



LUND UNIVERSITY

Användande av självinställande prediktorer för prognos av belastning i kraftsystem

Holst, Jan

1974

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Holst, J. (1974). *Användande av självinställande prediktorer för prognos av belastning i kraftsystem*. (Research Reports TFRT-3119). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:

1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

ANVÄNDANDE AV SJÄLVINSTÄLLANDE PREDIKTORER FÖR
PROGNOS AV BELASTNING I KRAFTSYSTEM

J. HOLST

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	Sid.
1. INLEDNING	1
2. PREDIKTIONSMETOD	1
3. ADMINISTRATION AV PROGNOserINGEN	6
4. PREDIKTIONSRÉSULTAT	7
4.1. Enstegsprediktion under 8000 timmar	8
4.2. En- och flerstegsprediktion i början av året	10
5. SLUTSATSER .	15
6. REFERENSER	16

1. INLEDNING.

I denna rapport presenteras preliminära resultat från tillämpan av en adaptiv prognosmetod för belastningsprognosering i kraftsystem. De data som använts för prognoseringen är autentiska belastningsdata för åren 1971 - 1973 från Statens Vattenfallsverk (SV) närmare bestämt de data som benämnes "SV korrigerade egenförbrukning". Dessa data användes också i Tyrén (1974) för undersökning av några andra prognosmetoder.

Vid prognoseringen skattas belastningsprocessens parametrar i varje tidssteg med en rekursiv minstakvadratmetod, varefter en ny prognos beräknas som om parameterskattningarna vore de korrekta värdena på parametrarna.

Endast uppmätta timvärden av belastningen utnyttjas för prognosen. Någon information om vädersituationen har således inte använts.

I avsnitt 2 behandlas den använda prediktionsmetoden. I avsnitt 3 behandlas förutsättningarna för prognoseringen. Resultat ges i avsnitt 4 och slutligen görs en sammanfattning i avsnitt 5.

2. PREDIKTIONSMETOD.

För att ge en bakgrund till den adaptiva prediktorn behandlas inledningsvis minimalvariansprediktion av en stokastisk ARMA-process, vars parametrar är bekanta.

Givet en stationär stokastisk process

$$A(q^{-1})y(t) = C(q^{-1})e(t) \quad \dots (2.1)$$

där $A(q^{-1})$ och $C(q^{-1})$ är n :te gradspolynom i bakåtskiftoperatorn q^{-1} , dvs

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n} \end{aligned}$$

och där $\{e(t)\}$ är en sekvens normalfördelade oberoende stokastiska variabler med varians σ^2 . I Åström (1970) visas att den k -stegsprediktor $\hat{y}(t|t-k)$ av utsignalen $y(t)$, som minimerar variansen hos prediktionsfelet, fås som utsignalen från ett dynamiskt system

$$\hat{y}(t+k|t) = \frac{G_{n-1}(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) \quad \dots (2.2)$$

med $y(t)$ som insignal. G_{n-1} är ett $(n-1)$:te gradspolynom, som erhålles ur identiteten (polynomdivision)

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1}) F_{k-1}(q^{-1}) + q^{-k} G_{n-1}(q^{-1}) \quad \dots (2.3)$$

Den minimala variansen hos prediktionsfelet ges då av

$$\sigma^2 (1 + f_1^2 + \dots + f_{k-1}^2)$$

där f_i är koefficienterna i $F_{k-1}(q^{-1})$ -polynomet.

Skriv prediktionsfelet $\epsilon(t)$ med hjälp av (2.2)

$$\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|t-k) = y(t) + \sum_{i=1}^n c_i \hat{y}(t-i|t-k-i) - \sum_{i=0}^{n-1} g_i y(t-k-i)$$

eller

$$y(t) = A(q^{-1})y(t-k) - B(q^{-1})\hat{y}(t|t-k) + \epsilon(t)$$

$$A(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} g_i q^{-i}$$

$$B(q^{-1}) = \sum_{i=1}^n c_i q^{-i}$$

Prediktionen bildas då som

$$\hat{y}(t+k|t) = -B(q^{-1})\hat{y}(t+k|t) + A(q^{-1})y(t)$$

Det är denna senare struktur på prediktorn, som utnyttjas då processens parametrar är obekanta. Som modell för processen ansättes alltså

$$y(t) = \hat{A}(q^{-1})y(t-k) - \hat{B}(q^{-1})\hat{y}(t|t-k) + w(t)$$

där

$$\hat{A}(q^{-1}) = \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 q^{-1} + \dots + \hat{\alpha}_{na} q^{-na+1}$$

$$\hat{B}(q^{-1}) = \hat{\beta}_1 q^{-1} + \dots + \hat{\beta}_{nb} q^{-nb}$$

Modellfelet beskrives av $w(t)$, som förutsättes vara en stokastisk process med medelvärde noll och existerande varians.

I varje tidssteg estimeras parametrarna och prediktorn bildas, som om parameterestimaten vore de korrekta värdena på parametrarna. Algoritmen består alltså av två delar:

1. Skattning

Med minstakvadratmetoden (se Åström (1968)) skattas parametrarna $\hat{\alpha}_i, i=1, \dots, na$ och $\hat{\beta}_i, i=1, \dots, nb$ i modellen

$$y(t) = \hat{\alpha}_1 y(t-k) + \dots + \hat{\alpha}_{na} y(t-k-na+1) - \hat{\beta}_1 \hat{y}(t-1|t-k-1) - \dots - \hat{\beta}_{nb} \hat{y}(t-nb|t-k-nb) + w(t)$$

2. Prediktion

Prediktionen bildas därefter som

$$\hat{y}(t+k|t) = -\hat{\beta}_1 \hat{y}(t+k-1|t-1) - \dots - \hat{\beta}_{nb} \hat{y}(t+k-nb|t-nb) + \hat{\alpha}_1 y(t) + \dots + \hat{\alpha}_{na} y(t-na+1)$$

$$\hat{y}(t+k|t) = \frac{\hat{A}(q^{-1})}{1 + \hat{B}(q^{-1})} y(t)$$

Algoritmen presenteras utförligare i en kommande rapport. Liknande metoder finns beskrivna i Wittenmark (1974) och Åström (1974).

Algoritmen har bl.a. följande egenskaper

- Antag att parametrarna $\hat{\alpha}_i, i=1, \dots, n_a$ och $\hat{\beta}_i, i=1, \dots, n_b$ konvergerar och att prediktionsfelsprocessen är ergodisk. Då gäller

$$r_{\varepsilon y}(\tau) = E \varepsilon(t+\tau)y(t) = 0 \quad \tau = k, \dots, k+n_a-1$$

$$r_{\varepsilon \hat{y}}(\tau) = E \varepsilon(t+\tau)\hat{y}(t+k|t) = 0 \quad \tau = k+1, \dots, k+n_b$$

där $\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|t-k)$, dvs den erhållna prediktionsfelsprocessen.

- Antag att processen, som skall predikteras, kan beskrivas med en modell av typen (2.1). Antag vidare att den adaptiva prediktorn användes med $n_a=n$ och $n_b=n$, dvs precis så många parametrar som den optimala prediktorn av processen har, samt att parameterskattningarna konvergerar mot sådana värden att \hat{A} och $1+\hat{B}$ saknar gemensamma faktorer.

Då konvergerar den självinställnade prediktorn mot den optimala prediktor man kunde beräkna om processens parametrar vore kända.

- Koefficienterna i prediktorns karakteristiska polynom estimeras. Detta får till följd att man kan hålla dettas rötter innanför enhetscirkeln, vilket betyder att prediktionen alltid är begränsad. Detta är en egenskap, som skiljer denna adaptiva prediktor från vissa andra prediktorer (t.ex. den som föreslås i Wittenmark (1974)) och den har stor betydelse speciellt under den inledande delen av parameterestimeringsförloppet.
- Algoritmen är enkel och lättkodad. Antalet parametrar, som man måste estimerar beror inte av k .

Lastprediktionsproblemet kräver dock att algoritmen modifieras för att kunna behandla eventuellt tidsberoende hos parametrarna och för att kunna utnyttja informationen man har om belastningen i form av ett tämligen stabilt veckomönster.

Tidsvariabla parametrar

Genom att introducera en glömskefaktor, λ , i förlustfunktionen, dvs prediktionsfelet inverkar mindre och mindre på parameterestimaten ju äldre de är, tar man på ett enkelt sätt hänsyn till parametrarnas tidsberoende. Den förändrade förlustfunktionen blir

$$V(t) = \sum_0^t \lambda^{t-n} w(n)^2 \quad \lambda \leq 1$$

($\lambda = 1$ svarar mot vanlig minstakvadrat). Som en tumregel för val av λ gäller att λ^S är 0.1 efter ungefär

$$s = \ln 0.1 / \ln \left(\frac{\lambda}{1-\lambda} \right) \approx \frac{2}{1-\lambda}$$

steg. Med $\lambda = 0.995$ "kommer man alltså ihåg" ungefär 400 värden.

Hjälpsignalbehandling

För att ta hand om veckomönstret kan man introducera detta som en hjälpsignal, $v(t)$. Modellen för processen ändras till

$$y(t) = \hat{A}(q^{-1}) y(t-k) - \hat{B}(q^{-1}) y(t|t-k) + \hat{C}(q^{-1}) v(t) + w(t)$$

med $\hat{A}(q^{-1})$, $\hat{B}(q^{-1})$ och $w(t)$ enligt ovan och

$$\hat{C}(q^{-1}) = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 q^{-1} + \dots + \hat{c}_{nc} q^{-nc+1}$$

Prediktionen bildas som

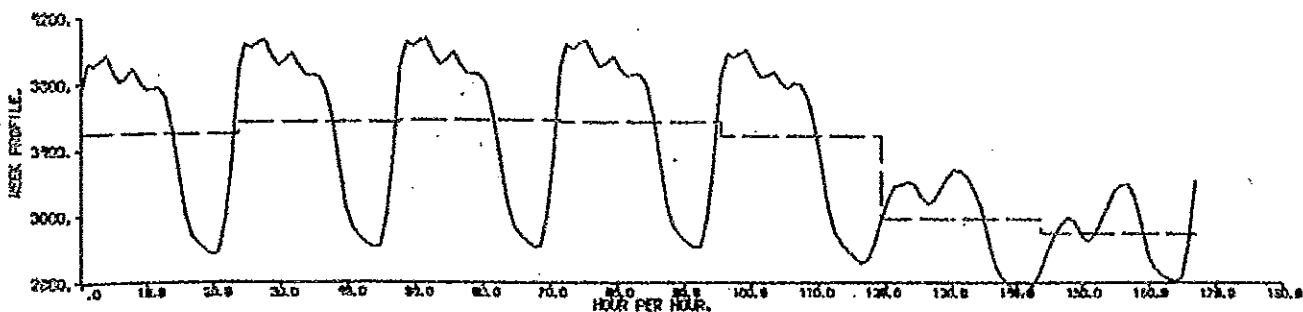
$$y(t+k|t) = -\hat{B}(q^{-1}) y(t+k|t) + \hat{A}(q^{-1}) y(t) + \hat{C}(q^{-1}) v(t+k)$$

Antalet parametrar i $\hat{C}(q^{-1})$ -polynomet hos motsvarande optimala prediktor kommer emellertid att bero linjärt av k , eftersom $\hat{C}(q^{-1})$ -polynomet i den optimala prediktorn ser ut som $\hat{A}(q^{-1}) F_{k-1}(q^{-1})$ (jfr (2.1) och (2.3)).

3. ADMINISTRATION AV PROGNOSENINGEN. av endera av följande:

Belastningen uppvisar ett tämligen stabilt veckomönster, där vardagar å ena sidan och helgdagar å andra skiljer sig kraftigt åt men där det även finns skillnader mellan de olika vardagarna och mellan lördag och söndag. Det är därför lämpligt att som hjälpvariabel använda en signal med en veckostruktur inbyggd och inte, som kanske också vore tänkbart, en signal med en dygnsstruktur. Två sådana olika veckobaserade hjälpsignaler har använts.

Den första av dessa hjälpsignaler är ett veckomedelvärde över samtliga data från 1971 och 1972 (se figur 3.1). Denna signal kallas i fortsättningen hjälpvariabel 1. Den har använts under hela prediktionstiden utan uppdatering. Slumpmässiga variationer i lasten under 1971-1972 har alltså inte påverkat hjälpsignalen särskilt mycket, å andra sidan har även de systematiska säsongvariationerna undertryckts.



Figur 3.1 - Hjälpsignal 1, en veckoprofil byggd på samtliga data från 1971-1972.

Som alternativ hjälpsignal (hjälpvariabel 2) har lasten under motsvarande timme vecka innan använts. Denna hjälpsignal har precis motsatta egenskaper mot den första. Speciella säsongkarakteristika, t.ex. hög eftermiddagstopp på vardagar under vintern finns med i signalen, men å andra sidan innehåller denna också alla tillfälliga störningar. Prediktion med hjälpsignal 2 påminner om den prognosmetod som idag användes på SV.

Prediktionens godhet mätes med hjälp av endera av förlustfunktionerna

$$V_{MW} = \sum_{n_0+1}^n \varepsilon^2(t) \quad \text{eller} \quad V_{\%} = \sum_{n_0+1}^n \left(\frac{\varepsilon(t)}{y(t)} 100 \right)^2$$

där $\varepsilon(t)$ är prediktionsfelet vid tiden t och $y(t)$ är det verkliga värdet på belastningen vid denna tidpunkt. Med V_{MW} mätes alltså ackumulerad förlust i absoluta värden, medan $V_{\%}$ mäter ackumulerad procentuell förlust. Som ett mått på prediktionsresultatet tas

$$s_{MW} = \sqrt{\frac{V_{MW}}{n-n_0}}$$

prediktionsfelets spridning mätt i MW, eller

$$s_{\%} = \sqrt{\frac{V_{\%}}{n-n_0}}$$

spridningen hos det procentuella prognosfelet.

Med hjälp av $s_{\%}$ kan man jämföra prediktionsresultat från olika dataserier. Detta sätt att mäta har dock nackdelen att bidraget till $V_{\%}$ från ett givet prediktionsfel kommer att bero på om prediktionsfelet inträffade under en period med hög eller låg last.

För att ange tid användes i fortsättningen ett sexsiffrigt tal $xyyzw$, där xx =årtal, yy =veckonummer, z =dag (1=måndag) och w =tidpunkt på dagen (1=0700, 2=1900).

4. PREDIKTIONSRÉSULTAT.

Prediktionssimuleringarna har utförts på data från 1973. Dels har 500 eller 1000 timmar (ung. 3 resp 6 veckor) i början av året använts (se avsnitt 4.2) och dels har 8000 timmar (ung. hela året) med början 730211 utnyttjats för enstegsprediktion (resultat i avsnitt 4.1).

4.1 Enstegsprediktion under 8000 timmar.

Vid prediktion över hela året togs ingen hänsyn till helger. Detta får då åtminstone två negativa följder för prediktionsresultatet:

1. Den ackumulerade förlusten får rejäla bidrag vid helgerna eftersom hjälpsignalen då är helt felaktig (t.ex. på långfredagen)
2. Parametrarna förändras en hel del p.g.a. de stora prediktionsfelen. Det tar tid innan de bästa värden har hittats igen, även om algoritmen snabbt ger acceptabla parameterestimater.

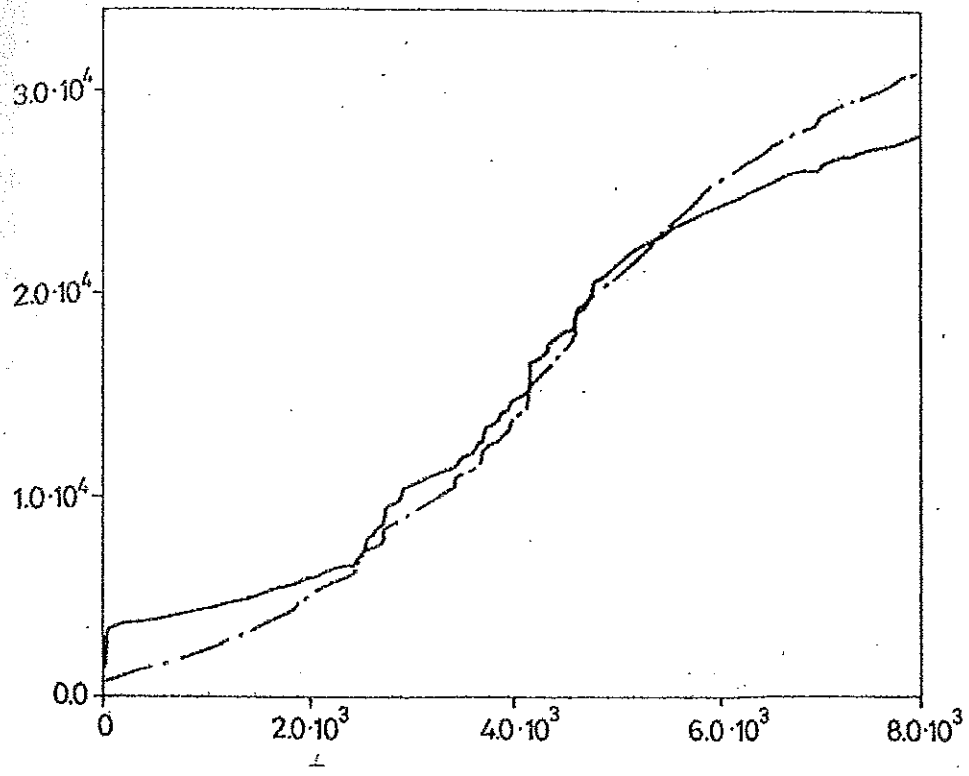
I figur 4.1 visas ackumulerad procentuell förlust $V_{\%}$ (jfr. avsnitt 3) och i figur 4.2 ackumulerad absolut förlust V_{MW} i båda fallen som funktion av tiden. Försummas initialbidraget till förlusten (detta beror på att parametrarnas initialvärden var helt felaktiga) får man de värden på $s_{\%}$ och s_{MW} som anges i tabell 4.1.

Tabell 4.1 - Spridning hos prediktionsfel och procentuellt prediktionsfel vid enstegsprediktion under 8000 timmar.

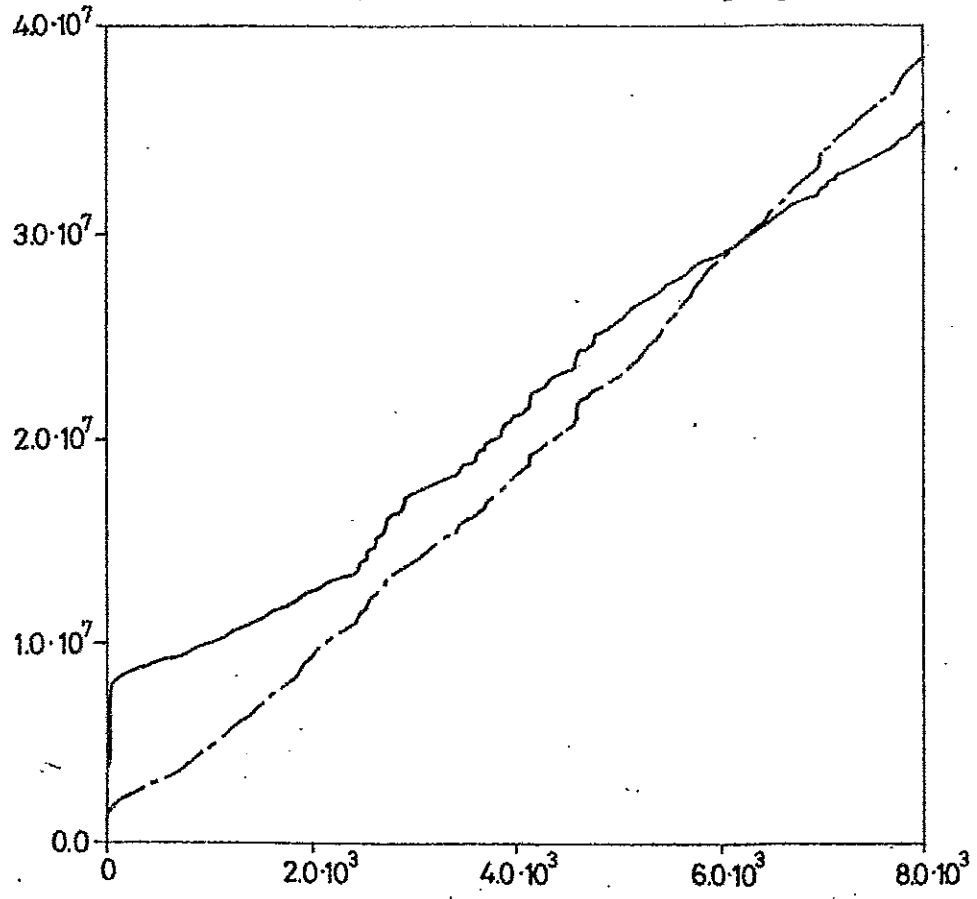
	s_{MW} (MW)	$s_{\%}$ (%)
Hjälppvariabel 1	68.4	1.95
Hjälppvariabel 2	58.6	1.76

Orsaken till att förlustfunktionen då den andra hjälpvariabeln användes uppvisar flera hopp än förlustfunktionen då den första hjälpvariabeln användes är att en onormal belastningsprofil t.ex. vid en helg påverkar prediktionen dels när prediktering sker och dels, som hjälpvariabel 2, en vecka senare när den ingår i hjälpsignalen.

Man finner att V_{MW} som funktion av tiden för båda hjälpsignalerna bättre approximeras med en rät linje än $V_{\%}$ (jämför speciellt förlustfunktionens tillväxt under sommaren).



Figur 4.1 - Ackumulerad procentuell förlust V_g vid enstegsprediktion under 8000 timmar.
- - - hjälpvariabel 1; — hjälpvariabel 2



Figur 4.2 - Ackumulerad absolut förlust V_{MW} vid enstegsprediktion under 8000 timmar.
- - - hjälpvariabel 1; — hjälpvariabel 2

Detta säger alltså att prediktionsfelets absolutbelopp är tämligen konstant under året och att det ackumulerade procentuella felet därför tillväxer speciellt kraftigt då det absoluta värdet av belastningen är litet, som t.ex. under sommaren. s_{MW} blir alltså därför ett bättre mått på den effekt, som måste sättas in eller tas ur för att kompensera för felprediktion.

Notera att det tydligen är väsentligt att få med någon form av säsongkaraktäristika i hjälpsignalen och att det är nödvändigt att specialbehandla helgerna.

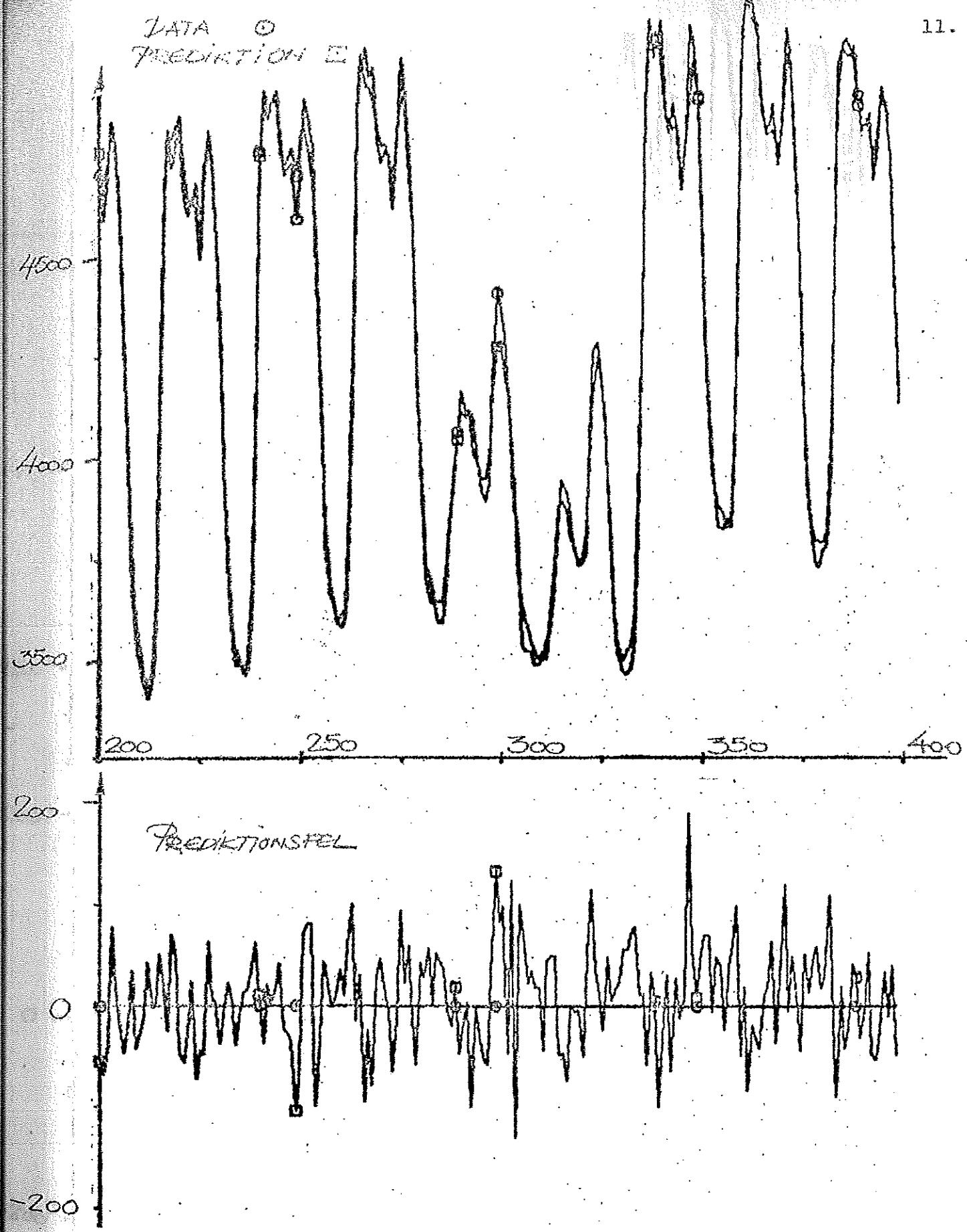
4.2. En- och flerstegsprediktion i början av året.

I figur 4.3 visas data, prediktion och prediktionsfel vid enstegsprediktion av belastningen under 500 timmar med start i 730711 då hjälpsignal 2 användes. Den ackumulerade förlusten visas i figur 4.5 och i figur 4.6 ges några parameterestimater. Spridningen i det procentuella prediktionsfelet mätt över timmarna 50-450 var $s_g = 1.09\%$.

Man observerar i figur 4.5 att fastän parametrarna inte har svängt in sig, jfr figur 4.6, antar de dock ganska snabbt sådana värden att prediktionsfelet blir av samma storleksordning som under den mellersta och senare delen av prediktionsförloppet.

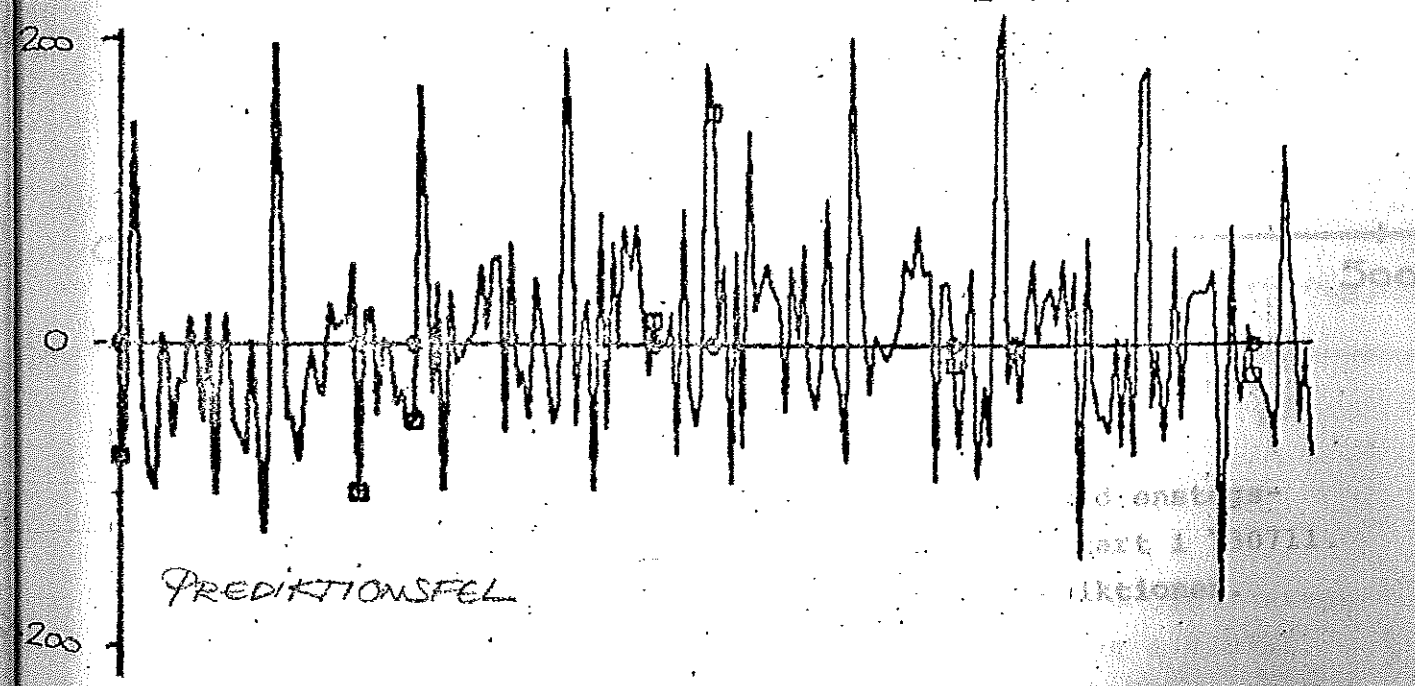
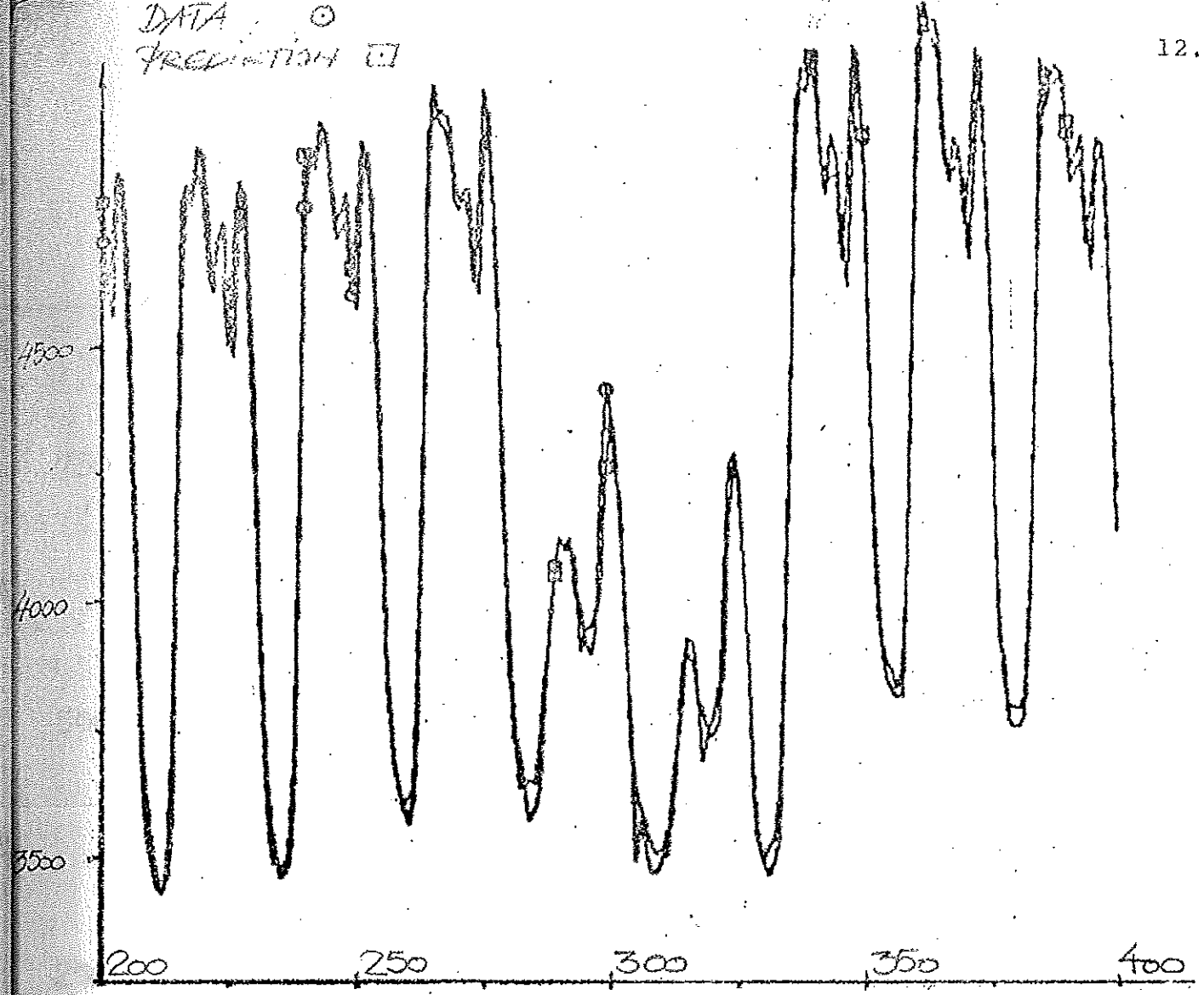
Användes hjälpvariabel 1 i stället för hjälpvariabel 2 vid prediktion av dessa data får man $s_g = 1.46\%$ mätt över timmarna 50-450. Skillnaden beror till stor del på att hjälpvariabeln inte innehåller någon information om eftermiddagstoppen, jfr fig 4.4, som visar att prediktionsfelet $e(t) = y(t) - \hat{y}(t|t-k)$ en gång varje eftermiddag blir stort och positivt. Detta leder åter till slutsatsen att hjälpsignalen bör innehålla för säsongen väsentliga karakteristika.

I syfte att utröna inverkan av olika val av antalet parametrar i prediktorn och olika glömskefaktorer gjordes en enstegs-

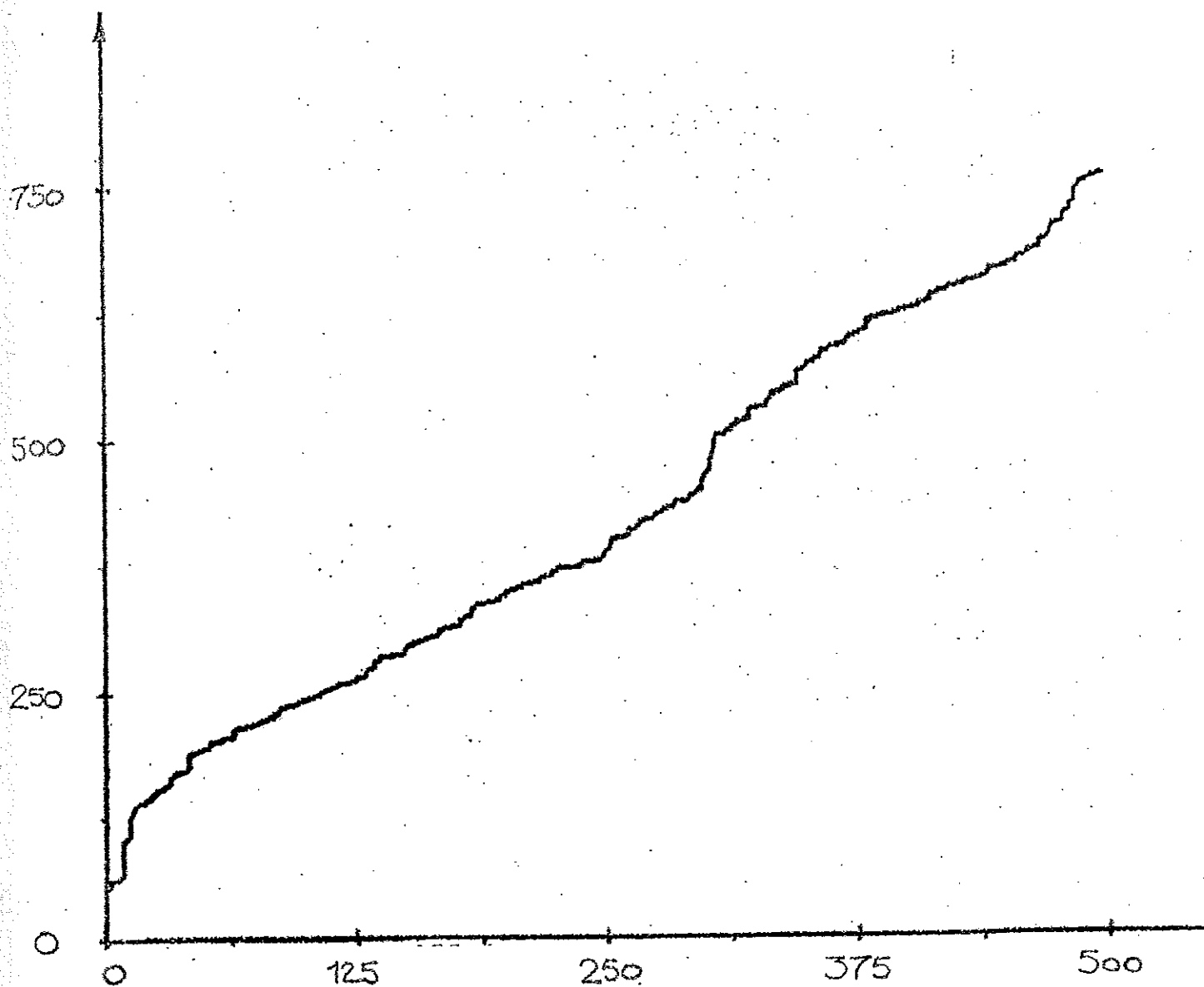


Figur 4.3 - Data, prediktion och prediktionsfel för timmarna 200-400 vid enstegsprediktion med start i 730711. Hjälppvariabel 2 användes vid prediktionen.

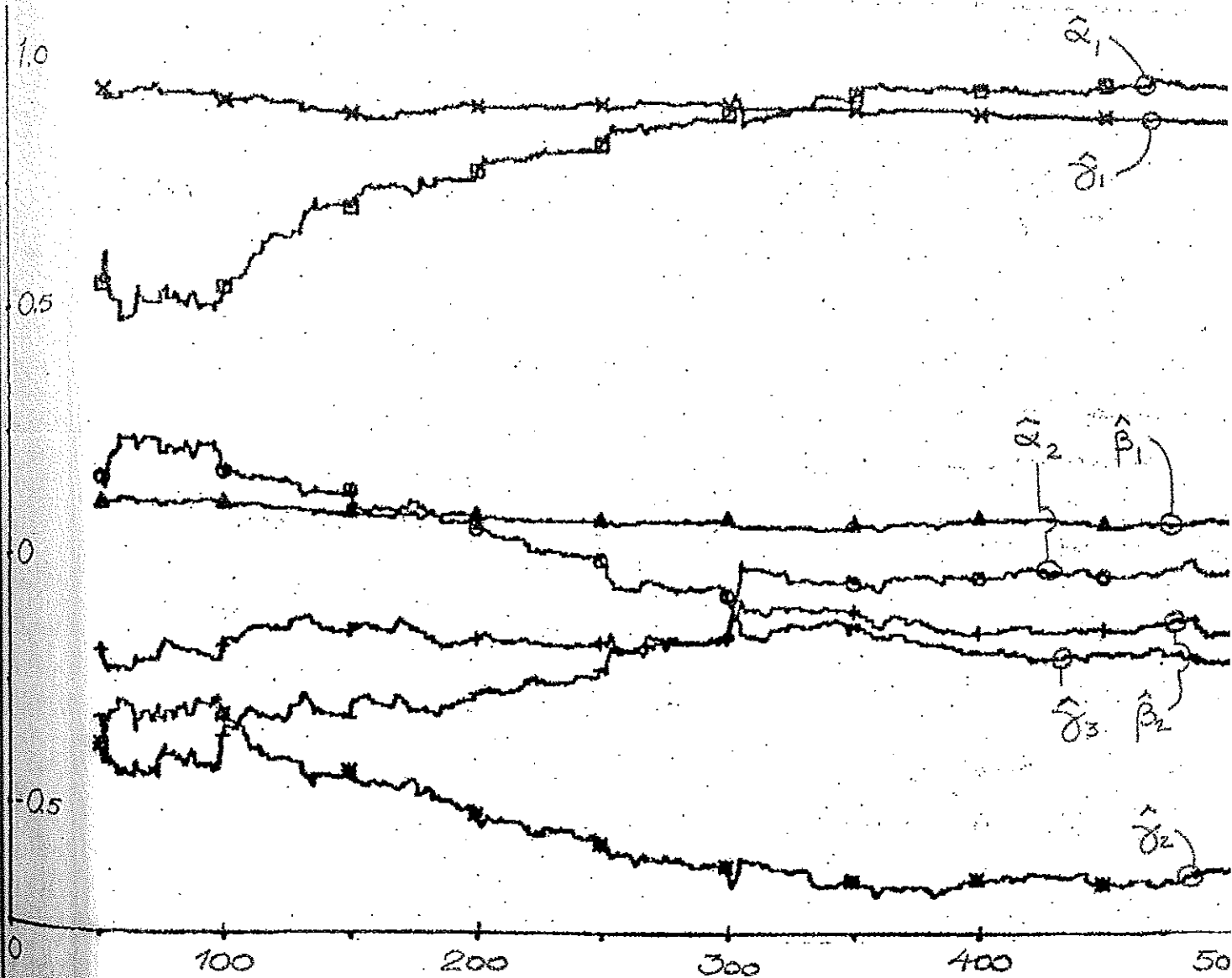
DATA ○
PREDIKTION □



Figur 4.4 - Data, prediktion och prediktionsfel för timmarna 200-400 vid enstegsprediktion med start i 730711. Hjälpvariabel 1 användes vid prediktionen.



Figur 4.5 - Ackumulerad procentuell förlust vid enstegs-
prediktion under 500 timmar med start i 730711.
Hjälpvariabel 2 användes vid prediktionen.



Figur 4.6 - Parameterestimater för timmarna 50-500 vid enstegs-
 prediktion över 500 timmar med start i 730711.
 Hjälpvariabel 2 användes vid prediktionen.

prediktion under 1000 timmar med början i 730221. Hjälpp-
variabel 2 användes vid prediktionen. Resultaten sammanfattas
i tabellerna 4.2 och 4.3, där spridningen hos det procentu-
ella prediktionsfelet beräknats över de sista 850 timmarna.

Tabell 4.2 - Val av glömskefaktor, λ

λ	$s_{\%}$ (%)	
1.000	1.015	n_a (=antalet parametrar i \hat{A}) = 2
0.999	1.010	n_b (=antalet parametrar i \hat{B}) = 2
0.995	1.000	n_c (=antalet parametrar i \hat{C}) = 3
0.99	1.003	
0.98	1.012	
0.95	1.055	
0.90	1.15	

Tabell 4.3 - Val av parameterantal i \hat{A} , \hat{B} och \hat{C} -polynomen.

$n_a=n_b$	n_c	$s_{\%}$ (%)	
0	1	2.58	$\lambda=0.995$
1	2	1.03	
2	3	1.00	
3	4	1.00	

Simuleringarna antyder alltså att man bör använda en glömske-
faktor som är något mindre än 1 och att det räcker med 2-3
parametrar i vardera \hat{A} -, \hat{B} - och \hat{C} -polynomen vid enstegspre-
diktion.

Om man slutligen med användning av hjälpvariabel 2 gör en
k-stegsprediktion över dessa 1000 data och evaluerar sprid-
ningarna $s_{\%}$ och s_{MW} över de sista 850 timmarna (750 för
 $k=24$) blir resultatet enligt tabell 4.4.

Tabell 4.4 - k-stegsprediktion under sex veckor med start i 730221.

k	$s_{\frac{g}{8}}$ (%)	s_{MW} (MW)	
1	1.00	43.0	$\lambda=0.995$
2	1.24	53.5	$n_a=n_b=2; n_c=k+2$
6	1.67	71.1	
12	1.95	80.9	
18	2.33	97.8	
24	2.36	97.6	

Antalet parametrar i \hat{C} -polynomet är alltså $k+2$ stycken vid k -stegsprediktion. Man får betydligt sämre prediktionsresultat om man använder färre parametrar.

s_{MW} antar ett större värde för $k=18$ än för $k=24$ till skillnad från $s_{\frac{g}{8}}$. Detta kan man se som att man i medel har ett större prediktionsfel vid låg belastning för $k=24$ än för $k=18$.

5. SLUTSATSER.

I rapporten har några preliminära resultat från användandet av en adaptiv prediktor för prognosering av belastningen i ett kraftsystem presenterats. Resultaten på detta stadium av undersökningen visar att denna prediktor väl kan mäta sig med andra föreslagna metoder.

Den adaptiva prediktor, som använts, bygger på en separering av estimering och prediktion. Den tar på ett enkelt sätt hand om tidsvariabla parametrar och säsongmönster. Algoritmen har goda stabilitetsegenskaper, den är snabb och lättkodad.

De fortsatta undersökningarna kommer att följa väsentligen två olika linjer:

1. k-stegsprediktion

k-stegsprediktion har hittills utförts genom rättfram användning av algoritmen. Om man vill prediktera belastningen som en dygnsprofil måste alltså 24 olika prediktorer användas. Eventuellt kan man minska på detta räknebehov.

2. Hjälppvariabeljustering

De bästa resultaten hittills har uppnåtts då hjälpvariabel 2 använts. Detta tyder på att inkluderandet av säsongkarakteristika i hjälpsignalen har större effekt på prediktionsresultatet än undertryckandet av slumpmässiga variationer.

Det vore dock önskvärt att få någon form av uppdatering av hjälpvariabeln, för att filtrera bort slumpmässiga störningar av de systematiska variationerna i belastningsmönstret. En sådan uppdateringsalgoritm bör innehålla någon behandling av helgdagar. Vidare bör det finnas en möjlighet att göra manuella justeringar av prediktionen för att kompensera för stora, tillfälliga men i förväg bekanta störningar.

6. REFERENSER.

- Tyrén, L. (1974): Några experiment med kortsiktig prognostisering av Vattenfalls belastning. Statens Vattenfallsverk.
- Wittenmark, B. (1974): A Self-Tuning Predictor. Publiceras i IEEE Tr-AC vol 19, no 6.
- Åström, K.J. (1968) : Lectures on the Identification Problem-The Least Squares Method. Rapport 6806, Inst. för Reglerteknik, Lunds Tekniska Högskola, Lund.
- Åström, K.J. (1970) : Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, New York.
- Åström, K.J. (1974) : A Self-Tuning Parameter Estimator. Publ. no 74/55, Dept. of Computing and Control, Imperial Collage, London.