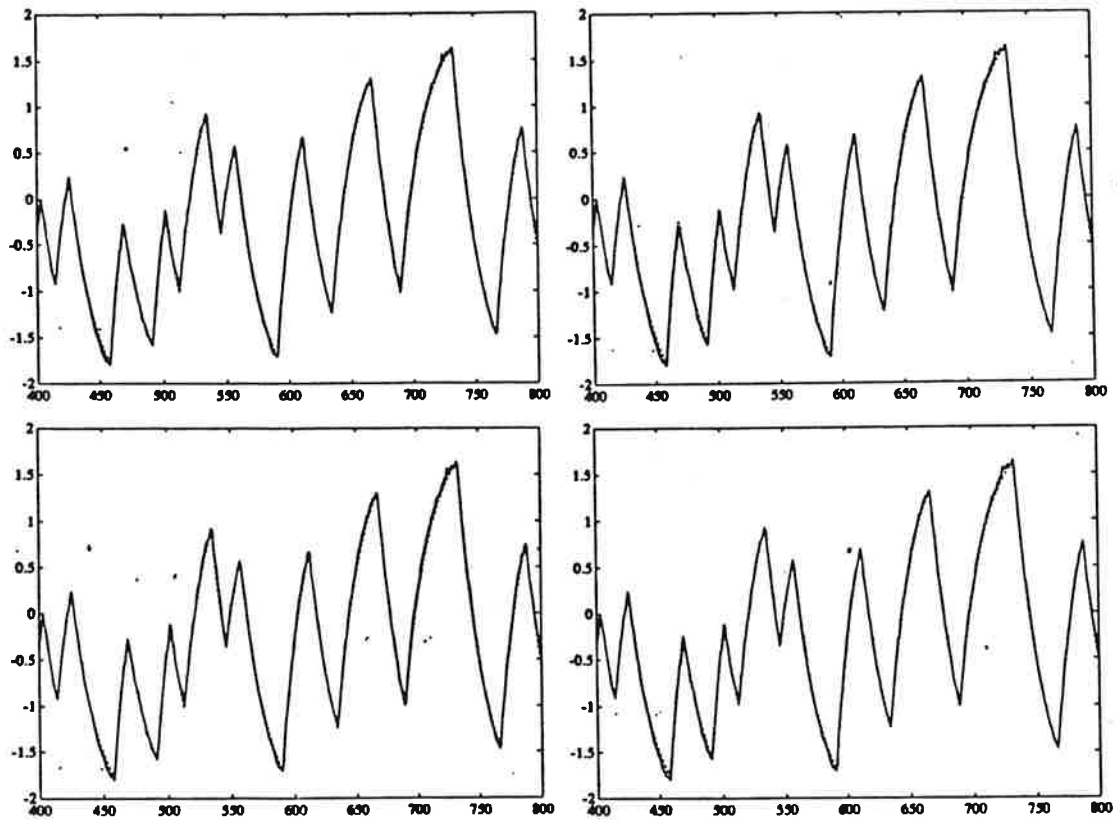
System 2 : Här visade sig att arx-modellen var likvärdig med armax-modellen. ARXSTRUC gav en viss fördel till 2:a ordningens modell.

Identifiering med IV-metoden

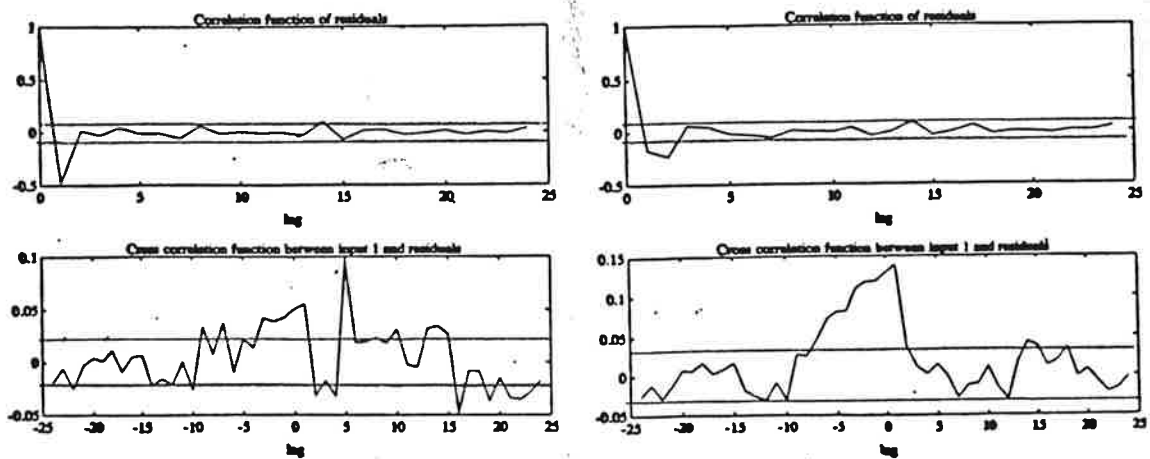
IV-metoden korrelerar bort bruset genom att filtrera in- och utsignalerna. Genom att använda matlabfunktionen IV4, sker filtreringen automatiskt. IV-metoden ska vara en bättre metod på arx-modellen än MK och även här finns en matlabfunktion som ger förlustfunktionens värde, IVSTRUC.

System 1 : Även om resultatet blev bättre än MK-identifieringen, räckte tydligen inte en arx-modell till, se figur 6.

System 2 : Resultatet blev mycket bra, se figur 7. IVSTRUC visade att en 1:a ordningens modell beskriver systemet bäst och ett residualtest verifierar detta, figur 8.



Figur 6: Den simulerade utsignalen för system 2 plottad mot den riktiga för, uppifrån vänster, armaxmodell för 1:a ordningen, för 2:a ordningen, arxmodell identifierad med IV-metoden för 1:a ordningen, för 2:a ordningen.



Figur 7: Residualtest för system 2 identifierat med IV-metoden för en 1:a respektive ett 2:a ordningens modell.

Slutsats

System 1 beskrivs alltså bäst av en 1:a ordningens armax-modell med värdena

$$A^*(q^{-1}) = 1 - 0.8217q^{-1}$$

$$B^*(q^{-1}) = 0.0758$$

$$C^*(q^{-1}) = 1 + 0.4344q^{-1}$$

$$k = 32 \quad (\text{tidsfördröjning i antalet sampel})$$

vilket motsvaras av den tidskontinuerliga överföringsfunktionen

$$G(s) = 0,43/(1+2,55s) \exp(-16s)$$

System 2 beskrivs utmärkt av en första ordningens arx-modell med värdena

$$A^*(q^{-1}) = 1 - 0.9555q^{-1}$$

$$B^*(q^{-1}) = 0.0195$$

$$k = 4$$

vilket i sin tur motsvaras av

$$G(s) = 0,42/(1+43,5s) \exp(-8s)$$

Fysisk modell

Den fysiska modell som härleddes för system ett testas m.h.a. ett program som heter Nelder. Nelder fungerar på följande sätt; den har två inparametrar enligt följande anrop `nelder('fun',c)`, där `fun` är en funktion och `c` är en vektor med variabler som man vill bestämma.

I vårt försök vill vi anpassa

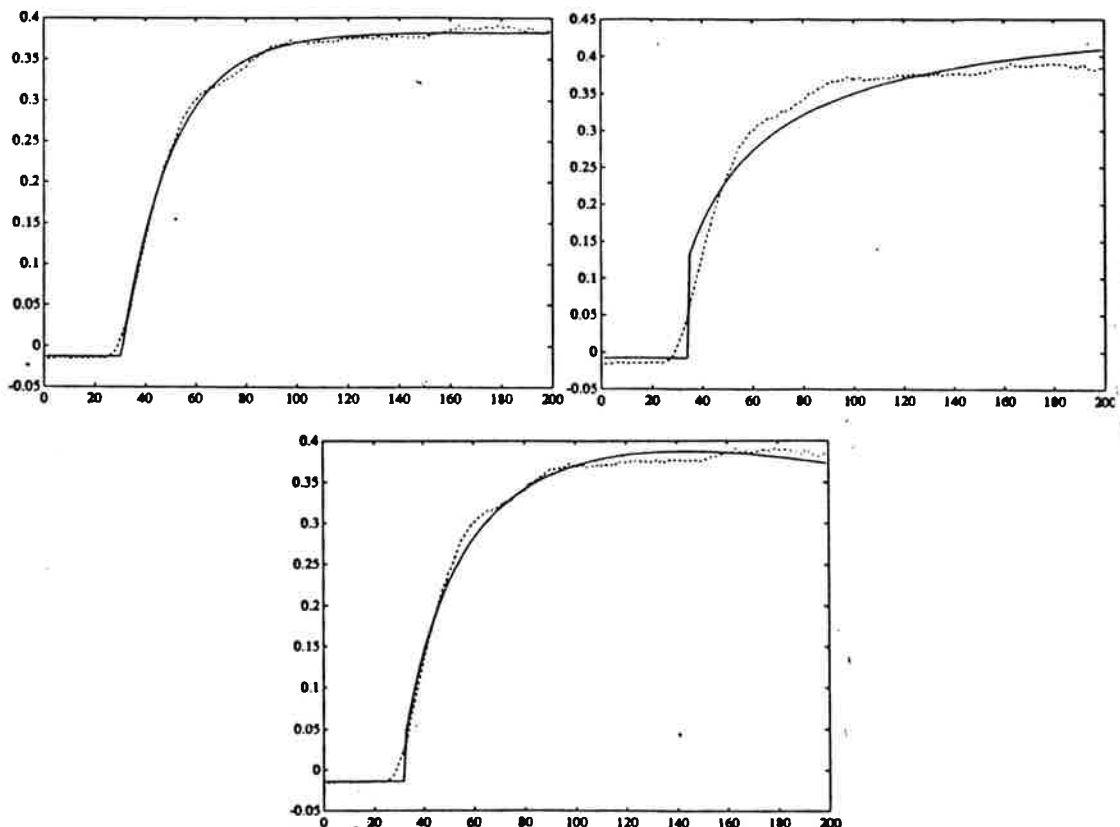
$$\hat{y} = \begin{cases} c_1 & t < t_1 \\ c_2(1 - c_3/t) + c_1 & t > t_1 \end{cases}$$

till stegsvaret på system ett. Nelder minimerar funktionen fun genom att ändra på parametrarna i c ända tills de inte går att förbättra nämvärt. Det skall tilläggas att man måste ge c ett initieringsvärde. I vårt fall bildar vi en funktion som ger summan av kvadraterna mellan \hat{y} och y , där y är stegsvaret.

Stigtiden är ungefär 4,5 sekunder, så vi mäter tio gånger per sekund för att få tillräckligt med mätpunkter. Vi gör samma sak fast med \hat{y} utbytt mot ekvationen för ett förstaordningens stegsvar. D.v.s

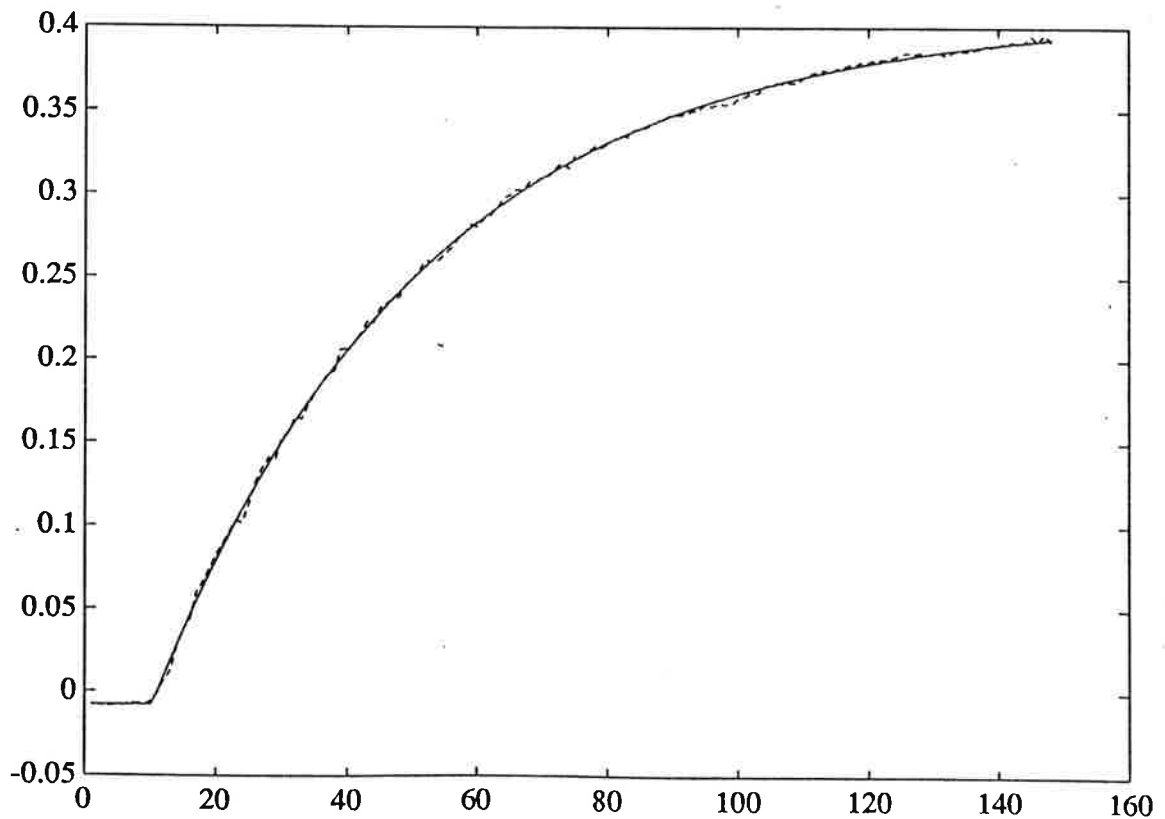
$$y\# = \begin{cases} c_1 & t < t_1 \\ c_2(1 - \exp(-c_3(t-t_1))) + c_1 & t > t_1 \end{cases}$$

För att få bästa möjliga resultat låter vi t_1 , som alltså är tiden då utsignalen börjar reagera på steget, vara en parameter som NELDER skall bestämma. Resultat, se figur 8a,b.



Figur 8a,b,c : Nelderanpassade stegsvar; 1:a ordningens modell (a), fysisk modell (b), förbättrad fysisk modell (c).

Vid jämförelse ser man att ett första ordningens stegsvar blir bättre anpassad men det framgår också att det riktiga stegsvaret antagligen har in linjär term i sig. Läger man till en variabel (c_5) och multiplicerar med $(t-t_1)$ i den fysiska modellen d.v.s $\hat{y} = c_2(1-c_3/t) + c_1 + c_5(t-t_1)$ $t > t_1$ så erhålls ett bättre resultat se figur 8c. Resultatet slår dock ej ett första ordningens stegsvar, vilker framgår då man jämför förlustfunktionen(f) som är funktionsvärdet för de erhållna parametrarna. $f=0,0762$ för 1:ordningens system och $0,1285$ för den förbättrade fysiska modellen. För att validera modellen för system två körde vi NELDER på liknande sätt för system tvås stegsvar. System tvås stegsvar är väldigt utdraget så vi mäter bara varje sekund. Resultat se figur 9.



Figur 9: Nelderanpassat stegsvar för system 2, 1:a ordningens modell.

Validering

Eftersom systemen är av 1:a ordningen beskrivs stegsvaren av funktionen

$$K(1 - \exp(-at))$$

där $a = T^{-1}$. Genom att använda programmet NELDER, se ovan, kan man ur stegsvaren ta fram värden på K och T oberoende av identifieringen. Figur 9,10 visar den goda överensstämmelsen mellan de upptagna stegsvaren och de av 1:a ordningen med NELDER framtagna.

Resultatet visas i tabellen nedan

	SYSTEM 1	SYSTEM 2
K_{IDENT}	0,43	0,42
K_{NELDER}	0,39	0,46
T_{IDENT}	2,55	43,5
T_{NELDER}	2,02	41,5

Som synes stämmer värdena väl överens och man kan anse identifieringen över med gott samvete.

SAMMANFATTNING

Vi kan nu sluta oss till att både system 1 och system 2 kan beskrivas av en första ordningens modell. Att polen i system 1 inte överensstämmer i nelderanpassningen lika bra som för system 2 beror säkert på att system 2 är mer likt ett 1:a ordningens system. Det visar ju också härledningarna där system 2, med antagandet om perfekt omrörning, visades sig vara av 1:a ordningen.

BILAGA 1

Betekningar enligt figur 2.

$$v(r) = v_0(1-(r/R)^2)$$

$$s(r) = v_0(1-(r/R)^2) \quad \text{ty } s = vt$$

$$s(r) = s_1$$

$$s_1/v_0 = (1-(r/R)^2)$$

$$r = R(1-s_1/v_0t)^{1/2}$$

Koncentrationen (y) är proportionell mot $A1/A2 = \pi r^2/\pi R^2 = 1-s_1/v_0t$
Följande formel erhålles:

$$y = \begin{cases} c_1 & , t < t_1 \\ c_2(1-c_3/t) + c_1 & , t > t_1 \end{cases}$$

IDENTIFIERINGSPROJEKTET
VELODROMEN

Carl-Erik Gyllensten

Staffan Nilsson

Inledning

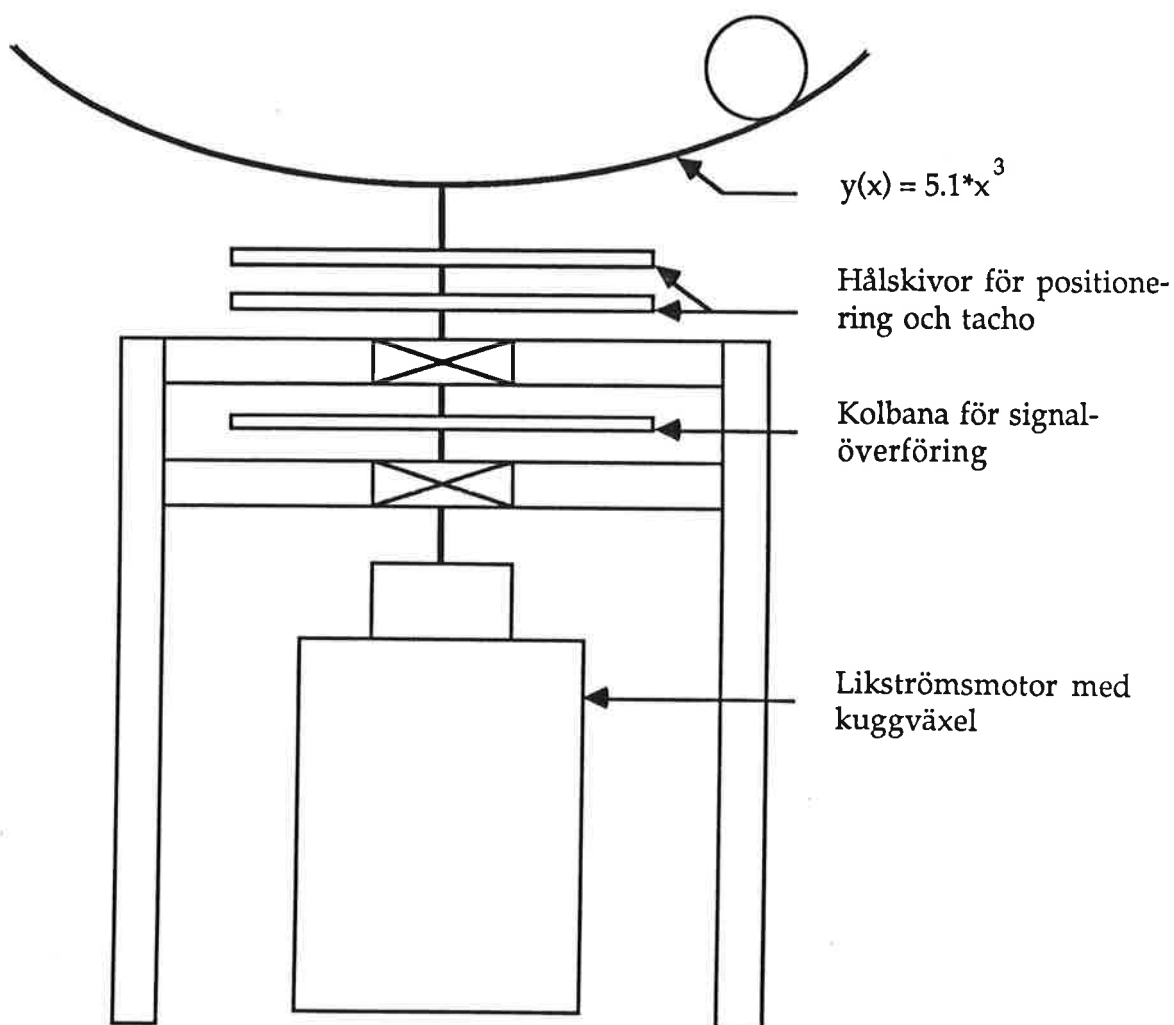
Processidentifiering används då man vill anpassa en matematisk modell till en serie av mätvärden. Ett slagkraftigt hjälpmedel i denna anpassning är programpaketet MATLAB, som gör det möjligt för oss att snabbt utföra beräkningar för långa dataserier.

Trots att identifieringen ofta leder till modeller vars parametrar saknar fysikalisk tolkning, så kan det ändå vara av värde att jämföra dem med en fysikalisk modell. I det följande avsnittet kommer vi därför att diskutera en sådan för vårt identifieringsobjekt. Genom att jämföra ordningen för modellerna kan vi dra slutsatser om huruvida vi nått fram till ett adekvat resultat.

Därefter behandlar vi själva identifieringen och analyserar de resultat vi fått fram. Vi går igenom experimentvillkor och datainsamling, databehandlingen med MATLAB, val av modell och modellordning för att slutligen göra en validering av den modell vi nått fram till. Projektrapporten avslutas med ett avsnitt där vi sammanfattar våra resultat.

Identifieringsobjekt

Vårt system består av den så kallade Velodromen (se figur), där insignalen utgörs av inspänningen som driver motorn och utsignalen av den rörliga kulans läge på den roterande banan.



Modellen till systemet kan delas upp i:

1. Sambandet mellan inspänning och vinkelhastighet, dvs motorns dynamik.

Ekvationer för likströmsmotorn:

$$U = E + R_A * I_A + L * d/dt (I_A)$$

$$E = k_e * w$$

$$M = k_m * I_A$$

Sambandet mellan motormoment och vinkelacceleration är:

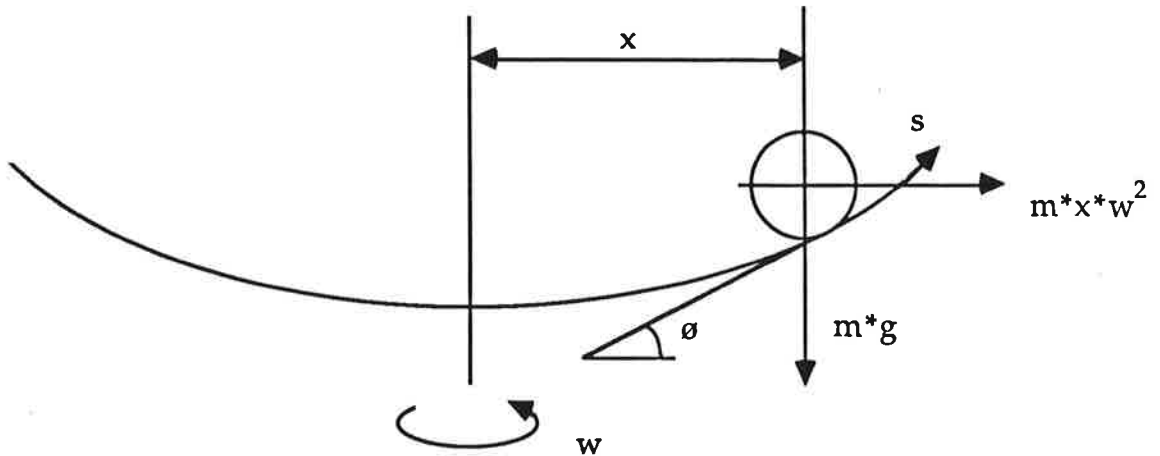
$$d/dt (w) * (J_{bana} + m_{kula} * x^2) = M$$

Om

$$(R_A / L)^2 \gg 4 * k_m^2 / ((J_{bana} + m_{kula} * x^2) * L)$$

så kan överföringsfunktionen från spänning till vinkelhastighet approximeras med ett första ordningens system.

2. Kulans läge på banan (s-kordinaten) som funktion av vinkelhastigheten.

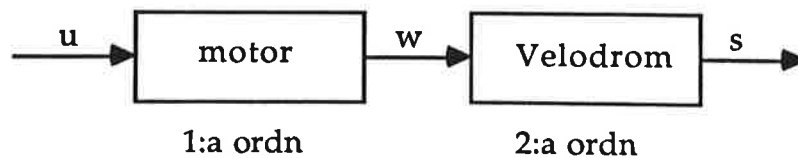


Kraftjämvikt längs banan s ger:

$$m \cdot x \cdot w^2 \cdot \cos \theta - m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot (1 + \beta) \cdot d^2 / dt^2 (s); \quad \beta = 2/5$$

vilket innebär ett andra ordningens system från w till s .

Vi drar slutsatsen att vi kan förvänta oss att identifiera ett system av tredje ordningen:



Identifiering

Experimentvillkor

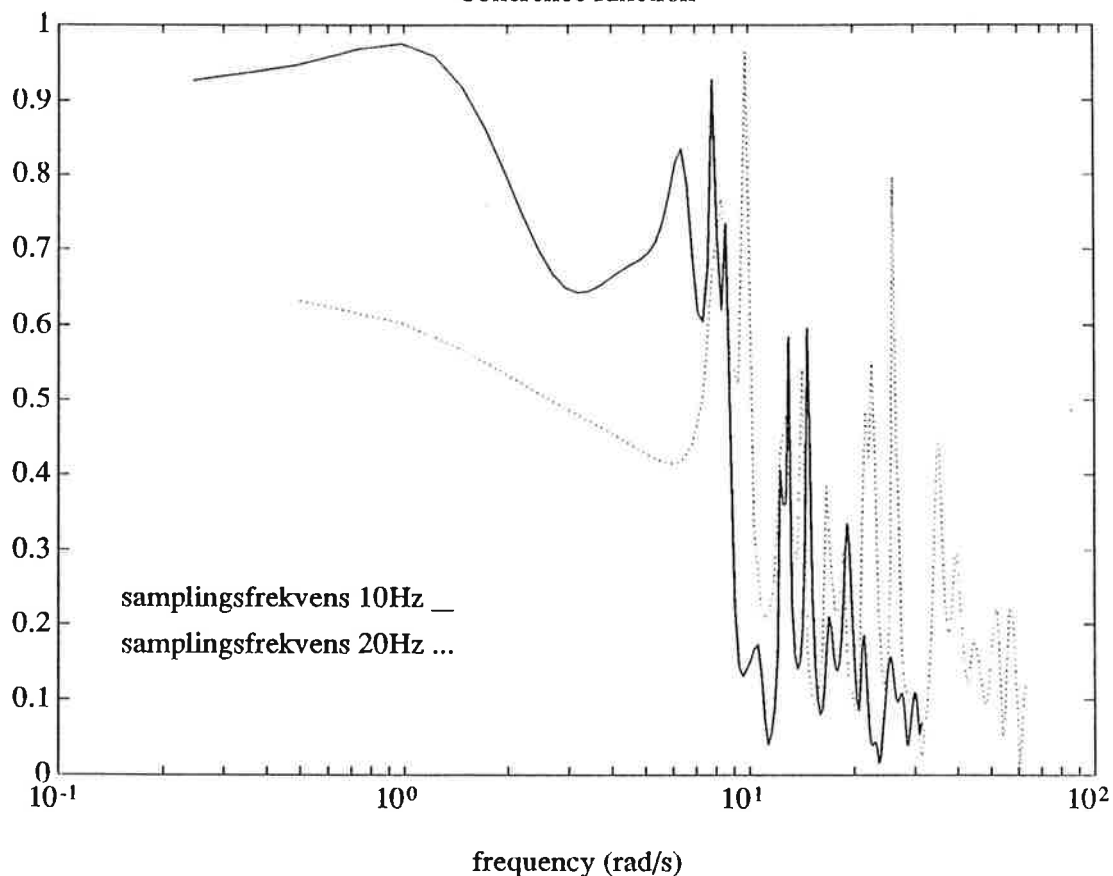
Vid datainsamlingen exciterades systemet dels med en PRBS-spänning, dels med en fyrkants-spänning, vid den konstanta hastigheten 1.2 varv/sekund. I det första fallet upptogs 1000 mätvärden, i det andra drygt 500.

Viktigt att tänka på är valet av samplingshastighet och amplituden hos den exciterande signalen. Samplar man för långsamt får man inte med hela det intressanta området, samplar man däremot för snabbt hamnar man utanför detta och identifierar fram en modell för fel frekvensintervall. Ofta måste man LP-filtrera signalerna för att undvika att högfrekventa störningar viks in eller låta ett BS-filter ta bort periodiska störningar.

Nyquistfrekvensen måste alltid väljas så att ingen väsentlig del av processens dynamik går förlorad. Exakt hur stor denna blir är svårt att avgöra, och det är lämpligt att testa några olika alternativ. Här valdes samplingsfrekvenserna $f_1 = 10$ Hz och $f_2 = 20$ Hz ty processens dynamik ligger koncentrerad kring $f_0 = 0.6$ Hz, dvs Nyquistfrekvenserna på 5 Hz och 10 Hz har god marginal till f_0 . Systemets dominerande tidskonstant som ligger till underlag för f_0 uppskattas ur stegsvaret för processen.

Amplituden hos den exciterande signalen innebär en kompromiss mellan bästa möjliga signal-störförhållande och de fysiska begränsningar som Velodromen sätter, dvs om amplituden blir för stor så är det risk att kulan slår i ändläget. Vi måste också förvissa oss om en begränsad amplitud av den anledningen att den modell vi erhåller är lineariserad kring en viss arbetspunkt och alltför stora amplituder medför att vi hamnar utanför det lineära området. Nivån 0.14 V valdes för både PRBS- och fyrkant-signalen.

För att slippa "bias" i skattningarna subtraheras medelvärdena från både in- och utsignal. Därefter kan vi beräkna koherensfunktionen som avbildas nedan. Ur denna utläser vi att samplingsfrekvensen 10 Hz är att föredra, ty den ger en hyfsad koherens för det intressanta frekvensområdet (upp till ca 0.6 Hz).



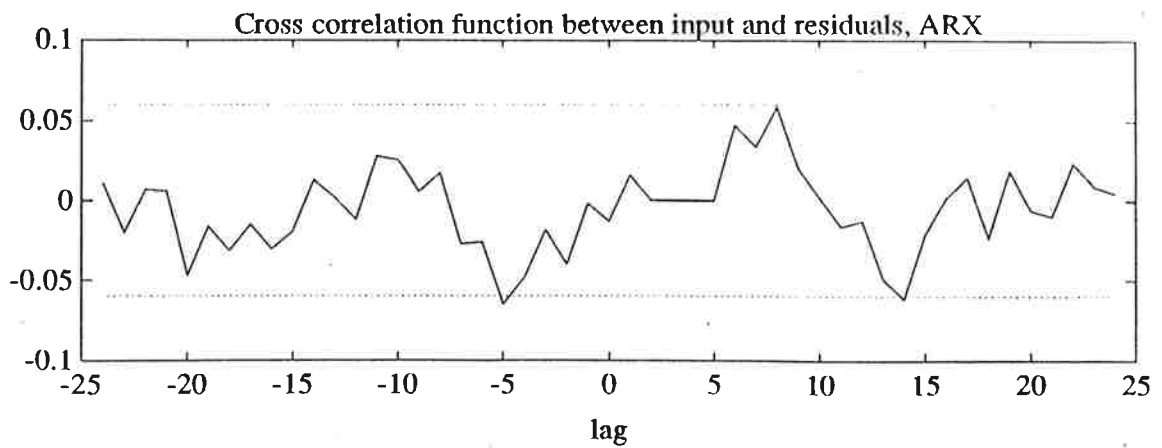
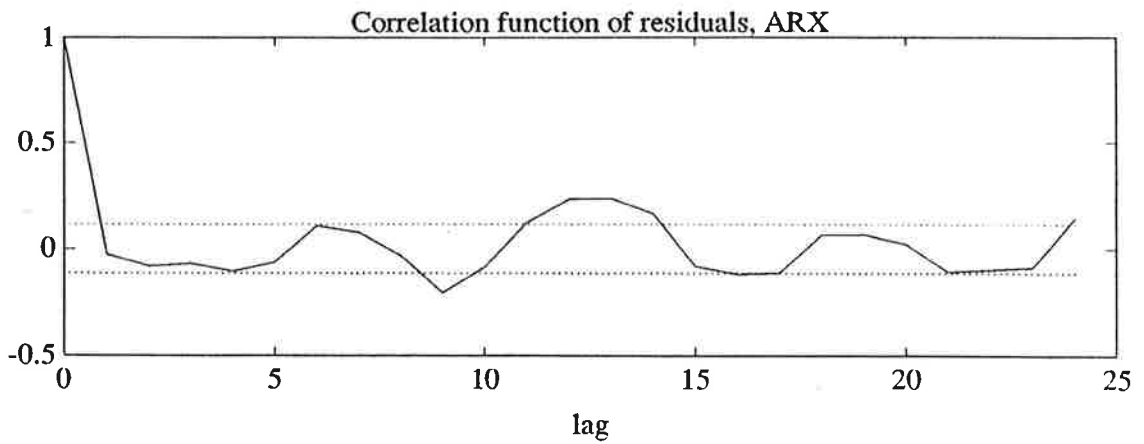
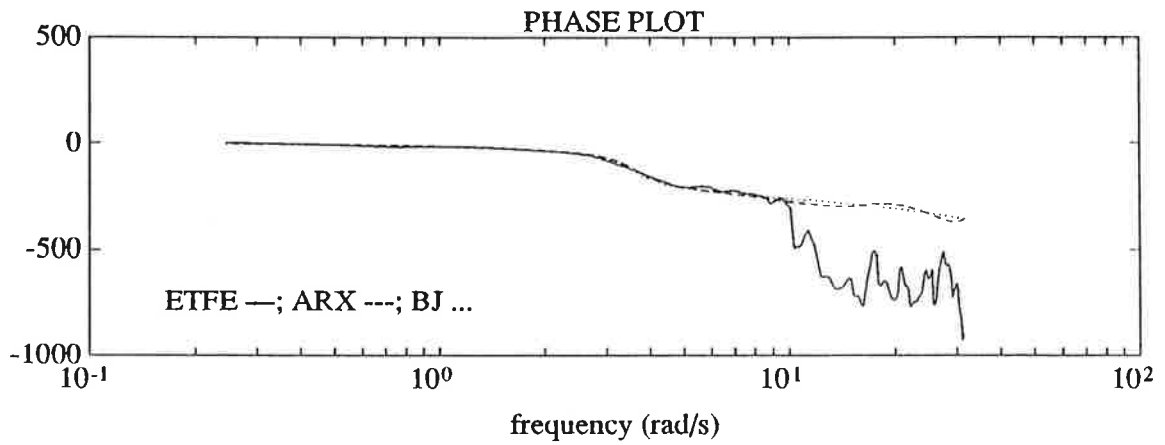
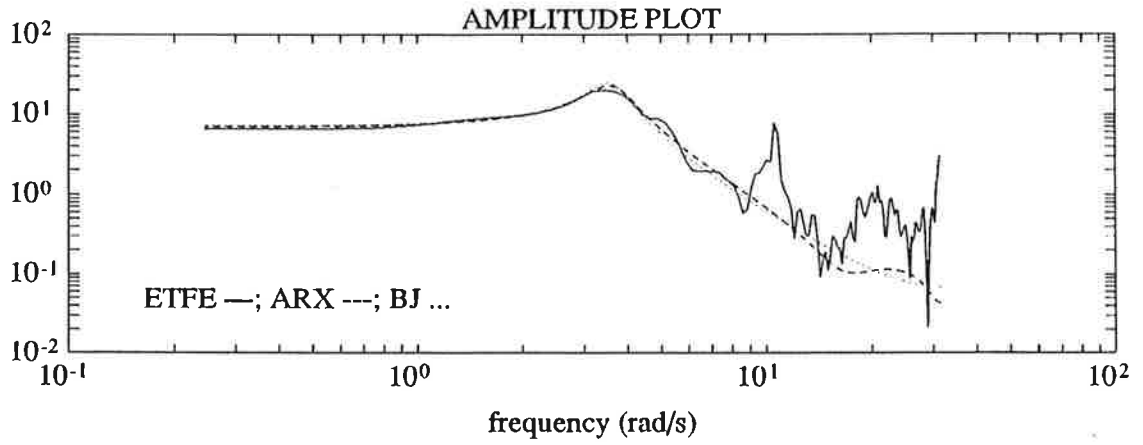
Databehandling med MATLAB

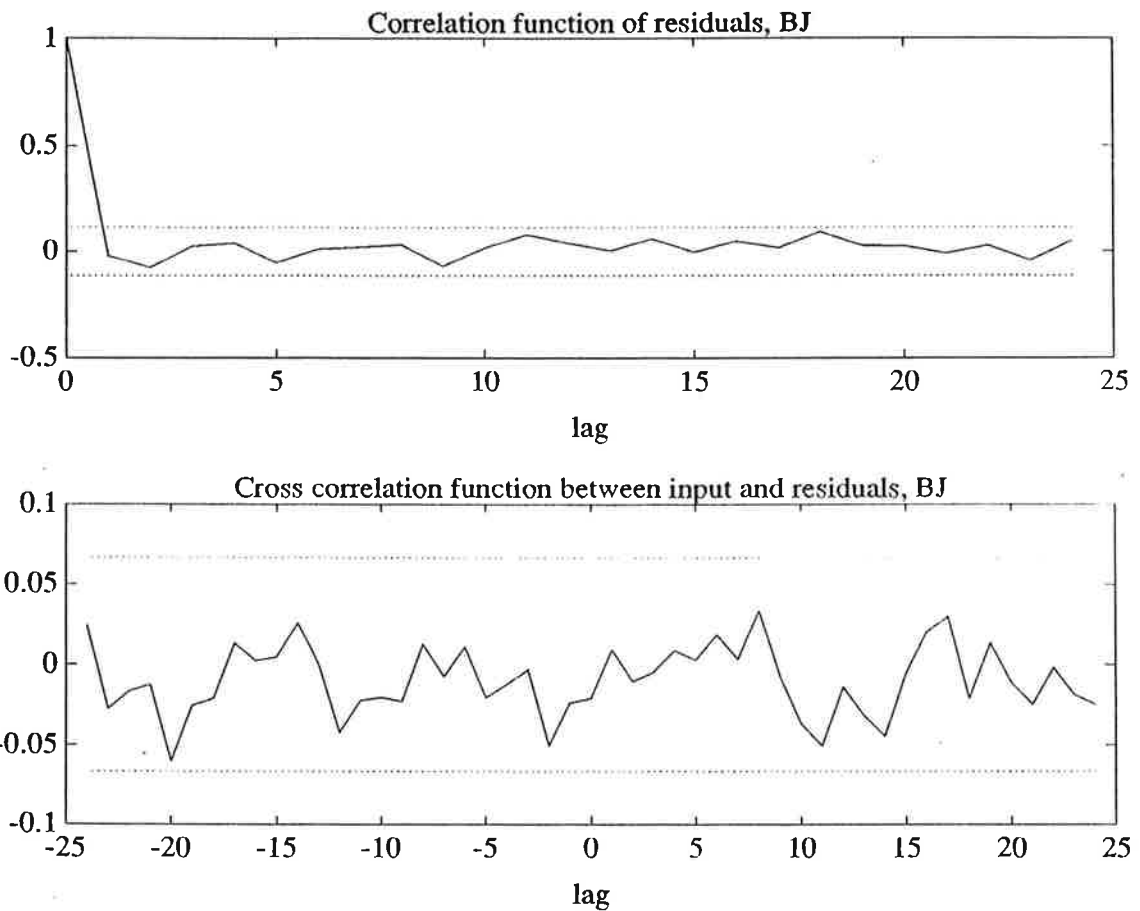
MATLAB-kommandot SPA ger en första identifiering av mätdata genom att skatta en överföringsfunktion vilken ligger till grund för Bodediagrammet. Ett annat alternativ för smalbandiga signaler är kommandot ETFE. Vi föredrog det senare med tanke på att vår process visade sig vara ganska smalbandig.

Modellanpassning

Vårt system kan med utgångspunkt från vår fysikaliska modell antas vara olineärt. Bruset in i processen är dessutom svårbedömt. Valet av modell är inte självklart och vi går igenom ARX, ARMAX och BJ. Det visar sig att ARMAX inte förmår tillföra något nytt utöver vad ARX ger, och därför koncentrerar vi oss på ARX och BJ.

Vi börjar med att dela upp våra mätdata i två halvor. Den ena använder vi till modellanpassning, den andra vid validering. Med hjälp av Akaike's kriterium valdes ARX-modellen $(a,b,k) = (3,4,2)$ och genom att prova oss fram med utgångspunkt från denna fann vi att den bästa BJ-modellen ges av $(b,c,d,f,k) = (1,4,5,3,2)$. Dessa båda modeller ger ungefär samma resultat med undantag för residualerna där BJ ger en autokovarians som bättre påminner om vitt brus, och en korskovarians som ligger närmare noll.





Vi ser i ovanstående Bodediagram att båda våra modeller ansluter ganska väl till ETFE's Bodediagram för det intressanta frekvensområdet. Däremot anpassar BJ mätdata bättre än ARX vad gäller residualerna. Idealt ska autokorrelationen vara en "spik i nollan" (jmf. vitt brus) och korskorrelationen vara noll för alla lag. BJ eliminerar ARX:ens utskjutande nivå kring lag = 11 - 15 (Velodromens varvtid är 0.8 s) och håller sig gott och väl inom " ± 3 -standardavvikelse-gränserna".

De aktuella polynomen för respektive modell ges av:

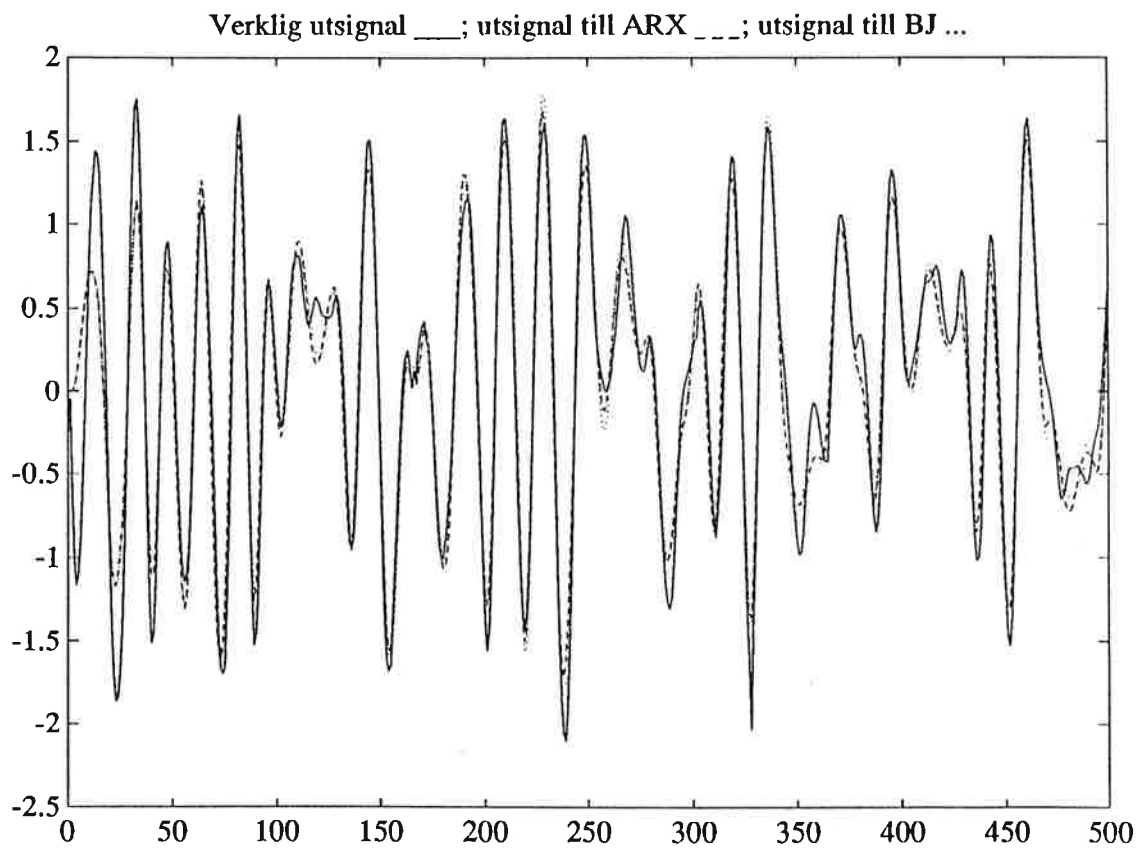
ARX:	A =	1.0000	-1.4717	0.3589	0.2738		
	B =	0	0	0.3825	0.3426	0.2361	0.1650
BJ:	B =	0	0	0.3940			
	C =	1.0000	-2.0691	2.4131	-1.4821	0.5319	
	D =	1.0000	-3.3647	5.2762	-4.6956	2.3765	-0.5264
	F =	1.0000	-2.3357	1.8872	-0.4960		

Medelvärdet av imaginärdelarna av D-polynomets (brusmodellens) tidskontinuerliga poler är 1.2 Hz (Velodromens varvtal är 1.2 s⁻¹).

Validering

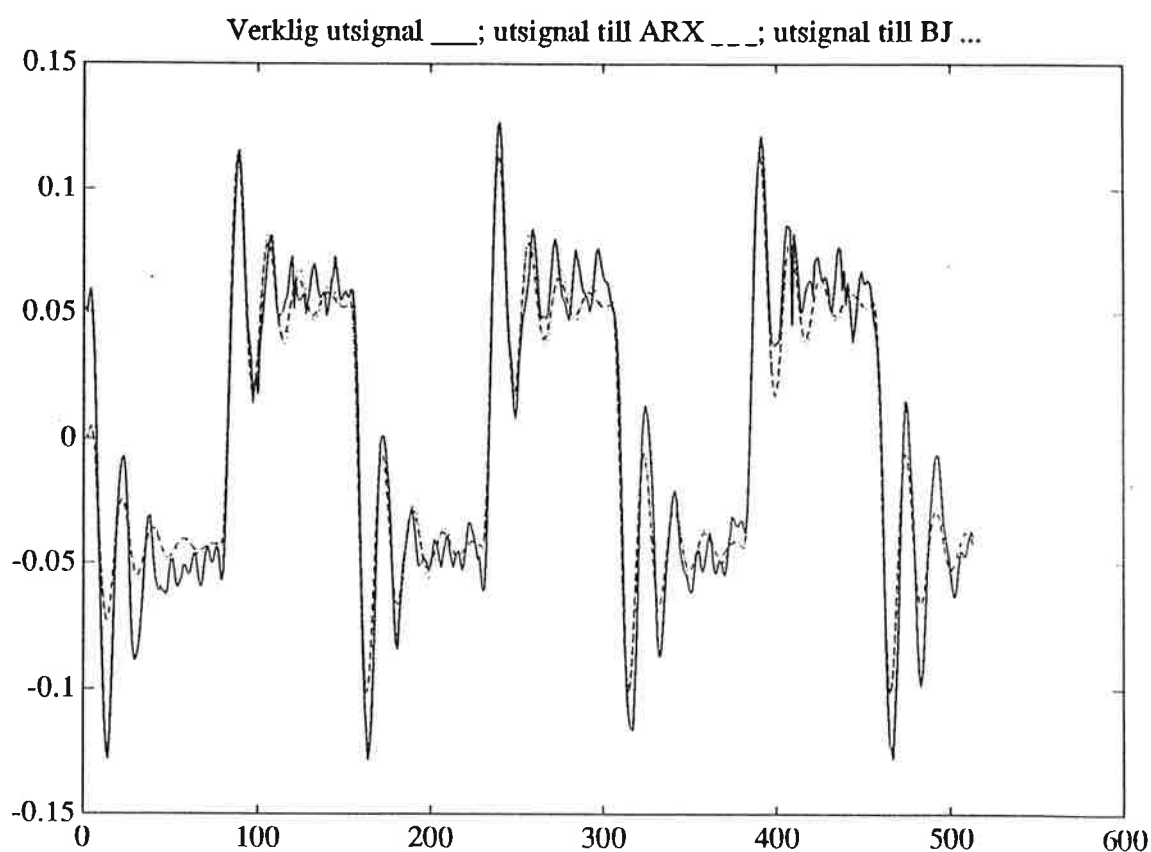
Slutligen återstår problemet: Hur skall vi kunna veta om vi hittat den riktiga modellen med vår modellanpassning? Ett positivt indicium är naturligtvis om de olika modeller vi provar ger samma resultat vad avser Bodediagram och residualer.

Ett annat sätt är att använda MATLAB-kommandot `IDSIM` som simulerar våra modeller då de matas med den verkliga insignalen och jämföra dessa brusfria utsignaler med den verkliga utsignalen. Genom att använda den halva av mätdata som inte ligger till grund för vår modellanpassning erhåller vi en korsvalidering.

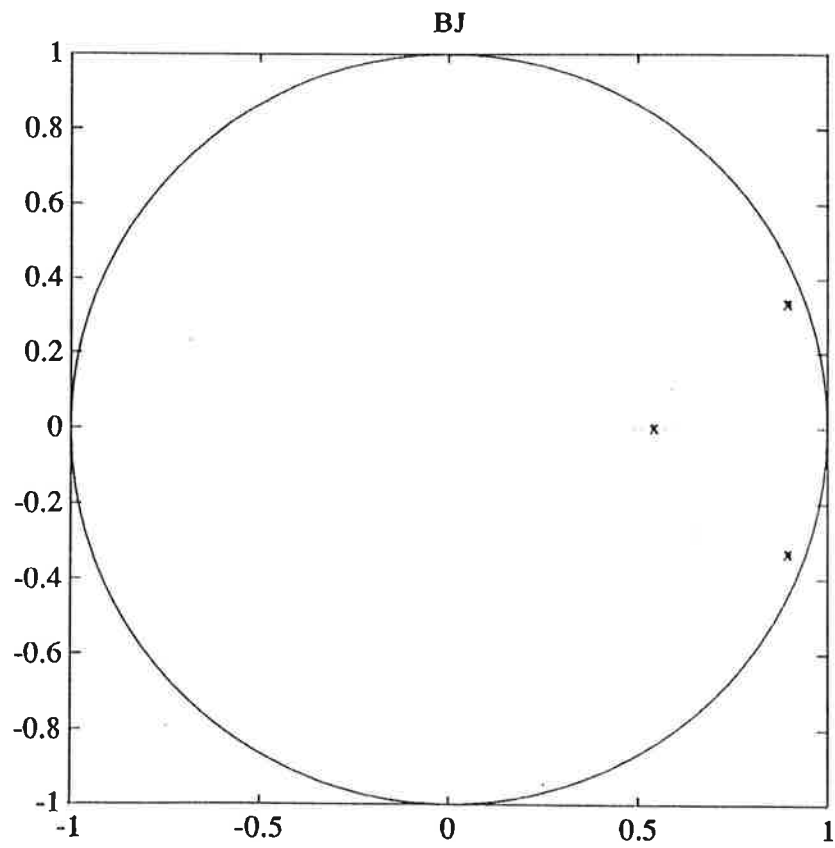
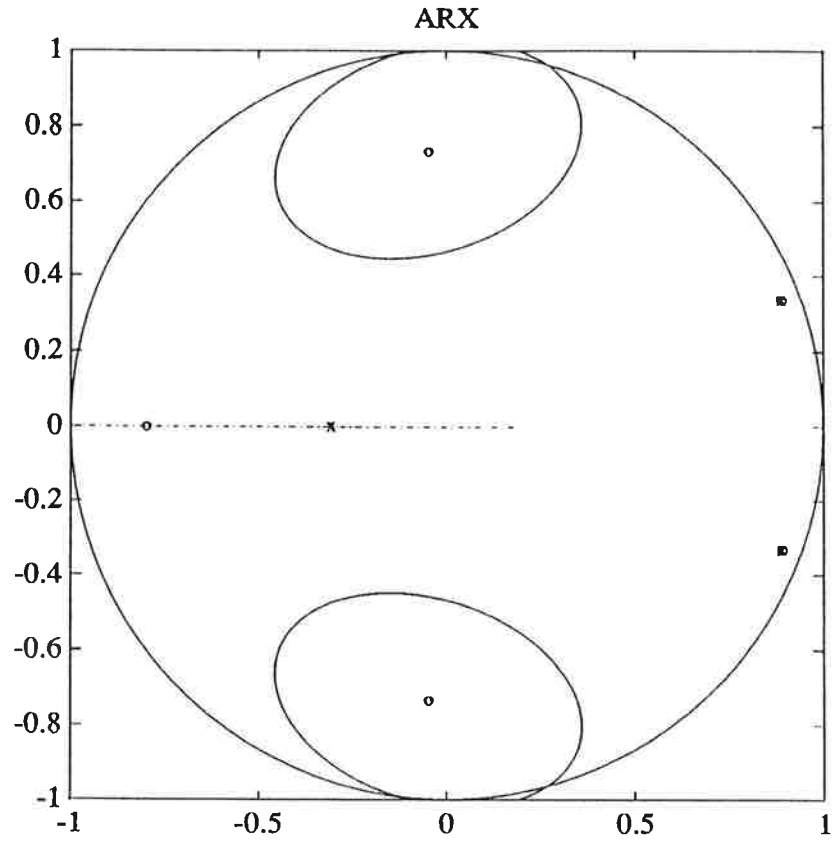


Ovan ser vi att med undantag för det transienta skeendet (de 50 första värdena) har vi en god följsamhet för båda modellerna.

På samma sätt kan vi jämföra fyrkant-signalen med de modellgenererade:



Om vi vill ha möjlighet till en validering där vi kan jämföra siffror direkt så kan vi använda vår fyrkant-signal. För att illustrera detta tittar vi på pol- och nollställediagrammet (med standardavvikelser) för de olika modellerna.

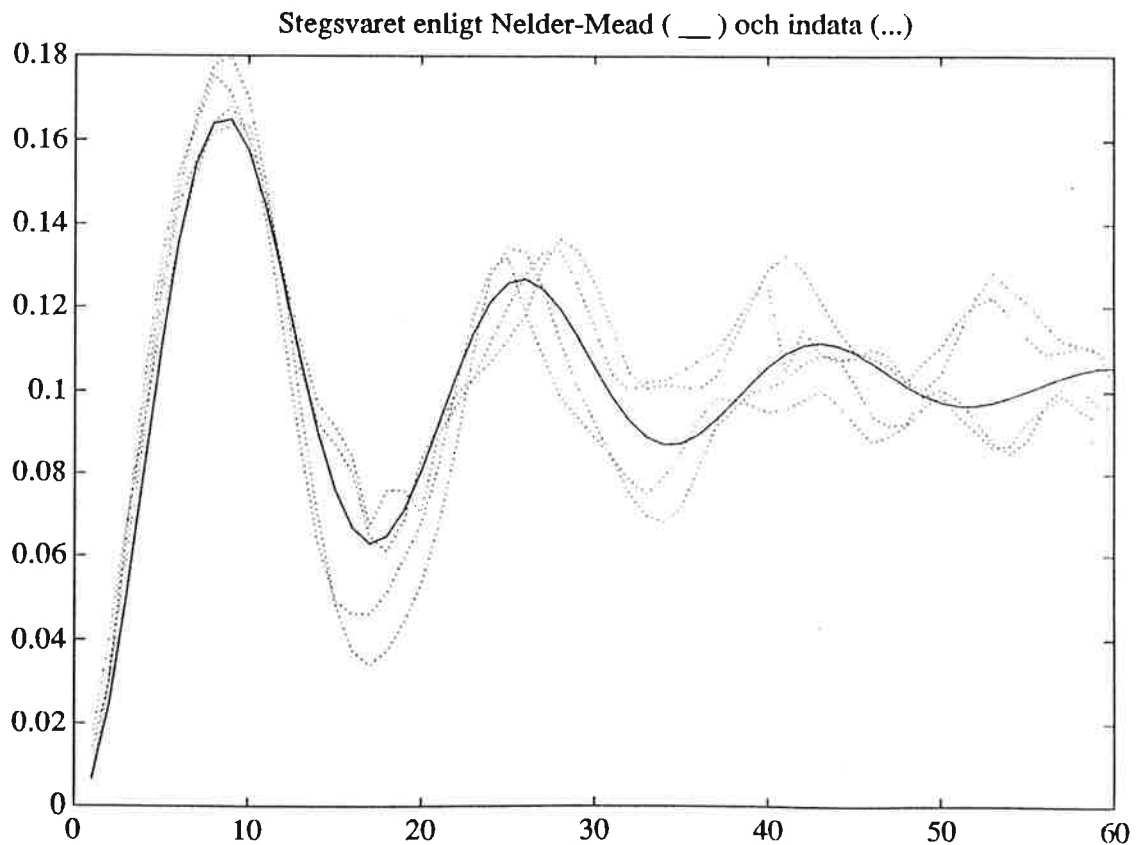


Vi ser att det dominerande polparet placeras på nästan exakt samma ställe av båda modellerna, däremot finns det en osäkerhet hur den 3:e polen och nollställena skall placeras. Låt oss ta fasta på det dominerande polparet ty det är detta som i huvudsak bestämmer stegsvaret.

Med hjälp av MATLAB-kommandot NELDER kan man skatta stegsvarets parametrar genom att minimera förlustfunktionen $\sum e^2(t)$ där

$$e(t) = y(t)_{\text{mätdata}} - y(t)_{\text{modell}}$$

och $y(t)_{\text{modell}}$ är stegsvaret för ett andra ordningens system. Parametrarna (z, w_0, K) kan sedan jämföras med de (z, w_0, K) som härrör från respektive modeller. z och w_0 tas fram genom att omvandla det dominerande polparet från diskret till kontinuerlig tid. En jämförelse av de modellgenererade parametrarna och skattningen som härrör från den minimerade förlustfunktionen ges nedan.



Nelder-Mead:	K = 7.3	ARX:	K = 7.0	BJ:	K = 7.1
	$w_0 = 3.7$		$w_0 = 3.6$		$w_0 = 3.6$
	$z = 0.15$		$z = 0.15$		$z = 0.12$

Sammanfattning

Våra båda modeller beskriver systemet väl. Ifråga om residualanpassningen är BJ klart bättre, men för t ex regler-ändamål borde ARX-modellen vara godtagbar.

Valideringen visar att följsamheten är god mellan system och modeller, både vad det gäller PRBS-utsignal och stegsvar. När vi minimerar vår förlustfunktion med Nelder-Mead för att erhålla siffervärden på parametrarna i stegsvaret visar dessa god överensstämmelse med de siffror vi kan plocka fram ur modellerna.

APPENDIX:

```
function f = lossfunc(x)
% for use with NELDER; SAMPINT and STEPRSP are global variables
z = x(1);
w= x(2);
K = x(3);
T = SAMPINT;
y = STEPRSP;
N = length(y);
for t = 1 : N
    e (t) = y(t) - K*(1-1/sqrt(1-z*z)*exp(-z*w*t*T)*sin(w*sqrt(1-z*z)*t*T+acos(z)));
    ee(t) = e(t)*e(t);
end
f = sum(ee);
```