



LUND UNIVERSITY

Träbalks hållfasthet vid rätvinklig urtagning

Gustafsson, Per-Johan; Enquist, Bertil

1988

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):
Gustafsson, P.-J., & Enquist, B. (1988). *Träbalks hållfasthet vid rätvinklig urtagning*. (TVSM-7000; Nr. TVSM-7042). Division of Structural Mechanics, LTH.

Total number of authors:
2

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

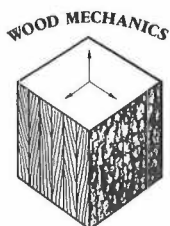
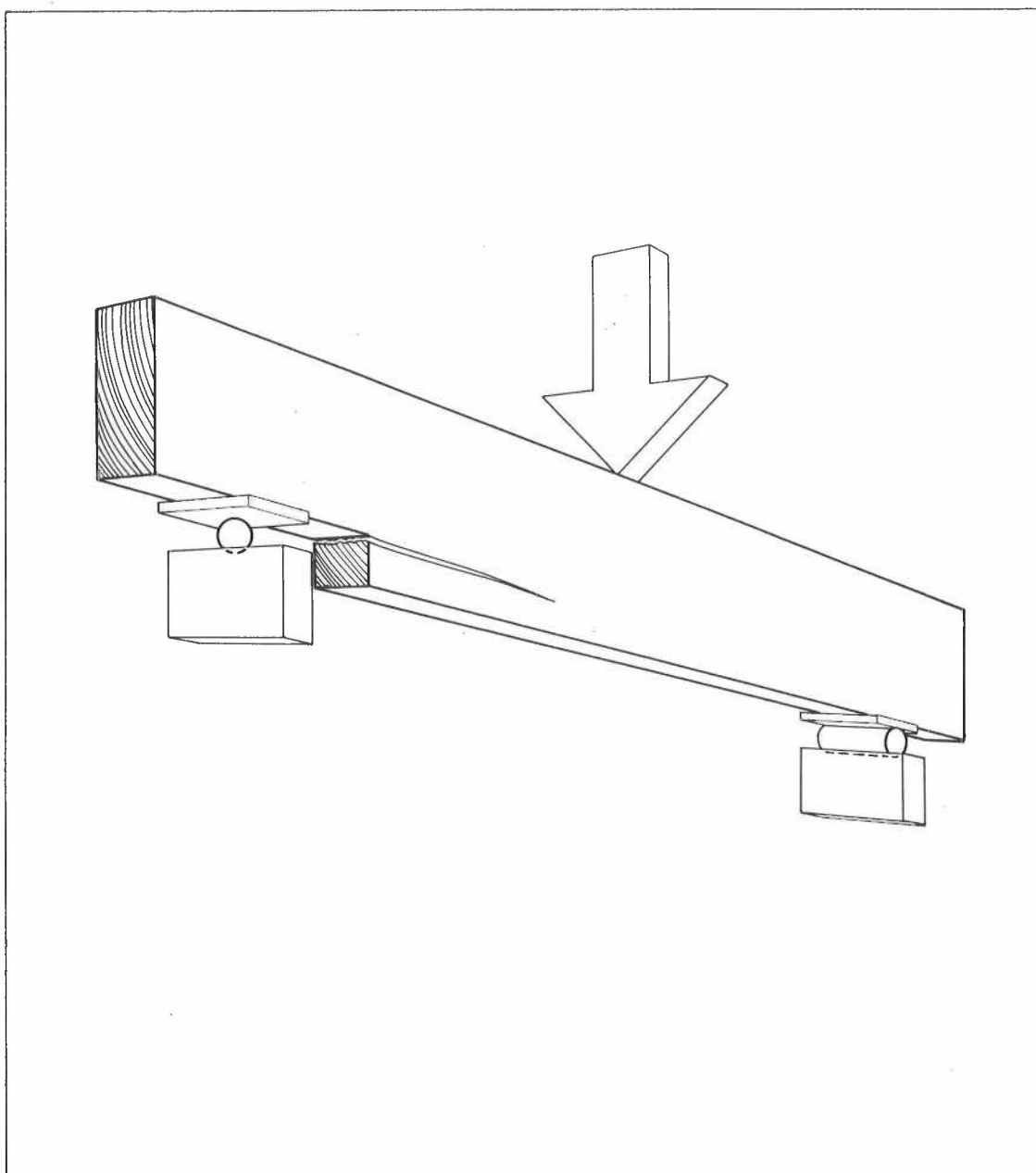
Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

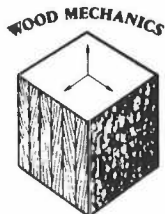


Per-Johan Gustafsson Bertil Enquist

TRÄBALKS HÅLLFASTHET VID RÄTVINKLIG URTAGNING

Utgiven i samarbete med
Byggforskningsrådet

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY · Division of Structural Mechanics
TEKNISKA HÖGSKOLAN I LUND · Avdelningen för Byggnadsmekanik
CODEN: LUTVDG/(TVSM-7042)/ 1-138 /(1988) · ISSN 0281-6679



Per-Johan Gustafsson Bertil Enquist

TRÄBALKS HÅLLFASTHET VID
RÄTVINKLIG URTAGNING

Utgiven i samarbete med
Byggforskningsrådet

FÖRORD

Föreliggande arbete har utförts inom ett BFR-finansierat träforskningsprojekt vid avdelningen för Byggnadsmekanik, Lunds Tekniska Högskola.

Rapporten behandlar korttidsbärförmåga hos träbalkar med rätvinklig urtagning vid upplag. Arbetet innefattar en litteraturöversikt, provning av materialegenskaper och balkar med urtagning samt utvärdering och en teoretisk analys.

En kraftigt förkortad version av föreliggande rapport finns i form av en nyligen presenterad engelskspråkig CIB-uppsats (Gustafsson, 1988).

Tack till alla som på olika sätt gett hjälp. Däribland speciellt till Per-Olof Rosenkvist som gett stor hjälp och stöd vid provningsarbetet, till Clary Persson som skrivit ut rapporten, till Bo Zadig som ritat figurerna och till Sven Thelandersson som gett värdefulla synpunkter på manuskriptet.

Lund i oktober 1988

Per Johan Gustafsson och Bertil Enquist

SAMMANFATTNING

Föreliggande rapport behandlar korttidsbärförmåga hos träbalkar med rätvinklig urtagning vid upplag och utan förstärkning. I rapporten redovisas en begränsad litteraturöversikt, provning av en rad materialegenskaper och ett mindre antal balkar, härledning av ett beräkningssamband, samt utvärdering och sammanställning av resultat.

Litteraturöversikten visar att de formler som anges i dimensioneringsanvisningar för beräkning av tvärkraftskapacitet, V_f , vid aktuell typ av urtagning är numeriskt avsevärt olika, men, med ett par undantag, kvalitativt analoga. I samtliga fall ansättes att V_f är proportionell mot träs skjuvhållfasthet. Inverkan av urtagning beaktas, med något enstaka undantag, genom reduktion i tillåten formell skjuvspänning med hänsyn enbart till urtagningens relativa djup.

Brottlastprovningar av ett stort antal träbalkar med rätvinklig urtagning finns redovisade i litteratur. Vid dessa empiriska undersökningar har provat materials egenskaper dokumenterats knapphändigt eller inte alls. Översikten visar vidare att teoretisk analys kan genomföras med hjälp av brottmekanik i kombination med finit elementanalys.

Aktuell provningsserie omfattar 3 x 7 geometriskt likformiga furubalkar av tre olika storlekar svarande mot tvärsnittshöjderna 12, 48 och 192 mm. Härvid har bärförmåga, lastnedböjningsrespons och olika deformationer nära urtagningens spets registrerats. Materialets egenskaper har provats på provkroppar uttagna nära urtagningen. Härvid har de fyra elasticitetsparametrarna för plana ortotropa material (E_x , E_y , G_{xy} och ν_{xy}), draghållfasthet vinkelrätt fibrer och 45° mot fiberriktning ($f_{t,y}$ och $f_{t,45}$) och brottenergi vid fläkning ($G_{f,y}$) samt densitet, årsringsorientering, fuktkvot och volymkrympning bestämts.

Inom ramen för brottmekanisk teori härledes via balkteori ett explicit samband för beräkning av tvärkraftskapacitet vid vissa typer av urtagning. Detta rent teoretiskt baserade samband är enkelt och visar hur olika material- och geometrifaktorer påverkar V_f .

Aktuella och tidigare resultat från korttidsprovning av balkar med rätvinklig urtagning och utan förstärkning sammanställs. Det teoretiskt baserade beräkningssambandet kan bedömas visa god överensstämmelse med provningsresultat. Det vanligast förekommande empiriska beräkningssambandet, som bland annat anges i SBN, visar i några fall mycket stor avvikelser från provningsresultat.

Rapporten avslutas med ett antal slutsatser och med några förslag till kompletterande studier. Som en slutsats från materialprovningdelen kan här anges att brottenergin vid korttidsdragfläkning av vanlig furu är ca 300 Nm/m^2 vid 15 % fuktkvot och rumstemperatur. Som slutsatser i anslutning till studien av aktuell urtagningstyp kan här anges: att träts skjiv- och draghållfasthet förefaller vara av underordnad direkt betydelse för V_f ; att V_f beror på träts egenskaper främst genom dess styvhet och brottenergi samt att de därvid främst avgörande styvhetsparametrarna är E_x och G_{xy} ; att reduktionen i nominell brottspänning vid ökande relativt djup hos urtagning först är mycket snabb för att sedan, vid urtagningsdjup större än ca 30 % av oreducerad tvärsnittshöjd, plana ut; att inskränningens relativa längd har kraftig inverkan på V_f ; att aktuella och tidigare provningsresultat och även teoretiska resultat samstämmigt visar att nominell brottspänning avtar kraftigt med ökande absolut balkstorlek. Frånsett inverkan av urtagnings relativa djup återspeglas inte ovan angivna resultat i konventionella samband för beräkning av V_f .

Föreliggande resultat ger ett bidrag till kunskap om furus egenskaper och om bärförmåga vid urtagning och kan även ge visst underlag för verifiering av materialmodeller avsedda för mera detaljerad analys av belastningsrespons och brottförlopp.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

FÖRORD

SAMMANFATTNING

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	sidan	
1.	INLEDNING	
1.1	Syfte och begränsningar	1
1.2	Bakgrund – behov av kunskap vid dimensionering	2
2.	EN ÖVERSIKT ÖVER BERÄKNINGSMETODER, PROVNINGAR OCH TEORIER	
2.1	Enkel metod för kontroll av yttersta bärförmåga	4
2.2	En ofta använd dimensioneringsformel	4
2.3	Nyare tyska forskningsarbeten och dimensionerings- formel enligt DIN	5
2.4	Konventionella teoretiska beräkningsmetoder och deras tillämpbarhet	6
2.5	Linjär brottmekanik och en australiensisk dimensioneringsformel	8
2.6	Resultat av olinjär brottmekanik	11
2.7	Nyare dimensioneringsformel enligt EUROCODE och kommentar till Weibullanalys	14
2.8	Formel för limträbalkar i preliminär version av ny handbok	16
2.9	Sammanfattning av översikt	17
3.	PROVNINGAR – INLEDANDE INFORMATION	
3.1	Träckvalitet och kapningsschema	18
3.2	Definition av koordinatsystem och vinklar	22
3.3	Responsen i x–y planet betraktas som ortotrop	22

4.	PROVNING AV MATERIALEGENSKAPER	
4.1	Elasticitetsmoduler, skjuvmodul och tvärkontraktionstal	24
	4.1.1 Provningsmetod	24
	4.1.2 Provningsresultat	28
4.2	Draghållfasthet	32
	4.2.1 Provningsmetod	32
	4.2.2 Provningsresultat	35
4.3	Brottenergi	38
	4.3.1 Provningsmetod	38
	4.3.2 Provningsresultat	41
4.4	Densitet, fuktkvot och krympning	43
5.	PROVNING AV TRÄBALKAR	
5.1	Provningsmetod	44
5.2	Provningsresultat	49
6.	TEORETISKT SAMBAND FÖR SPRICKLAST BASERAT PÅ BALKTEORI SAMT VAL AV SKALÄRT STYVHETSMÅTT	
6.1	Explicit teoretiskt beräkningsuttryck för spricklast	59
6.2	Val av skalärt styvhetsmått	65
7.	SAMMANSTÄLLNING OCH UTVÄRDERING AV PROVNINGSRISULTAT	
7.1	Tabell över enskilda material och balkprovningresultat	67
7.2	Statistisk korrelation mellan olika materialegenskaper	72
7.3	Kommentar angående elasticitetsmodul vinkelrätt fiber, E_y	74
7.4	Jämförelse av aktuella brottenergivärden med olika litteraturuppgifter	77
7.5	Statistisk korrelation mellan spricklast och olika materialegenskaper	79

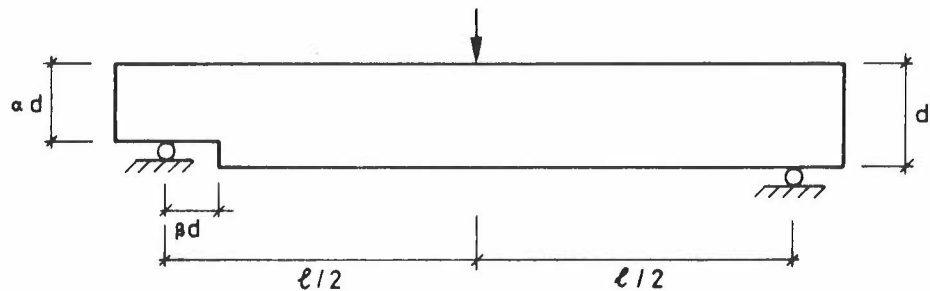
7.6	Jämförelse av aktuella balkprovningresultat med teori	83
7.7	Sammanställning av olika balkprovningresultat. Jämförelse med teori, illustrationer och kommentarer.	88
7.8	Exempel på hårt förenklade beräkningssamband	99
8.	AVSLUTANDE KOMMENTARER	
8.1	Sammanfattande slutsatser	101
8.2	Några förslag till fortsatta studier	104
	LITTERATURHÄNVISNINGAR	108
BILAGA A.	Enskilda balkprovningsskurvor	
BILAGA B.	Fotografier av balkar efter provning.	
BILAGA C.	Hållfasthet vid spänningssinguläritet, beräknad enligt Weibullteori.	
BILAGA D.	Beräkning av uttryck för skjuvmodul.	

1 INLEDNING

1.1 Syfte och begränsningar

Syftet med föreliggande undersökning är primärt att experimentellt studera hållfasthet och brottbeteende hos träbalkar med olika storlek och med inskärning vid upplag enligt figur 1.1. En betydande del av undersökningen ägnas åt att bestämma materialegenskaper hos trä i de provade balkarna: de fyra elasticitetsparametrarna för ortotropa material i plant tillstånd, E_x , E_y , G_{xy} och ν_{xy} , draghållfastheten vinkelrätt och i 45° riktning mot fiberriktning, $f_{t,y}$ och $f_{t,45}$, samt brottenergin vid fläkning längs fiberriktning, $G_{f,y}$. För koordinatsystem, se figur 3.4. Vidare anges densitet, fuktkvot och årsringarnas orientering. Genom olika densitetsmått framgår även materialets volymkrypning.

Behov av kunskap om inverkan av inskärning vid upplag anges i avsnitt 1.2 och motivering till föreliggande undersökning framgår av avsnittet 2. I avsnitt 2 diskuteras olika existerande beräkningsmetoder, provningsresultat och teorier. Resultaten från aktuella materialprovningar och kunskapsuppbyggnad i metod för provning av t ex brottenergi kan även ha ett självständigt värde, utan koppling till balkprovningarna.



Figur 1.1 Träbalk med inskärning vid upplag. $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.5$, $l/d = 6$, b (balkbredd) = 44 mm och $d = 12, 48$ och 192 mm i aktuella provningar.

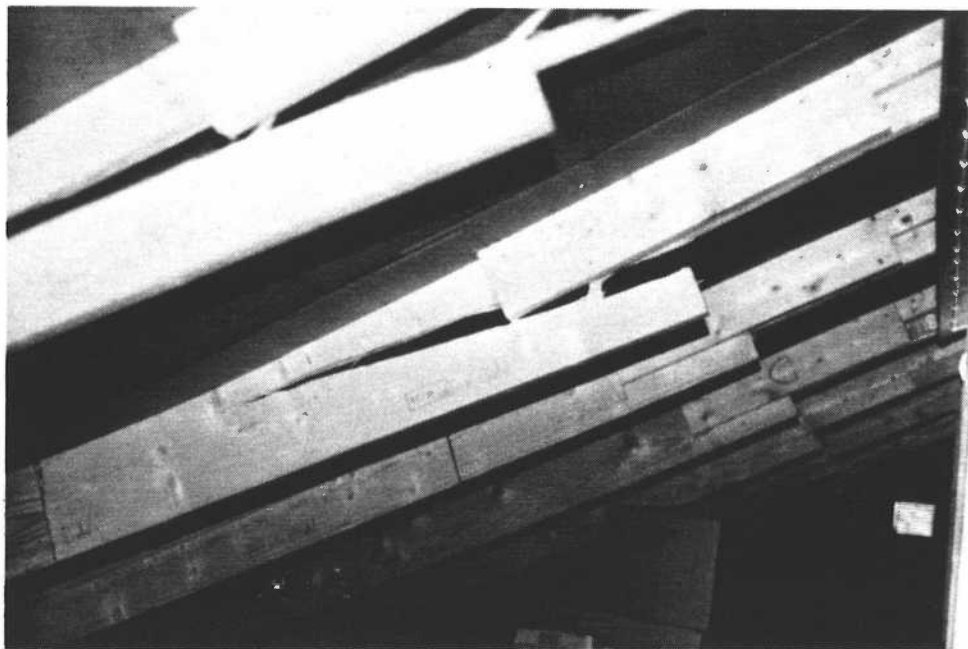
Balkprovningarna är begränsade till balkar med en viss geometrisk form enligt figur 1.1. Belastning, nedböjning och olika deformationer registreras vid korttidsbelastning. Sju balkar av varje storlek provas. Antalet provningar vid bestämning av respektive materialparameter är fjorton. Trämaterialet, furu av kvalitet T30, kan betraktas som ett exempel på svenskt konstruktionsvirke, men återspeglar inte något försök att välja ut någon typ av representativt medelträ. En strävan vid bestämning av materialparametrar är att erhålla egenskaper för trä i respektive balk och nära det i balken för dess brott avgörande område. Metoderna för provning av materialparametrar har utformats med hänsyn tagen till detta och med hänsyn till vad som för aktuell undersökning bedömts som praktiskt och ändamålsenligt.

Aktuell studie är väsentligen av experimentell karaktär, men innefattar även en begränsad litteraturöversikt, samt i avsnitt 6 härledning av en teoretisk formel för beräkning av balkar med inskärning. Rapporten inkluderar i avsnitt 7 också några opublicerade tidigare försöksresultat som ställts till förfogande.

1.2 Bakgrund – behov av kunskap vid dimensionering

Det torde vara välbekant att inskärning vid upplag kan reducera en träbalks bärförmåga. Av olika anledningar kan det ändå vara fördelaktigt eller nödvändigt att göra inskärning i virket i bärande byggnadsdelar, möbler och byggnadselement, där som ett exempel på sistnämnda kan anges spontade brädor. Av bland annat utrymmesskäl kan sådana inskärningar vara nödvändiga främst vid upplag, knutpunkter och förbindningar, samt vid t ex rörgenomföringar.

Även om det är känt att inskärning vid upplag kan reducera en balks styrka, är det väsentligt svårare att avgöra om styrkan reduceras och hur stor bärförmågan faktiskt är. Dessa svårigheter kan tänkas medföra att man på bekostnad av annat försöker undvika inskärning, att säkerhetsfaktorn mot brott i några fall kan bli onödigt stor och att i andra fall säkerheten kan bli väsentligt mindre än avsett. Brott på grund av inskärning har inträffat både i mindre massiva träreglar, se exempel i figur 1.2, och i grova limträkonstruktioner. På samma sätt kan osäkerhet tänkas medföra att man ibland tillgriper onödiga förstärkningsåtgärder och att man i andra fall inte gör förstärkning trots att det vore befogat.



Figur 1.2 Takkonstruktion av trä till ett småhus. Brott har uppstått i ett antal takbalkar vid derasnockupplag. Förstärkningen av haket är felaktigt utförd.

2 EN ÖVERSIKT ÖVER BERÄKNINGSMETODER, PROVNINGAR OCH TEORIER

2.1 Enkel metod för kontroll av yttersta bärförmåga

Om man kan förutsätta att fiberriktningen i balken är horisontell eller från inskärningen räknat svagt nedåtriktad torde totalkollaps av en träbalk med inskärning vid upplag kunna undvikas genom att dimensionera balken som om dess del nedanför hakets nivå vore helt överksam. Då måste emellertid också böjmotståndet för balken i hela sin längd beräknas för enbart tvärsnittets övre del, – för tänkbara brottmoder se (Gustafsson, 1985 sidan 4–204). Detta innebär att balkens nedre del enbart tjänar som distanskloss. Metoden är enkel och kan tänkas vara användbar för t ex en första överslagskontroll av bärförmågan hos en befintlig balk i vilken fiberriktningen är känd.

2.2 En ofta använd dimensioneringsformel

I ett flertal anvisningar och normer, som t ex i den svenska SBN– 80, anges en av allt att döma mycket spridd och gammal formel för dimensionering mot risk för uppkomst av en spricka vid urtagningen i en balk enligt figur 1.1:

$$\frac{V_f}{b a d} = \frac{2}{3} \alpha f_v \quad (1)$$

där V_f är tvärkraft, b balkens bredd och f_v träs skjuvhållfasthet eller, i normer, tillåten skjuvspänning i en balk utan inskärning, beräknad enligt konventionell linjärelastisk balkteori.

Formelns ursprung är obekant, den saknar teoretisk bakgrund (Aune, 1975) och kan sannolikt betraktas som på något sätt empiriskt baserad. Som en fördel hos formeln skulle kanske kunna hävdas att den är gammal och att den därmed borde vara väl verifierad genom praktisk erfarenhet. Som fördelar har vidare angetts att den ger en kontinuerlig variation i V_f och att gränsvärdena svarande mot $\alpha = 1.0$ och $\alpha = 0$ stämmer. Om formeln faktiskt avser tvärkraftens storlek vid spricktillväxt från haket är sistnämnda argument emellertid felaktigt – en hakspricka kan inte uppkomma när $\alpha = 1.0$.

Jämfört med det i 2.1 angivna enkla beräkningssättet ger ekv (1) genom reduktionsfaktorn α alltid en lägre tvärkraft. Detta beror på att V_f avser tvärkraften vid uppkomst av en hak-spricka medan den enklare typen av beräkning avser balkens yttersta bärförmåga före total-kollaps.

Vad gäller relativ inverkan av α på V_f har ekv (1) visst stöd av experimentella resultat som återfinns i (Kollmann, 1951) och som är hämtade från en undersökning som gjordes på 1930-talet. I denna undersökning varierades α mellan 1.0 och 0.25. Träslag och inskärningslängd, βd , och även balkarnas längd, bredd och tvärsnittshöjd, $d = 100$ mm, hölls konstant. På grundval av nyare teoretiska och experimentella resultat kan ekv (1) diskuteras, se t ex (Gustafsson, 1985). Förutom i SBN-80, i äldre svenska normer, i förslag till nyare normer och i (Kollmann, 1951) anges ekv (1) även i åtminstone engelska, amerikanska, danska och norska dimensioneringsanvisningar.

Ekv (1) är till begränsad del i någorlunda överensstämmelse även med provningsresultat presenterade av Larsen och Riberholt (1972). Sistnämnda provningsserie var principiellt likartad den i (Kollmann, 1951). Tillgängliga provningsresultat, däribland de ovan nämnda, är sammanställda i avsnitt 7, tabell 7.6.

2.3 Nyare tyska forskningsarbeten och dimensioneringsformel enligt DIN

I (Möhler och Mistler, 1978) redovisas drygt 300 balkprovningar. I denna experimentella studie, utförd vid universitet i Karlsruhe, undersöktes inverkan av α på V_f för massiva träbalkar av gran med $d = 120$ mm och för limträbalkar av gran med $d = 600$ mm. α varierades mellan 0.92 och 0.33. Vidare undersöktes inverkan av olika förstärkningsåtgärder och i några fall även inverkan av fuktillstånd och långtidslast. Materialegenskaper för aktuellt trä redovisas genom medelvärde på tryckhållfastheten parallellt fiberriktning och genom uppgifter om densitet. Den skillnad i nominell skjuvhållfasthet, $V_f/(b\alpha d)$, mellan balkar med olika storlek, $d = 120$ mm respektive 600 mm, som framgår av provningsresultaten förklarar författarna med att större trävolym utsätts för dragpåkänning vinkelrätt fiber i de större balkarna.

Tillsammans med teoretisk analys presenteras i en avhandling, (Mistler, 1979), en vidare bearbetning av de experimentella resultaten. Delar av dessa arbeten har i kortare form även presenterats i (Möhler och Mistler, 1979 A) och i (Möhler och Mistler, 1979 B). I en mera matematiskt inriktad avhandling, utarbetad vid tekniska universitet i München, presenterar Henrici (1984) en analytisk studie av spänningsfördelningen i linjärelastisk ortotrop hakbalk.

Med hjälp av ovan nämnda arbeten har förslag till ny DIN-norm utarbetats. Förslaget till slutligt fastställt ny DIN-norm (Möhler, 1986), utkastet till ny DIN-norm (DIN 1052, Teil 2, Entwurf 1984) och förslaget av Mistler (1979) och Möhler och Mistler (1979 A) har alla samma grundformel:

$$\frac{V_f}{b \alpha d} = \frac{2}{3} k(\alpha) f_v \quad (2)$$

$$\text{där } k(\alpha) = \begin{cases} 2.8 \alpha - 1.8 & \text{för } 1.0 \geq \alpha \geq 0.75 \\ 0.30 & \text{för } 0.75 \geq \alpha \geq 0.0 \end{cases}$$

Enligt de olika förslagen får urtagningen inte vara djupare än motsvarande $\alpha > 0.0$ (förslag 1979), $\alpha \geq 0.75$ (förslag 1984) respektive $\alpha \geq 0.50$ (förslag 1986). I det slutliga förslaget krävs vidare att $\beta \leq \alpha/3$ och att $(1 - \alpha) d \leq 500$ mm.

Ekv (1) och ekv (2) kan båda betraktas som empiriska och är även i övrigt principiellt likartade. Inverkan av en inskärning beaktas genom en reduktionsfaktor som beror enbart av urtagningens relativa djup och beräkning av den last som ger spricktillväxt är relaterad till tvärkraftskapaciteten hos en balk utan urtagning. Det kan förefalla motsägelsefullt att i de av Möhler och Mistler (1978) redovisade provningarna varierades α mellan 0.92 och 0.33 medan således resultat från eventuell provning av motsvarande balkar utan urtagning inte redovisas. Även om ekv (1) och (2) är principiellt likartade är de numeriskt avsevärt olika. För $\alpha = 0.75$ tillåter, relativt en balk utan urtagning, ekv (1) 2.5 gånger större tvärkraft än ekv (2). Denna skillnad är inte liten och kan möjligen bero på att man i de tyska försöken även provat stora balkar, $d = 600$ mm, medan ekv (1) troligen är baserad på provning av mindre balkar.

2.4 Konventionella teoretiska beräkningsmetoder och deras tillämpbarhet

På grund av singulariteten i spänning och/eller töjning vid ett inåtgående hörn är det svårt att erhålla meningsfulla resultat med hjälp av traditionella teoretiska beräkningsmetoder. Vid beräkning med linjär elasticitetsteori fås oändligt stora spänningar i inskärningens spets redan vid den allra minsta belastning på balken. Denna teori tillsammans med något balkbrottkriterium uttryckt i spänningar eller töjningar i den mest ansträngda punkten ger därför ingen meningsfull information om V_f .

Även om beräkningen baseras på ett olinjärt grundsamband mellan spänningar och töjning av typen $\sigma \approx \epsilon^{1/n}$, $1 \leq n < \infty$, blir spänningarna och/eller töjningarna vid hakets spets oändliga, se t ex (Carpinteri, 1986). $n = 1$ svarar mot ett linjärelastiskt material och $n \rightarrow \infty$ svarar mot idealt stelplastiskt material. Det förefaller troligt att spänningar och/eller töjningar i hakets spets blir oändliga även för andra olinjära grundsamband mellan spänning och töjning, även om detta så vitt känt inte undersökts explicit.

Konventionell Weibull-teori baseras på linjärelastisk teori med brottkriterium uttryckt i spänning och är därutöver kompletterad med ett hänsynstagande till spridning i materialets hållfasthet. Även i detta fall erhålles teoretiskt oändliga spänningar i hakets spets och beroende på antagen spridning i materialets hållfasthet resulterar beräkning enligt Weibull-teori i att balkens bärförmåga är noll eller i att hakets spets tål en spänning som motsvarar obegränsat stor belastning av balken: en beräkning enligt Weibullteori vid spänningssinguläritet finns i bilaga C. Även om strikt tillämpning av Weibulls teori inte förefaller leda till något meningsfullt resultat kan spridning i materialets egenskaper vara av betydelse, åtminstone vid analys av spridning i V_f mellan nominellt lika balkar.

Av ovanstående framgår att man vid teoretiska beräkningar inom ramen för (lokal) kontinuummekanik kan bli tvingad att acceptera att det kan uppträda oändliga spänningar och/eller töjningar i hakets spets utan att en spricka uppkommer. I sådant fall kan inte beräkning av balkens bärförmåga baseras på något brottkriterium uttryckt i storleken hos spänning eller töjning i hakets spets.

Vid gränslastberäkning enligt den idealplastiska teorin antages materialet tåla obegränsat stor töjning utan att brista. I princip skulle denna teori kunna användas för beräkning av en hakbalks bärförmåga. Emellertid är träs beteende vid fläkning långt ifrån idealplastiskt och man kan därför inte förvänta sig att den idealplastiska teorin leder till ett realistiskt resultat vid analys av en träbalk med urtagning.

I den linjärelastiska brottmekaniken antages materialet uppträda idealt linjärelastiskt även vid obegränsat stora spänningar och kriterium på brott i materialet baseras på spänningens intensitet och således inte på dess storlek i den mest ansträngda punkten. Ingenjörsmässigt kan spänningsintensiteten tolkas som ett mått på spänningens storlek på ett litet avstånd från den punkt i vilken spänningen är oändlig. Alternativt kan spänningsintensiteten tolkas som ett mått på den linjärelastiskt beräknade medelspänningen i ett litet område runt den teoretiska brottpunkten. Trä tål naturligtvis inte oändligt stora spänningar. Trots detta är den linjärelastiska brottmekaniken tillämpbar om det brottprocessområde i vilket träet bryts

sönder är mycket litet i förhållande till balkens storlek. Förutsättningen om ett litet brottprocessområde är uppfyllt om materialets brottbeteende är sprött. Således utgör den linjärelastiska brottmekaniken motpol till den idealplastiska teorin. Intuitivt kan träs beteende vid fläkning uppfattas som tämligen sprött. Därför skulle den linjärelastiska brottmekaniken kunna ge en möjlighet till meningsfull teoretiskt baserad analys.

2.5 Linjär brottmekanik och en australiensisk dimensioneringsformel

Den konventionella linjärelastiska brottmekaniken är avpassad för analys av tillväxt av en spricka från spetsen av en redan från början existerande spricka. Spänningsfördelningen vid ett inåtgående hörn uppvisar en annan typ av singularitet och för hållfasthetsanalys enligt konventionell linjär brottmekanik är det nödvändigt att kunna beräkna typ, eller styrka, hos denna singularitet. Med singularitetens styrka menas då λ i uttrycket $\sigma = k r^{-\lambda}$, där k är en proportionalitetsfaktor och där σ är ett mått på spänningskomponenternas storlek på det mycket lilla avståndet r från hakets spets. För ett inåtgående hörn i ett ortotropt material presenterades i Australien för ca 15 år sedan, (Leicester, 1971 A), en metod för beräkning av spänningssingularitetens styrka. För isotropt material har motsvarande beräkning presenterats av Williams (1952).

Det bör nämnas att uttrycket för spänningarna vid ett 90°-hörn oftast innehåller två singularära termer, se t ex (Leicester, 1971 A). Fenomenologiskt skulle interaktion mellan de två singularära termerna kunna jämföras med interaktion mellan t ex normal- och skjuvspänning i ett konventionellt brottkriterium, se (Leicester, 1974 A) och för numeriska resultat (Walsh, 1974). De två termerna är singularära med olika styrka och i nedanstående framställning antages den svagare av termerna vara utan betydelse. Detta förenklande antagande har anammats vid alla kända praktiska tillämpningar och synes inte stå i strid med tillgängliga numeriska resultat erhållna med hjälp av olinjär brottmekanik (Gustafsson, 1985).

Under nämnt antagande leder den linjärelastiska brottmekaniken till ett hållfasthetsuttryck av formen:

$$\frac{V_f}{bad} = \frac{K_{\theta c}}{(2 \pi d)^\lambda} f(\alpha, \beta, \ell/d) \quad (3)$$

där $K_{\theta c}$ är en "ny" materialparameter med dimensionen (spänning) (längd)^λ. f är en dimensionslös funktion av balkens geometri och är via två kvoter beroende av materialets ortotropiegenskaper. λ beror av materialets ortotropiegenskaper och av inskärningens orientering relativt fiberriktning men är genomgående av storleksordningen 0.4 – 0.5 för ett 90°-hörn i trä. Med orientering enligt figur 1.1 kan både för isotropt material och för material med för trä typiska ortotropiegenskaper approximativt antagas att $\lambda = 0.45$.

Med hjälp av finita elementmetoden kan geometrifunktionen f beräknas för olika enskilda värden på α , β och ℓ/d (Walsh, 1974). Med för trä typiska ortotropiegenskaper redovisar Walsh beräkningsresultat för några olika geometrier med $\beta/\alpha = 4$ och av dessa framgår att f är i det närmaste oberoende av ℓ/d för $(\ell/2 - \beta d)/d \geq 2$. För sådana värden på ℓ/d och med $\beta = 4\alpha$ ger beräkningsresultaten $f = 1.33, 1.38$ och 1.60 för $\alpha = 0.67, 0.50$ respektive 0.33 . Dessa resultat förutsäger således ett något ökande $V_f/(bad)$ vid minskande α , konstant d och konstant β/α . Ekv (1) anger en kraftig minskning i $V_f/(bad)$ vid minskande α . Ekv (2) anger ett konstant $V_f/(bad)$ i aktuellt intervall av α . Diskrepansen mellan de teoretiska resultaten och de empiriska formlerna kan bero på att de senare kan ha sitt ursprung i försöksserier där β hållits konstant.

Ett väsentligt och generellt resultat av den teoretiska analysen är att hakbalkens bärförmåga förutsäges vara kraftigt beroende av balkens absoluta storlek: en ökning av balkstorlek från t ex $d = 50$ mm till $d = 200$ mm förutsäges ge nästan 50 % reduktion i $V_f/(bad)$. Med hänvisning till den ovan nämnda numeriska skillnaden mellan ekv (1) och ekv (2) vid $\alpha = 0.75$ är det intressant att en minskning i balkstorlek från $d = 600$ mm till $d = 100$ mm ger en ökning i $V_f/(bad)$ om ca 2.3 gånger.

Den förutsagda inverkan av balkstorlek är i god överensstämmelse med försöksresultat presenterade i (Leicester, 1973). Provning av balkar med olika d i intervallet 10 – 150 mm och med konstant geometrisk form, $\alpha = 0.5, \beta = 1.92$ och $\ell/d = 9.34$ gav, med $\lambda = 0.46$ och vad gäller relativ inverkan av d , god överensstämmelse med ekv (3).

Materialkonstanten K_{θ_c} bestäms genom provning av hakbalkar och passning mellan de experimentella och teoretiska värdena på $V_f/(b\alpha d)$. För torrt virke ("dry timber") föreslås i (Leicester, 1983) en relation mellan K_{θ_c} och densitet, ρ :

$$K_{\theta_c} = 0.015 \rho \quad (4)$$

där K_{θ_c} skall anges i sorten $N/mm^{1.55}$ och ρ i sorten kg/m^3 . Provningsresultat som indirekt visar hur K_{θ_c} varierar med fuktkvot i intervallet 5 – 45 % och med tid till brott i intervallet 1/2 minut – 4 timmar återfinns i (Leicester, 1974 B). Fuktkvoten har väsentlig inverkan och från ett maximum i K_{θ_c} vid ca 12 % fuktkvot är värdet ca 35 % lägre vid fibermättnads-punkten.

I uppsatsen från 1983 anges, delvis baserat på Walsh's ovan nämnda FEM-analys och delvis baserat på försöksresultat, följande förenklade uttryck för K_{θ} :

$$K_{\theta} = d^{0.45} (0.05 \sigma + 0.25 \tau) \quad (5)$$

som anges gälla för $0.3 \leq \alpha \leq 0.7$ och där $\tau = 3 V/(2 b\alpha d)$ och $\sigma = 6 V \beta d/(b(\alpha d)^2)$. Brottvillkoret är att $K_{\theta} = K_{\theta_c}$ och ekv (4) och (5) motsvarar i ekv (3) att $\lambda = 0.45$ och att $f(\alpha, \beta, \ell/d)/(2\pi)^{\lambda} = 1/(0.30 \beta/\alpha + 0.375)$. Med d i mm och ρ i kg/m^3 ger ekv (4) och (5):

$$\frac{V_f}{b\alpha d} = \frac{0.015 \rho}{d^{0.45} (0.3 \beta/\alpha + 0.375)} \quad [MPa] \quad (6)$$

Förutom i ovan nämnda uppsatser har Leicester presenterat en rad ytterligare uppsatser som till en del eller i sin helhet behandlar träbalkar med inskärning vid upplag: (Leicester, 1969), (Leicester, 1971 B), (Leicester och Poynter, 1979) (enl ref (Leicester, 1983)), (Leicester och Poynter, 1980) och (Leicester och Walsh, 1982). Inom närliggande områden har Leicester och Walsh därutöver presenterat ytterligare uppsatser.

Dimensioneringsformel med sitt ursprung i den linjärelastiska brottmekaniken inkluderades redan 1975 i den australiensiska träbyggnadsnormen. I 1982 års utgåva av ASI720–1975 anges, med här använda beteckningar, för en balk enligt figur 1.1:

$$\frac{3}{2} \frac{V_f}{b\alpha d} + 0.3 \frac{6 V_f \beta d}{b (\alpha d)^2} = C_3 f_v \quad (7)$$

$$\text{där } C_3 = \begin{cases} 3/\sqrt{d} & \text{för } \alpha \leq 0.9 \\ 1/\sqrt{(1-\alpha)d} & \text{för } \alpha > 0.9 \end{cases}$$

Det framgår att ekv (7) är väsentligt annorlunda än ekv (1) och (2) vad gäller inverkan av α , β och d , men att man liksom i ekv (1) och (2) valt att relatera balkens bärförmåga till träs skjuvhållfasthet, f_v . Eftersom man valt att relatera till f_v och inte till den materialberoende proportionalitetskonstanten $K_{\theta c}$ måste en viss enhet, i detta fall mm, användas när d anges.

Det kan noteras att den i ekv (7) angivna inverkan av d är väsentligt kraftigare än den storleksinverkan som man har i träbalkars böjhållfasthet vid variation av balkhöjd och som via t ex Weibullteori kan förklaras teoretiskt av statistisk spridning i materialets hållfasthet: i (Bodig och Jayne, 1982) anges, som exempel, att träs böjhållfasthet är proportionell mot $(1/d)^{1/9}$.

Ekv (7) avser dimensionering med hänsyn till risk för spricktillväxt från hakets spets medan skjuvbrott i balkens nettotvårsnitt betraktas som en annan brottmod. Detta framgår genom t ex insättning av gränsvärdet $\alpha = 1.0$ och utgör en ytterligare principiell skillnad mellan ekv (7) och ekv (1) och (2).

De australiska forskningsarbetena anvisar en möjlighet till teoretiskt baserad hållfasthetsanalys av träbalkar med inskärning vid upplag. Redovisningen av experimentella studier är i tillgänglig litteratur kortfattad, vilket försvårar tolkning och utnyttjande av försöksresultat.

2.6 Resultat av olinjär brottmekanik

Den linjärelastiska brottmekaniken och gränslastberäkning med idealplastisk teori, som är de två av ovan nämnda teorier som i princip kan användas för teoretisk analys av en hakbalk, representerar två ytterligheter i fråga om materialegenskaper och brottförlopp: helt sprött respektive helt segt och koncentration av brottområdet till en punkt respektive till ett stort plastiskt brottområde som genomkorsar hela balken. Området mellan dessa två extremfall täcks av olinjär brottmekanik. Vid sådan analys modelleras träs successiva sönderbrytning vid inskärningens spets. Detta kan göras genom materialsamband som anger den gradvis sjunkande spänningen vid träs sönderbrytning som funktion av absolut deformation. Ett sådant samband kan kopplas till materialets brottenergi.

Analys av några ortotropa balkar via en olinjär brottmekanisk modell redovisas i (Gustafsson, 1985). Aktuell analys leder till det allmänna uttrycket:

$$\frac{V_f}{b a d} = f_{t,y} g \left[\frac{d f_{t,y}^2}{E_y G_{f,y}}, \alpha, \beta, \ell/d \right] \quad (8)$$

där $f_{t,y}$ är materialets draghållfasthet vinkelrätt fiberriktningen, E_y elasticitetsmodulen i samma riktning och $G_{f,y}$ brottenergin vid fläkning. Funktionen g kan för enskilda värden på de olika variablerna erhållas med hjälp av finita elementmetoden. Förutom av ovan angivna variabler beror g även på relationen mellan det ortotropa materialets olika elasticitetsegenskaper och på interaktionen mellan skjuvning och dragning vinkelrätt fiberriktningen. Mycket litet är känt om annat sådan interaktion i ett brottprocessområde i trä. Därför är aktuell analys till viss del baserad på tämligen grova gissningar vad gäller träs egenskaper när det bryts sönder och går till fullständigt brott.

Om materialet antages vara tämligen sprött, eller mera generellt om kvoten $d f_{t,y}^2 / (E_y G_{f,y})$ är stor, kan ekv (8) förenklas genom teoretiska överväganden. Med för trä typiska ortotropi-egenskaper, motsvarande $\lambda = 0.45$, fås:

$$\frac{V_f}{b a d} = C f_{t,y} \left\{ e + \frac{d f_{t,y}^2}{E_y G_{f,y}} \right\}^{-0.45} \quad (9)$$

där de dimensionslösa talen C och e beror av balkens geometri, dvs av α , β och ℓ/d . Med ledning av Walsh's (1974) resultat kan emellertid C och e antagas vara tämligen oberoende av ℓ/d om $(\ell/2 - \beta d)/d \geq 2$.

Liksom ekv (3) förutsätter ekv (9) att materialet är sprött. Dock är kravet på sprödhet inte lika strängt och vid finita elementberäkningar erhöles för $d f_{t,y}^2 / (E_y G_{f,y}) \geq 2$ resultat som vid studerade värden på α och β mycket väl överensstämmer med ekv (9). V_f beräknat för några olika värden på α och β och för $(\ell/2 - \beta d)/d > 2$ gav nedanstående numeriska värden på C och e :

α	β	C	e	α	β	C	e
0.25	0.25	1.26	1.16	0.50	0.50	1.11	0.92
0.25	0.50	0.96	0.87	0.50	1.00	0.79	0.42

Vid beräkningarna antogs $E_x/E_y = 26.1$, $G_{xy}/E_y = 1.79$, $\nu_{xy} = 0.40$ och $f_v/f_{t,y} = 1.58$. Det antagna värdet på kvoten $f_v/f_{t,y}$, som är lågt, ansattes för att underlätta användning av ett datorprogram utvecklat med tanke på annan typ av material.

På basis av litteraturuppgifter, huvudsakligen från (Helmersson, 1978), angavs

$f_{t,y} = 3.7$ MPa och $E_y G_{f,y}/f_{t,y}^2 = 12.1$ mm som ett exempel på materialparametervärden för furu vid korttidsbelastning. Med dessa materialvärden ger beräkningsresultaten att aktuell minskning i α vid konstant β medför minskning i $V_f/(bad)$, dock väsentligt mindre än vad som ekv (1) anger. Fördubbling av β vid konstant α har cirka dubbelt så kraftig inverkan på $V_f/(bad)$. Balkens absoluta storlek, angiven genom d , har kraftig inverkan på $V_f/(bad)$ och för $d \geq 100$ mm är storleksinverkan ungefär lika kraftig som den av den linjära brottmekanik förutsagda, ekv (3).

För verifiering av beräkningsresultaten gjorde Carlsson, Shahabi och Sunding (1983) som en seminarieuppgift en mindre experimentell undersökning som omfattade bestämning av V_f för 2x3 furubalkar med $\alpha = \beta = 0.5$ och med $d = 50, 100$ och 200 mm. De vid dessa provningar erhållna värdena på V_f visade sig överensstämma mycket väl med de teoretiska förutsägelse, både vad gäller relativ inverkan av balkstorlek och, – med enligt ovan antagna materialparametervärden –, vad gäller absoluta värden på V_f .

Vid avdelningen för Byggnadsmateriallära, LTH, har man under senare år vid kurslaborationer låtit teknologer bestämma V_f för balkar av två olika storlekar, $d = 45$ mm och 195 mm. Erhållen inverkan av balkstorlek visar god överensstämmelse med ekv (9). Provningsresultaten från nämnd seminarieuppgift och nämnda kurslaborationer är sammanställda i tabell 7.6, avsnitt 7. Materialegenskaper hos aktuellt virke har inte bestämts vid nämnda provningar.

En jämförelse mellan ekv (3) och (9) visar att för stora d ger linjär och olinjär brottmekanik analoga resultat. En väsentlig skillnad är dock att ekv (3) relaterar V_f till en materialkonstant $K_{\theta c}$ medan ekv (9) relaterar V_f till träs styrka, styvhet och brottenergi. $K_{\theta c}$ torde kunna bestämmas enbart genom direkt provning av bärförmågan hos en balk med ett inåtgående hörn. Styrka, styvhet och brottenergi är mera generella materialegenskaper och kan bestämmas vid separat provning. Speciellt för $K_{\theta c}$ är att dess dimension och värde är beroende av öppningsvinkeln hos det inåtgående hörnet.

Ekv (9) ger en intressant förutsägelse om inverkan av olika materialparametrar. För överlagsmässig bedömning av betydelsen av olika materialparametrar kan e i ekv (9) försummas bredvid kvoten $d f_{t,y}^2 / (E_y G_{f,y})$. Detta ger

$$\frac{V_f}{b a d} = C d^{-0.45} f_{t,y}^{0.1} E_y^{0.45} G_f^{0.45} \quad (10)$$

som visar att träs styrka eller hållfasthet är av liten betydelse för V_f . En fördubbling av $f_{t,y}$, med en samtidig proportionell fördubbling av f_v , ger bara 7 % ökning av V_f . En ökning av $f_{t,y}$ och f_v innebär höjning av lokal spänningskapacitet, men innebär samtidigt en kraftig minskning av det samverkande brottområdets storlek. Träs styvhet, här angiven genom E_y , och dess brottenergi, $G_{f,y}$, förutsäges vara de primärt avgörande materialparametrarna för bärförmågan hos en träbalk med inskärning vid upplag. Utan att påverka lokal spänningskapacitet ger ökning av styvhet och brottenergi en längre brottzon och därmed en ökning av det samverkande brottområdets storlek.

2.7 Nyare dimensioneringsformel enligt EUROCODE och kommentar till Weibull-analys.

I rapporten "EUROCODE 5, oktober 1986" anges ett förslag till dimensioneringsformel för inskärning vid balkupplag. För massivt trä anges för inskärning enligt fig. 1.1 en formel som med här använda beteckningar motsvarar:

$$\frac{V_f}{b a d} = \frac{2}{3} (2 \alpha - 1) f_v \quad (11)$$

Den numeriska skillnaden är avsevärd men i övrigt är (11) analog med formel (1) och med DIN-formeln (2): $V_f / (b a d)$ sättes proportionell mot f_v och V_f uttryckes som en av enbart α beroende reduktion av balkens tvärkraftskapacitet. Liksom i (1) och (2) är vidare reduktionsfaktorn, $(2 \alpha - 1)$, vald på sådant sätt att den nominella sprickbrottspänningen, $V_f / (b a d)$,

för $\alpha = 1.0$ sammanfaller med den nominella skjuvbrottspänningen, $V_s/(bd)$. Detta är rationellt så till vida att två olika brottyper beaktas via en och samma formel.

För limträbalkar med en volym större än 0.1 m^3 anges en dimensioneringsmetod som ger ett delvis annorlunda uttryck:

$$\frac{V_f}{b\alpha d} = \frac{2}{3} \frac{(2\alpha - 1)}{\alpha} f_v \left[\frac{V_o}{V} \right]^{1/k_{wei}} \frac{1}{1 - 2d/\ell} \quad (12)$$

där V är balkens volym, V_o en referensvolym $= 0.1 \text{ m}^3$ och $k_{wei} = 5$. Av (12) framgår att tillåten tvärkraftskapacitet för såväl balkar med som utan inskärning reduceras tämligen kraftigt med ökande volym hos balken. Föreskrivet volymsberoende och hänsynstagandet till att ett stort förhållande d/ℓ har gynnsam inverkan på tvärkraftskapaciteten innebär att $V_f/(b\alpha d)$ tillskrives väsentlig inverkan av såväl längd, ℓ , som bredd, b , och höjd, d .

Det kan tänkas rimligt att tvärkraftskapaciteten för en balk utan inskärning påverkas av dess längd, men för en balk med inskärning vid upplag och med $(\ell/2 - \beta d) \geq 2d$ kan det synas osäkert om $V_f/(b\alpha d)$ påverkas av ℓ . På samma sätt är det okänt om det finns försöksresultat som påvisar inverkan av b enligt ekv (12).

Vad gäller inverkan av d finns möjlighet att jämföra med ett fåtal försöksresultat (Carlsson, Shahabi och Sunding, 1983), se tabell 7.6, erhållna vid provning av massiva balkar med olika d men med samma bredd (45 mm) och längd (500 mm). Provningsresultaten påvisar en helt annorlunda inverkan av d än vad (12) anger: enligt provningsresultaten är $V_f/(b\alpha d)$ 41 % lägre vid $d = 200 \text{ mm}$ än vid $d = 50 \text{ mm}$ medan (12) ger att $V_f/(b\alpha d)$ skulle vara 3.0 gånger högre vid $d = 200 \text{ mm}$ än vid $d = 50 \text{ mm}$. Provningsresultaten gäller massivt trä, men den 5-faldiga diskrepansen mellan provningsresultat och ekv (12) som följd av en ändring av d från 50 mm till 200 mm måste ändå betraktas som stor.

Om bredden, b , och längden, ℓ , antages vara proportionell mot höjden, d , ger ekv (12) att $V_f/(b\alpha d) \sim d^{-0.6}$. Detta kan synas vara i rimligt god överensstämmelse med det teoretiska resultatet från linjär brottmekanik, $V_f/(b\alpha d) \sim d^{-0.45}$, och med dimensioneringsformeln (7), $V_f/(b\alpha d) \sim d^{-0.5}$. Trots detta förefaller, enligt ovan och nedan, volymsberoende enligt ekv (12) inte väl lämpat för att beakta storleksberoende i bärförmåga hos en balk med inskärning.

För att ytterligare belysa detta göres en jämförelse med provningsresultat från (Möhler och Mistler, 1978). I ekv (11) och (12) betecknar f_v dimensionerande skjuvhållfasthet hos massivt trä respektive limträ och i denna jämförelse antages att f_v vid lika träslag (gran) är lika för massiv balk och för limträbalk. Vid provning av limträbalkar med $d = 600$ mm, $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.417$, $\ell = 2650$ mm och $b = 100$ mm erhöles i medeltal 48 % lägre värden på $V_f/(b\alpha d)$ än vid provning av massiva balkar med $d = 120$ mm, $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.25$, $\ell = 750$ mm och $b = 32$ mm. Ekv (11) och (12) ger att den större limträbalken skulle tåla en 2.2 gånger högre nominell skjuvspänning, $V_f/(b\alpha d)$, än den mindre massiva balken.

Det i ekv (12) anvisade volymsberoendet har sannolikt sin bakgrund i övervägande om inverkan av spridning i hållfasthet på tvärkraftskapaciteten hos en balk utan inskärning. Skjuvbrott som inte initieras vid en inskärning kan tänkas uppstå på många olika ställen och det kan därför i detta fall tänkas vara rimligt att tillämpa den weibullska tankegången om att den förhållandevis svagaste punkten är avgörande och därmed att ökad storlek hos belastad volym innebär minskning i bärförmåga. Brott genom spricktillväxt från spetsen av en inskärning initieras i en given punkt och tillämpning av det weibullska konceptet är därför i detta fall tveksamt. Den storlekseffekt som av allt att döma finns i $V_f/(b\alpha d)$ är sannolikt av fenomenologiskt helt annorlunda karaktär och torde primärt ha litet eller inget att göra med spridning i materials hållfasthet. Istället kan den storlekseffekt som förutsäges redan av deterministisk brottanalys ge vägledning i fråga om primär fenomenologisk orsak till storleksberoende i $V_f/(b\alpha d)$. Den fenomenologiska orsaken till det storleksberoende som förutsäges av linjär brottmekanik är att det lilla brottprocessområde, eller den lilla brottprocesspunkt, som utvecklas innan en spricka slår upp har en absolut storlek som är oberoende av konstruktionens globala storlek. Brottprocessområdets storlek är således inte proportionellt mot balkens storlek. För en stor balk innebär detta att det aktiva brottområdet är relativt sett litet. Att döma av beräkningsresultat erhållna med olinjär brottmekanik (Gustafsson, 1985) är brottprocessområdets absoluta längd vid en 90° inskärning i trä ca 10–20 mm strax innan en spricka slår upp. Detta gäller för stora och normalstora balkar. För mindre balkar blir vid minskad balkstorlek brottområdets storlek allt mera beroende av balkens storlek och den linjära brottmekaniken blir då allt mera approximativ.

2.8 Formel för limträbalkar i preliminär version av ny handbok.

I limträhandboken (1979) anges dimensioneringsformel enligt ekv (1). I en preliminär version, daterad september 1987, av ny limträhandbok rekommenderas mot bakgrund mot tyska undersökningar att för limträbalkar bör tillåten tvärkraft reduceras kraftigare vid

inskränning än vad som stadgas i gällande byggnadsbestämmelser. Med reservation för självständig korrektion av ett troligt tryckfel i den preliminära versionen av den nya handboken anges, i efterföljd en dansk tränorm, DS 413, beräkningsuttryck motsvarande:

$$\frac{V_f}{b_{ad}} = \frac{2}{3} \frac{(4\alpha - 1)}{3} f_v \quad (13)$$

Formeln är principiellt analog med beräkningsuttrycken (1), (2) och (11).

2.9 Sammanfattning av översikt

De formler som i relaterade dimensioneringsanvisningar anges för beräkning av V_f är avsevärt olika numeriskt. Principiellt är emellertid formlerna analoga varvid V_f ansättes som proportionell mot träs skjuvhållfasthet och varvid, med ett undantag, inverkan av urtagning beaktas via enbart urtagningens relativa djup.

Teoretisk analys försvåras av singulariteten i spänning och/eller töjning vid det inåtgående hörnets spets. Teoretiskt baserad analys kan emellertid genomföras med hjälp av linjär och olinjär brottmekanik. Härvid kan numeriska resultat erhållas med hjälp av finita elementmetoden.

Provning av tämligen många balkar med inskränning finns redovisad i litteratur. Vid dessa provningar har inte grundläggande materialparametrar som enligt den olinjära brottmekaniken är avgörande för V_f bestämts. Redovisad provning av andra materialparametrar är knapphändig.

I avsnitt 7.7 finns en sammanställning av tillgängliga resultat från korttidsbrottlastprovning av träbalkar med rätvinklig urtagning vid upplag och utan förstärkning (tabell 7.6). I detta avsnitt finns också ett diagram som ger en grafisk jämförelse och illustration av olika beräkningssamband i normer (figur 7.7).

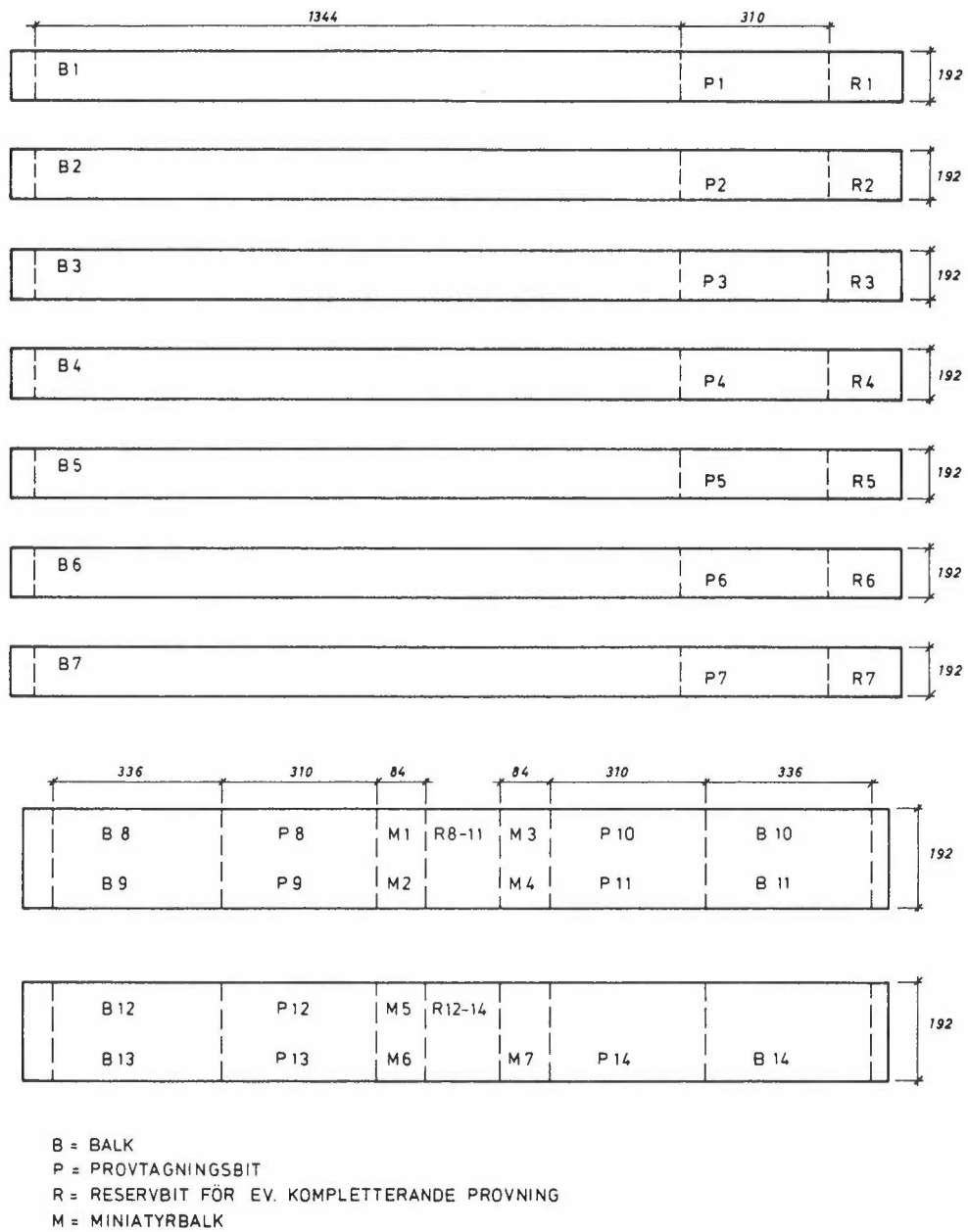
3 PROVNINGAR – INLEDANDE INFORMATION

3.1 Träkvalitet och kapningsschema

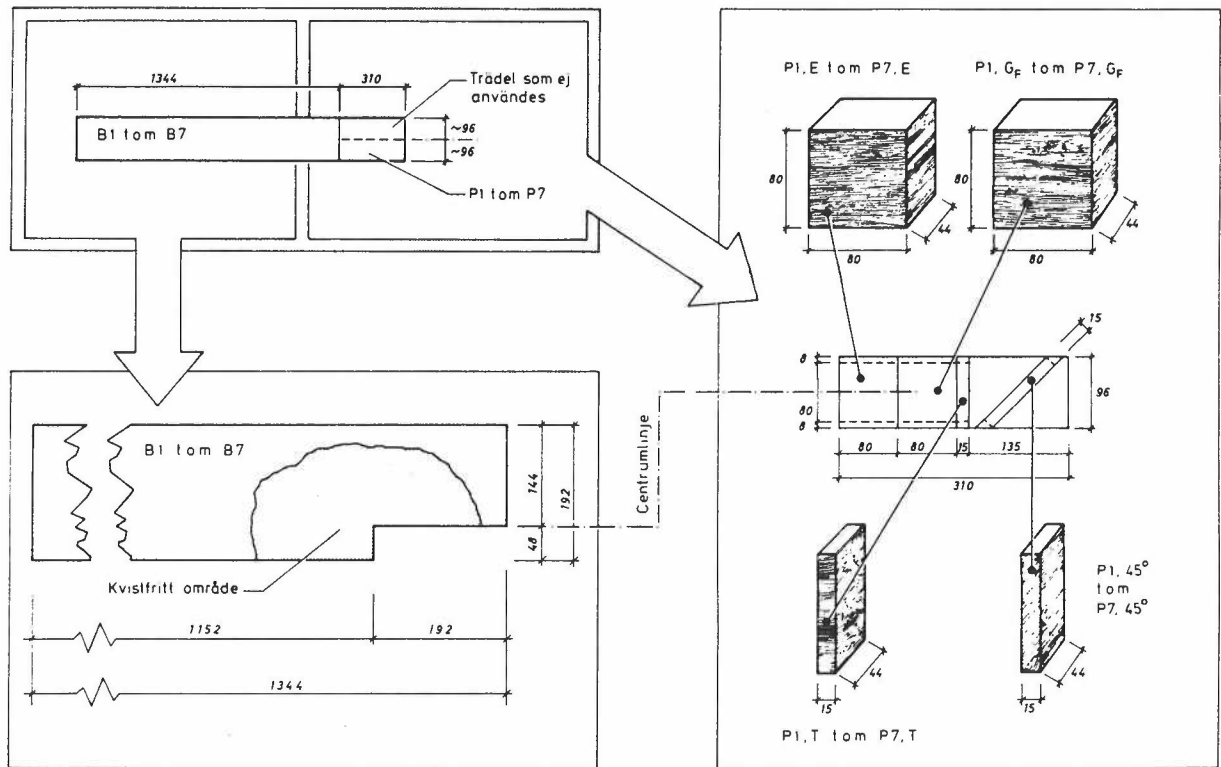
Trät till provningarna valdes ur ett parti hyvlat konstruktionsvirke av furu. Virkeskvaliteten var bestämd genom maskinsortering till T30 och vid ytterligare okulär sortering valdes virke med så få kvistar som möjligt. Sammanlagt användes nio stycken plankor med dimensionen 44×192 mm². Virket konditionerades i temperaturen 20°C och relativa luftfuktigheten 65%. Konditioneringen pågick under cirka två till sex månader, beroende på provkropp, med korta avbrott för uppsågning och provning.

Den första uppsågningen och littereringen av provbalkar och provkroppar gjordes enligt schema som visas i figur 3.1. Sågsnittet mellan balk (B) och provkroppar (P) placerades så att ett område kring haket blev kvistfritt, se figur 3.2 och 3.3. Stora, mellan- och miniatyr-balkarnas exakta mått inklusive deras hak framgår också av dessa figurer. Balkarnas hak togs i den ände som anslöt till provkropparna, littererade med P. Dessutom placerades samtliga balkars hak på samma höjd i förhållande till den ursprungliga plankans underkant. Provkropparnas centrumlinje hamnade på detta sätt i samtliga fall i jämnhöjd med hakets ovankant.

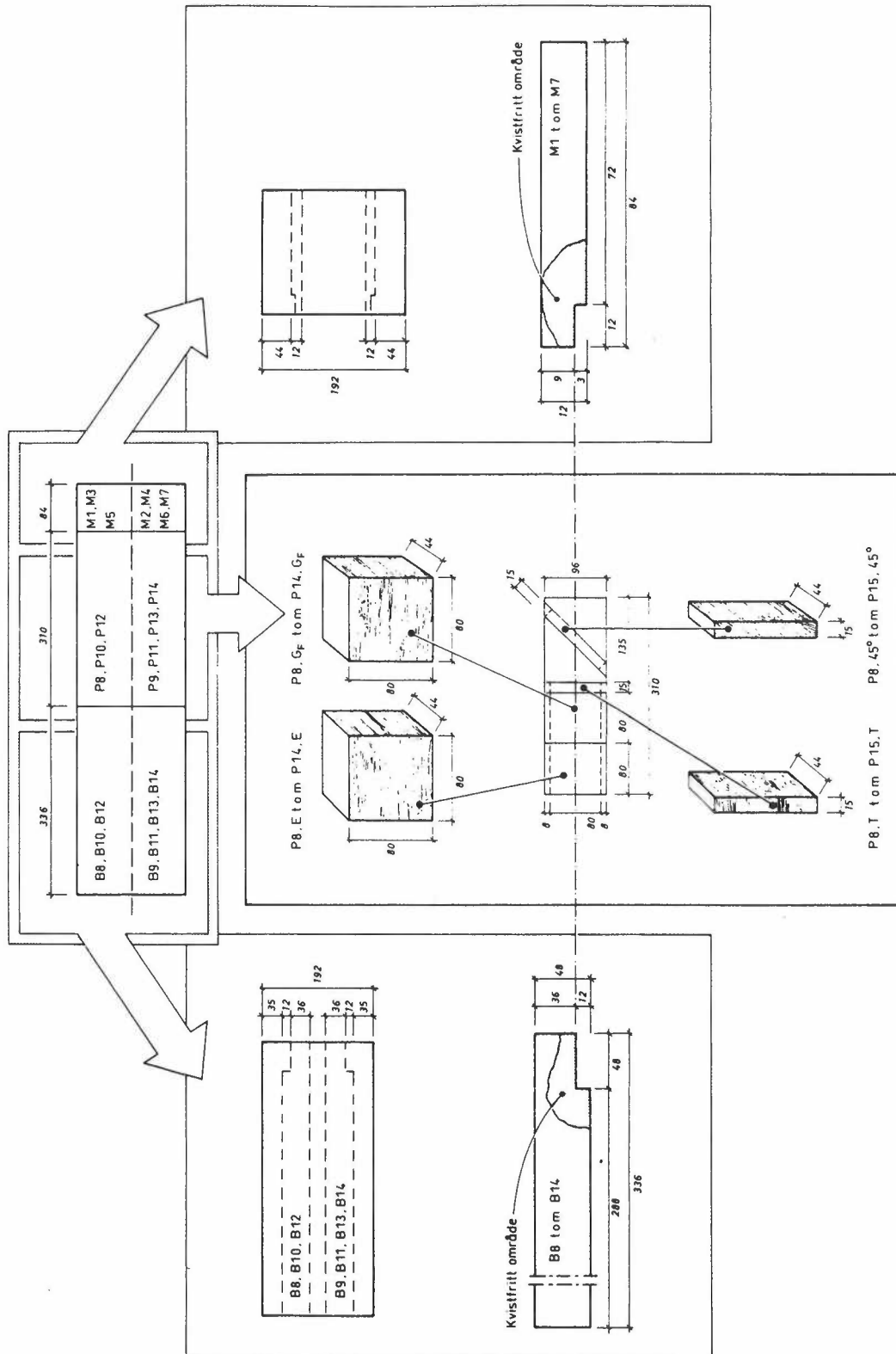
Provkroppar med beteckningen P1,E tom P14,E användes för bestämning av de fyra elasticitetsparametrarna E_x , E_y , G_{xy} och ν_{xy} , densitet och fuktkvot. Provkroppar med beteckningen G_f , T respektive 45 användes för bestämning av brottenergi, draghållfasthet vinkelrätt fibrer och draghållfasthet i 45° riktning mot fibrer, respektive. Ytterligare bearbetning som utfördes på provkropparna redovisas i avsnitt 4.



Figur 3.1 Kapningsschema och littera på balkar och provkroppar



Figur 3.2 Stora balkens exakta mått och tillhörande provkroppar



Figur 3.3 Mellan- och miniatyrbalkarnas exakta mått och tillhörande provkroppar

3.2 Definition av koordinatsystem och vinklar

Två koordinatsystem användes: (x,y,z) och (x',y',z') , se figur 3.4. Det förstnämnda koordinatsystemets orientering är fixerat till provmaterialets geometri. x -riktningen sammanfaller med plankornas längdriktning, y med höjdriktningen och z med tjockleksriktningen.

Det andra koordinatsystemet är kopplat till materialets uppbyggnad. Trä kan betraktas som ett ortotrop material som i varje punkt har tre ortogonala huvudriktningar och (x',y',z') -systemet är orienterat i enlighet med dessa riktningar. x' ligger i fiberriktningen, y' ligger vinkelrätt mot årsringarna, dvs i trästockens radiella riktning och z' ligger i årsringarnas plan, dvs i trästockens tangentiella riktning.

Relativt (x,y,z) -systemet har (x',y',z') -systemet olika orientering i olika punkter. I denna rapport antas genomgående att plankornas längdriktning sammanfaller med träs fiberriktning, och med andra ord att x - och x' -axlarna har samma riktning. Detta innebär att de två koordinatsystemens relativa orientering kan anges genom en vinkel. Denna vinkel, φ , definieras som vinkeln mellan y - och y' -axlarna, se figur 3.4. $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ och $\varphi \geq 0$ vid positiv rotation av det primade koordinatsystemet runt x' -axeln.

Eftersom φ kan ha olika värden i olika punkter även inom en liten provkropp anges i resultatredovisningen, avsnitt 7, ett för provkroppen karaktäristiskt värde på φ , $\bar{\varphi}$, genom medelvärdesbildning. Sättet att beräkna $\bar{\varphi}$ definieras i samband med resultatredovisningen.

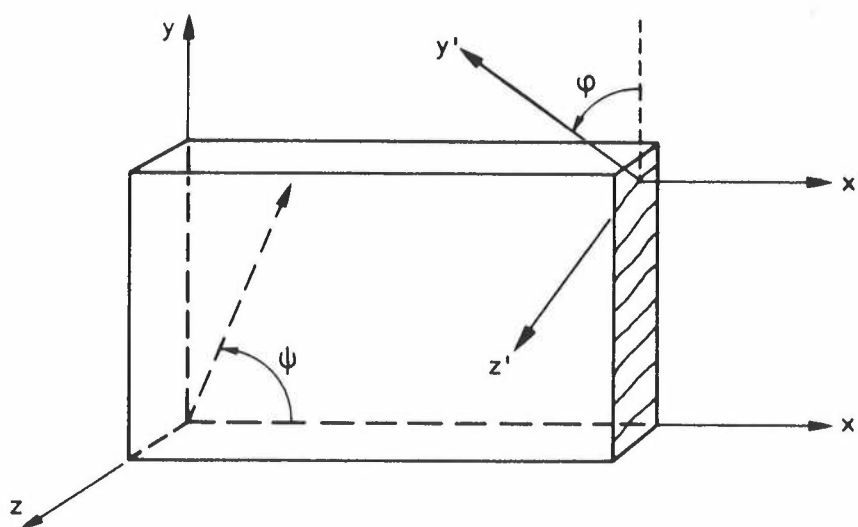
Vid samtliga provningar sker belastning och mätning av deformation i $x - y$ planet och som beteckning på olika riktningar i detta plan användes ψ . Denna vinkel anger vinkeln mellan aktuell riktning, t ex belastningsriktning, och x -riktning, se figur 3.4.

3.3 Responser i $x - y$ planet betraktas som ortotrop

Belastning och deformationsmätning sker i $x - y$ planet och eftersom x - och x' -riktningarna antas sammanfalla kan man, om φ är ungefärligen konstant inom aktuell provkropp, betrakta provkropparna som i $x - y$ planet ortotropa skivor med materialhuvudaxlarna x och y , trots att $\bar{\varphi} = 0$ enbart undantagsvis. Detta underlättar provningsförfarande, val av provmaterial och teoretisk analys. Emellertid kan naturligtvis den i $x - y$ planet ortotropa skivans egenskaper vara beroende av $\bar{\varphi}$.

Möjligheten till ortotrop plan analys är en följd av att materialets respons i $x - y$ planet för godtyckligt konstant φ är invariant med hänsyn till en ändring i belastningsriktning från ψ till $-\psi$, vilket är liktydigt med att det finns egenskapssymmetri med avseende på spegling i $y - z$ planet, vilket i sin tur i enlighet med grundförutsättningen motsvarar att x - och x' -riktningarna sammanfaller.

Den i $x - y$ planet ortotropa responsen innebär, som exempel, att belastning i x - eller y -riktning vid godtyckligt konstant φ inte ger upphov till någon skjuvtöjning i $x - y$ planet. Vid belastning i $x - z$ planet gäller för detta plan motsvarande vad som ovan diskuterats för $x - y$ planet. Däremot kan man vid belastning i $y - z$ planet inte analysera responsen i detta plan på motsvarande sätt.



Figur 3.4 Geometriorienterat koordinatsystem (x,y,z) och materialorienterat koordinatsystem (x',y',z') samt vinkel ψ i $x - y$ planet.

Samtliga provningar av mekaniska egenskaper hos trät, utom dragprovningarna, utfördes med hjälp av en materialprovningssmaskin av fabrikat Alwetron F5000. Till dragprovningarna användes en MTS 810. Träts töjningar vid belastning mättes med en induktiv deformationsgivare typ D32 av fabrikat Hottinger. Avståndet mellan givarens mätspetsar, referenslängden, är 40 mm. Mätsignalen från givaren skickades via en förstärkare, av samma fabrikat, till en separat xy-skrivare. En givare placerades på vardera sida av provkroppen. Registrerat värde är medelvärdet från dessa båda givare. Signalen från provningssmaskinens lastcell registrerades också av xy-skrivaren efter förstärkning i provningssmaskinen.

4.1 Elasticitetsmoduler, skjuvmodul och tvärkontraktionstal

Här redovisas provningar och resultat från bestämning av elasticitetsmoduler, tvärkontraktion och skjuvmodul. Till detta användes provkroppar littererade med P1,E tom P14,E.

Aktuella materialparametrar, E_x , E_y , ν_{xy} och G_{xy} , definieras av:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{yx}/E_y & 0 \\ -\nu_{xy}/E_x & 1/E_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (14)$$

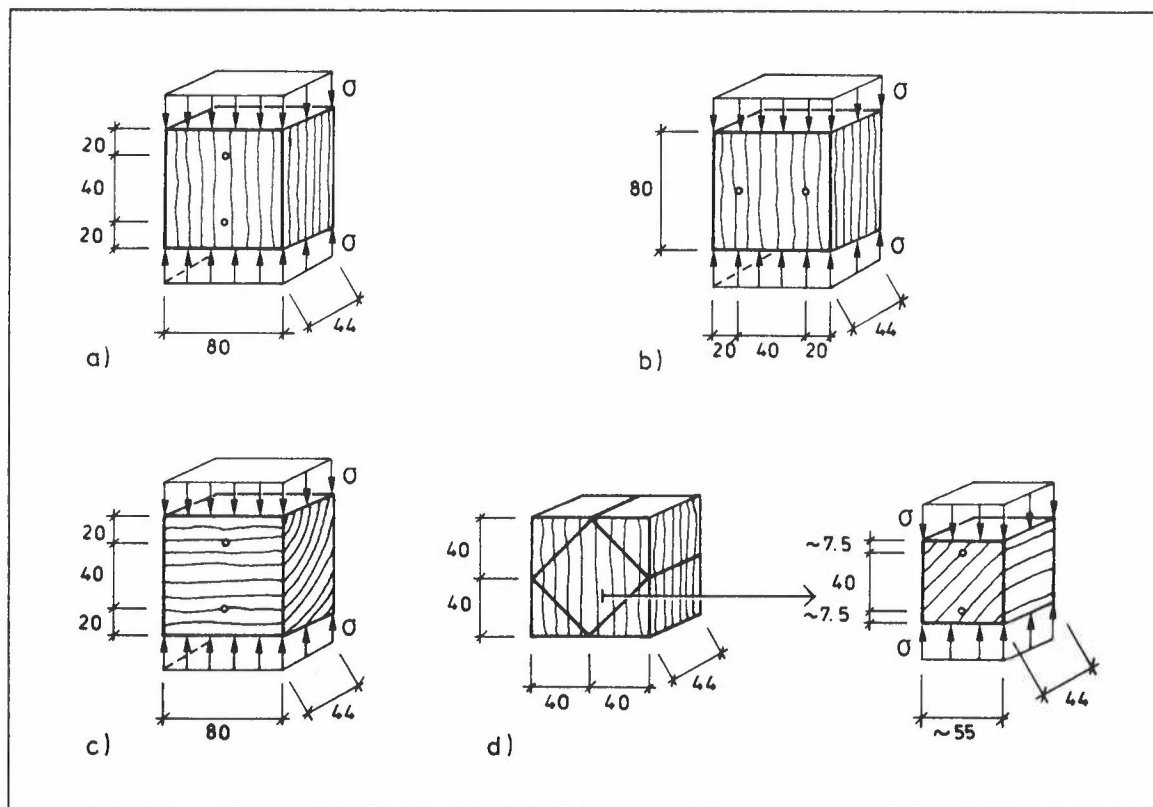
som anger sambandet mellan spänningar och töjningar i $x - y$ planet vid plan spänning ($\sigma_z=0$) och linjärt elastiska förhållanden. γ_{xy} är den konventionella "tekniska" skjuvtöjningen, dvs $\gamma_{xy} = 2\epsilon_{xy} = \partial v / \partial x + \partial u / \partial y$. Tvärkontraktionen ν_{yx} ges av symmetrisambandet $\nu_{yx}/E_y = \nu_{xy}/E_x$. ϵ_x :s och ϵ_y :s oberoende av τ_{xy} och γ_{xy} :s oberoende av σ_x och σ_y motiveras av antagandena om att trät är ortotrop och att fiberriktningen, x' , sammanfaller med x -riktningen och har diskuterats i avsnitt 3.3. Ekvation (14) motsvarar spänning – töjnings-sambandet, se t ex Bodig och Jayne (1982), för ett ortotrop material vid plan spänning i ett materialsymmetriplan.

4.1.1 Provningsmetod

Samma provkropp belastades i enaxiellt tryck på fyra olika sätt. Elasticitetsmodulen i x -respektive y -riktningen bestämdes genom att belasta provkroppen i respektive riktning och

samtidigt mäta töjningen i samma riktning. Tvärkontraktionen bestämdes genom att belasta provkroppen i x-riktningen och samtidigt mäta töjningen i y-riktningen. Hörnen på provkroppen sågades därefter bort. Belastningsriktningen i denna "nya" provkropp blev på så sätt 45° i förhållande till x-riktningen. Töjningen mättes i samma riktning som belastningsriktningen. Se även figur 4.1. Skjuvmodulen kunde därefter beräknas. Samma provkropp användes slutligen för bestämning av träts fuktkvot och densitet, se avsnitt 4.4.

Vid provning av små provkroppar har utformningen av dess upplag väsentlig inverkan på resultaten. Största problemen är att kunna åstadkomma jämn spänningsfördelning över tvärsnittet och längs hela mätsträckan, i detta fall 40 mm, och att erhålla enaxiell spänning och således undvika skjuvspänning mellan upplag och provkropp pga t ex materialets tvär-expansion vid tryckbelastning. En jämn spänningsfördelning skulle i aktuellt fall åstadkommas på sträckor som var belägna 20 mm respektive 7 till 8 mm från provkropparnas upplag, se figur 4.1



Figur 4.1 Dimensioner samt belastnings- och mätprinciper för provkroppar littererade med P1,E tom P14,E för bestämning av:

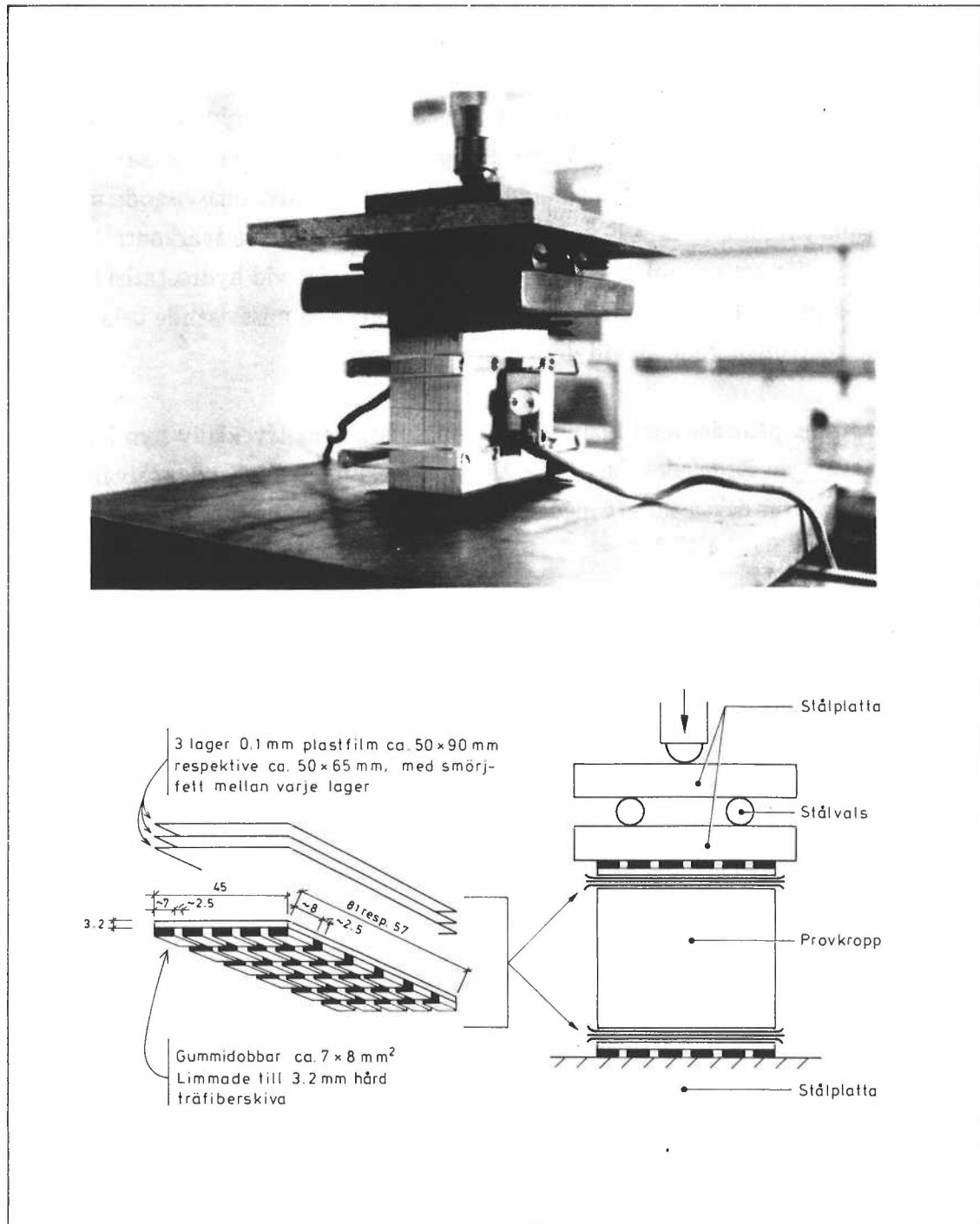
- a) Elasticitetsmodul i x-riktning (E_x)
- b) Tvärkontraktion (ν_{xy})
- c) Elasticitetsmodul i y-riktning (E_y)
- d) Skjuvmodul (G_{xy})

Efter försök med några olika varianter valdes att utforma upplagen enligt principer som framgår av figur 4.2. Vid provkropparnas båda upplag placerades en träfiberskiva med pålimmade gummidobbar och med gummit vänt mot stålplattan. Mellan provkropp och träfiberskiva placerades dessutom tre lager plastfilm med mellanliggande smörjfett. Arrangemanget med plastfilm och smörjfett syftar till att möjliggöra fri expansion av provkroppen vinkelrätt mot belastningsriktningen. Arrangemanget med gummidobbar och träfiberskiva syftar till att ge en jämn spänningsfördelning över hela tvärsnittet. Det kan noteras att en hel gummimatta i stället för en med dobbbar kan medföra grovt missvisande provningsresultat. På grund av gummis låga E-modul och på grund av att dess tvärkontraktionstal är nära 0.5, vilket medför att gummi är i det närmaste oeftergivligt vid hydrostatiskt tryck, erhöles vid förförsök med hel gummimatta en uppenbart större och missvisande belastning på belastningsytans centrumområde än vid dess kanter.

Tryckbelastning påfördes med hjälp av provningsmaskinens tryckkolv som försetts med en kula. Belastningen fördelades med två stålplattor med mellanliggande stålvalsar, se figur 4.2. Stålvalsarna bidrar också till att medge fri rörelse i sidled, vilket är av betydelse särskilt vid belastning enligt figur 4.1 d).

Belastningshastigheten, kolvrörelsen, valdes i samtliga fall till 1 mm/min. Träts töjningshastighet bestämdes i några fall och var i belastningsriktningen av storleksordningen 0.02 %/min vid belastning i x-riktning, 0.4 %/min vid belastning i y-riktning och 0.2 %/min vid belastning i riktningen $\psi = 45^\circ$. På grund av träts olika styvhet i olika riktningar var belastningshastigheten mätt i MPa/minut större vid belastning i x-riktning än i y-riktning. När i storleksordningen knappt 20 % av träts brottspänning uppnåtts avlastades provkroppen och med samma hastighet som vid pålastningen.

Provning genom belastning av samma provkropp fyra gånger är arbetsbesparande och har fördelen att ge de fyra elasticitetsparametrarna för en och samma provkropp, tagen från ett område nära balkhakets spets. Nackdelen är att man måste förutsätta att träts egenskaper inte ändras vid provbelastningarna. Därför avbröts pålastningen redan vid låg lastnivå enligt ovan.



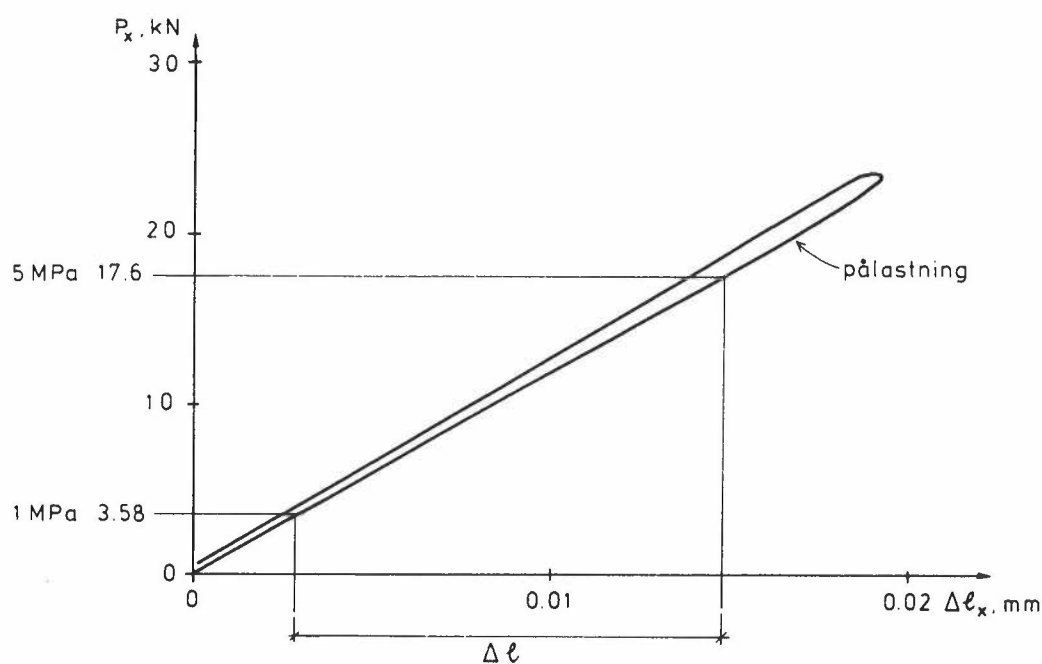
Figur 4.2 Utformning av upplag och belastningsanordning vid provning av träts ortotropa egenskaper.

4.1.2 Provningsresultat

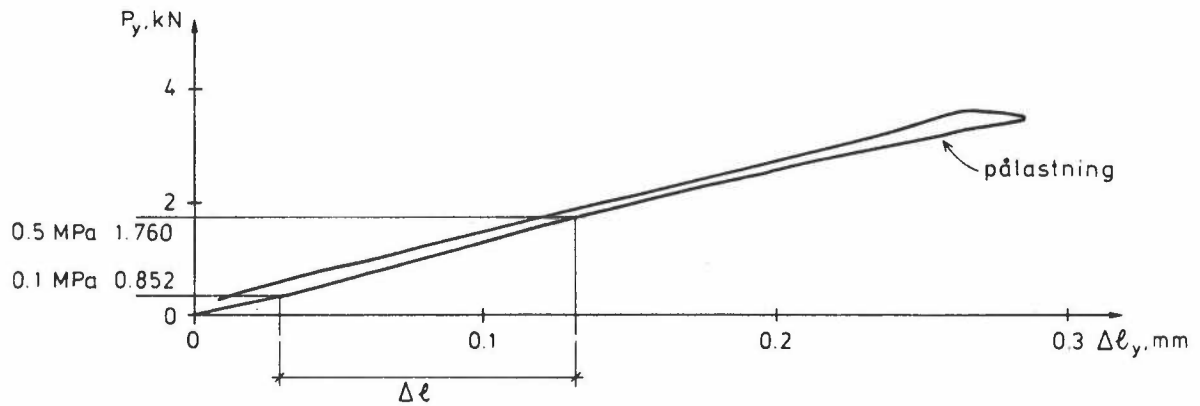
Figurerna 4.3, 4.4, 4.5 och 4.6 visar fyra typiska kurvor som erhöles vid bestämning av träs elasticitetsmoduler, tvärkontraktion och skjuvmodul vid tryckbelastning. Ingen av kurvorna är helt rätlinjig. Att på- och avlastningskurvorna avviker från varandra kan till delar bero på viss tröghet hos deformationsgivarna.

Elasticitetsmodulerna E_x respektive E_y erhöles genom att på pålastningskurvan avläsa deformationsskillnaden, Δl , mellan spänningsnivåerna 1.0 MPa och 5.0 MPa respektive 0.1 MPa och 0.5 MPa.

Modulerna beräknades därefter genom att dividera spänningskillnaden, 4.0 MPa respektive 0.4 MPa, med motsvarande ändring i töjning, dvs $E_x = \Delta\sigma_x/\Delta\epsilon_x$ vid belastning enligt figur 4.1 a) och $E_y = \Delta\sigma_y/\Delta\epsilon_y$ vid belastning enligt figur 4.1 c).

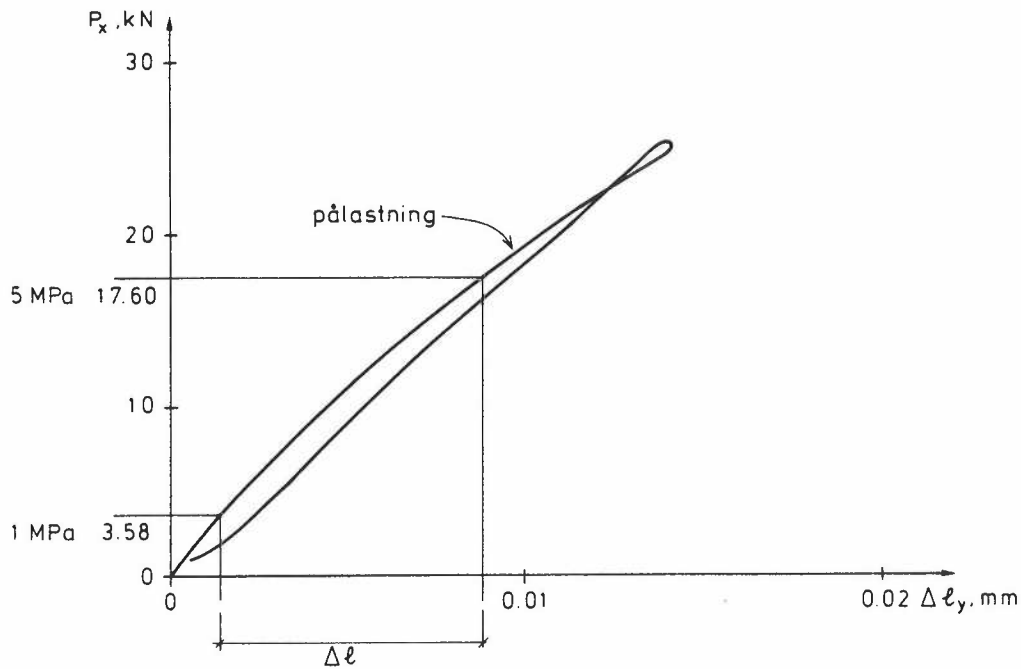


Figur 4.3 Typisk arbetskurva från provningar av träs elasticitetsmodul i x-riktningen. Av figuren framgår också hur deformationsskillnaden, Δl , avlästes.



Figur 4.4 Typisk arbetskurva från provningar av träts elasticitetsmodul i y-riktningen. Av figuren framgår också hur deformationsskillnaden, Δl , avlästes.

Tvärkontraktionstalet, ν_{xy} , beräknades genom att dividera töjningen uppmätt i y-led vid belastning i x-led, se figur 4.1 b) och figur 4.5, med den enligt figur 4.1 a) tidigare bestämda töjningen i x-led. Dvs $\nu_{xy} = \Delta\epsilon_y/\Delta\epsilon_x$, där $\Delta\epsilon_y$ och $\Delta\epsilon_x$ är töjningsändringen i respektive riktning vid ökning av σ_x från 1.0 MPa till 5.0 MPa.



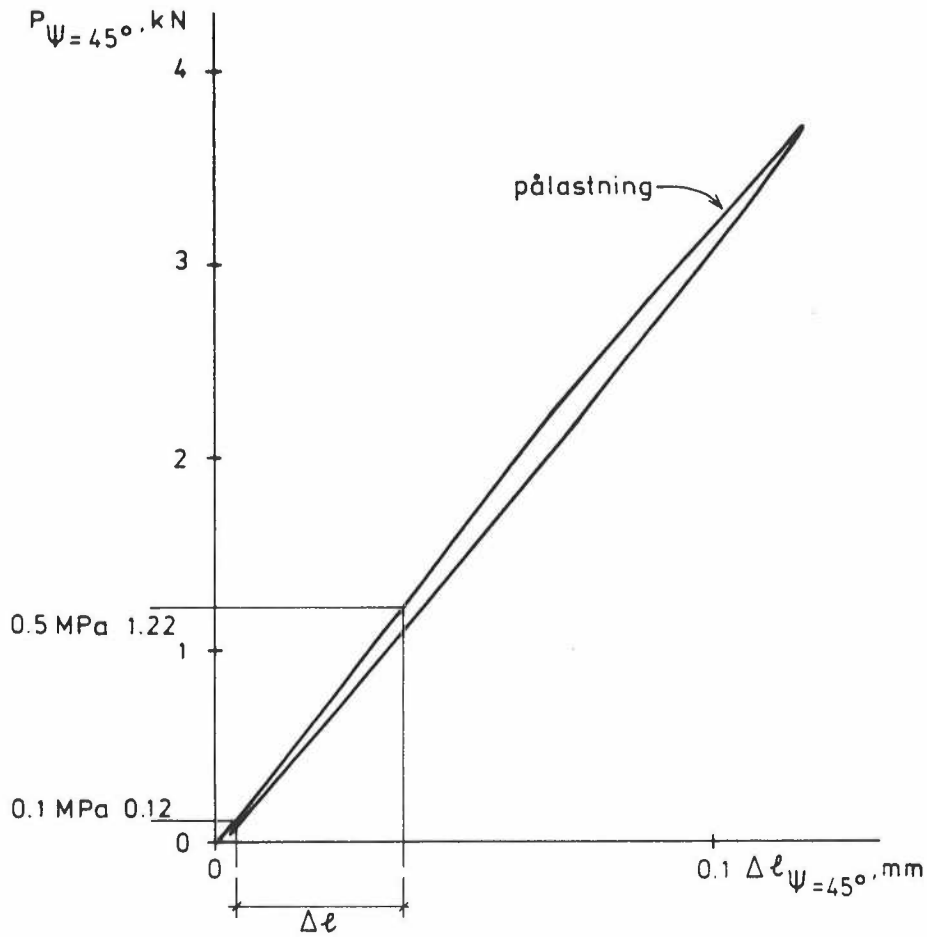
Figur 4.5 Typisk arbetskurva från provningar av träts tvärkontraktion. Av figuren framgår också hur deformationsskillnaden, Δl , avlästes.

Träts skjuvmodul beräknades enligt:

$$G_{xy} = \left[\frac{4 \Delta \epsilon_{45}}{\Delta \sigma_{45}} - \frac{1}{E_x} (1 + 2 \nu_{xy}) - \frac{1}{E_y} \right]^{-1} \quad (15)$$

Ska vara "-"

där $\Delta \epsilon_{45}$ är töjningsändringen i riktningen $\psi = 45^\circ$ vid ändringen $\Delta \sigma_{45} = 0.4$ MPa i den enaxiella spänningen i riktningen $\psi = 45^\circ$ vid belastning enligt figur 4.1 d), se figur 4.6. Uttrycket för G_{xy} kan erhållas genom att beräkna sambandet mellan ϵ_{45} och σ_{45} med hjälp av spännings – töjningssambandet för ortotropa material i plan spänning och med hjälp av transformationssambandet för rotation givet i t ex Bodig och Jayne (1982), se bilaga D. Vid beräkning av G_{xy} användes de för respektive provkropp enligt ovan tidigare bestämda värdena på E_x , E_y och ν_{xy} .



Figur 4.6 Typisk arbetskurva från provningar av träts skjuvmodul. Av figuren framgår också hur deformationskillnaden, Δl , avlästes.

Medelvärden från provningarna på träts elasticitetsmoduler, tvärkontraktion och skjuvmodul framgår av tabell 4.1. Värdena för varje enskild provkropp redovisas i avsnitt 7.

Tabell 4.1 Resultat från provningar av träts elasticitetsegenskaper. Värdena är de aritmetriska medelvärdena från fjorton enskilda provningar.

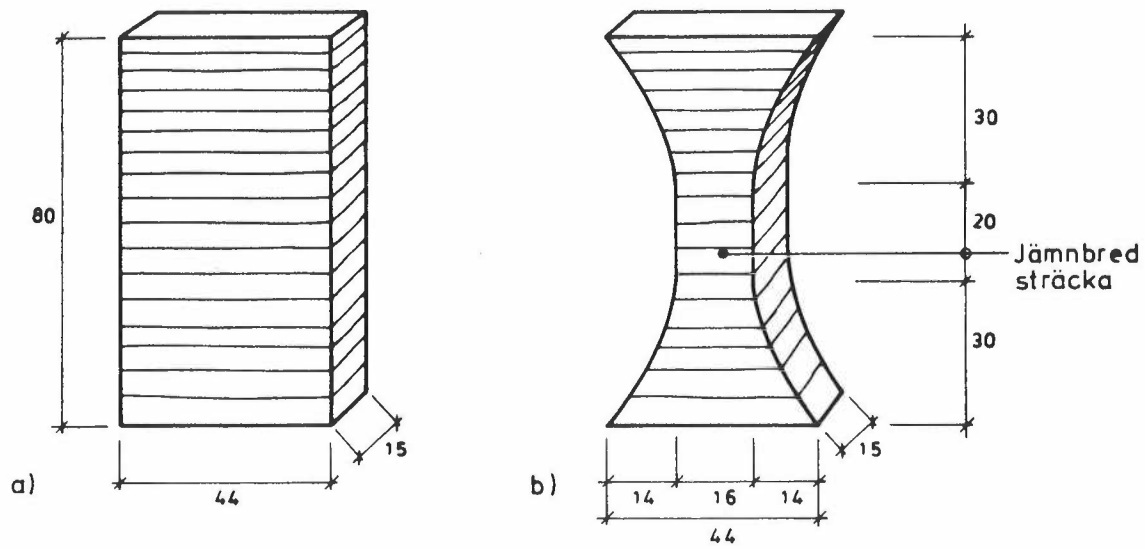
	E_x MPa	E_y MPa	ν_{xy}	G_{xy} MPa
Medelvärde	13110	161	0.53	471 438
Standardavvikelse	3360	26	0.14	161
Variationskoefficient, %	26	16	26	34

4.2 Draghållfasthet

Vid provning av träts draghållfasthet i y-riktningen respektive i 45° i förhållande till y-riktningen användes provkroppar littererade med P1,T tom P14,T respektive P1,45° tom P14,45°. För att få en uppfattning om spänning – töjningskurvans form vid dragning vinkelrätt mot fiberriktningen respektive i riktningen $\psi = 45^\circ$ registrerades även töjningar i respektive riktning vid draghållfasthetsprovningarna.

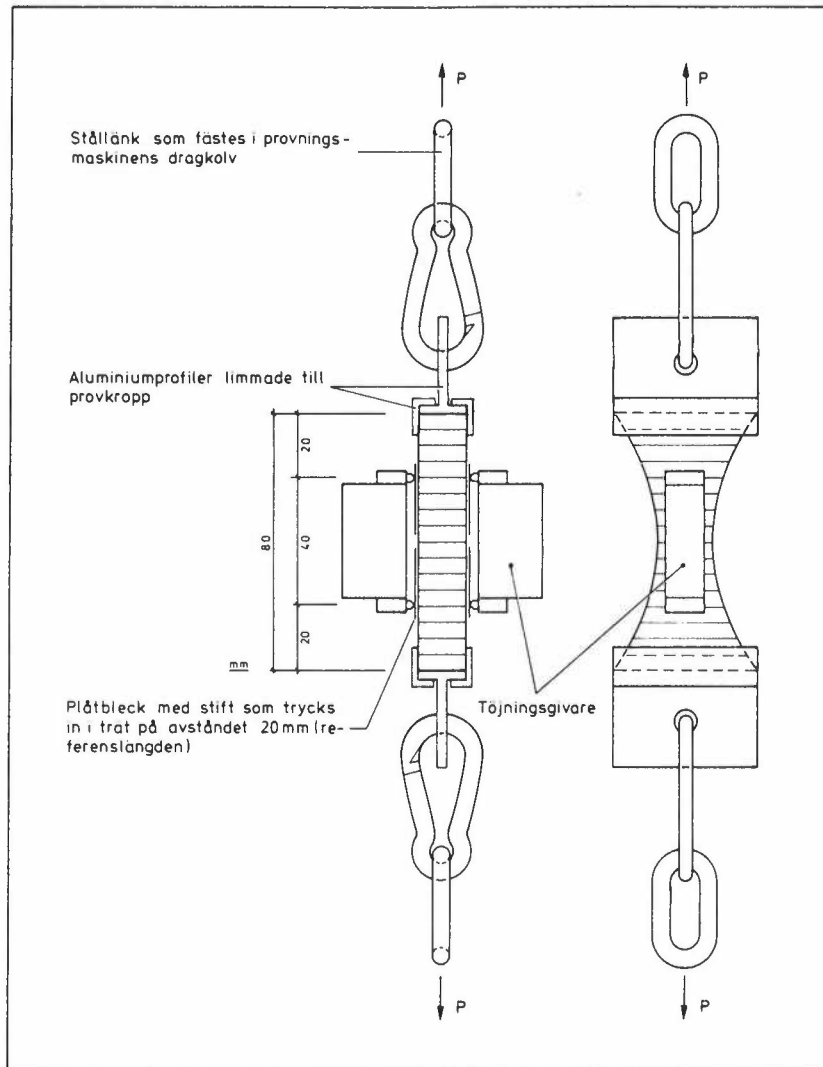
4.2.1 Provningsmetod

Provkropparna som sågats till enligt figur 3.2 och 3.3 frästes till sin slutliga form enligt figur 4.7. Utformning av provkropp och infästning försvårades av att brott i den limmade infästningen måste undvikas, av provkroppens korta längd och av att olika krav för relevant bestämning av främst draghållfastheten, men också töjningen, måste beaktas. Härvid eftersträvades en mjuk övergång mellan mätsträcka och övrig del av provkroppen, en för töjningsmätning tillräckligt lång mätsträcka, en för representativ bestämning av draghållfasthet tillräckligt stor tvärsnittsyta samt minsta möjliga excentricitet och moment hos belastningen.



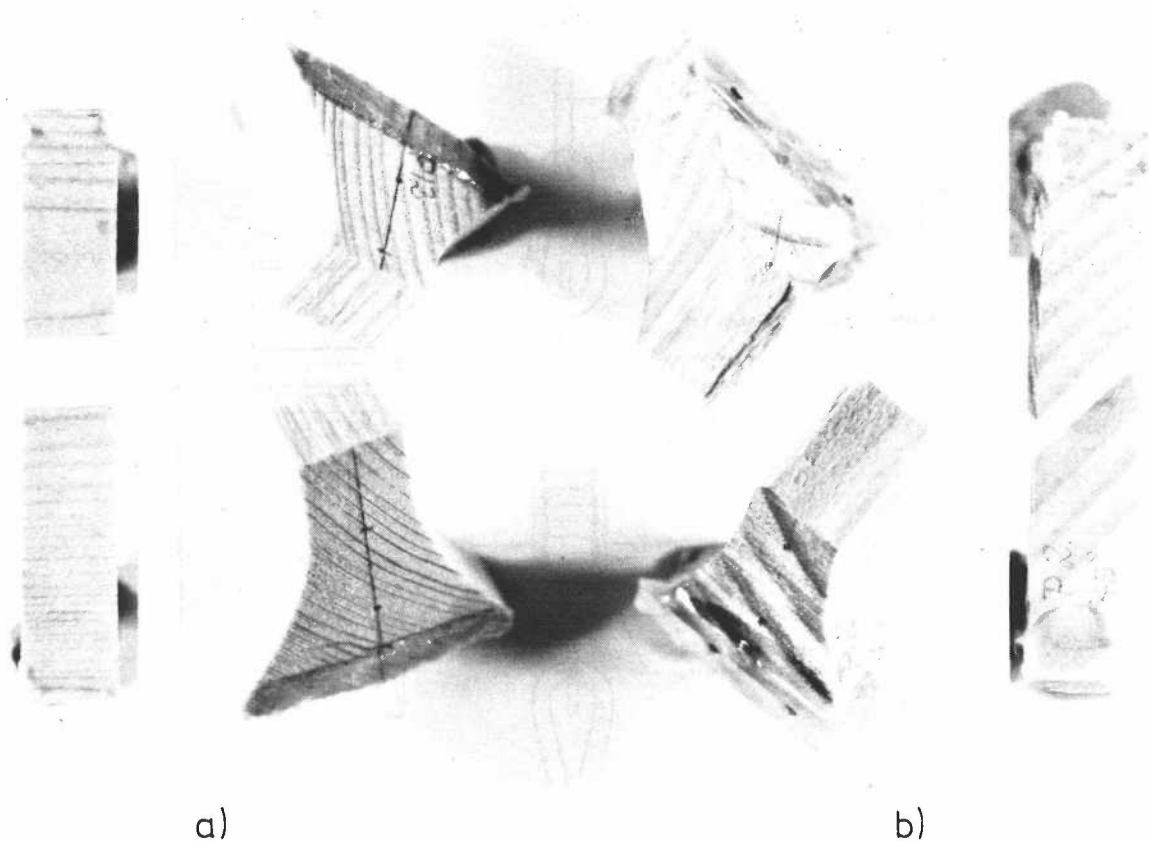
Figur 4.7 Utformning av provkropp för dragförsök.
a) Ursprunglig form efter uppsågning enligt figur 3.1–3.3.
b) Slutlig form

Avståndet mellan töjningsgivarnas mätpetsar är 40 mm och mätsträckans längd är 20 mm. Detta löstes genom att använda två aluminiumplåtar försedda med små stift som trycktes in i provkroppen på avståndet 20 mm. Utanpå plåtarna klämdes givaren fast och samma arrangemang gjordes på båda sidor av provkroppen, se figur 4.8. Lastpåföringen utformades genom att limma aluminiumprofiler till vardera ände på provkroppen. Profilerna kopplades med ställänkar till provningsmaskinen.



Figur 4.8 Placering av töjningsgivare och utformning av upplag vid bestämning av träts draghållfasthet.

Dragbelastning påfördes med hastigheten, kolvrörelsen, 1 mm/minut och brott uppkom efter i storleksordningen 3 minuter. I figur 4.9 visas typiska brottytor.



Figur 4.9 Typiska brottytor vid dragbelastning av trät vid belastning i
a) y-riktning
b) riktningen $\psi = 45^{\circ}$

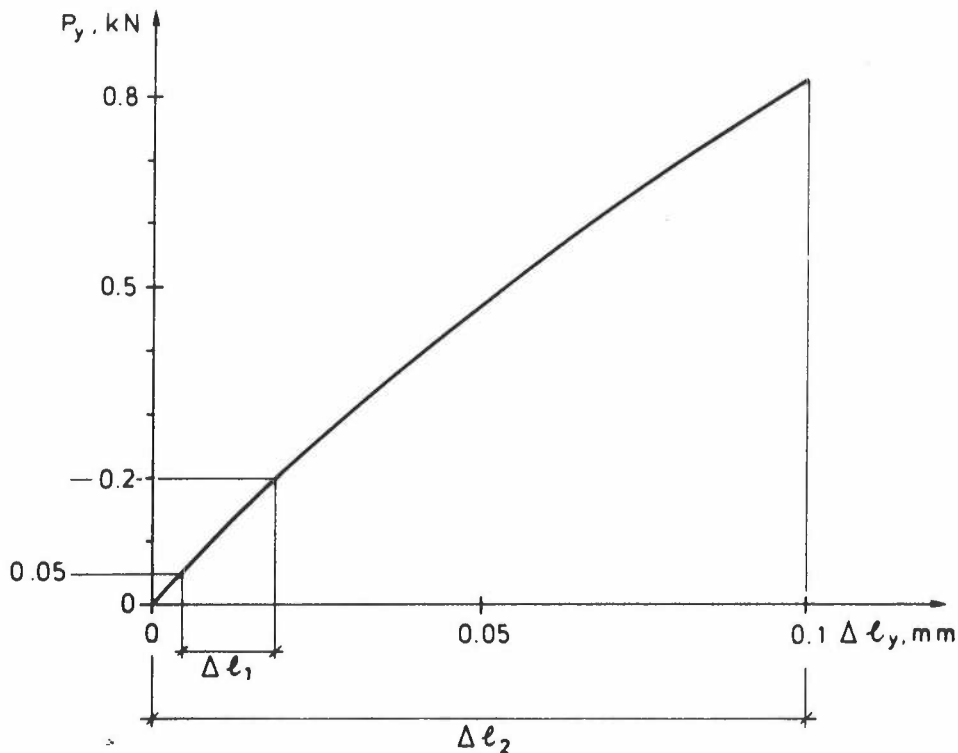
4.2.2 Provningsresultat

Dragbrottspänning, $f_{t,y}$ och $f_{t,45}$, brottöjning $\epsilon_{u,y}$ och $\epsilon_{u,45}$, samt styvhet, E_y och $\Delta\sigma_{45}/\Delta\epsilon_{45}$, utvärderades för varje enskilt försök. Figurerna 4.10 och 4.11 visar två typiska arbetskurvor som erhöles vid provningarna. Responsen är inte idealt linjär, men uppvisar inte heller någon utpräglad olinjäritet, inte ens vid spänningar nära brott. I några fall uppstod inte brott i den smalaste delen av provkroppen. Trots detta har tvärsnittsarean över referenslängden genomgående använts vid beräkning av $f_{t,y}$ och $f_{t,45}$. Brottöjningen bestämdes genom att dividera maximalt uppnådd deformation, Δl_2 , med referenslängden 20 mm, se figur 4.10 och

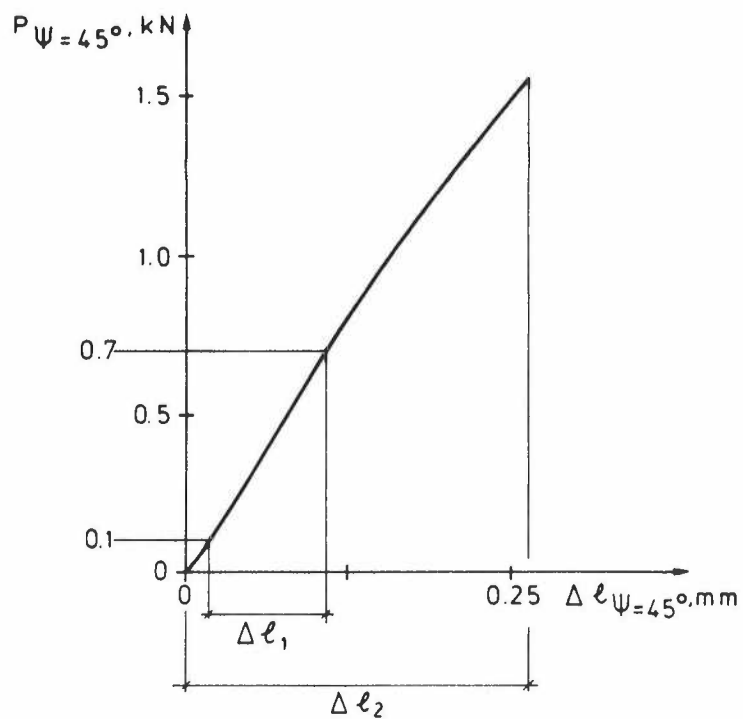
4.11. Vid ett flertal dragförsök i y -riktningen uppstod problem med infästningen av tøjningsgivaren och därför erhöles uppgift om brotttøjning vid belastning i y -riktning för enbart fyra provkroppar. Styvhet bestämdes genom att avläsa deformationsskillnaden, Δl_1 , mellan spänningsnivåerna 0.208 MPa och 0.833 MPa respektive 0.39 MPa och 2.74 MPa för dragning i y -riktningen respektive i riktningen $\psi = 45^\circ$, se figurerna 4.10 och 4.11

Medelvärden från provningarna på träs brottspänning, brotttøjning och styvhet i de två riktningarna framgår av tabell 4.2. Värdena för varje enskild provkropp redovisas i avsnitt 7.

Av tabell 4.2 framgår att den i aktuella dragprovningar uppmätta styvheten i y -riktning, E_y , är anmärkningsvärt låg och att provningsresultaten för denna parameter uppvisar anmärkningsvärt stor spridning. Detta kan bero på de mätningstekniska svårigheterna vid uppmätning av tøjningen, speciellt vid belastning i y -riktning. På grund av dessa svårigheter och de anmärkningsvärda resultaten måste aktuella värden på E_y , bestämda vid dragbelastning, betraktas som osäkra. Emellertid kan det inte uteslutas att E_y vid dragbelastning faktiskt är väsentligt lägre än vid tryckbelastning, se tabell 4.1.



Figur 4.10 Typisk kurva från provningar av träs draghållfasthet vid belastning i y -riktningen.



Figur 4.11 Typisk kurva från provningar av träs draghållfasthet vid belastning i riktningen $\psi = 45^\circ$.

Tabell 4.2 Resultat från provningar av dragbelastat trä. Värdena är medelvärden från fjorton enskilda provningar. Värdet på $\epsilon_{u,y}$ grundar sig på enbart fyra enskilda försök.

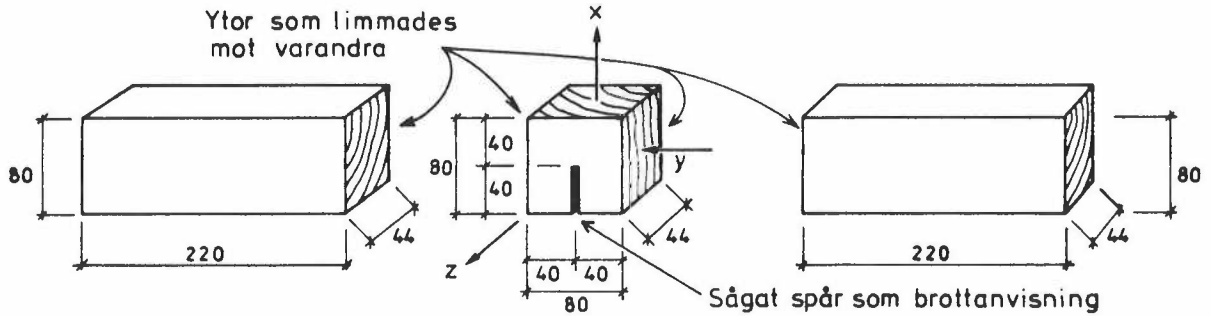
	y-riktningen			riktningen $\psi = 45^0$		
	$f_{t,y}$ MPa	E_y MPa	$\epsilon_{u,y}$ %	$f_{t,45}$ MPa	$\frac{\Delta\sigma_{45}}{\Delta\epsilon_{45}}$ MPa	$\epsilon_{u,45}$ %
Medelvärde	4.04	97	4.9	6.29	481	1.5
Standard- avvikelse	0.76	40	2.3	0.94	87	0.3
Variations- koeff., %	19	41	47	15	18	19

4.3 Brottenergi

Träts brottenergi vid fläkning längs ett plan vars normal är riktad i y-riktning, $G_{f,y}$, bestämdes genom att utföra trepunkts böjprov på provkroppar littererade med P1, G_F tom P14, G_F . Brottenergin definieras här som det totala brottarbetet dividerat med brottvärnsnittets area.

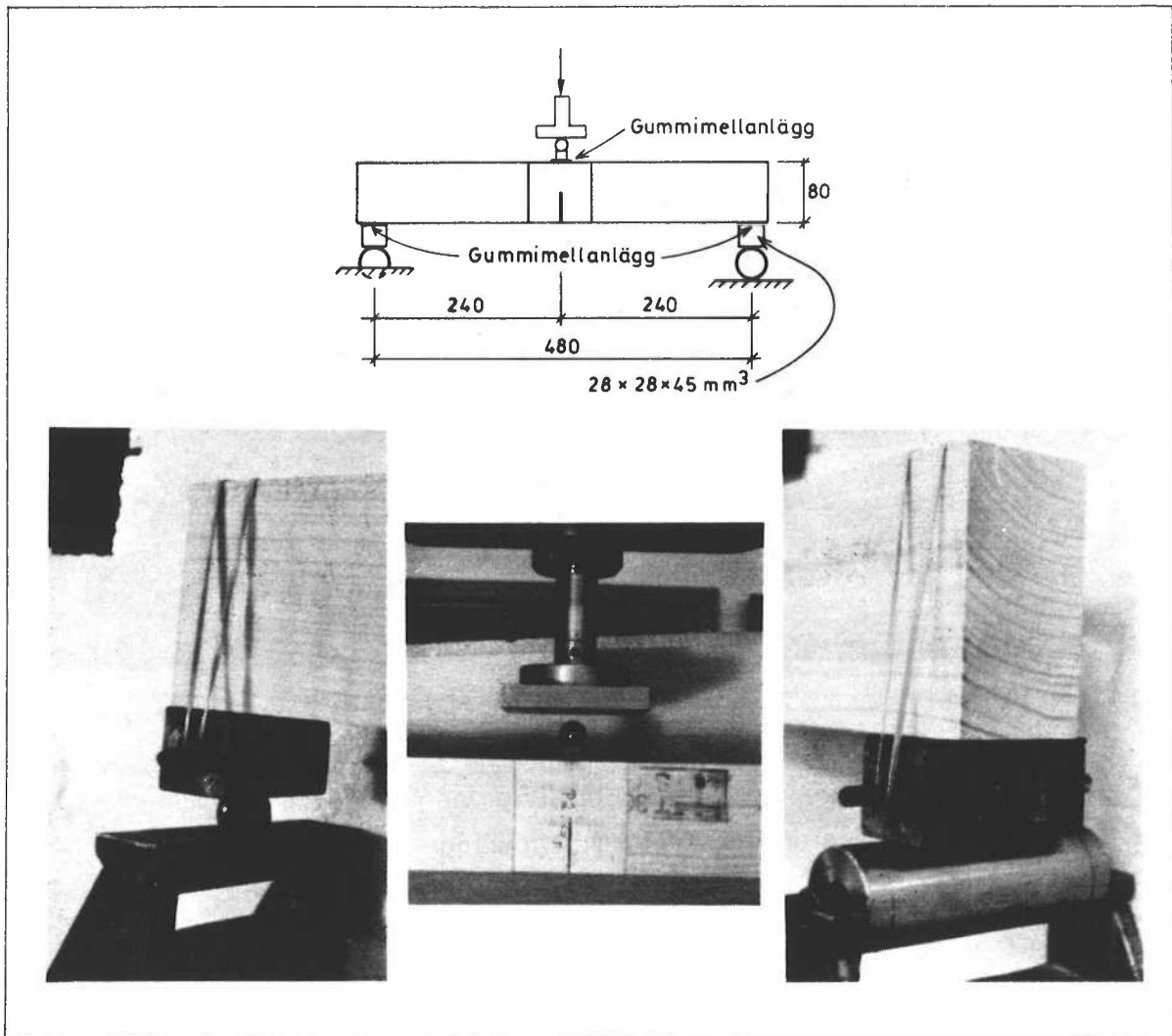
4.3.1 Provningsmetod

Provkropparna limmades med epoxilim mellan två träreglar med måtten $44 \times 80 \times 220 \text{ mm}^3$ och med riktning på provkroppen som framgår av figur 4.12. På detta sätt erhöles en balk med totallängden 520 mm. En brottanvisning i form av ett 2 mm brett och 40 mm djupt spår sågades därefter i provkroppen. Den återstående arean över brottanvisningen blev således $40 \times 44 \text{ mm}^2$.



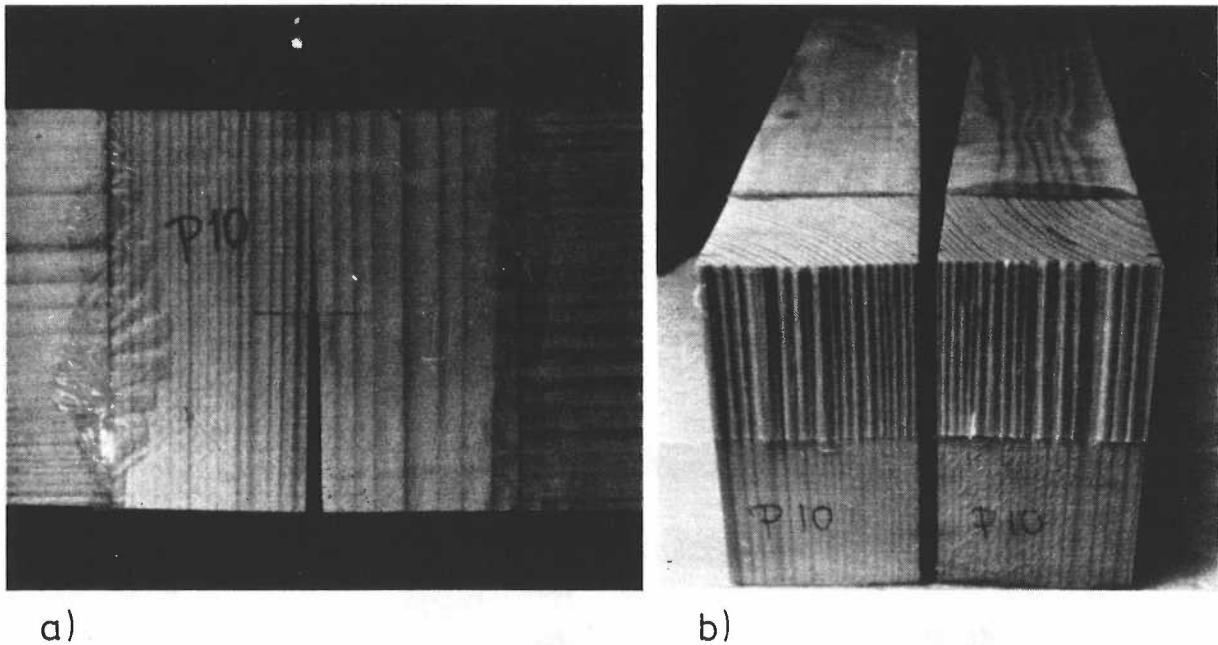
Figur 4.12 Provkropp för bestämning av träts brottenergi.

Balken placerades på upplag av stålprofiler med centrumavståndet 480 mm, se figur 4.13. Ena balkupplaget, med stålvals, tillät translation och rotation i balkens plan och det andra upplaget med kula tillät balken att i princip fritt rotera. Belastningen påfördes centriskt, rakt över sågsnittet, fördelades med en $10 \times 10 \times 45$ mm³ stålprofil och mellan denna stålprofil och provningsmaskinens tryckkolv placerades en stålkula, se figur 4.13. Stålprofilernas yta mot träet vid upplagen och vid lastangreppspunkten är försedd med en gummimatta.



Figur 4.13 Upplags- och belastningsutformning vid bestämning av träs brottenergi.

Tryckbelastning påfördes med hastigheten, kolvrörelsen, 1 mm/minut. Provkropparna belastades till fullständig kollaps och i figur 4.14 visas ett exempel på spricktillväxt under försökets gång och ett exempel på typiska brottytor. Brottförloppet var stabilt för samtliga provkroppar och speciellt utmärkande var den stora balknedböjningen, i storleksordningen 10 mm, innan totalkollaps inträffade på grund av balkens egenvikt. Stabilt brottförlopp, dvs en efter maximal last gradvis minskande bärförmåga vid ökande deformation, är en förutsättning för att brottenergin skall kunna bestämmas. Påförd kraft i förhållande till kolvrörelsen registrerades med hjälp av en i provningsmaskinen inbyggd skrivare.



Figur 4.14 Brottförlopp och typiska brottytor vid provningar av träs brottenergi, i detta fall provkropp P10, G_F .
a) Sprickan har vuxit ungefär till hälften
b) Brottytor

4.3.2 Provningsresultat

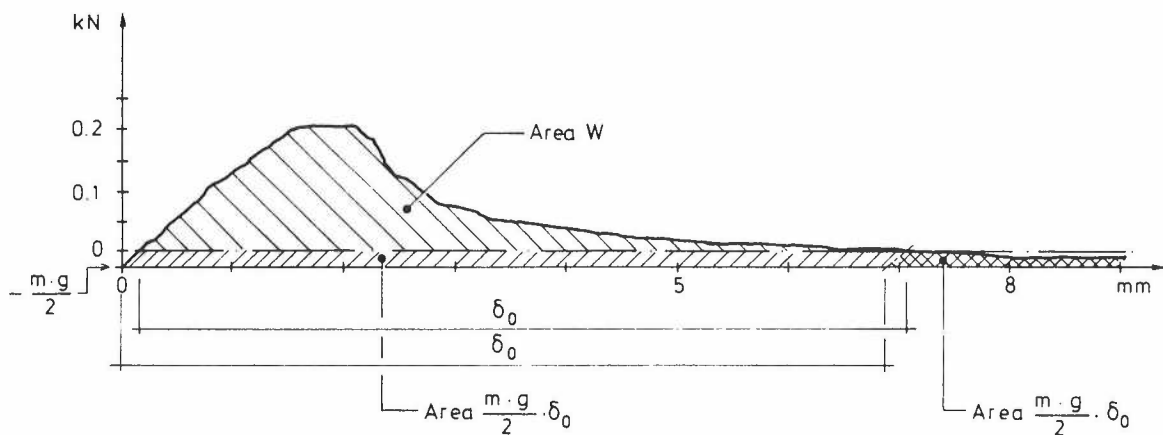
Det totala brottarbetet beräknas som summan av det arbete som den yttre kraften utför, W , och det arbete som tyngdkraften utför på grund av balkens egenvikt, $mg\delta_0$, där mg är balkens tyngd och där δ_0 är balknedböjningen vid tillfället för fullständig kollaps. Termen $mg\delta_0$, se t ex (Pettersson, 1981), består av tyngdkraftens arbete före tillfället för kollaps, dvs innan $\delta = \delta_0$, $mg\delta_0/2$, och tyngdkraftens arbete efter $\delta = \delta_0$, $mg\delta_0/2$, se figur 4.15. Att tyngdkraftens arbete efter $\delta = \delta_0$ med god approximation är $mg\delta_0/2$ har stöd av experimentella studier av betong (Pettersson, 1982) och även av teoretiska beräkningar (Gustafsson, 1985, sid 4/25–4/28). $G_{f,y}$ beräknas som det totala brottarbetet dividerat med brottvärsnittets area, bt , som i aktuellt fall för den nominella provkroppen är $44 \times 40 \text{ mm}^2$:

$$G_{f,y} = \frac{W + mg\delta_0}{bt} \quad (16)$$

där W erhålls som ytan under det registrerade sambandet mellan kraft, P , och kolvrörelse, δ :

$$W = \int_0^{\delta_0} P d\delta \quad (17)$$

Vid beräkning av ytan W approximerades registrerad P – δ kurva med 4 räta linjer. I tabell 4.3 redovisas erhållet medelvärde på $G_{f,y}$ och i denna tabell anges även medelvärdet av brottlasten, P_{max} . P_{max} är av intresse om man vill utvärdera försöksresultaten i enlighet med t ex linjärelastisk brottmekanik. Värdena för varje enskild provkropp redovisas i avsnitt 7.



Figur 4.15 Typisk kurva från provningar av träts brottenergi.

Tabell 4.3 Brottenergi och maximalt uppnådd last. Värdena är medelvärden från fjorton enskilda provningar.

	Brottenergi, $G_{f,y}$ Nm/m^2	Maximalt uppnådd last, P_{max} N
Medelvärde	294	225
Standardavvikelse	53	36
Variationskoefficient, %	18	16

4.4 Densitet, fuktkvot och krympning

Provkroppar littererade med P1,E tom P14,E som tidigare och senast använts vid bestämning av träts skjuvmodul, se avsnitt 4.1, användes även för bestämning av träts densitet och fuktkvot. Varje provkropp mättes med skjutmått och vägdes på elektrisk våg med upplösning i tusendels gram såväl före som efter torkning. Torkningen pågick under tre dygn i en ugn med fläktventilation och vid temperaturen 105°C. Resultaten framgår av tabell 4.4. Värdena för varje enskild provkropp redovisas i avsnitt 7. Av tabell 4.4 framgår indirekt att provkropparnas volymkrympning var i medeltal 7.5 % vid uttorkning från aktuell fuktkvot, cirka 14.9 %.

Tabell 4.4 Träts fuktkvot och densitet. Värdena är medelvärden från fjorton enskilda prov.

	Fuktkvot %	Våtvikt Våtvoly kg/m ³	Torrsvikt Våtvoly kg/m ³	Torrsvikt Torrsvoly kg/m ³
Medelvärde	14.9	466.6	406.1	439.0
Standardavvikelse	0.2	53.2	46.3	53.9
Variationskoeff.,%	1.5	11.4	11.4	12.3

I detta avsnitt redovisas provningar av tre geometriskt likformiga balktyper med absolut balkstorlek som den enda synbara skillnaden dem emellan, se figur 1.1. Måtten på den "stora balken" dividerades med fyra varvid "mellanbalkens" mått erhöles. Dessa mått dividerades i sin tur med fyra och därmed erhöles "miniatyrbalkens" mått. Se även figurerna 3.1–3.3 och 5.1–5.6. Bredden på samtliga tre balktyper bibehölls och var 44 mm.

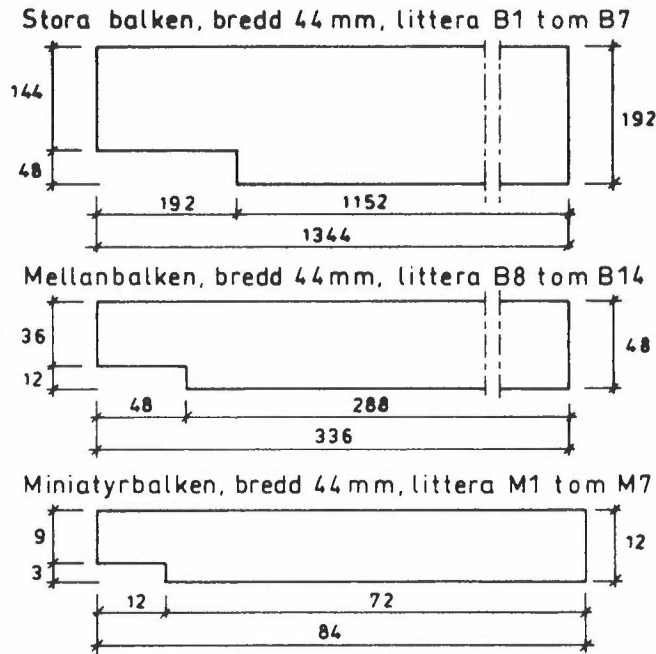
Avsikten med provningarna var att studera brottlastens eventuella beroende av balkdimension samt att mäta olika deformationer hos balkarna. Balkarnas likformighet ger bla möjlighet att mäta töjningen mellan "samma" punkter på balkar med olika storlek. Kraft- och deformationsmätningarna bidrar till kunskap om brottförloppet och kan tillsammans med framtagna materialparametrar ge underlag för verifiering av teoretiska beräkningsmodeller och kan även bidra till underlag för utveckling eller verifiering av empiriska eller semiempiriska beräkningssamband.

Miniatyrbalken provades med hjälp av en materialprovningssmaskin av fabrikat Alwetron F5000 och de båda andra balktyperna med hjälp av en 1000 tons tryckpress av fabrikat MAN. Denna stora tryckpress användes främst för att möjliggöra enklare hantering av den stora balken. En lastcell gav mätsignal för påförd kraft och induktiva lägesgivare mätsignal för balkarnas mittnedböjning. Träts deformationer omedelbart intill de stora och mellanstora balkarnas urtagning mättes med deformationsgivare av typen "clip-gauge". Samtliga mätsignaler registrerades med hjälp av dator och lagrades på diskett. Alla deformationsmätningarna, fränsett horisontell deformation vid urtagningens undersida, utfördes på båda sidor om balken, varvid mätsignalernas medelvärde bildades i samband med registreringen.

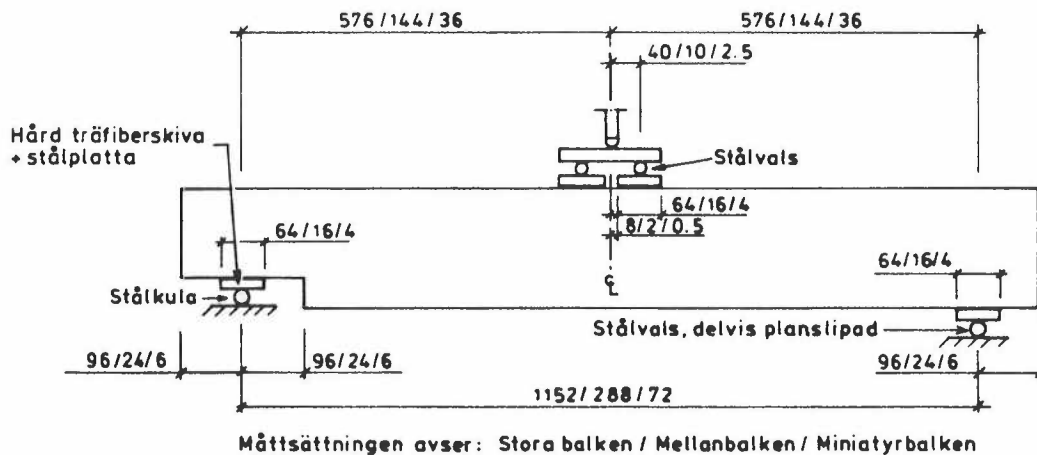
5.1 Provningsmetod

Balkarnas geometri och littera framgår av figur 3.2, 3.3 och 5.1. Principerna för upplags- och lastpåföringssättet visas i figur 5.2. Ena upplaget utformades med en stålvals, delvis planslipad, på sådant sätt att vinkeländring var möjlig, men translation förhindrad. Det andra upplaget försågs med en stålkula. Mellan stålvalsen respektive stålkulan och balken placerades en stålplatta och närmast balken en 3.2 mm hård träfiberskiva för att ta upp

ojämnheter i balkens yta. Punktlasten vid balkmitt fördelades till två ytor med hjälp av en stålplatta på stålvalsar som i sin tur tryckte på två mindre stålplattor försedda med 3.2 mm hård träfiberskiva närmast balken. Träfiberskivorna, vid upplag och lastpåföring, sågades till noggrant. Av figur 5.2 framgår att storlek på samtliga last- och upplagsytor är proportionell mot storleken på respektive balk.

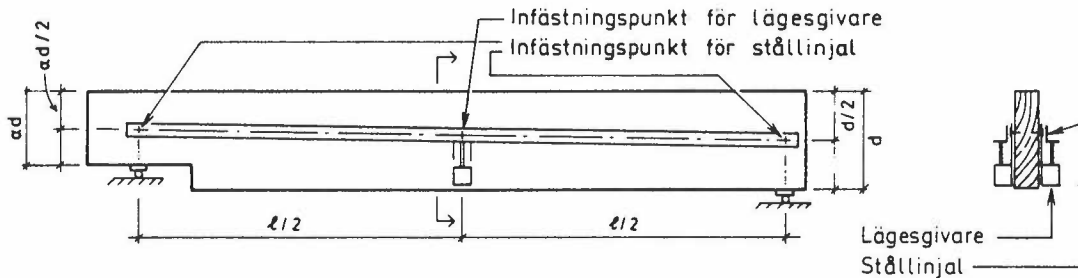


Figur 5.1 Geometri och littera på provade balkar.



Figur 5.2 Mått samt utformning av upplag och lastpåföringspunkt för provade balkar.

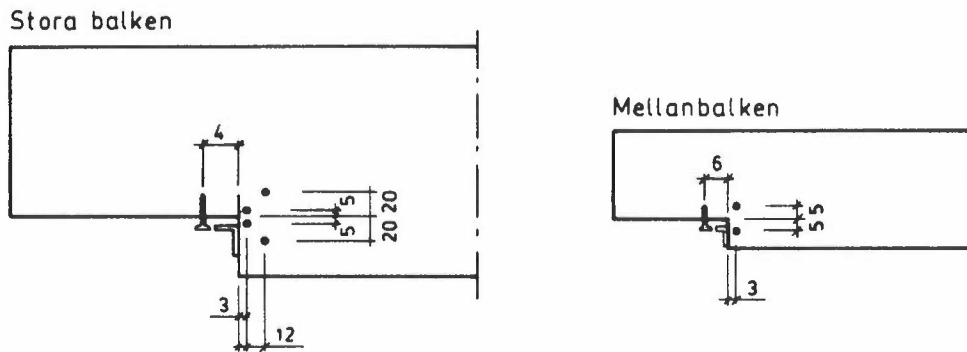
Balkarnas mittnedböjning mättes mot en ställinjal infäst centriskt över vardera upplag, figur 5.3.



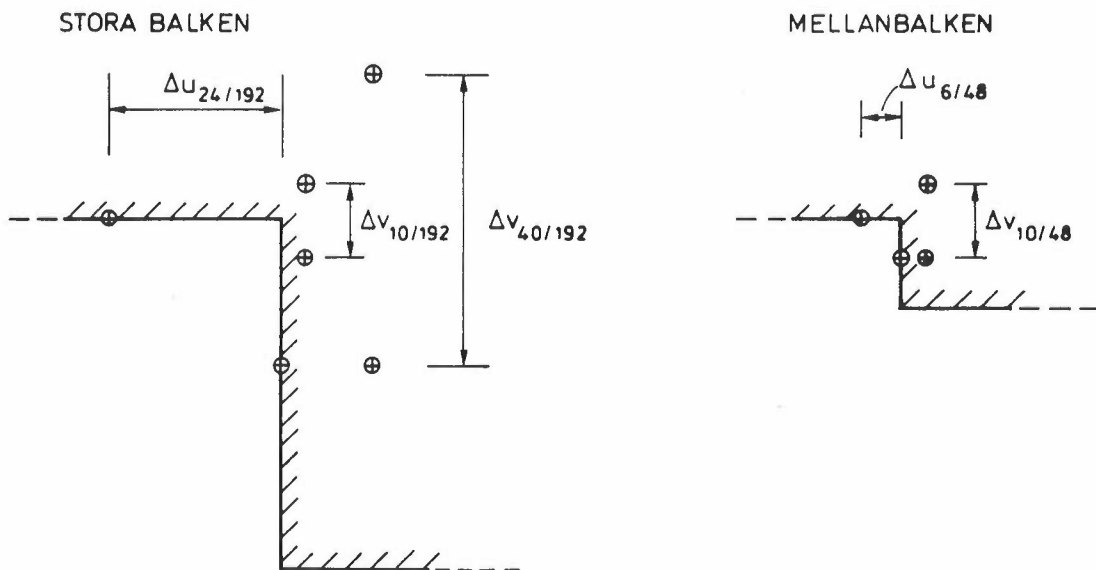
Figur 5.3 Arrangemang för mätning av balkarnas mittnedböjning.

Belastningshastighet för de tre balkstorlekarna valdes på sådant sätt att nominell töjningshastighet skulle bli lika. För de stora balkarna var hastigheten ungefär 0.8 mm mittnedböjning per minut, för mellanbalkarna ungefär 0.2 mm/min och för miniatyrbalkarna ungefär 0.05 mm/min. Dessa hastigheter bibehölls in till dess en spricka slagit upp vid urtagningen. För att inte antalet mätdataregistreringar skulle bli allt för stort ökades därefter hastigheterna till drygt de dubbla. Proportioneringen av belastningshastighet innebar att tiden till instabil spricktillväxt blev av samma storleksordning, ca 5 min, för de olika balkarna.

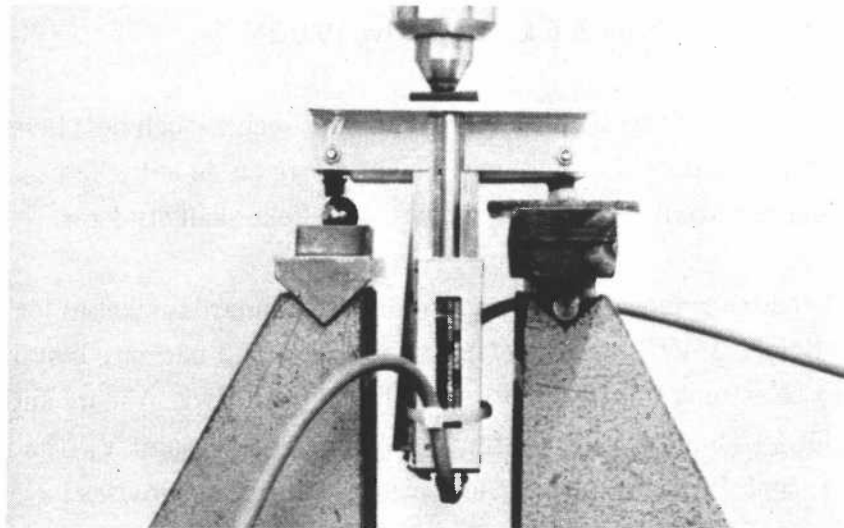
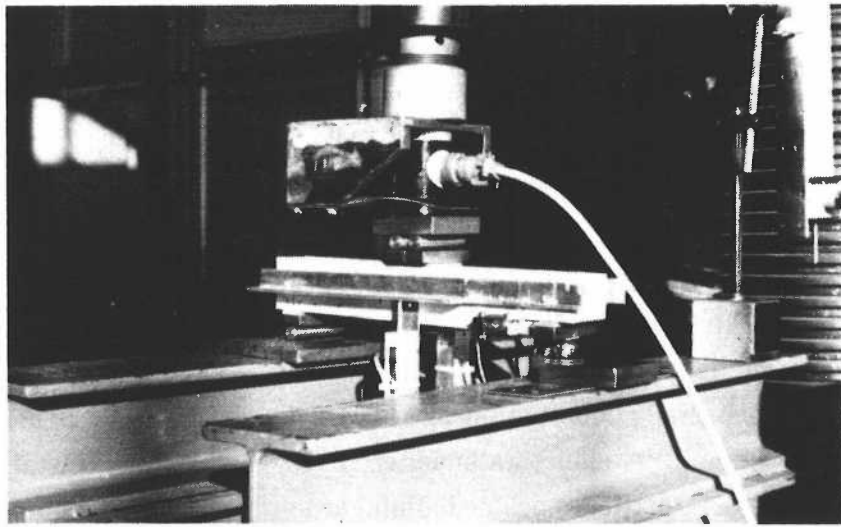
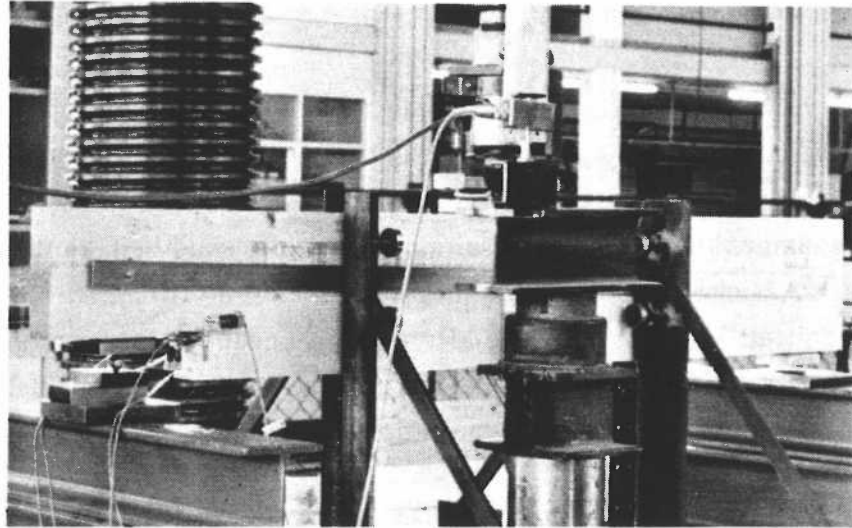
Av figur 5.4 framgår referenslängder och placeringen av mätpunkter vid mätning av deformationer omedelbart intill den stora och mellanstora balkens hak. Mätpunkterna är placerade på sådant sätt att töjningen mellan motsvarande punkter i de två balktyperna kan jämföras och, vad gäller deformation i y-riktning, även på sådant sätt att töjningen på samma absoluta avstånd från haket kan jämföras. Små aluminiumprofiler skruvades till balken i varje mätpunkt och mellan profilerna monterades deformationsgivarna (clip-gauge). Deformationsmätning vid urtagning utfördes inte på miniatyrbalken. I figur 5.5 anges beteckningar på de olika deformationerna vid urtagning. Balkarnas mittpunktsnedböjning, se figur 5.3, betecknas δ . De tre fotografierna i figur 5.6 visar komplett försöksuppställning vid provning av respektive balkstorlek.



Figur 5.4 Mätpunkters placering.



Figur 5.5 Benämning på deformationer (relativa rörelser) mellan mätpunkter vid urtagning.



Figur 5.6 Kompletteställning vid provning av de tre balktyperna.

5.2 Provningsresultat

I figur 5.7 visas belastning kontra nedböjning för de tre balkstorlekarna. Kurvorna representerar medelkurvor från de 3 x 7 balkprovningarna. Kurvorna är uppritade med hjälp av aritmetriska medelvärden av initialstyvhet och av belastning och deformation vid kurvornas två maximumpunkter. Provningsresultatet för varje enskild balk återfinns i diagrammen A1 – A3 i bilaga A. Belastning och nedböjning är normaliserad till medelskjuvspänning i nettotvärsnittet, $V/(b\alpha d) = P/(2 b\alpha d)$, respektive nedböjning, δ , i promille av absolut balklängd, ℓ , dvs $1000 \delta/\ell$. Detta innebär att kurvorna skulle sammanfallit om balkarnas belastningsrespons i enlighet med konventionellt synsätt vore dimensionsoberoende.

Med två undantag, balkarna B5 och B11, öppnade sig vid viss last, och till synes plötsligt, en spricka vid haket. Tvärkraften vid denna last betecknas $V_f = P_f/2$. Denna instabila spricktillväxt motsvaras av den första maximumpunkten hos kurvorna i figur 5.7. Vid fortsatt ökning av balknedböjning tillväxte sprickan mer eller mindre hackvis under långsamt ökande belastning. Slutligt brott inträffade genom böjbrott i balkens nettotvärsnitt och den maximala belastningen efter spricköppning betecknas $P_b = 2 V_b$, där index b står för böjbrott. Balkarnas utseende efter avslutad provning framgår av fotografierna i bilaga B.

Balkarna B5 och B11 uppvisade ett ovanligt beteende på så sätt att instabil spricktillväxt inte kom att uppträda vid haket och genom att slutligt brott inträffade som böjbrott av bruttotvärsnittet. Av registrerade deformationer vid haket framgår emellertid att en spricka eller brottzon växte, även om inte, eller bara under en mycket kort period, instabilt. Mot bakgrund av registrerade deformationer och nedböjningar antas vid beräkning av medelvärden av V_f och motsvarande nedböjning att instabil spricktillväxt inträffade i balkarna B11 och B5 vid balkbelastningen 9.6 kN respektive 19.0 kN.

Balkarnas egenvikt är mycket liten jämfört med P_f och P_b och dess inverkan betraktas därför som försumbar. Vid provning av balkar större än de aktuella kan det vara av betydelse att beakta egenvikt, inte minst om storlekseffekt skall studeras.

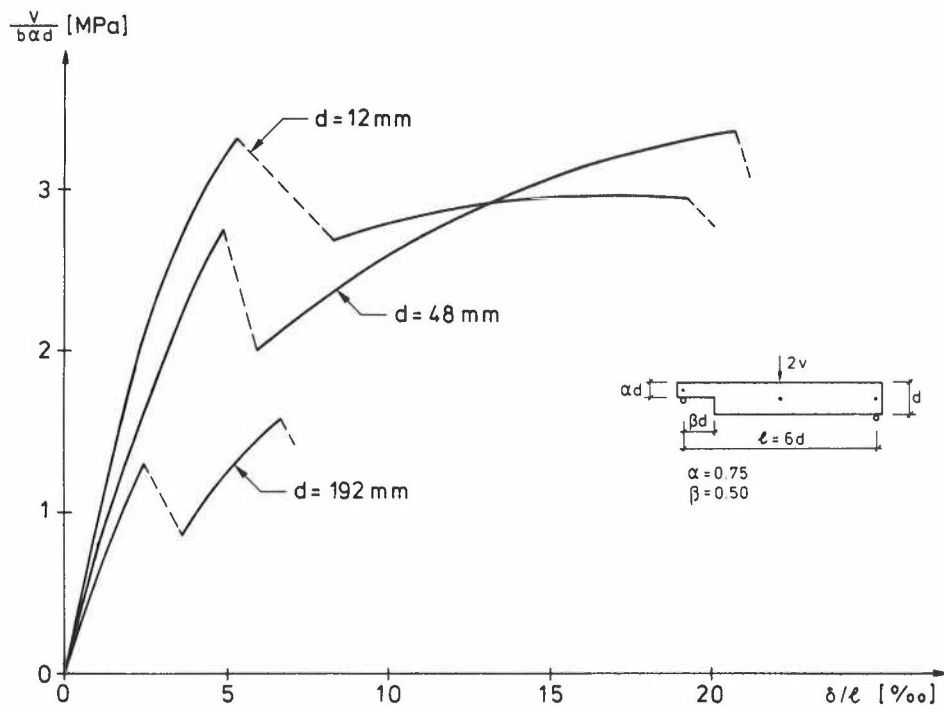
I tabell 5.1 redovisas medelvärden och spridning (standardavvikelse) för balkarnas "tangentstyvhet i origo", $\Delta(V/(b\alpha d))/\Delta(\delta/\ell)$, som i aktuellt fall närmare bestämt beräknats ur ändringen i belastning från $\delta/\ell = 0.1 \text{ ‰}$ till $\delta/\ell = 1.0 \text{ ‰}$. Vidare anges medelvärden och spridning för $V_f/(b\alpha d)$ och motsvarande nedböjning, δ_f/ℓ , samt $V_b/(b\alpha d)$ och motsvarande nedböjning, δ_b/ℓ . Provningsresultat för varje enskild balk redovisas i avsnitt 7. För miniatyrbalkarna kunde V_b registreras bara för fyra balkar, medan för övriga tre miniatyrbalkar vänster balkupplag rullade av upplagskulan strax efter den instabila spricktillväxten från haket.

Provningsresultaten i tabell 5.1 påvisar inverkan av balkstorlek på olika parametrar. För att med tanke på begränsat antal provningar avgöra om en inverkan kan vara en följd av slump eller om den är statistiskt signifikant kan teststorheten

$u = (m_1 - m_2) / \sqrt{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)}$ beräknas, se handbok i statistik. m_1 och m_2 , s_1 och s_2 , samt n_1 och n_2 betecknar medelvärde, standardavvikelse och antal provningar i respektive serie. Med normalapproximation och ensidigt test motsvaras $u > 1.64$, 2.33 och 3.09 av signifikansnivåerna $> 95\%$ (*), $> 99\%$ (**) respektive 99.9% (***), se tabell 5.1. Med initialstyvheten som exempel kan dess signifikansnivån ** tolkas så att om man med aktuell metodik valt ut och provat ett mycket stort antal balkar med storlekarna 12 mm och 192 mm, så hade med mer än ca 99 % sannolikhet medelvärdet av miniatyrbalkarnas initialstyvhet befunnits vara större än medelvärdet av de stora balkarnas initialstyvhet. Denna inverkan av balkstorlek på deras globala initialstyvhet är troligen orsakad av att trät var kvistfritt nära urtagning. För miniatyrbalkarna innebär detta i praktiken att hela balken är kvistfri. Särskilt kan noteras att provningsresultaten påvisar en statistiskt säkerställd reduktion i nominell spricklast vid ökning i balkstorlek. Till skillnad från global styvhet torde nominell spricklast inte påverkas av kvistar belägna på stort avstånd från urtagning. Beträffande spridning i provningsresultaten kan bland annat noteras att spridningen i slutbrottlast genomgående är större än spridningen i spricklast.

I figur 5.8 visas medelkurvor för töjningarna mellan motsvarande punkter i de stora respektive mellanstora balkarna. Försöksresultaten för de enskilda balkarna återfinns i diagrammen A4 och A5 i bilaga A. Fig 5.8 visar också absolut deformation mellan mätpunkterna. Kurvorna är mycket flacka vid belastning nära $P_f = 2 V_f$ och deformationernas storlek vid spricklast uppvisar därför stor spridning.

I figur 5.9 visas medelkurvor för absolut deformation mellan punkter i de stora respektive mellanstora balkarna med samma absoluta inbördes avstånd och placerade på samma absoluta avstånd från hakets spets. Försöksresultaten för de enskilda balkarna återfinns i figurerna A6 och A7 i bilaga A. Fig 5.9 visar också töjningen mellan mätpunkterna. Kurvorna är flacka vid belastning nära $P_f = 2 V_f$, deformationernas storlek vid spricklast uppvisar därför stor spridning och i några fall uppträdde instabil spricktillväxt först vid deformation större än deformationsmätarens mätområde, 1 mm.



Figur 5.7 Kraft-nedböjning för balkar med olika storlek.
Medelkurvor från 3 x 7 provningar

Tabell 5.1 Initialstyvhet, spricklast och motsvarande nedböjning, samt slutbrottlast och motsvarande nedböjning för balkar med olika storlek. Medelvärden från 3 x 7 provningar. $V = P/2$. Signifikansnivåer för negativ inverkan på parameter vid ökad balkstorlek: -, *, ** och *** betecknar ingen signifikans, > 95 %, > 99 % respektive > 99.9 %.

Initialstyvhet, $\Delta (V/(bad))/\Delta(\delta/\ell)$ (MPa)

	Medel- värde	Sprid- ning	Var.- koeff	Signifikans- nivå
d = 12 mm	0.919	0.291	31.7 %	-
d = 48 mm	0.756	0.219	29.0 %	* **
d = 192 mm	0.588	0.156	26.5 %	

Spricklast (nominell skjuvspänning), $V_f/(bad)$ (MPa)

	Medel- värde	Sprid- ning	Var.- koeff	Signifikans- nivå
d = 12 mm	3.32	0.53	16.6 %	**
d = 48 mm	2.75	0.27	9.8 %	***
d = 192 mm	1.30	0.33	25.4 %	

Nedböjning vid spricklast, δ_f/ℓ (°/oo)

	Medel- värde	Sprid- ning	Var.- koeff	Signifikans- nivå
d = 12 mm	5.29	1.32	25.0 %	-
d = 48 mm	4.86	1.09	22.4 %	***
d = 192 mm	2.45	0.51	20.8 %	

Slutbrottlast (nominell skjuvspänning), $V_b/(bad)$ (MPa)

	Medel- värde	Sprid- ning	Var.- koeff	Signifikans- nivå
d = 12 mm*	2.94	0.78	26.5 %	-
d = 48 mm	3.37	0.53	15.7 %	**
d = 192 mm	1.48	0.77	52.0 %	***

Nedböjning vid slutbrottlast, δ_b/d (°/oo)

	Medel- värde	Sprid- ning	Var.- koeff	Signifikans- nivå
d = 12 mm*	19.31	4.46	23.1 %	-
d = 48 mm	20.73	3.06	14.8 %	***
d = 192 mm	6.64	3.37	50.8 %	***

* Medelvärde från 4 provningar

Medelkurvorna i figurerna 5.8 och 5.9 är uppritade med hjälp av medelvärden av de enskilda kurvornas initiallutning och medelvärdena av $V_f/(bad)$ och motsvarande deformation, men är därutöver mera fritt uppskattade från de enskilda kurvorna, redovisade i diagrammen A4 – A7 i bilaga A.

Deformationerna nära urtagning uppvisar en skenbart plastisk platå vid ökande balkbelastning. Detta kan vara en följd av stabil brottzonstillväxt. Vid dragprovning av materialprovningsskroppar erhöles nära nog linjärt elastiskt beteende ända till brott, se figurerna 4.10 och 4.11.

I figur 5.10 visas medelkurvor för relationer mellan vertikal deformation och horisontell deformation. Via figur 5.8 kan den horisontella deformationen kopplas till balkbelastning. I diagrammen A8 och A9 i bilaga A återges mätresultaten för varje enskild balk. Av dessa framgår att det är tämligen stor spridning i relationen mellan horisontell och vertikal deformation. Det kan observeras att det vinkeljärn som med en skruv anbringades mot ändträet för mätning av horisontell deformation, se figur 5.4, har stor anläggningsyta och därför kan denna mätpunkts läge i y-led inte betraktas som noggrannt definierat.

En allmän slutsats från försöksresultaten redovisade i figurerna 5.8, 5.9 och 5.10 är att brottbeteendet tycks överensstämma med vad som kan förväntas enligt olinjär brottmekanik. Resultaten ger möjlighet till olika kvalitativa observationer enligt nedan och kan därutöver vara av värde vid verifiering av materialmodeller och beräkningsmetoder avsedda för numerisk och mera detaljerad analys av brottförlopp i trä.

Som en bakgrund vid tolkning av provningsresultaten kan återigen noteras att aktuellt träs beteende vid dragnings vinkelrätt fibrer och 45° mot fiberriktning är nära nog linjärt ända upp till brottspänning, dvs maxspänning, se figurerna 4.10 och 4.11. Detta linjära materialbeteende innebär inte nödvändigtvis att spänningen sjunker momentant till noll när maxspänning uppnåtts. Tvärtom, det finns teoretiska argument för motsatsen, jämför avsnitt 2, och för att kunna tolka aktuella provningsresultat, figurerna 5.8–5.10, förefaller det nästan nödvändigt att anta att brott sker genom tillväxt av en brottzon vid ökande balkbelastning. I en sådan brottzon sker successiv lokal sönderbrytning av materialet under det att lokal absolut materialdeformation ökar och lokal spänningskapacitet minskar.

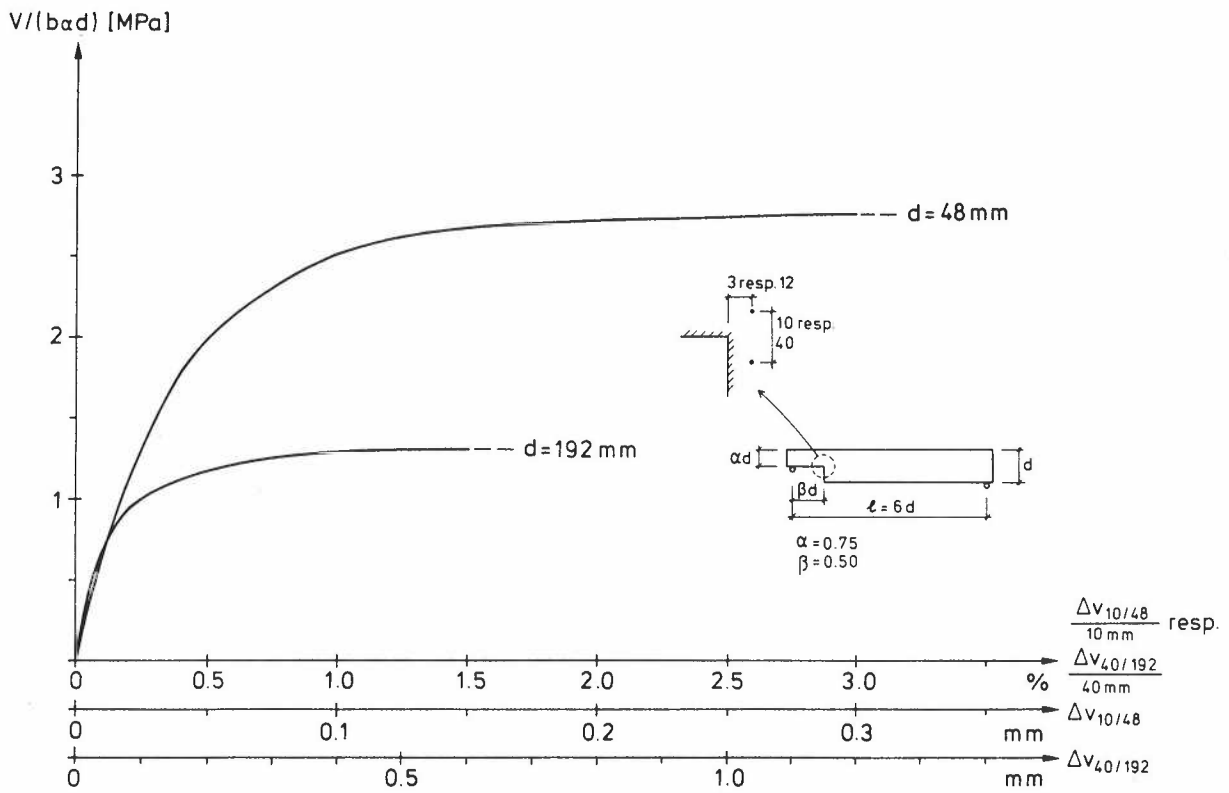
Från figur 5.8 är det tydligt att töjning mellan motsvarande punkter i balkar av olika storlek och som funktion av nominell spänning är olika i balkar av olika storlek och att kurvorna inte heller är likformiga. Enligt alla materialmodeller i vilka materialets spänningsdeformationsegenskaper anges enbart genom (lokal) spänning som funktion av (lokal) töjning, skulle kurvorna i figur 5.8 sammanfallit ända upp till maximal belastning av balk. Bland teoretiska modeller som står i strid med provningsresultaten i figur 5.8 kan anges ideal linjärelastisk brottmekanik och Weibullteori.

Vid liten belastning sammanfaller kurvorna i figur 5.8, vilket kan tolkas som att brottzonen ännu inte växt fram till den linje längs vilken töjning (medeltöjning) mättes. Den oprecisa belastning vid vilken kurvorna börjar uppvisa olinjäritet torde ungefärligen motsvara att brottzonens spets nått fram till mätlinjen. För den större balken är då brottzonens längd 12 mm och belastningen kan därefter inte ökas särskilt mycket innan zonen nått en kritisk längd som ger instabil spricktillväxt och brott i balken. Enligt teori växer brottzonen i allt snabbare takt vid ökad belastning och enligt teoretiska beräkningsresultat (Gustafsson, 1985, sid 4–198) är furubalkens bärförmåga uttömd vid en brottzonslängd om knappt 20 mm. För den mindre balken torde registrerad spännings-töjningskurva börja bli olinjär redan vid en brottzonslängd om ca 3 mm och belastningen kan därefter ökas väsentligt innan brottzonen uppnått kritisk längd.

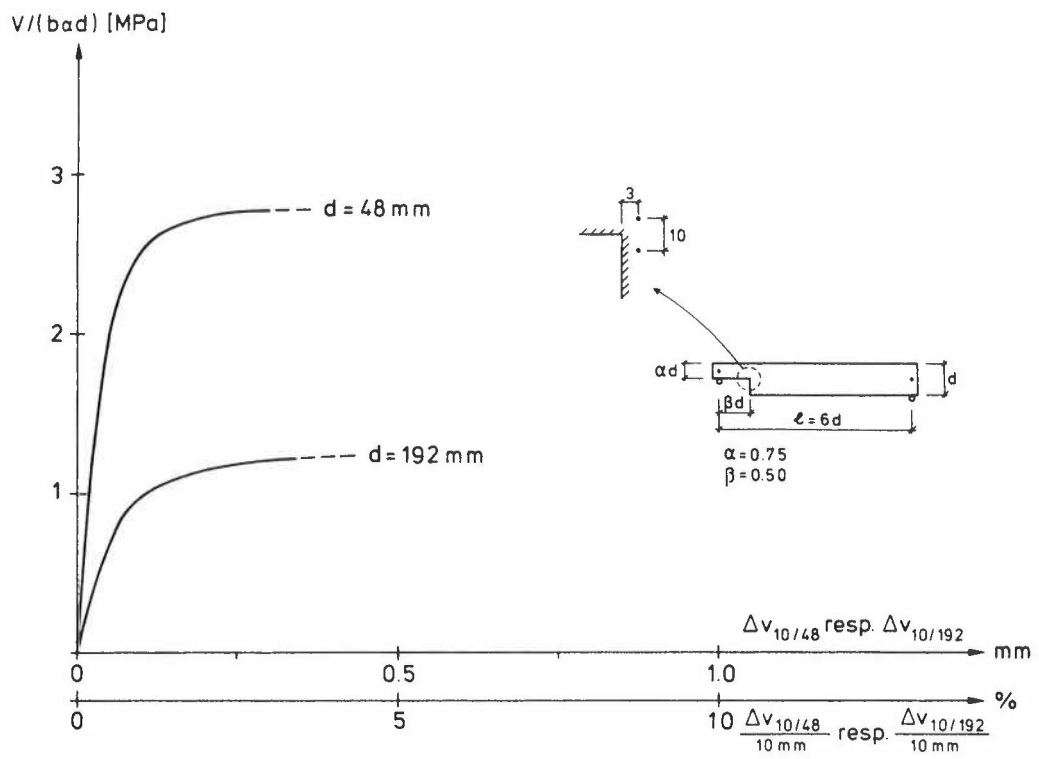
Figur 5.9 visar att vid låg lastnivå är den absoluta deformationen mellan punkter på visst absolut avstånd från hakets spets större i den större balken. Detta återspeglar att töjningarna i materialet, vid liten last och på något avstånd från hakets spets, är större på litet relativt avstånd från spetsen. Detta är samstämmigt med såväl konventionella teorier som med olinjär brottmekanik. Skillnaden i absolut deformation vid liten belastning motsvarar ungefärligen en faktor 4. Det kan vara en tillfällighet att denna faktor råkar vara lika med balkstorleksförhållandet. Av figur 5.9 framgår vidare att den absoluta deformationen vid maximal last är ungefär lika för de två balkstorlekarna. Teoretiskt kan förväntas att absolut deformation mätt över en mycket kort sträcka över brottzon är nästan helt lika vid maximal last, dvs oberoende av balkstorlek, för stora och normalstora balkar. För små balkar kan förväntas att den absoluta deformationen är något mindre.

Figur 5.10 visar att horisontell och vertikal deformation är av samma storleksordning och ungefärligen proportionella. Dock antyder resultaten att vid liten belastning är den horisontella deformationen, som väsentligen torde återspegla skjuvning i trät, förhållandevis stor.

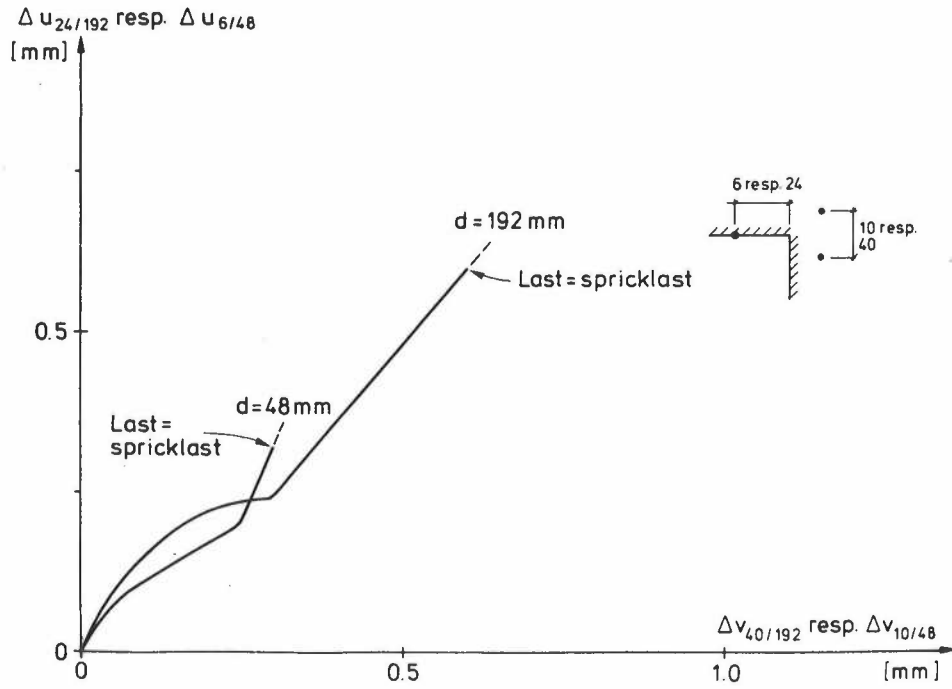
Ökad belastning ger relativ ökning av vertikal deformation. Detta kan sammantaget tolkas som att i området utanför brottzonsskiktet är förhållandet mellan skjuvtöjning och töjning vinkelrätt fibrer större än förhållandet mellan skjuvdeformation och normaldeformation i brottzonen. Med tanke på att de registrerade totaldeformationerna är ungefär lika för horisontell och vertikal deformation betyder detta att normaldeformationen i brottzonsskiktet torde vara förhållandevis stor. Detta skulle kunna tolkas så att förloppet i brottzonsskiktet väsentligen har karaktär av dragbrott. Förlust av dragspänningskapacitet i brottzonsskiktet åtföljes inte nödvändigtvis av en samtidig och proportionell förlust av skjuvspänningskapacitet.



Figur 5.8 Samband mellan nominell skjuvspänning och töjningarna mellan motsvarande punkter i balkar med olika storlek. Medelkurvor från 7 + 7 provningar.



Figur 5.9 Samband mellan nominell skjuvspänning och absolut deformation i balkar med olika storlek och nära hakets spets. Medelkurvor från 7 + 7 provningar



Figur 5.10 Samband mellan horisontell deformation och vertikal deformation i balkar med olika storlek. Medelkurvor från 7 + 7 provningar

6. TEORETISKT SAMBAND FÖR SPRICKLAST BASERAT PÅ BALKTEORI, SAMT VAL AV SKALÄRT STYVHETSMÅTT

Enligt brottmekanik har träts styvhet inverkan på spricklasten hos en balk med inskärning och man kan förvänta sig att i allmänhet inverkar både E_x , E_y , G_{xy} och ν_{xy} . Detta leder till ett stort antal materialparametrar och kombinationsmöjligheter. Därför vore det önskvärt att inför utvärdering av provningsresultaten finna ett skalärt styvhetsmått, sådant att övriga tre tal eller förhållanden som erfordras för att beskriva det plana ortotropa materialets elasticitetsgenskaper kan förväntas ha liten inverkan på spricklasten.

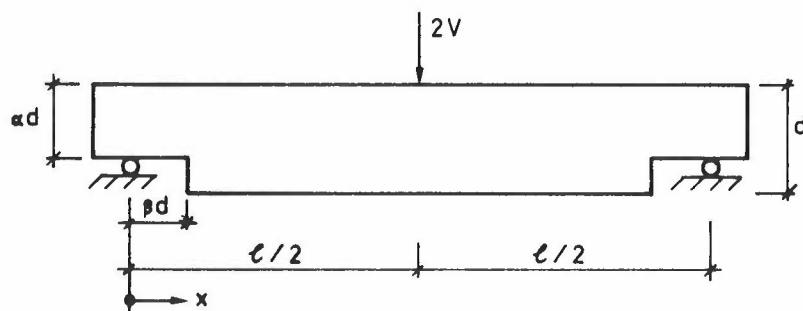
Vägen till val av skalärt styvhetsmått visar sig ge ett explicit teoretiskt beräkningsuttryck för uppsprickningslasten hos träbalkar med rätvinklig inskärning och då ett sådant uttryck kan vara av intresse, redovisas dess härledning nedan. Sambandet gäller enligt teorin även för vissa andra typer av inskärning.

6.1 Explicit teoretiskt beräkningsuttryck för spricklast

En ortotropt linjärelastisk balk med geometri enligt figur 6.1 studeras. Energipotentialet för den symmetriska halvan av systemet bestående av yttre kraft och den initialt spänningsfria balken är:

$$W_p = -\frac{1}{2} V \delta \quad (18)$$

där δ är balkens nedböjning i belastningspunkten.



Figur 6.1

När en spricka växer från haket minskar energipotentialen genom att balkens nedböjning ökar. Denna energiminskning antas vara lika med det arbete som krävs för att bryta upp sprickan. Sprickan antages ha en distinkt spets och med beteckningen G_c för arbete/sprickyta fås för en i princip oändligt kort spricktillväxt Δx :

$$G_c b \Delta x = \frac{1}{2} V_f \Delta \delta_f \quad (19)$$

där δ_f är balkens nedböjning när tvärkraften är V_f och där $\Delta \delta_f$ är den till Δx vid konstant tvärkraft hörande ökningen av balkens nedböjning. V_f är den storlek av V som medför spricktillväxt.

Vid beräkning av balkens nedböjning antas att den del av balken som ligger under sprickan är helt överksam. Detta betyder att effekten på δ_f av en spricktillväxt Δx är den samma som en ökning av hakets längd från βd till $(\beta d + \Delta x)$. Spricktillväxten kan därför tolkas som en ändring $\Delta \beta = \Delta x/d$ av β . Insatt i (19) fås:

$$\frac{V_f}{b a d} = \sqrt{\frac{2 G_c}{b a^2 d} / \frac{\partial (\delta_f/V_f)}{\partial \beta}} \quad (20)$$

δ_f/V_f är balkens vekhet. Balkens vekhet, alternativt styvhet eller nedböjning, måste beräknas på sådant sätt att dess derivata med avseende på β kan erhållas.

Balkens nedböjning kan delas upp i fyra termer:

$$\delta_f = \delta_\ell + \delta_v + \delta_r + \delta_b \quad (21)$$

δ_ℓ motsvarar nedböjningsbidraget från lokala deformationer vid lastangreppspunkt och upplagspunkter. δ_ℓ antas vara konstant vid variation av β och påverkar därför inte V_f och kan därför i aktuellt sammanhang väljas godtyckligt.

δ_v motsvarar nedböjningsbidraget från skjuvdeformation och varierar linjärt med β :

$$\delta_v = \frac{1 \cdot 2 V_f}{G_{xy}} \left[\frac{\beta d}{b a d} + \frac{\ell/2 - \beta d}{b d} \right] \quad (22)$$

δ_r motsvarar nedböjningsbidraget från den extra vinkeländring som uppkommer i ett område vid balkens abrupta sektionsändring. Termen är en följd av att plana tvärsnitt inte bibehålles plana och innebär ett beaktande av att bruttotvärsnittets böjstyvhet inte är fullt aktiverat nära sektionsändringen. δ_r kan antas vara proportionell mot momentet $V\beta d$ och hävarmen βd :

$$\delta_r = V_f c \beta^2 d^2 \quad (23)$$

där c är vekheten hos den momentfjäder som kan sägas beakta att den konsol som den reducerade balkdelen utgör är eftergivligt inspänd i den reducerade balkdelen. Ett enkelt val vore $c = 0$. Detta val skulle ge en underskattning av balknedböjningens variation med β och därmed en överskattning av spricklasten. Ett annat förenklande val göres nedan.

δ_b motsvarar nedböjningsbidraget från balkens böjkrökning. Elastiska linjens ekvation ger variation med β^3 :

$$\delta_b = \frac{V_f}{E_x b d^3 / 12} \left\{ \frac{\ell^3}{24} + \frac{(\beta d)^3}{3} \left[\frac{1}{\alpha^3} - 1 \right] \right\} \quad (24)$$

Med ett visst val, motiverat nedan, av c :

$$c = \frac{12}{b (\alpha d)^2} \sqrt{\frac{(1 - \alpha)(1 - \alpha^3)}{10 G_{xy} E_x}} \quad (25)$$

kan den summerade nedböjningen δ_f skrivas på den enkla formen

$$\delta_f = A (B + \beta d)^3 + \text{konstant} \quad (26)$$

där konstanten är konstant vid variation av β och där

$$A = \frac{V_f}{3 E_x b d^3 / 12} \left[\frac{1}{\alpha^3} - 1 \right] \quad (27)$$

och

$$B = d \sqrt{\frac{E_x}{10 G_{xy}} \frac{(1/\alpha - 1)}{(1/\alpha^3 - 1)}} \quad (28)$$

Uttrycket (26) kan jämföras med det uttryck som den elastiska linjens ekvation ger för nedböjningen av en konsolbalk, $P\beta^3/(3EI)$. Faktorn $(1/\alpha^3 - 1)$ återspeglar ökningen av konsolens nedböjning vid ändring av dess tvärsnittshöjd från d till αd längs sträckan $B + \beta d$. Konstanten B kan betraktas som en ekvivalent ökning av konsolens längd med hänsyn till de deformationer som inte beaktas vid beräkning enligt elastiska linjens ekvation. c , som är vekheten hos en momentfjäder, har i huvudsak valts just enligt (25) för att få enklare och mera lättolkade beräkningsuttryck. Det skenbart enklare valet $c = 0$ ger ett något mera komplicerat slutresultat som kan förväntas överskatta V_f vid små β . Med $E_x = 13000$ MPa och $G_{xy} = 500$ MPa ger (28) att längden B är ungefärligen lika med αd i hela intervallet $1.0 > \alpha > 0$. Tekniken med ekvivalent ökning av en konsols längd vid nedböjningsberäkning är bekväm och har med gott resultat tillämpats på isotrop DCB-provkropp (Gustafsson, 1985, sid 4–89) och på konsol inspänd i elastiskt halvoändligt medium (Pettersson, 1974).

Balkens vekhet, δ_f/V_f , sättes in i (20) varav :

$$\frac{V_f}{b\alpha d} = \frac{\sqrt{G_c/d}}{\sqrt{0.6(\alpha - \alpha^2)/G_{xy}} + \sqrt{6\beta^2(1/\alpha - \alpha^2)/E_x}} \quad (29)$$

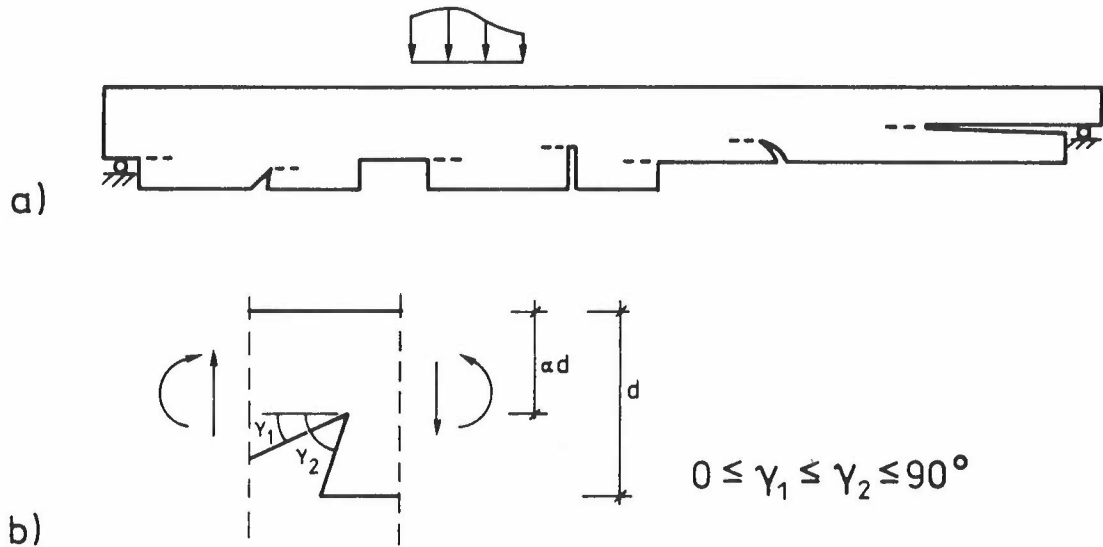
Vid tillämpning på olika urtagningar enligt figur 6.2, som inom aktuell teori är analoga med urtagning enligt figur 6.1, kan β tolkas som M/Vd , där M och V är böjmoment respektive tvärkraft i balktvärsnittet vid urtagets spets. Av jämviktsskäl är $M = \beta dV$ och insättning av $\beta = M/Vd$ i (29) ger brottvillkoret:

$$\tau \sqrt{8(\alpha - \alpha^2)/G_{xy}} + \sigma \sqrt{5(\alpha - \alpha^4)/E_x} \leq \sqrt{30 G_c/d} \quad (30)$$

där τ och σ är formell skjuv- respektive böjspänning enligt konventionell balkteori:

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{V}{b\alpha d} \quad \text{och} \quad \sigma = \frac{M}{b(\alpha d)^2/6}$$

Moment och tvärkraft förutsättes vara positiva med teckendefinition enligt figur 6.2b. För ett material som trä kan det vara troligt att brottarbetet G_c är beroende av relationen mellan skjuvning och dragning vinkelrätt mot fiber. Ett antagande $G_c = G_{f,y}$ kan emellertid tänkas vara en rimlig approximation om brottet väsentligen sker som dragfläkning vinkelrätt mot fiberriktningen.



Figur 6.2 a) Olika typer av urtagning som innefattas i en teori.
b) Positiv riktning av moment och tvärkraft.

Teorin ger information om inverkan av olika initiella sprickor vid urtagningens spets. En genom hela balkbredden genomgående spricka som utgår från urtagningens spets blir som en direkt följd av ett grundantagande ekvivalent med en ökning av βd motsvarande sprickans längd, vilket i (30) motsvarar att M och V är moment och tvärkraft i den balksektion där sprickan har sin spets.

Sprickor som utgår från urtagningens spets och går längs balkens sidor medför att balkens effektiva bredd blir reducerad. Brottarbetet per längdenhet spricktillväxt blir i detta fall proportionellt reducerat medan balkens styvhet enligt balkteori inte påverkas. Detta betyder att $V_f \sim \sqrt{b'/b}$ där b' är balkens lokalt reducerade bredd och således $b-b'$ det sammanlagda djupet av de två initiella längs balkens sidor gående sprickorna. På grund av grundantagandet om initiell spänningsfrihet i balken ger (29) eller (30) ingen information om inverkan initiella spänningar i balken, orsakade av t ex fuktgradient. En kvist kan tänkas inverka mycket olika beroende på dess orientering. För överslagsvärdering på säkra sidan kan möjligen en kvist betraktas som en initiell spricka.

Analys med finita element och olinjär brottmekanik, se (Gustafsson, 1985) och avsnitt 2.6, visar att den spricka som växer vid träs uppfläkning inte har en distinkt spets. Istället sker brottet i ett processområde som enligt de numeriska beräkningsresultaten har en utbredning längs träs fiber om i storleksordningen knappt 20 mm ($= 0.24 \sqrt{G_{xy} E_x} G_{f,y}/f_{t,y}^2$, jämför avsnitt 2.6). Detta är av betydelse vid analys av små balkar och kan i (29) beaktas genom att β ökas motsvarande en ökning av avståndet βd med uppskattningsvis fraktionen 0.15 eller 0.2 av $\sqrt{G_{xy} E_x} G_{f,y}/f_{t,y}^2$ eller genom att i (30) sätta in M och V för motsvarande balktvärsnitt. För provningsresultat angående tillväxt av ett brottprocessområde, se figurerna 5.8 och 5.9 samt tillhörande diskussion i avsnitt 5.2.

Sambanden (29) och (30) ger värdefull ungefärlig information om hur olika variabler påverkar uppsprickningslast. Något motsvarande teoretiskt baserat explicit uttryck för uppsprickningslasten hos balkar med urtagning har inte återfunnits i tillgänglig litteratur och för specialfallet med en kort rätvinklig urtagning vid upplag antyder en preliminär överslagsvärdering att aktuella samband kan ge verklighetsnära resultat. Därför utnyttjas sambanden inte enbart för val av skalärt styvhetsmått, se avsnitt 6.2, utan ägnas också en mera ingående jämförelse med aktuella och tidigare provningsresultat, se avsnitten 7.6 och 7.7. I avsnittet 7.7 göres också en undersökning av om ekv (29) är i viss mening teoretiskt konsekvent.

6.2 Val av skalärt styvhetsmått

Enligt (29) är av träs elasticitetsparametrar G_{xy} och E_x avgörande för V_f . Därför antas att E_y och ν_{xy} är av underordnad betydelse och inkluderas inte i uttryck för skalärt styvhetsmått.

För att undersöka i vilken utsträckning G_{xy} och E_x påverkar V_f kan (29) differentieras. Differentiering med avseende på G_{xy} ger:

$$\frac{\Delta V_f/V_f}{\Delta G_{xy}/G_{xy}} = \frac{0.5}{1 + \sqrt{10 \beta^2 G_{xy} (1/\alpha - \alpha^2)/(E_x (\alpha - \alpha^2))}} \quad (31)$$

Känslighetstalet $(\Delta V_f/V_f)/(\Delta G_{xy}/G_{xy})$ betecknas nedan a och känsligheten för variation i E_x , $(\Delta V_f/V_f)/(\Delta E_x/E_x)$, betecknas b . Av (31) framgår att $0 \leq a \leq 0.5$. Vid samtidig proportionell variation av E_x och G_{xy} är enligt (29) V_f proportionell mot $\sqrt{E_x G_x}$. Detta ger att $a + b = 0.5$, dvs $b = 0.5 - a$.

Ur definitionerna av a och b följer att om a och b kan anses vara konstanta så är

$$V_f \sim G_{xy}^a E_x^b \quad (32)$$

I aktuellt fall är $\alpha = 0.75$ och $\beta = 0.5$ och kvoten E_x/G_{xy} har enligt provningsresultaten medelvärdet 30 och extremvärdena 12 och 48, vilket för medelvärdet motsvarar $a = 0.32$ och för extremvärdena $a = 0.26$ respektive $a = 0.34$. Detta betyder att vid godtycklig variation av elasticitetsparametrarna E_x , E_y , G_{xy} och ν_{xy} sådan att E_x/G_{xy} inte avviker orimligt mycket från 30 gäller enligt (29) för aktuell balkgeometri approximativt att $V_f \sim G_{xy}^{0.3} E_x^{0.2}$. Kvadraten på detta uttryck, $G_{xy}^{0.6} E_x^{0.4}$, har dimensionen spänning och vore med aktuella värden på α och β ett lämpligt skalärt mått på träs effektiva styvhet. Med hänsyn till enkelhet väljes emellertid att definiera träs effektiva styvhet genom

$$E_e = \sqrt{G_{xy} E_x} \quad (33)$$

Eftersom α , främst beroende på β , kan ha olika värden mellan 0 och 0.5 kan (33) betraktas som ett medeluttryck.

E_e enligt (33) är på bekostnad av noggrannhet definierad med hänsyn till enkelhet. Nu tillgängliga kunskaper om inverkan av ν_{xy} och $E_x:E_y:G_{xy}$ på V_f ges av (29) och ett med (29) helt samstämmigt mått på E_e vore:

$$\left[\frac{1}{\sqrt{(\alpha-\alpha^2)/G_{xy}} + \sqrt{10 \beta^2 (1/\alpha-\alpha^2)/E_x}} \right]^2 \quad (34)$$

Eftersom det kan vara förvillande att ett uttryck för träs effektiva styvhet är beroende av α och β kan E_e enligt (33) vara att föredra.

Om materialets styvhet anges genom $\sqrt{G_{xy} E_x}$ blir den vid brottmekanisk analys av dragfläkningsbrott motsvarande materialkaraktäristiska längden $\sqrt{G_{xy} E_x} G_{f,y}/f_{t,y}^2$. Med återblick på den inledande frågeställningen i detta avsnitt, avsnitt 6, kan avslutningsvis anges att $\sqrt{G_{xy} E_x}$ kan vara ett lämpligt skalärt mått på träs styvhet i samband med hållfasthet hos urtagningen.

7. SAMMANSTÄLLNING OCH UTVÄRDERING AV PROVNINGSRESULTAT

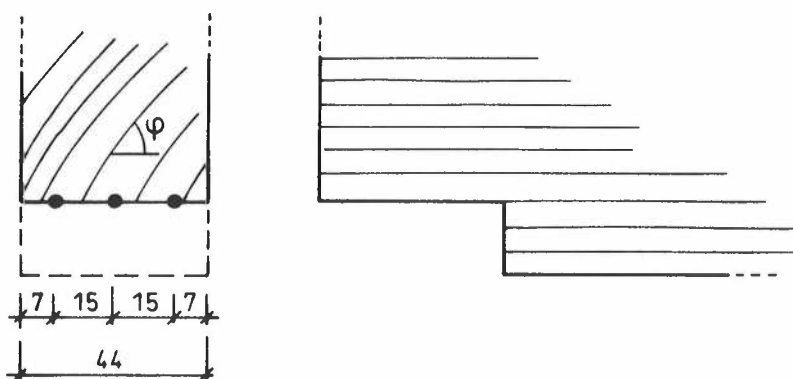
7.1 Tabell över enskilda material och balkprovningresultat

Tabell 7.1, som omfattar fyra sidor, visar enskilda material- och balkprovningsparametrar för samtliga provkroppar och tillhörande balkar. Enskilda provningsresultat i form av kurvor återfinns i bilaga.

Materialprovningsslittera P1–P7 och tillhörande balklittera B1–7 hänför sig till balkarna med höjden 192 mm. Materialprovningsslittera P8–14 och tillhörande balklittera B8–B14 och M1–M7 hänför sig till balkarna med höjden 48 mm respektive 12 mm. För kapningsschema se avsnitt 3.

Frånsett årsringsorientering är de i tabell 7.1 återgivna parametrarna definierade och experimentellt bestämda enligt avsnitten 4 och 5. För årsringsorientering, φ , se figur 3.4. Definitionsmässigt gäller att $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$. φ mättes på enkelt sätt i tre punkter enligt figur 7.1.

φ_{\min} och φ_{\max} representerar minimum respektive maximum av de tre vinklarna. $\bar{\varphi}$ är det aritmetriska medelvärdet av de tre vinklarnas absolutbelopp.



Figur 7.1 Läge av de tre punkterna där årsringsorientering mättes.

Tabell 7.1 Sammanställning av enskilda provningsresultat.

PROV- LITTERA	BALK LITT.	TRYCKBELASTNING				DRAGBELASTNING			DRAGBELASTNING i		
		E_x MPa	E_y MPa	ν_{xy}	G_{xy} MPa	i y-riktning			riktningen $\psi = 45^\circ$		
						$f_{t,y}$ MPa	E_y MPa	$\epsilon_{u,y}$ %	$f_{t,45}$ MPa	$\frac{\Delta\sigma_{45}}{\Delta\epsilon_{45}}$ MPa	$\epsilon_{u,45}$ %
P1	B1	16400	198	0.68	348	4.11	50	8.2	7.50	465	1.8
P2	B2	10000	184	0.52	367	4.92	186	2.9	7.94	697	1.1
P3	B3	10000	189	0.65	368	3.15	70	4.8	7.01	543	1.4
P4	B4	10400	171	0.50	398	3.03	85	—	4.91	489	1.1
P5	B5	8870	185	0.30	421	5.33	65	—	6.33	465	1.4
P6	B6	9570	152	0.69	774	4.57	52	—	6.23	465	1.5
P7	B7	9110	94	0.62	191	3.04	74	—	4.94	444	1.3
P8	B8 M1	13900	168	0.35	290	4.09	96	—	6.32	489	1.4
P9	B9 M2	13500	158	0.63	601	3.05	100	3.7	6.47	476	1.5
P10	B10 M3	14500	148	0.43	597	3.72	87	—	5.13	415	1.3
P11	B11 M4	16400	147	0.37	422	3.94	87	—	5.94	609	1.3
P12	B12 M5	15400	164	0.60	582	4.29	100	—	5.77	412	1.5
P13	B13 M6	17000	149	0.67	628	4.80	137	—	6.21	390	1.7
P14	B14 M7	18500	152	0.38	608	4.45	162	—	7.39	375	2.1
Medelvärde		13110	161	0.53	471 ⁴³⁸	4.04	97	4.9	6.29	481	1.5
St avvikelse		3360	26	0.14	161 ¹⁵⁰	0.76	40	2.3	0.94	87	0.3
Var koeff %		26	16	26	34	19	41	47	15	18	19

See
p. 30

PROV- LITTERA	BALK LITT.	BROTTENERGI		FUKTKVOT OCH DENSITET			ÅRSRINGSORIENTERING			
		G_f Nm/m ²	P_{max} N	Fukt- kvot %	Våtv volym r_l kg/m ³	Torr volym $r_{0.15}$ kg/m ³	Torr volym r_o kg/m ³	$\bar{\varphi}$	φ_{min}	φ_{max}
P1	B1	335	219	15.1	525	456	498	34	28	45
P2	B2	233	249	14.9	402	350	377	33	25	40
P3	B3	359	256	14.9	408	355	377	33	-45	-22
P4	B4	274	275	14.8	418	364	391	47	-55	-35
P5	B5	254	192	14.8	411	358	380	32	-45	-17
P6	B6	278	279	15.4	501	434	465	54	-60	-45
P7	B7	257	153	15.2	372	323	343	61	55	65
P8	B8 M1	219	216	14.8	482	420	454	61 50	-63 -57	-58 -42
P9	B9 M2	359	216	14.6	464	405	441	73 54	72 48	75 67
P10	B10 M3	301	210	15.0	506	440	473	63 54	60 45	65 64
P11	B11 M4	320	268	14.7	506	441	485	42 57	30 51	50 64
P12	B12 M5	339	224	14.8	497	433	475	67 63	63 56	70 68
P13	B13 M6	220	192	14.8	527	459	502	58 52	50 44	65 61
P14	B14 M7	371	201	14.7	514	448	485	57 58	50 50	60 63
Medelvärde		294	225	14.9	466.6	406.1	439.0	53		
St avvikelse		54	36	0.2	53.2	46.3	53.9	12		
Var koeff %		18	16	1.5	11.4	11.4	12.3	22		

BALK LITT.	SPRICK- LAST	NEDBÖJNING VID SPRICK-	INITIAL- STYVHET	SLUT- BRÖTT-	INITIALSTYVHET		
	$V_f/(bad)$ MPa	LAST δ_f/ℓ °/oo	$\frac{\Delta V/(bad)}{\Delta \delta/\ell}$ MPa	LAST $V_b/(bad)$ MPa	$\frac{\Delta V/(bad)}{\Delta v_{10/192/10}}$ MPa	$\frac{\Delta V/(bad)}{\Delta v_{40/192/40}}$ MPa	$\frac{\Delta V/(bad)}{\Delta v_{10/48/10}}$ MPa
B1	1.41	1.93	0.817	2.26	3.01	9.31	
B2	1.13	2.09	0.572	0.94	1.09	5.70	
B3	1.64	3.03	0.589	1.79	1.47	8.87	
B4	1.24	2.40	0.565	1.44	1.00	3.91	
B5	1.50	3.29	0.525	1.98	2.79	11.10	
B6	1.51	2.24	0.723	1.95	1.02	17.05	
B7	0.67	2.16	0.323	0.02	0.06	1.64	
B8	2.54	4.08	0.965	2.94			8.40
M1	3.23	5.38	0.664	-			
B9	3.06	6.98	0.596	3.25			4.83
M2	3.11	4.75	0.875	2.58			
B10	2.55	4.55	0.639	3.03			14.20
M3	3.17	3.79	1.271	-			
B11	3.03	4.24	1.159	4.29			4.04
M4	4.08	6.04	1.320	4.08			
B12	2.34	3.72	0.704	2.78			4.29
M5	3.64	5.71	1.010	2.36			
B13	2.83	5.35	0.593	3.69			4.04
M6	2.40	3.83	0.657	-			
B14	2.89	5.07	0.638	3.63			3.95
M7	3.61	7.54	0.636	2.72			
Medelvärde					1.49	8.23	6.25
St avv					1.05	5.10	3.85
Var koeff %					71	62	62

DEFORMATION VID SPRICKLAST

BALK

LITT. $\Delta v_{10/192}$ $\Delta v_{40/192}$ $\Delta v_{10/48}$ $\Delta u_{24/192}$ $\Delta u_{6/48}$
 mm mm mm mm mm

B1	1.07	1.14		0.43	
B2	0.22	0.20		0.21	
B3	0.73	0.58		0.31	
B4	1.22	1.08		1.14	
B5	0.13	0.14		0.14	
B6	1.08	0.96		1.30	
B7	0.35	0.32		0.25	
B8 M1			0.10		0.13
B9 M2			0.30		0.32
B10 M3			0.037		0.076
B11 M4			0.36		0.042
B12 M5			0.154		0.093
B13 M6			0.250		0.112
B14 M7			0.192		0.145

0.69 0.63 0.20 0.54 0.13
 0.45 0.43 0.11 0.48 0.09
 66 68 57 88 69

7.2 Statistisk korrelation mellan olika materialegenskaper

Materialprovningensresultaten i tabell 7.1 ger viss möjlighet att undersöka om det finns samband mellan olika materialparametrars värde. Eftersom träts kvalitet är nominellt lika är variationsbredden för olika parametrar ganska liten. Som exempel varierar träts torrdensitet, r_o , mellan 343 kg/m^3 och 502 kg/m^3 . På grund av den begränsade variationsbredden kan det vara tillfyllest att inom aktuellt område ansätta en linjär relation mellan respektive parametrar och således undersöka om det finns något samband genom att göra en skattning av den på vanligt sätt definierade korrelationskoefficienten ρ :

$$\rho (X, Y) = \frac{C(X, Y)}{D(X) D(Y)} \quad (35)$$

där C är kovariansen mellan parametrarna X och Y och där D är standardavvikelsen för respektive parameter. $|\rho| = 1.0$ betyder att materialparametrarna mycket väl ansluter till ett linjärt samband och $|\rho| = 0$ betyder att parametrarna är helt oberoende. I tabell 7.2 visas en korrelationsmatris som anger ρ för olika kombinationer. De i tabellen angivna värdena är skattningar av det sanna värde på ρ som skulle erhållits vid ett oändligt antal provningar.

Att döma av tabell 7.2 kan det finnas ett något så när säkert samband mellan r_o och E_x . Med sorterna kg/m^3 respektive MPa ger aktuella provningsresultat följande skattning av ett linjärt samband:

$$E_x = 54.0 r_o - 10600 \quad (\rho = 0.87) \quad (36)$$

Därutöver synes korrelationen mellan olika materialegenskaper hos ett trästycke vara svag eller mycket svag. Så t ex förefaller E_x och E_y vara oberoende parametrar. På grund av de svaga korrelationerna är det knappast meningsfullt att etablera empiriska samband. Detta gäller aktuell population. Med en bredare population är det mera troligt att meningsfulla empiriska samband kan etableras.

Korrelation mellan de olika densitetsmått r_ℓ (våtvikt/våtvolymer), $r_{o.15}$ (torrvikt/våtvolymer) och r_o (torrvikt/torrsvolymer) är inte inkluderade i tabell 7.2. Dessa variabler uppvisar mycket god korrelation och följande empiriska relationer kan fås för aktuellt provmaterial som under två till sex månader hade konditionerats i temperaturen 20°C och relativa luftfuktigheten 65 %:

$$r_\ell = 0.1 + 1.149 r_{0.15} \quad (\rho = 0.9998) \quad (37)$$

$$r_{0.15} = 29.8 + 0.857 r_0 \quad (\rho = 0.9977) \quad (38)$$

$$r_0 = -32.2 + 1.010 r_\ell \quad (\rho = 0.9969) \quad (39)$$

De olika densiteterna är givna i sorten kg/m³. Sambandet (37) visar att träts fuktkvot, $(r_\ell - r_{0.15})/r_{0.15}$, är praktiskt taget helt konstant vid variation av träts densitet. Volymkrympningen, däremot, ökar med mängden vatten per volymsenhet och därmed med träts densitet. Härvid ger sambandet (38):

$$(V_{0.15} - V_0)/V_{0.15} = 0.143 - 29.8/r_0 \quad (40)$$

Tabell 7.2 Korrelationskoefficienter, ρ , för linjär relation mellan olika materialparameterpar. (Negativt värde anger avtagande relation; numeriskt värde anger korrelation, ej linjens lutning).

	E_x	E_y	ν_{xy}	G_{xy}	$f_{t,y}$	$f_{t,45}$	G_f	r_0
E_x	1.0	0.0	-0.1	0.3	0.1	0.2	0.4	0.87
E_y	0.0	1.0	-0.1	0.0	0.3	0.6	0.1	0.1
ν_{xy}	-0.1	-0.1	1.0	0.2	-0.3	0.1	0.2	0.0
G_{xy}	0.3	0.0	0.2	1.0	0.3	0.0	0.3	0.6
$f_{t,y}$	0.1	0.3	-0.3	0.3	1.0	0.5	-0.4	0.3
$f_{t,45}$	0.2	0.6	0.1	0.0	0.5	1.0	0.2	0.1
G_f	0.4	0.1	0.2	0.3	-0.4	0.2	1.0	0.3
r_0	0.87	0.1	0.0	0.6	0.3	0.1	0.3	1.0

7.3 Kommentar angående elasticitetsmodul vinkelrätt fiber, E_y

Vid provningarna erhållna värden på elasticitetsmodulen vinkelrätt fiber, E_y , kan vid jämförelse med olika litteraturuppgifter synas vara låg. Vid tryckbelastning erhöles i medeltal $E_y = 161$ MPa och vid dragbelastning erhöles i medeltal $E_y = 97$ MPa. I (Bergström et al, 1974) anges för furu vid 12 % fuktkvot att elasticitetsmodul vinkelrätt fiber är typiskt ca 460 MPa och i (Carling, 1978) anges 200–300 MPa. Kollmann (1951) återger uppgifter för furu (Kiefer) med densiteten 550 kg/m³ och fuktkvoten 9.7 % som motsvarar att elasticitetsmodulen i radiell riktning, $E_{y'}$, är 1100 MPa och att elasticitetsmodulen i tangentiell riktning, $E_{z'}$, är 570 MPa.

Vid bedömning av E_y ($= \sigma_y / \epsilon_y$ vid $\sigma_x = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$) är det emellertid väsentligt att beakta årsringarnas orientering i provkroppen. I aktuellt fall ligger årsringsorienteringen för flertalet provkroppar i ett område runt $\bar{\varphi} = 45^\circ$, se tabell 7.1. På grund av träs mycket låga skjuvmodul $G_{y'z'}$ är det därför missvisande att jämföra E_y med $E_{y'}$ eller $E_{z'}$, och det är också missvisande att jämföra med något medelvärde mellan $E_{y'}$ och $E_{z'}$. Vid $\varphi \approx 45^\circ$ är istället $G_{y'z'}$ av dominerande betydelse för E_y . Detta framgår om man uttrycker E_y i $E_{y'}$, $E_{z'}$, $G_{y'z'}$, $\nu_{z'y'}$ och φ . Transformationssamband för spänning och töjning, se t ex (Bodig och Jayne, 1982), ger:

$$E_y = \frac{E_{y'}E_{z'}G_{y'z'}}{E_{z'}G_{y'z'}(c^4 - \nu_{y'z'}^2 s^2 c^2) + E_{y'}G_{y'z'}(s^4 - \nu_{z'y'}^2 s^2 c^2) + E_{y'}E_{z'}s^2 c^2} \quad (41)$$

där $c = \cos \varphi$, $s = \sin \varphi$ och $\nu_{z'y'} = \nu_{y'z'}E_{z'}/E_{y'}$. De i (Kollmann, 1951) för furu med densiteten 550 kg/m³ angivna flexibilitetsparametrarna ger $E_{x'} = 16300$ MPa, $E_{y'} = 1100$ MPa, $E_{z'} = 570$ MPa, $G_{x'y'} = 1150$ MPa, $G_{x'z'} = 680$ MPa, $G_{y'z'} = 65$ MPa, $\nu_{x'y'} \approx \nu_{x'z'} \approx 0.5$ och $\nu_{z'y'} \approx 0.3$. Detta motsvarar ungefärligen att $E_{y'}:E_{z'}:G_{y'z'} = 20:10:1$ och i figur 7.2 visas E_y som funktion av φ för $E_{y'} = 800$ MPa, $E_{z'} = 400$ MPa, $G_{y'z'} = 40$ MPa och $\nu_{z'y'} = 0.25$.

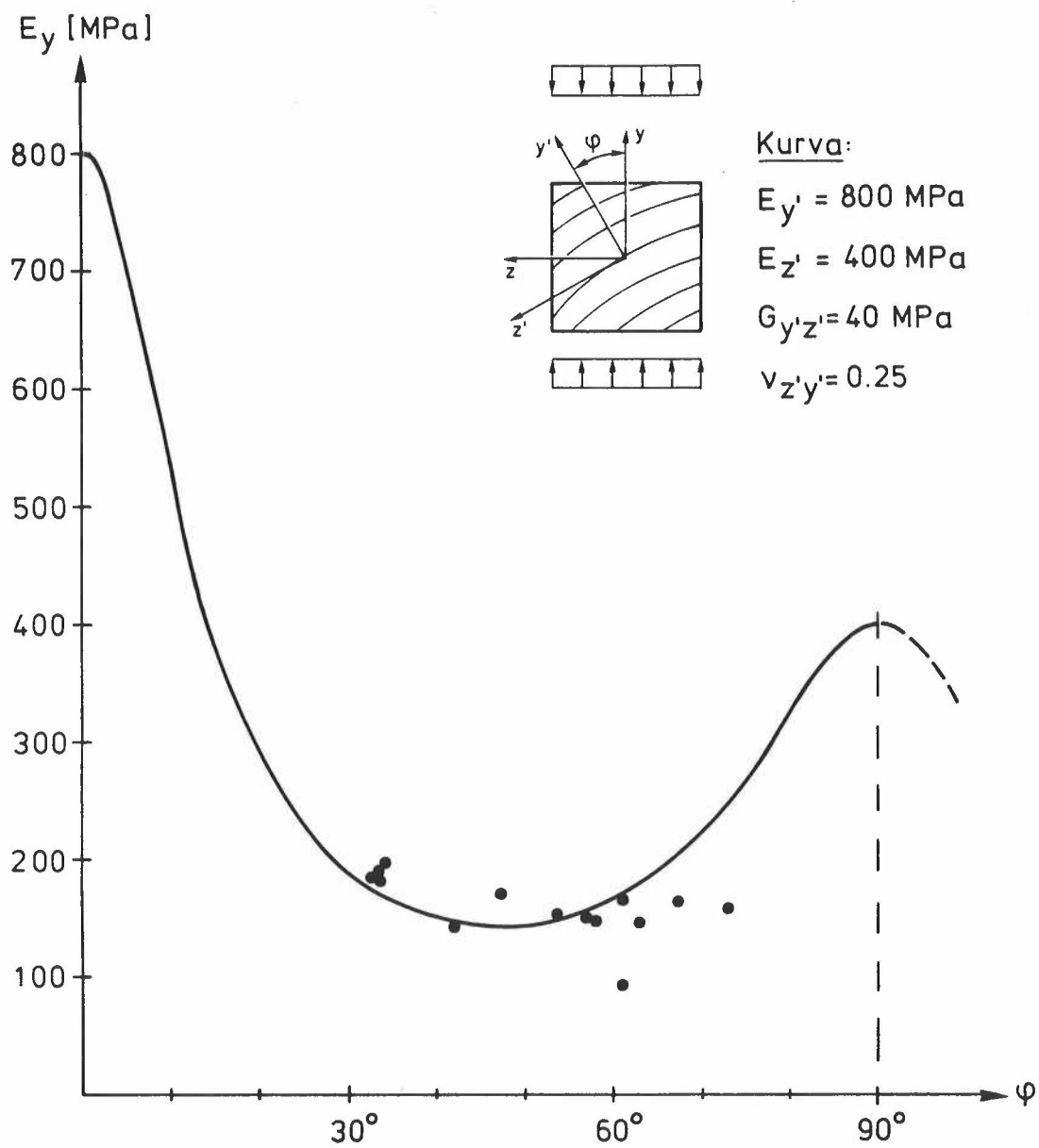
I figur 7.2 visas även de vid tryckprovningarna uppmätta värdena på E_y . Det framgår att de uppmätta värdena på E_y inte förefaller orimliga trots att E_y är väsentligt lägre än en trolig storleksordning på elasticitetsmodulerna i tangentiell och radiell riktning.

Möjligen kan även de vid dragprovningarna erhållna ännu lägre värdena på E_y förklaras av inverkan av årsringsorientering. Provkropparna använda vid tryckbelastningsprovningarna är så stora, se figur 4.1, att årsringsorienteringen kan antas variera och uppvisa oregelbundenheter inom provvolymen. Detta innebär att den deformation som är lätt att åstadkomma, dvs $\gamma_{y'z'}$, ger olika rörelseriktning i olika punkter. På så sätt kan en kinematisk låsning av deformationerna inom provkroppen tänkas uppkomma med ett högre motstånd mot deformation i y -riktningen som följd. Dragprovkropparna har å andra sidan ett så litet tvärsnitt att årsringsorienteringen inom provvolymen kan antas vara nästan helt konstant.

Med värdet på E_y från dragprovningarna, 97 MPa, innebär ovanstående resonans att det "sanna" värdet på $G_{y'z'}$ kan vara väsentligt lägre än 40 MPa, vilket i jämförelse med Kollmanns uppgift, 65 MPa, i sig är ganska lågt. Emellertid kan provkroppens storlek tänkas vara av betydelse även för i litteratur angivna värden på $G_{y'z'}$ och det är okänt om Kollmanns uppgifter är baserade på provning av så små provkroppar att φ kan anses vara konstant inom provkroppen.

Med reservation för mätfel och för riktigheten i ovanstående förklaring kan skillnaden i E_y vid bestämning genom tryckprovningen respektive dragprovningen betraktas som en storlekseffekt. Ur materialteknisk synpunkt torde då värdena på E_y erhållna vid dragprovningarna vara mest rättvisande, men vid tillämpad planspanningsanalys av balkar med bredden 44 mm torde värdena på E_y erhållna vid tryckprovningarna vara mest rättvisande.

Även G_{xy} och ν_{xy} påverkas φ . I dessa fall är emellertid variationen med φ inte lika drastisk som i fallet med E_y .



Figur 7.2 Vid tryckprovning uppmätta E_y ($= \sigma_y/\epsilon_y$ vid $\sigma_x = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$) versus årsringsorientering (uppmätta medelvärden $\bar{\varphi}$) och en för vissa konstanta materialegenskaper teoretisk kurva för E_y som funktion av φ .

7.4 Jämförelse av aktuella brottenergivärden med olika litteraturuppgifter.

Antalet undersökningar och empiriskt kunskapsunderlag för bedömning av träs brottenergi förefaller tämligen begränsat. För furu finns emellertid resultat från några olika undersökningar tillgängliga och det kan vara befogat att göra en jämförelse mellan de aktuella provningsresultaten och olika litteraturuppgifter.

I ett litteraturstudium av brottkriterier för trä återger Johannesson (1984) en empirisk formel hämtad från (Debaise, Porter och Pentoney, 1966). Denna formel ger för white pine (*Pinus strobus* L.) brottenergi vid fläkning som funktion av temperatur och fuktkvot:

$$G_{1C} = 1.28 + 0.01125 (T - 243)(1 - e^{-M/6}) \quad (42)$$

där T är temperaturen i grader Kelvin, M fuktkvoten i % och G_{1C} brottenergi i lb/in (1.0 lb/in = 175 Nm/m²). Formeln är anpassad till provningsresultat i temperaturintervallet -30°C till $+30^{\circ}\text{C}$ och fuktkvotsintervallet 0 till 30 %. Provningsmetoden är okänd men torde vara annorlunda än den som tillämpats i de aktuella provningarna. Med $M = 14.9$ % ger (42) för temperaturen 20°C att $G_{1C} = 315$ Nm/m², se tabell 7.3.

Helmersson (1978) bestämde vid rumstemperatur brottenergi G_c för furu vid fläkning. Densiteten hos provmaterialet var ungefärligen 530 kg/m³. Provningarna utfördes på i princip samma sätt som aktuella provningar, dock med något annorlunda utformning av provkropp och med något annorlunda metod för utvärdering av provningsresultat. Provningarna omfattade fem serier om vardera 6 provkroppar. Härvid utfördes provningar vid tre fuktkvoter och i två fall utfördes provningar med olika höjd på provkropp. De i tabell 7.3 för Helmersson (1978) inom parentes angivna värdena erhöles för provkroppar med höjden 100 mm och de utom parentes angivna värdena erhöles för provkroppar med höjden 50 mm. Materialet med fuktkvoten 90 % hade under en vecka lagrats i vatten med temperaturen 20°C .

Valentin och Morlier (1982) bestämde brottenergi för furu som det kritiska värdet på J -integralen genom att bestämma töjningsenergin i provkroppar med olika långa initialsprickor. Provningarna omfattade fläkning med brottplanet normalt dels i radiell riktning och dels i tangentiell riktning. Beroende på val av numerisk metod vid utvärdering av provningsresultaten erhöles olika värden på J_c . Dessa olika värden återges i tabell 7.3 inom respektive främför parentes. Provningstemperaturen var ca 20°C .

Tabell 7.3 Brottenergivärde i litteratur för *Pinus sylvestris* L. ("vanlig furu", "red pine") och *Pinus strobus* L. ("Weymut-tall", "White pine"). Orientering anger riktning hos normal till brottyta, se figur 3.4.

	Brott- energi Nm/m ²	Var. koeff %	Orien- tering	Fukt- kvot %
Aktuella resultat	294	18	y	14.9
Debaise et al. (white pine)	315	—	y	14.9
Helmersson (1978)	326 (357)	9 (7)	y	8.5
	332 (410)	14 (3)	y	12
	181 (—)	9 (—)	y	90
Valentin och Morlier (1982)	285 (438)	21 (20)	z'	12
	300 (377)	20 (17)	y'	12

Det framgår av tabell 7.3 att brottenergin för furu normalt torde ligga runt 300 Nm/m² vid dragfläkning. Vått virke förefaller dock ha en markant lägre brottenergi och enligt formeln (42) har vid rumstemperatur även helt torrt virke en markant lägre brottenergi. Trots olika provningsmetoder och trots att man kan förvänta sig att olika träpartier är av olika kvalitet är de olika provningsresultaten tämligen samstämmiga. Avvikelsen mellan de olika resultaten och även spridningen inom respektive provningsserie är likvärdig med den som man normalt kan förvänta sig vid provning av träs egenskaper. Bärförmåga är, enligt teori, som känsligast proportionell mot kvadraten ur brottenergi. Vid jämförelse med variationskoefficienter för hållfasthetsparametrar kan det därför vara befogat, förutsatt given materialstyvhet, att halvera variationskoefficienten för brottenergi.

7.5 Statistisk korrelation mellan spricklast och olika materialegenskaper

Inverkan av materialegenskaper på spricklast skulle kunna studeras experimentellt genom att prova balkar med lika geometri och storlek, men gjorda av olika ortotropa material. I aktuellt fall studeras endast ett material och detta är tämligen snävt preciserat: sorterad vanlig furu utan kvistar i det för brott avgörande området, taget från ett parti och förkonditionerat på samma sätt. Därför varierar materialegenskaperna inom ett ganska snävt intervall. Detta begränsar möjligheten att empiriskt finna samband och att verifiera eller förkasta olika hypoteser.

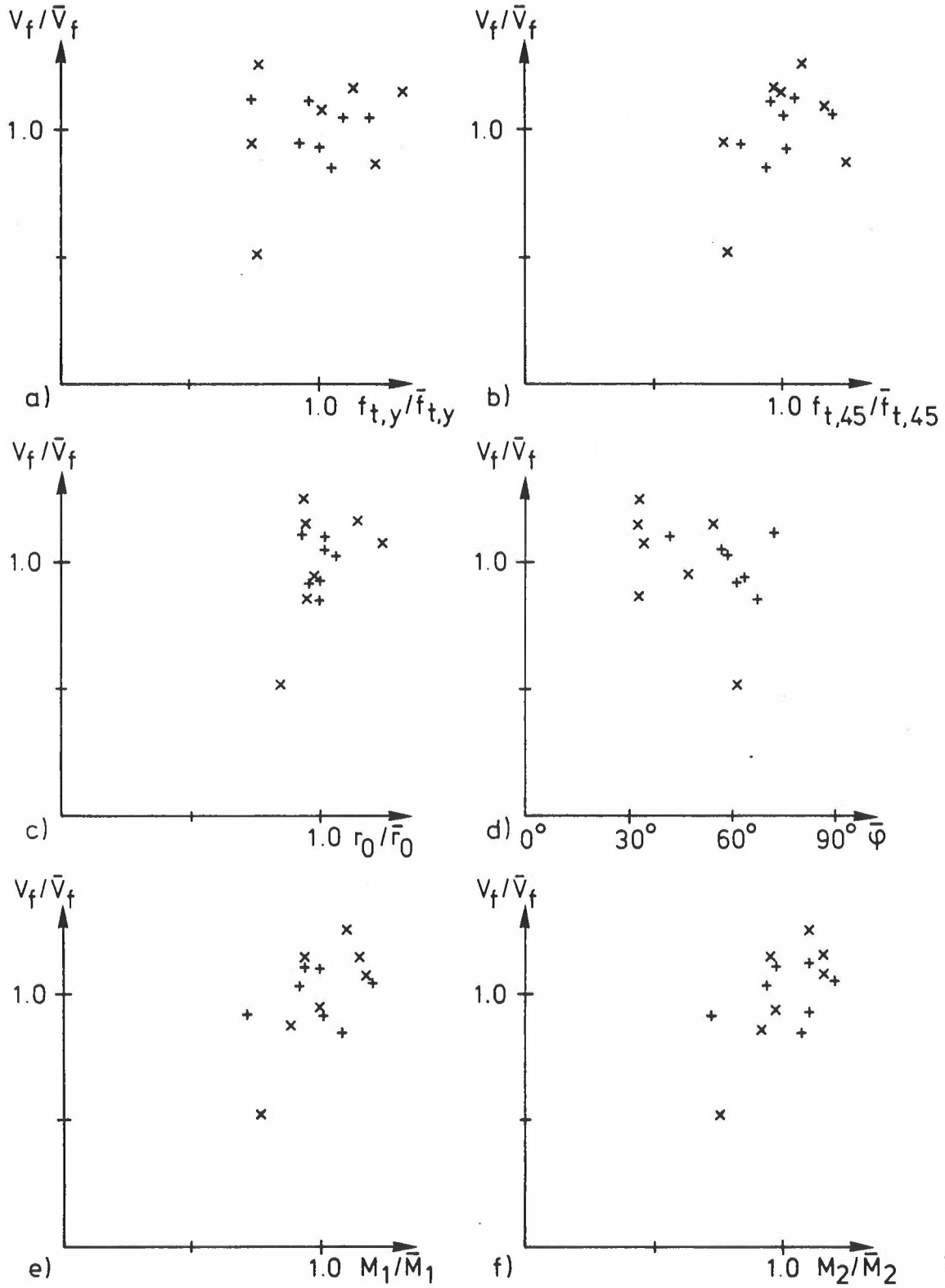
Trots detta är det av intresse att försöka se empiriska samband, eller brist på samband, och i figur 7.3 är spricklast plottad mot några olika materialparametrar. För att i samma diagram kunna plotta resultat både för balkarna med $d = 192$ mm och $d = 48$ mm är aktuella spricklaster i respektive grupp normaliserade mot medelspricklasten, \bar{V}_f , i respektive grupp. Materialparametrarna är normaliserade på samma sätt. Medelvärdena för $V_f/(b\alpha d)$ och aktuella materialparametrar är för respektive grupp givna i tabell 7.4.

I figur 7.3a är spricklast plottad mot tvärdraghållfasthet hos angränsande materialprovkropp. Man kan inte skönja något samband och särskilt finns inget som antyder att spricklasten skulle vara proportionell mot träs tvärdraghållfasthet.

I figur 7.3b är spricklast plottad mot materialets styrka i form av dess draghållfasthet i 45°-riktning mot fiberriktning. Resultaten kan inte sägas utesluta att proportionalitet kan råda i medeltal. Antydning till samband kan vara en följd av faktisk inverkan av $f_{t,45}$, av slump eller av att $f_{t,45}$ för aktuellt provmaterial uppvisar viss korrelation med primärt avgörande materialegenskaper.

Den gängse uppfattningen torde vara att spricklasten är proportionell mot träs tvärdraghållfasthet alternativt dess styrka vid dragning i riktningen 45° mot fiberriktningen. Aktuella provningsresultat kan inte sägas styrka en sådan uppfattning och det är obekant om det i litteraturen finns provningsresultat som påvisar proportionalitet mellan träs styrka och bärförmågan vid en inskärning. I dimensioneringsformler, se avsnitt 2, anges träs styrka genom dess skjuvhållfasthet mot vilken spricklasten antages vara proportionell.

Enligt ett förslag till beräkningsformel, se ekv (4) och (6) i avsnitt 2, är spricklasten proportionell mot träs kvalitet i form av dess densitet. Figur 7.3c antyder dock inget samband. Emellertid är variationen i densitet liten.



Figur 7.3 Spricklast plottad mot olika materialparametrar. x visar resultat för balkar med $d = 192$ mm, + för balkar med $d = 48$ mm.

$$M_1 = (G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}})^{0.5} \quad \text{och} \quad M_2 = G_{f,y}^{0.45} E_x^{0.18} G_{xy}^{0.27} f_{t,45}^{0.10}$$

I (Larsen och Riberholt, 1983) antydes i en kort passus att årsringarnas orientering kan vara av betydelse. Figur 7.3d påvisar inget samband för aktuella värden på $\bar{\varphi}$, som ligger i det ungefärliga intervallet 35° till 70°.

Med $\sqrt{E_x G_{xy}}$, se avsnitt 6.2, som ett förenklat mått på träs effektiva styvhet visar figur 7.3e plottning av spricklast mot materialparameterprodukten $M_1 = (G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}})^{0.5} = G_{f,y}^{0.5} E_x^{0.25} G_{xy}^{0.25}$. Den enligt avsnitt 6.1 teoretiskt förutsagda proportionaliteten kan inte uteslutas mot bakgrund av aktuella provningsresultat.

Med ett för aktuell geometri och material teoretiskt mera relevant mått på träs effektiva styvhet, $E_x^{0.4} G_{xy}^{0.6}$, se avsnitt 6.2, och med $f_{t,45}$ som mått på träs hållfasthet visas i figur 7.3f spricklast plottad mot materialparameterprodukten $M_2 = (G_{f,y} E_x^{0.4} G_{xy}^{0.6})^{0.45} f_{t,45}^{0.1} = G_{f,y}^{0.45} E_x^{0.18} G_{xy}^{0.27} f_{t,45}^{0.1}$, jämför ekv (10) i avsnitt 2.6. Enligt olinjär brottmekanik kan man för rimligt stora balkar förvänta sig att V_f bör vara ungefär proportionell mot M_2 vid aktuell inskärningsgeometri och vid aktuella värden på kvoten E_x/G_{xy} .

Tabell 7.4 Medelvärden på materialparametrar, utnyttjade vid normaliseringar i figur 7.3

Prov- littera	d	$\frac{V_f}{bad}$	$\bar{F}_{t,y}$	$\bar{F}_{t,45}$	\bar{r}_0	M_1	M_2
	mm	MPa	MPa	MPa	kg/m ³	MPa√m	MPam ^{0.45}
P1B1–P7B7	192	1.30	4.02	6.41	404	0.76	0.81
P8B8–P14B14	48	2.75	4.05	6.18	474	0.93	0.96

Resultaten för balkarna med höjden $d = 12$ mm har inte inkluderats i figur 7.3. Detta bland annat på grund av att materialprovkropparna är gemensamma för balkarna med $d = 12$ och 48 mm. Dessa balkar togs parvis ur samma plankor och inskärningarnas spets låg härvid i plankorna på det ungefärliga inbördes avståndet 350 mm, se figur 3.1. Plottning av V_f vid $d = 48$ mm mot V_f vid $d = 12$ mm uppvisar emellertid nära nog total brist på korrelation ($\rho = 0.0$). Detta antyder att i aktuellt fall är spridningen i egenskaper på avstånd om 350 mm inom en plankor lika stor som spridningen mellan de fyra olika plankor ur vilka småbalkarna och miniatyrbalkarna togs. Vidare kan konstateras, se tabell 5.1, att variationen i V_f inom dessa två balkgrupper är liten. Av nämnda skäl ger dessa två balkgrupper föga information om inverkan av materialparametrar.

Variationen i egenskaper mellan de sju plankor ur vilka balkarna med $d = 192$ mm togs är större och ger därmed en något bättre möjlighet att finna samband. För dessa större balkar ger linjär regressionsanalys följande resultat:

$$V_f/\bar{V}_f = 0.7 + 0.3 f_{t,y}/\bar{f}_{t,y} \quad (\rho = 0.3) \quad (43)$$

$$V_f/\bar{V}_f = 0.4 + 0.6 f_{t,45}/\bar{f}_{t,45} \quad (\rho = 0.4) \quad (44)$$

$$V_f/\bar{V}_f = 0.1 + 0.9 r_o/\bar{r}_o \quad (\rho = 0.5) \quad (45)$$

$$V_f/\bar{V}_f = -0.3 + 1.3 M_1/\bar{M}_1 \quad (\rho = 0.80) \quad (46)$$

$$V_f/\bar{V}_f = -0.4 + 1.4 M_2/\bar{M}_2 \quad (\rho = 0.84) \quad (47)$$

Respektive linjes riktningskoefficient anger hur kraftigt respektive materialparameter påverkar spricklasten i medeltal. Respektive korrelationskoefficient anger hur väl försöksresultaten ansluter till en rät linje och ger således ett mått på hur säker förutsägelsen om V_f blir om respektive materialparameter är känd och, vice versa, hur säker en uppskattning av respektive materialparameter blir om V_f är känd.

Antalet provningar är litet och variationen i egenskaper är liten. Mot denna bakgrund blir slutsatser osäkra. Som kraftigt förenklade slutsatser skulle emellertid kunna anges att spricklasten förefaller i stort sett oberoende av $f_{t,y}$ och $f_{t,45}$, och att spricklasten förefaller i stort sett proportionell mot materialparameterprodukterna M_1 och M_2 . Indirekt kan träts densitet inverka genom koppling mellan å ena sidan M_1 och M_2 å andra sidan träts densitet.

Om man antar att $V_f/(b\alpha d)$ är proportionell mot M_1 :

$$V_f/(b\alpha d) = C (G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}})^{0.5} \quad (48)$$

där C beror av belastningssätt och av balkens geometri och storlek, fås bäst passning till aktuella provningsresultat med $C = 1.71, 2.96$ och 3.57 för $d = 192, 48$ respektive 12 mm. Värdena för motsvarande proportionalitetskonstant för M_2 blir $1.61, 2.87$ respektive 3.46 .

7.6 Jämförelse av aktuella balkprovningsresultat med teori.

Rubricerad jämförelse begränsas till last vid uppsprickning. Last–nedböjningsrespons och slutbrottlast, figur 5.7, och deformationer i materialet vid inskärningens spets, figurerna 5.8 – 5.10, studeras inte här. Vidare göres begränsning till teori enligt avsnitt 6. Denna teori ger på teoretisk bas och på ett enkelt sätt förutsägelse om spricklast för de olika balkarna vid godtyckliga materialparametervärden.

Två varianter av teorin studeras. Dels beräkning direkt enligt ekv (29), dels beräkning med hänsyn tagen till brottområdets storlek enligt metoden skisserad i avsnitt 6.1.

Ekv (29) kan alternativt skrivas:

$$\frac{V_f}{b\alpha d} = \frac{\sqrt{G_c \sqrt{E_x G_{xy}}/d}}{\sqrt{0.6 (\alpha - \alpha^2) \sqrt{E_x/G_{xy}} + \beta \sqrt{6 (1/\alpha - \alpha^2)/ \sqrt{E_x/G_{xy}}}}} \quad (49)$$

I föreliggande jämförelse antages genomgående att $G_c = G_{f,y}$. Detta antagande förutsätter att materialets brottenergi är lika vid ren tvärdragsfläkning och vid aktuell kombinerad tvärdragning och skjuvning.

Inverkan av brottområdets storlek är vid aktuell beräkning av uppsprickningslast av praktisk betydelse endast för små balkar med kort inskränningslängd och beaktas genom en formell ökning av inskränningens längd, βd , med en fraktion, γ , av den materialkaraktäristiska längden $G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}} / f_{t,y}^2$ (jämför avsnitt 6.1). Med denna formella ökning av inskränningens längd ger ekv (49) efter division med $f_{t,y}$ och efter insättning av antagandet $G_c = G_{f,y}$

$$\frac{V_f}{b\alpha d f_{t,y}} = \frac{\sqrt{\ell_m/d}}{\sqrt{0.6 (\alpha-\alpha^2)\sqrt{E_x/G_{xy}} + (\beta + \gamma\ell_m/d) \sqrt{6 (1/\alpha-\alpha^2)/\sqrt{E_x/G_{xy}}}}} \quad (50)$$

där ℓ_m är ett kort skrivsätt för $G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}} / f_{t,y}^2$. ℓ_m har dimensionen längd. Med $\gamma = 0$ och $G_c = G_{f,y}$ är ekv (50) identisk med ekv (49). Mot bakgrund av numeriska resultat angående brottzons längd, refererade i avsnitt 6.1, uppskattades γ vara cirka 0.2. I aktuell tillämpning av ekv (50) sättes därför $\gamma = 0.2$.

I tabell 7.5 jämföres för varje enskild provbalk de enligt ekv (49) och (50) teoretiskt beräknade $V_f/(b\alpha d)$ med motsvarande provningsresultat. Det framgår att för de mycket små balkarna överskattar ekv (49) spricklasten väsentligt. För små balkar med ett avstånd βd mellan teoretisk upplagspunkt och inskränningens spets mindre än cirka 25 mm ger ekv (50) ett markant bättre resultat. För miniatyrbalkarna är $\beta d = 6$ mm. I övrigt kan konstateras att de teoretiska resultaten överskattar verklig spricklast med ca 10 %. Den avvikelse är liten och allmänt kan överensstämmelsen mellan teori och provningsresultat betraktas som god. För ekv (50) antyder resultaten att brottzonens längd är något större än svarande mot $\gamma = 0.2$: med ett något högre värde, säg 0.25, hade överensstämmelsen blivit något bättre, särskilt för miniatyrbalkarna.

Den väsentliga överskattning som ekv (49) ger vid mycket små βd kan förklaras av att ekv (49) förutsätter att brottzonen är koncentrerad till en punkt vid inskränningens spets. Vid små βd innebär brottzonens utbredning att dess tyngdpunkt ligger på ett förhållandevis betydligt större avstånd från teoretisk upplagspunkt än βd .

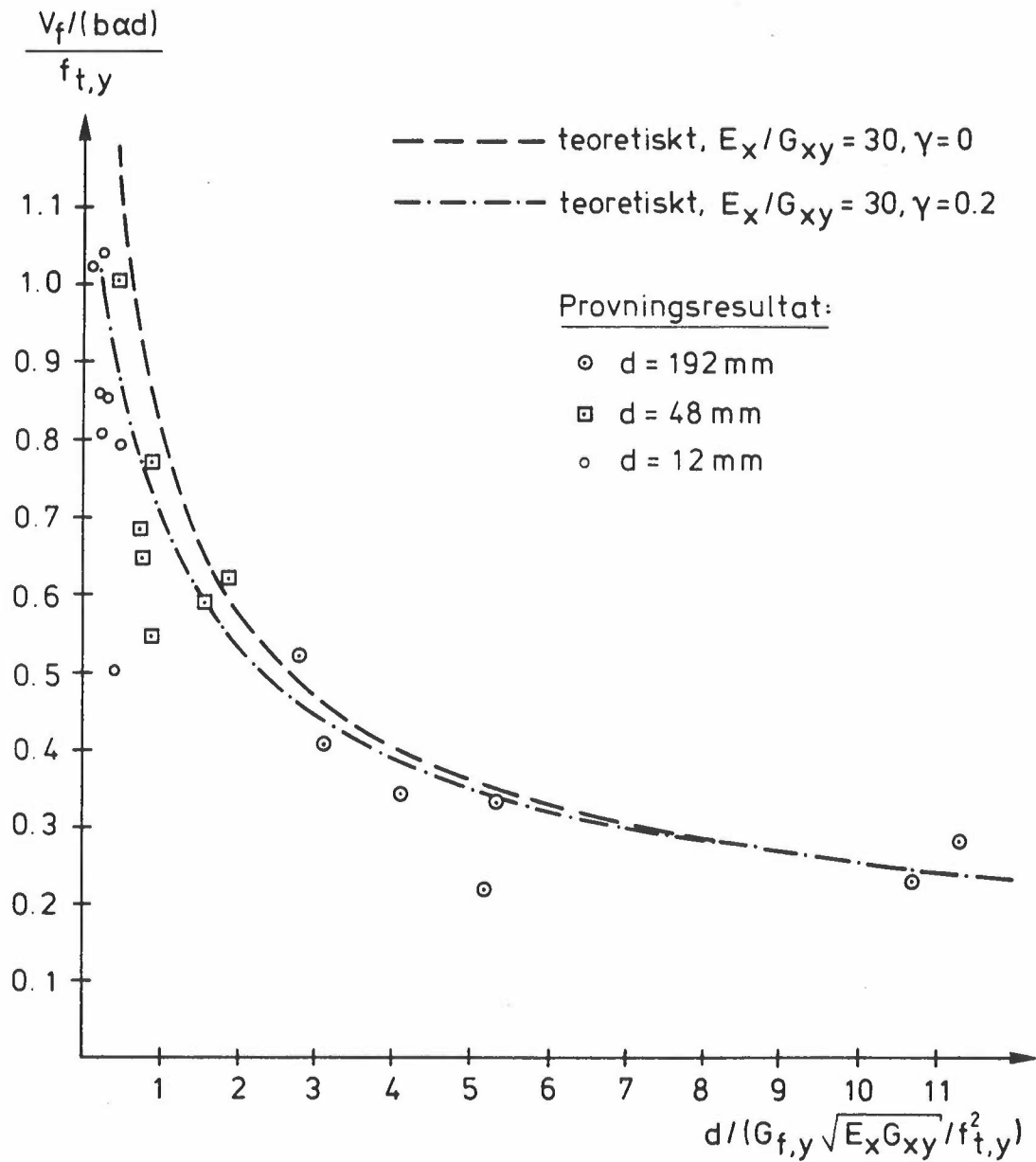
Den lilla överskattning som ekv (50) uppvisar i aktuell jämförelse kan ha många olika förklaringar. En principiell förklaring är att brottzonen vid en 90°-inskränning inte är fullständigt utvecklad vid tillfället för instabil spricktillväxt. Därmed blir materialets brottenergi och brottseghet fullt aktiverad först när brottzonen växt instabilt en liten kort sträcka och balkens bärförmåga redan börjat minska.

Ekv (49) innefattar två materialvärden E_x/G_{xy} och $G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}}$. Ekv (50) innefattar tre materialvärden, utöver de två nämnda även $f_{t,y}$. Med tanke på den obetydliga inverkan av $f_{t,y}$ för normalt stora balkar kan kanske hänsynstagande till $f_{t,y}$ synas oväsentligt och som en obefogad komplikation. Emellertid kan det ligga nära till hands att försöka generalisera teorin i avsnitt 6 till att innefatta inskränningar med en öppningsvinkel större än 90°. I sådana fall kan man förvänta sig att materialets styrka, här angiven genom $f_{t,y}$, är av större betydelse samtidigt som materialets brottseghet, här angiven genom $G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}}$, är av mindre betydelse.

I figur 7.4 visas jämförelsen mellan teori och verklighet grafiskt. Av redovisningstekniska skäl visas i denna figur de teoretiska resultaten för ett värde på E_x/G_{xy} , nämligen för $E_x/G_{xy} = 30$. Enligt provningsresultaten är för aktuellt material $(E_x/G_{xy})_{medel} = 30.5$ och $E_{x,medel}/G_{xy,medel} = 27.8$. Även bortsett från de teoretiska resultaten är det tydligt att kvoten $d/(G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}} / f_{t,y}^2)$ kraftigt påverkar förhållandet mellan nominell skjuvbrottspänning, $V_f/(bad)$, och materialets tvärdraghållfasthet, $f_{t,y}$.

Tabell 7.5 Provningsresultat och teoretiskt beräknade $V_f/(bad)$

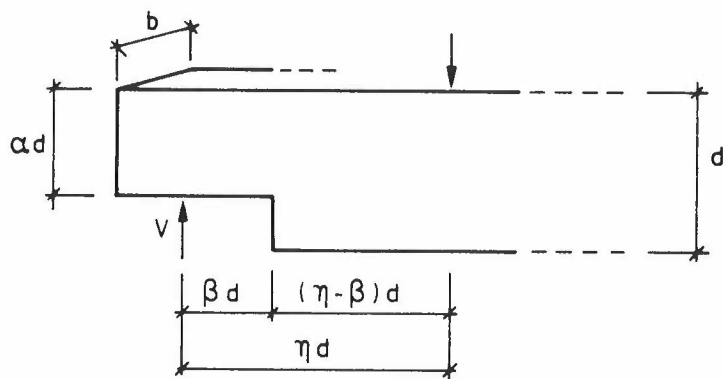
Prov	$\frac{E_x}{G_{xy}}$	$G_{f,y}\sqrt{E_x G_{xy}}$ (MPa \sqrt{m}) ²	$\frac{G_{f,y}\sqrt{E_x G_{xy}}}{f_{t,y}^2}$ mm	$V_f/(bad)$				
				prov	ekv(49) MPa	ekv(50) MPa	$\frac{ekv(49)}{prov}$	$\frac{ekv(50)}{prov}$
P1	47	0.80	47	1.41	1.58	1.54	1.1	1.1
P2	27	0.45	18	1.31	1.23	1.22	1.1	1.1
P3	27	0.69	69	1.64	1.53	1.45	0.9	0.9
P4	26	0.56	61	1.24	1.38	1.32	1.1	1.1
P5	21	0.49	17	1.50	1.31	1.29	0.9	0.9
P6	12	0.76	36	1.51	1.65	1.60	1.1	1.1
P7	48	0.34	37	0.67	1.03	1.01	1.5	1.5
Medelvärde P1 – P7							1.11	1.08
P8	48	0.44	26	2.54	2.35	2.19	0.9	0.9
P9	23	1.02	110	3.06	3.77	2.75	1.2	0.9
P10	24	0.89	64	2.55	3.49	2.89	1.4	1.1
P11	39	0.84	54	3.03	3.30	2.86	1.1	0.9
P12	27	1.02	55	2.34	3.72	3.16	1.6	1.4
P13	27	0.72	31	2.83	3.13	2.85	1.1	1.0
P14	30	1.24	63	2.89	4.09	3.43	1.4	1.2
Medelvärde P8 – P14							1.25	1.06
M1	Enl	P8		3.23	4.70	3.67	1.5	1.1
M2	Enl	P9		3.11	7.54	3.04	2.4	1.0
M3	Enl	P10		3.17	6.98	3.80	2.2	1.2
M4	Enl	P11		4.08	6.60	4.09	1.6	1.0
M5	Enl	P12		3.64	7.44	4.36	2.0	1.2
M6	Enl	P13		2.40	6.26	4.48	2.6	1.9
M7	Enl	P14		3.61	8.18	4.62	2.3	1.3
Medelvärde M1 – M7							2.09	1.24
Me v	30.5	0.732	49.3				1.48	1.12
St a	10.8	0.260	24.5				0.53	0.24
Va k	35.4 %	35.5 %	49.7 %				35.7 %	21.1 %



Figur 7.4 Normaliserad nominell skjuvbrotts­spänning versus normaliserad balkstorlek. Teoretiska samband enligt ekv (49) respektive (50). $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.50$ och $(E_x / G_{xy})_{\text{medel}} = 30.5$.

7.7 Sammanställning av olika balkprovningresultat.
Jämförelse med teori, illustrationer och kommentarer.

För att kontrollera om aktuella balkprovningresultat är rimliga och för att få en samlad och bredare information har tillgängliga provningresultat sammanställts i tabell 7.6. Tabellen, som ger möjlighet till kontroll av olika beräkningssamband, omfattar 40 olika balkprovningsserier med 38 olika kombinationer av balkgeometri och material, fördelade på 10 olika undersökningar. Geometribeteckningar definieras i figur 7.5. Referenser, tillgängliga uppgifter om materialkvalitet och materialdata samt kort beskrivning av provningsbetingelser anges direkt i tabell 7.6. I tabellen givna värden på $V_f/(b\alpha d)$ är medelvärden.



Figur 7.5 Beteckningar

Frånsett de i undersökning i) har alla balkar rätvinklig urtagning i balkens underkant från upplag till urtagningens ände. I serierna med $\beta = 5.5$ i undersökning i) var balkarna försedda med en $3d$ lång rätvinklig urtagning. Denna urtagning hade inte gjorts från balkens upplag utan från avståndet $2.5 d$ från upplag till avståndet $5.5 d$ från upplag. I serierna med $\beta = 2.5$ i undersökning i) var balkarna försedda med en skåra på avståndet $2.5 d$ från upplag. Med andra ord hade sistnämnda balkar, i princip, en mycket kort rätvinklig urtagning på avståndet $2.5 d$ från upplag.

Tabell 7.6 Sammanställning av olika provningsresultat samt jämförelser med teori. Beteckningar enligt figur 7.5. n = antal provningar. $V_{f, teori}$ har genomgående beräknats med vissa konstanta materialparametervärden, erhållna för furu.

d	α	β	η/α	b	n	$\frac{V_f}{b\alpha d}$	var.- koeff.	$V_{f, teori}/V_{f, provning}$		
								ekv. (1)	ekv. (49)	ekv. (50)
mm				mm		MPa				

a) Aktuella resultat (tabell 5.1), kvistfri vanlig furu, egenskaper enligt tabell 7.1, ca 5 min till brott, $u = 14.9\%$, $r_f = 467 \text{ kg/m}^3$:

12	.75	.50	3.6	44	7	3.32	16%	1.5	1.9	1.2
48	"	"	"	"	"	2.75	10%	1.8	1.1	1.0
192	"	"	"	"	"	1.30	25%	3.9	1.2	1.2

b) Seminarieuppgift (Carlsson, Shahabi och Sunding, 1983), vanlig furu, korttidsbelastning, $u \approx 12\%$ (uppskattning), symmetrisk balk, trepunktböjning:

50	.50	.50	10.0	45	2	2.00	16%	1.7	1.2	1.0
100	"	"	5.0	"	"	1.46	11%	2.3	1.2	1.1
200	"	"	2.5	"	"	1.18	6%	2.8	1.0	1.0

c) Kurslaborationer BML, LTH, 1985, vanlig furu, korttidsbelastning, $u \approx 18\%$ (uppskattning), symmetrisk balk, trepunktböjning:

45	.50	.50	6.7	45	6	1.72	9%	1.9	1.5	1.2
195	"	"	6.2	"	"	0.93	17%	3.6	1.3	1.2

d) Kurslaborationer BML, LTH, 1986, vanlig furu, korttidsbelastning, $u \approx 18\%$ (uppskattning), symmetrisk balk, trepunktböjning:

45	.50	.50	6.7	45	4	1.92	9%	1.7	1.3	1.1
195	"	"	6.2	"	"	0.96	4%	3.5	1.3	1.2

e) Leicester (1973), messmate stringybark (Eucalyptus obliqua), "air dry", $E_x = 21900 \text{ MPa}$, $E_y = 1880 \text{ MPa}$, $G_{xy} = 1430 \text{ MPa}$, $\nu_{xy} = 0.42$:

9.5	.50	1.92	9.3	38	4	3.90	-	0.9	0.6	0.5
19	"	"	"	"	4	3.08	-	1.1	0.6	0.5
37	"	"	"	"	≥ 2	1.90	-	1.8	0.7	0.6
58	"	"	"	"	4	1.77	-	1.9	0.6	0.5
154	"	"	"	"	4	1.07	-	3.1	0.6	0.5

f) Möhler och Mistler (1978), limträ med 30 mm lameller av Fichtenholz (gran), tid till brött minst 1 min, tryckhållfasthet parallellt fiber 41 MPa vid $u = 15\%$, $r_f = 470 \text{ kg/m}^3$ vid $u = 9.3\%$, osymmetrisk fyrapunktböjning:

600	.917	.417	2.2	100	5	2.00	13%	3.1	0.8	0.8
"	.833	"	2.4	"	4	1.61	28%	3.5	0.7	0.8
"	.750	"	2.7	"	"	0.88	12%	5.7	1.1	1.1
"	.667	"	3.0	"	"	0.86	16%	5.2	1.0	1.0
"	.500	"	4.0	"	"	0.75	7%	4.4	1.0	1.0

- g) Möhler och Mistler (1978), felfri Fichtenholz (gran), tid till brott minst 1 min, tryckhållfasthet parallellt fiber 42.4 MPa vid $u=15\%$, $r_{\rho}=510 \text{ kg/m}^3$ vid $u=10.8\%$, provning vid $u \approx 11-12\%$, osymmetrisk trepunktböjning.

120	.917	.250	3.4	32	6	2.36	11%	2.6	1.7	1.6
"	.833	"	3.8	"	27	1.93	15%	2.9	1.5	1.4
"	.750	"	4.2	"	43	1.68	19%	3.0	1.5	1.4
"	.667	"	4.7	"	14	1.52	18%	2.9	1.4	1.3
"	.583	"	5.4	"	10	1.50	18%	2.6	1.4	1.3
"	.500	"	6.3	"	49	1.59	18%	2.1	1.3	1.2
"	.333	"	9.5	"	10	1.48	16%	1.5	1.3	1.2

- h) Kollmann (1951), Red tulip oak. Symmetrisk fyrapunktböjning.
 *Enbart förhållandet (brottlast med urtagning)/(brottlast utan urtagning) är givet i referensen. För nedan angivna absoluta värden på $V_f/(b\delta)$ har antagits att brotllasten för balk utan urtagning = $(2/3)bdf_v$, med $f_v=10 \text{ MPa}$:

100	.875	≈ 0.3	2.0	50	1	5.56*	-	1.0	0.6	0.6
"	.750	"	2.4	"	2	3.47*	-	1.4	0.7	0.7
"	.625	"	2.9	"	1	2.77*	-	1.5	0.8	0.7
"	.500	"	3.6	"	2	2.53*	-	1.3	0.8	0.7
"	.250	"	7.2	"	1	$\approx 1.9^*$	-	≈ 0.9	≈ 1.0	≈ 0.9

- i) Murphy (1986), limträ med 38 mm lameller av kvistfri Douglas fir, korttidsbelastning, osymmetrisk trepunktböjning:

305	.700	2.5	14.3	79	2	0.46	8%	10.1	1.0	1.0
"	"	5.5	"	"	2	0.24	2%	19.4	1.0	1.0
457	"	2.5	"	"	2	0.38	10%	12.3	1.0	1.0
"	"	5.5	"	"	1	0.16	-	29.2	1.2	1.2

- j) Larsen och Riberholt (1972), svensk fur + finsk fur + dansk fur + dansk gran som uppfyller kraven för "Uklassificeret konstruktionstrae" men ej för "T-200".
 $u = 12\%-33\%$ (medel 16%), $r_{0.16} = 331-597 \text{ kg/m}^3$ (medel 438 kg/m^3), uppg. om böjgenskaper finns i ref. Korttidsbelastning, osymmetrisk balk, trepunktsböjning. *böjbrott, ej skjuvbrott.

125	1.0*	0.40	2.4	63	3	2.92*	3%	-	-	-
"	0.75	"	3.2	"	63	1.96	29%	2.55	1.07	1.01
"	0.50	"	4.8	"	68	1.46	26%	2.28	1.13	1.06
"	0.25	"	9.6	"	68	1.33	38%	1.25	1.13	1.03

I tabellen göres jämförelse med tre olika beräkningssamband: det konventionella beräkningssambandet, ekv (1), samt de teoretiska sambanden (49) och (50). Vid beräkning av V_f enligt dessa samband, dvs vid beräkning av $V_{f,teori}$, har genomgående – oavsett material och undersökning – samma materialdata använts. Dessa materialdata avser furu vid korttidsbelastning. Vid beräkning enligt ekv (1) har antagits att $f_v = 10$ MPa: i (Bergström et al, 1974) anges att skjuvhållfastheten för felfri furu vid korttidsbelastning är 10 MPa vid $u = 12$ % och i (Larsen och Riberhold, 1983) anges för furu vid samma fuktkvot att f_v ligger i intervallet 6 – 15 MPa, med 10 MPa som det mest frekventa värdet. Vid beräkning enligt ekv (49) har i enlighet med aktuella materialprovningresultat antagits att

$(G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}})^{0.5} = 0.855 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ och att $E_x/G_{xy} = 30.5$, se tabell 7.5. Vid beräkning enligt ekv (50) har därutöver antagits att $f_{t,y} = 4.04$ MPa, se tabell 7.1, och att $\gamma = 0.2$, se avsnitt 6.1.

Undersökningsresultaten a) – e) och i) belyser inverkan av balkstorlek. Resultaten kan sägas vara samstämmiga. Balkens absoluta storlek har kraftig inverkan på nominell spricklast och ekv (50) förefaller ge en god beskrivning av hur balkstorlek inverkar. Vid små avstånd βd överdriver ekv (49) inverkan av balkstorlek. Ekv (1), som inte innefattar hänsynstagande till balkstorlek, ger missvisande resultat.

Undersökning e) innefattar liksom undersökning a) balkar av miniatyrformat. Medan e) påvisar kraftig storleksinverkan även för mycket små balkar ger a) en väsentligt mindre storleksinverkan för de mycket små balkarna. Detta förklaras enligt sambandet (50) av att β är större i e) än i a).

Undersökningen i) och jämförelser mellan denna undersökning och övriga belyser inverkan av β . Det framgår att β är av stor betydelse. Ekv (49) och (50) förefaller ge en bra beskrivning av inverkan av β och sambanden synes tillämpliga även när β är stort, dvs när balkböjmomentet är stort i förhållande till tvärkraft. Ekv (1) ger orealistiska resultat vid stora β med i aktuellt fall upp till 30-faldig överskattning av V_f . Detta är en följd av att enbart tvärkraft beaktas i ekv (1).

Jämförelser mellan de olika undersökningarna belyser inverkan av träslag. Ekv (50) underskattar genomgående V_f i undersökning e). Den mycket närliggande förklaringen till detta är att *Eucalyptus obtiqua* har en högre brottseghet, $(G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}})^{0.5}$, än furu: som sagts ovan har materialdata för furu använts genomgående vid beräkning av $V_{f,teori}$. Detta styrks av i aktuell referens givna värden på E_x och G_{xy} för provad eucalyptus, se tabell 7.6. $G_{f,y}$ för eucalyptus är inte tillgänglig, men om man antar att $G_{f,y}$ är proportionell mot $\sqrt{E_x G_{xy}}$ fås

att provad eucalyptys har 2.25 gånger större brottseghet $(G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}})^{0.5}$ än i aktuell undersökning provad furu. Detta är i mycket god överensstämmelse med balkprovningens resultat, utvärderade enligt ekv (50).

Vanlig furu, undersökningarna a) – d) och j), och Douglas fir, undersökningen i), förefaller ha ungefär lika brottseghet medan gran, undersökningarna f) och g), möjligen har något lägre brottseghet. Av skäl som anges i tabell 7.6 bör man inte fästa avseende vid de i tabellen för Red tulip oak, undersökning h), angivna absolutvärdena på $V_f/(b\alpha d)$.

Undersökningarna f), g), h) och j) samt jämförelse mellan å ena sidan a) och å andra sidan b), c) och d) ger information om inverkan av α vid konstant balkstorlek, inskärningslängd och träslag. De olika undersökningarna påvisar till viss del olika inverkan. Undersökningarna f) och h) påvisar en förhållandevis kraftig ökning i $V_f/(b\alpha d)$ med α när α går mot 1.0 från ca 0.6. Undersökningen g) påvisar en markant svagare inverkan av α i detta intervall. Ekv (50) förutsäger en inverkan som ligger emellan den som å ena sidan f) och h) påvisar och den som å andra sidan g) påvisar. Undersökningarna a) – d) påvisar en ändring i $V_f/(b\alpha d)$ vid ändring av α från 0.5 till 0.75 som är samstämmig med ekv (50). Även undersökning j) påvisar en ändring i $V_f/(b\alpha d)$ som är samstämmig med ekv (50).

Undersökning j) omfattar ett stort antal balkar i varje serie och i aktuell referens, (Larsen och Riberholt, 1972), har man vid utvärdering studerat inverkan av kvistar. För balkar med kvistdiameter större än 0.8 cm inom 12.5 cm från urtagning är medelvärdet av $V_f/(b\alpha d)$ 24 % högre än det för samtliga balkar sammantagna medelvärdet. För övriga balkar är medelvärdet 7 % lägre än det sammantagna medelvärdet. Även vad gäller 5 %-fraktilvärde för $V_f/(b\alpha d)$ har enligt refererad undersökning kvist vid urtagning en gynnsam effekt.

Den förhållandevis kraftigare inverkan av α som undersökningsresultaten f) och h) uppvisar vid höga α -värden torde ha sin förklaring i att belastningspunkten ligger nära upplag. Om η/α är litet, säg mindre än 2.5, kan man förvänta sig ökad tvärkraftskapacitet. Någon lika naturlig förklaring till de avvikande resultaten i undersökning g) är inte tillgänglig. Resultat från g) ger också den överhuvudtaget mest markanta avvikelser mellan provningsresultat och ekv (49) och (50): medan provningsresultaten i undersökning g) ger 2.7 gånger ökning av V_f vid ökning av α från 0.5 till 0.917 förutsäger ekv (49) och (50) 3.6 gånger ökning av V_f .

Då de olika undersökningarna påvisar olika resultat vad gäller inverkan av α när α är nära 1.0 och då ekv (49) och (50) för detta fall endast i medeltal är i överensstämmelse med de experimentella resultaten kan det vara befogat att komplettera med en teoretisk rimlighetskontroll av sambanden (49) och (50).

Om α är nära 1.0, dvs om inskärningens djup, $(1-\alpha)d$, är mycket liten i förhållande till övriga dimensioner och om samtidigt dessa övriga balkdimensioner är stora i förhållande till brottområdets storlek måste $(1-\alpha)d$ vara det enda avgörande måttet på balkens absoluta storlek. Detta innebär att när α är nära 1.0 måste ändring i $(1-\alpha)$ ha samma inverkan på nominell brottspänning som ändring i d . I aktuellt fall bör följdaktligen gälla att

$V_f/(b\alpha d) \sim 1/\sqrt{(1-\alpha)}$ vid α nära 1.0. Uttryckt som en funktion, y , av α kan $V_f/(b\alpha d)$ enligt både ekv (49) och (50) skrivas:

$$y(\alpha) = \frac{A}{\sqrt{\alpha-\alpha^2} + B \sqrt{1/\alpha-\alpha^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \cdot \frac{A}{(\sqrt{\alpha} + B \sqrt{(1/\alpha-\alpha^2)/(1-\alpha)})} \quad (51)$$

där A och B betecknar konstanter som inte varierar med α .

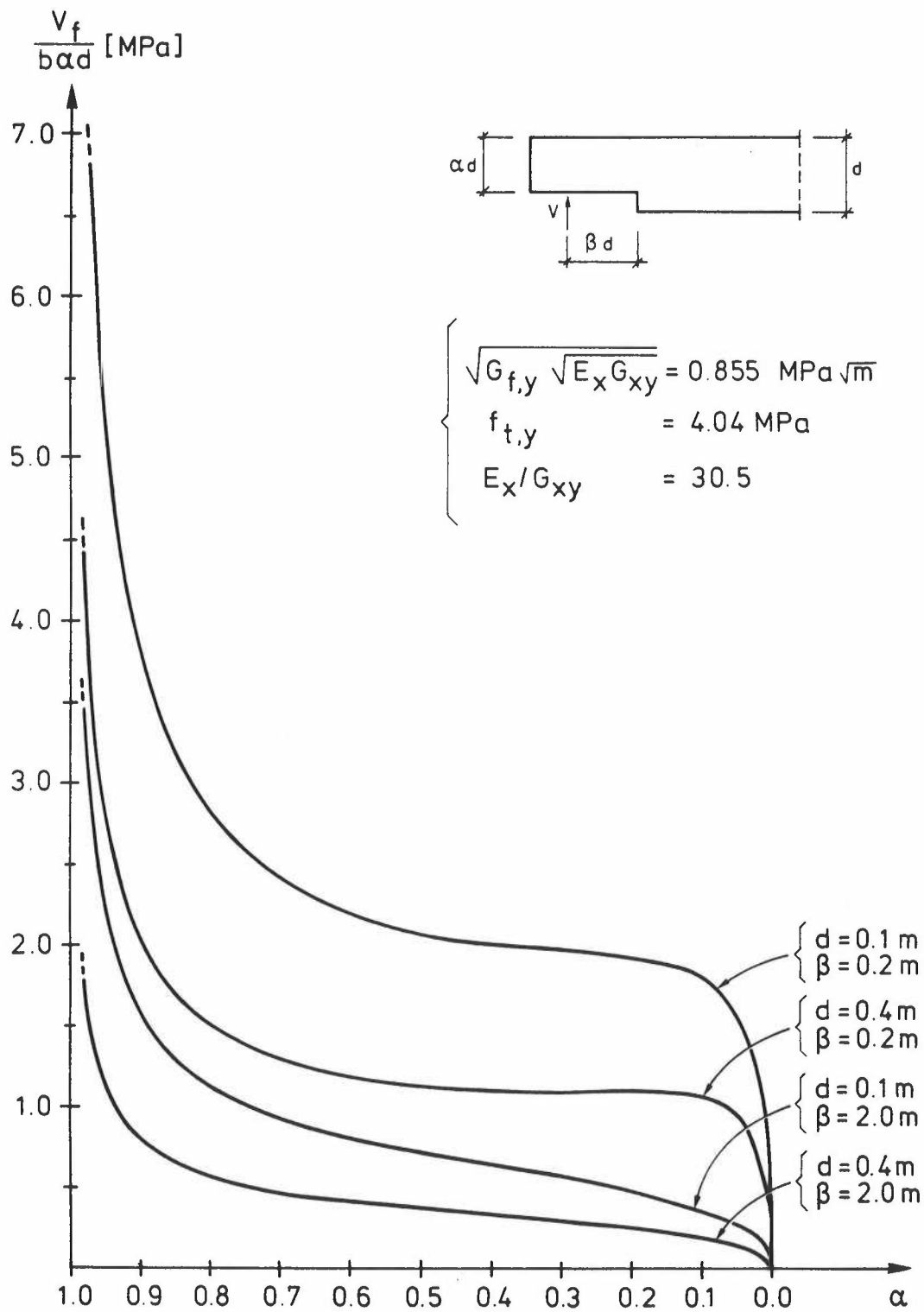
Genom derivering fås via l'Hospitals regel att $(1/\alpha-\alpha^2)/(1-\alpha) = 3$ när $\alpha \rightarrow 1.0$. Detta betyder att

$$y(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \frac{A}{(1 + B \sqrt{3})} \sim 1/\sqrt{(1-\alpha)} \quad \text{när } \alpha \rightarrow 1.0 \quad (52)$$

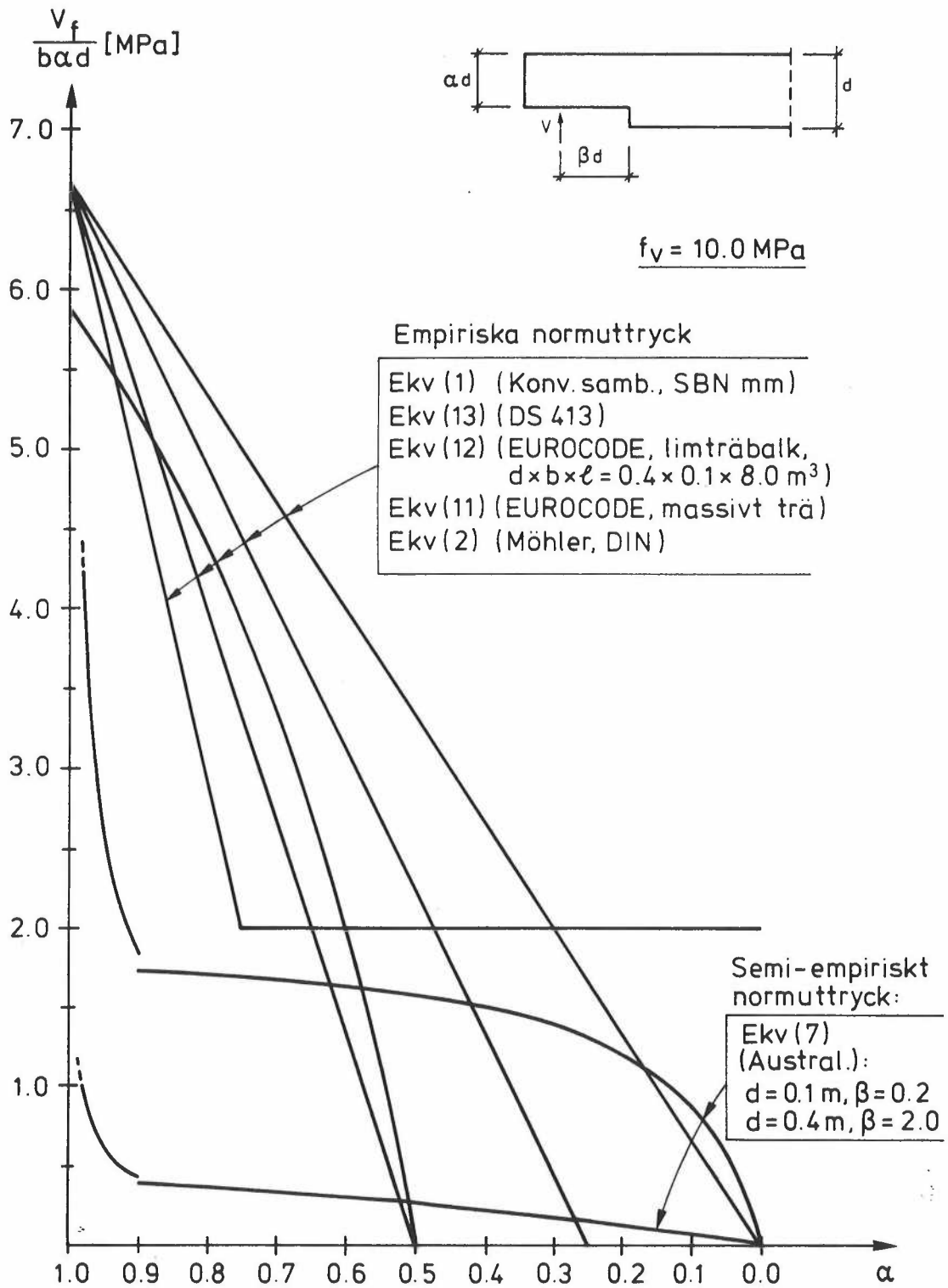
vilket visar att sambanden (49) och (50) är teoretiskt konsekventa i åsyftad bemärkelse och således uppfyller aktuellt rimlighetskrav.

Mot bakgrund av ovanstående rimlighetsundersökning kan det vara intressant att göra en återblick på beräkningsuttrycket i den australiensiska träbyggnadsnormen, ekv (7). I detta beräkningsuttryck har man för $\alpha \geq 0.9$ infört en reduktionsfaktor sådan att $V_f/(b\alpha d)$ blir proportionell mot $1/\sqrt{(1-\alpha)}$ när α är nära 1.0. Jämfört med ekv (7) är ekv (49) och (50) tilltalande på så sätt att de ger en kontinuerlig variation i $V_f/(b\alpha d)$ med α och även täcker in hela området $0 < \alpha < 1.0$ med ett beräkningsuttryck.

Om man med hjälp av provningsresultaten i tabell 7.6 ställde upp rent empiriska medelsamband för inverkan av α , β och d på $V_f/(b\alpha d)$ är det troligt att man skulle komma fram till samband som ger i stort sett samma resultat som ekv (50). För att på ett enkelt sätt ge en sammanfattande grafisk illustration till inverkan av dessa variabler på $V_f/(b\alpha d)$ har därför ekv (50) använts, se figur 7.6. Figuren visar $V_f/(b\alpha d)$ enligt ekv (50) som funktion av α för några olika värden på β och d . Vid aktuella värden på β och d ger ekv (49) ungefärligen samma resultat som ekv (50).



Figur 7.6 $V_f/(b\alpha d)$ som funktion av α enligt ekv (50) för olika β och d , och med $\gamma = 0.2$ och $G_c = G_{f,y}$.



Figur 7.7 $V_f/(b\alpha d)$ som funktion av α enligt olika beräkningsuttryck. Tillåtet värde på f_v är mindre än 10.0 MPa i normer.

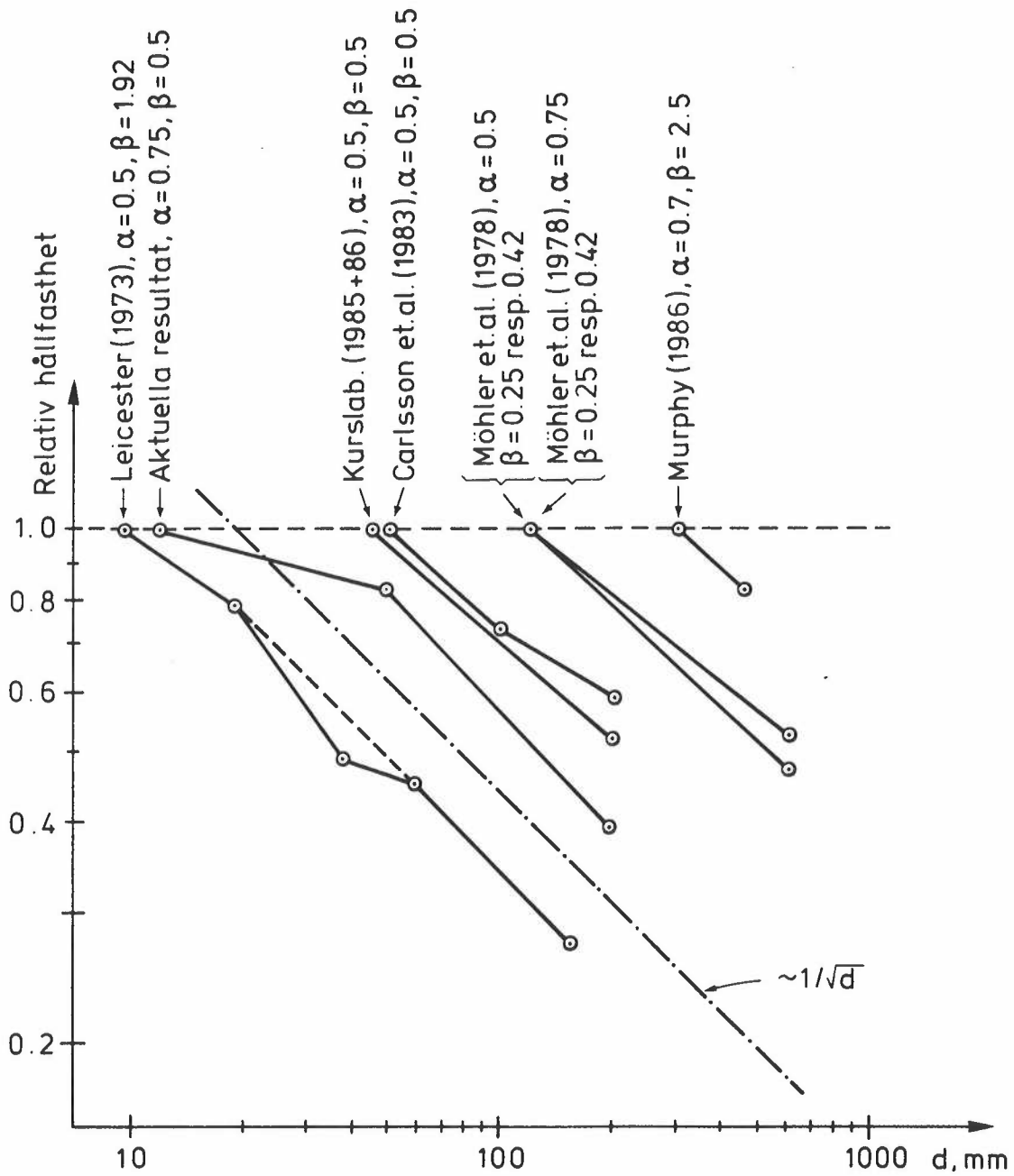
För att underlätta jämförelser har i figur 7.7 $V_f/(b\alpha d)$ ritats upp enligt olika beräkningsuttryck refererade till i avsnitt 2. Materialdata antagna vid uppritning är angivna i respektive figur och avser att återspegla medelvärden för felfri furu vid korttidsbelastning, se ovan.

Som avslutning i detta avsnitt ges i figurerna 7.8 och 7.9 grafiska illustrationer av inverkan av balkstorlek.

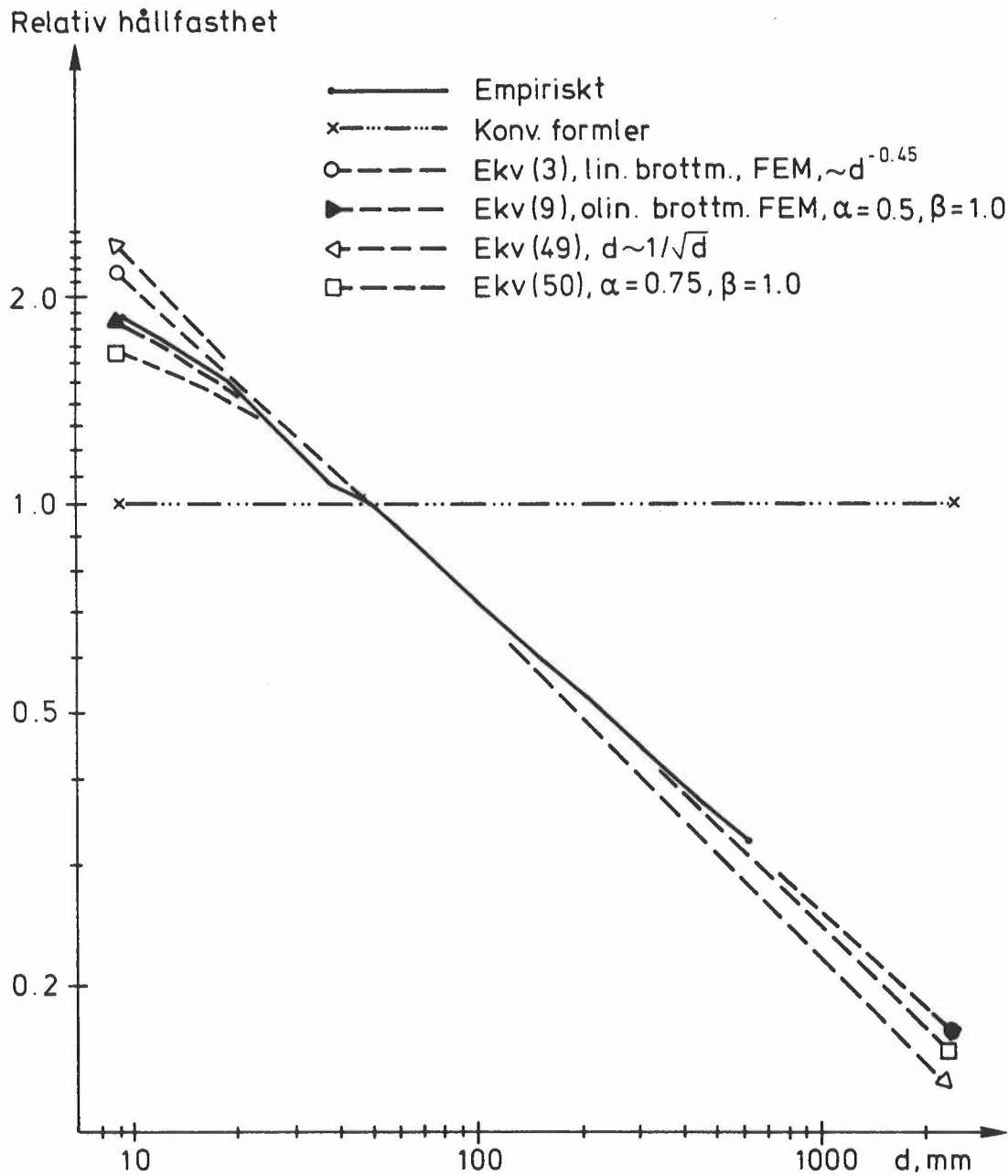
I figur 7.8 visas relativ inverkan av balkstorlek på $V_f/(b\alpha d)$ enligt olika provningsresultat, redovisade numeriskt i tabell 7.6. Diagrammet i denna figur har logaritmiska axlar. Detta betyder att en rät linje motsvaras av att $V_f/(b\alpha d) \sim d^{-a}$, där a är ett mått på linjens lutning. För att få en sammanhängande kurva över ett större intervall har a 's medelvärde vid olika d beräknats. Med på detta sätt beräknade värden på a vid olika d har den empiriska kurvan i figur 7.9 erhållits från figur 7.8.

Figur 7.9 visar $V_f/(b\alpha d)$ relativt $V_f/(b\alpha d)$ vid $d = 50$ mm som funktion av d , dels enligt det empiriska sambandet, dels enligt olika beräkningssamband och teoretiska resultat. Det framgår att teoretiska resultat baserade på brottmekaniskt synsätt väl överensstämmer med den empiriska kurvan. Konventionella beräkningssamband ger en uppenbart sämre överensstämmelse med verkligheten än de teoretiskt baserade sambanden.

För stora balkar förefaller numeriska beräkningar enligt skivteori och baserade på linjär eller olinjär brottmekanik ge bäst beskrivning av relativ storleksinverkan. Dessa analysmetoder ger för de stora balkarna att $V_f/(b\alpha d) \sim d^{-0.45}$. De brottmekaniska resultaten erhållna med balkteori, ekv (49) och (50), ger för de stora balkarna att $V_f/(b\alpha d) \sim d^{-0.50}$. För mycket små balkar är inverkan av balkstorlek mindre än för stora balkar. Detta återges av olinjär brottmekanik och av ekv (50). För de mycket små balkarna bör emellertid avvikelserna mellan de olika kurvorna i figur 7.9 tolkas försiktigt: storleken av relativ storleksinverkan inom gruppen mycket små balkar torde vara beroende av balkens geometri, främst β .



Figur 7.8 Inverkan av balkstorlek på $V_f/(b\alpha d)$ enligt olika provningsresultat.



Figur 7.9 Inverkan av balkstorlek på $V_f/(b\sigma d)$ enligt en sammanställning av provningsresultat och enligt olika beräkningar.
 $V_f/(b\sigma d)$ vid $d = 50$ mm satt = 1.0.

7.8 Exempel på hårt förenklade beräkningssamband

Resultat redovisade i tidigare avsnitt kan bidra till underlag för utveckling av beräkningssamband att använda vid dimensionering. Härvid är enkelhet ett önskemål. Jämfört med numerisk analys av varje enskild balk med hjälp av t ex finita elementmetoden innebär redan ekv (50) en mycket kraftig förenkling. Att döma av jämförelserna med provningsresultat kan denna förenkling inte ha inkräktat i stor utsträckning på beräkningsnoggrannhet. Genom olika restriktioner och val kan emellertid ekv (50) förenklas ytterligare, och nedan ges några exempel på olika grader av sådan förenkling på bekostnad av generalitet och noggrannhet. Exempelen avser balkar av furu vid korttidsbelastning i rumstemperatur och med fuktkvot runt ca 15 %.

Insättning av från aktuella provningar erhållna materialparametermedelvärden, angivna i figur 7.6, i ekv (50) och med hänsyn tagen till att ekv (50) tycks överskatta $V_f/(bd)$ med ca 10 %, se tabell 7.6 och figur 7.4, ger:

$$V_f \approx \frac{740 \ b \ \sqrt{d}}{1.75 \ \sqrt{1/\alpha - 1} + (\beta + 0.009/d) \ \sqrt{1/\alpha^3 - 1}} \quad (51)$$

där V_f är uttrycket i kN samt b och d i m.

Om man kan bortse från miniatyrbalkar alternativt om, som exempel, βd sättes lika med 30 mm om $\beta d \leq 30$ mm kan (51) approximativt skrivas:

$$V_f \approx \frac{740 \ b \ \sqrt{d}}{1.75 \ \sqrt{1/\alpha - 1} + \beta \ \sqrt{1/\alpha^3 - 1}} \quad (52)$$

Om man vidare, som exempel, kräver att $\beta \leq 1.0$ och om man vidare utnyttjar att $\alpha^3 \leq \alpha$ fås:

$$V_f \geq \frac{270 \ b \ \sqrt{d}}{\sqrt{1/\alpha - 1}} \quad (53)$$

Om man även, som exempel, kräver att $\alpha \geq 0.6$ fås en ytterligare förenkling genom att sätta in $\alpha = 0.6$ i (53):

$$V_f \geq 330 \ b \ \sqrt{d} \quad (54)$$

Detta hårt förenklade samband ger resultat som jämfört med (52) i varierande utsträckning ligger på säkra sidan om $0 < \beta \leq 1.0$ och $1.0 > \alpha \geq 0.6$. Hänsyn till säkerhet, fukt, temperatur och belastningstid innebär att reduktion av koefficienten i (54) kan vara lämplig.

För jämförelse kan motsvarande förenkling av ekv (1) göras. Med $f_v = 10$ MPa, se avsnitt 7.7, och med $\alpha = 0.6$ ger ekv (1) med V_f i kN samt med b och d i m:

$$V_f \geq 2400 bd \quad (55)$$

Skillnaden mellan (54) och (55) är inte liten.

8 AVSLUTANDE KOMMENTARER

8.1 Sammanfattande slutsatser

Träbalkar med rätvinklig urtagning i underkant av balk har studerats. Syftet med studien var primärt att skapa ett experimentellt underlag som kan ge möjlighet till verifiering av olika befintliga och eventuella framtida teorier och beräkningssamband. Härvid har studien innefattat en ganska detaljerad provning av ett litet antal balkar samt provning av en rad materialparametrar för trät i aktuella balkar, gjorda av massiv furu. Därutöver innefattar studien en begränsad översikt över befintliga beräkningssamband samt tidigare experimentella och teoretiska resultat. Inför sammanställningen av aktuella och tidigare provningsresultat har vidare ett teoretiskt baserat samband för beräkning av bärförmåga tagits fram. I sammanfattning kan studien sägas ha gett följande resultat och slutsatser:

Från översikt:

- * Flertalet uttryck för beräkning av tvärkraftskapaciteten, V_f , för träbalkar med rätvinklig urtagning vid upplag angivna i normer och dimensioneringsanvisningar är principiellt lika:

$$\frac{V_f}{b \alpha d} = \frac{2}{3} f_v f(\alpha)$$

där enligt den vanligast förekommande formeln reduktionsfaktorn $f(\alpha) = \alpha$. Senare principiellt lika uttryck har reduktionsfaktorer $f(\alpha)$ som ger numeriskt avsevärt annorlunda och olika resultat.

- * Teoretisk analys försvåras av singulariteten i spänning och/eller töjning vid urtagningens spets, men kan genomföras med hjälp av linjär och olinjär brottmekanik.
- * Stokastisk teori baserad på antagandet att svagaste länken är avgörande har i aktuellt fall inte kunnat bedömas ge relevant primär förklaring till storleksberoende i tvärkraftskapacitet.
- * I litteraturen redovisas provning av tämligen många balkar med urtagning. Vid dessa provningar har inte materialparametrar som sannolikt är avgörande för V_f bestämts och redovisad provning av andra materialparametrar är knapphändig.

- * Skadefall i form av brott initierat vid urtagning har inträffat och däribland inträffade i Sverige under förra året ett skadefall som var omfattande ur ekonomisk synpunkt.

Från provning av materialegenskaper:

- * E_x , E_y , G_{xy} , ν_{xy} , $f_{t,y}$, $f_{t,45}$, $G_{f,y}$ samt densitet, fuktkvot, volymkrympning och årsringsorientering har bestämts för en population massiv svensk vanlig furu (*Pinus sylvestris* L.) av nominellt lika kvalitet.
- * Frånsett samband mellan elasticitetsmodul i fiberriktning, E_x , och densitet samt mellan densitet, fuktkvot och volymkrympning är korrelationen mellan de olika materialparameterparen för identiska eller i råmaterialet angränsande provkroppar obetydlig eller obefintlig. Detta kan bero på att populationen är smal.
- * Elasticitetsmodulen vinkelrätt fiber, E_y , är låg vid godtycklig årsringsorientering relativt kraftriktning. Vid tryckprovningar vid låg lastnivå erhöles $E_{x,medel}/E_{y,medel} = 13110 \text{ MPa}/161 \text{ MPa} = 81.4$.
- * Enligt tillgängliga provningsresultat är brottenergin för furu vid dragfläkning längs fiber, dvs vid dragning vinkelrätt fiberriktning, $G_{f,y}$, ca 300 Nm/m^2 vid rumstemperatur, ca 15 % fuktkvot och korttidsbelastning. Vid aktuella provningar erhöles variationskoefficienten 18 % i $G_{f,y}$.

Från provning av balkar:

- * 3 x 7 i planet identiskt likformigt utformade och belastade balkar med urtagning vid upplag och av de olika storlekar med tvärsnittshöjd 12, 48 och 192 mm har provats. Härvid har global last–nedböjningsrespons samt olika deformationer registrerats.
- * Provningarna visar statistiskt säkerställd inverkan av balkarnas absoluta storlek på nominell spänning vid uppsprickning.
- * Deformationerna i trät nära urtagningens spets uppvisar en skenbart plastisk platå vid ökande av belastning av balk. Vid dragprovning av materialprovningkroppar erhöles emellertid nära nog linjärt elastiskt beteende och den skenbara plastiska platån vid balkprovning bedömes vara en följd av stabil brottzonstillväxt. Uppmätt skjuvdeformation och tvärdragdeformation var av lika storleksordning.

Från sammanställning av aktuella och tidigare experimentella och teoretiska resultat:

- * Träts draghållfasthet vinkelrätt fiber och träts skjuvhållfasthet förefaller vara av ringa och underordnad direkt betydelse för bärförmågan vid uppsprickning av en balk med rätvinklig urtagning. Indirekt kan dessa hållfasthetsparametrar tänkas ha en skenbar inverkan genom eventuell samvariation med andra materialparametrar.
- * Träts styvhet och brottenergi förefaller vara de primärt avgörande materialegenskaperna. Härvid ger analys att E_x och G_{xy} är de primärt avgörande styvhetsparametrarna. Inverkan av E_x relativt inverkan av G_{xy} beror av balkgeometri. Om E_x är proportionell mot G_{xy} blir vid variation av träts egenskaper V_f ungefärligen proportionell mot
$$\sqrt{G_{f,y} \sqrt{E_x G_{xy}}} .$$
- * För stora och normalstora balkar är nominell spänning vid uppsprickning kraftigt dimensionsberoende varvid, i samstämmighet med linjär brottmekanik, nominell brottspänning är ungefär proportionell mot $d^{-0.45}$, dvs efter avrundning ungefär proportionell mot $1/\sqrt{d}$, där d , balktvärsnittets reducerade höjd, tjänar som ett mått på balkens absoluta storlek.
- * Urtagningens längd, βd , har kraftig inverkan på den nominella brottspänningen, $V_f/(b\alpha d)$. Inverkan av βd motsvaras av att böjmoment, och inte enbart tvärkraft, påverkar uppsprickningslasten.
- * Vid minskande nettotvärsnittshöjd, αd , sjunker $V_f/(b\alpha d)$ drastiskt med α i området $1.0 > \alpha \geq 0.7$. Vid ytterligare mindre α är inverkan väsentligt mindre. När α går mot 1.0 går i princip uppsprickningslasten mot oändligheten. Detta svarar mot att en spricka inte slår upp vid spetsen av en urtagning vars djup i princip är noll.
- * Sistnämnda fem slutsatser återspeglas inte i konventionella beräkningsuttryck av den typ som anges i t ex SBN.

- * Ett explicit och enkelt beräkningsuttryck kan erhållas med hjälp av brottmekanik och utvidgad balkteori. Detta uttryck ger $V_f/(b\alpha d)$ som funktion av grundläggande materialparametervärden, absolut balkstorlek samt urtagningens djup och längd. Därutöver fås information om inverkan av olika initiella sprickor vid inskränningens spets. Aktuellt teoretiskt beräkningssamband förefaller ge resultat som är i god överensstämmelse med provningsresultat och praktiska erfarenheter.
- * Inskärningens längd, βd , är avgörande för om linjär brottmekanik är relevant.

8.2 Några förslag till fortsatta studier

Följande förslag begränsas i huvudsak till studier av kompletterande karaktär med nära och direkt anknytning till föreliggande undersökning.

Materialegenskaper:

- * Aktuella provningar har innefattat registrering av fläkningsbrottlasten vid böjning av balk med brottanvisning, se figur 4.13 och tabell 4.3 i avsnitt 4.3. Då även elasticitets-egenskaperna för aktuellt trä bestämts kan detta ge möjlighet till utvärdering av träs brottseghet, K_c . Sådan utvärdering torde kräva numerisk spänningsanalys av aktuell provkropp med hjälp av t ex finita element. I litteraturen finns uppgifter om K_c för trä, utvärderade från provningsresultat som om trät vore isotropt. Det vore av värde att undersöka om sådan utvärdering är relevant.
- * Vid aktuella provningar av elasticitetsmodul vinkelrätt fiber, E_y , erhöles väsentligt lägre värde vid dragprovning än de i sig ganska låga värdena erhållna vid tryckprovning. Det skulle därför kunna vara befogat att genom litteratursökning eller kompletterande provning försöka utröna om E_y faktiskt är väsentligt olika vid tryckning och dragning eller om aktuellt resultat trots några kontrollprovningar är missvisande, i sådant fall kanske som en följd av svårigheterna med töjningsmätning vid dragprovningarna.

- * Brottenergi vid fläkning, $G_{f,y}$, är en materialegenskap som sannolikt är av väsentlig betydelse i en rad sammanhang, inte enbart i samband med bärförmåga hos en balk med rätvinklig urtagning vid upplag. Därför kan det vara av intresse att utvidga kunskaperna om $G_{f,y}$ för trä och träbaserade material. För furu vid normala inomhusklimatbetingelser och vid normal korttidsbelastning finns i litteraturen tämligen samstämmiga uppgifter om $G_{f,y}$ eller motsvarande parameter. Även om relaterade resultat för furu är samstämmiga trots olika provningsmetoder kan det på längre sikt vara bra att försöka utforma ett på något sätt standardiserat provningsförfarande. Omfattningen av provningsresultat för andra träslag och för träbaserade material är okänd. Härvid kan emellertid informationer fås i en helt nylig publikation, (Riipola och Fonselius, 1988), direkt och genom referenser. I denna publikation finns även nya resultat angående kritiskt J -integralvärde för bland annat furu.

- * I den teoretiska utvärderingen av provningsresultat har antagits att brottenergin vid ren dragfläkning är lika med brottenergin vid aktuell kombinerad dragning och skjuvning. Vid analys av aktuell balktyp och kanske i än högre grad vid analys av andra belastningssituationer vore kunskap om inverkan av interaktion mellan dragning och skjuvning av värde. Kvantitativ kunskap om inverkan av sådan interaktion på brottegenskaper torde primärt kräva experimentella studier.

Provningar av aktuell balktyp:

- * Aktuella provningar har bara innefattat balkar med nominellt lika egenskaper hos träet. För att bättre studera inverkan av materialegenskaper experimentellt kan förslagsvis en provningsserie genomföras med något träslag vars egenskaper klart skiljer sig från dem för furu.

- * Det som sagts ovan beträffande träslag gäller även fuktkvot, belastningshastighet och temperatur. Om något beräkningssamband för inverkan av materialparametrar på uppsprickningslast kan anses vara tillräckligt verifierat kan inverkan av t ex fuktkvot studeras förenklat och indirekt genom att fuktkvotens inverkan på enbart materialparametrar studeras.

- * Aktuella provningar har inte innefattat provning av stora balkar, typ limträbalkar. Då teori och extrapolering av provningsresultaten leder till slutsatsen att sådana balkar med urtagning bör tillåtas bära förhållandevis liten last kan tillämpning av nämnd slutsats – om den är fel eller om en limträbalk inte är jämförbar med en massiv balk – leda till oekonomisk överdimensionering. Därför skulle det kunna vara befogat att komplettera med provning av några limträbalkar med en tvärsnittshöjd om t ex $4 \times 192 = 768$ mm.
- * Enligt nyare dimensioneringsanvisningar inverkar balkbredd på nominell brottspänning vid olika typer av skjuv- och fläckningsbrott. Dessa anvisningar inkluderar aktuell balktyp. Emellertid är det okänt om det finns provningsresultat som påvisar sådan inverkan i fallet med urtagning. Därför skulle det kunna vara befogat att studera hur en ändring av balkbredd påverkar spricklast och även resultat vid provning av materialparametrar.
- * Ovanstående punkter angående provningar av aktuell balktyp har direkt anknytning till genomförda provningar. Härutöver skulle kunna föreslås att sådant som olika förstärkningsåtgärder, alternativ geometrisk urformning av urtagning och inverkan av temperatur- och fuktgradientspänningar studeras experimentellt. Sådana studier bör förslagsvis genomföras först efter en inventering av tillgängliga resultat och en strukturering genom någon form av teoretisk bearbetning.

Beräkningssamband:

- * Det teoretiska samband för beräkning av uppsprickningslast som erhöles i avsnitt 6.1 och även behandlas i avsnitten 7.6–7.8, bygger till stor del på beräkning av ändring i balknedböjning vid spricktillväxt. Denna beräkning genomfördes via en typ av balkteori. Det skulle kunna vara av värde att med hjälp av finita elementmetoden och för någon eller några kombinationer av geometri och materialstyvhetsdata verifiera denna beräkning av ändring i balkvekhet.
- * Metodik enligt avsnitt 6.1 gav ett samband som gäller för vissa olika typer av urtagning i balk utsatt för tvärkraft och böjmoment, se figur 6.2. Med denna metodik torde på analogt sätt motsvarande samband kunna erhållas för fall med normalkraft i balken och för fall med vissa typer av håltagning i balk, däribland rektangulär håltagning. Arbete med att räkna fram sådana samband skulle kunna vara praktiskt relevant, kanske för fallet med rektangulär håltagning.

- * Genom lämpliga modifieringar kan troligen urtagningar med öppningsvinkel större än 90° och hål med cirkulär form studeras teoretiskt med någon likartad metodik. Samma gäller urtagningar sådana att det föreligger tryckande normalspänning vid urtagningens spets. Sistnämnda typ av brottanvisning kan i en del fall vara avgörande för en balks bärförmåga.

Allmänt:

Ovanstående förslag är i flertalet fall av kompletterande karaktär med nära anknytning till föreliggande undersökning. I anslutning till frågeställning i samband med urtagningar i träbalkar och, mera allmänt, i anslutning till analys av brott i trä kan därutöver nämnas dels experimentella och teoretiska studier av grundforskningskaraktär, dels arbete med att utforma praktiskt anpassade dimensioneringsanvisningar.

Interaktion mellan dragning och skjuvning har redan nämnts och inom grundforskningsdelen kan som två ytterligare exempel nämnas, dels tolkning av innebörden av den dubbla singulariteten vid ett hörn med hänsyn till storlekseffekt samt olinjär analys av hur stor del av en fullständigt utvecklad brottzon som utvecklas vid olika typer av urtagning före instabilitet. I samband med storlekseffekter kan det mera allmänt vara av intresse att försöka utröna i vilka fall redan deterministisk analys kan ge tillfredsställande resultat och i vilka fall även spridningen i materials egenskaper har stor inverkan. Som exempel på faktorer som måste beaktas vid utformning av dimensioneringsanvisningar kan nämnas långtidseffekter, säkerhet och möjlighet till enkel och rationell praktisk dimensionering.

LITTERATURHÄNVISNINGAR

Aune, P. (1975) Trekonstruksjoner, TAPIR, Norge.

Bergström, S.G., et al. (1974) Allmän kurs i byggnadsmateriallära, Kompendium, Avd f Byggnadsmateriallära, Lunds Tekniska Högskola.

Bodig, J. och Jayne, A. J. (1982) Mechanics of Wood and Wood Composites, Van Nostrand Reinhold Company.

Carlsson, T., Shahabi, A. och Sunding, L. (1983) Träs brottbeteende, Seminarieuppsats, Avd f Byggnadsmateriallära, Lunds Tekniska Högskola.

Carpinteri, A. (1986) Mechanical Damage and Crack Growth in Concrete, Martinus Nijhoff Publishers.

Debaise, G.R., Porter, A.W. och Pentoney, R.E. (1966), Morphology and Mechanics of Wood Fracture, Mat. Res. & Stand., vol 6, nr 10, sid 493–499.

Gustafsson, P. J. (1985) Fracture Mechanics Studies of Non-Yielding Materials Like Concrete: Modelling of Tensile Fracture and Applied Strength Analysis. Rapport TVBM-1007, Avd f Byggnadsmateriallära, Lunds Tekniska Högskola.

Gustafsson, P.J. (1988) A Study of Strength of Notched Beams. Paper 21-10-1, CIB-W18A (Int. Con. for Build. Res. Studies and Doc., Work Com. W18A – Timber Structures), Meeting 21, Vancouver.

Heinrici, D. (1984), Beitrag zur Spannungsermittlung in Ausgeklinkten Biegeträgern aus Holz, avhandling, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität Munchen.

Helmersson, H. (1978) Materialbrott för olika byggnadsmaterial, Examensarbete, Avd f Byggnadsmateriallära, Lunds Tekniska Högskola.

Johannesson, B. (1984) Brottkriterier för trä, del 1, litteraturstudium, Publ. S84:1, Avd. f Stål- och Träbyggnad, Chalmers Tekniska Högskola.

Kollmann, F (1951) Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe (Erster band), Springer-Verlag, BRD.

Larsen, H.J. och Riberholt, H. (1984) Traekonstruktioner. Beregning, SBI-anvisning 135, Statens Byggeforskningsinstitut, Danmark.

Larsen, H.J. och Riberholt, H. (1972) Forsög med Uklassificeret Konstruktionstrae, Rapport nr R31, Afdelingen for Baerende Konstr., Danmarks Tekniske Höjskole.

Leicester, R.H. (1969) The Size Effect of Notches, Proc. Second Austr. Conf. on Mech. of Struct. and Mat., July, sid 4.1–4.20.

Leicester, R.H. (1971, A) Some Aspects of Stress Fields at Sharp Notches in Orthotropic Materials, Div of Forest Products Tech. Pap., No 57, CSIRO, Australia, sid 1–16.

Leicester, R.H. (1971, B) Analysis of Sharp Notches with Non-Zero Notch Angles, Paper, Third Austr. Conf. on the Mech. of Struct. and Mat., Auckland, Australie, aug.

Leicester, R.H. (1973) Effect of Size on the Strength of Structures, Div of Building Res. Tech. Pap., No 71, CSIRO, Australie.

Leicester, R.H. (1974, A) Applications of Linear Fracture Mechanics in the Design of Timber Structures, Proc., Conf. of the Austr. Fract. Group, Melbourne, Australia, oct 23, sid 157–164.

Leicester, R.H. (1974, B) Fracture Strength of Wood, Paper, First Austr. Conf. on Eng. Mat., The University of New South Wales, Australia.

Leicester, R.H. (1983) The fracture Strength of Wood, Proc. Workshop on Timber Eng., CSIRO, Melbourne, Australia, May, sid 11.1–11.24.

Leicester, R.H. and Poynter, W.G. (1979) On the design strength of notched beams, Proc. of 19th Forest Products Research Conference, Melbourne, Australia, 12–16 November, Topic 2/13.

Leicester, R.H. och Poynter, W.G. (1980) On the Design of Notched Beams, Proc., IUFRO Conf. Wood Eng. Group, Oxford, UK, april.

Leicester, R.H. och Walsh, P.F. (1982) Numerical analysis for notches of arbitrary notch angle, Proc. Int. Conf. on Fract. Mech. Techn. App. to Mat. Evaluation and Struct. Design, Melbourne, Australia, August.

Mistler, H.–L. (1979) Die Tragfähigkeit des am Endauflager unten rechtwinklig ausgeklinkten Brettschichtträgers, avhandling, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Karlsruhe (TH).

Murphy, J.F. (1986) Strength and Stiffness Reduction of Large Notched Beams, J. of Structural Engineering, Vol 112, No 9, pp 1989–2000.

Möhler, K. (1986). Brevväxling.

Möhler, K. och Mistler H.–L. (1978) Untersuchungen ueber den Einfluss von Ausklinkungen in Auflagerbereich von Holzbiegetragern auf die Tragfestigkeit, Rapport, Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe (TH).

Möhler, K. och Mistler, H.–L. (1979, A) Ausklinkungen am Endauflager von Biegeträgern, Bauen mit Holz, 11/79, sid 577–578.

Möhler, K. och Mistler H.–L. (1979, B) Ausklinkungen am Endauflager von Biegeträgern, Holzbau–Statik–Aktuell, Folge 4, sid 5–6.

Petersson, H. (1974) Analysis of loadbearing walls in multistorey buildings. Stresses and displacements calculated by a continuum method, Thesis, Chalmers Univ of Techn, Sweden.

Petersson, P.–E. (1981) Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials, Rapport TVBM–1006, Avd f Byggnadsmateriallära, Lunds Tekniska Högskola.

Petersson, P.–E. (1982) Comments on the method of determining the fracture energi of concrete by means of three–point bend tests on notched beams, Rapport TVBM–3011, Avd f Byggnadsmateriallära, Lunds Tekniska Högskola.

Riipola, K. och Fonselius, M. (1988) Fastställandet av kritisk J-integral för trämaterial, Forskningsrapport 528, Statens Tekniska Forskningscentral (VTT), Finland.

Valentin, G. och Morlier, P. (1982) A criterion of crack propagation in timber, Matériaux et Constructions, Vol 15, Nr 88, sid 291-298.

Walsh, P.F. (1974) Linear Fracture Mechanics Solutions for Zero and Right Angle Notches, Div of Bldg. Res. Tech. Pap. (Second Series), No 2, CSIRO, Australia, sid 1-16.

Williams, M.L. (1952) Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension, J. of Appl. Mech. 19, sid 526-528.

BILAGA A

ENSKILDA BALKPROVNINGSKURVOR

Diagram A1 – A9. Last, nedböjning och deformationer för enskilda balkar.

"Stora" balkar, $d = 192 \text{ mm}$, B1 – B7:

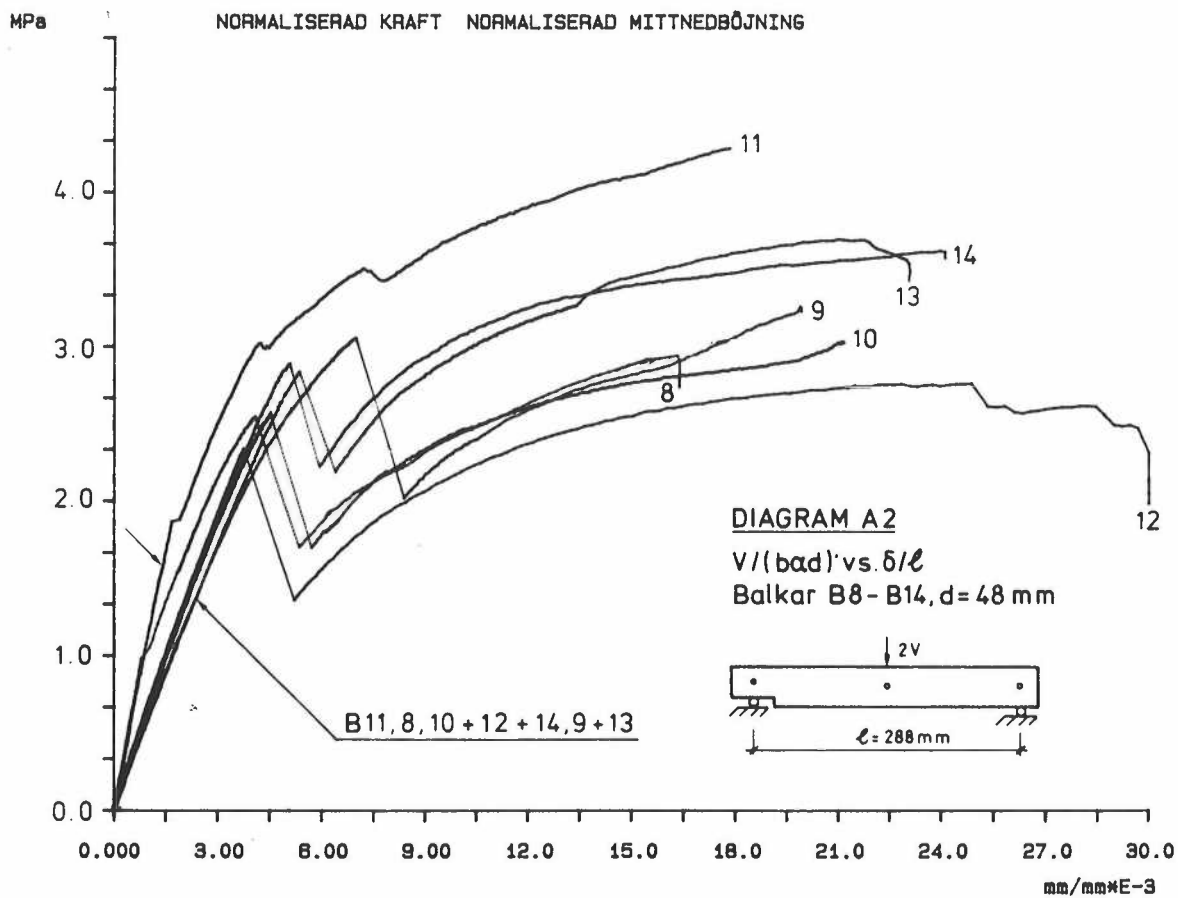
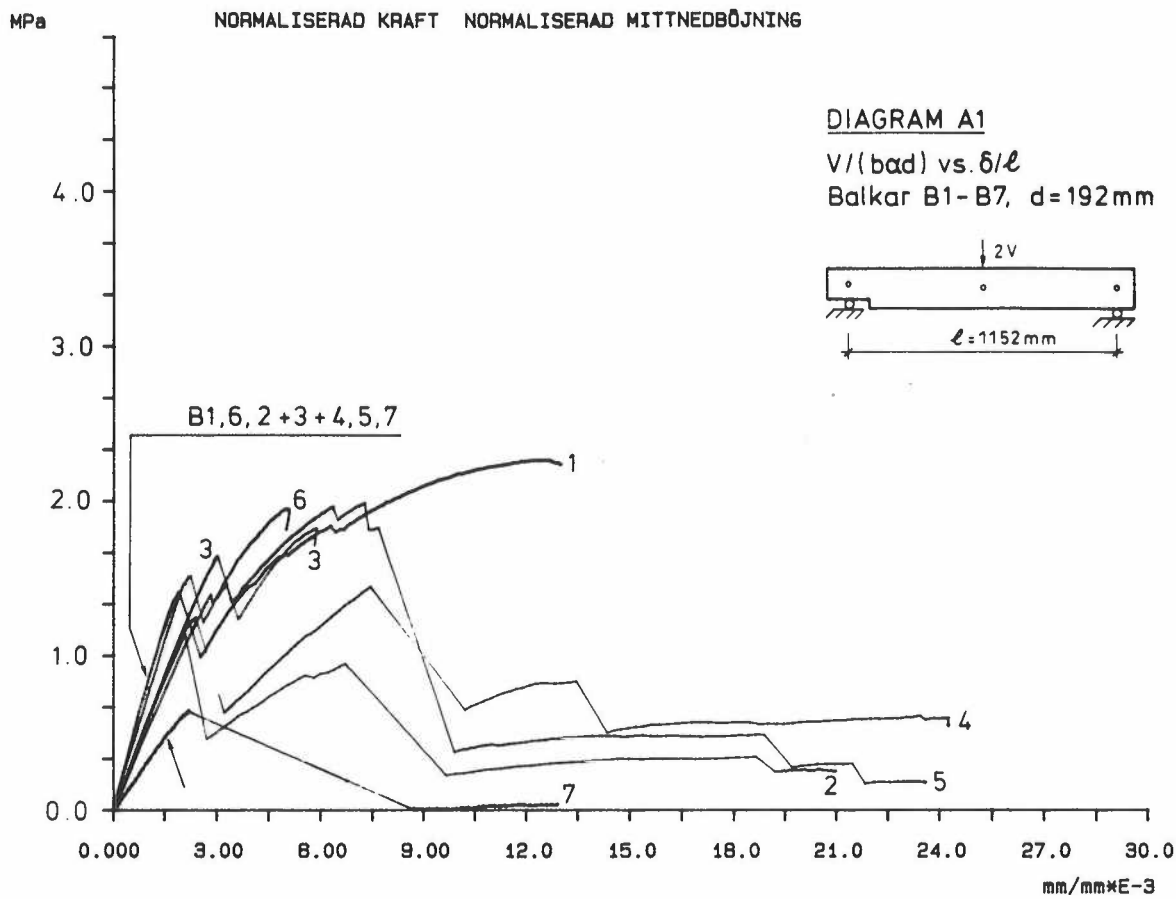
$$V/(b\alpha d) = 1.0 \text{ MPa motsvarar } P = 2 V = 12.67 \text{ kN}$$

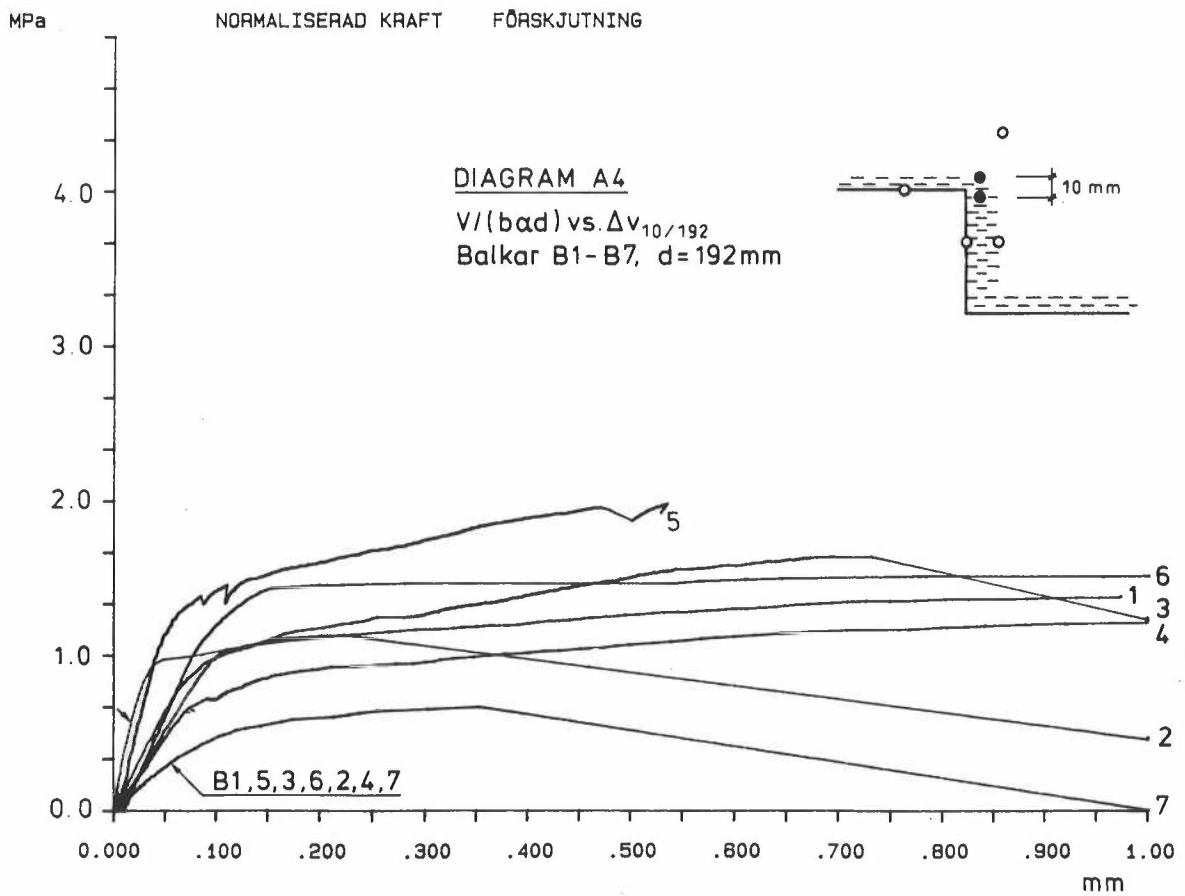
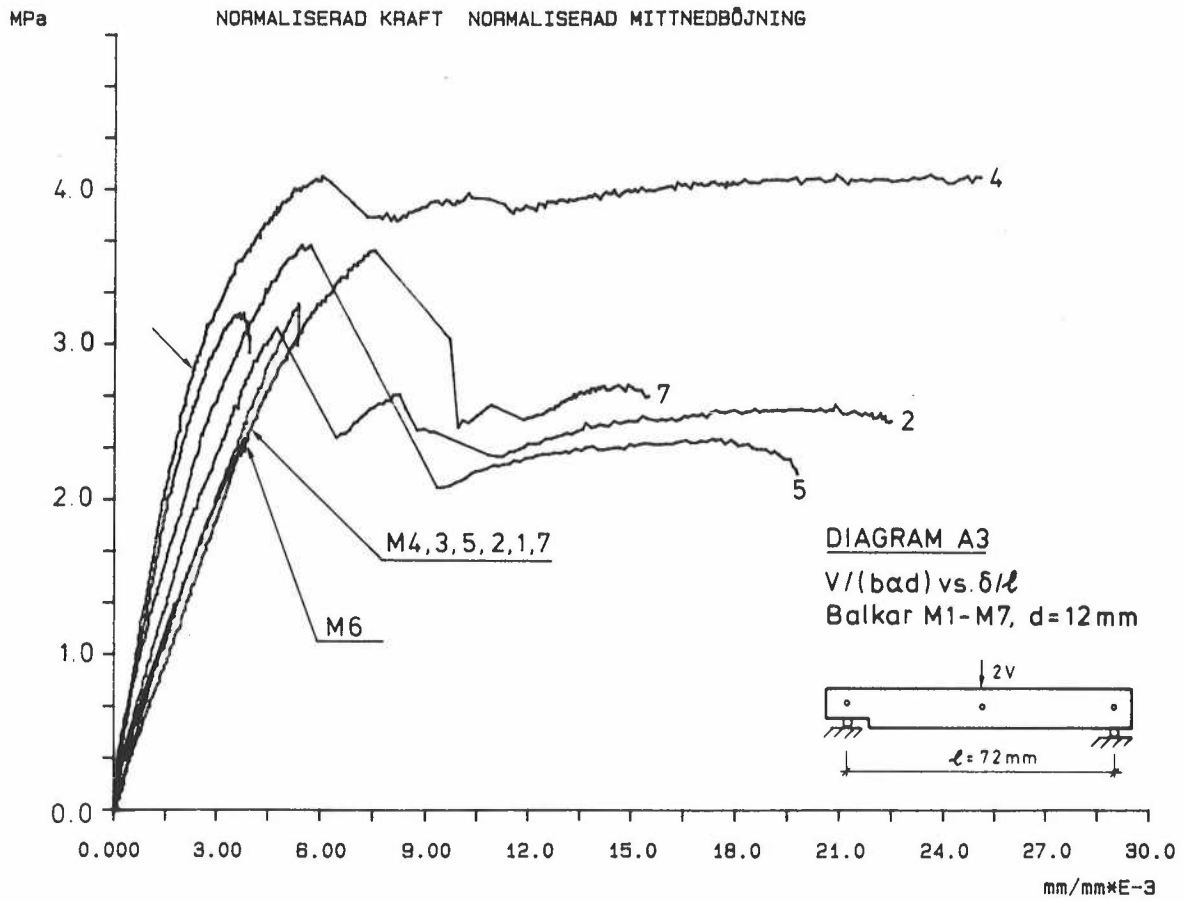
"Mellanbalkar", $d = 48 \text{ mm}$, B8 – B14:

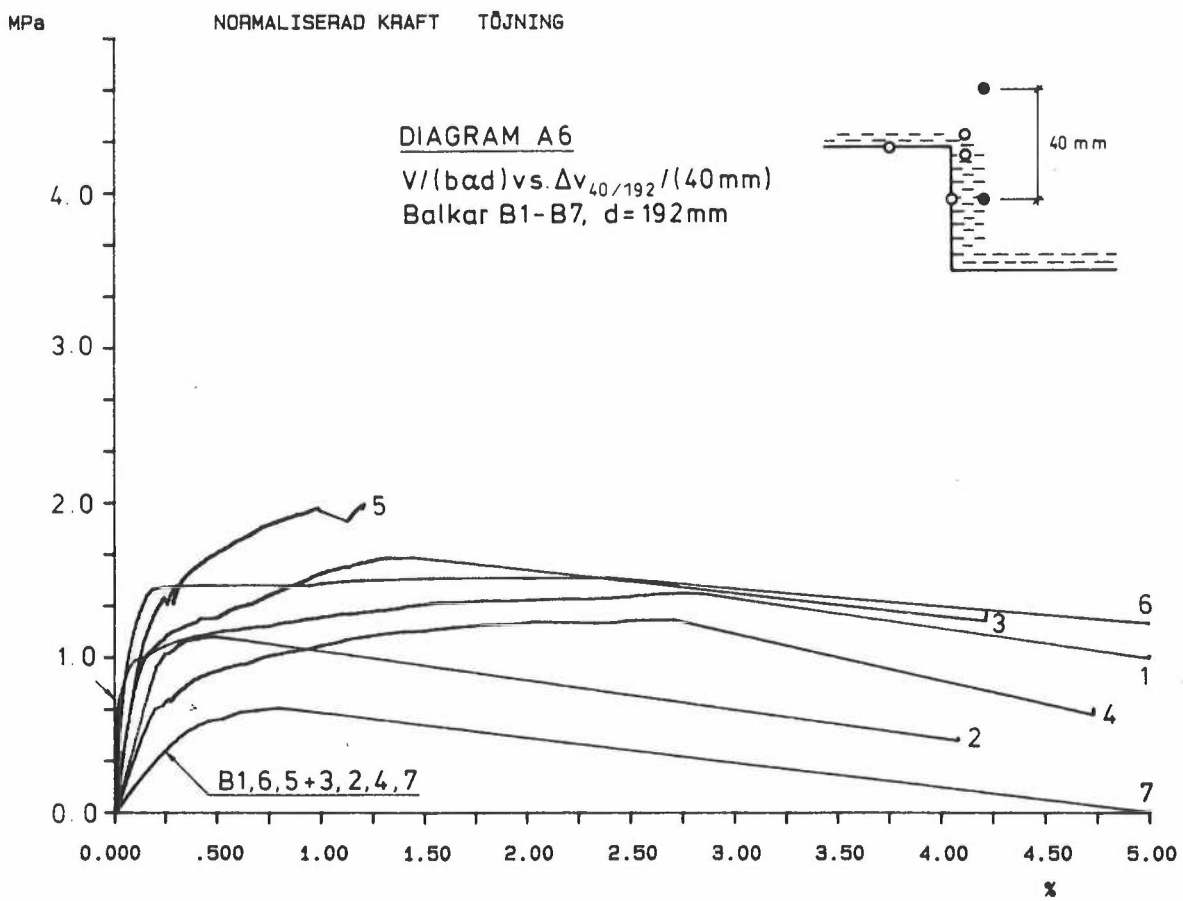
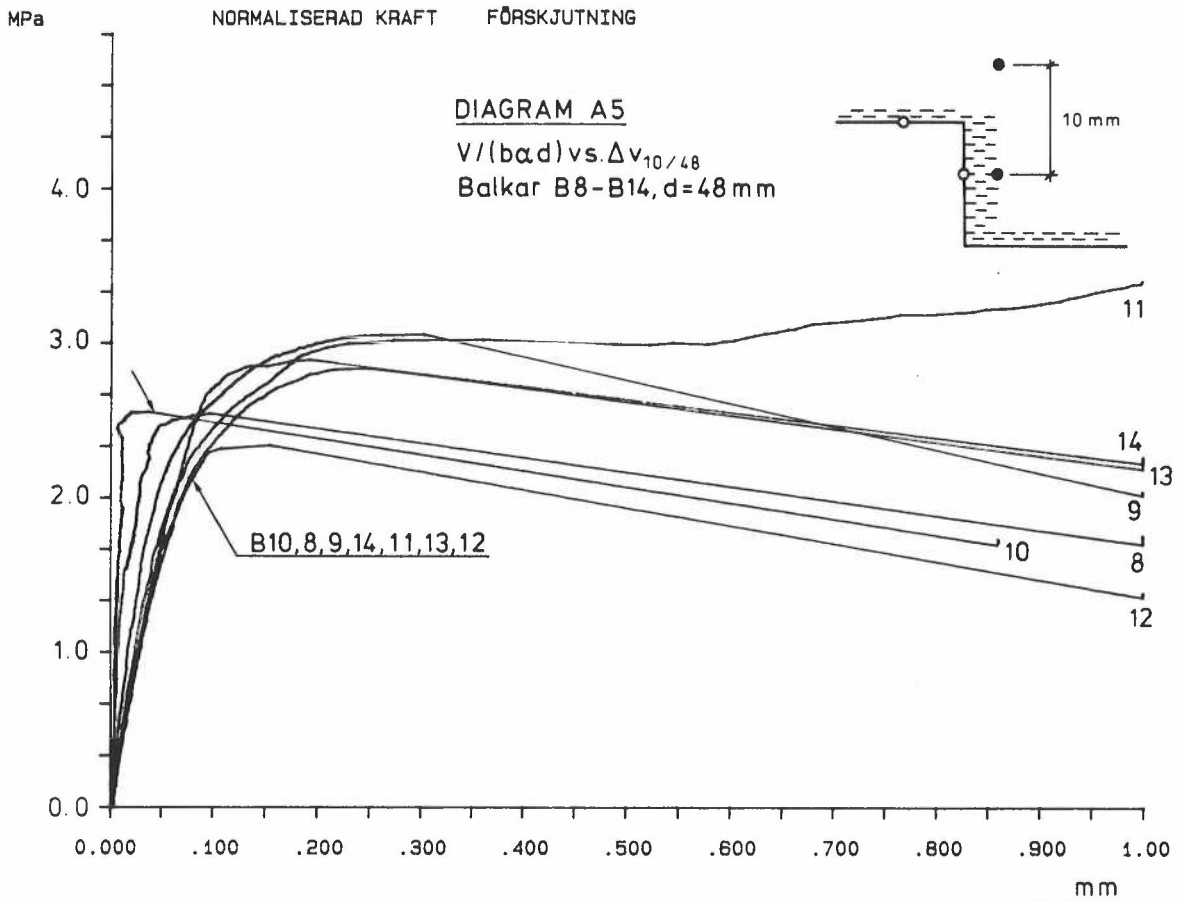
$$V/(b\alpha d) = 1.0 \text{ MPa motsvarar } P = 2 V = 3.17 \text{ kN}$$

"Miniatyrbalkar", $d = 12 \text{ mm}$, M1 – M7:

$$V/(b\alpha d) = 1.0 \text{ MPa motsvarar } P = 2 V = 0.792 \text{ kN}$$







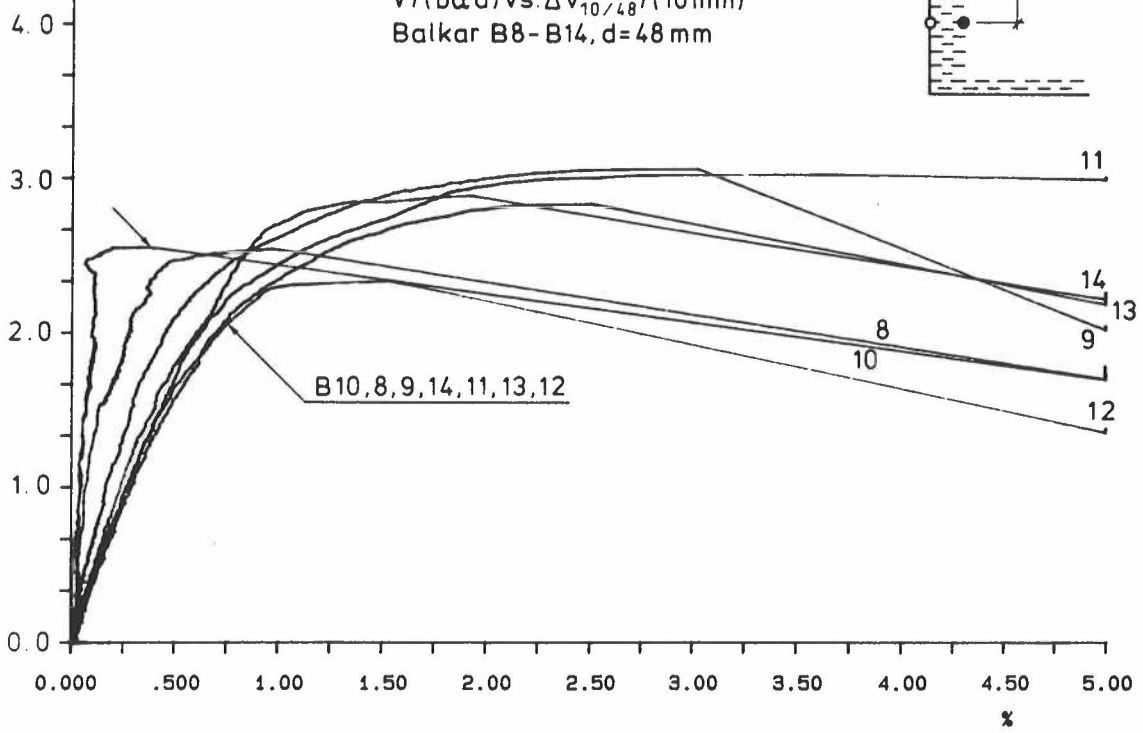
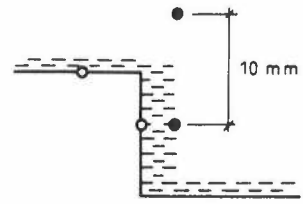
MPa

NORMALISERAD KRAFT TÖJNING

DIAGRAM A7

$V/(b\alpha d)$ vs. $\Delta v_{10/48}/(10\text{ mm})$

Balkar B8-B14, $d=48\text{ mm}$



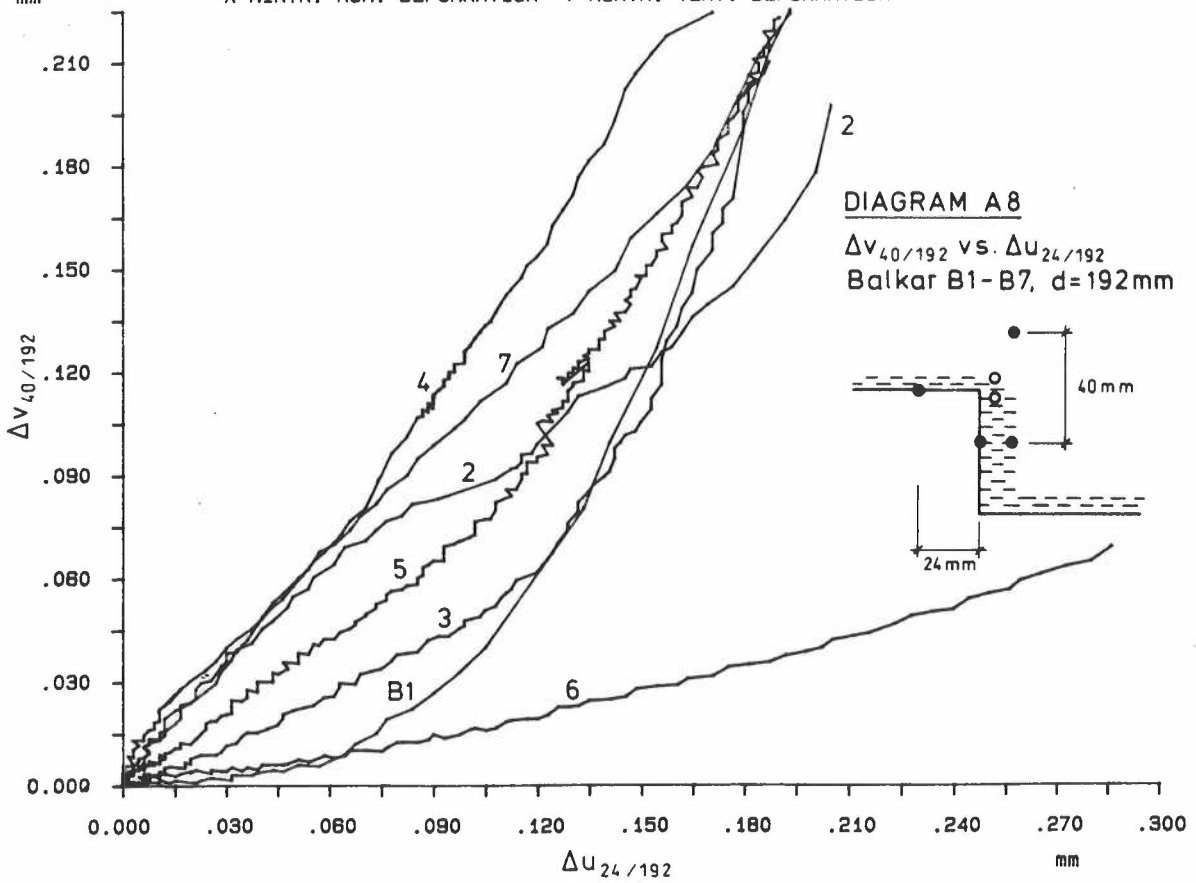
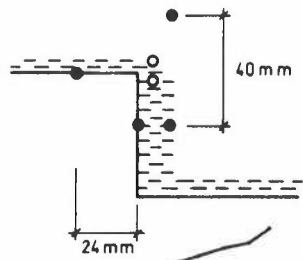
mm

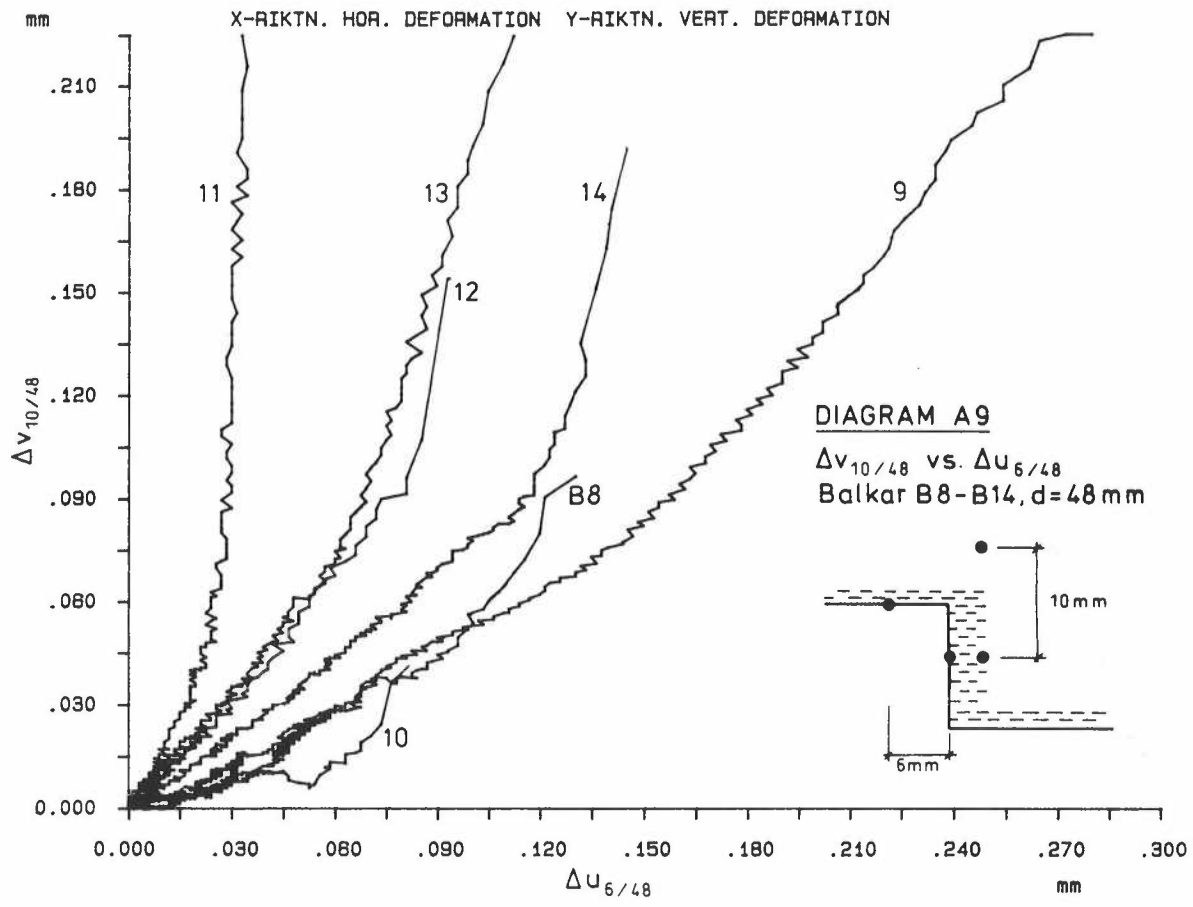
X-RIKTN. HOR. DEFORMATION Y-RIKTN. VERT. DEFORMATION

DIAGRAM A8

$\Delta v_{40/192}$ vs. $\Delta u_{24/192}$

Balkar B1-B7, $d=192\text{ mm}$





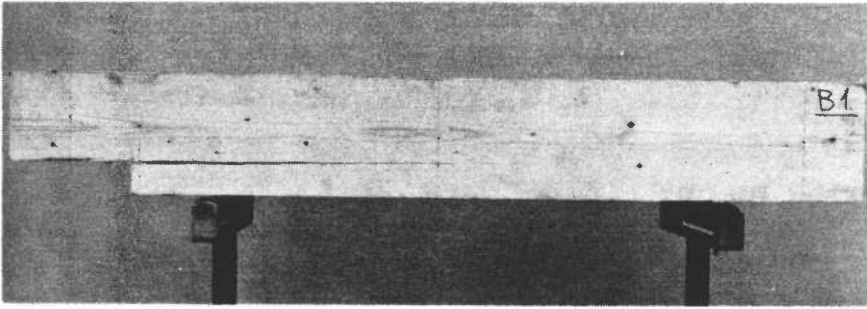
BILAGA B

FOTOGRAFIER AV BALKAR EFTER AVSLUTAD PROVNING.

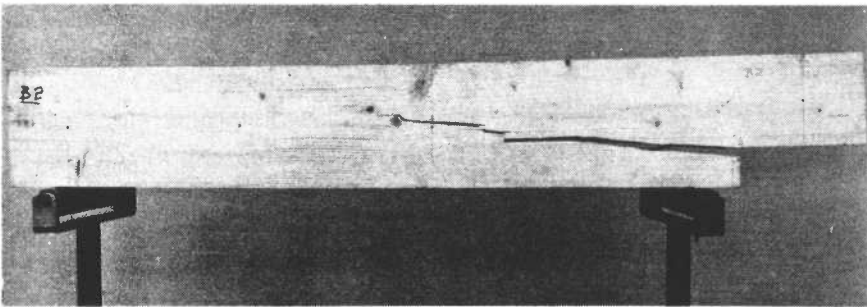
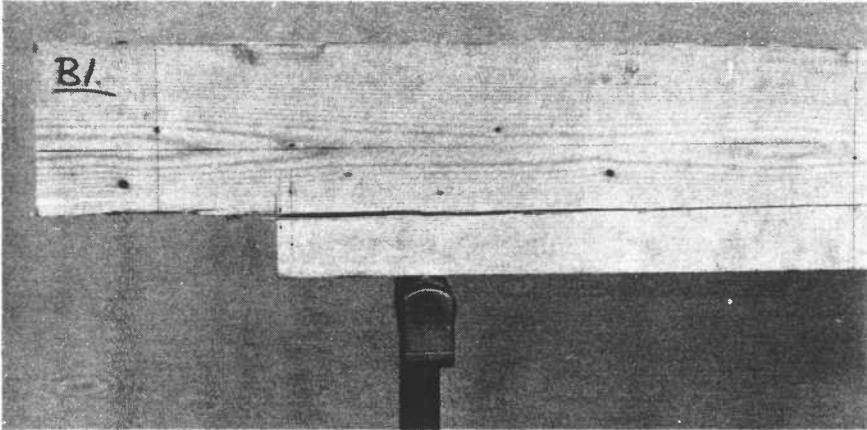
"Stora" balkar, $d = 192$ mm, B1 – B7, 14 foton

"Mellanbalkar", $d = 48$ mm, B8 – B14, 7 foton

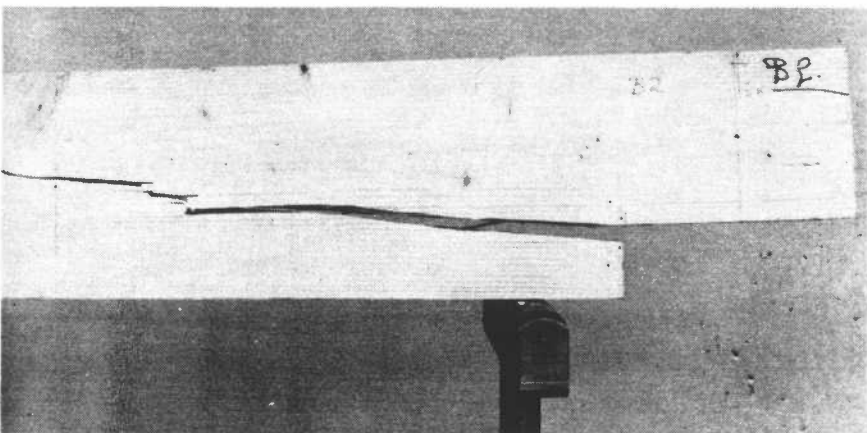
"Miniatyrbalkar", $d = 12$ mm, M1 – M7, 7 foton

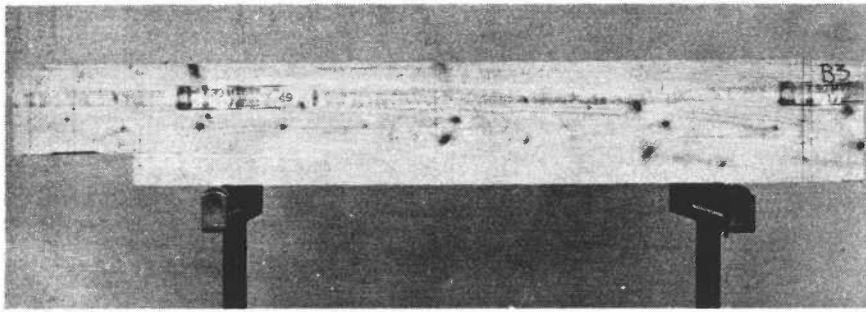


B 1

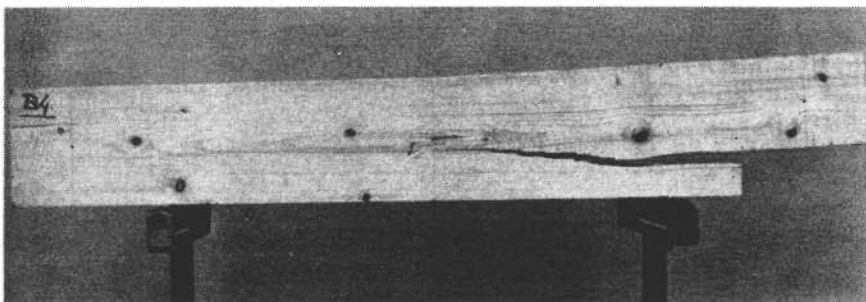
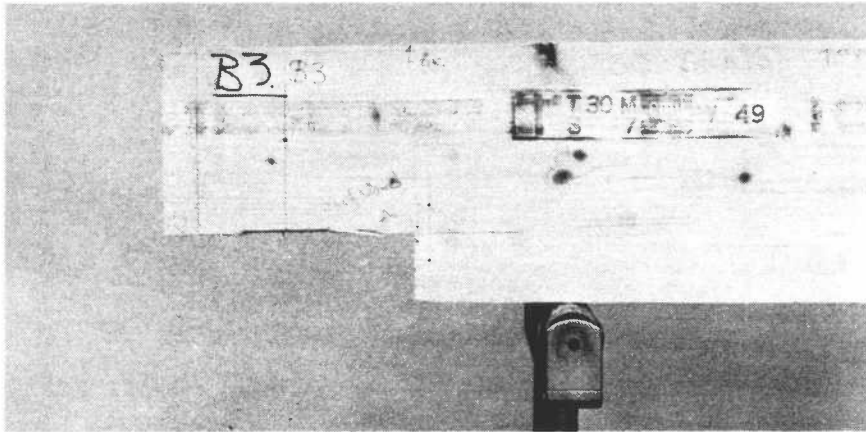


B 2

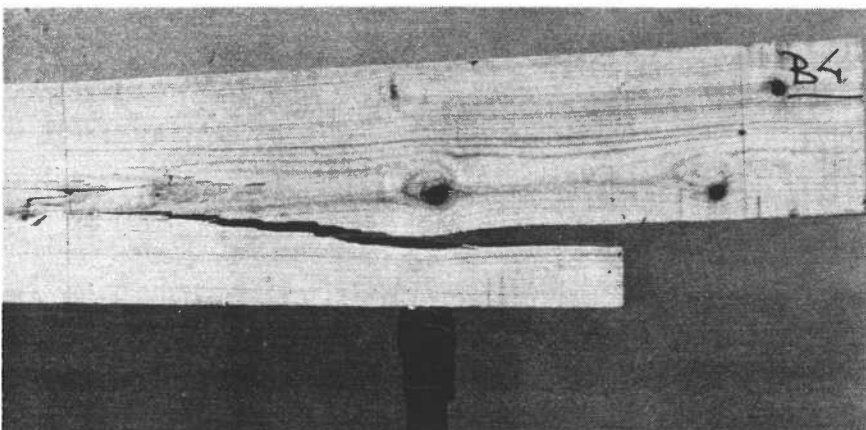


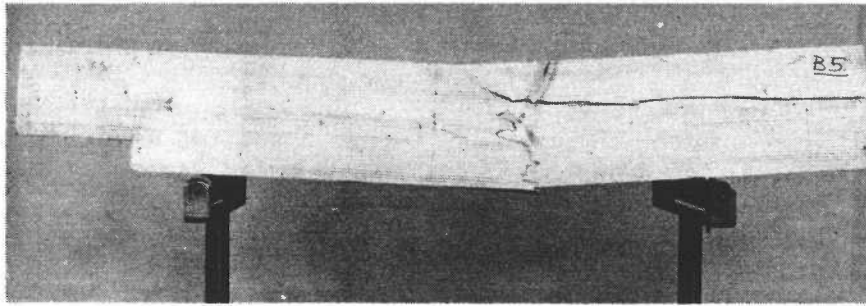


B3

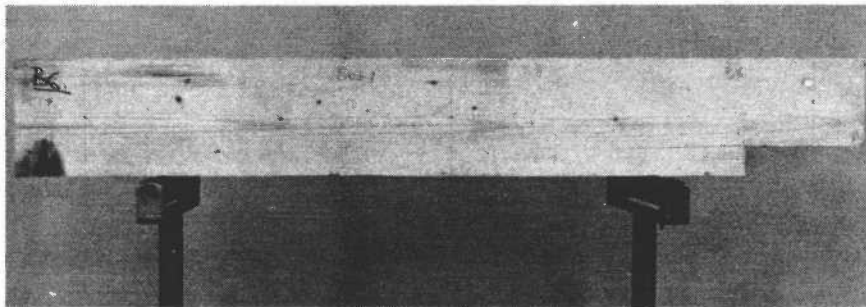
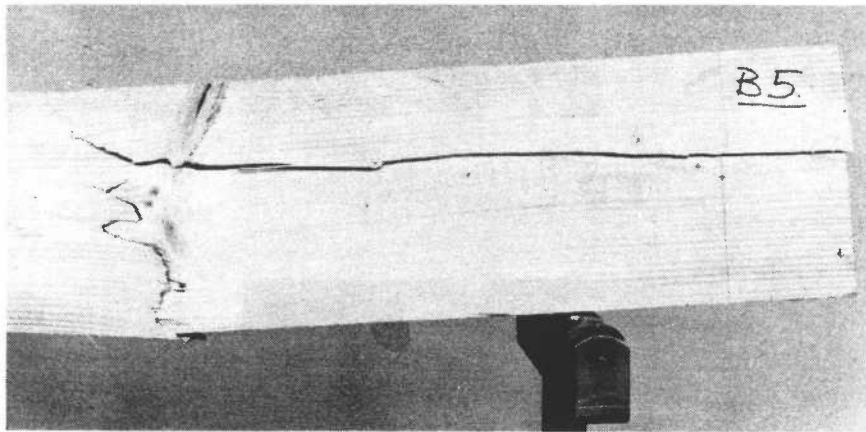


B4

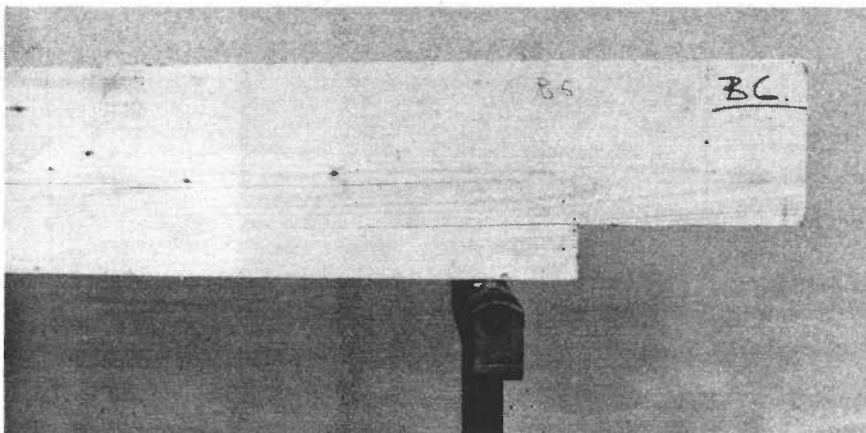


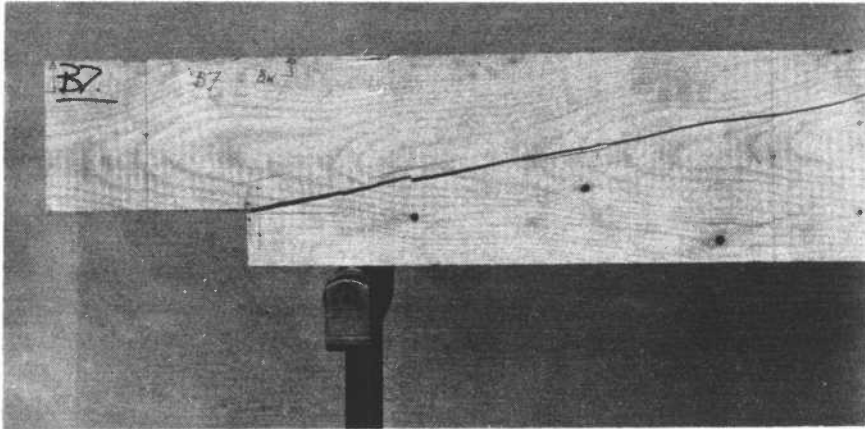
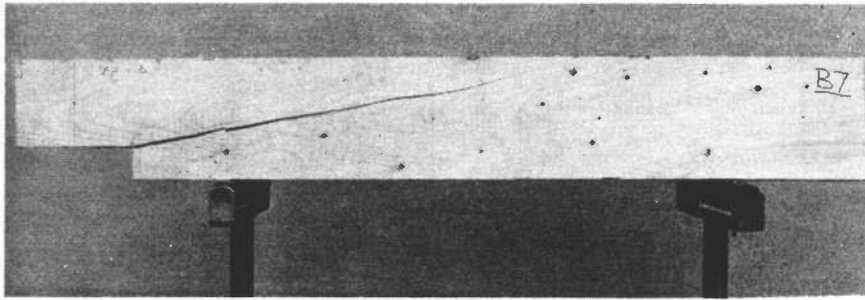


B5

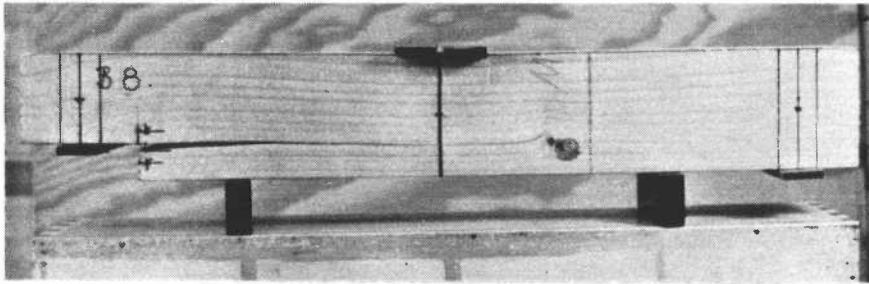


B6

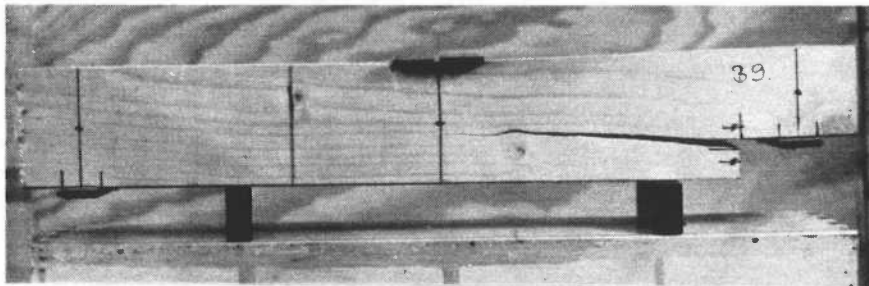




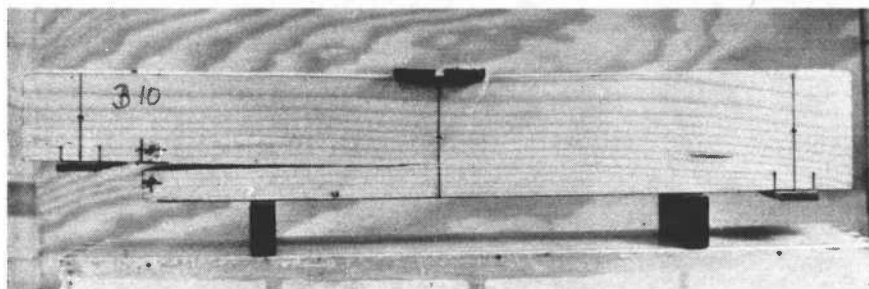
B7



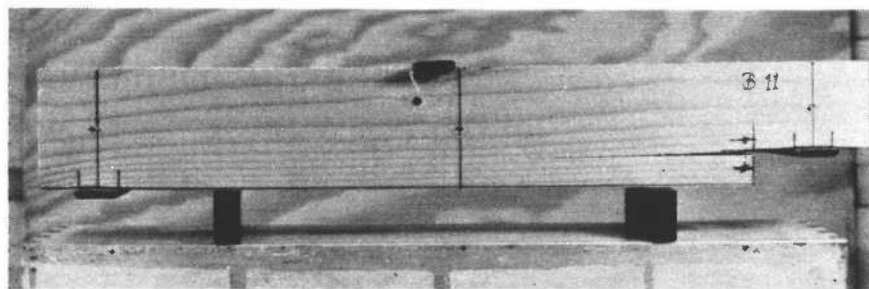
B8



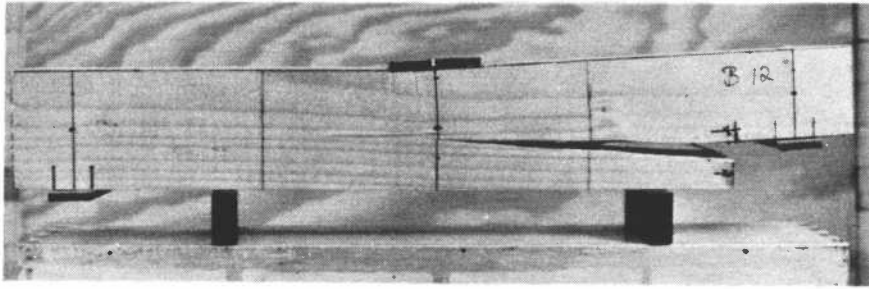
B9



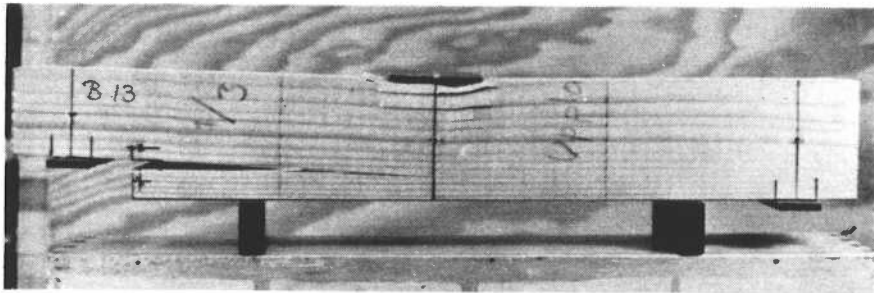
B10



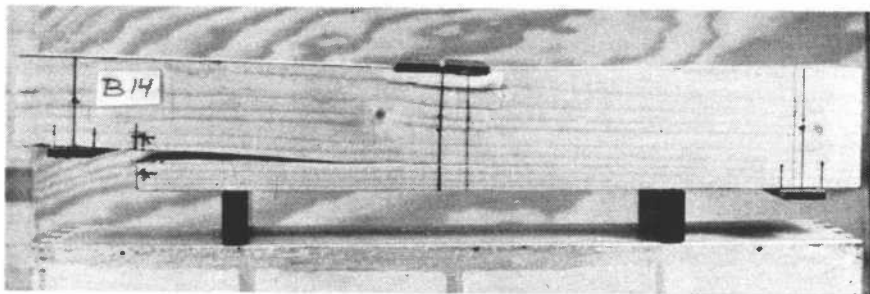
B11



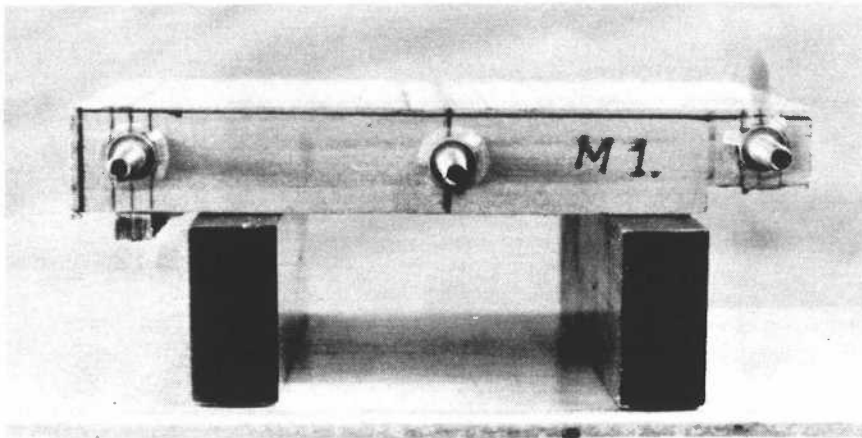
B12



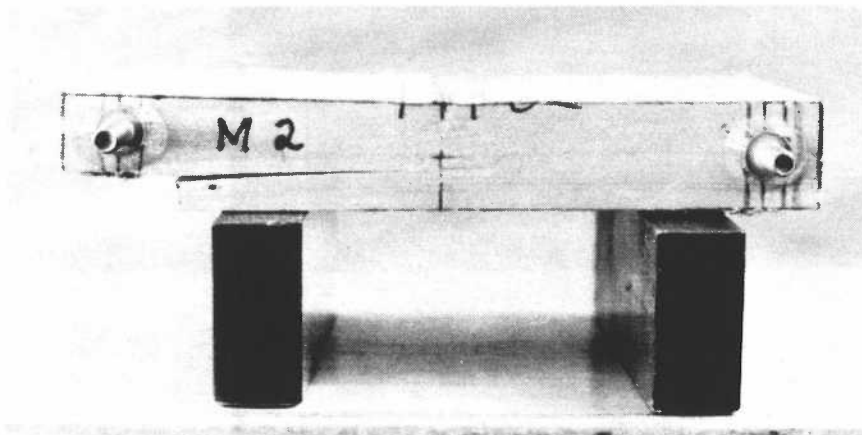
B13



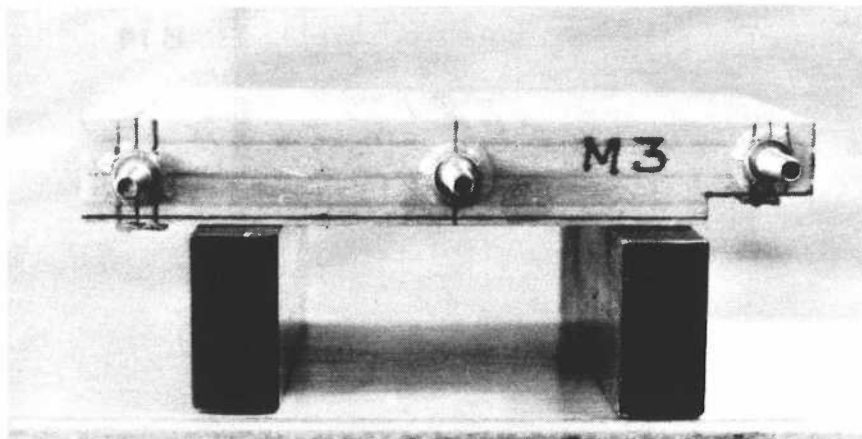
B14



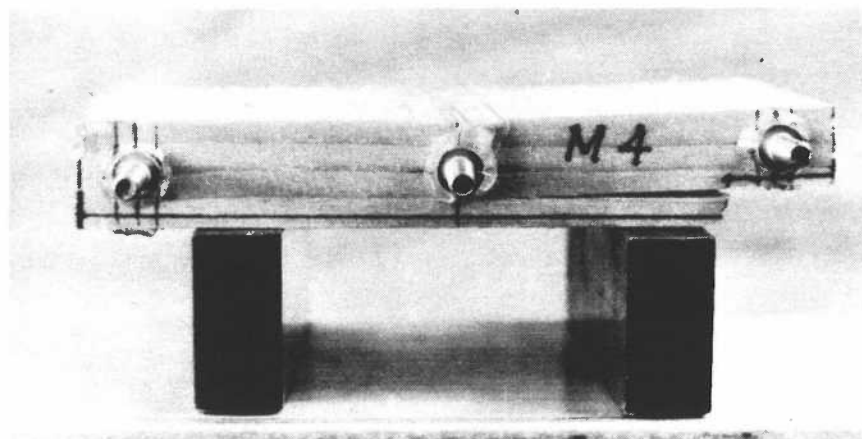
M 1



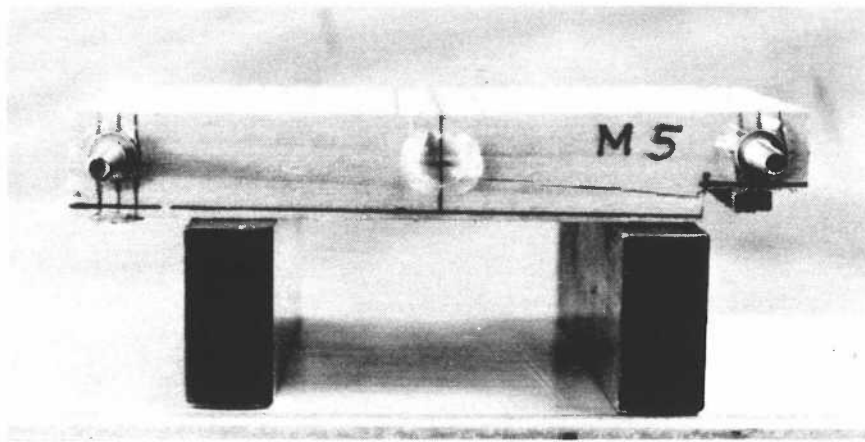
M 2



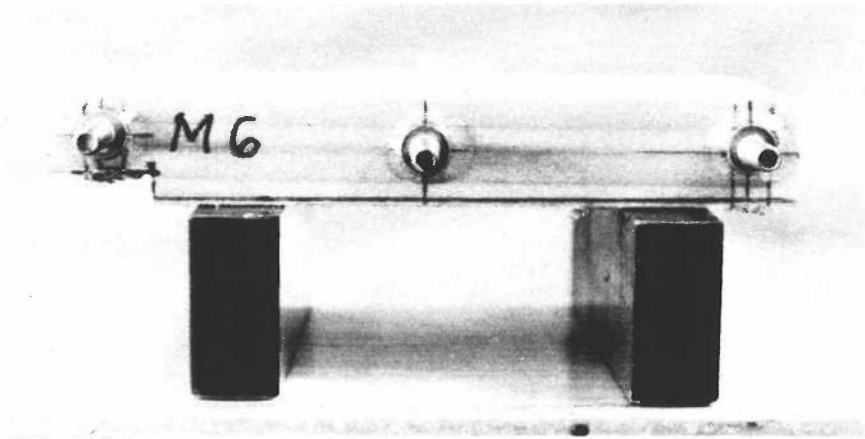
M 3



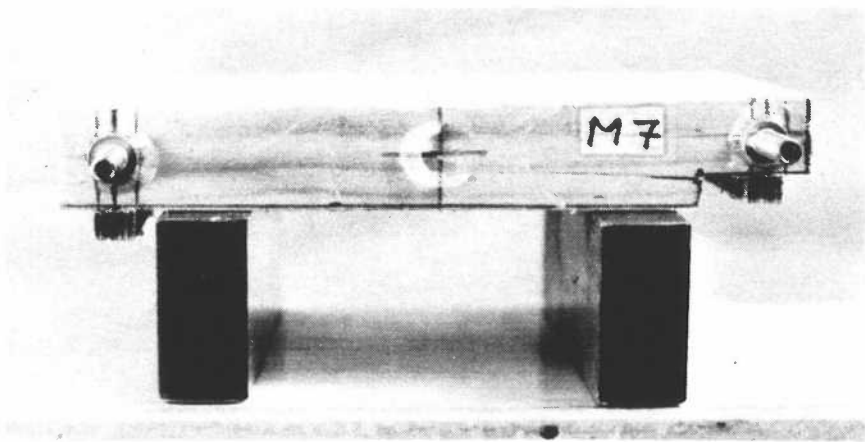
M 4



M 5



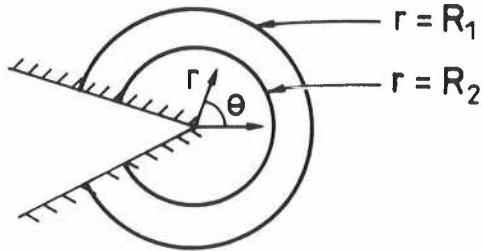
M 6



M 7

BILAGA C

HÅLLFASTHET VID SPÄNNINGSSINGULÄRITET, BERÄKNAD ENLIGT WEIBULLTEORI.



En jämntjock skiva i plan spänning studeras. Materialet antages vara linjärt elastiskt. Mycket nära spetsen av en spricka eller ett inåtgående hörn domineras spänningarna av en singular term och storleken av största huvudspänningen, σ_1 , i punkten (r, θ) kan skrivas:

$$\sigma_1 = k \sigma_0 f(\theta) \left[\frac{d}{r} \right]^\lambda \quad (\text{a})$$

där k är en funktion av skivans geometri, där $\sigma_0 (= P/d^2)$ är ett mått på den yttre belastningens storlek, där f är en funktion av θ och där d är ett längdmått på skivans absoluta storlek. Skivans längd, bredd och tjocklek antages alla vara proportionella mot d . Spänningssinguläritetens styrka anges av λ . För en skarp spricka är $\lambda = 0.5$, både för isotropa och ortotropa material.

Det finns olika analoga varianter av Weibullteori. Här studeras den volymsformulerade två-parametermodellen. Enligt denna är sannolikheten, S , för brott i en volym v :

$$S = 1 - e^{-\int_v (\sigma_1/\sigma_w)^m dv/v_0} \quad (\text{b})$$

där $\sigma_w > 0$ och $m > 0$ är materialparametrar. σ_w är ett mått på styrkan hos referensvolymen v_0 och m är ett mått på spridning. Så t ex motsvaras en variationskoefficient om ca 10 % av att $m = 12$. $m = 4$, jämför nedanstående, motsvarar att variationskoefficienten är 28.05 %.

Vi vill nu beräkna sannolikheten för brott i den singulära punkten. Först beräknas integralen i (b) för materialvolymen mellan $r = R_1$ och $r = R_2$. Härvid antages att $R_2 = aR_1$, där a är ett godtyckligt fixt tal i intervallet $0 < a < 1$. Därefter göres en gränsvärdesberäkning genom att minska R_1 mot noll.

(a) insatt i integralen i (b) ger

$$I = \int_v \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_w} \right]^m \frac{dv}{v_0} = \text{konst } R_1^{(2-m\lambda)} \frac{(1 - a^{(2-m\lambda)})}{(2 - m\lambda)} \quad (c)$$

För $2 - m\lambda > 0$ fås

$$\lim_{R_1 \rightarrow 0} I = 0 \quad (d)$$

som insatt i (b) ger att $S = 0$, dvs att sannolikheten för brott i den singulära punkten är noll om spridningen i materialets hållfasthetsegenskaper är förhållandevis stor, svarande mot att $m < 2/\lambda$. $S = 0$ fås oberoende av hur stor den yttre lasten, σ_0 , är och oberoende av hur starkt materialet är utanför det singulära området.

För $2 - m\lambda = 0$ fås att I blir av typen noll dividerat med noll och sannolikheten för brott i den singulära punkten har i detta specialfall inget definierat värde.

För $2 - m\lambda < 0$ fås

$$\lim_{R_1 \rightarrow 0} I \rightarrow \infty \quad (e)$$

som insatt i (b) ger att $S = 1.0$, dvs att det kommer att uppstå brott i den singulära punkten redan vid den allra minsta belastning om spridningen i materialets hållfasthetsegenskaper är förhållandevis liten, svarande mot att $m > 2/\lambda$.

Som exempel kan ovanstående tillämpas på fallet med en skarp spricka, som ger kvadratsinguläritet, $\lambda = 0.5$. För detta fall fås att skivan inte skulle tåla någon belastning alls om variationskoefficienten för materialets hållfasthet är mindre än 28.05 %. Om variationskoefficienten är större än 28.05 % förutsäges sprickspetsen tåla en spänning som svarar mot obegränsat stor belastning av skivan.

Sammanfattningsvis ger konventionell Weibullteori föga meningsfull information om brott i en punkt med singulär spänning. Ett resultat som kan vara kvalitativt relevant är att brott med låg sannolikhet initieras i punkten $r = 0$ om spridningen i materialets hållfasthetsegenskaper är stor. För mera nyanserade resultat kan det vara nödvändigt att ersätta "integrationen" över punkten $r = 0$ med summation över ett finit område eller med viktad integration över ett område runt studerad punkt, i detta fall punkten $r = 0$. Sådan nyansering kan leda in på områden associerade med begrepp som materialkaraktäristisk längd, linjär och olinjär brottmekanik, statistisk korrelation, icke-lokal kontinuummekanik och diskret materialmodellering.

BILAGA D

BERÄKNING AV UTTRYCK FÖR SKJUVMODUL

Vid belastning i x–y–planet, se figur 3.4 och figur 4.1 d), är

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (a)$$

och för en-axiell belastning, σ_{45} , i riktningen $\psi = 45^\circ$ ger jämvikt (Mohrs cirkel):

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = \sigma_{45}/2 \quad (b)$$

För belastning i x–y–planet i ett ortotrop material anges samband mellan spänning och töjning i ekv (14). För spänningar enligt (b) fås:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \sigma_{45}/2 (1/E_x - \nu_{yx}/E_y) \\ \epsilon_y = \sigma_{45}/2 (-\nu_{xy}/E_x + 1/E_y) \\ \gamma_{xy} = \sigma_{45}/2 (1/G_{xy}) \end{cases} \quad (c)$$

Normaltöjningen i riktningen $\psi = 45^\circ$, ϵ_{45} , se (Bodig och Jayne, 1982, ekv (3.60)), är

$$\epsilon_{45} = \frac{1}{2} (\epsilon_x + \epsilon_y + \gamma_{xy}) \quad (d)$$

Med symmetrivillkoret $\nu_{yx}/E_y = \nu_{xy}/E_x$ ger insättning av (c) i (d) ekv (15) för träts skjuvmodul.