Systemteknik Projektarbeten 1972.

Ångpannereglering - Kraftsystem - Produktionsplanering

Wittenmark, Björn; Lindahl, Sture; Sternby, Jan

SYSTEMTEKNIK PROJEKTARBETEN 1972
Ångpannereglering
Kraftsystem
Produktionsplanering

B. WITTENMARK
S. LINDAHL
J. STERNBY

REPORT 7213 (B) JUNE 1972
LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY
DIVISION OF AUTOMATIC CONTROL

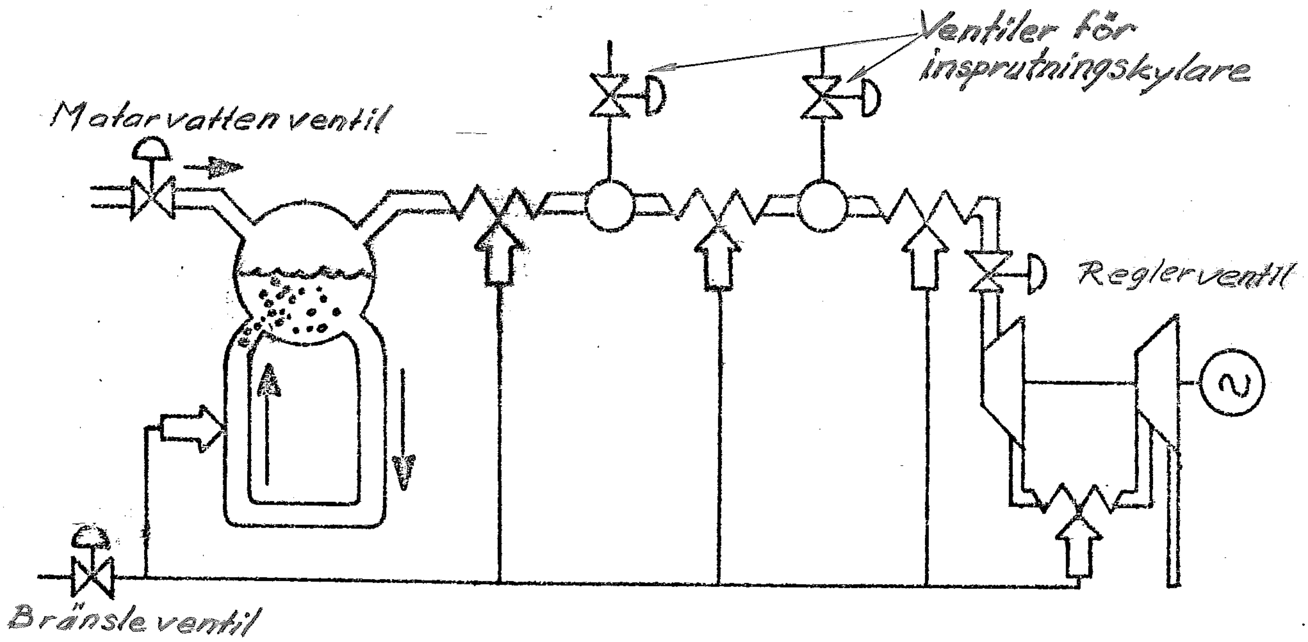
PROJEKT: ÅNGPANNEREGLERING

Jan Erik Bertilsson
Rune Eriksson
Per Gabrielsson
Bertil Lindberg
Staffan Luterkort
Nils Olof Rasmusson
Lennart Svärd
Lars Widmark

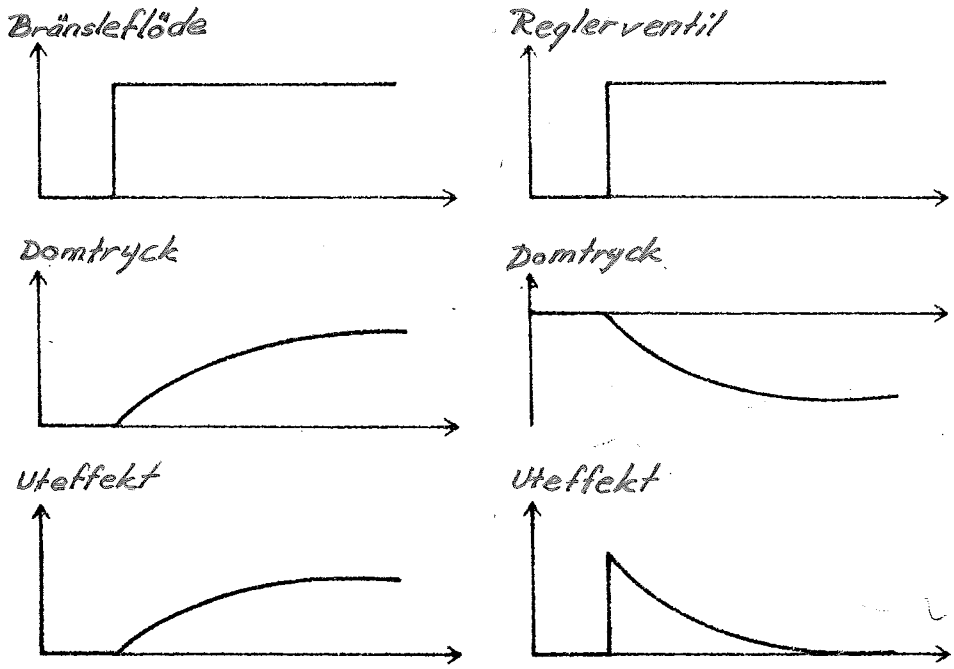
1. MODELLER

11. Olinjär modell

I ref. (1) presenteras en modell för en dompanna. Modellens syfte är att i grova drag beskriva pannans uppförande vid belastningsändringar. De primära insignalerna är bränsleflöde och reglerventilens läge. Utsignalerna är domtryck och effekt.
Modellen är verifierad genom försök som utförts på panna P16 och turbin-generator G16 vid Öresundsverket.
Pannan är en oljeeldad dompanna med maximal uteffekt 160 MWel.
Figuren nedan visar ett förenklat kopplingsschema över panna-turbingrupp.

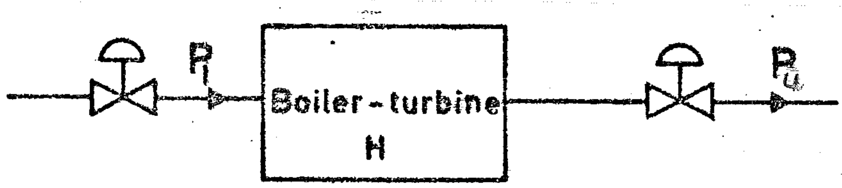


Resultaten från försöken sammanfattas i nedanstående stegsvar. Av dessa framgår att i stort kan uppförandet av panna-turbingrupp förklaras av en första ordningens modell.
Hur denna modell framtages visas i ref. (1). Följande resonemang är ett sammandrag.



Energibalans

Panna-turbingrupp betraktas som en energireservoar. Energi tillföres via bränsle och matarvatten. Anläggningen avger energi som elektrisk effekt. Energien lagras i ångan, vattnet, och i stålkonstruktionen.



En energibalans ger

$$\frac{dH}{dt} = P_i - P_u$$

där H är den totalt upplagrade energien, P_i är tillförd och P_u bortförd effekt.

För att erhålla en matematisk modell är det nu nödvändigt att uttrycka H, P_i och P_u i storheter som är karaktäristiska för panna-turbin.

Den upplagrade energien, H, uttryckes som funktion av domtrycket. Orsaken till att just domtrycket valts är att detta ger betydelsefull information om tillståndet i pannan. Vidare utgör storlek och hastighetsändring av domtryck en viktig begränsning vid reglering av en ånganläggning.

Om den upplagrade energien antages vara jämnt fördelad över anläggningen så kan det totala energiinnehållet i tryckområdet 50-150 bar approximeras med

$H=H(p)=ap+b$

där p är domtrycket och a och b är konstanter.

Tillförd effekt, P_i, antages vara en funktion av bränsleflöde och matarvattenflöde. Den effekt som tillföres via förbränningsluften och vattenflödet till insprutningskylarna är liten och man bortser från den.

$P_i=a_1u_1-a_2u_3$

där u_1 är bränsleflöde och u_3 är matarvattenflöde.

a_1 och a_2 är konstanter.

Avgiven effekt, P_u, betraktas som en funktion av reglerventilens läge och av ångans tryck och temperatur vid turbininloppet. Det finns två andra flöden som representerar bortförande av effekt, nämligen rökgasströmmen och kondensatflödet. Om man bortser från rökgasströmmen innebär detta bara att effekten av bränsleflödet reduceras. Om man antar kondensatflödets entalpi konstant kan man på samma sätt ta hänsyn till energiflödet via kondensatet genom att i motsvarande mån ändra matarvattenflödet.

Bortses från tryckfallet mellan panna och turbin så fås P_u enligt

$P_u=b_1 q\Delta h+b_2$

där $q=q(u_2,p)$=ångflöde

$\Delta h=\Delta h(p)$=entalpifall genom turbinen

u_2 är reglerventilens läge

b_1 och b_2 är konstanter (b_2 tar hänsyn till förluster).

Ångflödet q antages bero på trycket enligt

$q=b_3 u_2 \sqrt{p}$.

Genom att använda värden från försöken vid Öresundsverket bestämmes b_3 till 41.5.
För att beräkna P_u behövs vidare ett uttryck för entalpifallet genom turbinen som funktion av trycket. Det visar sig att man med uttrycket

$\Delta h = b_4 p_i^r \qquad (r=1/8)$

kan anpassa b_4 så att överensstämmelsen med det teoretiska entalpifallet i tryckområdet 1-35 bar blir god.
p_i är inloppstryck till turbinen.
Orsaken till att entalpifallet uppskattas från tryckområdet 1-35 bar då admissionstrycket är 125 bar är att huvuddelen av energiomsättningen i turbinen sker i mellan- och lågtrycksdelen.
Avgiven effekt P_u kan alltså tecknas

$$P_u = b_1 b_3 b_4 u_2 p^{5/8} + b_2 = \alpha_4 (u_2 p^{5/8} - \alpha_5)$$

Sammanfattning

Ovanstående resonemang utmynnar i ett första ordningens olinjärt system.

$$\begin{cases} a\dfrac{dp}{dt} = -\alpha_4 (u_2 p^{5/8} - \alpha_5) + a_1 u_1 - a_2 u_3 \\ P_u = \alpha_4 (u_2 p^{5/8} - \alpha_5) \end{cases}$$

Genom att införa de normaliserade koefficienterna
$\alpha_1 = \alpha_4/a$, $\alpha_2 = a_1/a$, $\alpha_3 = a_2/a$
erhålles

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = -\alpha_1 (u_2 p^{5/8} - \alpha_5) + \alpha_2 u_1 - \alpha_3 u_3 \\ P_u = \alpha_4 (u_2 p^{5/8} - \alpha_5) \end{cases}$$

eller

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\alpha_1 (u_2 x^{5/8} - \alpha_5) + \alpha_2 u_1 - \alpha_3 u_3 \\ y = \alpha_4 (u_2 x^{5/8} - \alpha_5) \end{cases}$$

x = domtryck, y = uteffekt

Modellen innehåller de fem okända parametrarna $\alpha_1 - \alpha_5$. Genom att utnyttja resultaten från försöken vid Öresundsverket visar K.J. Åström och K. Eklund hur numeriska värden på parametrarna kan bestämmas. Vi nöjer oss med att återge resultatet och rekomenderar den intresserade läsaren att studera ref.(1).

$\alpha_1 = 0.035$
$\alpha_2 = 0.02$
$\alpha_3 = 4.4 \cdot 10^{-4}$
$\alpha_4 = 11.45$
$\alpha_5 = 8.2$

Härvid gäller att dimensionerna på de ingående storheterna skall vara följande:

x =	domtryck	(kp/cm^2)
u =	bränsleflöde	(ton/h)
u =	reglerventilens läge	(0-1)
u =	matarvattenflöde	(ton/h)
y =	uteffekt	(MW)

1.2 Linjärisering av olinjära modellen

I 1.1 har visats att en dompanna kan beskrivas med en första ordningens olinjär modell

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha_1 u_2 x^{5/8} + \alpha_1\alpha_5 + \alpha_2 u_1 - \alpha_3 u_3$$

$$y = \alpha_4 u_2 x^{5/8} - \alpha_4\alpha_5 \qquad 1.2.1$$

För att med enkel analys kunna analysera systemet linjäriseras ekv. 1.2.1 kring $\bar{x}$ och $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$

Sätt: $\Delta x = x - \bar{x}$

$\Delta u_i = u_i - \bar{u}_i \qquad i = 1, 2, 3$

$\Delta y = y - \bar{y}$

Enkelt inses att det ovan angivna olinjära systemet allmänt kan skrivas

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u)$$

För stationära värdena gäller

$$f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$$

$$\frac{d\Delta x}{dt} = f(\bar{x}, \bar{u}) + \frac{\delta}{\delta x} f(\bar{x},\bar{u})\, \Delta x + \sum_{i=1}^{3} \frac{\delta}{\delta u_i} f(\bar{x},\bar{u})\, \Delta u_i + R(x,u) \qquad 1.2.2$$

Sätt: $y = g(x,u_2)$ $\qquad \bar{y} = g(\bar{x},\bar{u}_2)$

$$g(x,u_2) = g(\bar{x}, \bar{u}_2) + \frac{\delta}{\delta x} g(\bar{x}, \bar{u}_2)\, \Delta x + \frac{\delta}{\delta u_2} g(\bar{x}. \bar{u}_2)\, \Delta u_2 + S(x,u_2)$$

$$\Delta y = \frac{\delta}{\delta x} g(\bar{x},\bar{u}_2)\, \Delta x + \frac{\delta}{\delta u_2} g(\bar{x}, \bar{u}_2)\, \Delta u_2 + S(x,u_2) \qquad 1.2.3$$

Försumma resttermerna R och S

Systemet 1.2.1 kan nu skrivas på formen

$$\Delta\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u$$

$$\Delta y = C\Delta x \quad D\Delta u$$

Efter derivering erhålles

$$\Delta\dot{x} = \left[-\alpha_1 \bar{u}_2 \tfrac{5}{8}\, \bar{x}^{-3/8}\right]\Delta x + \left[\alpha_2,\ -\alpha_1 \bar{x}^{5/8},\ -\alpha_3\right]\Delta u$$
$$\Delta y = \left[\alpha_4\ \bar{u}_2 \tfrac{5}{8}\, \bar{x}^{-3/8}\right]\Delta x + \left[0,\ \alpha_4 \bar{x}^{5/8},\ 0\right]\Delta u \qquad 1.2.4$$

Vi vill nu bestämma de värde på $\bar{x}$ och $\bar{u}$ kring vilka linjärisering skall ske

I [1] är redovisat experiment på Öresundsverket. Fig. 1.1 och 1.2 visar två av dessa experiment. De kallas experiment A resp. C.

De stationära värdena blir då

EXPERIMENT A

$\bar{x} = 125$ kg/cm^2
$\bar{y} = 140$ MW

EXPERIMENT C

$\bar{x} = 107$ kg/cm^2
$\bar{y} = 70$ MW

Ur fig. 1.3 kan sedan $\bar{u}_2$ bestämmas till 1 resp. 0.75

Nu återstår att bestämma $\bar{u}_1$ och $\bar{u}_3$. Ur de bifogade diagrammen framgår att vid en jämförelse av u_1 och u_3:s förlopp, u_3-värdet bättre lämpar sig för direkt bestämning.

EXP. A $\quad \bar{u}_3 = 4.2 \quad 10^2$ TON/h
då $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0 \quad \Rightarrow$

$$-\alpha_1\ 1\ 125^{5/8} + \alpha_1\alpha_5 + \alpha_2\bar{u}_1 - \alpha_3\ 4.2\ 10^2 = 0$$

$\bar{u}_1 = 30.6$ TON/h

EXP. C $\quad \bar{u}_3 = 2.25\ 10^2$TON/h

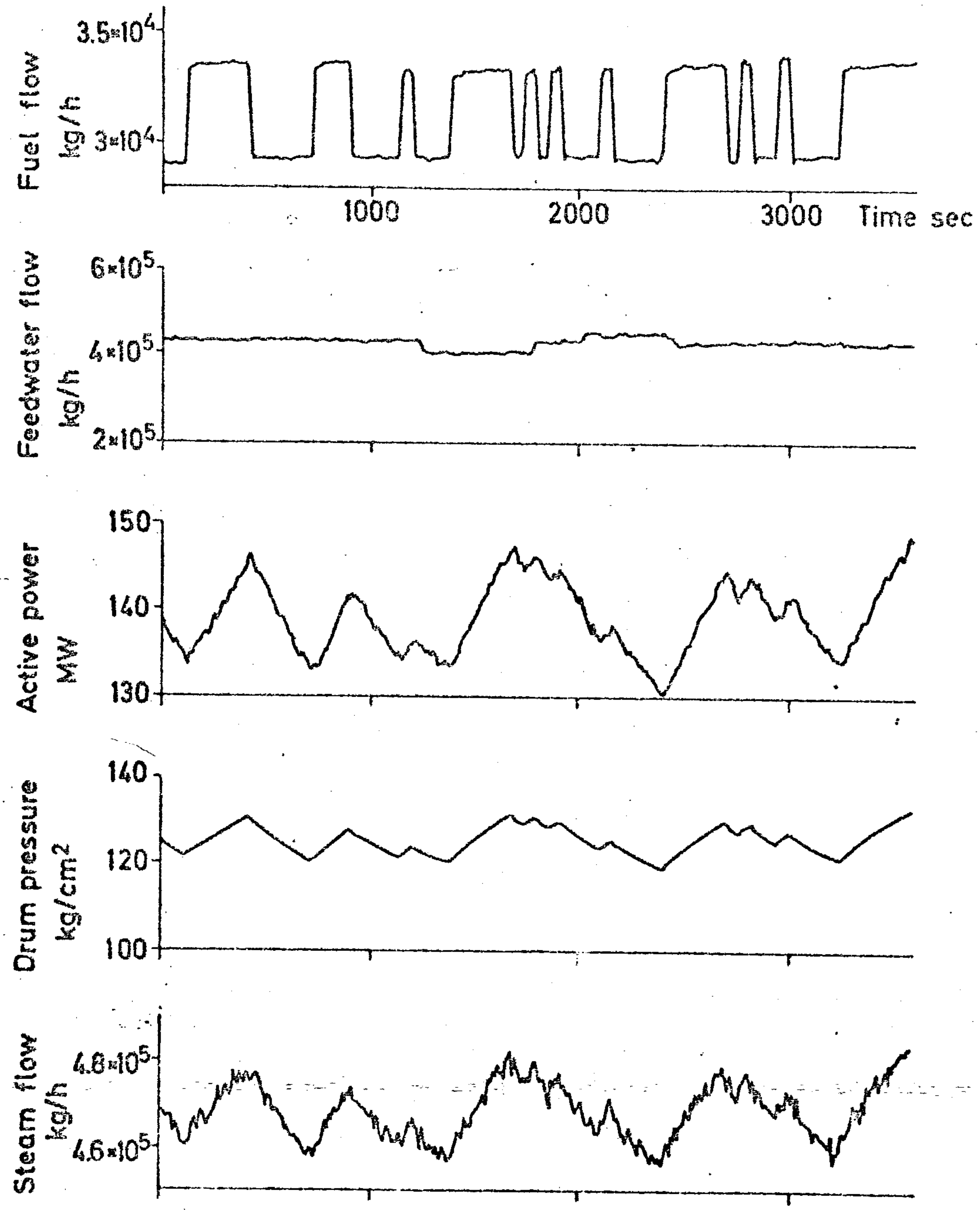


Fig 1.1 Experiment A [1]

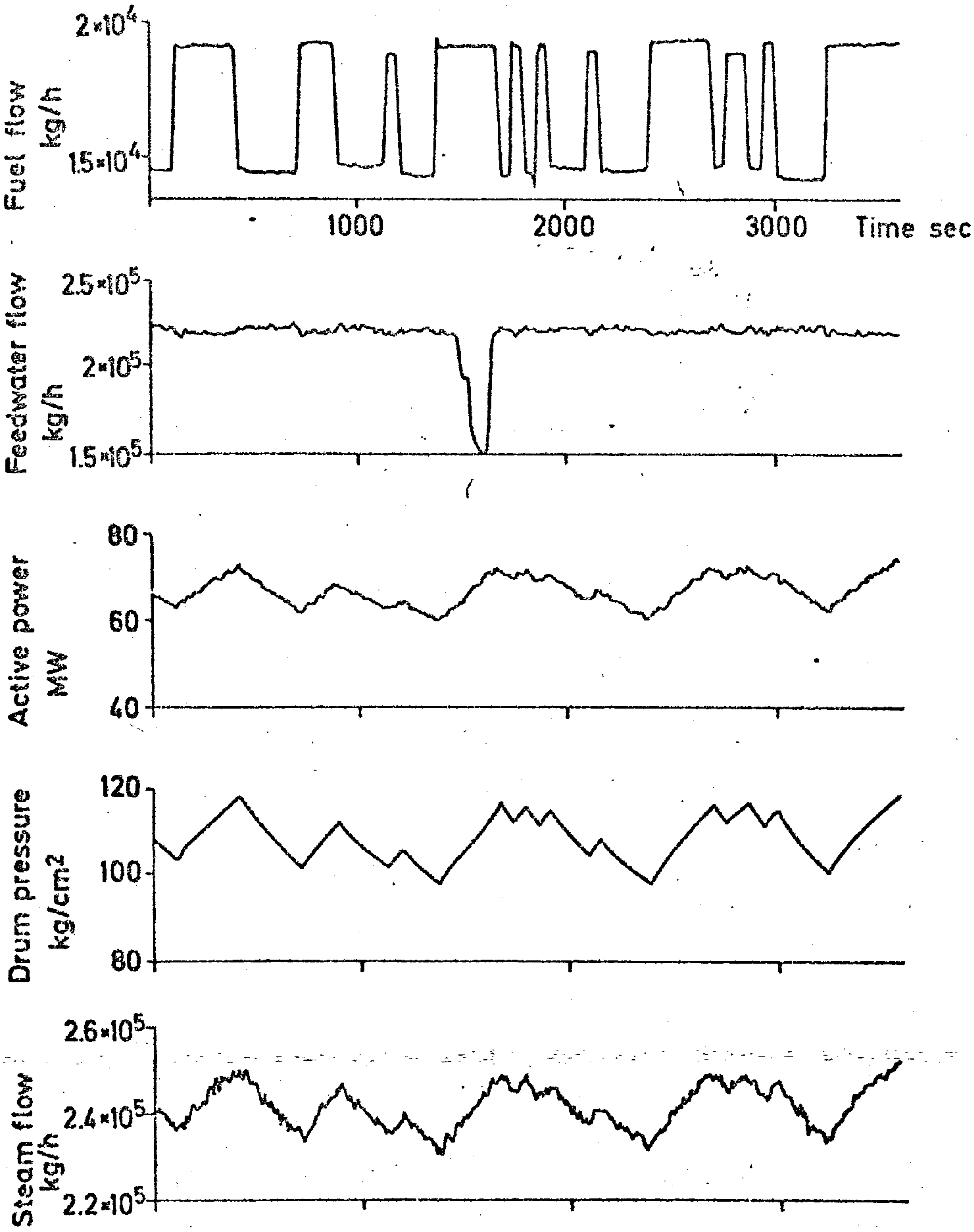


Fig 1.2 Experiment C [1]

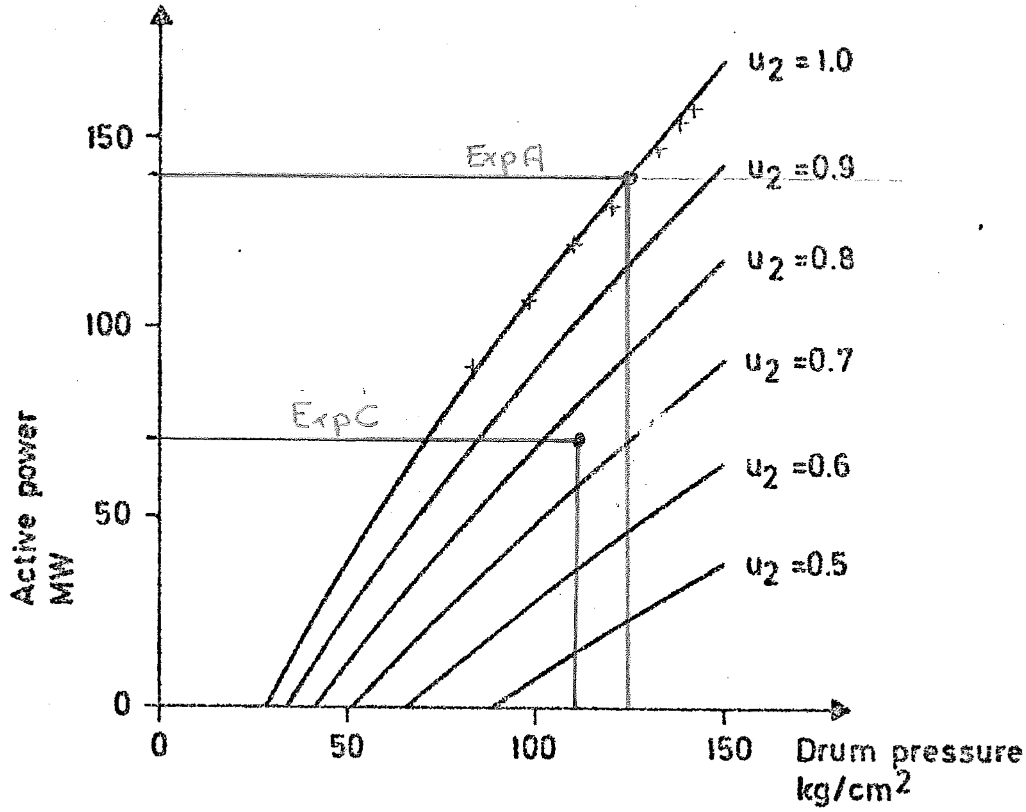


Fig 13 – Aktiv effekt som funktion av dom tryck då $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ $\Longrightarrow$

$$- \alpha_1 \, 0.75 \, 107^{5/8} + \alpha_1\alpha_5 + \alpha_2\bar{u}_1 - \alpha_3 \, 2.25 \, 10^2 = 0$$

$$\bar{u}_1 = 14.9 \text{ TON/h}$$

Insättning av de nu beräknade värdena i ekv. 1.2.4

EXP. A

$$\dot{\Delta x} = \left[- 35.8 \; 10^{-4}\right] \Delta x + \left[2 \cdot 10^{-2}, \; - 71.4 \; 10^{-2}, \; - 4.4 \; 10^{-4}\right] \Delta u$$
$$\Delta y = \left[1.171\right] \Delta x + \left[0, \; 234, \; 0\right] \Delta u \qquad (1.2.5)$$

Tidskonst. T_A = 280 sek.

EXP.C

$$\dot{\Delta x} = \left[-28.5 \; 10^{-4}\right] \Delta x + \left[2 \; 10^{-2}, \; - 64.6 \; 10^{-2}, \; - 4.4 \; 10^{-4}\right] \Delta u$$
$$\Delta y = \left[\alpha_4 \bar{u}_2 \frac{5}{8} \bar{x}^{-3/8}\right] \Delta x + \left[0, \; \alpha_4 \bar{x}^{5/8}, \; 0\right] \Delta u \qquad (1.2.6)$$

Tidskonst. T_C = 351 sek.

För att ytterliggare förenkla modellen införes en lokal återkoppling som styr matarvattenflödet (u_3) från domtrycket (x)

$$u_3 = \beta \sqrt{x}$$

Linjärisering av återkopplingen ger:

$$u_3 = \beta \left[\bar{x}^{1/2} + \frac{1}{2} \bar{x}^{-1/2} \Delta x\right]$$

$$\Delta u_3 = \beta \bar{x}^{1/2} - \bar{u}_3 + \beta \frac{1}{2} \bar{x}^{-1/2} \Delta x$$

EXP. A med $\beta = 37.7$

$\Delta u_3 = 1.690 \; \Delta x$

insättn. i ekv. 1.2.5 ger

$$\dot{\Delta x} = \left[-43.2\ 10^{-4}\right]\Delta x + \left[2\ 10^{-2},\ -71.4\ 10^{-2}\right]\begin{bmatrix}\Delta u_1\\ \Delta u_2\end{bmatrix}$$

$$\Delta y = \left[1.171\right]\Delta x + \left[0{,}234\right]\begin{bmatrix}\Delta u_1\\ \Delta u_2\end{bmatrix}$$

Systemets tidskonst. blir $T'_A = 231$ sek.

<u>EXP.C</u> med $\beta = 21.7$

$\Delta u_3 = 1.05\ \Delta x$

insättning i ekv. 1.2.6 ger

$$\dot{\Delta x} = \left[-\ 33.6\ 10^{-4}\right]\Delta x + \left[2\cdot 10^{-2},\ -\ 64.6\ 10^{-2}\right]\begin{bmatrix}\Delta u_1\\ \Delta u_2\end{bmatrix}$$

$$\Delta y = \left[\alpha_4 \bar{u}_2 \frac{5}{8}\ \bar{x}^{-3/8}\right]\Delta x + \left[0,\alpha_4\ \bar{x}^{5/8}\right]\begin{bmatrix}\Delta u_1\\ \Delta u_2\end{bmatrix}$$

Systemets tidskonst. blir nu $T'_C = 298$ sek.

Sammanfattning:

	EXPERIMENT A		EXPERIMENT C	
	UTAN ÅTERKOPPL.	MED ÅTERKOPPL.	UTAN ÅTERKOPPL.	MED ÅTERKOPPL.
T	280 s	231 s	351 s	298 s

Skillnaden i tidskonstant är liten. Det bör alltså vara möjligt att konstruera en regulator utgående från det återkopplade fallet i exp. A som även fungerar i exp. C eller vice versa.

1.3 Nionde ordningens linjära modell.

I Eklund (2) finns härlett en linjäriserad modell för Öresundsverket. Denna modell är av nionde ordningen och kan skrivas på standardform:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

där

A är en 9x9 matris
B är en 9x5 matris
C är en 14x14 matris
D är en 14x5 matris

De aktuella tillståndsvariablerna är:

		linj.pkt	typiska sving
x_1 = domtryck	[bar]	142,5	20
x_2 = domnivå	[m]	0	0,2
x_3 = domvattentemp	[°C]	320	10
x_4 = temp i stigrör	["]	450	10
x_5 = ångkvalitet		0,115	0,ol
x_6 = medeltemp i ÖH 1	[°C]	480	20
x_7 = " " " 2	["]	515	20
x_8 = " " " 3	["]	570	20
x_9 = " " mÖH	["]	570	20

Eklund har i sin modell använt fem stycken insignaler:

u_1 = bränsleflöde	[kg/s]	9,55	1
u_2 = matarvattenflöde	[kg/s]	119,96	10
u_3' = **insprutningsflöde 1**	[kg/s]	3,94	0,4
u_4' = " 2	[kg/s]	0,84	0,08
u_5 = reglerventilläge	[%]	100	10

För att få en enklare modell antar vi att u_3' ($=14\ t/h$) och u_4' ($=3\ t/h$) kan försummas i jämförelse med matarvattenflödet u_2 ($=430\ t/h$).

Detta medför att vi får följande insignaler i det förenklade systemet:

u_1 = bränsleflödet
u_2 = matarvattenflödet
u_3 = reglerventilläget

De utsignaler som är av intresse är:

$y_1 = x_1$
$y_2 = x_2$
$y_3 = x_3$
y_4 = ångflöde före H.P. turbin $[kg/s]$
y_5 = ångtryck efter reglerventil $[bar]$
y_6 = tot uteffekt från turbin $[MW]$ (H.P turbin + L.P turbin)

För detta system är systemmatriserna:

A

-0.43700G-01	0.00000	0.19200G-01	0.49500G-01	-0.50900
-0.10500G-03	0.00000	0.33900G-03	0.22500G-03	-0.24700
0.11400G-01	0.00000	-0.22800G-01	0.25300G-02	-3.8900
0.28100G-01	0.00000	0.00000	-0.50200G-01	0.00000
-0.98500G-04	0.00000	0.15300G-03	0.17000G-03	-0.86300G-01
-0.13300G-01	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
-0.10200G-01	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
-0.95100G-02	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
-0.31300G-02	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

0.73500G-04	0.13600G-03	0.51000G-03	0.87300G-10
-0.99800G-06	-0.18700G-05	-0.69300G-05	-0.10300G-11
-0.11200G-04	-0.21100G-04	-0.77900G-04	-0.11800G-10
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
-0.34100G-06	-0.64000G-06	-0.23600G-05	-0.42600G-12
-0.76400G-02	0.14300G-03	0.52800G-03	0.94600G-10
0.15600G-01	-0.16800G-01	0.38500G-03	-0.72800G-11
0.44600G-02	0.83800G-02	-0.11900G-01	-0.72800G-10
0.21300G-03	0.40000G-03	0.14800G-02	-0.22900G-02

B

0.18600G-08	0.19500G-02	-0.17300G-02
0.58200G-10	0.33500G-04	0.23500G-04
0.64000G-09	-0.32900G-02	0.26500G-03
0.12000	0.00000	0.00000
0.16400G-10	-0.90500G-05	0.80300G-05
0.21300	0.00000	-0.17900G-02
0.23300	0.00000	-0.13100G-02
0.26000	0.00000	-0.11800G-02
0.58400G-01	0.00000	-0.49200G-03

C

$$\begin{bmatrix}
1.0000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\
0.00000 & 1.0000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\
0.00000 & 0.00000 & 1.0000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\
0.79100 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & -0.54500G-02 & -0.10200G-01 & -0.37800G-01 & 0.65200G-08 \\
0.75700 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.16800G-02 & 0.31500G-02 & 0.11600G-01 & 0.65200G-08 \\
1.1400 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 0.17200G-02 & 0.32000G-02 & 0.12000G-01 & 0.98400G-01
\end{bmatrix}$$

D

$$\begin{bmatrix}
0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\
0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\
0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \\
0.00000 & 0.00000 & 0.12800 \\
0.00000 & 0.00000 & 0.12400 \\
0.00000 & 0.00000 & 0.18600
\end{bmatrix}$$

2. Linjärkvadratiska regulatorer.

Det är besvärligt att göra syntes och kompensering med hjälp av Bodediagram på system med flera insignaler.

Ett sätt att dimensionera regulatorer för system med flera insignaler är att använda s.k. linjärkvadratisk teori. Med detta menas att man för ett linjärt system minimerar en kvadratisk förlustfunktion. För tidsdiskreta system kan man formulera detta som följande:

PROBLEM

Givet systemet

$$x(t+T) = \Phi x(t) + \Gamma u(t)$$

där alla tillståndsvariabler kan mätas direkt.

Bestäm en styrlag som minimerar:

$$V = \tfrac{1}{2}x^T(t)Q_0x(t) + \tfrac{1}{2}\sum_{t=0}^{\infty}(x(t)^TQ_1x(t) + u(t)^TQ_2u(t))$$

Lösningen blir en styrlag:

$$u = -L\ x(t)$$

d.v.s. en linjär återkoppling från samtliga tillstånd.

Till institutionens processdator (PDP-15) finns ett programpaket kallat SYNPAC, som minimerar förlustfunktionen och ger på så sätt åvannämnda styrlag. Programpaketet är konversativt, vilket medför att det är mycket lätt att förändra parametrar etc..Detta innebär att man rel. snabbt kan dimensionera en bra regulator.

2.1 Linjärisering av den lilla modellen.

Den olinjära modellen linjäriserades kring:

$\bar{x}$ = domtryck 142.5 (bar)

$\bar{y}$ = uteffekt 140.0 (MW)

$\bar{u}_1$ = bränsleflöde 34.4 (t/h)

$\bar{u}_2$ = reglerventilläge 1.0

Vilket är samma värden som den 9:nde ordningens modell är linjäriserad kring.

Enligt föreläggett kan man använda en lokal återkoppling som styr matarvattenflödet u_3 (t/h) från domtrycket.

$$u_3 = \beta x^{1/2}$$

Räkningar ger $\bar{u}_3$ = 447 t/h vilket medför att β = 37.4

Det linjäriserade systemet blir då

$$\dot{x} = -0.0042\, x + (0.02 \quad -0.78)\, u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1.145 \\ 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 257 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

Omformning av systemet så att u_1, u_3 skall stoppas in med dim. (kg/s) istället för (t/h) och u_2 med dim. (%) istället för 0-1 medför

$$\dot{x} = -0.0042\, x + (0.072 \quad -0.0078)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1.145 \\ 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 2.57 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

$$\beta = 10.3$$

Tidskonstant T = 238 sek.

2.2 Linjärkvadratisk regulator på den lilla modellen.

Vi startade med att välja

Q1 = 1 och

$$Q2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Systemet svängde då in sig mycket snabbt men styrsignalerna låg utanför de tillåtna värdena ($|u_1| \leq 1$ kg/s, $|u_2| \leq 10$ %)

Det motsvarar ($|u_1| \leq 3$ t/h, $|u_2| \leq 0.1$)

Begynnelsevärde: x = 10 bar

Man kan påverka systemet t. ex. på följande sätt:

- Q1 minskas — systemet blir långsammare.
- $Q2_{11}$ ökas — man reglerar mindre med bränsleflödet.
- $Q2_{22}$ minskas — man reglerar mer med reglerventilen. (ånga till turbin).

Efter att ha prövat med olika värden på dessa tre element kom vi snabbt fram till att följande matriser gav en god reglering

Q1 = 0.15

$$Q2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$

Fig.2.0 visar x och y för det öppna systemet. Det tar alltså mer än 900 sek innan systemet svängt in sig.

Fig.2.1 och 2.2 visar u_1, u_2, x och y. Då systemet är återkopplat med den bästa L-matris vi fick fram.

Systemet svänger in sig på 300 sek. och u_1 och u_2 håller sig inom tillåtna gränser.

$$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.04756 \\ -1.0304 \end{bmatrix}$$

2.3 Linjärkvadratisk regulator på den stora modellen.

Vi vill först påpeka att i den stora modellen betyder u_2 matarvattenflöde, i motsats till i den lilla modellen där u_3 betydde matarvattenflöde. I det stora systemet blir den lokala linjäriserade återkopplingen $u_2 = \frac{\beta}{2\sqrt{x}} x$.

Vi vill nu använda den regulator vi fick på den lilla modellen för att styra det stora systemet. L-matrisen blir då:

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & \ldots\ldots & 0 \\ -\frac{\beta}{2\sqrt{x}} & 0 & \ldots\ldots & 0 \\ l_2 & 0 & \ldots\ldots & 0 \end{bmatrix}$$

Det stora öppna systemet uppförde sig som fig.2.3 visar. Systemet svängde in sig på ca. 600 sek.. Dvs. systemet är ungefär lika snabbt som det lilla systemet.

Med den givna L-matrisen fick vi det resultat som redovisas i fig.2.4 och2.5. Systemet svängde in sig på 300 sek. och insignalerna låg alldeles på de tillåtna gränserna.

Regulatorn för lilla systemet har den nackdelen att den ej återför domnivån till rätt värde om den ligger fel.

För att återföra nivån till rätt värde måste även tillståndsvariabeln x_2 straffas. Efter några försök stannade vi vid följande värden på matriserna Q1 och Q2:

diag Q1 = (5,50,0,......,0)

diag Q2 = (75,0,2,0,2)

Fig.2.6 och2.7 visar resultatet. Systemet svänger in sig på ca. 200 sek.. Insignalerna ligger fortfarande inom de tillåtna gränserna.

Fig.2.8 visar L-matrisen för systemet.

Fig.20

Lilla modellen (öppna systemet).

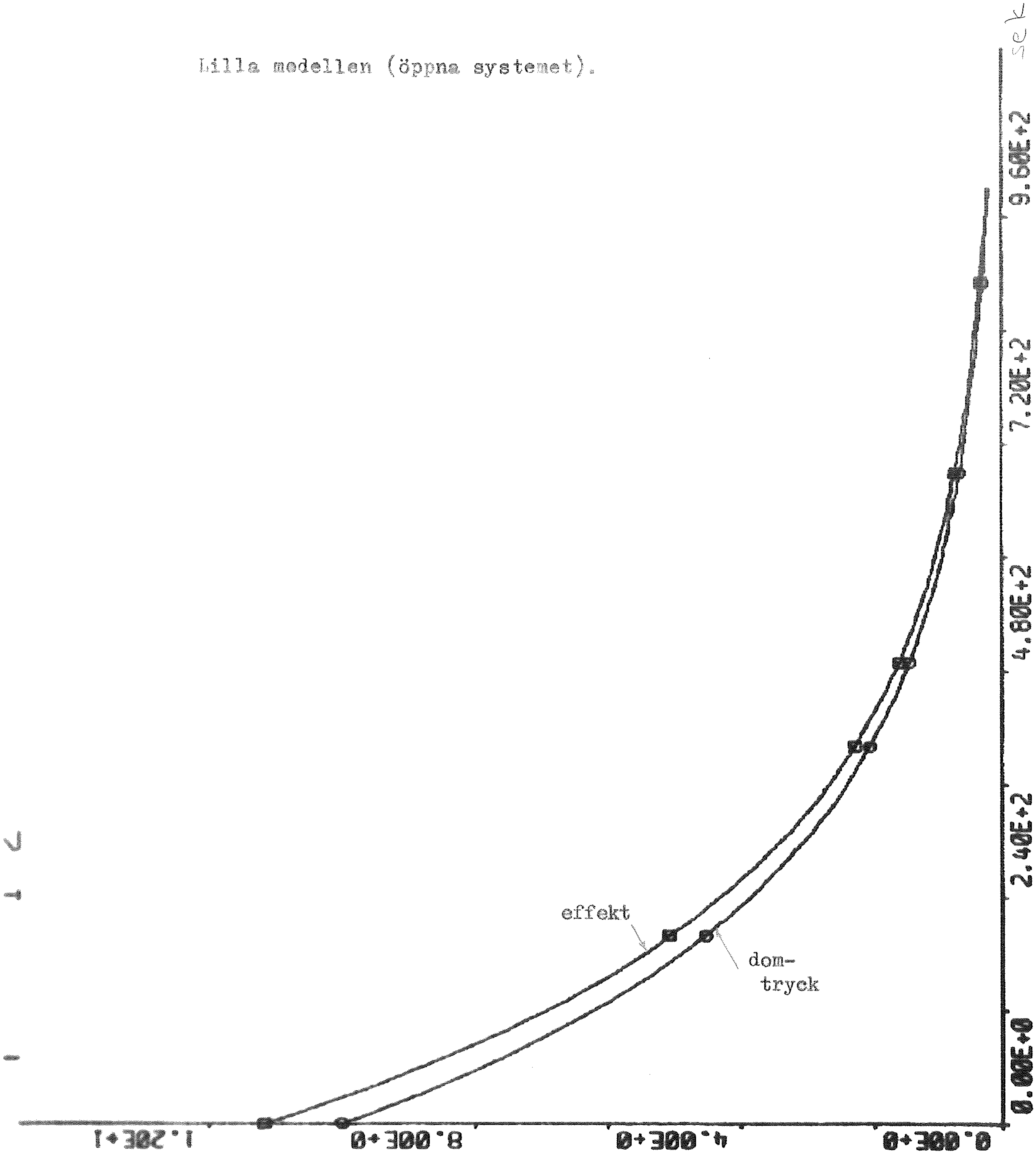


Fig.2.1

Linjärkvadratisk regulator på lilla modellen.

Insignaler

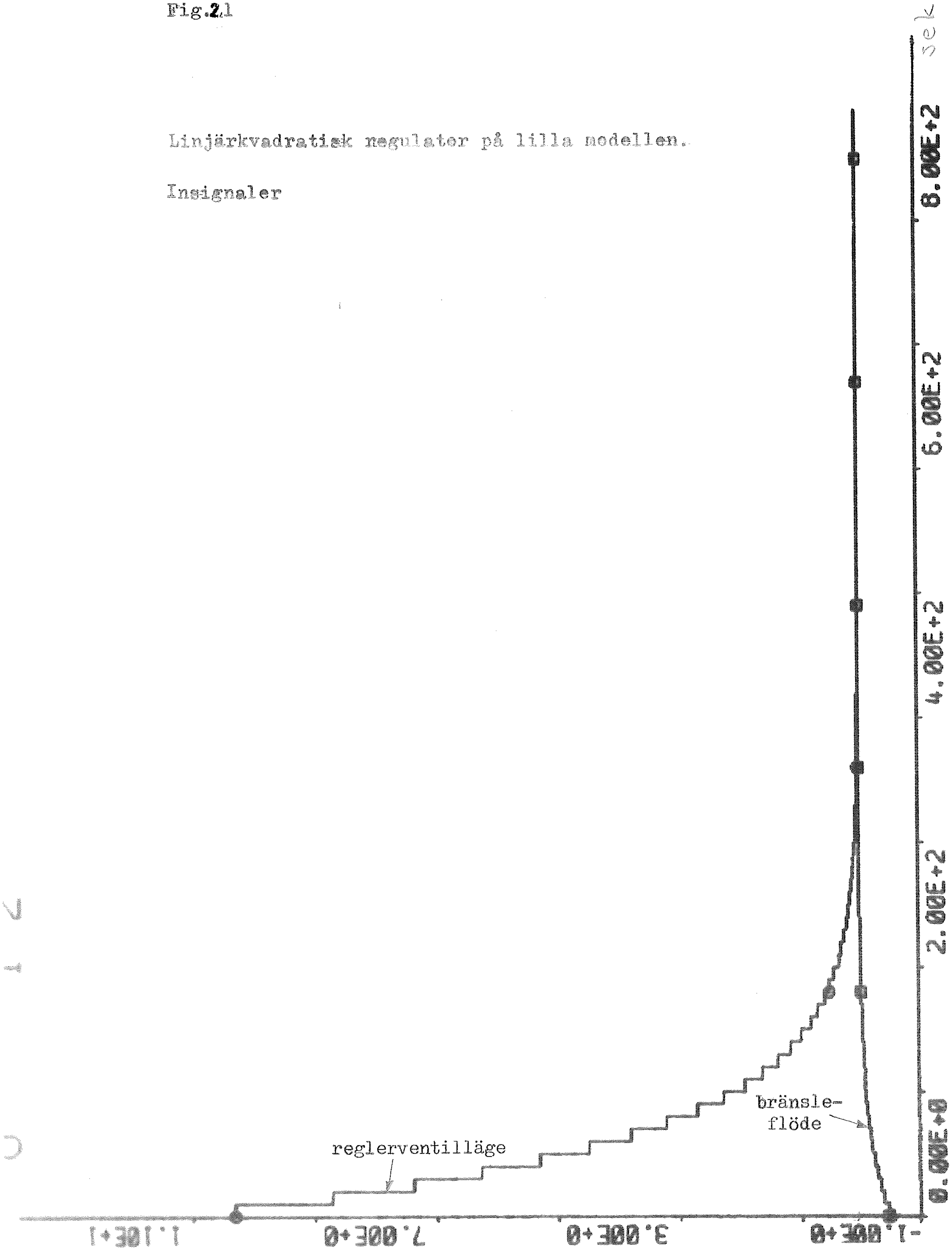


Fig.2.2

Linjärkvadratisk regulator på lilla modellen.

Utsignalen

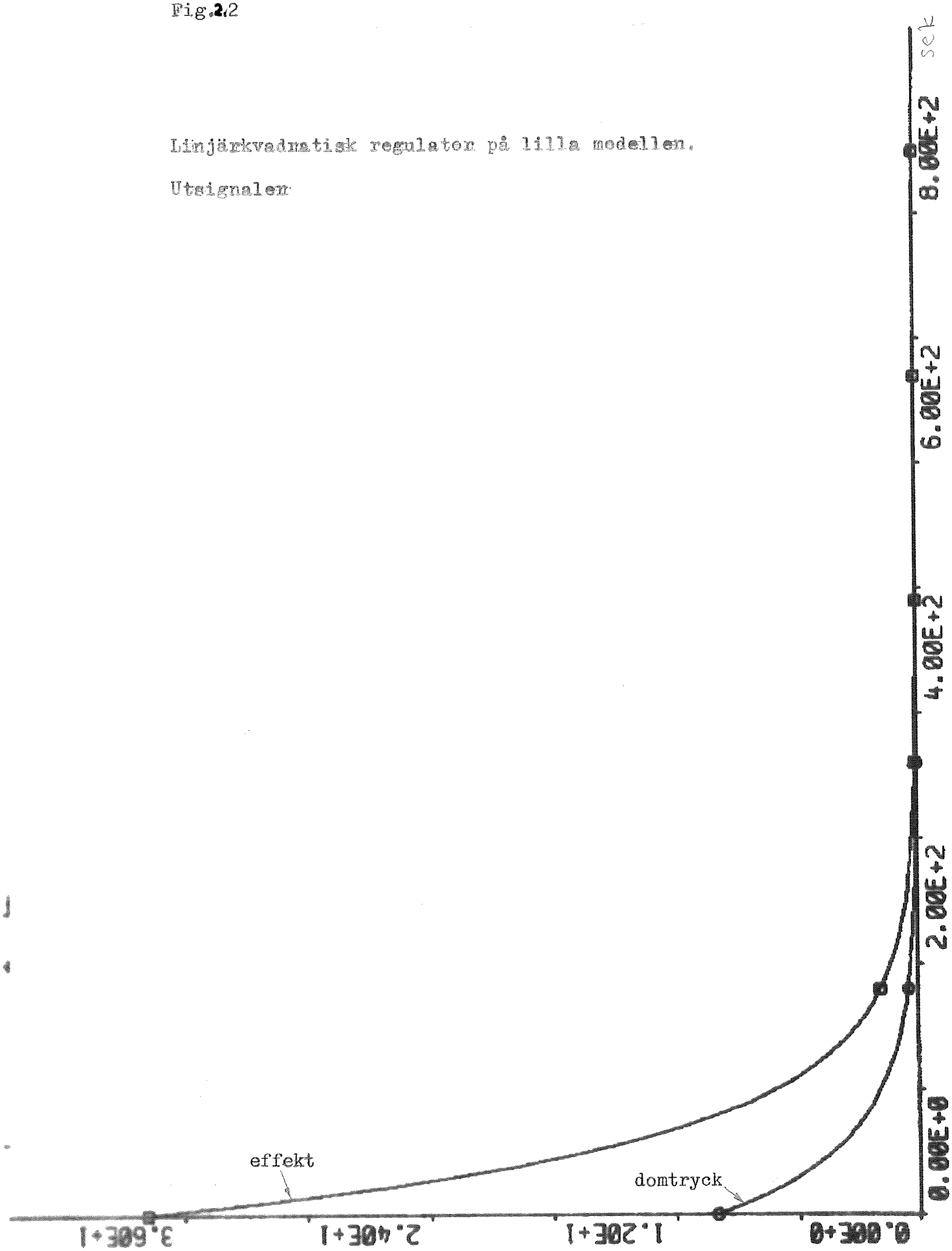


Fig.23

Stora modellen (öppna systemet).

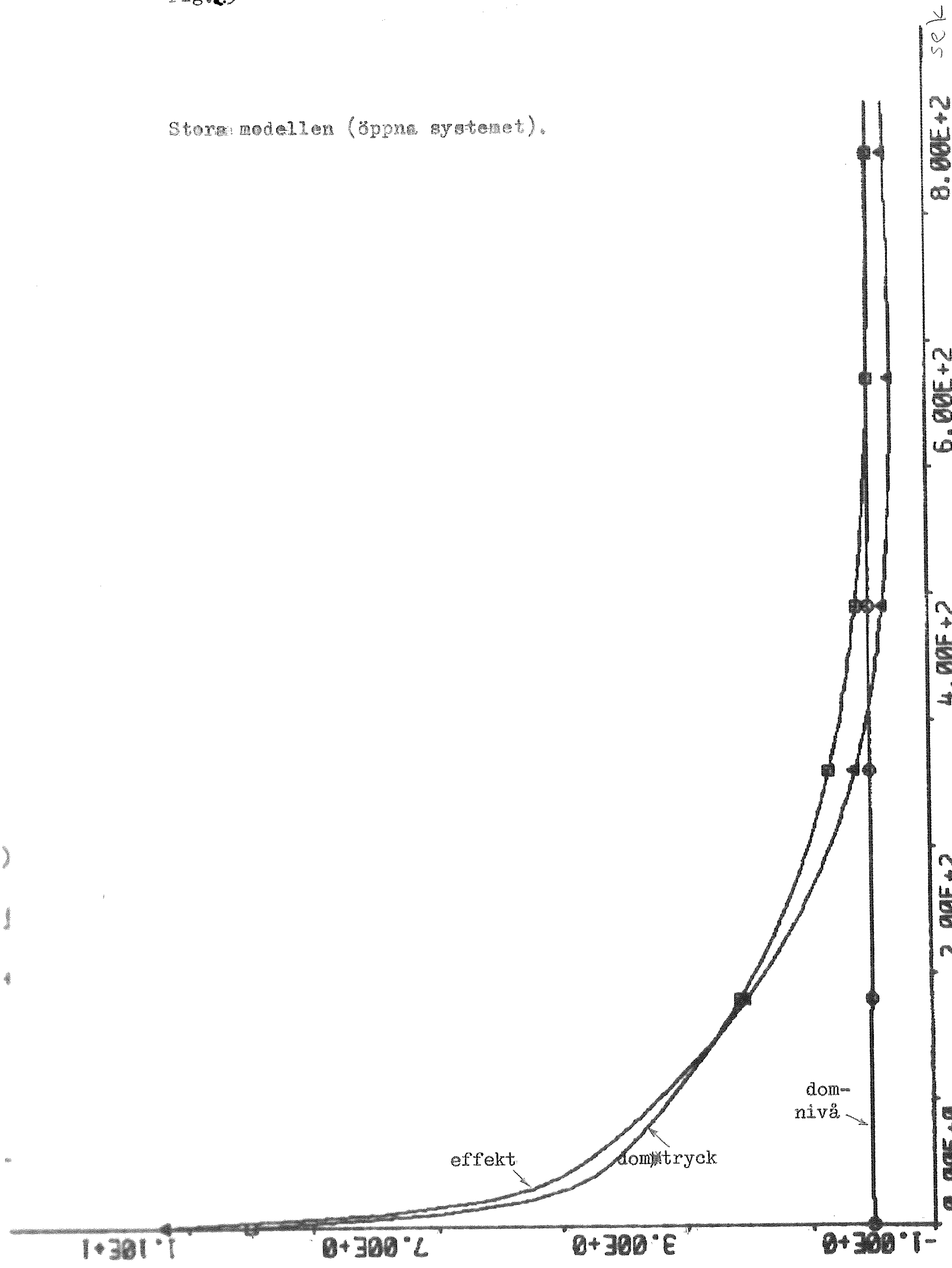


Fig.24

Reglering av stora modellen med lilla modellens regulator.

Utsignaler.

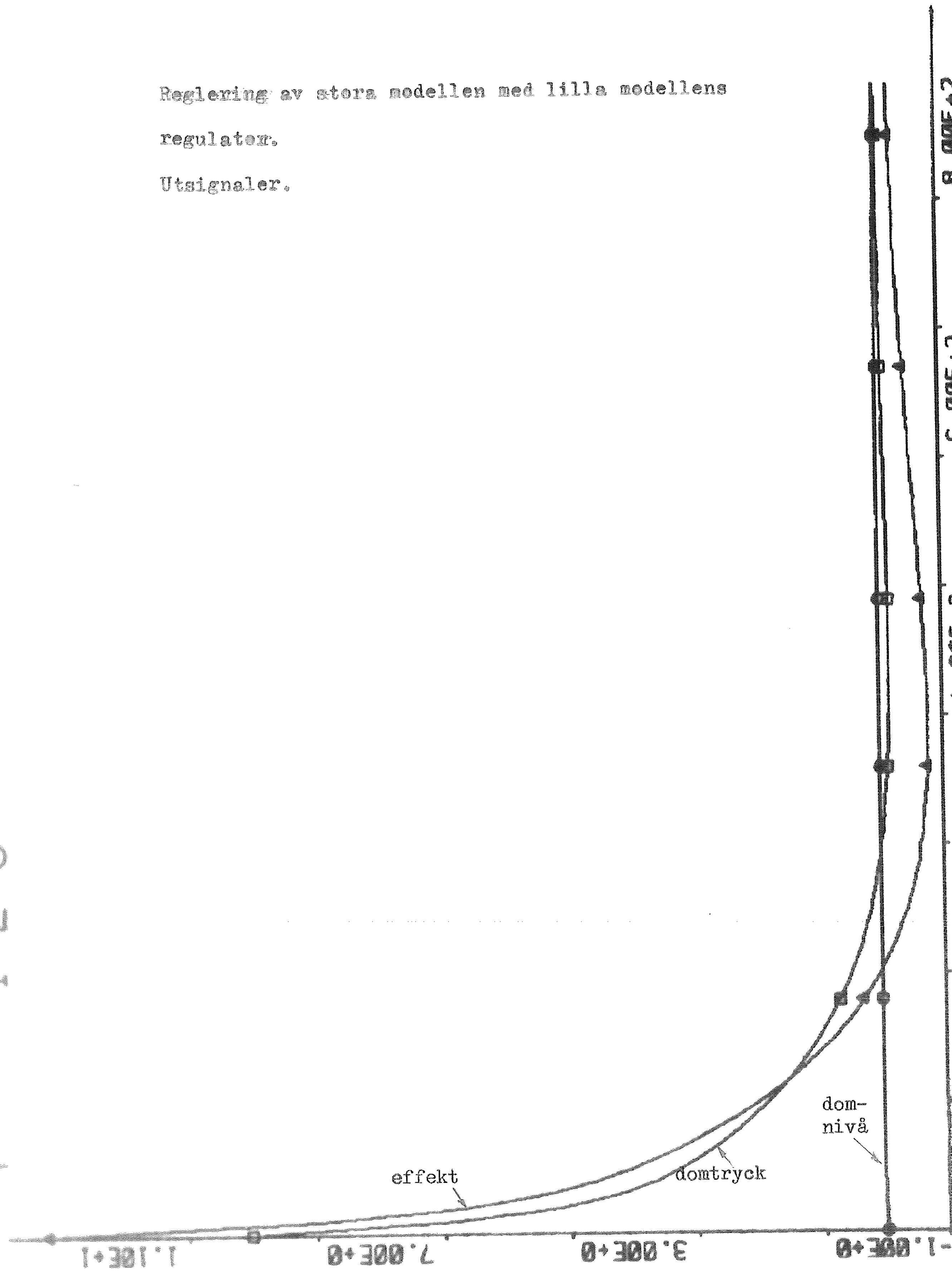


Fig.25

Reglering av stora modellen med lilla modellens-

regulator.

Insignalen.

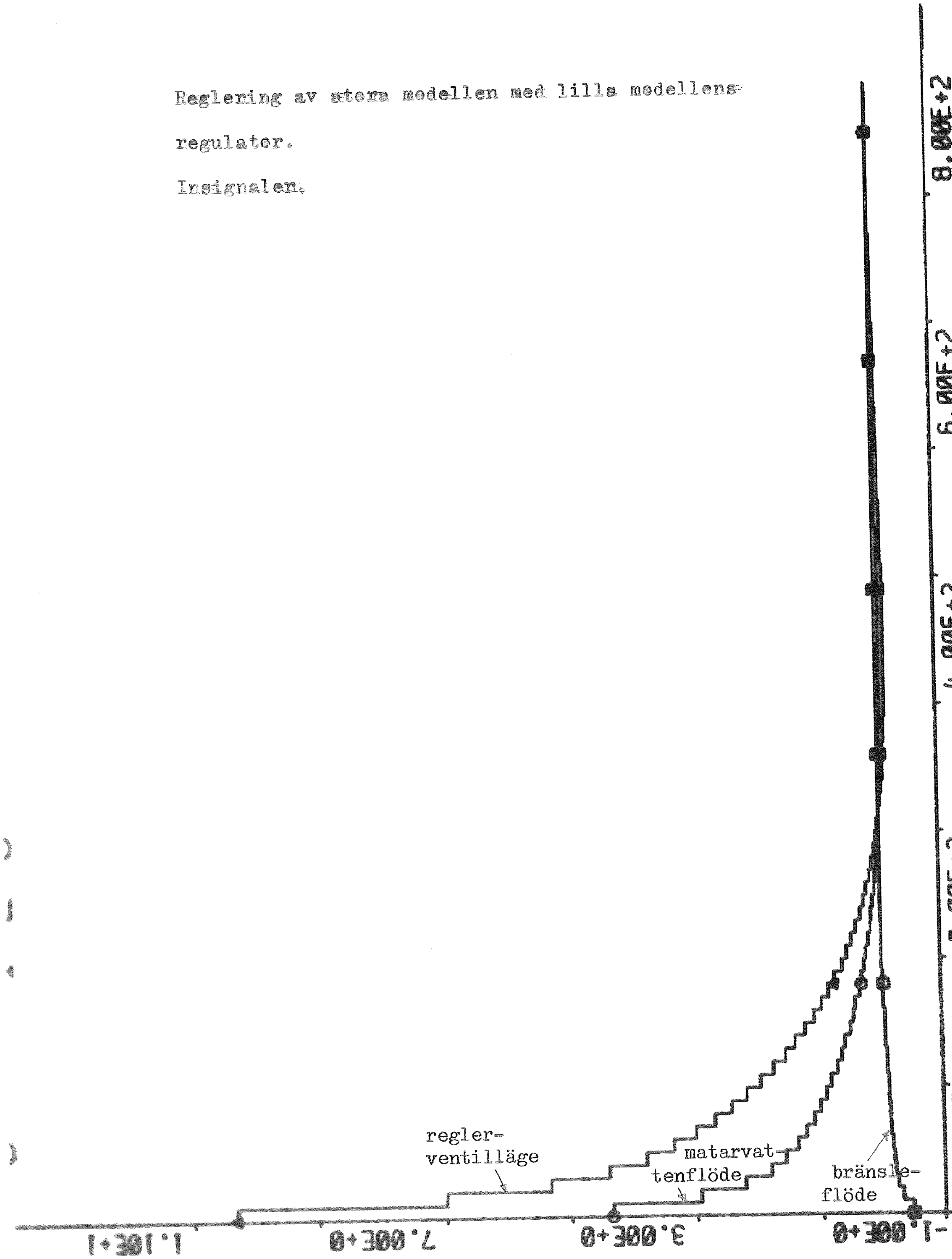


Fig.2.6

Linjärkvadratisk regulator på stora modellen.

Utsignaler.

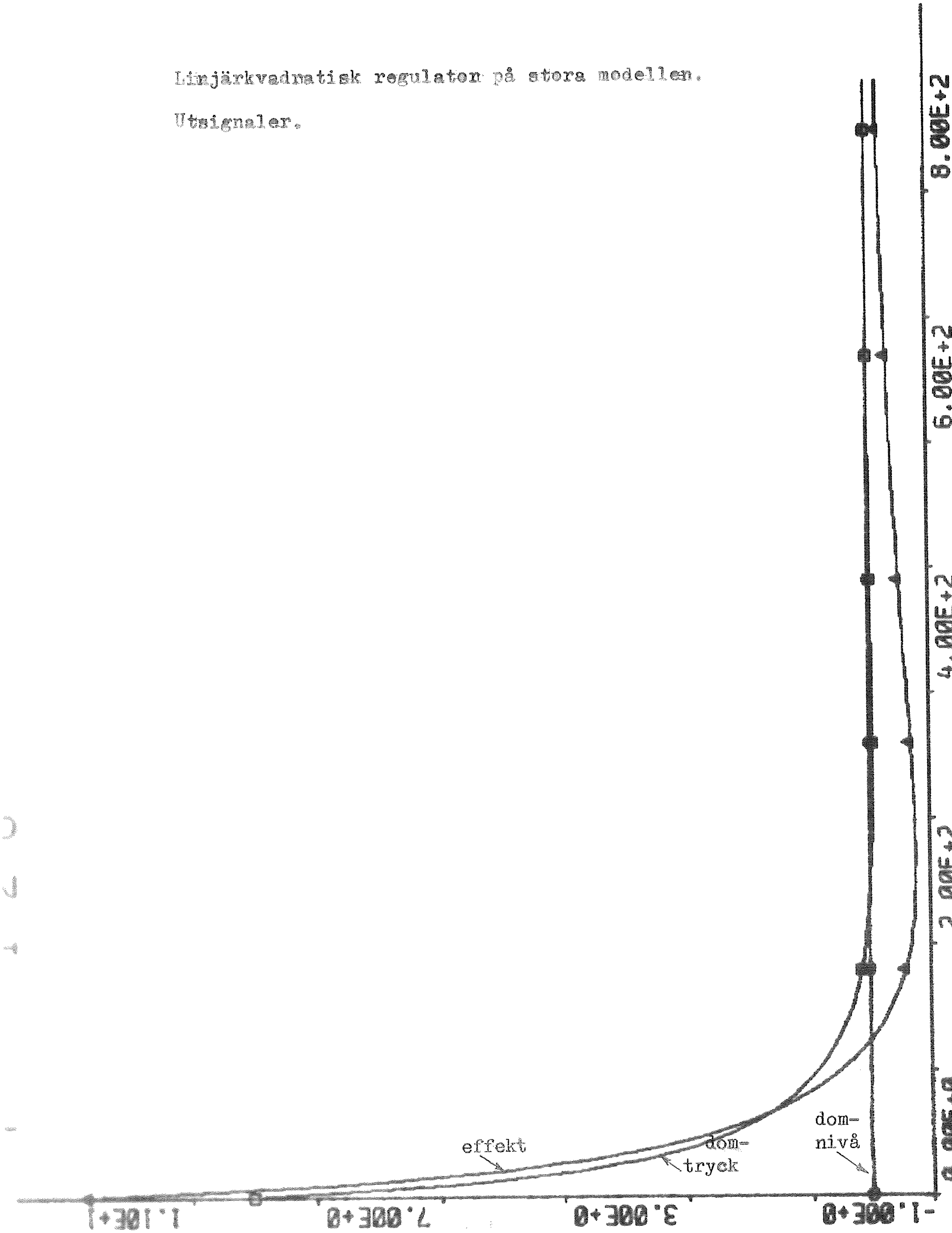


Fig.2.7

Linjärkvadratisk regulator på stora modellen.

Insignalen.

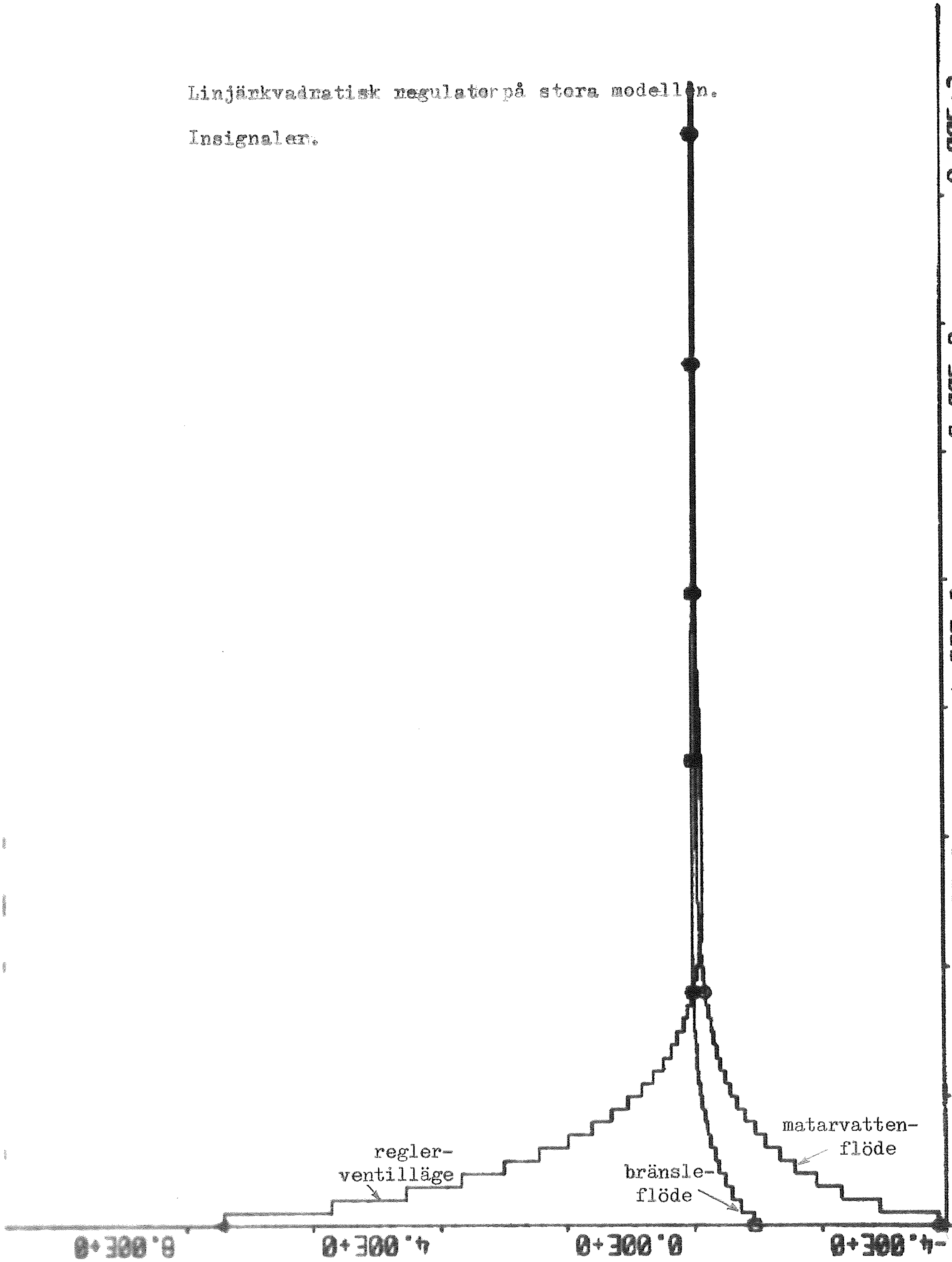


Fig.2.8

L-matris till styrlag tillhörande linjärkvadratisk regulator för stora modellen.

L

0.915022G-01	-0.202229	0.498118G-01	0.827839G-01	-1.97960
0.147622G-02	0.111829G-02	0.232608G-02	0.563379G-09	
0.390088	15.0873	0.693286G-01	0.165664	-45.8592
0.340727G-02	0.172198G-02	0.406071G-02	0.247703G-08	
-0.739882	-0.293344	-0.319706	-0.567233	16.5661
-0.769569G-02	-0.629388G-02	-0.138900G-01	-0.330149G-08	

3 KONVETIONELL REGLERING AV LILLA MODELLEN

31 Hur skall man reglera?

Syftet med effektreglering är att anpassa uteffekten till erforderligt behov. Regleringen måste ske på ett sådant sätt att inga otillåtliga tryck- och temperaturvaritioner uppstår i ånganläggningen. Vidare måste frekvens och turbinvarvtal hålla sig inom givna gränser. Processverkningsgraden bör vara hög.

Regleringreppet utlöses normalt av skillnaden mellan producerad och erforderlig effekt. Se figur nedan.

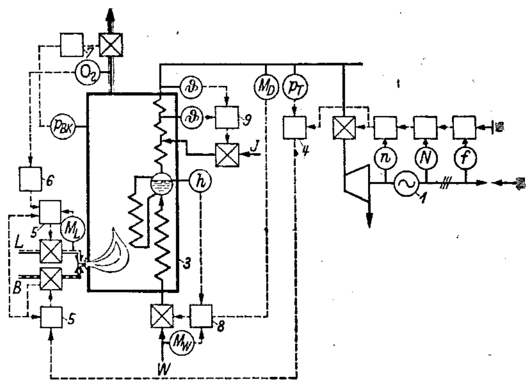
effektskillnad (reglersignal)

producerad effekt + − erforderlig effekt

Effektbörvärdet sammansätts enl. ekv. nedan

$N_{bör} = aN_k + b\Delta f$, där N_k = erforderlig effekt och Δf = frekvensavvikelse på elnät.

En komplett reglerkoppling för ett kraftverk visas i figur nedan. Härav framgår att impulsen till reglerventilen sam-

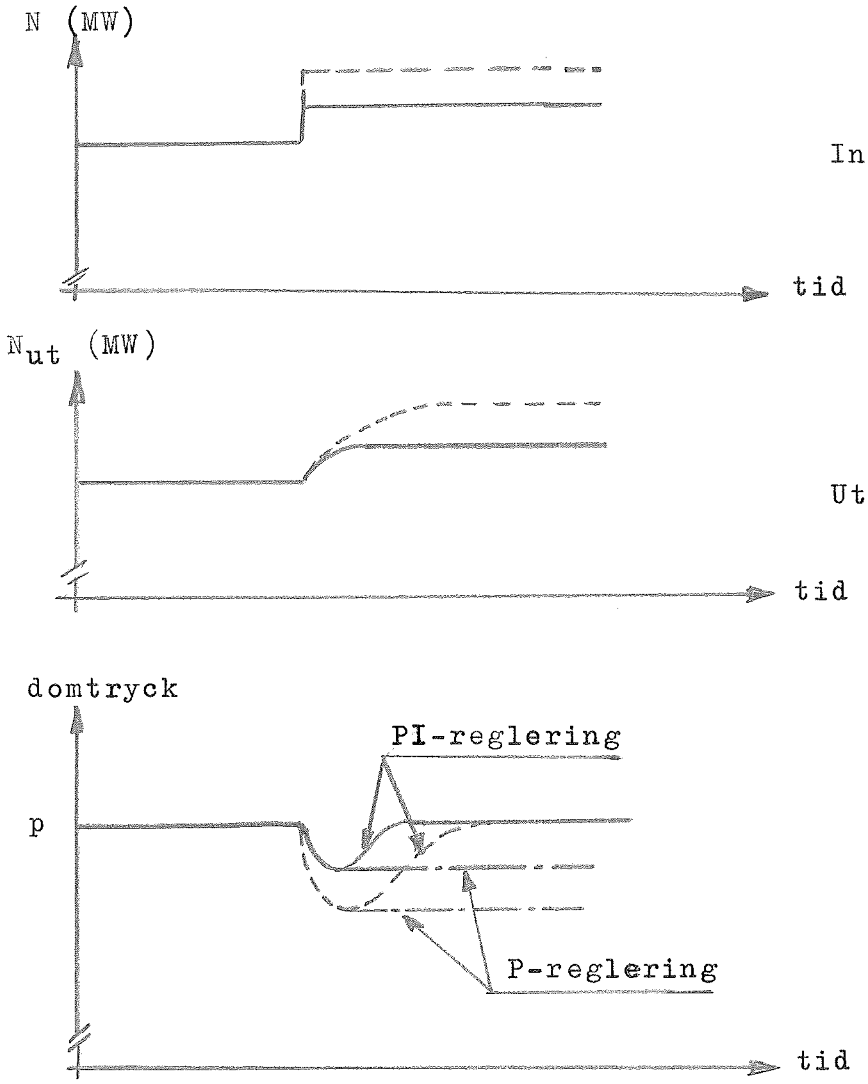


mansätts av avvikelse i frekvens (f), effekt (N) och varvtal (n). För anpassning av pannans ångproduktion, sker även en viss återkoppling till bränsleflödet för att minska tidsfördröjningen i systemet. 4 är en tryck-effektreglering av pannan. Admissionstrycket är reglerstorhet med inverkan på bränsletillförseln. För att erhålla rätt bränsle-luftförhållande finns en ömsesidig återkoppling. Rätt bränsle-luftförhållande ger en hög förbränningsverkningsgrad och därmed hög totalverkningsgrad. 6 är en förbränningsreglering, där O_2-halten i rökgaserna är reglerstorhet med inverkan på tillförd luftmängd. 7 är en rökgasreglering, där brännkammartrycket är reglerstorhet med inverkan på rökgasfläkten. Nivågivaren h sänder en impuls till regulatorn 8 dit även ånguttaget (M_D) kommer in som en störsignal samt dessutom en återkopplad signal från matarvattenflödet (M_W). Regulator 9 reglerar överhettartemperatur, så att turbinens admissionstemperatur blir lämplig .

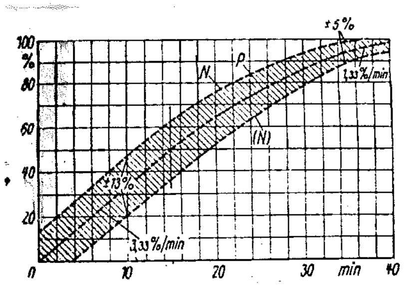
311 Allmänna synpunkter på pannreglering.

Varje system innehåller en viss mängd lagrad energikapacitet. Vid en stegvis ändring i lasten kan den upplagrade energikapciteten utnyttjas till att börja med, varefter ångproduktionen måste anpassas till det nya lastläget. I annat fall fås en kvarstående ändring av tryck och temperatur i domen. Figurerna nedan återger ett reglerförlopp med stegvis ändring av lasten från ett stationärt värde. Den heldragna linjen återger en liten effektändring (N), varvid relativt snabbt ett stationärt värde (= önskat värde) erhålles p.g.a. den upplagrade energin i systemet. Vid en större effektändring (streckad linje) räcker ej den upplagrade energin till att uppnå önskad effektnivå lika snabbt som iförra fallet. Tidsfördröjningen blir större. Ökning i bränsletillföresel kan ge önskad effekt snabbare. Vid en lastminskning fås en tryckhöjning. Dessa ändringar i tryck får konsekvenser för turbinhus och dom.

För att undvika otillåtet höga temperaturspänningar i turbinhuset gäller ett visst lastbegränsningsdiagram, se figur lastbegränsningsdiagram.

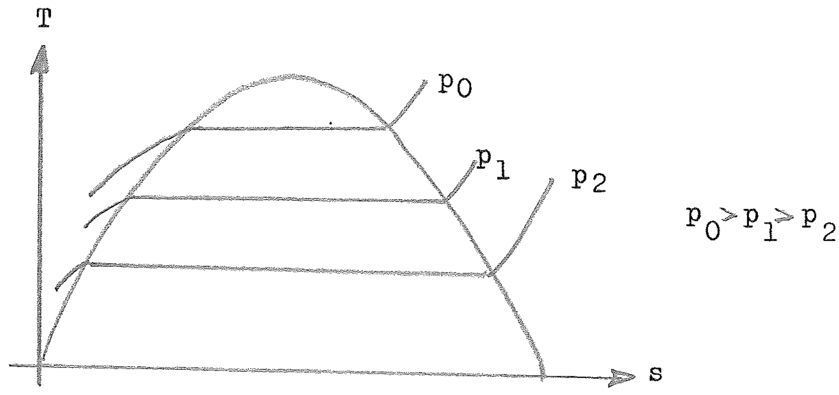


Reglerförlopp



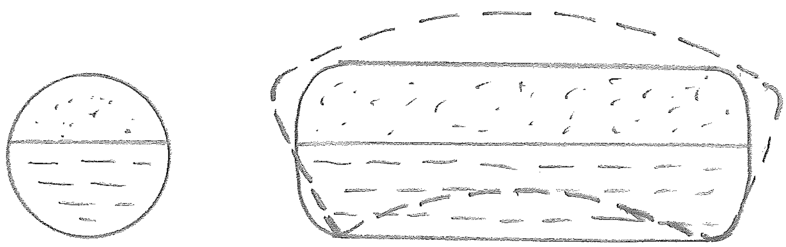
Lastbegränsningsdiagram

Man ser att regleringen endast kan utföras i ett smalt område. För att förstå förloppen i domen ser vi på ett T-s-diagram, se nästa sida.



T-s-diagram

Vi ser således, att då domtrycket sjunker från p_1 till p_2, sjunker mättningstemperaturen. Domens undre del är i kontakt med vatten, medan den övre delen är i kontakt med mättad ånga. Då värmeövergången mellan vatten och dom är betydligt bättre än mellan ånga och dom kommer temperaturen i domens nedre del att bli lägre än i den övre. Domen kommer att krökas enl. figur nedan (överdrivet ritat). Vid tryckökning fås omvänd krökning.



För att undvika sprickrisk måste tryckändringen $\Delta p = (p_1 - p_2)$ och hastigheten i tryckändringen $\frac{\partial \Delta p}{\partial t}$ begränsas.
Betraktas domen som ett tjockväggigt rör gäller nedanstående spänningsfördelning, se figur nedan. Av figuren framgår att avkylning ökar spänningstopparna vid inner- och ytterkant, medan gynnsammare förhållande fås vid uppvärmning (trycksänkning = avkylning).

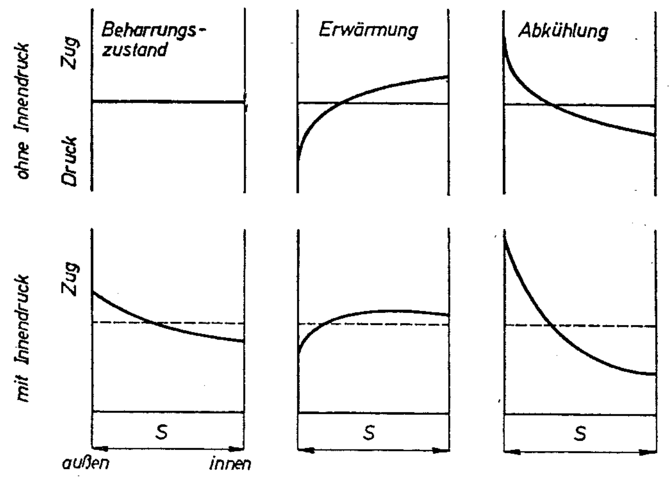
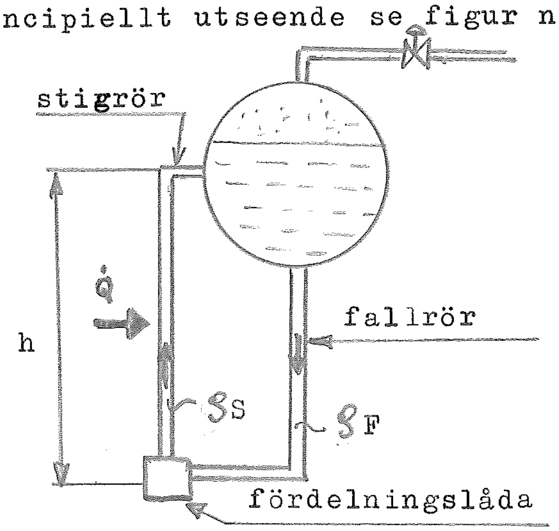


Bild 189
Spannungen in einer dickwandigen Rohrleitung [15]

Dompannan är en självcirkulationspanna och cirkulationens drivtryck är $\Delta p_{driv} = h \cdot g \cdot (\rho_F - \rho_S)$, där h=stigrörets höjd, ρ_F=medeltäthet i fallrören och ρ_S=medeltäthet i stigrören. Om reglerventilen öppnas snabbt ($\frac{\partial \Delta p}{\partial t}$ stor) kommer trycket i fallrören (och därmed ρ_F) att minska. Detta medför att Δp_{driv} minskar, varvid cirkulationen minskar, vilket medför dålig kylning av stigrören. Det finns risk för att dessa sönderbrännes. Principiellt utseende se figur nedan.



Risken för sprickor i domen samt risken för sönderbränning av stigrören sätter alltså en nedre gräns för den tid det får ta att ändra uteffekten från ett stationärt tillstånd.

312 Slutomdöme.

För(-utom) att uppfylla huvudsyftet att levrera efterfrågad eleffekt måste driften ske under beaktande av följande bivillkor:

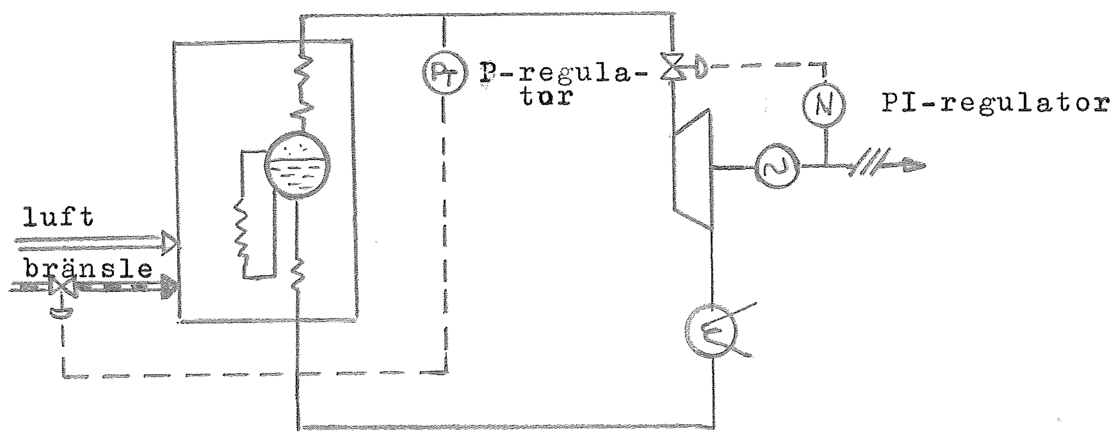
a) Processens verkningsgrad bör vara så hög som möjligt även vid dellast, d.v.s. admissionsdata som begränsas av materialegenskaper skall hållas konstanta under dellast.

b) Pannverkningsgraden bör vara hög även vid dellast, d.v.s. förhållandet bränsle-luft konstant.

c) Dellastdrift får ej inverka negativt på driftsäkerheten, d.v.s. ändringar i driften får ej utsätta någon punkt för otillåtna temperaturer eller spänningar.

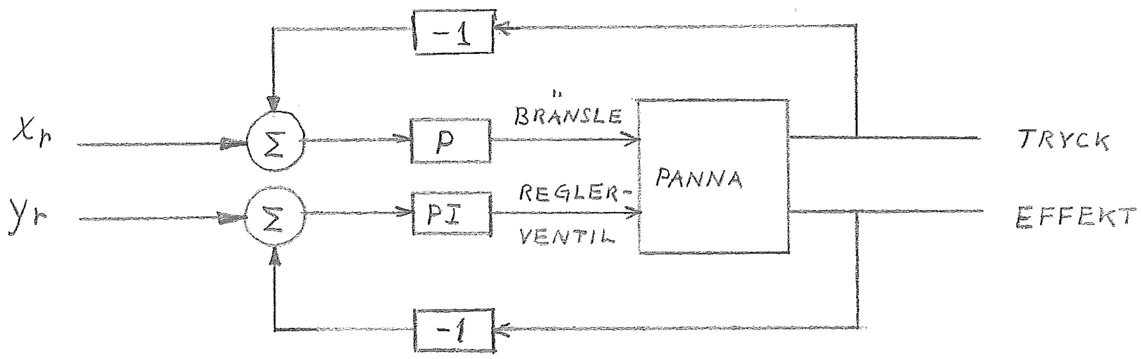
313 Simuleringmodell.

Vi använder en förenklad modell av pannregleringen vid simuleringen på analogimaskinen, se figur nedan. Som framgår av följande avsnitt ger denna enkla modell en tillfredsställande bild av en dompannas uppförande.



3.2 Simulering på analogimaskin

Enligt föregående avsnitt kan en lämplig reglering för det lilla systemet vara en proportionell regulator från domtrycket till bränsleflödet samt en proportionell och integrerande regulator från effekt till reglerventil



Den linjäriserade modellen för experemènt A återkopplades lokalt enligt avsnitt 1.2. Modellen blir då

$[2\cdot10^{-2} \quad -71.4\ 10^{-2}]$

$$\dot{\Delta x} = \left[-43.2\cdot10^{-4}\right]\Delta x + \left[0, 234\right]\begin{bmatrix}\Delta u_1\\ \Delta u_2\end{bmatrix}$$

$$\Delta y = \left[1.171\right]\Delta x + \left[0,234\right]\begin{bmatrix}\Delta u_1\\ \Delta u_2\end{bmatrix}$$

Systemet tidsskalas så att simuleringen går 100 ggr. snabbare än verkligheten. Vidare skalades u_2 så att den mättes i %.

De skalade ekvationerna blir då:

$$\dot{\Delta x} = -0.432\Delta x + 2\Delta u_1 - 0.714\Delta u_2$$

$$\Delta y = 1.117\Delta x + 2.34\Delta u_2$$

Det <u>öppna systemets</u> egenskaper studerades med en steg- insignal

u_2 = 10% (u_1 = 0)

Se bifogade fig. 3.1

samt

u_1 = 5 TON/h (u_2 = 0) fig. 3.2

Det framgår att det öppna systemet i båda fallen svängt in sig efter ca. 1000 s. Vi studerade också det öppna systemets uppförande då insignalen var en initialstörning i tryck (på integrator 10) på 5 kg/cm^2

Se fig. 3.3

Inställning av de tidigare nämnda regulatorerna för återkopplingarna från tryck resp. effekt tillgick så att vi som insignal kopplade in en initialstörning samtidigt som PI-loopen bortkopplades och genom att prova olika inställningar på den proportionella regulator (K_1) fick systemet godtagbart uppförande för K_1 = 1.0. Vi kopplade sedan in PI-loopen med integrerande delen bortkopplad och den proportionella delen bestämdes till K_2 = 0.4 genom provning p.s.s för K_1. Därefter bestämdes den integrerande delen till a = 5.0

Det så återkopplade systemets egenskaper med en initialstörning i tryck på 5 kg/cm^2 framgår av fig. 3.4

I detta falla svänger trycket in sig på ca. 400 s d.v.s. en förbättring med en faktor 2.5 jämfört med det öppna systemet.

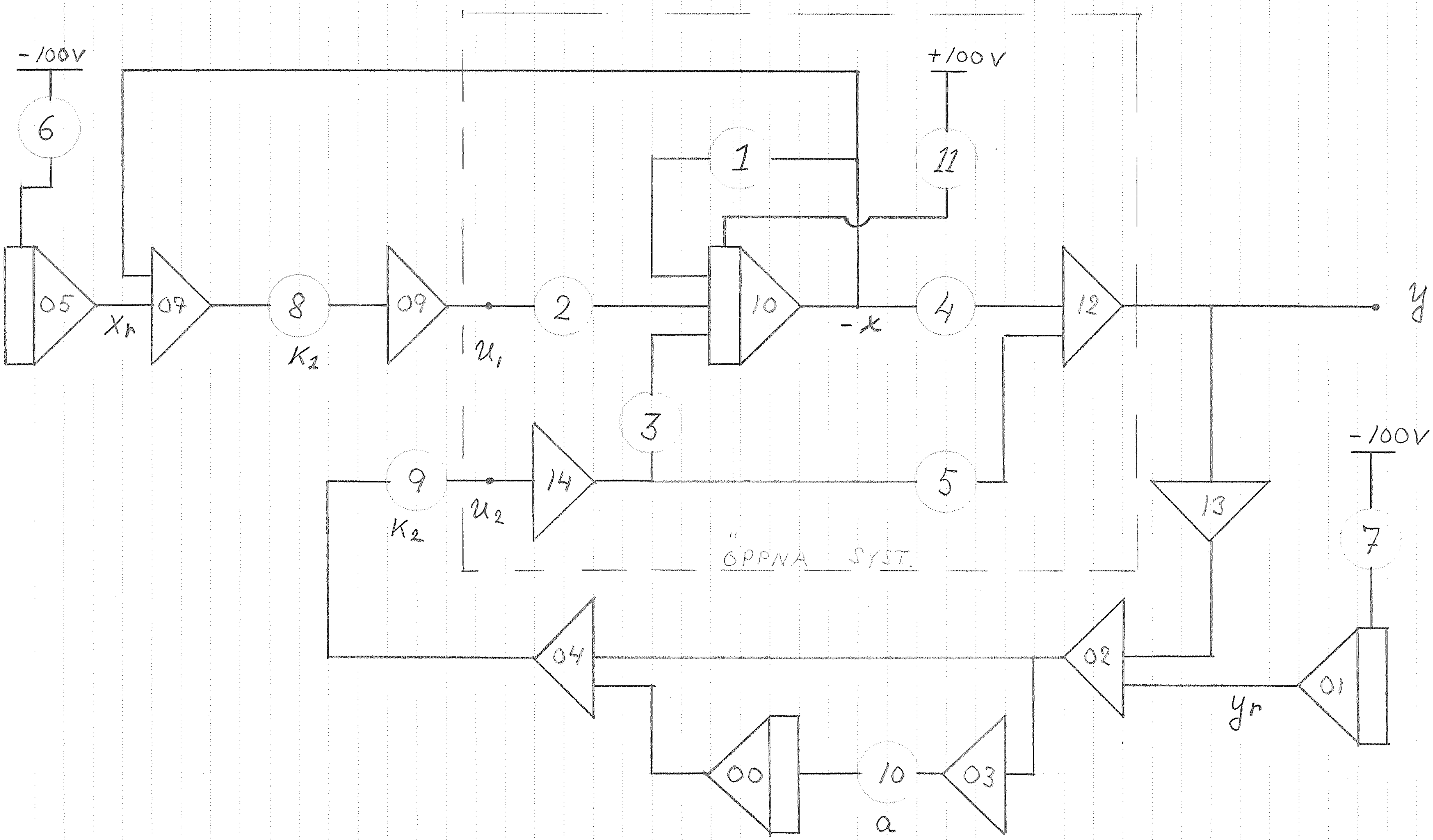
Effekten svänger in sig på ca 250 s d.v.s. en förbättring med en faktor 4. I fig. 3.4 har även u_1 och u_2 uppförande vid en trycksändring införts.

I fig. 3.5 har det återkopplade systemets egenskaper registrerats då uteffekten, y, momentant ändras med 5MW samtidigt som trycket hålles konstant.

Insvängningstiden är som framgår av fig. ca 300 s för de uppmätta storheterna.

Slutligen har i fig. 3.6 uteffekten hållits konstant samtidigt som en momentan tryckökning på 5 kg/cm^2 införts.

ANALOGIMASKINUPPKOPPLING.



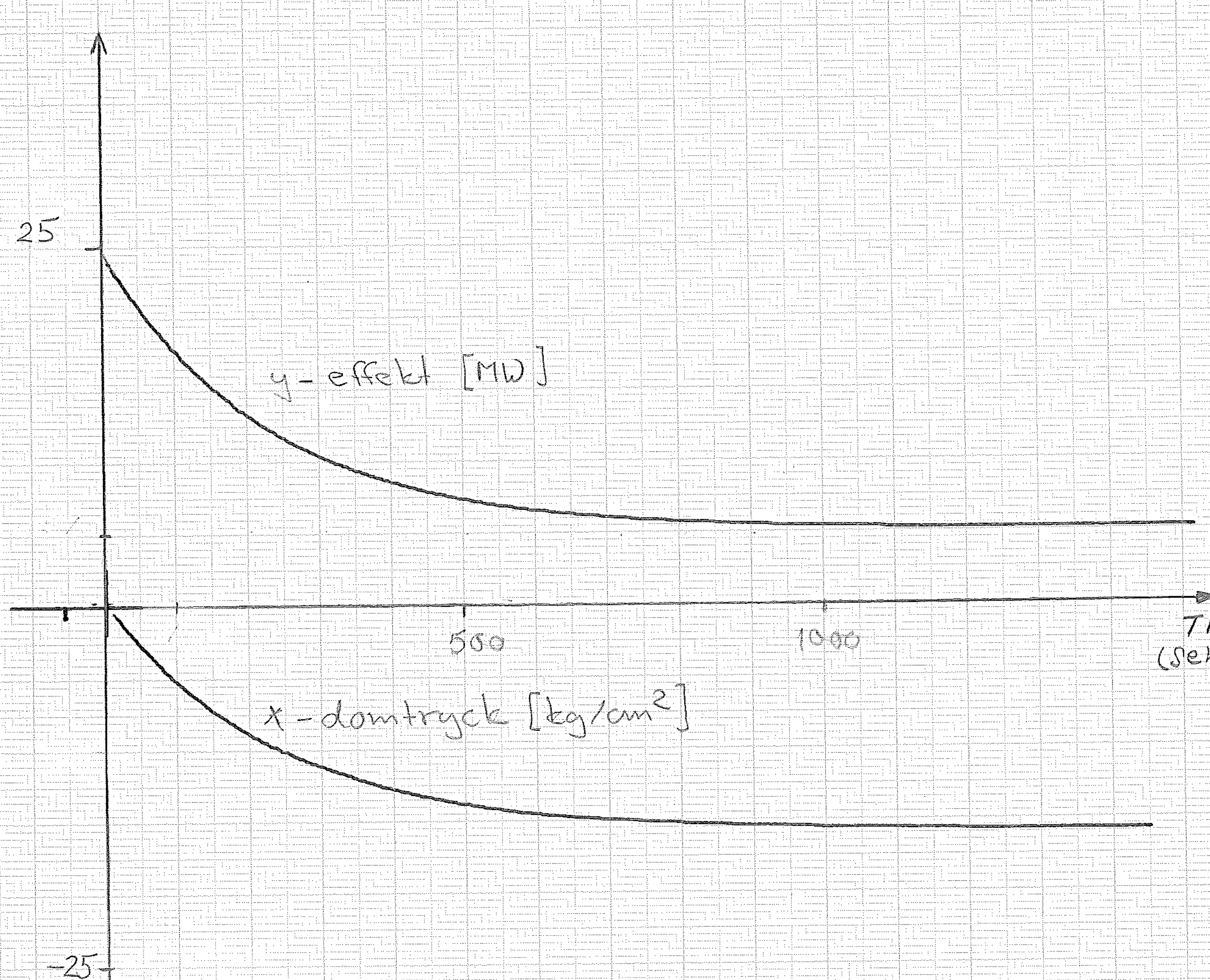
POT. LISTA

1	P10	0.432
2	P09	0.200
3	Q10	0.714
4	P12	0.117
5	Q12	0.234
6	P05	0.05
7	P01	0.10
8	Q00	K_1
9	Q04	K_2
10	P00	a
11	P11	0.05

ÖPPNA SYSTEMET EXP A

FIG 3.1

STEG $u_2 = 10\ \%$ $u_1 = 0$



ÖPPNA SYSTEMET EXP. A FIG. 3.2

Steg $u_1 = 5$ ton/h $u_2 = 0$

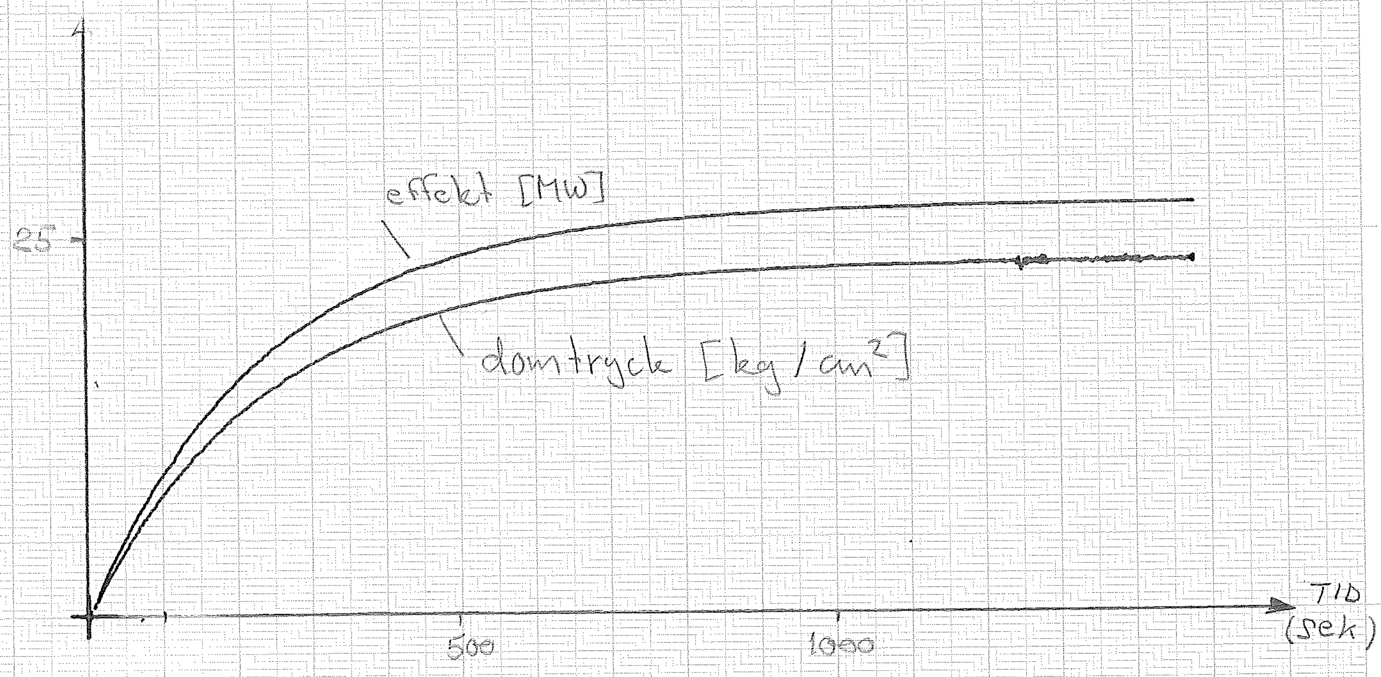


FIG. 3.3

Öppna systemet

Insignal: Initialstörning i tryck 5 kg/cm²

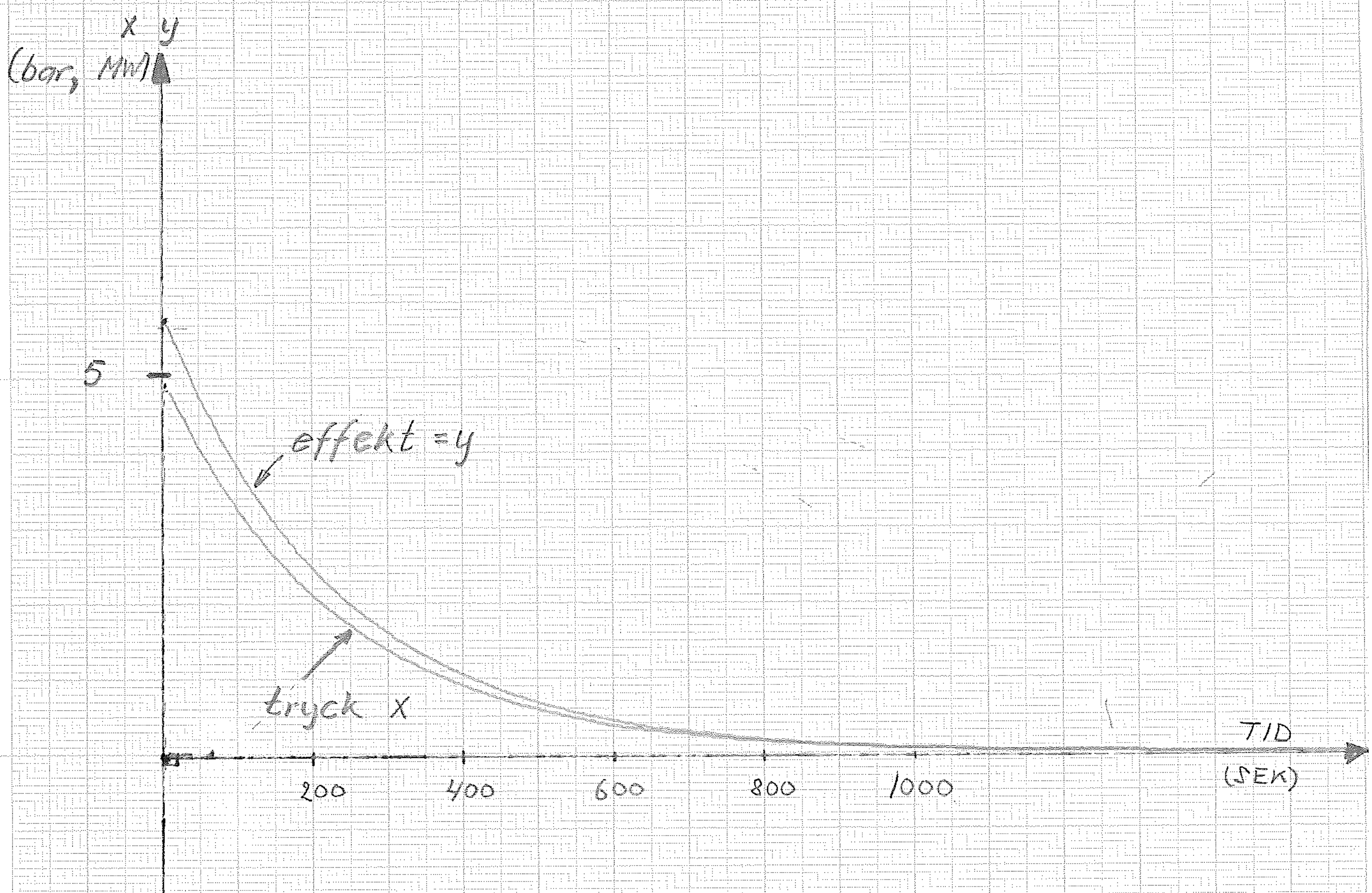
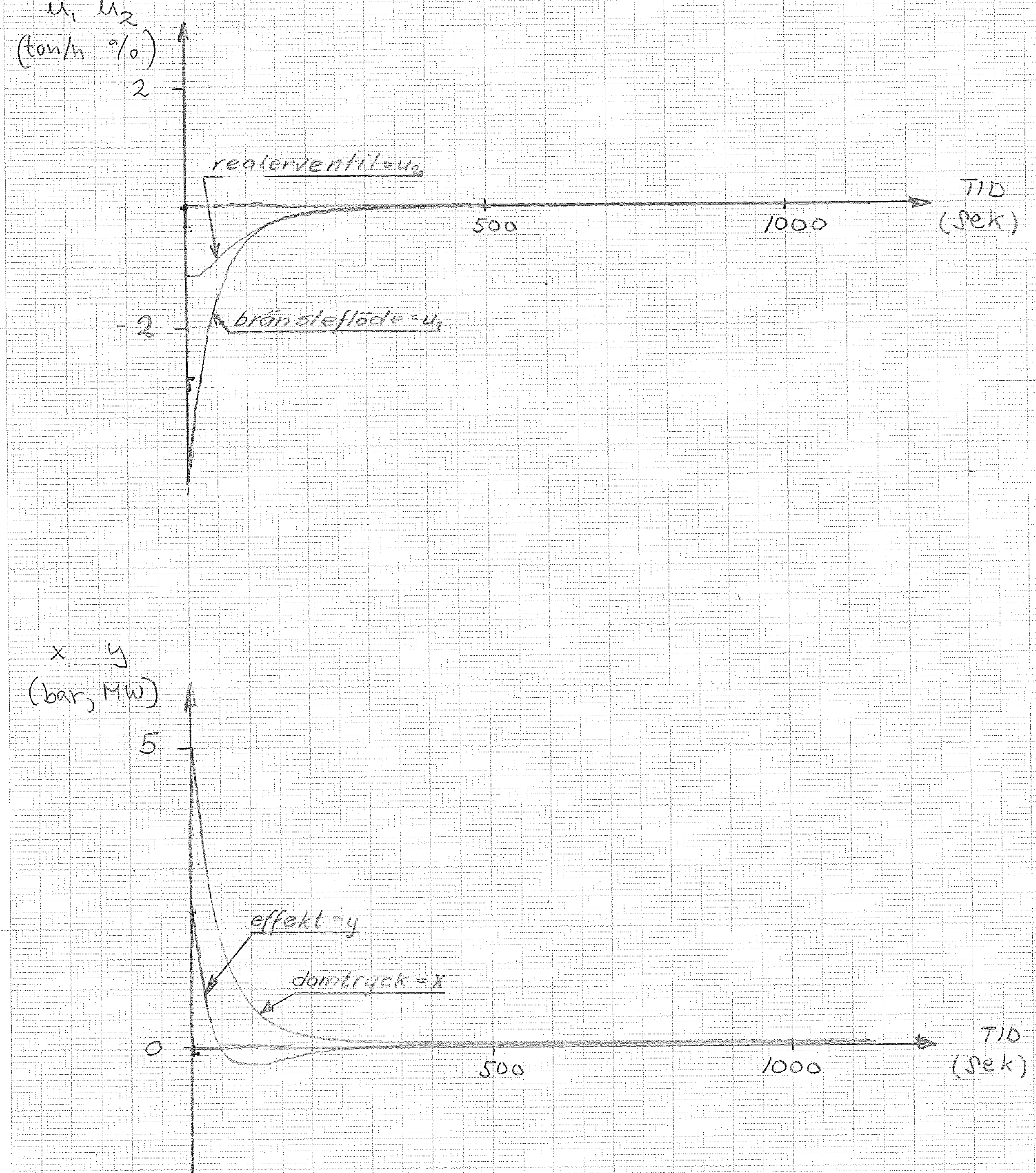


FIG. 3.4

Insignal: Initialstörning i tryck 5 kg/cm²

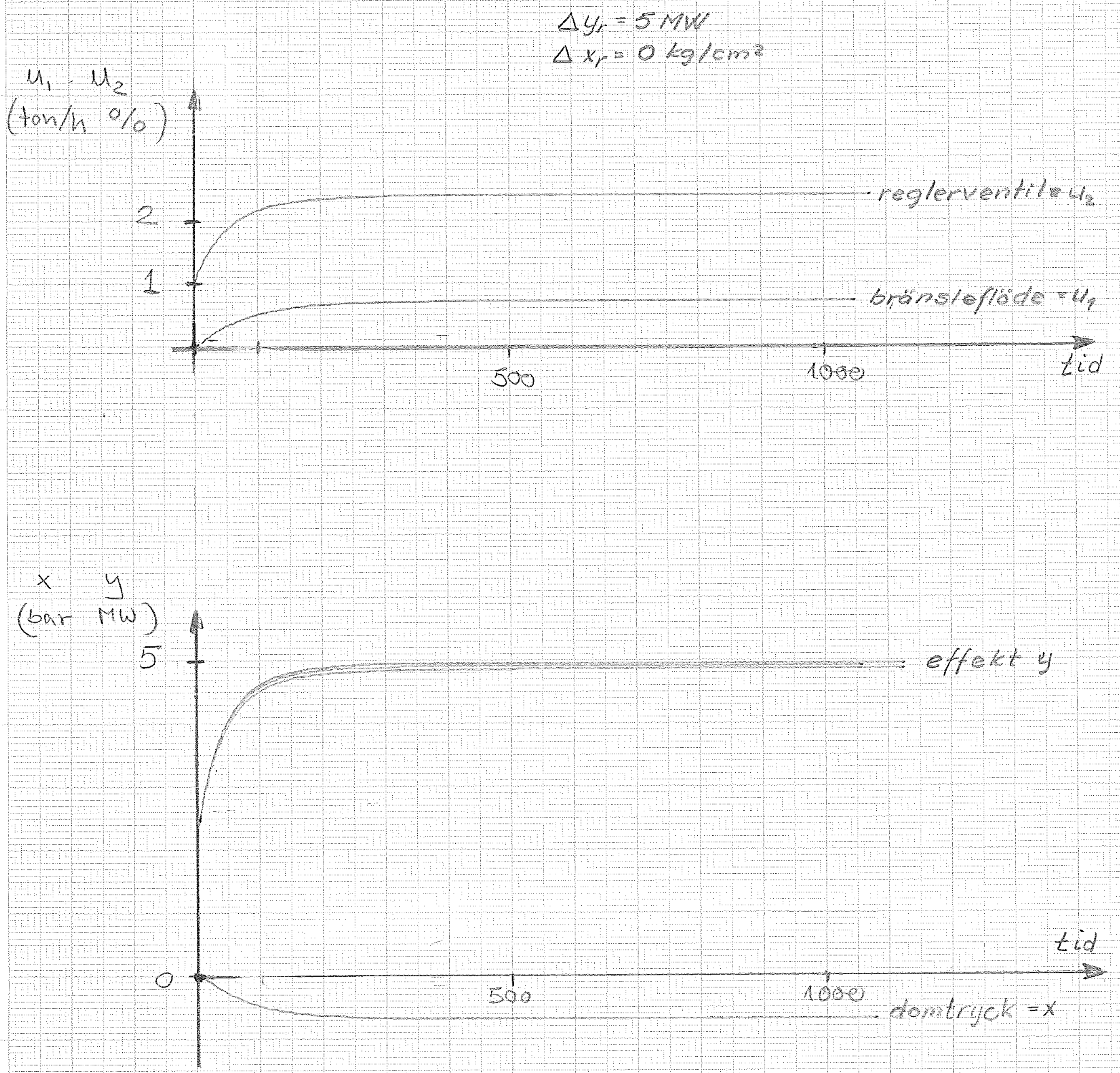


$K_1 = 1.0$

$K_2 = 0.4$

$a = 5.0$

FIG. 3.5



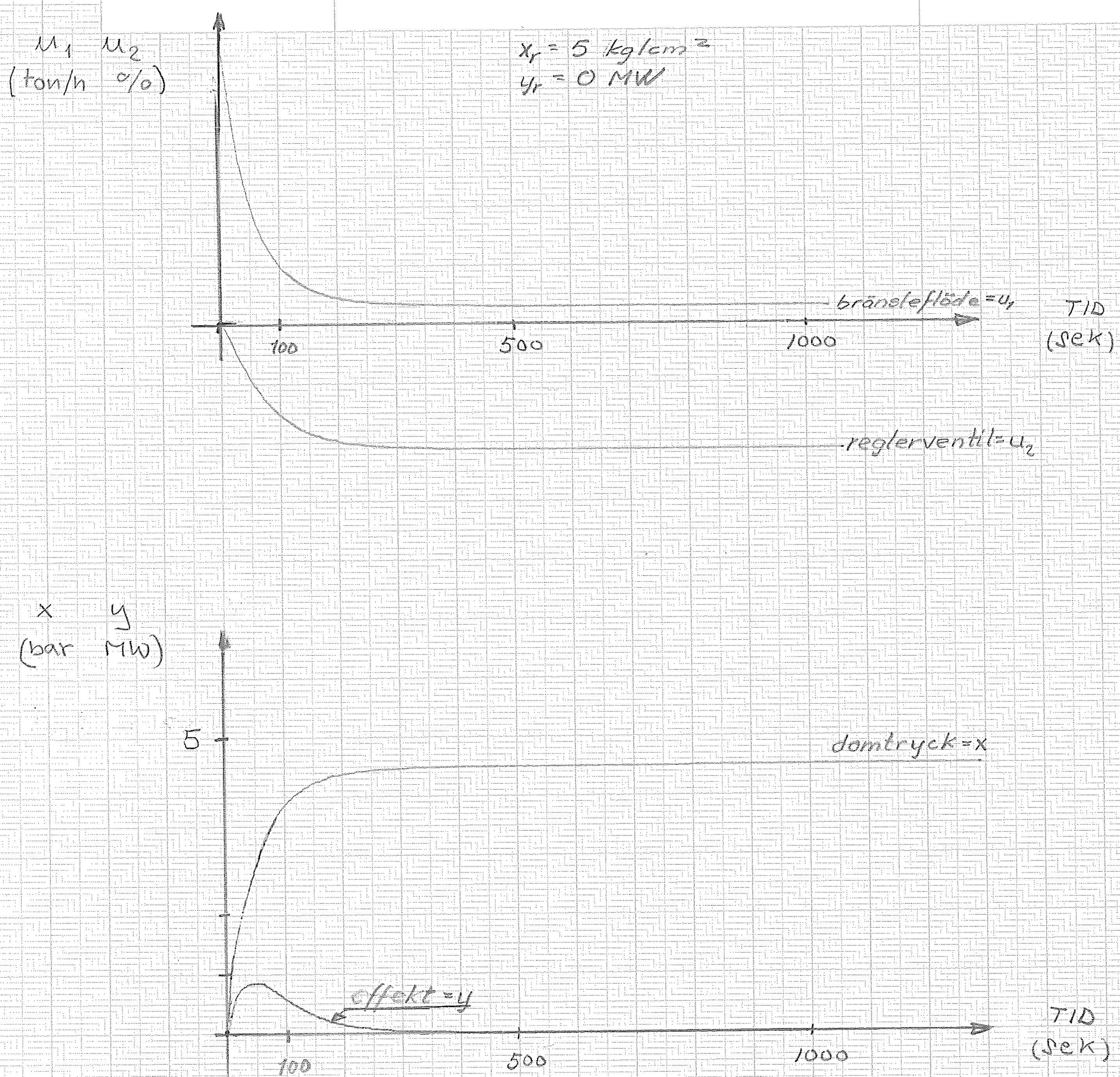
$k_1 = 1.0$

$k_2 = 0.40$

$a = 5.0$

FIG. 3.6

Återkopplade systemet



$K_1 = 1.0$

$K_2 = 0.4$

$a = 5.0$

Referenser

[1] Åström KJ, Eklund K:A Simplified Nonlinear Model of a Drum Boiler-turbine Unit, Report 7104

[2] Eklund K: Linear Drum Boiler-Turbine Models, Report 7117

SYSTEMTEKNIK - PROJEKTARBETE VT 72

KRAFTSYSTEM

Leif Bergström
Stefan Burg
Ronnie Gunnarsson
Mats Linderoth
Mats Nilsson
Arne Nyström
Anders Richnan
Staffan Sunnersjö

REGLERINGSTEKNIK - SYSTEMTEKNIK

PROJEKTARBETE:

EKONOMISK BELASTNINGSFÖRDELNING I KRAFTSYSTEM

Inledning

Det ekonomiska belastningsfördelningsproblemet kan formuleras som problemet att minimera de momentana produktionskostnaderna i ett kraftsystem. Med andra ord ett statiskt optimeringsproblem, där det gäller att uppfylla vissa bivillkor. Oberoende variabler:

1) Generatorernas aktiva uteffekter, som ger aktiv inmatning i nätknutpunkterna.

2) Knutpunktsspänningarna, som ger reaktiv inmatning i nätknutpunkterna.

Bivillkor: Uppfyllda nätekvationer samt att generatorer och ledningar ej får överbelastas.

I projektgruppen har vi behandlat ett testexempel som utarbetats inom CIGRÉ.

Presentation av testexemplet

Det kraftsystem vi har behandlat framgår av fig. 2, samt av Sture Lindahls PM, skissen sid. 5.

Systemet har 10 knutpunkter och 13 överföringsledningar. Antalet generatorer i drift är 14. Total belastning på nätet är 1950 MW. Knutpunktsspänningarna skall ligga mellan 205 kV och 240 kV. Begränsningarna på aktiv och reaktiv effekt se SL:s PM sid. 7.

Kostnadsfunktionen:

$$C = A_0 + A_1P + A_2P^2$$

A_0, A_1 och A_2 är koefficienter. Vi har i vår lösning bortsett från A_0, då den ej inverkar på minimeringsproblemet. De andra koefficienterna framgår av SL:s PM, tabell sid. 6.

Lösningsmetodik

Problemet har lösts på datacentralens UNIVAC 1108. Programmeringsspråk FORTRAN.

Vi hade tillgång till ett antal färdigskrivna subrutiner. Först "THE ECONOMIC LOAD DISPATCH PROBLEM NEGLECTING THE TRANSMISSION LOSSES". Denna subrutin används för att få goda startvärden på generatoreffekterna (aktiva). Indata i subrutinen är koefficienterna i kostnadsfunktionen, gränsvärden för effekten, belastningen på nätet, antalet generatorer samt en konstant som bestämmer lösningens noggrannhet. Utdata från subrutinen är den totala kostnaden samt de generatoreffekter som minimerar kostnadsfunktionen. Hänsyn tas ej till förluster i ledningarna.

"POWEL" är en subrutin som minimerar funktioner med ända upp till 20 variabler. Den baseras på metoden med konjugerade sökriktningar. Indata är, startvärden på variablerna, en vektor som ger den önskade noggrannheten för varje variabel i min.-punkten, antalet variabler, det maximala antalet iterationer som önskas. Utdata är funktionsvärdet i minpunkten samt variablernas värde i minpunkten. "POWEL" kräver en subrutin "WOO" som vi själva gjort. Denna subrutin beräknar kostnadsfunktionen, och lägger dessutom på ett straff definierat av en straffkoefficient *(skillnaden mellan beräknat värde och tillåtet värde) i kvadrat.

Ex: Antag att kostnadsfunktionen utan straff beräknats till F, men en spänning har beräknats till 250 kV, antag att straffkoefficienten för spänningen är 10. Max värde för spänning är 240 kV, och kostnadsfunktionens värde blir alltså:

$$F + 10(250-240)^2.$$

En tredje subrutin som vi hade färdigskriven var "THE LOAD-FLOW PROBLEM USING THE NEWTON-RAPHSON METHOD AND RECTANGULAR COORDINATES". Den förkortas "NRLFR" och beräknar knutpunktsspänningar samt aktiv och reaktiv effekt input i utjämningsknutpunkt. Indata är resistanser och impedanser i ledningarna, shuntadmittanser i knutpunkterna, vilka ledningar som är förbundna med vilka knutpunkter, startvärden på spänningar och effekter, antal knutpunkter, antal ledningar, maxantal iterationer, en koefficient som ger när iterationen skall stoppas, nummer på utjämningsknutpunkt d.v.s. den knutpunkt där man kompenserar för förluster i nätet. "NRLFR" använder också några färdigskrivna subrutiner för bl.a. lösning av linjära ekvationssystem.

Vi har själva gjort ett huvudprogram som använder de här beskrivna subrutinerna enligt flödesschema fig. 1.

Beskrivning av arbetet med lösningen

Detaljer i programmet framgår av bifogade avskrifter av kompileringsutskriften.

Vi har under arbetet med lösningen prövat hur de olika parametrarna påverkar resultatet. Bland annat har vi prövat olika värden på straffkoefficienterna CV, CACT, CPAS (se programmet) från 0.2 upp till 10.0. Med små koefficienter är risken stor att en del variabelvärden hamnar långt över eller under tillåtna värden, och med för höga koefficientvärden blir optimeringsproblemet svårt att lösa. Vi har kommit fram till värdet 7.0 på straffkoefficienterna som ett bra värde. Det visade sig att det var omöjligt att nå optimum inom den tid som vi hade föreskrivit i programmet, beroende på att våra startvärden låg för långt ifrån lösningen. Vi började med att låta subrutinen "ELDNL" beräkna startvärden på de aktiva generatoreffekterna, och placerade dem som första variabler i "POWEL". Därefter gjorde vi grova gissningar av de reaktiva knutpunktseffekterna och spänningen i utjämningsknutpunkten. Dessa placerades på de återstående platserna i variabelvektorn. Vi fann att efter maximalt antal iterationer var det fortfarande en bit kvar till minimat. Ett sätt att nå närmare lösningen var att placera de reaktiva effekterna först i variabelvektorn, då dessa variabler med stor säkerhet var längre ifrån lösningen än de förhoppningsvis goda värden på generatoreffekterna som "ELDNL" beräknat. Det visade sig att vi kom närmare lösningen med detta grepp. Nästa steg var att behålla startlösningen på generatoreffekterna, och låta "POWEL" iterera enbart på de reaktiva knutpunktseffekterna och spänningen i utjämningsknutpunkten. Vi körde på detta sätt några gånger i datamaskin, och använde resultat från en körning som startvärde i nästa. På detta sätt kom vi sakta närmare minimat. Ett stort steg mot minimat, tog vi genom att i "ELDNL" lägga en god gissning av effektförlusten i nätet till belastningen på nätet, och därigenom få nya startvärden på aktiv generatoreffekt, som startvärden på reaktiv effekt och spänning, tog vi de värden vi erhöll vid den sista körningen med reducerat antal variabler i "POWEL". Vi körde nu också med denna uppsättning startvärden programmet, och använde resultatet som startvärde i en ny körning. När vi upprepat detta ett par gånger ändrade vi slutligen vektorn som bestämmer noggrannheten av minimiseringen i "POWEL"-rutinen. Vi var nu nere i värden på kostnadsfunktionen som understeg det minimum som några av de som undersökt CIGRÉ:s testexempel erhållit, och vi ansåg oss färdiga med vår lösning.

Resultat

Resultatet kan studeras på den skiss av nätet som finns i fig.2.

Kostnadsfunktionens värde: Med straff 2785.1786
Utan straff 2785.1657

Total aktiv effekt från generatorerna: 1971.2 MW

Total belastning 1950.0 MW, alltså har vi 21.2 MW i ledningsförluster.

Kommentarer till lösningen

Som framgått av arbetsbeskrivningen tidigare, är möjligheterna att inom rimlig tid komma fram till lösningen starkt beroende av startvärdena. En förbättring av programmet vore därför att man tog fram en rutin som gav goda startvärden istället för de tämligen godtyckliga gissningar vi använde oss av.

Referenser

Se Sture Lindahls PM sid 4.

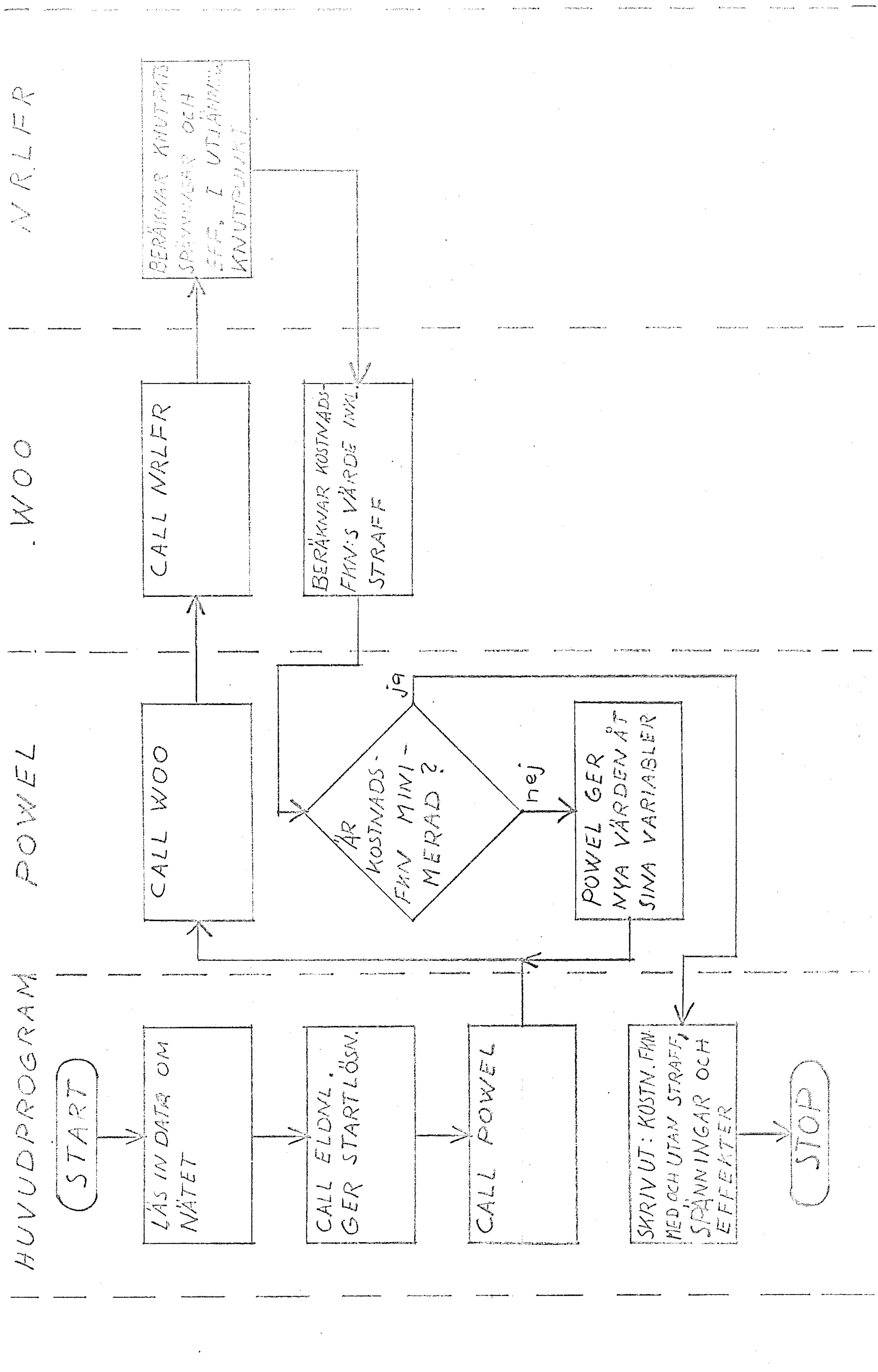


Fig. 1. Flödesschema.

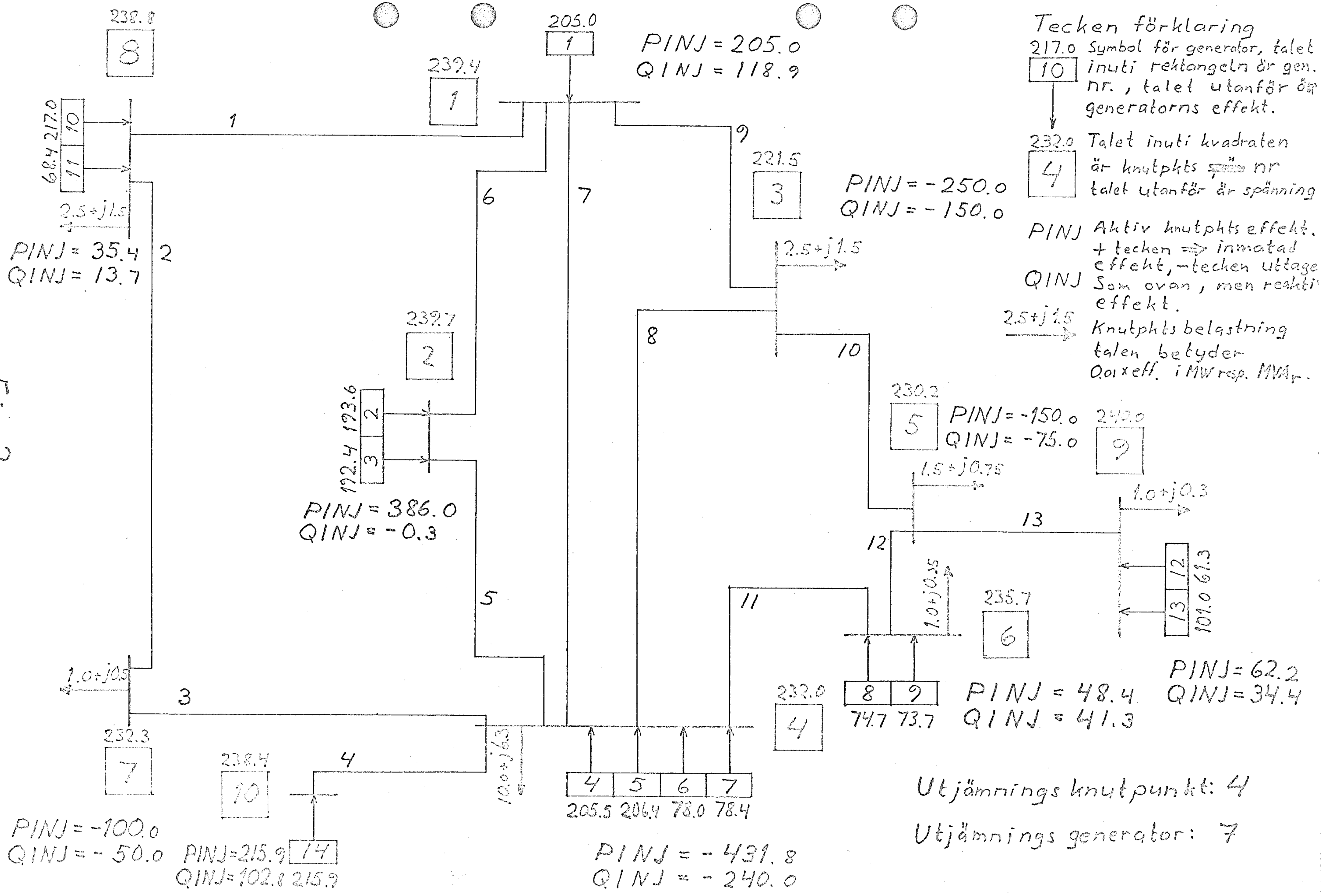

Tecken förklaring
217.0 10 Symbol för generator, talet inuti rektangeln är gen. nr., talet utanför är generatorns effekt.
232.0 4 Talet inuti kvadraten är knutpkts nr talet utanför är spänning
PINJ Aktiv knutpkts effekt. + tecken ⇒ inmatad effekt, − tecken uttagen
QINJ Som ovan, men reaktiv effekt.
2.5+j1.5 Knutpkts belastning talen betyder 0.01 x eff. i MW resp. MVAr.
Utjämnings knutpunkt: 4
Utjämnings generator: 7
238.8
8
239.4
1
205.0
1
PINJ = 205.0
QINJ = 118.9
221.5
3
PINJ = -250.0
QINJ = -150.0
2.5+j1.5
68.4 217.0
10
11
2.5+j1.5
PINJ = 35.4
QINJ = 13.7
239.7
2
192.4 193.6
2
3
PINJ = 386.0
QINJ = -0.3
230.2
5
PINJ = -150.0
QINJ = -75.0
240.0
9
1.5+j0.75
1.0+j0.3
12
13
101.0 61.3
PINJ = 62.2
QINJ = 34.4
1.0+j0.35
235.7
6
8
9
74.7 73.7
PINJ = 48.4
QINJ = 41.3
232.0
4
4
5
6
7
205.5 204.4 78.0 78.4
PINJ = -431.8
QINJ = -240.0
10.0+j6.3
1.0+j0.5
232.3
7
PINJ = -100.0
QINJ = -50.0
238.4
10
14
PINJ = 215.9
QINJ = 102.8
215.9
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

Fig 2.

```
      DIMENSION A1(14),A2(14),PMIN(14),PMAX(14),PGEN(14),QMIN(14),
     FQMAX(14),X(20),E(20),PD(10),QD(10),GAA(13),BAA(13),RAB(13),XAB(13)
     F,GBB(13),BBB(13),LTA(13),LTB(13),PINJ(10),QINJ(10),VBR(10),VBI(10)
     F,VB(10)
      COMMON A1,A2,PMIN,PMAX,PGEN,QMIN,QMAX,      PD,QD,GAA,BAA,RAB,XAB,
     FGBB,BBB,LTA,LTB,PINJ,QINJ,VBR,VBI,CV,CACT,CPAS,NG,NB,VBMAX,VBMIN
     F,VB
      EXTERNAL WOO
      READ(5,200) CV,CACT,CPAS
      READ(5,201) NG,NB,VBMAX,VBMIN
      READ(5,100) (A1(I),A2(I),PMIN(I),PMAX(I),QMIN(I),QMAX(I),I=1,14)
      READ(5,101) (PD(I),QD(I),I=1,10)
      READ(5,102) (GAA(I),BAA(I),RAB(I),XAB(I),GBB(I),BBB(I),LTA(I),
     FLTB(I),I=1,13)
      READ(5,444)(PGEN(I),I=1,6)
      READ(5,444)(PGEN(I),I=8,14)
  444 FORMAT (7F7.2)
      DO 5 I=1,10
      PINJ(I)=-PD(I)
    5 QINJ(I)=-QD(I)
      READ(5,333)QINJ(1),QINJ(2),QINJ(6),QINJ(8),QINJ(9),QINJ(10)
      DO 4 I=1,10
      VBR (I)=240.0
    4 VBI(I)=0.0
      VBR(4)=231.94
      X(1)=QINJ(1)
      X(2)=QINJ(2)
      X(3)=QINJ(6)
      X(4)=QINJ(8)
      X(5)=QINJ(9)
      X(6)=QINJ(10)
      X(7)=VBR(4)
      DO 1 I=1,6
    1 X(I+7)=PGEN(I)
      DO 2 I=7,13
    2 X(I+7)=PGEN(I+1)
      DO 3 I=1,20
    3 E(I)=0.01
      CALL POWEL(X,E,20,F,5000.,3,1,100,WOO)
      FF=0.0
      DO 6 I=1,NG
    6 FF=FF+A1(I)*PGEN(I)+A2(I)*PGEN(I)**2
  300 FORMAT(1H1,10X,22HOPTIMAL BRÄNSLEKOSTNAD/7X,
     *  25HINKL.STRAFF    EXKL.STRAFF/2X,2F15.4)
      WRITE(6,300) F,FF
      WRITE(6,301)(VB(I),I=1,10)
      WRITE(6,302)(PINJ(I),QINJ(I),I=1,10)
      WRITE(6,303)(PGEN(I),I=1,14)
  303 FORMAT (///5X,15HGENERATOREFFEKT,/(5X,F6.2))
  200 FORMAT(3F5.2)
  201 FORMAT(2I5,2F5.1)
  333 FORMAT(6F5.2)
  101 FORMAT(2F5.1)
  301 FORMAT(///5X,22HKNUTPUNKTSSPÄNNINGARNA,(/10X,F6.2))
  100 FORMAT(F5.3,F10.5,4F5.1)
  302 FORMAT(///5X,34HAKTIV OCH REAKTIV KNUTPUNKTSEFFEKT,/(8X,F7.2,7X,
     *F7.2))
  102 FORMAT(F5.1,F5.4,2F5.2,F5.1,F5.4,2I2)
      STOP
      END
```

```fortran
      SUBROUTINE WOO(N,X,F)
     COMMON A1,A2,PMIN,PMAX,PG   ,QMIN,QMAX,     PD,QD,GAA,BAA,RAB,XAB,
    FGBB,BBB,LTA,LTB,PINJ,QINJ,VBR,VBI,CV,CACT,CPAS,NG,NB,VBMAX,VBMIN
    F,VB
      DIMENSION QINJ(10),PINJ(10),VBR(10),VBI(10),PG(14),X(20),PD(10),
    *   A1(14),A2(14),PMIN(14),PMAX(14),QMIN(14),QMAX(14),GAA(13),
    *   BAA(13),RAB(13),XAB(13),GBB(13),BBB(13) ,LTA(13),LTB(13),QD(10)
    F,VB(10)
     DATA IPRINT/2/
     EXTERNAL NRLFR
     QINJ(1)=X(1)
     QINJ(2)=X(2)
     QINJ(6)=X(3)
     QINJ(8)=X(4)
     QINJ(9)=X(5)
     QINJ(10)=X(6)
     VBR(4)=X(7)
     DO 70 I=1,6
  70 PG(I)=X(I+7)
     DO 77 I=7,13
  77 PG(I+1)=X(I+7)
     PINJ(1)=PG(1)
     PINJ(2)=PG(2)+PG(3)
     PINJ(6)=PG(8)+PG(9)-PD(6)
     PINJ(8)=PG(10)+PG(11)-PD(8)
     PINJ(9)=PG(12)+PG(13)-PD(9)
       PINJ(10)=PG(14)
     CALL NRLFR(GAA,BAA,RAB,XAB,GBB,BBB,LTA,LTB,PINJ,QINJ,VBR,VBI,
    *1E-3,10,13,4,50,IPRINT,JFAIL)
     IF(IPRINT.LT.2) IPRINT=IPRINT+1
     PG(7)=PINJ(4)-PG(4)-PG(5)-PG(6)+PD(4)
     F=0
     DO 10 I=1,NG
       Z=PG(I)
  10   F=F+A1(I)*Z+A2(I)*Z*Z
     DO 20 I=1,NB
       VB(I)=SQRT(VBR(I)**2+VBI(I)**2)
       IF (VB(I).GT.VBMAX) F=F+CV*(VB(I)-VBMAX)**2
       IF (VB(I).LT.VBMIN) F=F+CV*(VB(I)-VBMIN)**2
     PAS=QINJ(I)+QD(I)
       IF (PAS.LT.  QMIN(I)) F=F+CPAS*(PAS-  QMIN(I))**2
       IF (PAS.GT.  QMAX(I)) F=F+CPAS*(PAS-  QMAX(I))**2
  20 CONTINUE
     DO 15 I=1,NG
       ACT=PG(I)
       IF (ACT.LT.  PMIN(I)) F=F+CACT*(ACT-  PMIN(I))**2
       IF (ACT.GT.  PMAX(I)) F=F+CACT*(ACT-  PMAX(I))**2
  15 CONTINUE
     IF (JFAIL.NE.0) N=0
     RETURN
     END
```

```
      SUBROUTINE NRLFP(GAA,BAA,RAB,XAB,GBB,BBB,LTA,LTB,PINJ,QINJ,VBR,
     1VBI,EPS,NB,NL,IS,MAXIT,IPRINT,JFAIL)
      PARAMETER MB=16,MX=2*(MB-1)
C
      COMPLEX Y(MB,MB),SMM(MB),VB(MB),DV(MB),IB(MB),                        1
     1SA,SB,SL,ETT,NOLL,SINJ
C
      DIMENSION GAA(1),BAA(1),RAB(1),XAB(1),GBB(1),BBB(1),
     1LTA(1),LTB(1),PINJ(1),QINJ(1),VBR(1),VBI(1),INDEX(MB),
     2A(MX,MX),B(MX),X(MX)
C
      DATA NOLL/(0.0,0.0)/,ETT/(1.0,0.0)/,LP/6/,JJAC/1/,EPSJ/1.0E-7/
C
      IF(NB.GT.MB) GO TO 10
      IF(NB) 10,10,30
   10 WRITE(LP,20) NB
   20 FORMAT(5H NB =,I5,9H IN NRLFP)
      GO TO 990
   30 IF(NL) 40,40,60
   40 WRITE(LP,50)
   50 FORMAT(5H NL =,I5,9H IN NRLFP)
      GO TO 990
   60 IF(IPRINT-1) 70,70,200
   70 WRITE(LP,80)
   80 FORMAT(20H1PRINTOUT FROM NRLFP/1X,19(1H*)//
     123H TRANSMISSION-LINE DATA/1X,22(1H-)/
     210H      LINE
     3,10H     A-END
     4,10H     B-END,5X
     5,15H          GAA
     6,15H          BAA
     7,15H          RAB
     8,15H          XAB
     9,15H          GBB
     1,15H          BBB
     2)
      DO 90 I=1,NL
   90 WRITE(LP,100) I,LTA(I),LTB(I),GAA(I),BAA(I),RAB(I),XAB(I),
     1GBB(I),BBB(I)
  100 FORMAT(3I10,6F15.3)
      WRITE(LP,110)
  110 FORMAT(42H1INITIAL BUS VOLTAGES AND POWER INJECTIONS/
     11X,41(1H-)/
     110H       BUS
     2,15H    REAL(VB(I))
     3,15H    IMAG(VB(I))
     4,15H        PINJ(I)
     5,15H        QINJ(I)
     6)
      DO 160 I=1,NB
      IF(I-IS) 120,140,120
  120 WRITE(LP,130) I,VBR(I),VBI(I),PINJ(I),QINJ(I)
  130 FORMAT(I10,4F15.5)
      GO TO 160
  140 WRITE(LP,150) I,VBR(I),VBI(I)
  150 FORMAT(I10,2F15.5,5X,10H SLACK BUS)
  160 CONTINUE
C
C     FORM YBUS-MATRIX
C
  200 DO 210 I=1,NB
      DO 210 J=1,NB
  210 Y(I,J)=NOLL
      DO 220 I=1,NL
      SL=ETT/CMPLX(RAB(I),XAB(I))
      SA=SL+CMPLX(GAA(I),BAA(I))
      SB=SL+CMPLX(GBB(I),BBB(I))
      II=LTA(I)
      JJ=LTB(I)
```

```
      Y(JJ,II)=Y(JJ,II)-SL
      Y(II,II)=Y(II,II)+SA
  220 Y(JJ,JJ)=Y(JJ,JJ)+SB
      IF(IPRINT) 230,230,250
  230 WRITE(LP,240)
  240 FORMAT(12H1YBUS-MATRIX/1X,11(1H-)/)
C
      CALL CMAPRI(Y,NB,NB,MB)
C
C     COMPUTE BUS INDEX
C
  250 II=1
      DO 270 I=1,NB
      IF(I-IS) 260,270,260
  260 INDEX(II)=I
      II=II+1
  270 VB(I)=CMPLX(VBR(I),VBI(I))
      IJAC=JJAC-1
      JFAIL=0
      NX=NB-1
      NXX=2*NX
      DV(IS)=NOLL
C
C     START THE ITERATION
C
      DO 570 K=1,MAXIT
C
C     COMPUTE APPARENT POWER MISMATCH
C
      SMMM=0.0
      DO 340 I=1,NB
      SL=NOLL
      DO 310 J=1,NB
  310 SL=SL+Y(I,J)*VB(J)
      IB(I)=SL
      SINJ=VB(I)*CONJG(SL)
      IF(I-IS) 330,320,330
  320 PINJ(I)=REAL(SINJ)
      QINJ(I)=AIMAG(SINJ)
  330 SMM(I)=CMPLX(PINJ(I),QINJ(I))-SINJ
  340 SMMM=AMAX1(SMMM,CABS(SMM(I)))
      IF(IPRINT-1) 350,350,390
  350 WRITE(LP,360) K,(VB(I),I=1,NB)
  360 FORMAT(//19H ITERATION NUMBER =,I5/1X,18(1H-)/
     110X,12HBUS VOLTAGES/(10X,10F12.5))
      WRITE(LP,370) (SMM(I),I=1,NB)
  370 FORMAT(/10X,23HAPPARENT POWER MISMATCH/(10X,10F12.5))
      WRITE(LP,380) SMMM
  380 FORMAT(/10X,31HMAXIMUM APPARENT POWER MISMATCH/10X,2F12.5)
  390 IF(SMMM-EPS) 600,600,400
C
C     CALCULATE THE ELEMENTS OF THE JACCOBIAN IF IJAC=JJAC
  400 IJAC=IJAC+1
      IF(JJAC-IJAC) 410,410,470
  410 DO 440 I=1,NX
      II=INDEX(I)
      DO 430 J=1,NX
      JJ=INDEX(J)
      SL=VB(II)*CONJG(Y(II,JJ))
      A(I,J)=REAL(SL)
      A(I,J+NX)=AIMAG(SL)
      A(I+NX,J)=AIMAG(SL)
      A(I+NX,J+NX)=-REAL(SL)
      IF(I-J) 430,420,430
  420 A(I,I)=A(I,I)+REAL(IB(II))
      A(I,I+NX)=A(I,I+NX)+AIMAG(IB(II))
      A(I+NX,I)=A(I+NX,I)-AIMAG(IB(II))
      A(I+NX,I+NX)=A(I+NX,I+NX)+REAL(IB(II))
```

3

```
  440 CONTINUE
      IJAC=0
      IF(IPRINT) 450,450,470
  450 WRITE(LP,460)
  460 FORMAT(1H1,9X,13HTHE JACCOBIAN/10X,13(1H-)/)
      CALL MAPRI(A,NXX,NXX,MX)
  470 DO 480 I=1,NX
      II=INDEX(I)
      B(I)=REAL(SMM(II))
  480 B(I+NX)=AIMAG(SMM(II))
C
C     SOLVE THE EQUATION A*DV=SMM
C
  500 CALL DECOM(A,NXX,MX,EPSJ,ISING)
      IF(ISING) 510,530,510
  510 JFAIL=1
      WRITE(LP,520)
  520 FORMAT(26H THE JACCOBIAN IS SINGULAR)
      GO TO 990
  530 CALL SOLVB(B,X,NXX,1,MX)
      DO 540 I=1,NX
      II=INDEX(I)
      DV(II)=CMPLX(X(I),X(I+NX))
  540 VB(II)=VB(II)+DV(II)
      IF(IPRINT) 550,550,570
  550 WRITE(LP,560) (DV(I),I=1,NB)
  560 FORMAT(10X,19HVOLTAGE CORRECTIONS/(10X,10F12.5))
  570 CONTINUE
      WRITE(LP,580) MAXIT
  580 FORMAT(22H NO CONVERGENCE AFTER,I5,11H ITERATIONS)
      JFAIL=-1
      GO TO 990
C
C     PRINT OUT THE RESULTS
C
  600 DO 605 I=1,NB
      VBR(I)=REAL(VB(I))
  605 VBI(I)=AIMAG(VB(I))
      IF(IPRINT-1) 610,610,990
  610 WRITE(LP,620)
  620 FORMAT(33H1RESULT OF LOAD-FLOW CALCULATIONS/1X,32(1H-)/
     110H       BUS
     2,15H    REAL(VB(I))
     3,15H    IMAG(VB(I))
     4,15H        PINJ(I)
     5,15H        QINJ(I)
     6,15H        DELP(I)
     6,15H        DELP(I)
     7,15H        DELQ(I)
     8)
      DO 630 I=1,NB
  630 WRITE(LP,640) I,VBR(I),VBI(I),PINJ(I),QINJ(I),SMM(I)
  640 FORMAT(I10,6F15.5)
  990 RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE ELDNL(A1,A2,PMIN,PGEN,PMAX,PDEM,EPS,COST,NG,IPRINT)
C
      DIMENSION A1(1),A2(1),PMIN(1),PGEN(1),PMAX(1)
C
      DATA LP/6/
C
      IF(NG) 10,10,30
   10 WRITE(LP,20) NG
   20 FORMAT(4H NG=,I5,9H IN ELDNL)
```

```
      GO TO 990
   30 IF(IPRINT-1) 40,40,100
   40 WRITE(LP,50)
   50 FORMAT(20H1PRINTOUT FROM ELDNL/1X,19(1H*)/)
      WRITE(LP,60)
   60 FORMAT(26H GENFRATOR CHARACTERISTICS/1X,25(1H-)/
     110H GENERATOR
     2,15H          PMIN
     3,15H          PMAX
     4,15H           A1
     5,15H           A2
     6)
      DO 70 I=1,NG
   70 WRITE(LP,80) I,PMIN(I),PMAX(I),A1(I),A2(I)
   80 FORMAT(I7,2F15.1,F15.3,F15.5)
      WRITE(LP,90) PDEM
   90 FORMAT(15H TOTAL DEMAND =,F22.1)
C
C     COMPUTE MINIMUM AND MAXIMUM CAPACITY
C
  100 PGMIN=0.0
      PGMAX=0.0
      DO 110 I=1,NG
      PGMIN=PGMIN+PMIN(I)
  110 PGMAX=PGMAX+PMAX(I)
      PGB=PGMAX-PDEM
      IF(PGB) 130,150,150
  130 WRITE(LP,140)
  140 FORMAT(58H POWER DEMAND GREATER THAN SUM OF MAXIMUM PERMISSIBLE PO
     1ER)
      GO TO 990
  150 IF(PDEM-PGMIN) 160,200,200
  160 WRITE(LP,170)
  170 FORMAT(56H POWFR DEMAND LESS THAN SUM OF MINIMUM PERMISSIBLE POWER
     1)
      GO TO 990
C
C     SOLVE THE PROBLEM IF ONLY ONE GENERATOR
C
  200 IF(NG-1) 210,210,220
  210 PGEN(1)=PDEM
      GO TO 400
C
C     COMPUTE INCREMENTAL COST AT MAXIMUM LOAD
C
  220 ALB=A1(1)+2.0*A2(1)*PMAX(1)
      DO 230 I=2,NG
  230 ALB=AMAX1(ALB,(A1(I)+2.0*A2(I)*PMAX(I)))
C
C     PERFORME UNCONSTRAINED MINIMIZATION
C
      SA=0.0
      SB=0.0
      DO 240 I=1,NG
      SA=SA+A1(I)/A2(I)
      SB=SB+1.0/A2(I)
  240 CONTINUE
      SA=SA+2.0*PDEM
      ALA=SA/SB
C
C     DETERMINE FEASIBLE LOADS
C
      ITER=0
  300 ITER=ITER+1
      COST=0.0
      PGA=0.0
      DO 345 I=1,NG
      PGEN(I)=0.5*(ALA-A1(I))/A2(I)
      IF(PGEN(I)-PMIN(I)) 310,320,320
```

```
  310 PGEN(I)=PMIN(I)
      GO TO 340
  320 IF(PMAX(I)-PGEN(I)) 330,340,340
  330 PGEN(I)=PMAX(I)
  340 PGA=PGA+PGEN(I)
  345 COST=COST+A1(I)*PGEN(I)+A2(I)*PGEN(I)**2
      PGA=PGA-PDEM
      IF(IPRINT) 350,350,380
  350 WRITE(LP,360) ITER,ALA,PGA,COST
  360 FORMAT(15H ITERATION NR =,I22/19H INCREMENTAL COST =,F18.5/
     117H POWER MISMATCH =,F20.5/13H TOTAL COST =,F24.5)
      WRITE(LP,370) (PGEN(I),I=1,NG)
  370 FORMAT(22H COMPUTED ACTIVE POWER/(7X,5F15.3))
C
C     TEST ON CONVERGENCY
C
  380 IF(EPS*PDEM-ABS(PGA)) 390,390,400
C
C     COMPUTE A NEW LAMBDA
C
  390 ALN=ALA+PGA*(ALB-ALA)/(PGA-PGB)
      PGB=PGA
      ALB=ALA
      ALA=ALN
      GO TO 300
  400 IF(IPRINT-1) 410,410,990
  410 WRITE(LP,420)
  420 FORMAT(//23H RESULT OF OPTIMIZATION/1X,22(1H-)/
     110H GENERATOR,10H      PGEN)
      DO 430 I=1,NG
  430 WRITE(LP,440) I,PGEN(I)
  440 FORMAT(I7,F15.3)
      WRITE(LP,450) ALA,PGA,COST
  450 FORMAT(19H INCREMENTAL COST =,F18.5/
     117H POWER MISMATCH =,F20.5/13H TOTAL COST =,F24.5)
  990 RETURN
      END
```

Newton-Raphson method using Y_{BUS}

The load flow problem can be solved by the Newton-Raphson method using a set of nonlinear equations to express the specified real and reactive powers in terms of bus voltages (Van Ness and Griffin, 1961). The power at bus p is

$$P_p - jQ_p = E_p^* I_p \tag{8.3.8}$$

Substituting from the network performance equation (8.3.2) for I_p in (8.3.8),

$$P_p - jQ_p = E_p^* \sum_{q=1}^{n} Y_{pq} E_q \tag{8.3.9}$$

Since $E_p = e_p + jf_p$ and $Y_{pq} = G_{pq} - jB_{pq}$, equation (8.3.9) becomes

$$P_p - jQ_p = (e_p - jf_p) \sum_{q=1}^{n} (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q)$$

Separating the real and imaginary parts,

$$\begin{aligned} P_p &= \sum_{q=1}^{n} \{e_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \\ Q_p &= \sum_{q=1}^{n} \{f_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \end{aligned} \tag{8.3.10}$$

This formulation results in a set of nonlinear simultaneous equations, two for each bus of the system. The real and reactive powers P_p and Q_p are known and the real and imaginary components of voltage e_p and f_p are unknown for all buses except the slack bus, where the voltage is specified and remains fixed. Thus there are $2(n-1)$ equations to be solved for a load flow solution.

The Newton-Raphson method requires that a set of linear equations be formed expressing the relationship between the changes in real and reactive powers and the components of bus voltages as follows:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \cdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \hline \Delta Q_1 \\ \cdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \dfrac{\partial P_1}{\partial e_1} & \cdots & \dfrac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \dfrac{\partial P_1}{\partial f_1} & \cdots & \dfrac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dfrac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} & \cdots & \dfrac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \dfrac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} & \cdots & \dfrac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \hline \dfrac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \cdots & \dfrac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \cdots & \dfrac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dfrac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} & \cdots & \dfrac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \dfrac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} & \cdots & \dfrac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \cdots \\ \Delta e_{n-1} \\ \hline \Delta f_1 \\ \cdots \\ \Delta f_{n-1} \end{bmatrix} \tag{8.3.11}$$

where the coefficient matrix is the Jacobian and the nth bus is the slack. In matrix form, equation (8.3.11) is

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \hline \Delta Q \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} J_1 & J_2 \\ \hline J_3 & J_4 \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta e \\ \hline \Delta f \end{bmatrix}$$

Equations for determining the elements of the Jacobian can be derived from the bus power equations. The real power from equation (8.3.10) is

$$\begin{aligned} P_p = {} & e_p(e_p G_{pp} + f_p B_{pp}) + f_p(f_p G_{pp} - e_p B_{pp}) \\ & + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} \{e_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq})\} \end{aligned} \tag{8.3.12}$$

$$p = 1, 2, \ldots, n-1$$

Differentiating, the off-diagonal elements of J_1 are

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_q} = e_p G_{pq} - f_p B_{pq} \qquad q \neq p$$

and the diagonal elements of J_1 are

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = 2e_p G_{pp} + f_p B_{pp} - f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \tag{8.3.13}$$

However, the equation for the current at bus p is

$$I_p = c_p + jd_p = (G_{pp} - jB_{pp})(e_p + jf_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q)$$

which can be separated into the real and imaginary parts

$$\begin{aligned} c_p &= e_p G_{pp} + f_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) \\ d_p &= f_p G_{pp} - e_p B_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \end{aligned} \tag{8.3.14}$$

$$p = 1, 2, \ldots, n-1$$

Therefore, the expression for the diagonal elements of J_1 can be simplified by substituting the real component of current c_p in equation (8.3.13) to obtain

$$\frac{\partial P_p}{\partial e_p} = e_pG_{pp} - f_pB_{pp} + c_p$$

From equation (8.3.12), the off-diagonal elements of J_2 are

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_q} = e_pB_{pq} + f_pG_{pq} \qquad q \neq p$$

and the diagonal elements of J_2 are

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_pB_{pp} + 2f_pG_{pp} - e_pB_{pp} + \sum_{\substack{q=1\\q\neq p}}^{n} (f_qG_{pq} - e_qB_{pq}) \tag{8.3.15}$$

The imaginary component of current from equation (8.3.14) is substituted in (8.3.15) to obtain

$$\frac{\partial P_p}{\partial f_p} = e_pB_{pp} + f_pG_{pp} + d_p$$

The reactive power from equation (8.3.10) is

$$\begin{aligned} Q_p = f_p(e_pG_{pp} + f_pB_{pp}) - e_p(f_pG_{pp} - e_pB_{pp}) \\ + \sum_{\substack{q=1\\q\neq p}}^{n} \{f_p(e_qG_{pq} + f_qB_{pq}) - e_p(f_qG_{pq} - e_qB_{pq})\} \end{aligned} \tag{8.3.16}$$

$$p = 1, 2, \ldots, n-1$$

Differentiating, the off-diagonal elements of J_3 are

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_q} = e_pB_{pq} + f_pG_{pq} \qquad q \neq p$$

and the diagonal elements of J_3 are

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = f_pG_{pp} - f_pG_{pp} + 2e_pB_{pp} - \sum_{\substack{q=1\\q\neq p}}^{n} (f_qG_{pq} - e_qB_{pq}) \tag{8.3.17}$$

The imaginary component of current from equation (8.3.14) is substituted in equation (8.3.17) to obtain

$$\frac{\partial Q_p}{\partial e_p} = e_pB_{pp} + f_pG_{pp} - d_p$$

From equation (8.3.16), the off-diagonal elements of J_4 are

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_q} = -e_pG_{pq} + f_pB_{pq} \qquad q \neq p$$

and the diagonal elements of J_4 are

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = e_pG_{pp} + 2f_pB_{pp} - e_pG_{pp} + \sum_{\substack{q=1\\q\neq p}}^{n} (e_qG_{pq} + f_qB_{pq}) \tag{8.3.18}$$

The real component of current from equation (8.3.14) is substituted in equation (8.3.18) to obtain

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f_p} = -e_pG_{pp} + f_pB_{pp} + c_p$$

Given an initial set of bus voltages, the real and reactive powers are calculated from equations (8.3.10). The changes in power are the differences between the scheduled and calculated values

$$\begin{aligned} \Delta P_p^k &= P_{p\,(\text{scheduled})} - P_p^k \\ \Delta Q_p^k &= Q_{p\,(\text{scheduled})} - Q_p^k \qquad p = 1, 2, \ldots, n-1 \end{aligned}$$

The estimated bus voltages and calculated powers are used to compute bus currents in order to evaluate the elements of the Jacobian. The linear set of equations (8.3.11) can be solved for Δe_p and Δf_p, $p = 1, 2, \ldots, n-1$, by a direct or an iterative method. Then, the new estimates for bus voltages are

$$\begin{aligned} e_p^{k+1} &= e_p^k + \Delta e_p^k \\ f_p^{k+1} &= f_p^k + \Delta f_p^k \end{aligned}$$

The process is repeated until ΔP_p^k and ΔQ_p^k for all buses are within a specified tolerance. The sequence of steps for the load flow solution by the Newton-Raphson method is shown in Fig. 8.5.

The Newton-Raphson method can be applied also to solve the load flow problem when the equations are expressed in polar coordinates. In polar coordinates

$$E_p = |E_p|\epsilon^{j\delta_p} \qquad \text{and} \qquad Y_{pq} = |Y_{pq}|\epsilon^{-j\theta_{pq}}$$

Substituting in equation (8.3.9), the power at bus p is

$$P_p - jQ_p = \sum_{q=1}^{n} |E_pE_qY_{pq}|\epsilon^{-j(\theta_{pq}+\delta_p-\delta_q)}$$

Since $\epsilon^{-j(\theta_{pq}+\delta_p-\delta_q)} = \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) - j\sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$, the real and imaginary components of power are

$$\begin{aligned} P_p &= \sum_{q=1}^{n} |E_pE_qY_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \\ Q_p &= \sum_{q=1}^{n} |E_pE_qY_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \qquad p = 1, 2, \ldots, n-1 \end{aligned} \tag{8.3.19}$$

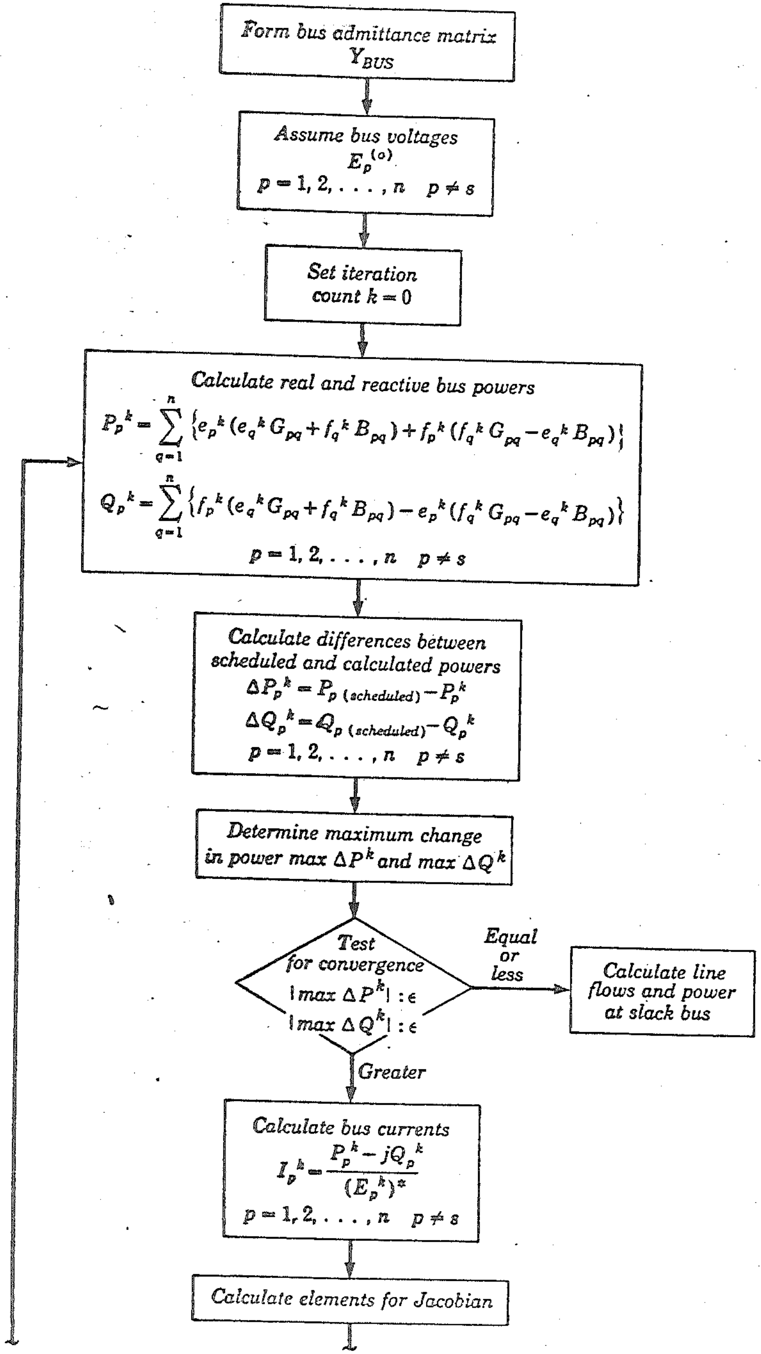


Fig. 8.5 *Load flow solution by the Newton-Raphson method using Y_{BUS}.*

The elements of the Jacobian are calculated from equations (8.3.19) and are

For J_1:

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} = |E_p E_q Y_{pq}| \sin (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \qquad q \neq p$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial \delta_p} = - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} |E_p E_q Y_{pq}| \sin (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

For J_2:

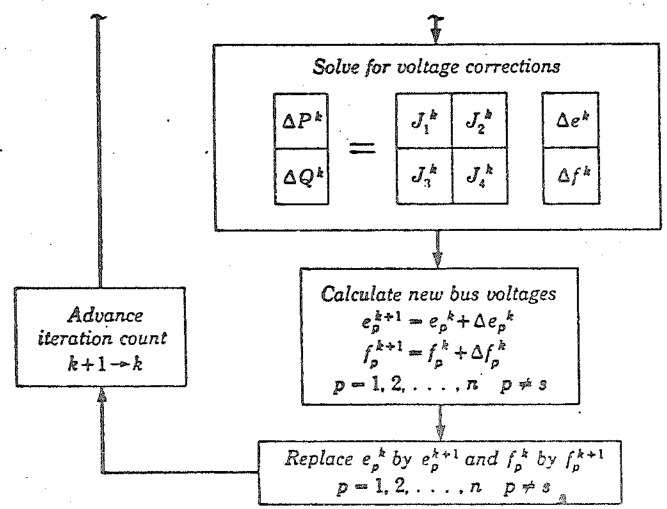
$$\frac{\partial P_p}{\partial |E_q|} = |E_p Y_{pq}| \cos (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \qquad q \neq p$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial |E_p|} = 2|E_p Y_{pp}| \cos \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} |E_q Y_{pq}| \cos (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$

For J_3:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} = -|E_p E_q Y_{pq}| \cos (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \qquad q \neq p$$

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} = \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^{n} |E_p E_q Y_{pq}| \cos (\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q)$$



Appendix

REGLERTEKNIK-SYSTEMTEKNIK

Projektgruppen för kraftsystem

EKONOMISK BELASTNINGSFÖRDELNING

1. Inledning

Det ekonomiska belastningsfördelningsproblemet, dvs problemet att minimera de momentana produktionskostnaderna i ett kraftsystem ägnas allt större uppmärksamhet i Sverige pga den pågående utbyggnaden av värme och kärnkraft. Det allmänna problemet formulerades av Charpentier [1] på EdF. Problemet är ett statiskt optimeringsproblem med bivillkor. De oberoende variablerna är:

1) De enskilda generatorernas aktiva uteffekter, som bestämmer den aktiva inmatningen i nätets knutpunkter.
2) Knutpunktsspänningarna, som bestämmer den reaktiva inmatningen i nätets knutpunkter.

De bivillkor som skall vara uppfyllda är nätekvationerna samt villkor att generatorerna och ledningar ej får överbelastas.

De nödvändiga villkoren för optimum ges av Kuhn-Tucker teoremet [2] ; som formuleras senare.

Viktiga bidrag till den numeriska behandlingen av det ekonomiska lastfördelningsproblemet har lämnats av Peschon, Piercy, Tinney, Tveit, och Cuénod [3] samt Shen och Laughton [4].

I projektgruppen skall vi behandla ett testexempel, som utarbetats inom CIGRE, och som distribuerats till medlemmar i syfte att jämföra olika lösningsmetoder för det ekonomiska lastfördelningsproblemet.

2. Funktionsminimering

I detta avsnitt skall vi formulera några satser, som är användbara vid funktionsminimering. Först behandlas problem utan bivillkor och sedan problem med bivillkor.

Sats 1 (Fermat eller Kepler)

Låt $f:R^n \to R$ vara deriverbar och ha optimum i x_o. Då gäller att $f'(x_o) = 0$

Sats 2

Om $f:R^n \to R$ är två gånger deriverbar, $f'(x)=0$ samt $f''(x)$ positivt definit i x_o så har f ett isolerat lokalt minimum i x_o.

Sats 3 (Kuhn-Tucker)

Antag att $f:R^n \to R$ har lokalt optimum i x_o under bivillkor $g_i(x) \leq 0$ $i=1,2,\ldots,m$. Då (under lämpliga förutsättningar på g_i) existerar $\lambda_i \geq 0$ så att

$$f'(x_o) + \lambda^T g'(x_o) = 0$$
$$\lambda^T g(x_o) = 0$$

Sats 4

Låt $f:R^n \to R$ och $g:R^n \to R^m$ båda vara två gånger deriverbara. Om för $x_o \in M$ gäller:

1) Att det existerar $\lambda_i \geq 0$ sådana att

$$f'(x_o) + \lambda^T g'(x_o) = 0$$
$$\lambda^T g(x_o) = 0$$

2) $h \in T_x^t M$, $f'(x_o)h=0$ $(f''(x_o) + \lambda^T g''(x_o)) \cdot (h,h) > 0$ $h \neq 0$ så har f ett isolerat lokalt minimum i x_o relativt M.

Numeriska metoder

1) Sökmetoder

2) Steepest descent

3) Newton-Raphson

4) Konjugerade riktningar, variabel metrik

Almänna begrepp

1) Iterativa metoder

$$x_{i+1}=x_i+\alpha_i s_i$$

s_i sökriktning

α_i "steglängd"

2) Stabilitet

En minimeringsmetod säges vara stabil om $f(x_{i+1})\leq f(x_i)$

3) Konjugerade riktningar

Den kanske naturligaste modellen för en funktion är den kvadratiska

$$f(x)=a+b^T x+\tfrac{1}{2}x^T Ax \qquad A=A^T$$

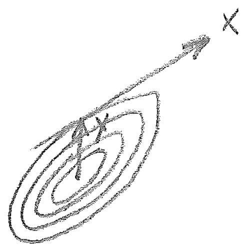
Definition: Två vektorer x och y säges vara konjugerade map A om

$$x^T Ay=0$$

Geometrisk tolkning

Låt $f(x)=x^T Ax$. Nivåkurvorna $f(x)=c$ är då ellipser.

I figuren är x och y konjugerade



Praktisk innebörd

Om man vid minimering av kvadratiska funktioner i n dimensioner väljer sökriktningarna konjugerade så finner man minimipunkten efter n val av sökriktningar.

3. Testexempel

Kraftsystemet består av 10 knutpunkter och 13 överföringsledningar, som är sammankopplade enligt fig. 1. Den nominella spänningen är 225 kV. Belastningarna är de som erhålles under topplasttimmen under en vecka. Den totala belastningen uppgår till 1950 MW. Det antas att det i en överordnad planeringsrutin har bestämts att 14 generatorer skall vara i drift, fördelade på de olika knutpunkterna enl. fig. 1.

Produktionskostnaderna för generatorerna är givna i form av bränsleförbrukning i Mcal per timme. Genom kurvanpassning till givna data kan kostnaderna skrivas

$$c=A_o+A_1P+A_2P^2$$

där c är kostnaden för en generator, p är uteffekten och A_o, A_1 och A_2 är koefficienter. Siffervärdena framgår av tabell 1.

Begränsningarna för aktiv och reaktiv effekt framgår av tabell 2. Knutpunktsspänningarna får variera mellan 205 kV och 240 kV.

4. Referenser

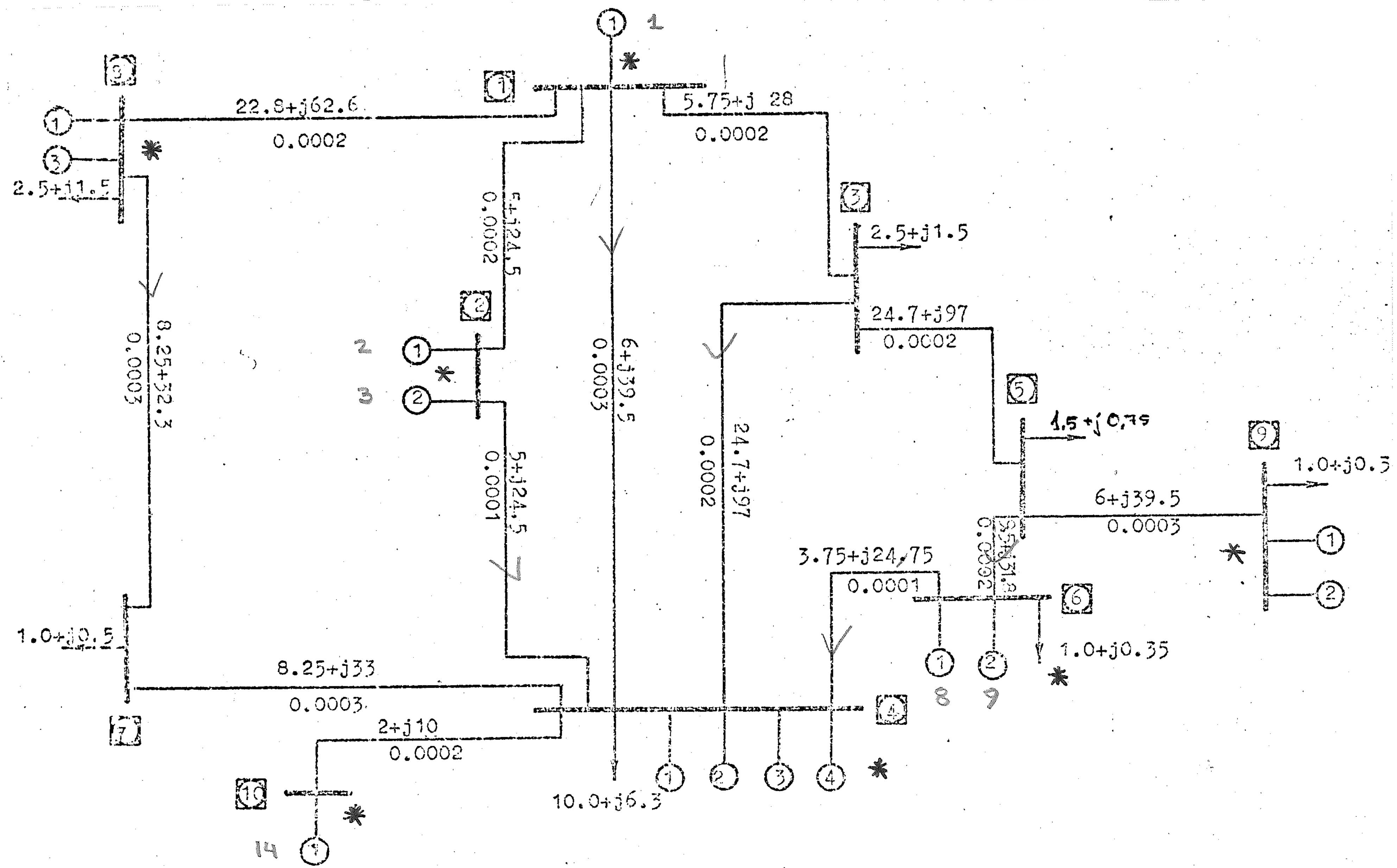
[1] Charpentier, J. "Contribution a l´étude du dispatching économique", Bull.Soc.Franc.Elect., ser. 8, vol. 3 August 1962

[2] Kuhn, H.W. & Tucker, A.W., "Nonlinear programming" Proc. Second Berkely symposium on Math. Stat. and Prob., University of California Press, Berkely, Calif. 1951.

[3] Peschon,J.,Piercy,D.S., Tinney,W.F., Tveit,O.J. & Cuénod, M. "Optimum Control of Reactive Power Flow", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-87, No. 1, January 1968, pp 40-48.

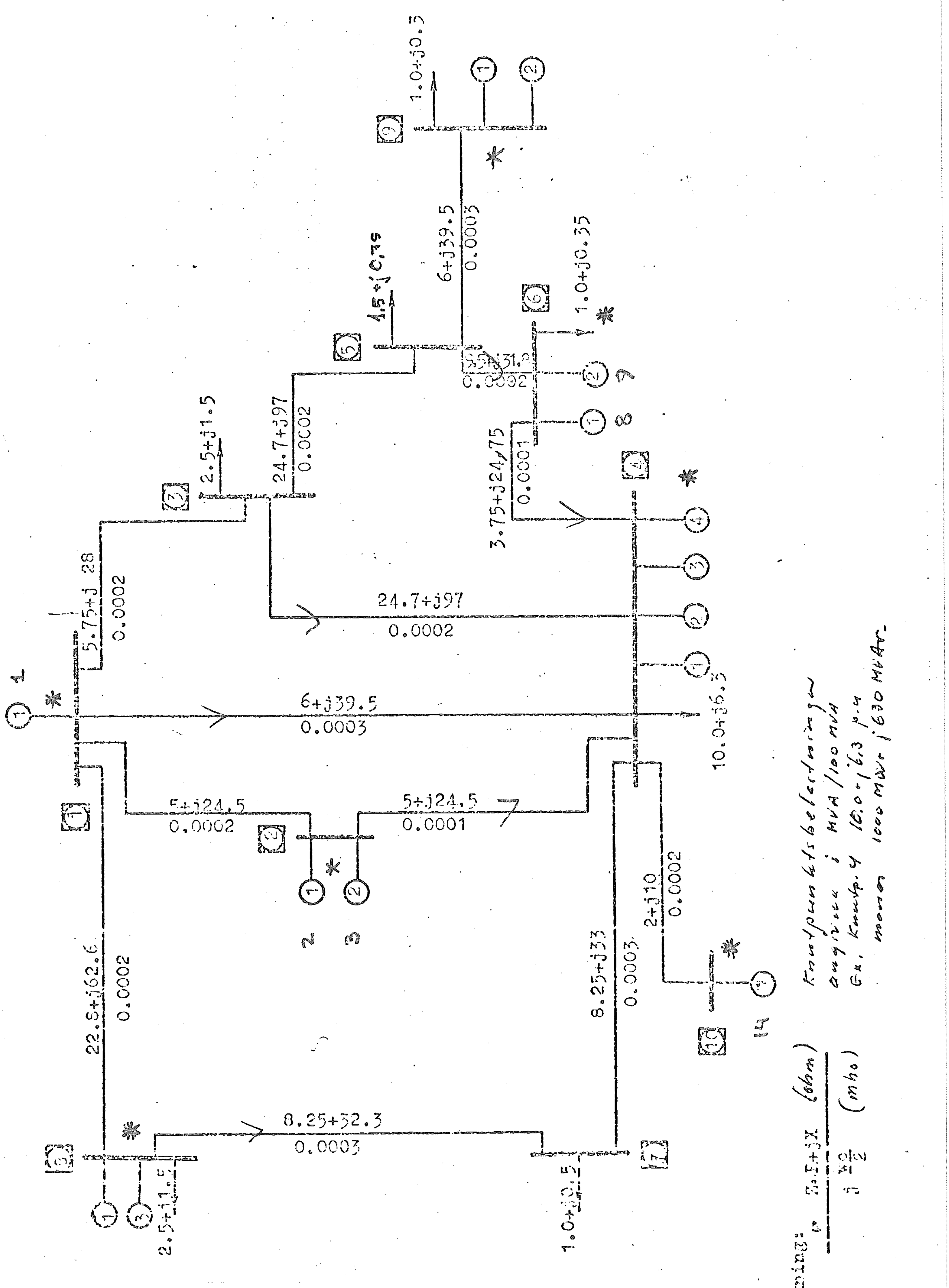
[4] Shen,C.M. & Laughton, M.A. "Determination of optimum power-system operating conditions under constraints" Proc. IEE, Vol. 116, No. 2, February 1969, pp 225-239.

Figur 1. Kraftsystemet



Beteckning: $\frac{Z=R+jX \quad (ohm)}{j\frac{\omega C}{2} \quad (mho)}$

Knutpunktsbelastningar angivna i MVA/100 MVA
Ex. Knutp. 4 10,0+j6,3 p.u
menar 1000 MW+j630 MVAr.



Figur 1. Kraftsystemet

Generator no	A_1 (Gcal/h/MWh)	A_2 (Gcal/h/MW^2)
1-1	0,773	0,00340
2-1	0,395	0,00443
-2	0,538	0,00407
4-1	0,768	0,00350
-2	0,623	0,00384
-3	0,636	0,01008
-4	0,696	0,00978
6-1	0,675	0,01033
-2	0,803	0,00966
8-1	0,394	0,00392
-3	1,567	0,00623
9-1	1,513	0,00602
9-2	0,678	0,00773
10-1	0,489	0,00393

Tabell 1. Kostnadskoefficienterna för rörlig produktionskostnad

Generator no	P_{min} (MW)	P_{max} (MW)	Q_{min} (MVAr)	Q_{max} (MVAr)
1-1	80	217	-24	120
2-1	80	217	-24	120
-2	80	217	-24	120
4-1	80	217	-24	120
-2	80	217	-24	120
-3	40	108	-15	75
-4	40	108	-15	75
6-1	40	108	-15	75
-2	40	108	-15	75
8-1	80	217	-24	120
-3	40	108	-15	75
9-1	30	72	- 8	40
-2	40	108	-15	75
10-1	80	217	-24	120

Tabell 2. Begränsningar för aktiv och reaktiv effekt

```
      SUBROUTINE ELDNL(A1,A2,PMIN,PGEN,PMAX,PDEM,EPS,COST,NG,IPRINT)
C
C     COMPUTES A SOLUTION TO
C
C     ************************************
C     * THE ECONOMIC LOAD DISPATCH PROBLEM *
C     * NEGLECTING THE TRANSMISSION LOSSES *
C     ************************************
C
C     REFERENCE, L.K. KIRCHMAYER, 'ECONOMIC OPERATIONS OF OF POWER SYSTEMS'
C
C     AUTHOR, STURE LINDAHL 1972-03-12
C
C     A1(I)          COEFFICIENTS IN THE GENERATOR COST FUNCTION
C     A2(I)          F(PG)=A1(I)*PG(I)+A2(I)*PG(I)**2
C     PMIN(I)        MINIMUM PERMISSIBLE ACTIVE POWER AT GENERATOR I
C     PGEN(I)        COMPUTED ACTIVE POWER AT GENERATOR I
C     PMAX(I)        MAXIMUM PERMISSIBLE ACTIVE POWER AT GENERATOR I
C     EPS            THE ITERATION IS TERMINATED WHEN
C                    THE POWER MISMATCH IS LESS THAN EPS*PDEM
C     COST           THE OPTIMAL COST
C     NG             NUMBER OF GENERATORS
C     IPRINT=0       MAXIMUM PRINTOUT FROM ELDNL
C     IPRINT=1       INPUT DATA AND RESULTS ARE PRINTED
C     IPRINT=2       NO PRINTOUT
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C              NONE
C
      DIMENSION A1(1),A2(1),PMIN(1),PGEN(1),PMAX(1)
C
      DATA LP/6/
C
```

```
      SUBROUTINE POWEL(X,E,N,F,ESCALE,IPRINT,ICON,MAXIT,CALCFX)
C
C     PERFORMS MINIMIZATION OF FUNCTIONS OF SEVERAL VARIABLES.ONLY FUNCTION
C     VALUES ARE USED.
C     REFERENCE   POWELL  COMP J 7  P.155
C     AUTHOR,IVAR GUSTAVSSON 15/2 1969
C
C     X-      A VECTOR DESCRIBING THE SEARCH SPACE.INITIALLY X IS SET TO THE
C             ROUGH ESTIMATE AND FINALLY RETURNS THE MINIMUM POINT WHEN
C             CONVERGED. MAX 10 VARIABLES
C     E-      A VECTOR DESCRIBING THE ACCURACY IN EACH DIMENSION TO WHICH
C             THE MINIMUM POINT IS TO BE FOUND
C     N-      NUMBER OF VARIABLES OF THE FUNCTION
C     F-      THE VALUE OF THE FUNCTION AT THE MINIMUM POINT IS RETURNED
C     ESCALE- THE SCALAR FACTOR GOVERNING THE MAXIMUM STEP TO BE TAKEN
C     IPRINT- CONTROLS THE OUTPUT      =1 NO OUTPUT
C                                      =2 FINISH EACH SEARCH
C                                      =3 FINISH EACH ITERATION
C     ICON-   CONTROLS THE CONVERGENCE CRITERIA
C             =1 ALL DIMENSIONS SLOW PROGRESS
C             =2 COMPLEX CRITERIA EXPOINDED IN ORIGINAL PAPER
C     MAXIT-  MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS TO BE DONE
C     CALCFX- A SUBROUTINE XXX(N,X,F), WHICH COMPUTES THE FUNCTION
C             VALUE F IN THE POINT X OF DIMENSION N.
C     INITIAL TRIAL   X(1) STEPPED TO X(1)+E(1)*ESCALE/10.  ETC.
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C           (CALCFX)
C
      DIMENSION X(1) ,E(1) ,DIR(21,20),SCAL(20),XCH(20),XS(20)
C
```

```
      SUBROUTINE GSLF(GAA,BAA,RAB,XAB,GBB,BBB,LTA,LTB,PINJ,QINJ,VBR,VBI,
     1EPS,NB,NL,IS,MAXIT,IPRINT,JFAIL)
C
C     COMPUTES A SOLUTION TO
C
C     ****************************
C     * THE LOAD-FLOW PROBLEM      *
C     * USING GAUSS-SEIDEL METHOD *
C     ****************************
C
C     REFERENCE, G.W. STAGG AND A.H. EL-ABIAD
C     'COMPUTER METHODS IN POWER SYSTEM ANALYSIS'
C     CHAPTER 8, NEW YORK 1968.
C
C     AUTHOR, STURE LINDAHL 1972-03-12
C
C     GAA(*)        REAL PART OF SHUNT ADMITTANCES AT ENDPOINT A
C     BAA(*)        IMAGINARY PART OF SHUNT ADMITTANCES AT ENDPOINT A
C     RAB(*)        REAL PART OF LINE IMPEDANCES BETWEEN A AND B
C     XAB(*)        IMAGINARY PART OF LINE IMPEDANCES BETWEEN A AND B
C     GBB(*)        REAL PART OF SHUNT ADMITTANCES AT ENDPOINT B
C     BBB(*)        IMAGINARY PART OF SHUNT ADMITTANCES AT ENDPOINT B
C     LTA(*)        ENDPOINT A OF LINE I IS CONNECTED TO BUS LTA(I)
C     LTB(*)        ENDPOINT B OF LINE I IS CONNECTED TO BUS LTB(I)
C     PINJ(I)       ACTIVE POWER INJECTION AT BUS I
C     QINJ(I)       REACTIVE POWER INJECTION AT BUS I
C     VBR(*)        REAL PARTS OF BUS VOLTAGES
C     VBI(*)        IMAGINARY PART OF BUS VOLTAGES
C     EPS           THE ITERATION IS TERMINATED IF
C                   THE APPARENT POWER MISMATCH IS LESS THAN EPS
C     NB            NUMBER OF BUSSES (MAX 50)
C     NL            NUMBER OF LINES (NO MAX)
C     IS            SLACK BUS NUMBER
C     MAXIT         MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS
C     IPRINT=0      MAXIMUM PRINTOUT
C     IPRINT=1      INPUT DATA AND RESULTS ARE PRINTED
C     IPRINT=2      NO PRINTOUT
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C               CMAPRI
C
      PARAMETER MB=50
C
      COMPLEX Y(MB,MB),YL(MB,MB),KL(MB),VB(MB),SMM(MB),
     1SA,SB,SL,Z,ETT,NOLL,DV,AF,SINJ
C
      DIMENSION GAA(1),BAA(1),RAB(1),XAB(1),GBB(1),BBB(1),LTA(1),LTB(1),
     1PINJ(1),QINJ(1),VBR(1),VBI(1)
C
      DATA NOLL/(0.0,0.0)/,ETT/(1.0,0.0)/,LP/6/,AF/(1.4,0.0)/
C
```

```
      SUBROUTINE NRLFR(GAA,BAA,RAB,XAB,GBB,BBB,LTA,LTB,PINJ,QINJ,VBR,
     1VBI,EPS,NB,NL,IS,MAXIT,IPRINT,JFAIL)
C
C     COMPUTES A SOLUTION TO
C
C     ******************************
C     * THE LOAD-FLOW PROBLEM USING *
C     * THE NEWTON-RAPHSON METHOD   *
C     * AND RECTANGULAR COORDINATES *
C     ******************************
C
C     REFERENCE, G.W. STAGG AND A.H. EL-ABIAD
C     'COMPUTER METHODS IN POWER SYSTEM ANALYSIS'
C     CHAPTER 8, NEW YORK, 1968
C
C     AUTHOR, STURE LINDAHL 1972-03-12
C
C     GAA(*)          REAL PART OF SHUNT ADMITTANCE AT ENDPOINT A
C     BAA(*)          IMAGINARY PART OF SHUNT ADMITTANCE AT ENDPOINT A
C     RAB(*)          REAL PART OF LINE IMPEDANCES BETWEEN ENDPOINT A AND B
C     XAB(*)          IMAGINARY PART OF LINE IMPEDANCES BETWEEN ENDPOINT A AND B
C     GBB(*)          REAL PART OF SHUNT ADMITTANCE AT ENDPOINT B
C     BBB(*)          IMAGINARY PART OF SHUNT ADMITTANCE AT ENDPOINT B
C     LTA(*)          ENDPOINT A OF LINE I IS CONNECTED TO BUS LTA(I)
C     LTB(*)          ENDPOINT B OF LINE I IS CONNECTED TO BUS LTB(I)
C     PINJ(*)         ACTIVE POWER INJECTION AT BUS I
C     QINJ(*)         REACTIVE POWER INJECTION AT BUS I
C     VBR(*)          REAL PART OF BUS VOLTAGES
C     VBI(*)          IMAGINARY PART OF BUS VOLTAGES
C     EPS             THE ITERATIN IS TERMINATED WHEN
C                     THE MAXIMUM APPARENT POWER MISMATCH IS LESS THAN EPS
C     NB              NUMBER OF BUSSES (MAX 16)
C     NL              NUMBER OF LINES (NO MAX)
C     IS              SLACK BUS NUMBER
C     MAXIT           MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS
C     IPRINT=0        MAXIMUM PRINTOUT
C     IPRINT=1        INPUT DATA, VOLTAGES AND APPARENT POWER MISMATCH AT
C                     EACH ITERATION AS WELL AS THE FINAL RESULT IS PRINTED
C     IPRINT=2        NO PRINTOUT
C     JFAIL=-1        NO CONVERGENCE AFTER MAXIT ITERATIONS
C     JFAIL=0         THE SOLUTION IS FOUND
C     JFAIL=1         THE JACCOBIAN IS SINGULAR
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C                CMAPRI
                 DECOM
C                MAPRI
C                SOLVE
C
      PARAMETER MB=16,MX=2*(MB-1)
C
      COMPLEX Y(MB,MB),SMM(MB),VB(MB),DV(MB),IB(MB),
     1SA,SB,SL,ETT,NOLL,SINJ
C
      DIMENSION GAA(1),BAA(1),RAB(1),XAB(1),GBB(1),BBB(1),
     1LTA(1),LTB(1),PINJ(1),QINJ(1),VBR(1),VBI(1),INDEX(MB),
     2A(MX,MX),B(MX),X(MX)
C
      DATA NOLL/(0.0,0.0)/,ETT/(1.0,0.0)/,LP/6/,JJAC/1/,EPSJ/1.0E-7/
C
```

```
      SUBROUTINE CMAPRI(A,MA,NA,IA)
C
C     COMPLEX VERSION OF MAPRI
C     SUBROUTINE TO PRINT OUT MATRICES ON LINE PRINTER
C
C     AUTHOR( STURE LINDAHL 1971-09-21
C
C     A(IA,*)          MATRIX TO BE PRINTED
C     MA               ACTUAL NUMBER OF ROWS IN A
C     NA               ACTUAL NUMBER OF COLUMNS IN A
C     IA               DIMENSION PARAMETER FOR A
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C              NONE
C
      COMPLEX A
C
      DIMENSION A(IA,1)
C
```

```
      SUBROUTINE MAPRI(A,MA,NA,IA)
C
C     SUBROUTINE TO PRINT OUT MATRICES ON LINE PRINTER
C
C     AUTHOR, STURE LINDAHL 1971-05-02
C
C     A(IA,*)          MATRIX TO BE PRINTED
C     MA               ACTUAL NUMBER OF ROWS IN A
C     NA               ACTUAL NUMBER OF COLUMNS IN A
C     IA               DIMENSION PARAMETER FOR A
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C              NONE
C
      DIMENSION A(IA,1)
C
```

PROGRAM HEAD:

```
      SUBROUTINE SOLVB(B,X,NN,NNB,IA)
C
C     SOLVES AX=B  USING UL AND IPS IN COMMON FROM DECOM.
C     REFERENCE, FORSYTHE MOLER.
C     AUTHOR, PER HAGANDER 1968-09-05.
C     REVISED, CLAES KALLSTROM 1971-03-20.
C
C     B-MATRIX OF ORDER NNXNNB, CONTAINING R-H-S VECTORS, NOT DESTROYED.
C     X- MATRIX OF ORDER NNXNNB,RETURNED CONTAINING THE SOLUTION VECTORS
C     NN- NUMBER OF EQUATIONS (MAX 30, MIN 1).
C     NNB- NUMBER OF RIGHT HAND SIDE VECTORS (NO MAX, MIN 1).
C     IA- DIMENSION PARAMETER.
C     NOTE. IF NNB=1, B AND X CAN BE DIMENSIONED AND TREATED AS VECTORS
C     IN THE CALLING PROGRAM.
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C              NONE
C
      DIMENSION B(IA,1),X(IA,1)
C
      COMMON/IPUL30/IPS(30),UL(30,30)
C
```

PROGRAM HEAD:

```
      SUBROUTINE DECOM(A,NN,IA,EPS,ISING)
C
C     COMPUTES TRIANGULAR MATRICES L AND U AND PERMUTATION MATRIX SO
C     THAT L*U=P*A, USING GAUSS ELIMINATION WITH PARTIAL PIVOTING. STORES
C     IN COMMON/IPUL30/.
C     REFERENCE, FORSYTHE-MOLER.
C     AUTHOR, PER HAGANDER 1968-09-05.
C     REVISED, CLAES KALLSTROM 1971-03-20.
C
C     A-MATRIX OF ORDER NNXNN, NOT DESTROYED.
C     NN- ORDER OF THE MATRIX (MAX 30, MIN 1).
C     IA- DIMENSION PARAMETER.
C     EPS- PIVOT TEST QUANTATY.  1E-7 SEEMS REASONABLE.
C     ISING-IS RETURNED 1 IF ANY OF THE ROWS OF A ARE ZERO.
C                       2  IF ANY PIVOT IS SMALL.
C                       0 OTHERWISE.
C     ATTENTION.  EPS=1E-7  PREVENTS SOME HORRIBLE RESULTS BUT DOES NOT
C     GUARANTUE CORRECT RESULT FOR ILLCONDITIONED MATRICES.
C
C     SUBROUTINE REQUIRED
C.             NONE
C
      DIMENSION A(IA,IA)
      DIMENSION SCALES(30)
C
      COMMON/IPUL30/IPS(30),UL(30,30)
C
```

SYSTEMTEKNIK, Projektarbete VT - 72

Produktionsplanering

Hans Blixt

Carl Johan Cronstedt

Per Grettve

Jan Key

Göran Mattsson

Arne Möller

Lennart Perborg

Olle Pettersson

Leif Salmberg

Karl Håkan Sandell

Roland Wadenheim

INNEHÅLLSFÖRTECKNING: sid.

1. PROBLEMFORMULERING

Gruppen har utgått från ex. 5.2 systemteknik som lyder:

"Future Electronics"

Företaget Future Electronics tillverkar integrerade kretsar. På grund av tillverkningstekniska skäl blir produkternas kvalite ojämn. Man testar därför varje tillverkad komponent. För att hålla bestämda leveranstider utförs testningen så att testarna håller jämn takt med produktionen. Detta betyder att vid hög produktion har testarna mindre tid per enhet till sitt förfogande.

Om produkternas kvalite blir för låg kommer det klagomål från kunderna. När sådana klagomål kommer in anställer man fler testare. På Futures Electronics har man märkt att när klagomålen ökar så minskar antalet inkommande order.

Innan nyanställda testare tillåts testa producerade enheter genomgår de en utbildningsperiod. Av erfarenhet vet man att tiden att utbilda testare varierar individuellt men att tiden i medeltal är tre månader. En färdigutbildad testare stannar i medeltal tre år på fabriken. I företagets personalpolitik ingår att man ej avskedar folk.

Inom företaget är man nu mycket bekymrad över variationerna i kvaliten och vill råda bot på detta. Som första steg vill man göra en modell av hur företaget fungerar. Med modellen vill man sedan pröva olika typer av beslutsstrategier.
Hjälp Future Electronics att göra en modell !

Utöver vad som nämns i ex. har gruppen även provat att lägga in en lagerfunktion.

För integration av differentialekvationerna har RK1ST använts, som är ett biblioteksprogram. Detta program utnyttjar Runge-Kutta för beräkning av tillståndsvariablernas värde ett steg framåt i tiden. Plottning av önskade kurvor sker med hjälp av biblioteksprogrammet KURVA.
Listor på egna program bifogas på slutet.

2. MODELL FÖR FÖRETAGET FUTURE ELECTRONICS

Modellen är uppbygd enl fig. 1. Den innehåller bl a tre tidsfördröjningar. Utbildning av testare tar en viss tid [T(1)] . En god eller dålig kvalite påverkar ej klagomål och orderingång omedelbart [T(2)] . En fördröjning [T(3)] har också placerats mellan beställning av råvaror och inkomna råvaror (leveranstid m m).

Simuleringstekniskt har tidsfördröjningen approximerats som ett dynamiskt system,

$$Y(s) = \frac{1}{(1+sT)^2} \; U(s)$$

som har stegsvaret enl fig 2. Ju högre potens i nämnaren desto bättre blir approximationen enl en tidsfördröjning. Vi har nöjt oss med ett andra ordningens system för att spara på variablerna.

Vi har använt en tillståndsvariabel till vardera antal testare orderstock och råvaror och till varje tidsfördröjning har vi använt två variabler. Detta ger inalles nio tillståndsvariabler.

Fyra funktioner kan varieras: F1, F2, F3, F4. (Se sid 5 och fig 3 ÷ 6)

3. SUBRUTINEN DIFF

Denna subrutinen räknar ut alla tillståndsvariablernas derivator. Enl fig 1 har modellen 9 tillståndsvariabler där

x_1 = antal testare

x_6 = orderstock

x_9 = råvarulager

De andra variablerna behövs för representation av de tre tidsfördröjningarna.

För att räkna ut funktionernas (F) värde vid varje tidpunkt anropar subrutinen funktionsproceduren FUN som interpolerar fram dessa värden (Se sid 4)

RK1ST förutsätter att det finns en rutin som DIFF, som räknar ut derivatorna i en godtycklig punkt, och anropar denna flera gånger för varje steg.

4. HUVUDPROGRAMMET

Huvudprogrammets uppgift är närmast att tjänstgöra som ett omlagringsprogram samt att anropa övriga program. Först sker i huvudprogrammet en inläsning av de värden som behövs vid simuleringarna: begynnelsetid, steglängd, antal steg, antal steg mellan varje plottning, tillståndsvariablernas begynnelsevärde, antal testare som slutar varje månad, produktionens maxvärde, kurvor som beskriver förhållandet mellan vissa parametrar samt tidsfördröjningskonstanter. De inlästa värdena skrivs även ut som en dokumentation av körningsvärdena.

Efter inläsningsfasen anropas i huvudprogrammet subrutinen SIMUL, vilken administrerar själva simuleringen. SIMUL har en matris kallad Result, som har dimensionen (300,20). I denna lagras resultatet av simuleringen in med det antal steg emellan som lästes in enligt ovan.

Själva simuleringen tillgår så, att SIMUL anropar RK1ST, varvid en ny punkt räknas fram. Mellan varje anrop sker en omlagring av parametrarna så att de nya x-värdena sätts in som ingående x-värden. Vid de punkter där inlagring av värdet i Result skall ske, anropas efter RK1ST FINT. I FINT framräknas de intressanta värden, som ej är tillståndsvariabler, vilket sker på exakt samma sätt som i DIFF. Efter återgången till SIMUL lagras sedan värdena in i Result.Tillståndsvariablerna lagras på plats (I,1)--(I,9) och övriga intressanta värden (I,11)-(I,17).

När simuleringen är slutförd sker återhopp till huvudprogrammet, där inläsning av skalfaktorer äger rum. Värdena omstuvas sedan i matrisen Result så att de intressanta parametrarna kommer först för plottning. Dessa lagras i Param. Därefter anropas KURVA, vilken utför plottningen, varefter programmet är slut.

5. SUBRUTINEN FUN (N, XMIN, XMAX, DX, Y, X)

De ingående parametrarna är följande:

N = antalet kända punkter på kurvan

XMIN = kurvans minsta X-värde

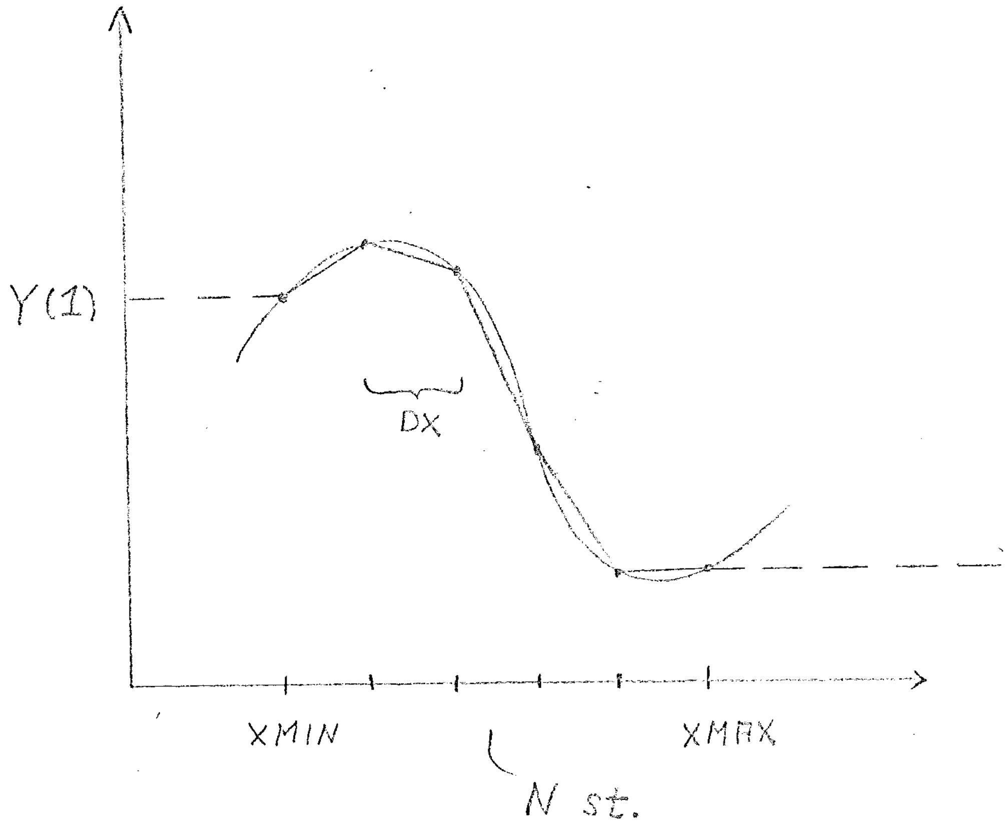
XMAX = kurvans största X-värde

DX = avståndet mellan de ekvidistanta X-värdena

Y = N-dimensionell vektor med Y-värden

X = godtyckligt värde

FUN approximerar en kurva med räta linjer mellan de givna värdena och ger ett Y-värde för det godtyckliga X-värdet. Om X-värdet är mindre än XMIN får FUN Y-värdet som svarar mot XMIN och "UTANFÖR DEF.-OMRÅDET" skrivs ut. Motsvarande sker om X-värdet är större än XMAX.



6. ALLMÄNT OM SIMULERINGARNA

Vi har valt funktionerna F_1 , F_2 , F_3 och F_4 så att i stationärt tillstånd gäller(se fig. 1) :

antal testare (x_1)	20	
produktion = orderstock (x_6)	100	
antal testare som slutar	0.05 x 20 = 1	(A = 0.05)
testhastighet	5	(100/20)
kvalité	1	
klagomål	1	
orderingång	100	
antal anställda testare	1	

Loopen med råvarulagret kopplade vi bort genom att sätta dess begynnelsevärde mycket stort. Avsikten var att vi senare skulle ta med även det, men tidsbrist gjorde, att vi aldrig hann få ut några bra resultat på detta.

Tidskonstanterna satte vi till

$$T(1) = 3 \qquad T(2) = T(3) = 1$$

Inverkan av begränsad produktion (produktionen $\leq$ PBEG) har vi inte heller hunnit studera, så vi har satt PBEG stort.

Med tanke på tidskonstanternas storlek bestämde vi oss för att ta ut resultat var femtedels tidsenhet. (Tidsenheten kan lämpligen tänkas som 1 månad) Vi provade med två olika steglängder h i RK1ST , h=0.05 och h=0.025, men skillnaden blev liten. I fortsättningen använde vi h=0.025.

7. FUNKTIONERNAS (F_1, F_2, F_3,F_4) INVERKAN PÅ MODELLENS STABILITET

För att få ett lättolkat resultat så sattes lagret väldigt stort. På detta sätt kom beställningsrutinen av råvaror aldrig att påverka modellens beteende under den studerade tidsperioden, dvs. lagerloopen var bortkopplad under våra simuleringar.

Produktionsbegränsningen PBEG sattes stor nog för att inte påverka modellens beteende.

Antalet testare som slutar sattes proportionellt mot antalet testare (A = 0.05).

Störningen på den stationära lösningen (se föregående beskrivning av modellen) var en momentan minskning av antalet testare från 20 till 10.

För varje funktion F finns tre kurvor 0,1 och 2 som alla går genom den stationära punkten. Det är fyra funktioner och det blir $3^4 = 81$ olika kombinationer av vilka nio fall undersöktes. I figur 7 redovisas resultatet då alla funktionerna representeras av kurvorna 0. Systemet svänger in sig mot stationära lösningen relativt långsamt med en svag översläng. Detta resultat är representativt även för de övriga åtta fallen där en funktion åt gången har ändrats från 0-kurvor till 1-kurva och 2-kurva medan de övriga funktionerna har representerats av 0-kurvor. I figur 8 redovisas resultatet då funktion fyra har representerats av 1-kurva. Något större svängning, men det stationära värdet uppnås vid ungefär samma tidpunkt som i figur 7.

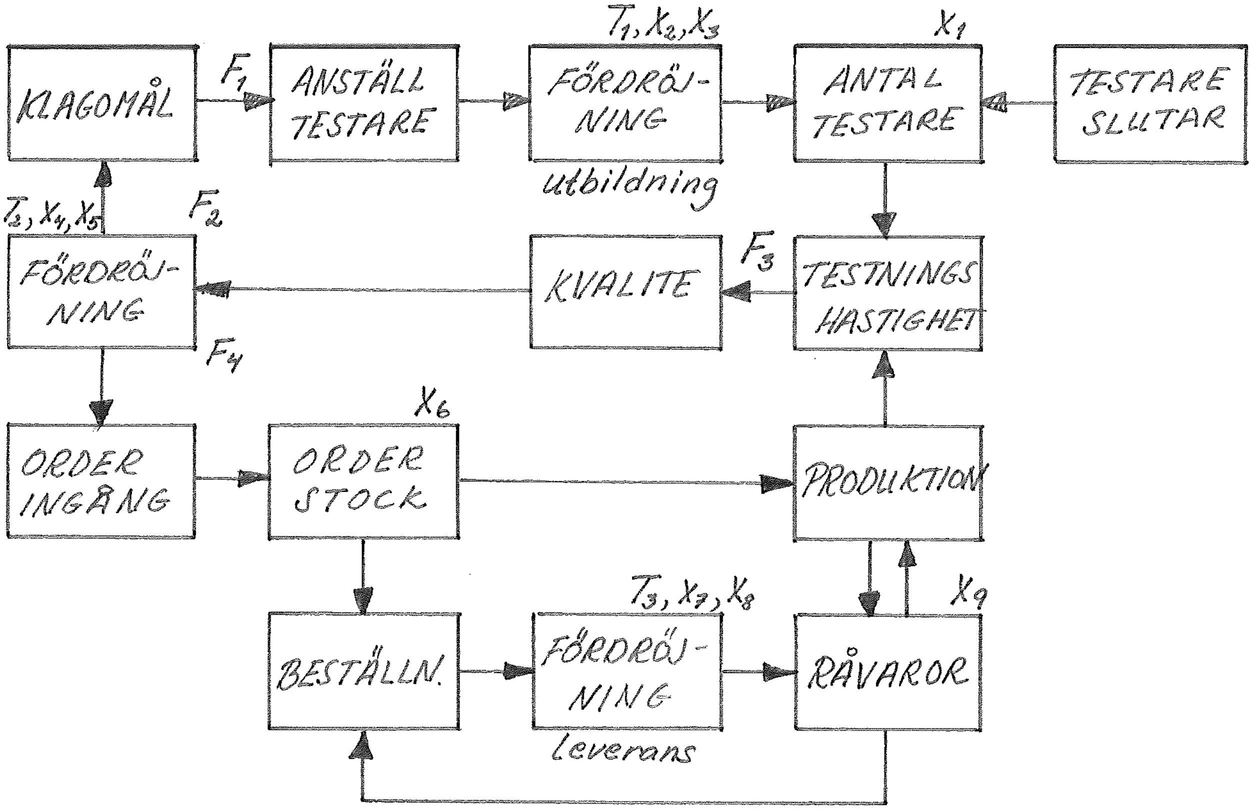
Slutsatsen av dessa nio simuleringar blir att modellens stabilitet inte nämnvärt påverkas av funktionernas lutning.

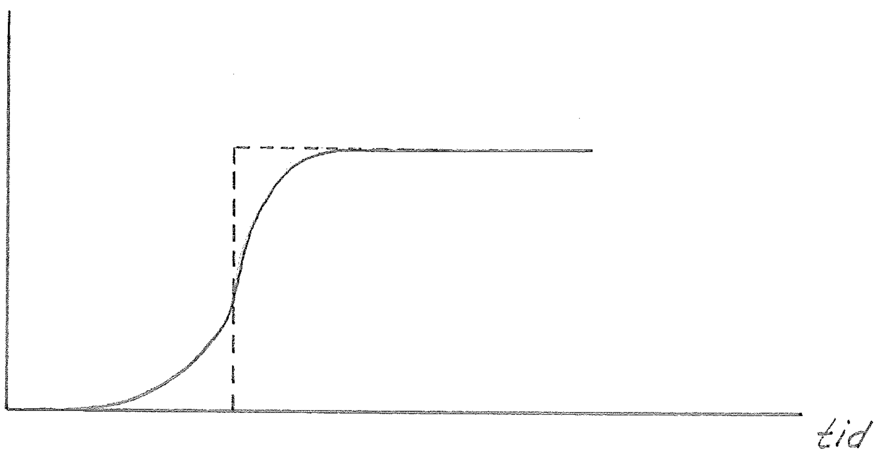
8. BRUS I SYSTEMET

Antalet testare har upptagits som en tillståndsvariabel (x_1). Vi har antagit en avgång prop. mot antalet testare dvs avgången = konst. $\cdot\, x_1$ där konstanten har givits värdet 0,05. För att få simuleringen mera realistisk har vi lagt brus på avgången. Bruset har erhållits med en slumptalsgenerator (FORTRAN SUBROUTINE NODI (x,y)) som ger ett slumptal $y \in N(0,1)$. Med lämplig skalning har vi satt avgången = $(0.05 + y * 0.03) * x_1$. Vid simuleringen med detta brus erhölls endast obetydliga fluktationer i kvaliteten, storleksordning 1% av stationärvärdet. På liknande sätt gavs störningar på orderingången, vilket gav fluktuationer i kvaliteten på upp till 5% av stationärvärdet.(se fig. 9)

BLOCKSCHEMA

fig 1.





TIDSFÖRDRÖJNING

fig 2

F1

0: 0., 0.25, 1., 2., 2.5, 2.5, 2.5

1: 0., 0., 1., 2.5, 2.5, 2.5, 2.5

2: 0., 0.7, 1., 1.3, 1.6, 1.9, 2.2

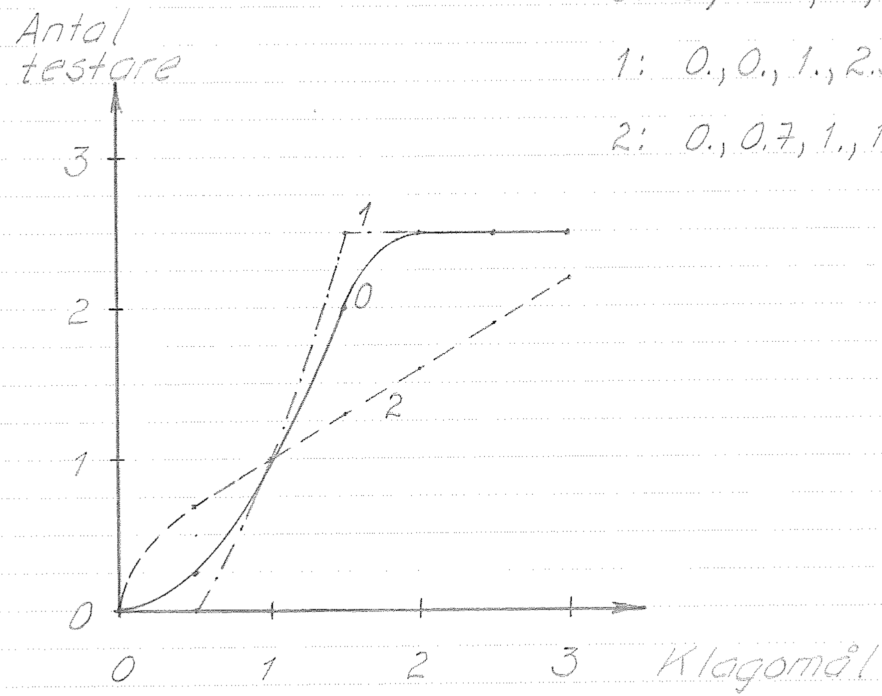


fig. 3

F2

0: 2.25, 2., 1., 0.5, 0.25, 0.25, 0.25

1: 1.75, 1.50, 1., 0.75, 0.75, 0.50, 0.25

2: 2.25, 2.25, 1., 0.25, 0.25, 0.25, 0.25

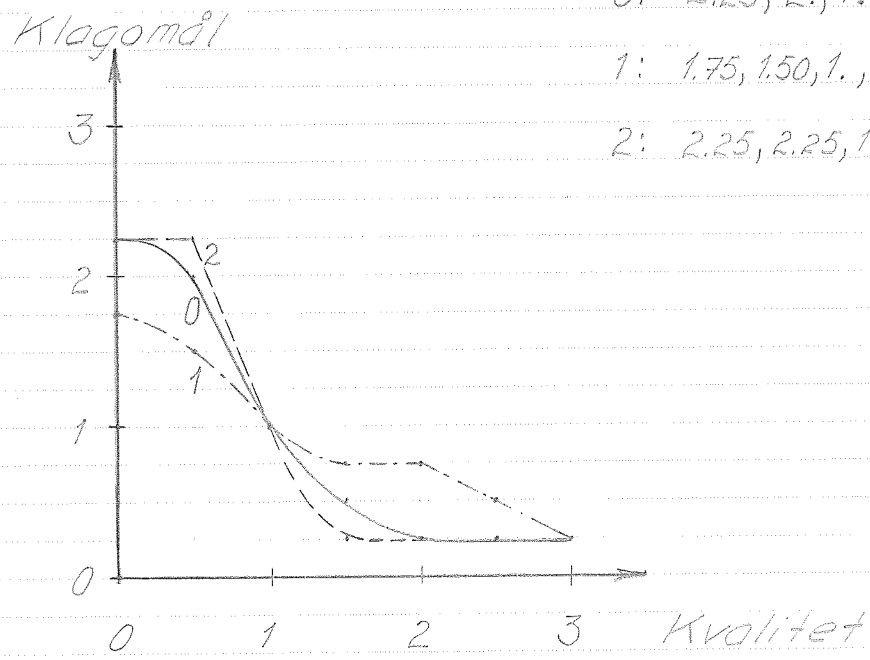


fig. 4

F3

0: 2., 2., 1., 0.5, 0.5, 0.5, 0.5

1: 1., 1., 1., 0.75, 0.50, 0.25, 0.25

2: 2., 1.25, 1., 0.75, 0.50, 0.25, 0.25

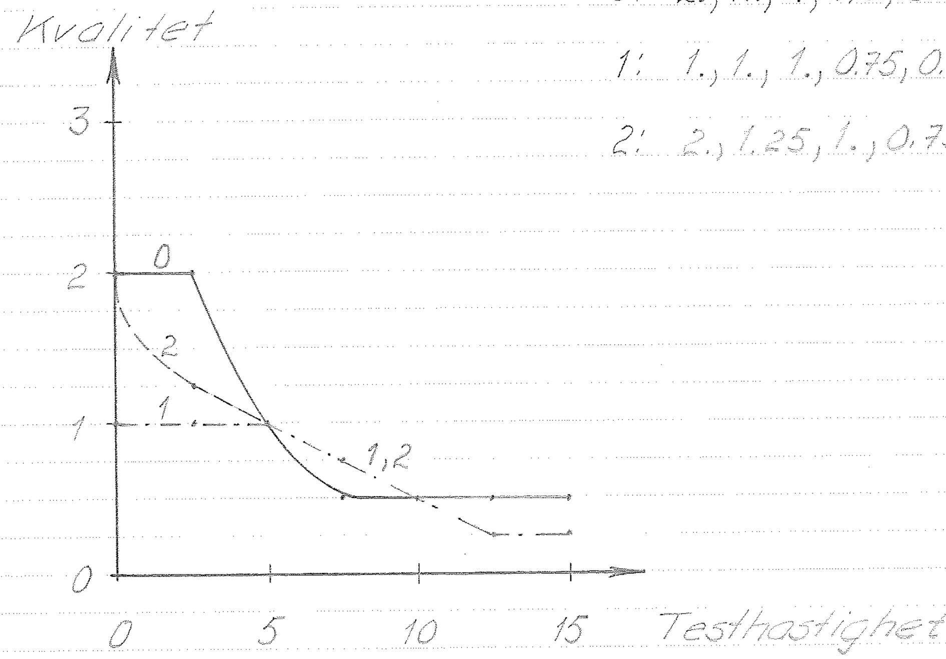
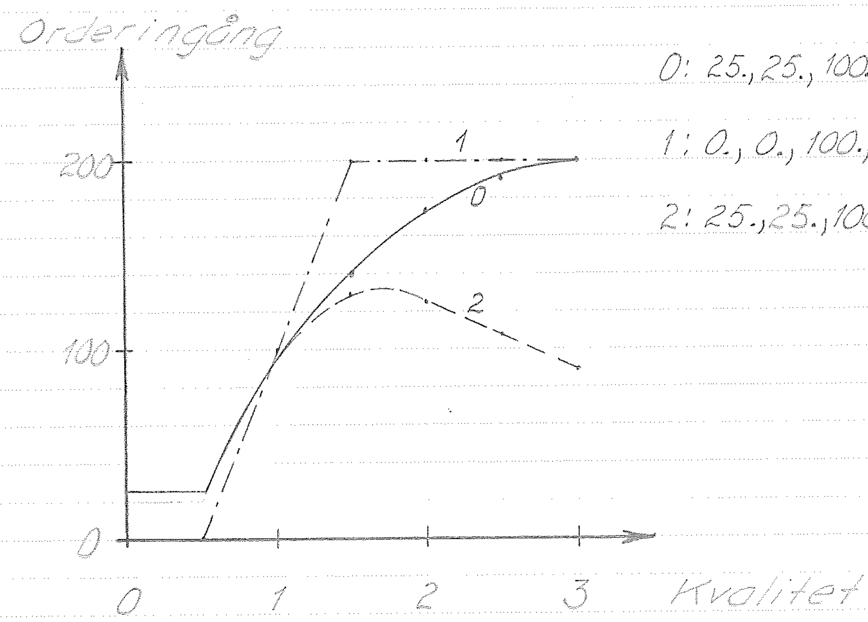


fig. 5

F4



0: 25., 25., 100., 140., 175., 190., 200.

1: 0., 0., 100., 200., 200., 200., 200.

2: 25., 25., 100., 130., 125., 108., 88.

fig. 6

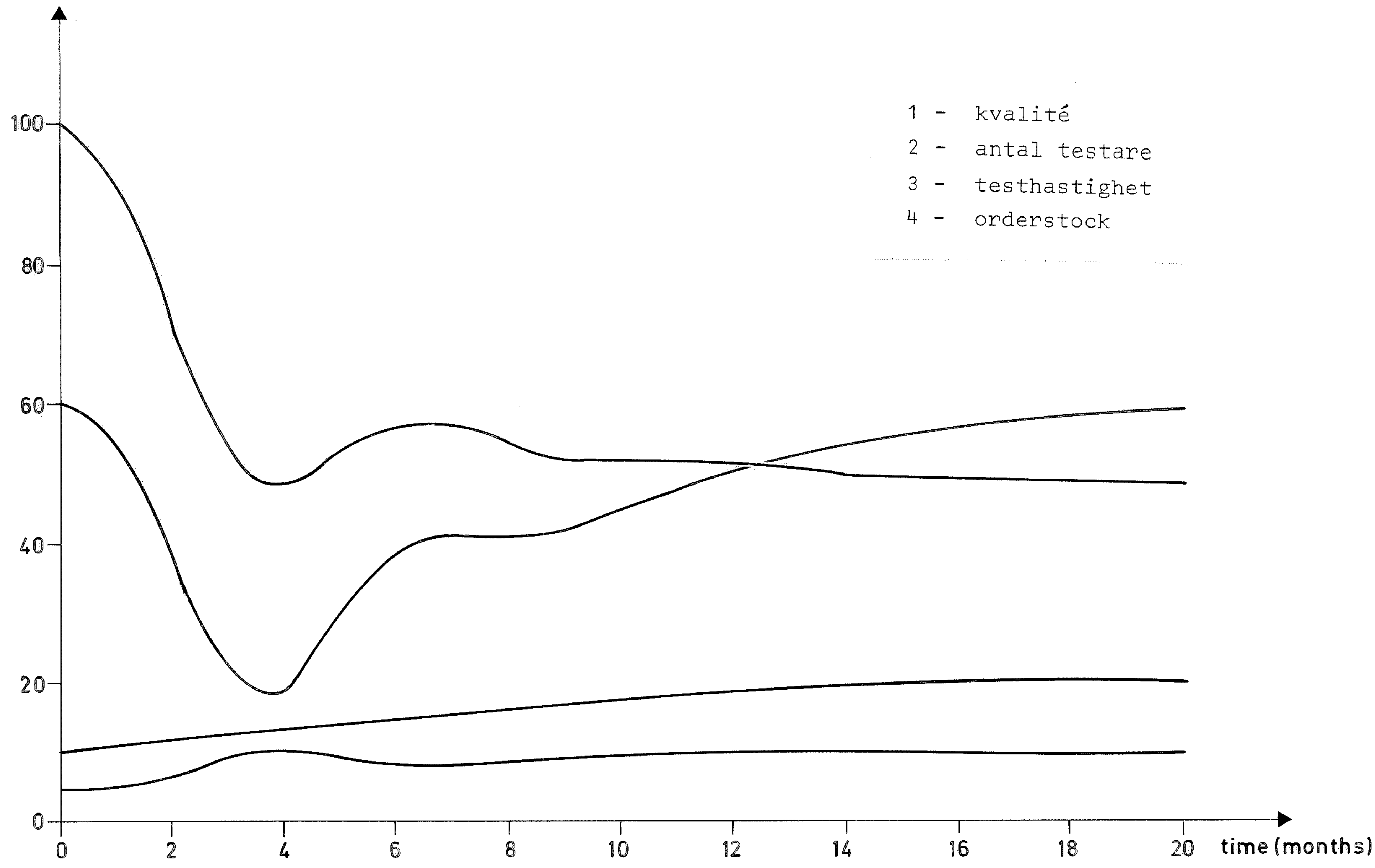

1 - kvalité
2 - antal testare
3 - testhastighet
4 - orderstock
100
80
60
40
20
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
time (months)

fig 7

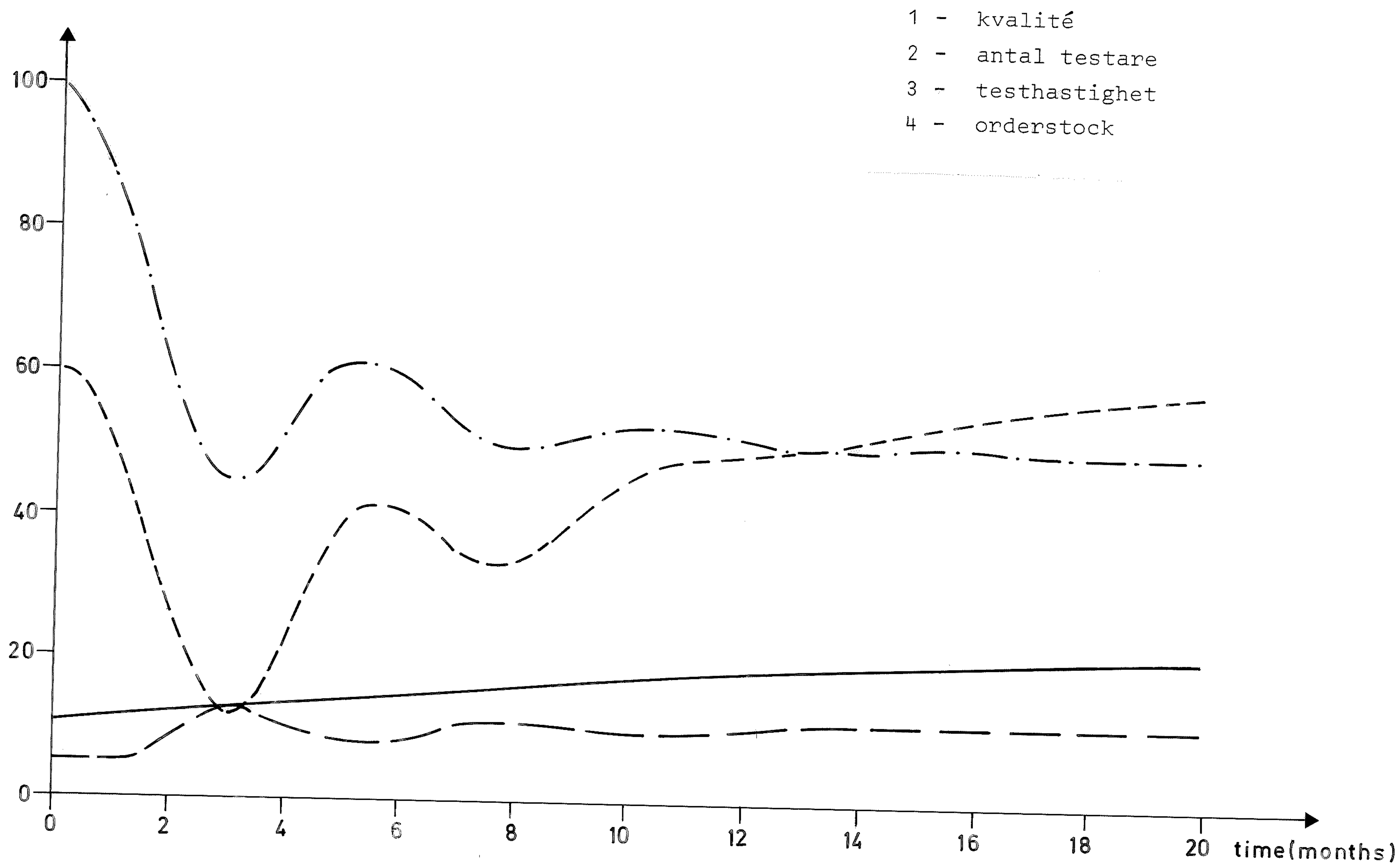

1 - kvalité
2 - antal testare
3 - testhastighet
4 - orderstock
100
80
60
40
20
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
time(months)

Fig 8

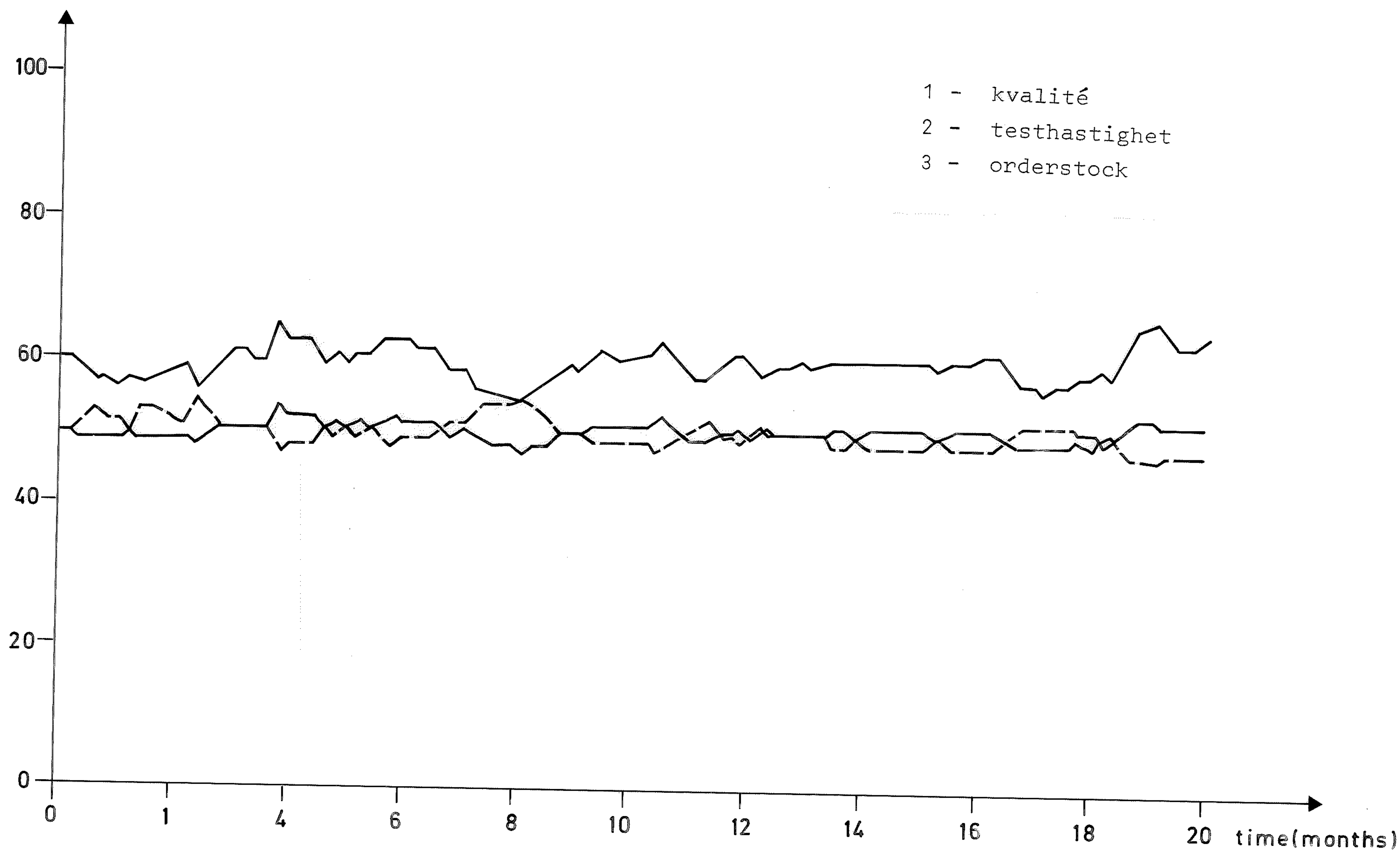

100
80
60
40
20
0
0
1
4
6
8
10
12
14
16
18
20
time(months)
1 - kvalité
2 - testhastighet
3 - orderstock

Fig 9

SOP (Huvudprogram)

```
      DIMENSION YK(10,20),X(10),RESULT(300,20),PARAM(300,10),SETP(10),SC
     BAL(10),XPRI(300),YPRI(101),TEKN(10)
      COMMON/DATA/A,PBEG,NI(10),XMIN(10),XMAX(10),STEGL(10),
     *Y1(20),Y2(20),Y3(20),Y4(20),T(3)
      DATA (TEKN(I),I=1,10) /'A','B','C','D','E','F','G','H','I','K'/
      READ(5,102)T0,H,M,K
C     T0=BEG.TID. I F KOD,H=STEGLÄNGD I F KOD,M=ANTAL RÄKNESTEG I I KOD
C     K=STEG MELLAN PLOTTADE TAL I I KOD
C     TALEN SÄTTS ENL.:          10,          10,     5,     5
      READ(5,103)(X(I),I=1,10)
C     X=TILLSTÅNDSVARIABLERNAS BEGYNELSEVÄRDE I F KOD
C     TALEN SÄTTS ENL:         10
      WRITE(6,104)
      WRITE(6,105)T0,H,M,K
      DO 3 I=1,10
    3 WRITE(6,106)I,X(I)
      DO 5 I=1,20
      DO 5 J=1,4
    5 YK(J,I)=0.
      READ 110,A,PBEG
      DO 10 J=1,4
      READ(5,100)NI(J),XMIN(J),XMAX(J),STEGL(J)
C     INLÄSNING SKER HÄR FÖR VARGE KURVA MED ETT KOET INNEHÅLLANDE:
C     ANTAL PUNKTER,MINSTA PUNKT,STÖRSTA PUNKT,
C     STEGLÄNGD.TALEN SÄTTS ENL: 2,          10,          10,          10
C     ANTAL PUNKTER SKRIVES I I KOD ÖVRIGA I F KOD
      NJ=NI(J)
      DO 9 I=1,NJ
    9 READ(5,101)YK(J,I)
   10 CONTINUE
C     INLÄSNING AV YK SKER FÖR VARJE KURVA EFTER HUVUDKORTET OVAN OCH
C    *MED ETT TAL I F KOD I BÖRJAN AV VARJE KORT
C     NI(J) FÅR VARA MAX 20 ENL. DIMENSION
      DO 15 I=1,20
      Y1(I)=YK(1,I)
      Y2(I)=YK(2,I)
      Y3(I)=YK(3,I)
   15 Y4(I)=YK(4,I)
      READ(5,107)(T(I),I=1,3)
      WRITE(6,108)
      DO 16 I=1,4
   16 WRITE(6,109)I,NI(I),XMIN(I),XMAX(I),STEGL(I)
      WRITE(6,111)
      DO 17 I=1,20
   17 WRITE(6,112)Y1(I),Y2(I),Y3(I),Y4(I)
      DO 18 I=1,3
   18 WRITE(6,113)I,T(I)
      CALL SIMUL(X,T0,H,M,RESULT,K)
C     FRAMRÄKNING AV INTRESSANTA VÄRDE NEDAN,SIMUL UTANFÖR SIMULERINGEN
      MN = M/K + 1
      READ 150,(SETP(I),I=1,10),(SCAL(I),I=1,10)
  150 FORMAT(E16.8)
      DO 45 I=1,MN
C     NEDAN UTFÖRES INLAGRING AV VÄRDEN FÖR PLOTTNINGEN.
      PARAM(I,1) = (RESULT(I, 9) - SETP(1))/SCAL(1)
      PARAM(I,2) = (RESULT(I,13) - SETP(2))/SCAL(2)
      PARAM(I,3) = (RESULT(I, 1) - SETP(3))/SCAL(3)
      PARAM(I,4) = (RESULT(I, 6) - SETP(4))/SCAL(4)
      PARAM(I,5) = (RESULT(I,12) - SETP(5))/SCAL(5)
      PARAM(I,6) = (RESULT(I,14) - SETP(6))/SCAL(6)
```

```
      PARAM(I,7) = (RESULT(I,15) - SETP(7))/SCAL(7)
      PARAM(I,8) = (RESULT(I,16) - SETP(8))/SCAL(8)
   45 PARAM(I,9) = (RESULT(I,17) - SETP(9))/SCAL(9)
      DO 50 I=1,101
   50 YPRI(I)=FLOAT(I-1)
      DO 60 I=1,MN
      I1=(I-1)*K
   60 XPRI(I)=H*FLOAT(I1)
      PRINT 200
  200 FORMAT(1H1,10X,'PLOTTAT VÄRDE*SKALA + NIVÅ  GER RÄTT VÄRDE'/10X,'O
     BRDNING: LAGER(A),KVALITE(B),ANTAL TESTARE(C),ORDERSTOCK(D),TESTHAS
     BTIGHET(E),KLAGOMÅL(F),ORDERINGÅNG(G),ANSTÄLLNIGNAR(H)'/10X,'BE.VA-
     BROR(I)'//15X,'SKALA',11X,'NIVÅ'/)
      DO 70 I=1,10
   70 PRINT 250,SCAL(I),SETP(I)
  250 FORMAT(8X,2E16.8)
      CALL KURVA(PARAM,YPRI,XPRI,TEKN,5,101,101,300,101,10,10,10,0)
  100 FORMAT(I2,1X,F10.3,1X,F10.3,1X,F10.3)
  101 FORMAT(F10.3)
  102 FORMAT(F10.3,1X,F10.3,1X,I5,1X,I5)
  103 FORMAT(F10.3)
  104 FORMAT(16H BEGYNNELSEVÄRDE)
  105 FORMAT(1X,9HBEG.TID.=,F10.3,5HSTEG=,F10.3,9HANT.STEG=,
     *I5,10HPLOTTQ VAR,I5,2H:E)
  106 FORMAT(1X,2HX ,I2,2H =,F10.3)
  107 FORMAT(F10.3)
  108 FORMAT(17H0VÄRDEN TILL DATA)
  109 FORMAT(6H KURVA,I1,I15,3F15.4)
  110 FORMAT(F9.3,1X,F10.3)
  111 FORMAT(61H              KURVA1              KURVA2              K
     *URVA4)
  112 FORMAT(1X,4F15.4)
  113 FORMAT(' FÖRDRÖJN. N:R',I2,' = ',F15.4)
      STOP
      END
```

SIMUL

```
C      DENNA SUBROUTINE STYR SIMULERINGEN
       SUBROUTINE SIMUL(X,T,H,M,RESULT,K)
       DIMENSION X(10),RESULT(300,20),XN(10),Y(10)
       EXTERNAL DIFF
       DO 10 I=1,10
       XN(I)=0.
    10 RESULT(1,I)=X(I)
       DO 15 I=11,17
    15 RESULT(1,I)=0.
       WRITE(6,102)
       DO 60 I=1,M
       AI=I-1
       TI=T+AI*H
C      NY PUNKT FRAMRÄKNAS
       CALL RK1ST(TI,X,H,XN,9,DIFF)
C      TEST OM RESULTAT SKALL LAGRAS
       IR=I/K
       L=MOD(I,K)
       IF(L)30,35,45
    30 WRITE(6,100)
       GO TO 60
C      LAGRING
    35 DO 40 J=1,10
    40 RESULT(IR+1,J)=XN(J)
       CALL FINT(XN,Y)
       DO 42 KL=11,17
    42 RESULT(IR+1,KL) = Y(KL-10)
       TK=TI+H
       WRITE(6,103)TK,XN(1),XN(6),XN(9),Y(4),Y(6) ,Y(1),Y(5),Y(7),Y(3),Y(
      B2)
C      ÖVERFÖRING TILL NYA VÄRDEN
    45 DO 50 J=1,10
    50 X(J)=XN(J)
    60 CONTINUE
       RETURN
   100 FORMAT(23H FEL I PROGRAMMET SIMUL)
   102 FORMAT(' VÄRDEN UR SIMUL'/'      TID       TESTARE    ORDERSTOCK      L
      BAGER      KLAGOMÅL   NYANSTÄLLN.  PRODUKTION  ORDERINGÅNG RÅMATRBEST
      B   KVALITET      TESTH')
   103 FORMAT(1X,F7.2,10E12.4)
       END
```

FINT

```
      SUBROUTINE FINT(RESUL,RESUL2)
      DIMENSION RESUL(10),RESUL2(10)
      COMMON/DATA/A,PBEG,N(10),XMIN(10),XMAX(10),DX(10),Y1(20),Y2(20),
     *Y3(20),Y4(20),T(3)
      PROD=RESUL(6)
      IF(PROD.GT.PBEG)PROD=PBEG
      IF(RESUL(9).LE.0.)PROD=0.
      TESTH=PROD/RESUL(1)
      QVAL=FUN(N(3),XMIN(3),XMAX(3),DX(3),Y3,TESTH)
      QLAG=FUN(N(2),XMIN(2),XMAX(2),DX(2),Y2,RESUL(4))
      ANST=FUN(N(1),XMIN(1),XMAX(1),DX(1),Y1,QLAG)
      ORDIN=FUN(N(4),XMIN(4),XMAX(4),DX(4),Y4,RESUL(4))
      BEST = RESUL(6)-RESUL(9)
      IF(BEST.LT.0.)BEST=0.
      RESUL2(1)=PROD
      RESUL2(2)=TESTH
      RESUL2(3)=QVAL
      RESUL2(4)=QLAG
      RESUL2(5)=ORDIN
      RESUL2(6)=ANST
      RESUL2(7)=BEST
      RETURN
      END
```

DIFF

```
      SUBROUTINE DIFF
C     X(1)=ANTAL TESTARE
C     X(6)=ORDERSTOCK
C     X(9)=RÅVARULAGER
C     ULK=KLAGOMÅL
C     OI=ORDERINGANG
C     HAST=TESTHASTIGHET
C     ANST=ANSTÄLLNING AV TESTARE
C     BEST=BESTÄLLNING AV RÅVAROR
C     PROD=PRODUKTIONEN
C     PBEG=MAX PRODUKTION
C     ANSTÄLLNING AV TESTARE ÄR EN FUNKTION AV KLAGOMÅLEN
C     KVALITEN ÄR EN FUNKTION AV TESTHASTIGHETEN
C     KLAGOMÅL ÄR EN FUNKTION AV KVALITEN
C     ORDERINGÅNGEN ÄR EN FUNKTION AV KVALITEN
      COMMON/FUNCT/ T, X(10), DXDT(10)
      COMMON/DATA/ A, PBEG, N(10), XMIN(10), XMAX(10), DX(10),
     *Y1(20),Y2(20), Y3(20), Y4(20), TID(3)
      DXDT(1)=X(2)-A*X(1)
      DXDT(2)=X(3)
      ULK=FUN( N(2), XMIN(2), XMAX(2), DX(2), Y2, X(4))
      ANST=FUN( N(1), XMIN(1), XMAX(1), DX(1), Y1, ULK)
      DXDT(3)=(ANST-2.*TID(1)*X(3)-X(2))/TID(1)**2
      DXDT(4)=X(5)
      IF(X(9)-0)1,1,2
    1 PROD=0
      GO TO 5
    2 IF(X(6)-PBEG)3,4,4
    3 PROD=X(6)
      GO TO 5
    4 PROD=PBEG
    5 HAST=PROD/X(1)
      QUA=FUN( N(3), XMIN(3), XMAX(3), DX(3), Y3, HAST)
      DXDT(5)=(QUA-2.*TID(2)*X(5)-X(4))/TID(2)**2
      OI=FUN(N(4),XMIN(4),XMAX(4),DX(4),Y4,X(4))
      DXDT(6)=OI-PROD
      RLMIN=50.
      BEST=X(6)-X(9)+RLMIN
      IF(BEST.LT.0.)BEST=0
      DXDT(7)=X(8)
      DXDT(8)=(BEST-2.*TID(3)*X(8)-X(7))/TID(3)**2
      DXDT(9)= X(7)-PROD
      RETURN
      END
```

FUN

```
      FUNCTION FUN(N,XMIN,XMAX,DX,Y,X)
      DIMENSION Y(1)
      IF(X-XMIN)1,2,3
    1 FUN=Y(1)
      WRITE(6,100) (Y(I),I=1,N)
      RETURN
    2 FUN=Y(1)
      RETURN
    3 IF(X-XMAX)4,5,6
    6 FUN=Y(N)
      WRITE(6,100) (Y(I),I=1,N)
      RETURN
    5 FUN=Y(N)
      RETURN
    4 K1=INT((X-XMIN)/DX)+1
      K2=K1+1
      FUN=Y(K1)+(Y(K2)-Y(K1))*AMOD((X-XMIN),DX)/DX
  100 FORMAT(23H X UTANFÖR DEF. OMRADET/(1X,10F10.3))
      RETURN
      END
```