LUND UNIVERSITY

Markvärme en handbok om termiska analyser: en handbok om termiska analyser : Del 1-3

Claesson, Johan; Eftring, Bengt; Eskilson, Per; Hellström, Göran

1985

Link to publication

Citation for published version (APA):
Claesson, J., Eftring, B., Eskilson, P., & Hellström, G. (1985). *Markvärme en handbok om termiska analyser: en handbok om termiska analyser : Del 1-3*. (BFR T-skrift; Vol. T16-18:1985). Byggforskningsrådet (BFR).
http://libris.kb.se/hitlist?q=L772%3A536105+OR+L772%3A9905547479&d=libris&m=10&p=1&s=r

Total number of authors:
4

General rights
Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.
• Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
• You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
• You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: https://creativecommons.org/licenses/

Take down policy
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

Download date: 16. Feb. 2026

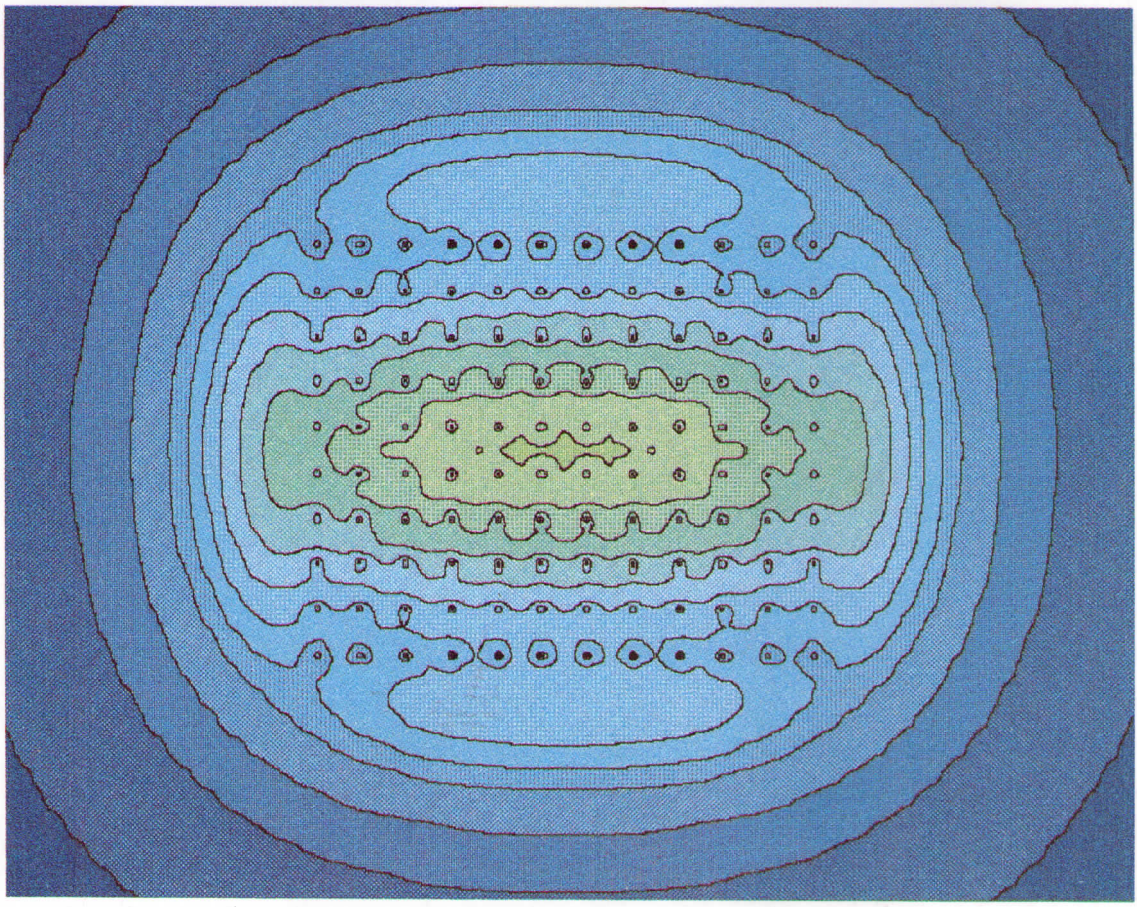
MARKVÄRME

En handbok om termiska analyser

Johan Claesson m fl

DEL III

NATURVÄRMEKÄLLOR



Byggforskningsrådet

MARKVÄRME

En handbok om termiska analyser

DEL III
NATURVÄRMEKÄLLOR

Johan Claesson
Bengt Eftring
Per Eskilson
Göran Hellström

Byggforskningsrådet

Denna skrift hänför sig till forskningsanslag 821398-9 från Statens råd för byggnadsforskning och 2060373 från Nämnden för energiproduktionsforskning till Avd för Matematisk fysik och Byggnadsteknik, LTH.

KAPITELINDELNING

DEL I: KAPITEL 1-5 ALLMÄN DEL. T16:1985

KAPITEL 1. MARKVÄRMESYSTEM

KAPITEL 2. FÄLTFÖRSÖK

KAPITEL 3. INTRODUKTION TILL HANDBOKEN

KAPITEL 4. STATIONÄRA TEMPERATURFÖRLOPP. VÄRMEFÖRLUSTFORMLER

KAPITEL 5. GRUNDLÄGGANDE DYNAMISKA TEMPERATURFÖRLOPP

DEL II: KAPITEL 6-8 VÄRMELAGER. T17:1985

KAPITEL 6. VÄRMELAGRING I VATTEN. BERGRUM, GROP M M

KAPITEL 7. MARKVÄRMELAGER. BORRHÅL I BERG, SLANGAR I LERA

KAPITEL 8. AKVIFERVÄRMELAGER

DEL III: KAPITEL 9-13 NATURVÄRMEKÄLLOR. T18:1985

KAPITEL 9. GRUNDVATTENVÄRME, GEOTERMI

KAPITEL 10. BERGVÄRME

KAPITEL 11. YTJORDVÄRME

KAPITEL 12. TEMPERATURFÖRÄNDRINGAR I OMGIVANDE MARK

KAPITEL 13. ÖVERSIKT AV DATORPROGRAM

REFERENSER

APPENDIX

T18:1985

ISBN 91-540-4465-0

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Liber Tryck AB Stockholm 1985

INNEHÅLLSFÖRTECKNING
DEL III: NATURVÄRMEKÄLLOR

sid

9. GRUNDVATTENVÄRME, GEOTERMI 9.1

9.1 Återinjektering av nedkylt grundvatten 9.1

9.2 Termisk hastighet och termisk radie 9.2

9.3 Datormodeller 9.5

9.4 Parameterstudier av nedkylning kring enskild brunn 9.6

9.4.1 Rotationssymmetri kring brunnen 9.6

9.4.2 Referensfall 9.8

9.4.3 Variation av parametrar 9.11

9.4.4 Variabel inmatning 9.13

9.4.5 Diagram för termisk räckvidd 9.16

9.4.6 Återladdning 9.21

9.4.7 Parametervariation för återladdningsfallet. Tumregel för termisk räckvidd 9.25

9.4.8 Dubbel återladdning 9.29

9.4.9 Temperaturstörning vid markytan 9.30

9.5 Formler för nedkylning kring enskild brunn 9.33

9.5.1 Första analytiska lösningen 9.33

9.5.1.1 Stationär lösning 9.33

9.5.1.2 Transient analytisk lösning 9.36

9.5.1.3 Formler för termisk räckvidd 9.38

9.5.1.4 Periodisk inmatningstemperatur 9.40

9.5.2 Andra analytiska lösningen 9.41

9.5.3 Akvifer nära markytan 9.43

9.6 Långsiktig nedkylning vid uttagsbrunnen 9.46

9.6.1 Akvifer på stor djup 9.47

9.6.2 Akvifer nära markytan 9.50

10. BERGVÄRME 10.1

10.1 Introduktion 10.1

10.2 Några exempel 10.3

10.3 Termiska delprocesser 10.9

10.3.1 Superposition 10.9

10.3.2 Stationärt värmeuttag 10.11

10.3.2.1 Temperaturfält 10.12

10.3.2.2 Effekt av geotermisk gradient 10.13

10.3.2.3 Formel för stationärt värmeuttag 10.16
10.3.3 Effekt av ytliga jordskikt och variationer vid markytan .. 10.17
10.3.4 Värmeisolering av brunnens översta del 10.18
10.3.5 Skikt med olika värmeledningsförmåga 10.19
10.3.6 Konstant värmeuttag. Effekt på lång sikt 10.20
10.3.7 Analys av effektpulser 10.26
10.3.8 Periodisk delprocess 10.33
10.3.9 Brunnsdiameterns betydelse 10.35
10.3.10 Värmeledningsförmågans betydelse 10.37
10.3.11 Effekt av grundvattenflöde 10.37
10.3.12 Värmemotstånd mellan inre kanal, yttre annulär kanal och bergvägg 10.42
10.3.13 Värmemotstånd mellan två kanaler i borrhål och bergvägg . 10.45
10.3.14 Värmemotstånd för det allmänna fallet med flera kanaler i borrhålet 10.50
10.3.15 Värmemotståndet m_R mellan värmebärarfluid och bergvägg . 10.55
10.3.16 Temperaturvariation längs nedåtgående och uppåtgående kanal 10.57
10.3.17 Värmemotståndet m_R då hänsyn tages till längsgående temperaturvariation i fluidkanalerna 10.62
10.3.18 Slutgiltiga formler för T_{fin} och T_{fut} 10.66
10.4 Dimensioneringsregler för en bergvärmebrunn 10.70
10.5 Återladdning sommartid 10.79
10.6 Uttagtemperaturer under 0^oC 10.83
10.7 Datormodell 10.84
10.8 Influens mellan närliggande bergvärmebrunnar 10.86
10.8.1 Introduktion 10.86
10.8.2 Några fall med given uttagstemperatur 10.88
10.8.2.1 Två brunner 10.89
10.8.2.2 Tre brunnar 10.90
10.8.2.3 Sex brunnar 10.92
10.8.2.4 Femtio brunnar 10.92
10.8.2.5 Stort fält med brunnar 10.94
10.8.3 Konstant medeleffektkomponent - temperaturrespons-funktion g 10.96
10.8.4 g-funktioner för system med vertikala brunnar 10.98
10.8.5 Återladdning. Optimalt avstånd 10.108
10.8.6 g-funktioner för system med sneda brunnar 10.113
10.8.7 Effekuttag för inre och yttre brunn 10.127

10.8.8 Jämförelse mellan olika brunnskonfigurationer 10.129
10.8.8.1 Borttagande av inre brunn 10.130
10.8.8.2 Med eller utan en centralbrunn 10.131
10.8.8.3 Åtta kontra sex sneda brunnar 10.132
10.8.8.4 Variation av lutningsvinkeln θ 10.133
10.8.8.5 Cirkel kontra solfjäderkonfiguration 10.134
10.8.8.6 Sneda kontra vertikala borrhål 10.135
10.8.8.7 En felaktigt riktad brunn 10.136
10.8.9 Optimal brunnskonfiguration 10.137

10.9 Dimensionering för system av brunnar 10.139
10.9.1 Vertikala brunnar 10.139
10.9.2 Sneda brunnar 10.144

10.10 Temperaturpåverkan på omgivande mark 10.146
10.10.1 Långsiktig nedkylning runt en bergvärmebrunn 10.146
10.10.2 Räckvidd för temperaturfluktuationer under året 10.149
10.10.3 Påverkan vid markytan 10.151
10.10.3.1 Exempel med en och två brunnar 10.151
10.10.3.2 Formel för störvärmeflöde vid markytan 10.152
10.10.3.3 Totalt värmeflöde från markytan 10.154

10.11 Persondatoranpassad dimensionering med hjälp av g-funktioner .. 10.156

10.12 Responstestmätning för en bergvärmebrunn 10.157

11. YTJORDVÄRME 11.1

11.1 Superposition. Fundamentallösning 11.2

11.2 Stationärt värmeuttag 11.8
11.2.1 En slang. Markens värmemotstånd m_g 11.9
11.2.2 Värmemotstånd m_p mellan fluid och mark 11.11
11.2.3 Värmemotstånd vid markytan 11.12
11.2.4 Två slangar 11.13
11.2.5 N slangar 11.16
11.2.6 Oändlig svit av slangar 11.19
11.2.7 Närliggande slangar 11.20
11.2.8 Två markskikt 11.24

11.3 Ostörd marktemperatur 11.27

11.4 Värmeuttagspulser 11.29

11.4.1 Fundamentallösning för renodlat effektsteg 11.29
11.4.2 Temperaturavklingning efter en uttagspuls 11.31
11.4.3 Superponering av effektpulser 11.33

11.5 Periodiskt värmeuttag 11.37
11.5.1 En slang 11.38
11.5.2 Två slangar 11.41
11.5.3 Stationärt och periodiskt förlopp 11.42

11.6 Effekt av grundvattenströmning och infiltration av regnvatten ... 11.46
11.6.1 Stationär linjekälla i strömmande grundvatten 11.46
11.6.2 Infiltration av regnvatten 11.51
11.6.3 Grundvattenströmning i underliggande skikt 11.53

11.7 Temperaturvariation längs slangarna 11.54

11.8 Temperaturpåverkan på omgivande mark

12. TEMPERATURFÖRÄNDRINGAR I OMGIVANDE MARK 12.1

12.1 Formler för temperaturstörning runt markvärmelager 12.1
12.1.1 Transient temperaturfält 12.2
12.1.2 Maximal temperaturstörning 12.5
12.1.3 Värmeflöde vid markytan 12.6
12.1.4 Dipolapproximation 12.7
12.1.5 Tidsskala för temperaturstörning 12.8

12.2 Temperaturstörningar nära markytan 12.9
12.2.1 Byggnader 12.10
12.2.2 Bergrumsvärmelager 12.12
12.2.3 Markvärmelager 12.13
12.2.4 Akvifervärmelager 12.14
12.2.5 Återinjektering av kylt grundvatten 12.14
12.2.6 Bergvärmebrunn 12.15
12.2.7 Ytjordvärmesystem 12.16
12.2.8 Påverkan på tjälning 12.17
12.2.9 Sammanfattning 12.21

13. ÖVERSIKT AV DATORPROGRAM 13.1

13.1 Introduktion 13.1

13.2 Bergrumsvärmelager 13.1

13.3 Markvärmelager 13.2

13.4 Akvifervärmelager och grundvattensystem 13.2

13.5 Bergvärmebrunnar 13.3

13.6 Ytjordvärme 13.3

REFERENSER

APPENDIX A. Datorprogram för periodisk modell enligt avsnitt 7.3.3.

FÖRORD

Denna skrift redovisar resultat från våra studier av markvärmesystem under åren 1977-85.Projektet finansierades under åren 1978-82 av Byggforskningsrådet (BFR) och Nämnden för energiproduktionsforskning (NE). Den senaste perioden 1982-85 har finansierats av BFR.

Förutom författarna har följande personer deltagit i projektet. Johan Bennet har utvecklat datormodellerna för grundvattenvärme, geotermi och akvifervärmelager samt utfört en stor del av de simuleringar som redovisas i kapitel 8 och 9. Vidare har Mats Areskoug, Mats Johansson, Tord Bengtsson och Peter Olanders medverkat i forskargruppen. Pia Bruhn och Birgitta Salmi har svarat för utskrift. Sigurd Madison har hjälpt till med datorkörningarna mm. Figurerna har ritats av Lilian Johansson.

Avsnitt 3.7 är skrivet av Jacob Johnsson, SGU, Jan Sundberg, Jordvärmegruppen och Bo Thunholm, SLU.

Under de gångna åren har vi haft ett givande samarbete och många stimulerande kontakter och diskussioner med ett stort antal ingenjörer, konsulter, forskare, uppfinnare, byggare, brunnsborrare, geologer, företagare, forskningssekreterare m fl. Följande personer skall här nämnas: Ove Platell, vars banbrytande idéer och entusiasm har varit en stor inspirationskälla för vårt arbete; Palne Mogensen, som kommit med många goda råd och konstruktiva anmärkningar; Bo Nordell, LuTH, med vilken vi haft ett givande samarbete om borrhålslager; Sören Andersson, Sam Johansson, Anders Eriksson, (AIB), Klas Cedervall och Bengt Åberg, (Vattenbyggnad,KTH), med vilka vi haft ett gott och nära samarbete om akvifervärmelager m m; Leif Bjelm, Per-Gunnar Persson m fl (Geoteknologi, LTH) och Sören Gotthardsson (ASEA Stal Geoenergy AB), med vilka vi haft ett långvarigt och resultatrikt samarbete om olika geotermiska system; Johan Tollin, AIB, som varit till stor hjälp vid vårt arbete med bergvärmebrunnar; Hans Hydén, Leif Lemmeke m fl på VBB; Bengt Rydell och Caroline Palmgren, SGI; Mats Larsson, Lennart Spante och Bengt Vasseur, Vattenfall; K-Gösta Eriksson, Per-Åke Franck,Ingvar Rehn, Gösta Rosenblad, Jan Sundberg och Peter Wilén, Jordvärmegruppen, CTH; Kent Adolfsson, Ingvar Bogdanoff och Ulf Lindblom, Geoteknik, CTH; Örjan Haag m fl, Geologi, CTH; Göran Hultmark och Stefan Olsson, Andersson & Hultmark AB; Peter Margen, Margen-Consult; Torgny Ager-

strand, Olof Andersson, Peter Englöf, Lars Eriksson, Gunnar Gustafsson, Johan Landberg m fl på VIAK AB; Christer Gedda, Kjessler & Mannerstråle AB; Hans Gransell (Studsvik Energiteknik AV); Kjell Windelhed och Torgny af Forselles (Hagconsult); Stellan Braun, Firma Brunnsborrningar i Höör AB; Lars Persson m fl, Energisparteknik AB; Sven-Erik Lundin och Björn Svedinger (BFR) samt Ingvar Östen Andersson (NE); Torbjörn Jilar m fl vid Installationsteknik,CTH; Ingemar Johansson, AGA-Thermia.

Vi har haft ett nära samarbete med Chin-Fu Tsang och dennes forskargrupp vid Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, USA, angående termohydrauliska förlopp för akvifervärmelager och geotermiska system. Samarbetet har bl a skett i form av långvariga forskarbesök. Ett samarbete har också skett med Georges Vachaud, Alain Dunand m fl vid Institut de Mécanique des Fluides, Grenoble.

I samband med ett programutvecklingsarbete för simulering av energisystem inom IEA (Int Energy Agency), Task VII, Central Solar Heating Plants with Seasonal Storage, vill vi nämna följande samarbetspartner: Rune Håkansson, Sören Rolandsson (Studsvik Energiteknik AB), Arne Boysen (Hidemark och Danielsson AB), Verne Chant (Canada) och Jean-Christophe Hadorn (Schweiz).

Till de ovan nämnda personerna och till alla andra som på olika sätt varit oss till hjälp vill vi rikta ett varmt tack.

Vi vill gärna ha synpunkter på innehållet i denna handbok. Dessa kan gälla kompletteringar av teorin, vidareutveckling, datorprogram, oklarheter och felaktigheter. Telefonnummer: 046-107382 (Johan Claesson), 0500-37995 (Bengt Eftring), 046-107387 (Per Eskilson), 046-109091 (Göran Hellström).

Lund i augusti 1985
Avd för Matematisk Fysik
BYGGNADSTEKNIK
Lunds Tekniska Högskola

9. GRUNDVATTENVÄRME, GEOTERMI

Värme från grundvatten är en viktig naturvärmekälla. Grundvattentemperaturen ligger normalt i stort sett konstant vid eller något över luftens årsmedeltemperatur. Grundvattenvärme är därför en attraktiv värmekälla för värmepumpar.

I vissa områden i Sverige finns grundvatten på stora djup. Detta geotermalvatten har högre temperatur är normalt grundvatten. Ett exempel är geotermiprojektet i Lund, där värme från 25-gradigt vatten på 700 meters djup utnyttjas i stor skala för Lunds fjärrvärmeförsörjning. De termiska analysmetoderna för grundvatten kan direkt tillämpas på de för svenska förhållanden aktuella geotermisystemen, eftersom temperaturerna på geotermalvattnet är relativt måttliga. Vi skall här behandla grundvattenvärme och geotermi i ett sammanhang.

9.1 Återinjektering av nedkylt grundvatten

Värmeinnehållet i grundvattnet eller geotermalvattnet ner till $0^{o}C$ kan användas som värmekälla till en värmepump. Ett normalt system har två eller eventuellt fler brunnar. Grundvattnet tas upp ur den ena brunnen. Det utnyttjas, dvs nedkyles, och återinjekteras i den andra brunnen. Det kalla vattnet ger en nedkylning kring återinjekteringsbrunnen.

Man är intresserad av nedkylningens storlek, räckvidd och tidsutveckling för att kunna dimensionera ett system så att det inte ger oacceptabla miljöstörningar exempelvis på grundvattentäkter. Nedkylningen innebär också en risk för att temperaturen på det upptagna grundvattnet efter hand sjunker ner till oanvändbara nivåer. För att undvika en sådan termisk kortslutning mellan återinjekteringsbrunn och uttagsbrunn måste avståndet mellan brunnarna väljas tillräckligt stort. Man måste veta hur nedkylningen efter hand utvecklar sig för att kunna göra ett optimalt val av brunnsavstånd. Ett annat problem är influens mellan olika grundvattenvärmesystem.

Nedkylningen kring återinjekteringsbrunnen och eventuell temperatursänkning för upptaget grundvatten behandlas i detta kapitel. Temperaturförloppet är starkt avhängigt av strömningsmönstret för grundvattnet. Detta påverkas av många faktorer såsom akviferens eller akviferernas geometri, inhomogeniteter, regionalt grundvattenflöde, brunnarnas

lägen och pumpflöden. Här skall enbart några förhållandevis enkla strömningsmönster behandlas.

Avståndet mellan brunnarna betecknas L. Grundvattenflödet ges av vektorn $\bar{q}_w$. Den antas sakna vertikalkomponent. Dess dimension är m/s eller noga taget m^3 vatten/$m^2 \cdot s$. Pumpflödet till en brunn är Q_w (m^3 vatten/s). Det räknas negativt vid uttag av vatten. Vattnets volymetriska värmekapacitet är C_w ($\simeq 4.2$ MJ/$m^3 \cdot$ K).

Den naturliga ostörda temperaturen i marken är T_0. Temperaturen på återinjekterat vatten betecknas T_1. Den dimensionslösa temperaturstörningen i marken ges av:

$$u = \frac{T-T_0}{T_1-T_0} \qquad (9.1.1)$$

Ostörd marktemperatur ges av u = 0, medan u = 1 ger maximal störning ($T=T_1$). I allmänhet anges i det följande temperaturen såsom dimensionslös störning u. Verkliga temperaturer ges av (9.1.1).

De viktiga begreppen termisk hastighet och termisk radie behandlas i avsnitt 9.2 (och 8.1.4). De använda datormodellerna presenteras kortfattat i avsnitt 9.3. En omfattande studie av nedkylningen kring en enskild brunn redovisas i avsnitt 9.4. Temperaturförloppet runt återinjekteringsbrunnen förutsätts vara rotationssymmetriskt. I det följande avsnittet anges några analytiska uttryck för termisk räckvidd kring den enskilda brunnen. I avsnitt 9.6 behandlas temperatursänkningen i uttagsbrunnen för ett brunnspar.

Akviferen har den konstanta tjockleken H. Den har stor utsträckning i horisontalled. Det täckande skiktets tjocklek D är mycket stor för de geotermiska systemen. De termiska parametrarna i akvifer och i under- och överliggande skikt betecknas på samma sätt som i kapitel 8 i enlighet med figur 8.0.1.

9.2 Termisk hastighet och termisk radie

Det strömmande grundvattnet ger en konvektiv transport av värme. Temperaturfältet T i akviferen förflyttas. Överlagrat på denna värmetransport sker värmeledning. Den konvektiva förflyttningen styrs av

grundvattenflödet $\bar{q}_w$ till storlek och riktning. Låt $\bar{v}_T$ (m/s) beteckna den termiska hastigheten, dvs. den hastighet med vilken temperaturfältet förskjutes på grund av grundvattenflödet $\bar{q}_w$. Då gäller

$$\bar{v}_T = \frac{C_w}{C} \bar{q}_w \qquad (9.2.1)$$

Här är C_w värmekapaciteten för rent vatten och C värmekapaciteten för akviferen med sin blandning av vatten och jordmateriel. Faktorn C_w/C ligger mellan 1 och 2.

Den termiska hastighetsvektorn $\bar{v}_T$ anger till riktning och storlek hur t.ex. en temperaturfront rör sig. Ekvation 9.2.1 är en energibalansekvation. Låt oss se på en skarp temperaturfront med temperatursteget T_1-T_0. På en tid dt har fronten förflyttats sträckan $|\bar{v}_T|\cdot dt$. Denna del har ändrat temperatur från T_0 till T_1. Energin till detta kommer från grundvattnet. Man har energibalansen:

$$(T_1-T_0)C|\bar{v}_T|dt = (T_1-T_0)C_w|\bar{q}_w|dt \qquad (9.2.2)$$

Detta ger definitionen 9.2.1 för termisk hastighet, eftersom denna har samma riktning som grundvattenflödet.

Den konvektiva och diffusiva värmeströmningsprocessen i akviferen kan ses som två överlagrade processer. Det termiska hastighetsfältet $\bar{v}_T$ anger i varje punkt vid varje tidpunkt den konvektiva förskjutningen av temperaturfältet. Överlagrat på detta sker en temperaturspridning genom värmeledning.

Vid injektering av vatten i en brunn är grundvattenströmningen lokalt kring brunnen radiell. Man får, så länge störningar kan försummas, ett rent radiellt förlopp enligt formel 9.4.1.1. Antag nu att vatten med temperaturen T_1 injekteras från tiden t=0. En termisk front med språnget T_1-T_0 kommer att röra sig utåt. Genom värmeledning blir fronten efterhand mindre skarp. Den termiska radien R_T definieras av energibalansen:

$$\pi R_T^2 H\cdot C\cdot(T_1-T_0) = Q_w t\cdot C_w\cdot(T_1-T_0) \qquad (9.2.3)$$

Här är $Q_w \cdot t$ volymen av det utpumpade vattnet.

Den termiska radien blir

$$R_T(t) = \sqrt{\frac{V_w(t) \cdot C_w}{\pi HC}} \qquad (9.2.4)$$

Här är V_w den utpumpade vattenmängden.

Termisk radie för ett års utpumpning är:

$$R_{Ty} = \sqrt{\frac{V_{wy} \cdot C_w}{\pi HC}} \qquad (V_{wy} = Q_w \cdot t_y) \qquad (9.2.5)$$

Här är V_{wy} under året totalt utpumpad vattenmängd. Om pumpflödet är konstant, blir vattenvolymen $Q_w \cdot t_y$.

Låt q_{wo} vara storleken på det regionala grundvattenflödet. Motsvarande termiska hastighet blir:

$$v_{To} = \frac{C_w}{C} q_{wo} \qquad (9.2.6)$$

Låt L_{Ty} beteckna den termiska förskjutningen under ett år på grund av det regionala grundvattenflödet:

$$L_{Ty} = v_{To} \cdot t_y = \frac{C_w q_{wo} t_y}{C} \qquad (t_y = 1 \text{ år}) \qquad (9.2.7)$$

Det regionala grundvattenflödets belopp ges enligt Darcys lag av

$$q_w = K \cdot I \qquad (9.2.8)$$

Här är K akviferens hydrauliska konduktivitet (m/s) och I tryckfallet räknat i meter vattenpelare per meter.

Storheterna R_{Ty} och L_{Ty} är viktiga vid analyser av nedkylningen kring återinjekteringsbrunnen. Om L_{Ty} är mycket mindre än R_{Ty}, kan det regionala grundvattenflödet försummas. Detta innebär en kraftig förenkling av analysen. Om avståndet L mellan brunnarna är i samma storleksordning som R_{Ty} finns risk för termisk kortslutning. Om L_{Ty} är stor relativt R_{Ty} domineras processen av det regionala flödet.

9.3 Datormodeller

Samma datormodeller användes för värmelagring i akviferer och för grundvattensystem. Grundversionen avser det rotationssymmetriska problemet kring en brunn. Denna modell redovisas i avsnittet om datormodeller i kapitel 8. Manual ges av referens 17.

För mer komplicerade strömningsmönster pågår utveckling av en relativt allmän datormodell. Modellen är avsedd för analys av de termiska processerna. Grundvattenströmningen är given av brunnarnas lägen och pumpflöden samt av eventuellt regionalt flöde. Strömningen sker i akviferens plan. Strömbilden genereras av konforma koordinater. Man kan härvid ha ett antal brunnar i olika lägen och ett regionalt grundvattenflöde.

Den konforma avbildningen för ett brunnspar utan regionalt grundvattenflöde ger så kallade bipolära koordinater. Denna version av datormodellerna används vid de numeriska beräkningarna för ett brunnspar. I en studie av ett akvifervärmelager i Jönköping, vilken redovisas i kapitel 8, förekommer en centrumbrunn och en cirkelkrans med yttre brunnar. I detta fall användes de konforma koordinater som svarar mot ett sådant brunnsmönster och därmed förknippad strömningsbild.

I akviferplanet räknar man i de ortogonala koordinater som ges av den konforma avbildningen. Grundvattenströmningen följer den ena av dessa koordinater. Den tredje koordinaten ges av den vertikala z-axeln.

Termiska egenskaper kan variera i z-led. Inloppstemperaturen är tidsvariabel.

I de här aktuella problemen genomförs räkningar för stora områden under långa tider. Ett speciellt problem vid numerisk simulering av den kopplade konvektiva och diffusiva värmeledningsprocessen är så kallad numerisk dispersion. Denna innebär att beräkningen ger en alltför stor temperaturspridning. Numerisk dispersion undvikes helt genom en ny, ännu ej dokumenterad beräkningsteknik. Metoden bygger på en slags entropikonservation för den konvektiva delen av värmeströmningsprocessen.

Beräkningarna bedöms för de givna resultaten genomgående ha ett maximalt fel på 5%. Denna bedömning baserar sig bl.a. på jämförelser med de analytiska lösningar som ges i 9.5.1 och 9.5.2.

Beräkning för 25 år för ett rotationssymmetriskt problem, såsom referensfallet enligt avsnitt 9.4.2, kräver några minuters CPU-tid på en UNIVAC 1100/80. Härvid användes runt 500 gitterceller i akvifer och under- och överliggande mark. En genuint tredimensionell beräkning t.ex. för ett brunnspar kräver längre tid. Datortiden blir runt 2 minuter per årscykel, då något tusental gitterceller användes. Ofta användes ett finare gitter för de första åren. En ny körning för en längre tidsperiod göres sedan med ett grövre gitter.

En allmän erfarenhet är att man måste anpassa cellindelningen till den aktuella processen.

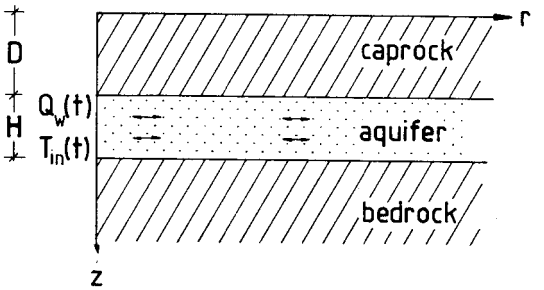
9.4 Parameterstudie av nedkylning kring enskild brunn

I detta avsnitt förutsätts att grundvattenflödet är rent radiellt ut från brunnen. Det kan variera i tiden. Temperaturförloppet blir rotationssymmetriskt runt brunnen.

9.4.1 Rotationssymmetri kring brunnen

Akviferen förutsätts homogen. Densitetsdrivna grundvattenflöden försummas, eftersom temperaturskillnaderna i vattnet är små. Grundvattenflödet runt brunnen blir då rent radiellt, om regionalt grundvattenflöde kan försummas, och om uttagsbrunnen ligger tillräckligt långt bort.

Figur 9.4.1 illustrerar det aktuella fallet. Brunnen ligger längs z-axeln. Vatten återinjekteras jämt fördelat över hela akviferskiktet $D < z < D+H$. Radiellt avstånd till brunnen är r.



Figur 9.4.1. Rotationssymmetriskt förlopp kring återinjekteringsbrunn.

Pumpflödet $Q_w(t)$ (m^3/s) är normalt variabelt i tiden. Det kan vara positivt, negativt eller noll. Temperaturen $T_{in}(t)$ på inmatat vatten är en given funktion av tiden. Den är givetvis bara definierad då Q_w är positiv. Grundvattenflödet $\bar{q}_w$ (m^3 vatten/m^3,s) blir:

$$\bar{q}_w = \frac{Q_w(t)}{2\pi Hr}\,\hat{r} \qquad (9.4.1.1)$$

Här är $\hat{r}$ enhetsvektorn i radiell riktning.

Temperaturen blir en funktion av r, z och t: $T = T(r,z,t)$. I akviferen sker en kopplad konvektiv och diffusiv värmeströmningsprocess. I överliggande (cap rock) och underliggande (bedrock) skikt har man ren värmeledning. Ostörd temperatur i akviferen är T_0. Årsfluktuationer vid marken kan försummas utom för mycket tunna täckande skikt ($D < 5$ m). Vid markytan ansätts därför den konstanta temperaturen T_0. En konstant återinjektionstemperatur betecknas T_1. Dimensionslös temperaturstörning $u(r,z,t)$ definieras av formel 9.1.1.

Isotermen $u=0.5$ anger de punkter där man har en temperaturstörning på 50% räknad mellan T_0 och T_1. Störningen har normalt störst räckvidd ungefär mitt i akviferen. Det största värdet på det radiella avståndet r för isotermen $u=0.5$ skall betecknas $R_{0.5}$. Denna radie blir ett mått på temperaturstörningen runt återinjekteringsbrunnen.

Avståndet till uttagsbrunnen är L. För att temperaturfältet med god approximation skall vara cylindersymmetriskt runt återinjekterings-

brunnen krävs att det av temperaturförändringar påverkade området ej kommer alltför nära uttagsbrunnen. Följande krav är rimligt:

$$R_{0.5} < \frac{L}{2} \qquad (9.4.1.2)$$

Observera att den termiska räckvidden $R_{0.5}$ varierar med tiden. Så länge som villkor 9.4.1.2 är uppfyllt kan man använda de aktuella resultaten vilka förutsätter cylindersymmetri.

Gränsen (9.4.1.2) är tilltagen med god marginal. Den torde kunna höjas till låt oss säga $R_{0.5} < 0.8L$ utan att stora fel introduceras.

9.4.2 Referensfall

Återinjekteringen sker ofta intermittent och med variabel injektionstemperatur. Fluktuationerna är emellertid enligt avsnitt 9.4.4 av sekundär betydelse för räckvidden av nedkylningen. Det avgörande är medelpumpflödet och medeltemperaturen på injekterat vatten. För referensfallet användes därför ett konstant pumpflöde Q_w (m^3 vatten/s) och en konstant inmatningstemperatur T_1.

Följande data gäller för referensfallet:

$$H = 10 \text{ m} \qquad D = 20 \text{ m}$$

$$\lambda = \lambda_{\parallel} = \lambda_c = \lambda_b = 2 \text{ W/m}\cdot\text{K}$$

$$C = C_c = C_b = 2 \text{ MJ/m}^3\cdot\text{K} \qquad (9.4.2.1)$$

$$C_w = 4.18 \text{ MJ/m}^3\cdot\text{K}$$

$$Q_w \simeq 0.6\cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \qquad V_{wy} = Q_w\cdot t_y = 19\ 000 \text{ m}^3/\text{år}$$

Temperaturerna T_0 och T_1 specificeras ej eftersom resultaten hela tiden ges som dimensionslös temperaturstörning u.

Den termiska radien R_T blir med formel 9.2.5:

$$R_{ty} = 35.5 \text{ m}$$

$$R_T = 35.5 \cdot \sqrt{\frac{t}{t_y}} \text{ m} \qquad t_y = 1 \text{ år} \tag{9.4.2.2}$$

Den stationära termiska influensradien R_f definieras enligt 9.5.1.2 av

$$R_f = \frac{Q_w C_w}{2\pi(\lambda_c + \lambda_b)} \tag{9.4.2.3}$$

Den är enligt avsnitt 9.5.1.1 ett mått på den maximala termiska räckvidden, då akviferen ej påverkas av markytan. Uppvärmning från markytan minskar räckvidden. Pumpflödet Q_w är valt så att R_f blir exakt 100 m:

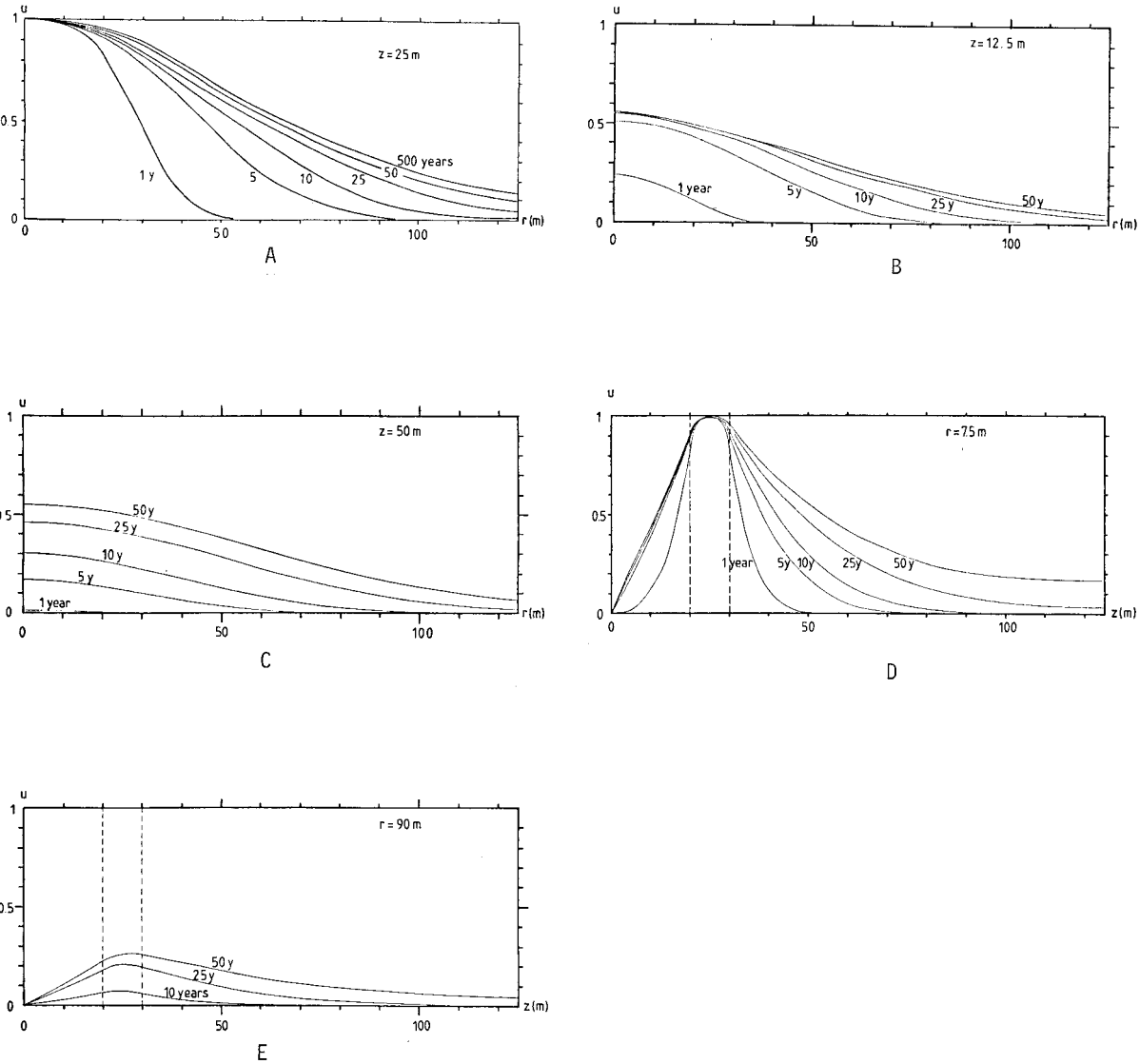
$$R_f = \frac{0.60126 \cdot 10^{-3} \cdot 4.18 \cdot 10^6}{2\pi(2+2)} = 100.0 \text{ m} \tag{9.4.2.4}$$

Referensfallet är ett relativt litet system. Energiuttaget per år vid en temperatursänkning $T_o - T_1 = 5^oC$ blir:

$$E_y = (T_o - T_1) \cdot Q_w C_w t_y = 110 \text{ MWh/år} \tag{9.4.2.5}$$

Beräknade temperaturfördelningar för referensfallet visas i figur 9.4.2. Den dimensionslösa temperaturstörningen u(r,z,t) anges. Värdet u=0 ger ostörd temperatur $T=T_o$, medan u=1 motsvarar den lägre injektionstemperaturen T_1.

Radiella temperaturprofiler i akviferens mitt (z = D+H/2 = 25 m) visas i figur 9.4.2 A. Den termiska räckvidden är ungefär 30 m efter ett år. Detta stämmer väl med den termiska radien R_{Ty} = 35.5 m. Räckvidden $R_{0.5}$ ökar till 45 m efter 5 år. Efter 25 år är den 60 m. Ökningen mellan 25 och 50 år är 3 m. Beräkningarna har utförts ända till år 500. Räckvidden ökar endast 2 m mellan år 50 och år 500. Stationära förhållanden har i huvudsak inträtt efter 25 år. De mindre störningarna för större radier får dock en längre tidsskala. På avståndet r=100 m ökar störningen på följande sätt: u=0.00 för t=5 år, u=0.05 för t=10 år, u=0.14 för t=25 år, u=0.20 för t=50 år och u=0.24 för t=500 år.



Figur 9.4.2. Dimensionslös temperaturstörning u för referensfallet (9.4.2.1).

I figur 9.4.2 B visas temperaturen mitt i det täckande jordlagret (z=12.5 m). Stationära förhållanden inträder efter 5 till 25 år. Nedkylningen 20 m under akviferen (z=50 m) visas i figur C. Denna process är långsammare.

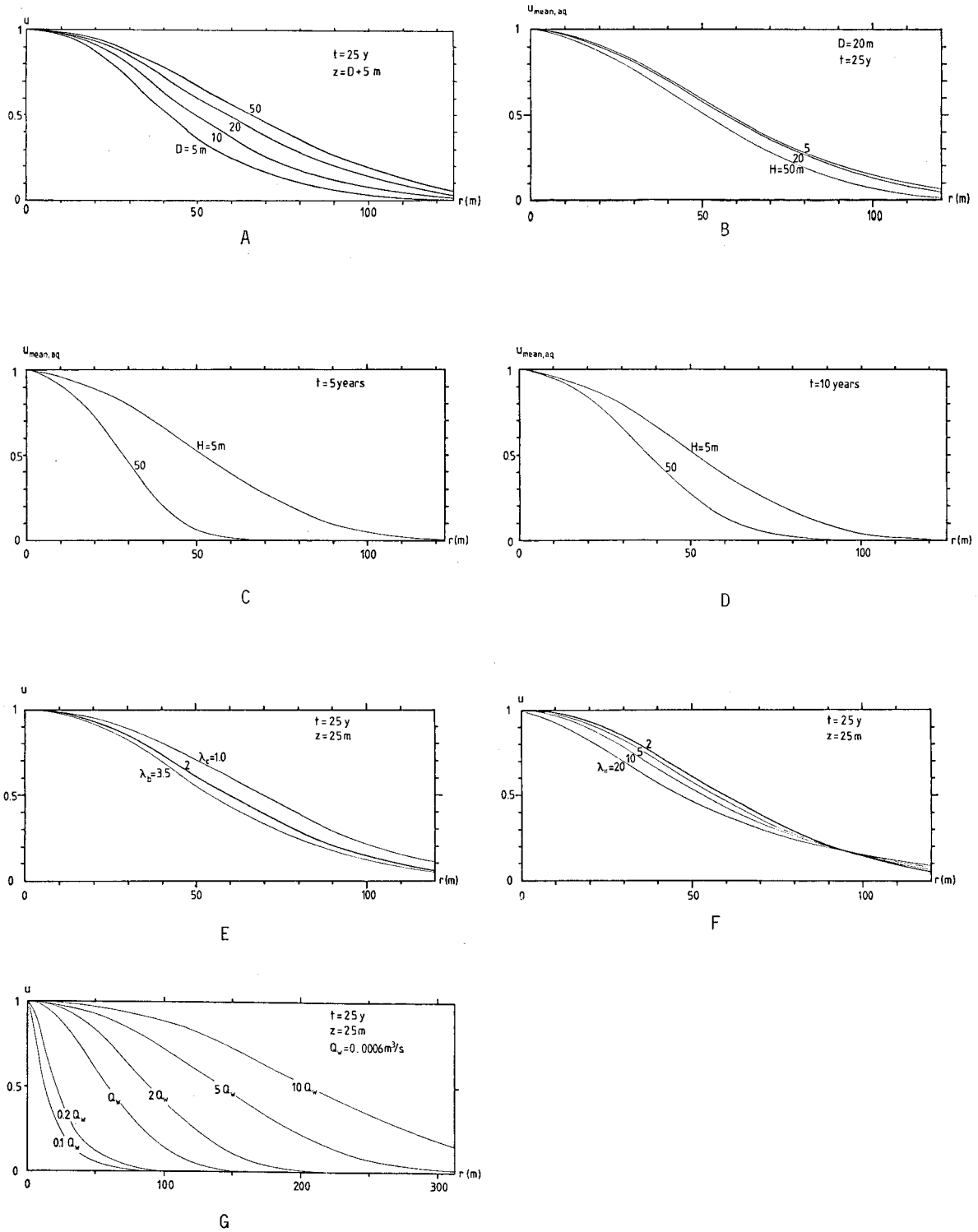
I figur 9.4.2 D och E visas temperaturprofiler i vertikala snitt nära brunnen (r=7.5 m) och relativt långt ut (r=90 m). De olika tidsskalorna illustreras väl. Nära brunnen får man på 5 år en linjär temperaturprofil uppåt, medan processen nedåt och längre ut är mycket långsammare.

9.4.3 Variation av parametrar

Olika parametrar har för referensfallet (9.4.2.1) varierats en efter en. Resultatet visas i figur 9.4.3. Den radiella temperaturprofilen i akviferens mitt (z = D+H/2) visas efter 25 år. För de tre figurerna 9.4.3 B-D där akviferens höjd H varieras anges medeltemperaturen över akviferhöjden för varje radie.

I figur 9.4.3 A har tjockleken D på det täckande jordlagret varierats från D=5 till D=100. Profilerna för D=100 m och D=50 m sammanfaller. Den termiska räckvidden $R_{0.5}$ ökar från 40 m för D=5 m till 70 m för D $\geq$ 50 m. Effekten av markytan på räckvidden är försumbar under de 25 första åren om D är större än 50 m.

I figur 9.4.3 B har akviferens höjd H varierats från 5 till 50 m. De radiella profilerna efter 25 år skiljer sig inte mycket åt. För att närmare belysa vad som händer visas radiella profiler efter 5 och 10 år i figurerna C och D. Som man kan förvänta sig blir räckvidden betydligt kortare i den mäktigare akviferen, eftersom det utmatade vattnet fördelas över större höjd. Denna stora skillnad försvinner emellertid efterhand. Detta beror på att räckvidden i första hand styrs av det nedkylda områdets exponering mot markytan. Räckvidden för två akviferer med olika höjd, vilka mottar sammar vattenmängder, blir då på lång sikt ungefär lika. Detta resonemang förutsätter att den termiska räckvidden är relativt stor jämfört med D.



Figur 9.4.3. Parametervariation utifrån referensfallet 9.4.2.1. Figurerna visar radiella profiler efter 25 år.

Detta exempel visar att man måste vara försiktig när det gäller att dra slutsatser om långsiktigt beteende av erfarenheter från de första åren.

Värmeledningsförmågan har varierats i figur E. Referensfallet ges av den kurva som är utmärkt med 2. För den övre kurvan λ_c = 1.0 har värmeledningsförmågan λ_c i täckande skikt minskats från 2.0 till 1.0. Räckvidden ökar med 10 m. Den undre kurvan λ_b = 3.5 ger radiell profil då λ_b ökat från 2.0 till 3.5. Räckvidden minskar då med 5 m.

I figur F har värmeledningsförmågan i akviferplanet λ_{11} varierats från 2 till 20 W/m•K. De höga värdena representerar approximativt en extra temperaturutspridning genom dispersionseffekter, vilka orsakas av inhomogeniteter. Det höga värdet λ_{11} = 20 ger en minskning av termisk räckvidd med 14 m

En allmän slutsats är att den termiska räckvidden inte är speciellt känslig för variationer av värmeledningsförmågorna.

Pumpflödet Q_w har varierats i figur G. Pumpflöden upp till 6 l/s har medtagits. Högre värden är ofta aktuella. För dessa fall kan med god precision de enklare analytiska uttrycken i avsnitt 9.5 användas. Den termiska räckvidden är förstås starkt beroende av Q_w.

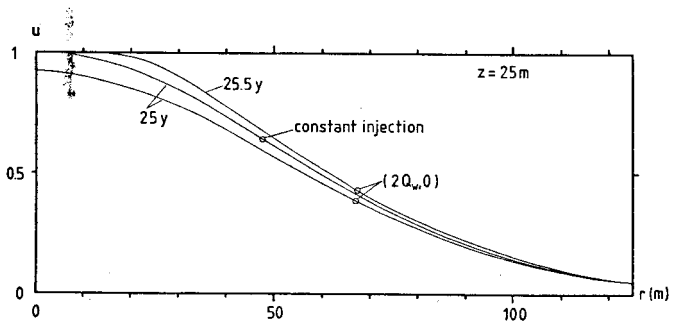
De två viktigaste variablerna för räckvidden är enligt ovanstående parametervariation pumpflödet Q_w och tjockleken D på täckande jordlager.

9.4.4 Variabel inmatning

Effekter av variabla inmatningsförhållanden skall belysas med två exempel i detta avsnitt. I det första exemplet jämföres konstant och intermittent pumpflöde. I det andra exemplet jämföres konstant och variabel inmatningstemperatur.

Referensfallet med data enligt (9.4.2.1) har det konstanta pumpflödet Q_w = 0.6 liter/s. Detta fall jämföres med ett fall med samma data för-

utom att pumpflödet är $2Q_w$ = 1.2 liter/s under första halvan av varje årscykel och noll under den andra halvan av året. Figur 9.4.4 visar beräknade radiella temperaturprofiler mitt i akviferen under det 25:e året. Kurvan i mitten ger profilen efter 25 år vid konstant pumpflöde. De två andra kurvorna ger profilen efter 25 och 25.5 år för det intermittenta fallet.



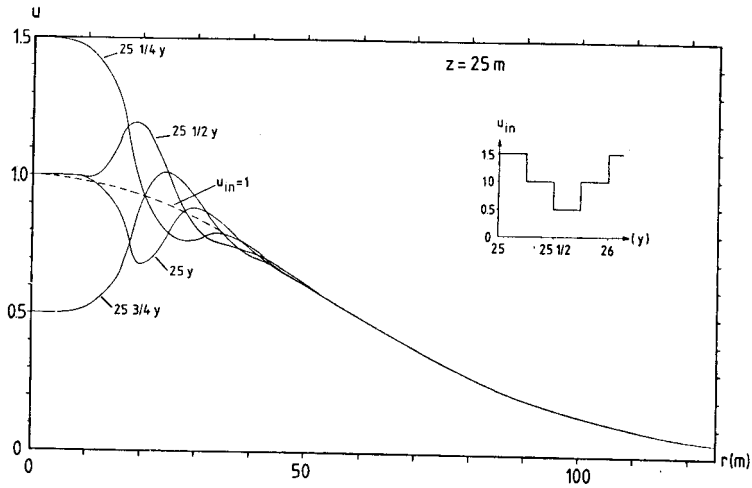
Figur 9.4.4. Jämförelse mellan konstant och intermittent pumpflöde. Data enligt (9.4.2.1).

Nära brunnen får man förstås klara skillnader. Dessa dämpas radiellt utåt. Den termiska räckvidden $R_{0.5}$ blir cirka 60 m i båda fallen. Isotermen u=0.5 för det intermittenta fallet fluktuerar inom ett område på några meter runt värdet vid konstant utmatning.

Exemplet visar att den termiska räckvidden för den aktuella typen av grundvattensystem i huvudsak styrs av medelpumpflödet under årscykeln. Det räcker att studera fall med konstant pumpflöde. Denna slutsats gäller ej för system med återladdning där det kalla vattnet tas tillbaka sommartid. Återladdning behandlas i avsnitten 9.4.6-8.

Effekten av varierande inmatningstemperatur belyses med följande exempel, som utgår från referensfallet 9.4.2.1 med konstant pumpflöde. Den dimensionslösa inmatningstemperaturen u_{in} är lika med +1. Detta fall jämföres med ett fall där inmatningstemperaturen u_{in} varierar kvartalsvis. Under kvartal 1, 2, 3 och 4 är u_{in} lika med 1.5, 1.0,

0.5 respektive 1.0. Processen upprepas år från år. Medelinmatningstemperaturen är fortfarande +1. I figur 9.4.5 visas radiella temperaturprofiler under det 26:e året. Nära brunnen ut till cirka 30 m får man kraftiga temperaturvariationer. Variationerna under året är helt utdämpade för $r \geq 50$ m. Den termiska räckvidden $R_{0.5} \simeq 60$ m påverkas ej av temperaturvariationerna.



Figur 9.4.5. Jämförelse mellan konstant och variabel inmatningstemperatur. Data enligt (9.4.2.1).

Fallet med periodisk inloppstemperatur behandlas analytiskt i avsnitt 9.5.1.4. Temperaturamplitudens dämpning för ökande r ges av formel 9.5.1.18. Den termiska räckvidden påverkas helt obetydligt av fluktuationer i inloppstemperaturen om följande kriterium är uppfyllt:

$$R_{0.5} > 2 \cdot \sqrt{2R_f d_o} \qquad (9.4.4.1)$$

Här ges R_f av formel 9.4.2.3 och d_o av

$$d_o = \sqrt{\frac{at_o}{\pi}} \qquad (9.4.4.2)$$

Periodtiden t_o är normalt ett år.

I det följande användes alltid en konstant inmatningstemperatur.

9.4.5 Diagram för termisk räckvidd

Enligt föregående avsnitt bestäms termisk räckvidd $R_{0.5}$ av medelpumpflödet och medelinjektionstemperaturen. Man kan använda konstanta värden. Dimensionslös inmatningstemperatur u_{in} blir lika med +1. I detta avsnitt skall den termiska räckvidden $R_{0.5}$ ges i dimensionslös form i ett antal diagram.

Vid en dimensionsanalys av det givna rotationssymmetriska problemet enligt figur 9.4.1 med konstant inmatning användes H som skalningslängd. Räckvidden $R_{0.5}$ blir då proportionell mot H. Den blir en funktion av den dimensionslösa tiden at/H^2. Problemet får följande parametrar:

$$\frac{R_f}{H}, \frac{D}{H}; \quad \frac{\lambda_{\parallel}}{\lambda}, \frac{\lambda_c}{\lambda}, \frac{\lambda_b}{\lambda}; \quad \frac{C_c}{C}, \frac{C_b}{C} \qquad (9.4.5.1)$$

Den stationära termiska räckvidden R_f innehåller pumpflödet Q_w enligt formel 9.4.2.3. Räckvidden ges således av en funktion som beror av ett antal parametrar enligt följande:

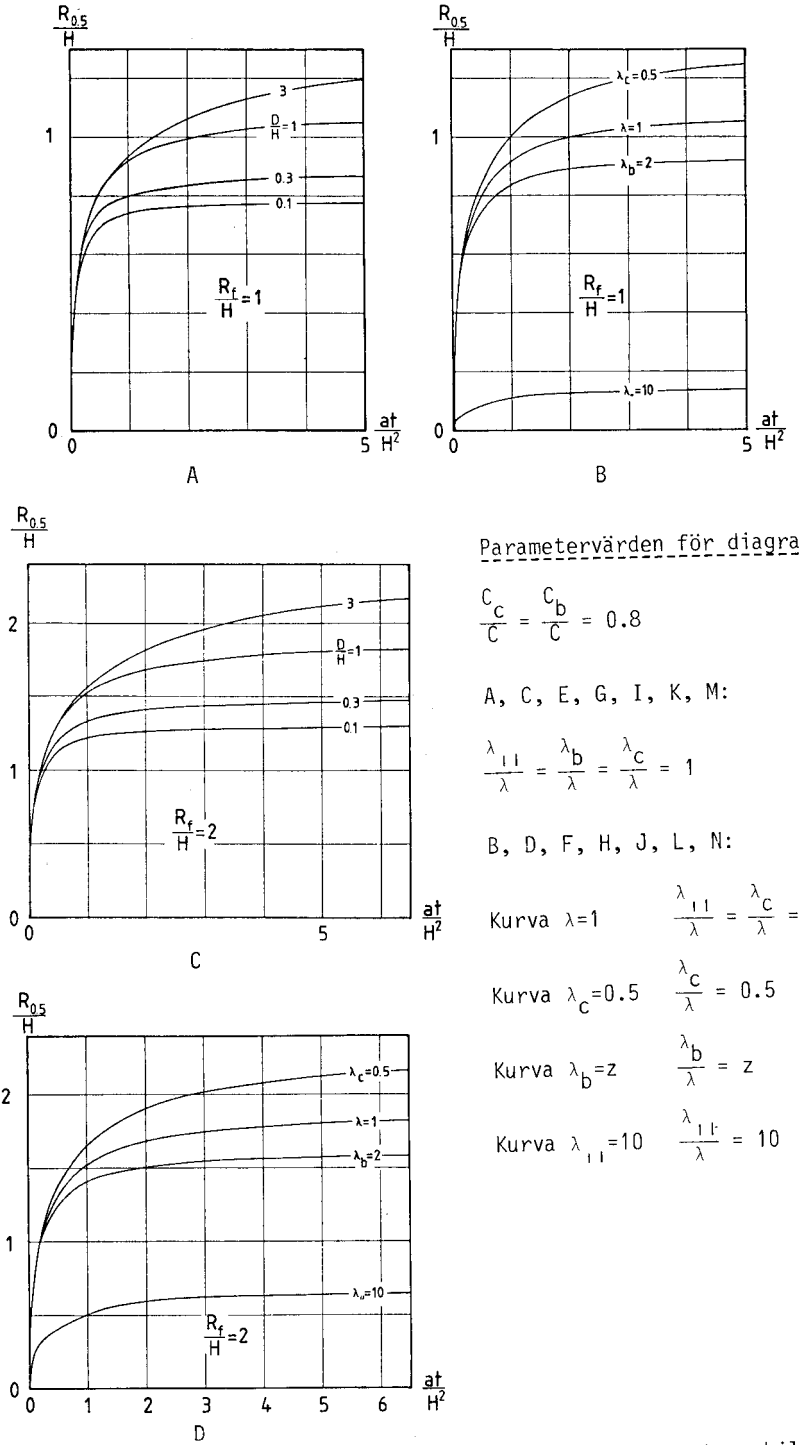
$$\frac{R_{0.5}}{H} = f\left(\frac{at}{H^2}; \quad \frac{R_f}{H}, \frac{D}{H}; \quad \frac{\lambda_{\parallel}}{\lambda}, \frac{\lambda_b}{\lambda}, \frac{\lambda_c}{\lambda}; \quad \frac{C_c}{C}, \frac{C_b}{C}\right) \qquad (9.4.5.2)$$

Räckvidden $R_{0.5}/H$ ges i figur 9.4.6 A-N. Den viktigaste parametern är pumpflödet Q_w dvs. R_f/H. Räckvidden som funktion av dimensionslös tid ges för följande värden:

$$\frac{R_f}{H} = 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 \qquad (9.4.5.3)$$

För varje värde ges två diagram. I det första varieras D/H och i det andra värmeledningsförmågorna. Exakta parametervärden visas i figur 9.4.6 A-D.

Värmekapacitetskvoterna varieras ej i figurerna 9.4.6 A-N ($C_b/C = C_c/C = 0.8$). För att belysa dessa parametrars betydelse har utifrån fallet $R_f/H=10$, $D/H=1$ enligt figur 9.4.6 G kapacitetskvoterna ökats från 0.8 till 1 och minskats till 2/3. Resultatet visas i figur 9.4.7. Kurvan för utgångsfallet enligt figur 9.4.6 G faller mitt emellan de två kurvorna. Skillnaderna mellan kurvorna är små. Värmekapaciteternas betydelse för räckvidden är ringa.



Parametervärden för diagram A-N

$\frac{C_c}{C} = \frac{C_b}{C} = 0.8$

A, C, E, G, I, K, M:

$\frac{\lambda_{11}}{\lambda} = \frac{\lambda_b}{\lambda} = \frac{\lambda_c}{\lambda} = 1$

B, D, F, H, J, L, N:

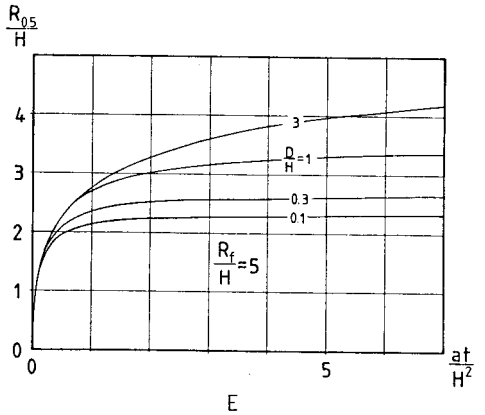
Kurva $\lambda=1$ $\quad \frac{\lambda_{11}}{\lambda} = \frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{\lambda_b}{\lambda} = 1$

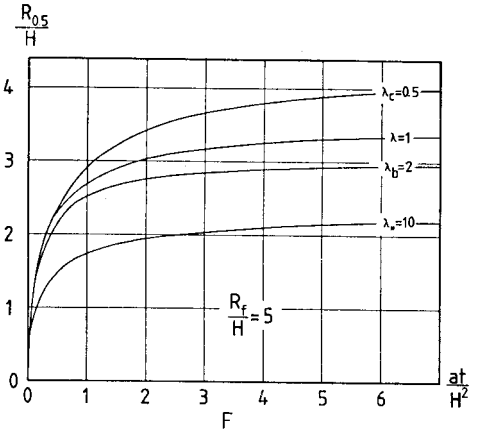
Kurva $\lambda_c=0.5$ $\quad \frac{\lambda_c}{\lambda} = 0.5 \quad \frac{\lambda_{11}}{\lambda} = \frac{\lambda_b}{\lambda} = 1$

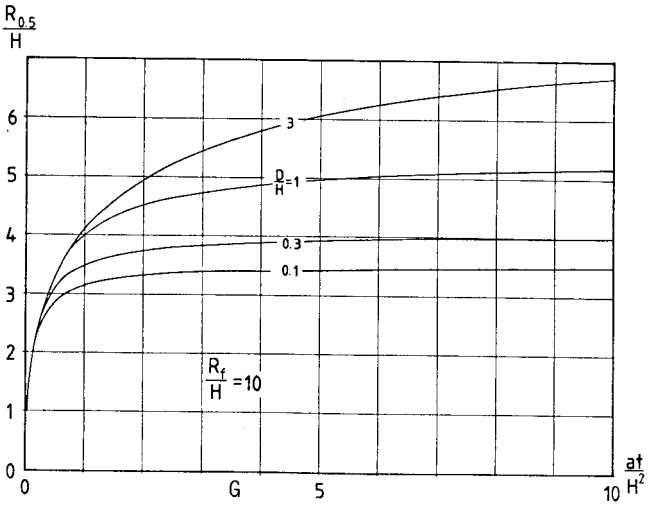
Kurva $\lambda_b=z$ $\quad \frac{\lambda_b}{\lambda} = z \quad \frac{\lambda_{11}}{\lambda} = \frac{\lambda_c}{\lambda} = 1$

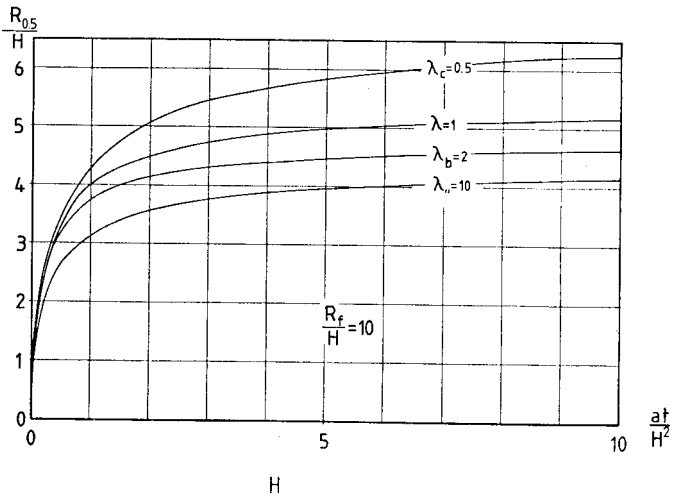
Kurva $\lambda_{11}=10$ $\quad \frac{\lambda_{11}}{\lambda} = 10 \quad \frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{\lambda_b}{\lambda} = 1$

Figur 9.4.6 A-D. Diagram för termisk räckvidd $R_{0.5}$ runt enskild brunn vid ren utmatning.

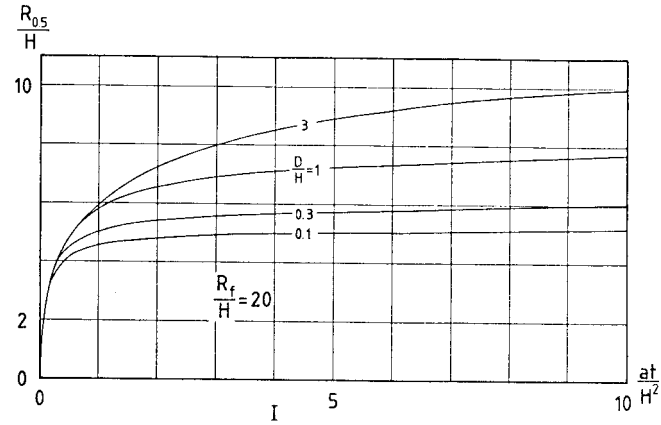




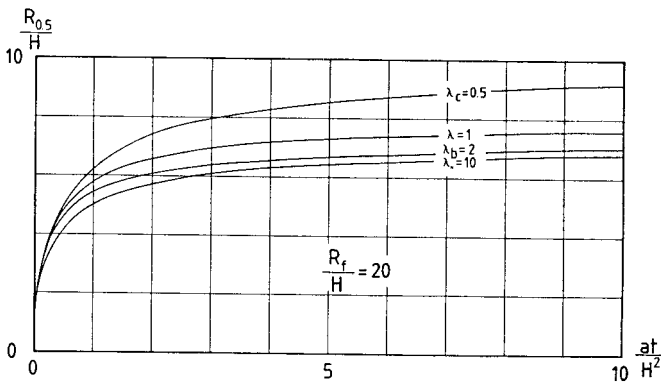




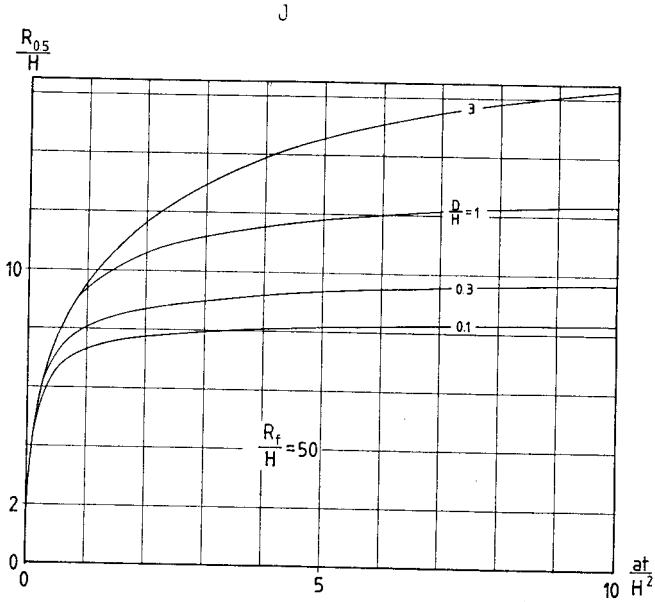
Figur 9.4.6 E-H. Diagram för termisk räckvidd $R_{0.5}$ runt enskild brunn vid ren utmatning.



I

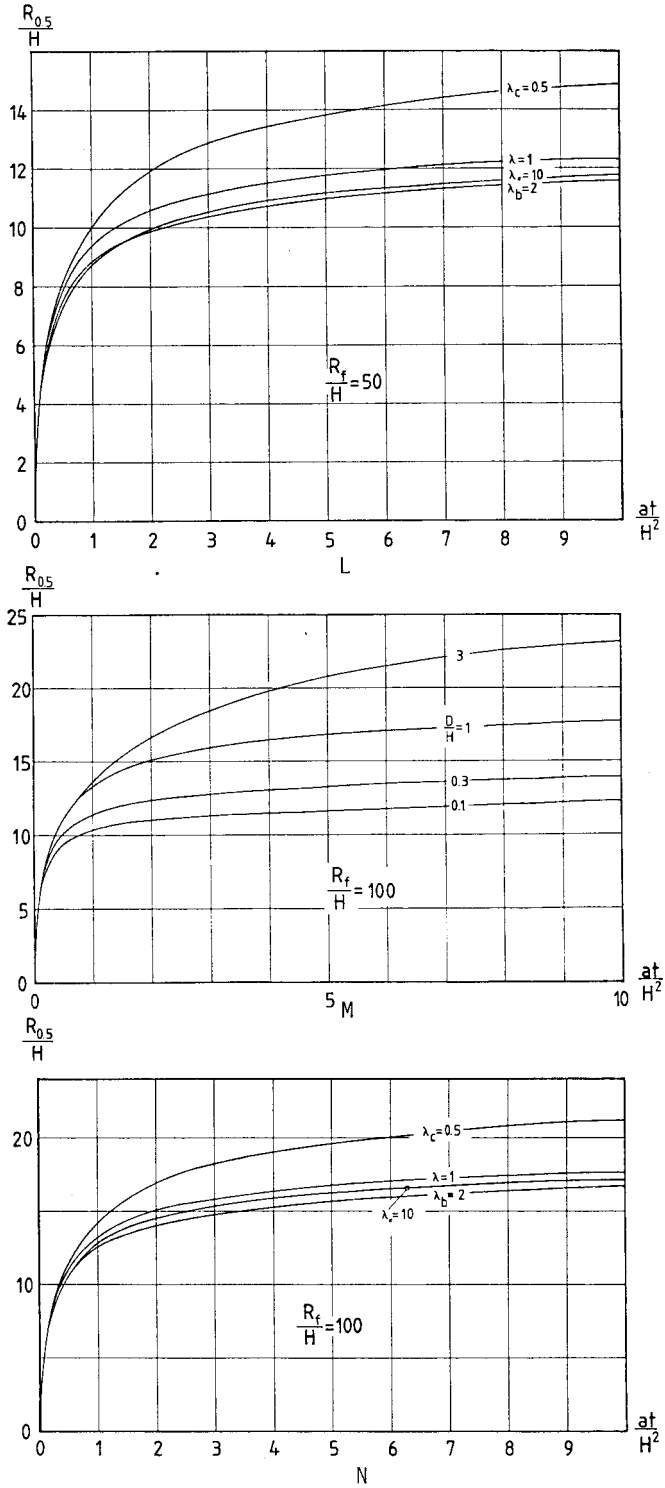


J

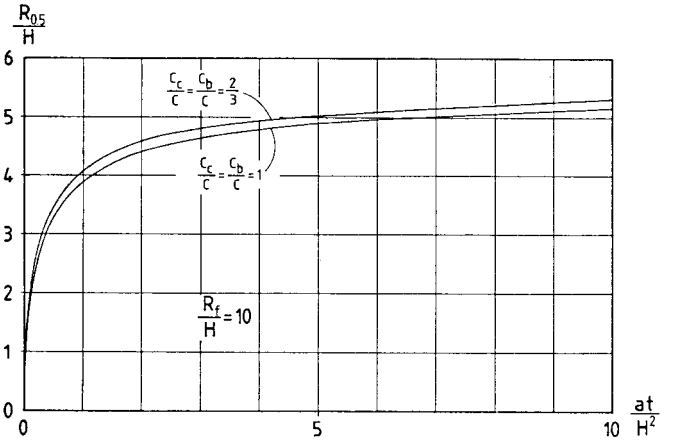


K

Figur 9.4.6 I-K. Diagram för termisk räckvidd $R_{0.5}$ runt enskild brunn vid ren utmatning.



Figur 9.4.6 L-N. Diagram för termisk räckvidd $R_{0.5}$ runt enskild brunn vid ren utmatning.



Figur 9.4.7. Termisk räckvidd vid variation av värmekapaciteter. Utgångsfallet ges av kurvan D/H=1 i figur 9.4.6 G.

Den dimensionslösa tiden är $at/H^2 = t/(H^2/a)$. Tidsskalan ges av H^2/a. Två numeriska exempel är:

$$a = 1.0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s \qquad H = 10\ m \qquad H^2/a = 3.2\ \text{år}$$
$$H = 50\ m \qquad H^2/a = 79\ \text{år} \qquad (9.4.5.4)$$

Diagrammen ges för dimensionslös tid fram till 5 à 10 enheter. I verkliga tider ger därför diagrammen förloppet under en tidsperiod upp till 15 à 800 år.

9.4.6 Återladdning

Nedkylningen runt återinjekteringsbrunnen och den termiska räckvidden kan minskas avsevärt genom återladdning sommartid. Vintertid pumpas kallt vatten ut i återinjekteringsbrunnen. Vid återladdning sommartid pumpas detta vatten tillbaka. Vattnet värmes till ostörd temperatur T_0 och pumpas ner via uttagsbrunnen.

För det aktuella problemet där en enskild brunn studeras blir pumpflödet pulserande under årscykeln. Vintertid injekteras nedkylt grundvatten.

Vid återladdningen pumpas vatten tillbaka. Pumpflödet Q_w är då negativt. Återladdningen antas vara balanserad så att samma vattenmängd pumpas ut och tas tillbaka under varje årscykel. I avsnitt 9.4.8 behandlas fallet då dubbelt så mycket vatten pumpas tillbaka vid återladdningen.

För att belysa vad som händer vid återladdningen skall ett exempel med data enligt referensfallet 9.4.2.1 behandlas i detalj. Pumpflödet $Q_w(t)$ är nu pulserande enligt följande:

$$Q_w(t) = \begin{cases} 1.8 \cdot 10^{-3}\ m^3/s & 0 < t-nt_o < 4 \text{ (månad)} \\ 0 & 4 < t-nt_o < 6 \quad " \\ -1.8 \cdot 10^{-3}\ m^3/s & 6 < t-nt_o < 10 \quad " \\ 0 & 10 < t-nt_o < 12 \quad " \\ & (t_o = 1 \text{ år},\ n=0,1,\ldots) \end{cases} \qquad (9.4.6.1)$$

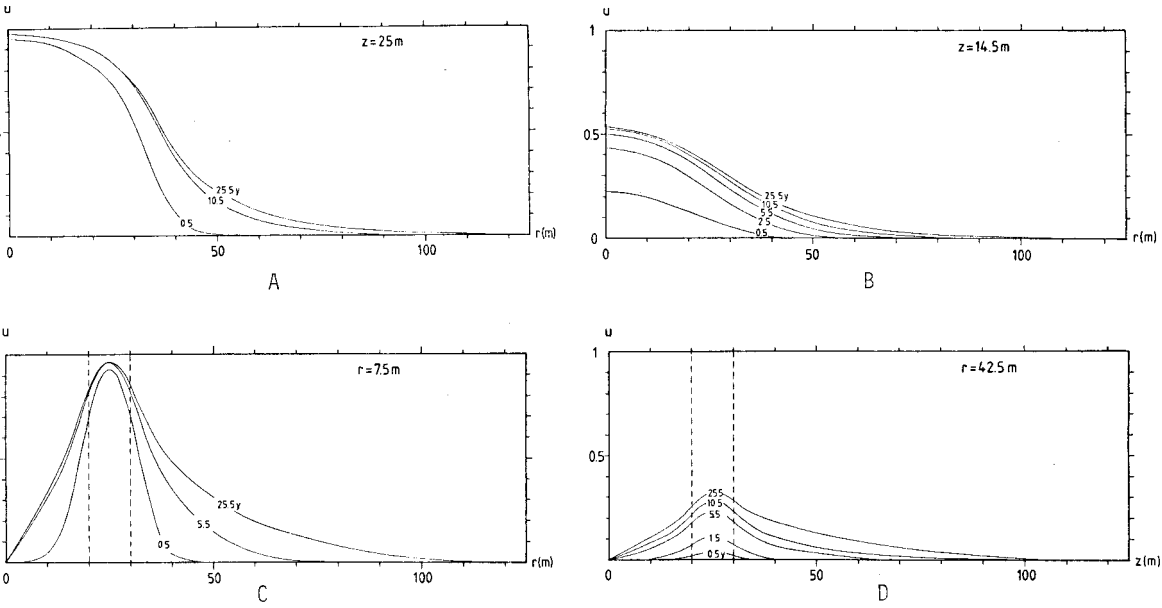
Utpumpning sker under fyra månader. Pumpflödet är tredubblat jämfört med det tidigare referensfallet. Samma vattenvolym pumpas således ut under varje årscykel. Efter två månader sker återpumpning under en fyramånadersperiod.

Den termiska radien för utpumpningen under fyramånadersperioden ges av (9.4.2.2):

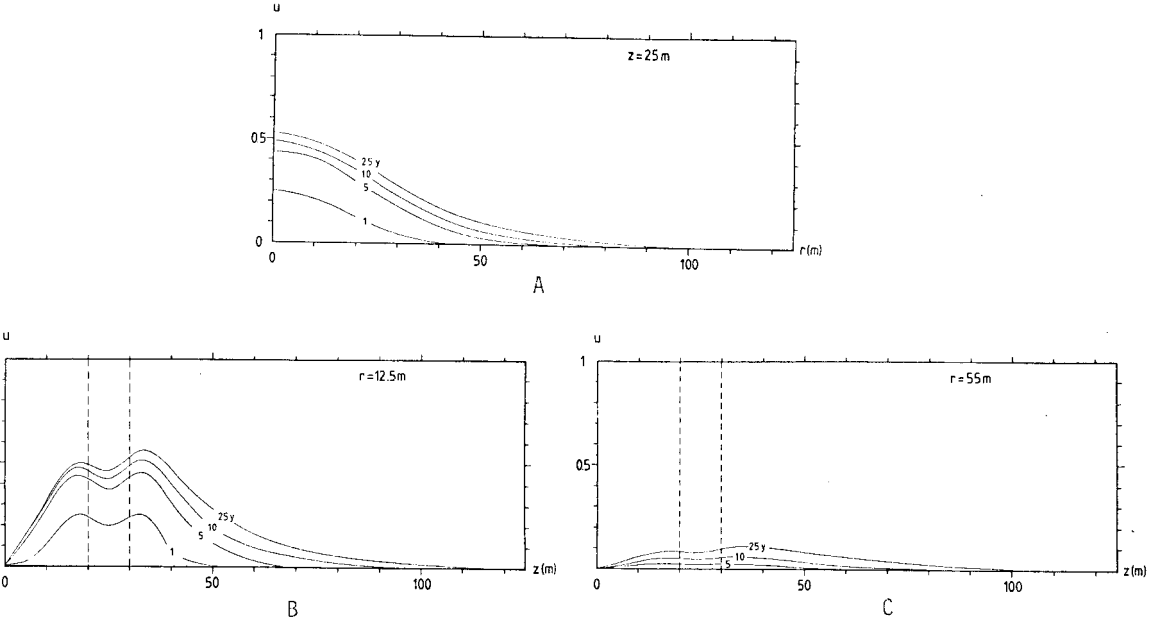
$$R_T = 35.5 \text{ m} \qquad (9.4.6.2)$$

Temperaturfältet för detta referensfall med återladdning visas i figurerna 9.4.8 och 9.4.9. Figur 9.4.8 visar temperaturstörningen u(r,z,t) i mitten av året, dvs. efter injektionsperioden. Figur 9.4.9 ger temperaturer i slutet av varje år, dvs. efter återladdningsperioden då vattnet har pumpats tillbaka.

Figur 9.4.8 A visar radiell temperaturstörning mitt i akviferen. Motsvarande fall utan återpumpning ges av figur 9.4.2 A. Temperaturprofilen efter det första årets utmatning är väsentligen densamma. Den termiska räckvidden är i båda fallen cirka 30 m. Räckvidden i återladdningsfallet ökar långsamt upp till drygt 35 m efter 10 år. Ökningen mellan



Figur 9.4.8. Temperaturfält efter injektionsperioden för referensfallet med återladdning. Data enligt (9.4.2.1) och (9.4.6.1)



Figur 9.4.9. Temperaturfält efter återladdningsperioden för referensfallet med återladdning. Data enligt (9.4.2.1) och (9.4.6.1).

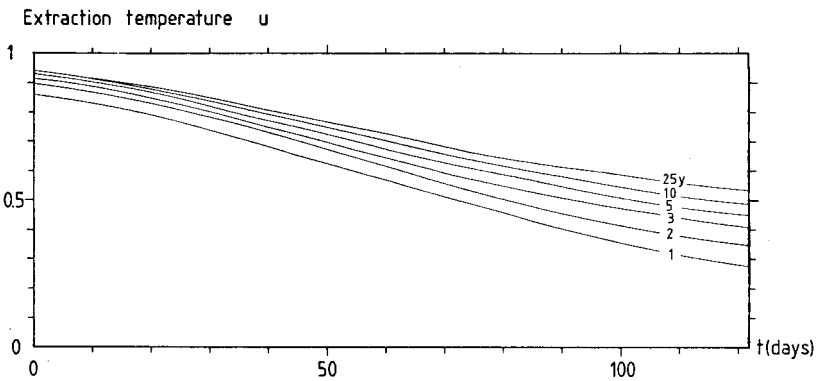
år 10 och år 25 är inte mer än en meter. Återladdningen minskar räckvidden efter 25 år från 60 m till 37 m.

En viktig lärdom av detta exempel är att den termiska räckvidden $R_{0.5}$ stabiliserar sig till ett i huvudsak konstant värde redan efter några år.

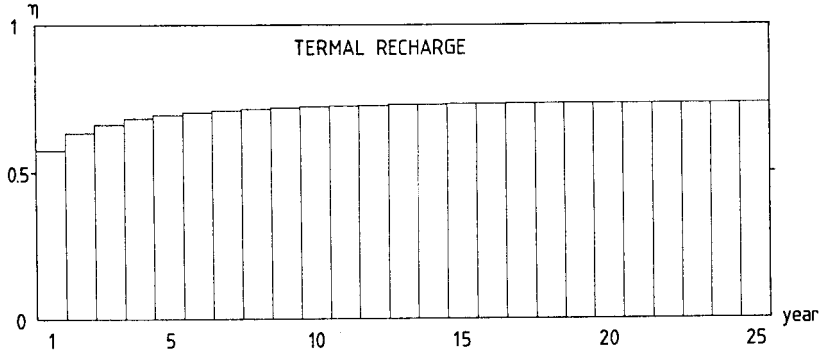
Figurerna 9.4.8 B-D visar temperaturprofiler radiellt i täckande jordlager (z=14.5 m) och längs två vertikala linjer (r=7.5 och 42.5 m).

Figur 9.4.9 A visar den radiella temperaturprofilen mitt i akviferen efter återpumpningsperioden. Efter de första åren är ökningen av temperaturstörningen relativt liten och långsam. Figurerna 9.4.9 B-C visar profiler längs vertikala linjer nära brunnen (r=12.5 m) och längre ut (r=55 m). Efter återpumpningen är temperaturstörningen lägre i akviferen än i omgivande skikt.

Temperaturen på det återpumpade vattnet under de fyra månderana av återladdning visas i figur 9.4.10 för olika år. Detta vatten skall värmas till $T=T_0$, dvs. till u=0. Ytan under kurvorna ger den värmetillförsel som krävs för återladdningen. Medelvärdet av u för återpumpat vatten under ett år betecknas η. Det återupptagna vattnet skall i medeltal uppvärmas $\eta\cdot(T_0-T_1)$ ^oC. Storheten η anger erforderlig återuppvärmningsgrad. Den visas för det aktuella fallet i figur 9.4.11. Återuppvärmningsgraden η blir för år 1, 2, 5 och 25 lika med 0.57, 0.64, 0.70 respektive 0.74.



Figur 9.4.10. Temperatur hos upptaget vatten under återladdningsperioden för referensfallet med återladdning. Data enligt (9.4.2.1) och (9.4.6.1).



Figur 9.4.11. Erforderlig återuppvärmningsgrad för referensfallet med återladdning. Data enligt (9.4.2.1) och (9.4.6.1).

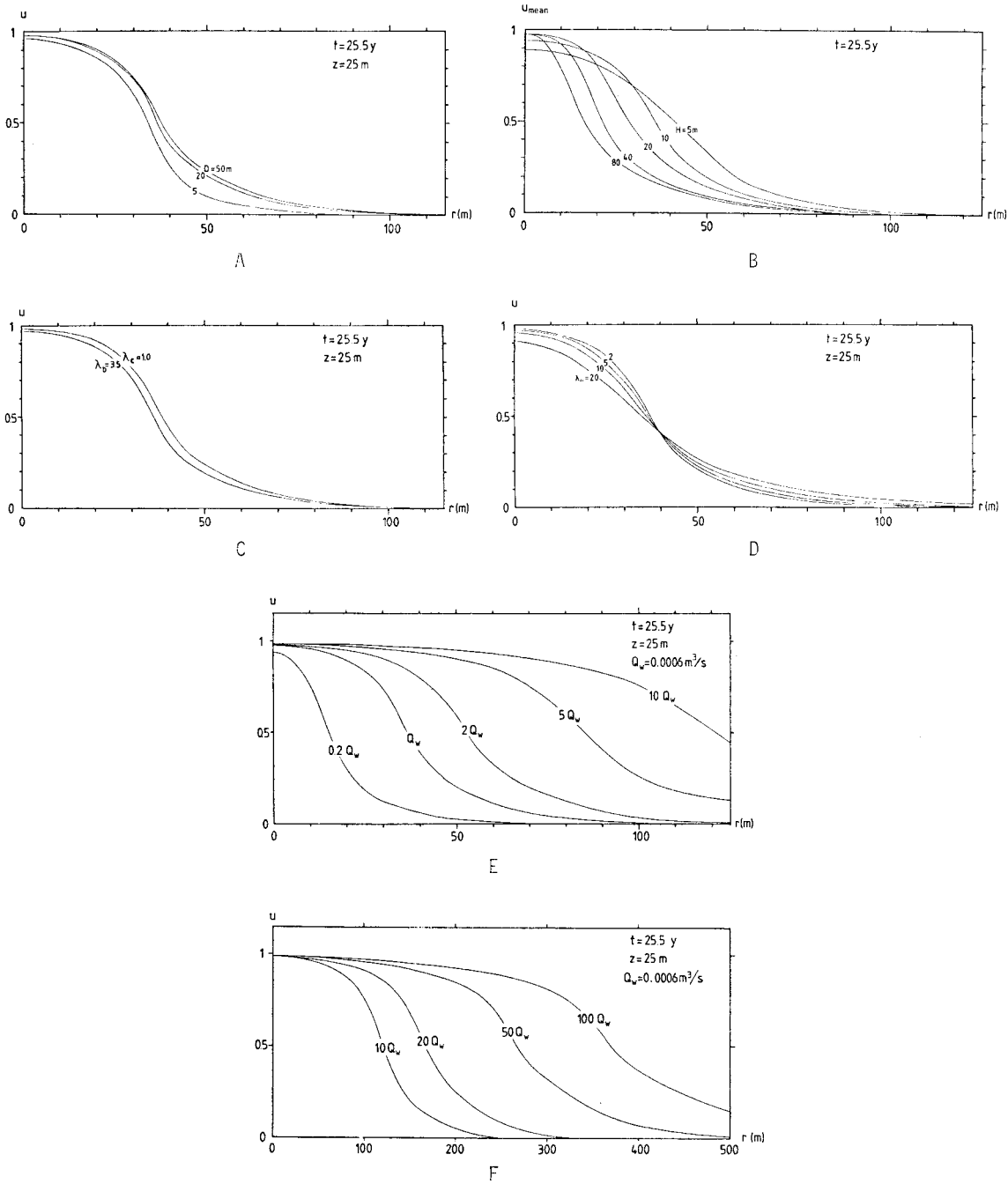
9.4.7 Parametervariation för återladdningsfallet. Tumregel för termisk räckvidd.

Olika parametrar har varierats en efter en för referensfallet (9.4.2.1) med balanserad återladdning enligt (9.4.6.1). Resultatet ges i figur 9.4.12 A-F. Radiella temperaturprofiler i akviferens mitt ges för tiden t = 25.5 år, dvs. efter det 26:e årets utpumpning. Då H varieras, anges ett medelvärde över akviferens höjd.

Tjockleken D på täckande jordlager har varierats från 5 till 50 m. Skillnaderna i räckvidd blir små. Akviferhöjden H har varierats från 5 till 80 m. I motsats till fallet utan återladdning blir nu skillnaderna i räckvidd stora.

Figur 9.4.12 C visar att en ändring av värmeledningsförmågan för underliggande skikt (λ_b = 3.5 i stället för λ_b = 2) eller för täckande skikt (λ_c = 1.0 i stället för λ_c = 2) inte nämnvärt påverkar räckvidd. Referensfallets kurva faller emellan de två givna kurvorna.

Den radiella värmeledningsförmågan λ_{11} har varierats från 2 till 20. Kurvorna blir förstås flackare, då λ_{11} ökas. Den termiska räckvidden $R_{0.5}$ påverkas dock ej i någon större grad eftersom kurvorna korsar varandra ganska nära det r-värde där u är lika med 0.5.



Figur 9.4.12 A-F. Radiella temperaturprofiler vid parametervariation för referensfallet med återladdning. Utgångsdata enligt (9.4.2.1) och (9.4.6.1).

Den viktigaste parametern för den termiska räckvidden är som tidigare pumpflödet Q_W, dvs. den vattenmängd som pumpas ut under varje årscykel. I figurerna E och F ges profiler vid variation från 0.2 Q_W till 100 Q_W, där Q_W är referensfallets pumpflöde.

Medelvärdet av temperaturen u på uttaget vatten under återladdningsperioden ger erforderlig återladdningsgrad η. Tabell 9.4.1 anger denna för år 1, 3 och 25 för referensfallet och för några av fallen från parametervariationen. Ökningen av η är efter de första åren liten.

År	1	3	25
Referensfallet	0.57	0.64	0.74
D = 5 m	0.56	0.62	0.66
D = 50 m	0.58	0.67	0.76
H = 5 m	0.41	0.52	0.62
H = 20 m	0.62	0.70	0.77
H = 40 m	0.68	0.75	0.83
H = 80 m	0.63	0.71	0.80
λ_c = 1.0	0.60	0.69	0.78
$\lambda_{\parallel}$ = 20	0.43	0.51	0.61
0.2 Q_W	0.47	0.55	0.62
10 Q_W	0.58	0.69	0.79

Tabell 9.4.1. Erforderlig återladdningsgrad η för referensfallet med återladdning och för några fall från parametervariationen.

Vid variation av H får man ett maximum för η vid H=40 m. Detta maximum beror på att det nedkylda området har den mest kompakta formen för detta H. Detta ger den lägsta uppvärmningen från omgivningen.

I referensfallet pumpas 19 000 m^3 vatten ut varje år. I återladdningsfallet pumpas samma volym vatten tillbaka varje år. Den termiska radien R_T för denna vattenvolym är enligt (9.4.2.2) 35.5 m. Enligt figur 9.4.9 A

är den termiska räckvidden $R_{0.5}$ 30 m efter första årets utmatning. Den stiger sedan till drygt 35 m för år 10 till 25. Den termiska radien kan därför i detta fall användas som en uppskattning av termisk räckvidd från låt oss säga år 5. Med utgångspunkt från detta exempel uppställs följande tumregel för att uppskatta räckvidden.

Givet ett fall med balanserad återladdning. Vattenmängden V_{wy} (m^3/år) utmatas varje år. Vid återladdningen pumpas samma vattenvolym tillbaka. Den termiska radien för denna vattenvolym är enligt formel 9.2.5:

$$R_{Ty} = \sqrt{\frac{V_{wy}C_w}{\pi HC}} \qquad (9.4.7.1)$$

En uppskattning av den termiska räckvidden $R_{0.5}$ är då

$$R_{0.5} \simeq R_{Ty} \qquad (9.4.7.2)$$

Detta skall betraktas som en tumregel. Den termiska räckvidden avser tiden då utpumpningen är fullbordad för året. Uppskattningen gäller för räckvidden efter några år. Under de första åren överskattar formeln räckvidden.

I tabellerna 9.4.2 och 9.4.3 jämföres tumregeln med de värden som har beräknats vid parametervariationerna. Tabell 9.4.2 ger räckvidd $R_{0.5}$ för år 25 (figur 9.4.12 B) och termisk radie R_{Ty} för olika akviferhöjder. Tabell 9.4.3 ger en jämförelse för olika pumpflöden $\alpha \cdot Q_w$ (figur 9.4.12 E-F).

H (m)	5	10	20	40	80
R_{Ty} (m)	50	35.5	25	18	13
$R_{0.5}$ (m) år 25	41	36.5	28	21	16

Tabell 9.4.2. Jämförelse mellan termisk radie och termisk räckvidd från figur 9.4.12 B.

Relativt pumpflöde	0.2	1	2	5	10	20	50	100
R_{Ty} (m)	16	35.5	50	79	112	159	251	355
$R_{0.5}$ (m) år 25	16	36.5	53	85	121	167	267	370

Tabell 9.4.3. Jämförelse mellan termisk radie och termisk räckvidd från figur 9.4.12 E-F.

Tumregelns maximala fel i dessa fall är 20%. I de flesta fall ligger felet runt 5%.

Det bör noteras att det inte finns någon motsvarande, lika enkel formel för fallet utan balanserad återladdning.

9.4.8 Dubbel återladdning

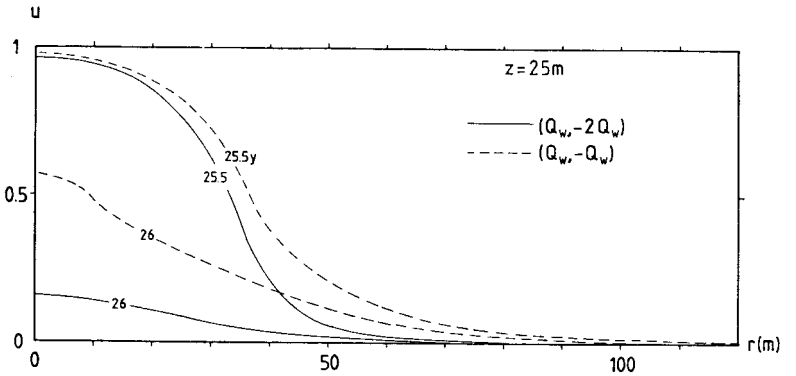
Samma vattenvolym pumpas ut och tas tillbaka vid balanserad återladdning. Man kan tänka sig att öka återladdningen genom att pumpa tillbaka mer vatten. Detta skall belysas med ett exempel.

Data enligt referensfallet 9.4.2.1 användes. Pumpflödet följer återladdningsfallet enligt (9.4.6.1) med den skillnaden att pumpflödet vid återladdning fördubblas:

$$Q_w(t) = \begin{cases} 1.8 \cdot 10^{-3}\ m^3/s & 0 < t-nt_o < 4 \quad \text{(månad)} \\ 0 & 4 < t-nt_o < 6 \quad \text{"} \\ -3.6 \cdot 10^{-3}\ m^3/s & 6 < t-nt_o < 10 \quad \text{"} \\ 0 & 10 < t-nt_o < 12 \quad \text{"} \end{cases} \qquad (9.4.8.1)$$

$$(t_o = 1 \text{ år},\ n = 0, 1, \ldots)$$

I figur 9.4.13 visas den radiella temperaturprofilen i akviferen efter utmatning och efter återpumpning för år 26. De streckade linjerna ger det tidigare fallet med balanserad återladdning. Den termiska räckvidden har minskat 3 m. Den fördubblade återladdningen ger en relativt liten förbättring.



Figur 9.4.13. Radiella temperaturprofiler för referensfallet med balanserad och dubbel återladdning.

9.4.9 Temperaturstörning vid markytan

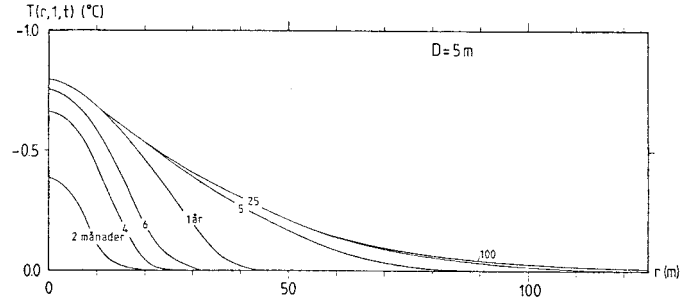
Temperaturstörningar vid markytan från det kalla återinjekteringsvattnet är av intresse av miljöskäl. De här angivna temperaturstörningarna är överlagrade på naturliga, ostörda temperaturer. Vid och nära markytan har man kraftiga temperaturvariationer under dygnet. Bl.a. för att undvika de komplikationer som detta ger upphov till skall temperaturstörningar på en meters djup (z=1) anges.

Som exempel användes referensfallet med data enligt (9.4.2.1). Tjockleken D på täckande jordskikt varieras. Temperatursänkningen för grundvattnet antas vara $5^{o}C$:

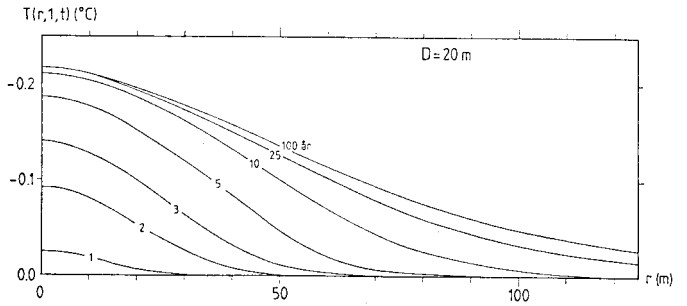
$$D = 5,\ 20,\ 50\ m \qquad T_1 - T_o = -5^{o}C \qquad (9.4.9.1)$$

Temperaturstörningen på en meters djup visas i figur 9.4.14 A-C.

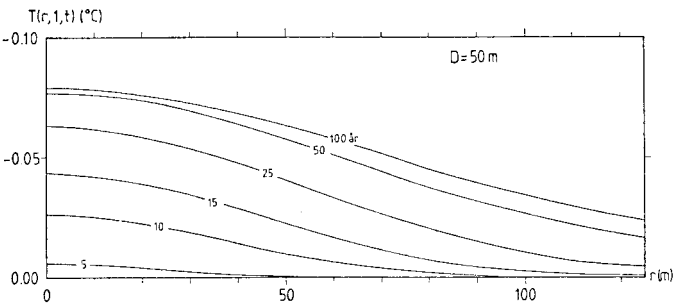
Figur 9.4.14 A visar temperaturstörningen för ett tunt täckande skikt (D=5 m). Den maximala temperaturstörningen blir $-0.8^{o}C$. Detta innebär att temperaturen på en meters djup vid brunnen hela året ligger cirka $0.8^{o}C$ under den ostörda marktemperaturen. Vid 60 meters avstånd från brunnen har störningen reducerats till 20% av maximalvärdet. Enligt figur 9.4.14 B-C är maximal störning $-0.22^{o}C$ för D=20 m och $-0.08^{o}C$ för D=50 m.



A



B



C

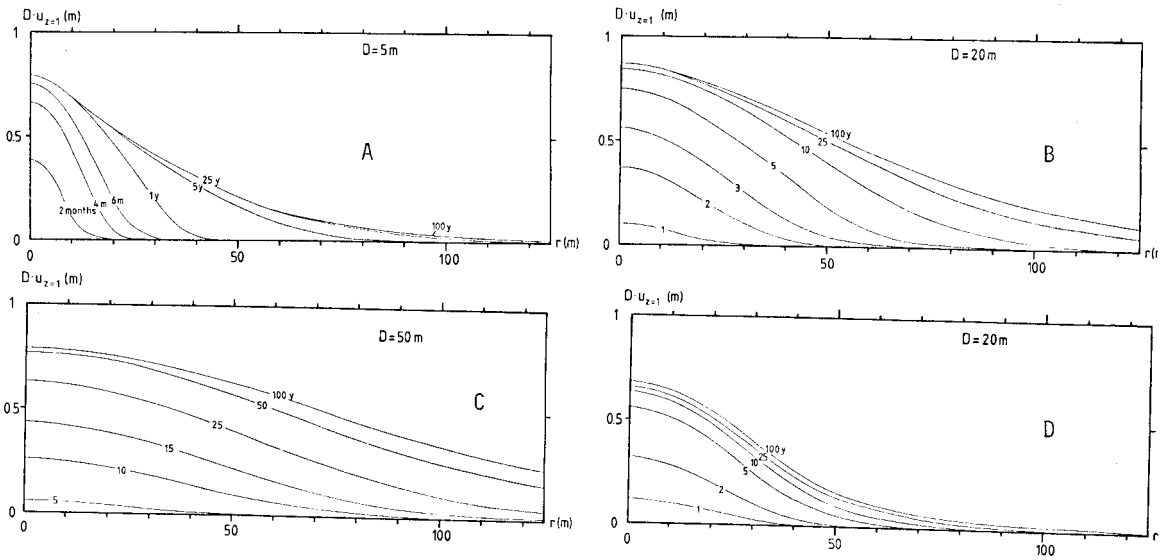
Figur 9.4.14. Temperaturstörning på djupet 1 meter vid återinjektering av 5 grader kallare vatten. Data enligt (9.4.2.1) och (9.4.9.1).

Störningar anges fram till år 100. Tidsskalan fram till stationära förhållanden beror starkt på D och r.

Den maximala temperaturstörningen är T_1-T_0 ^oC. Den inträffar vid brunnen då kallt vatten med temperaturen T_1 injekteras. En första uppskattning är att anta en linjär fördelning för störtemperaturen från z=D till z=0. På en meters djup nära brunnen är då temperaturstörningen omkring $(T_1-T_0)/D$. För de tre djupen blir detta med data enligt (9.4.9.1) -5/5 = -1^oC, -0.25^oC och -0.1^oC. De numeriskt beräknade värdena hamnade något under dessa uppskattningar. Temperaturstörningen kan enligt (9.1.1) skrivas

$$T(r,1,t) - T_0 = D \cdot u\Big|_{z=1} \cdot \frac{T_1-T_0}{D} \qquad (9.4.9.2)$$

Faktorn $(T_1-T_0)/D$ ger en normalt övre gräns för maximal temperaturstörning på en meters djup. Faktorn $D \cdot u\big|_{z=1}$ anger störningens storlek relativt maximalvärdesuppskattningen $(T_1-T_0)/D$. Den visas i figur 9.4.15 A-C för referensfallet (9.4.2.1) för de tre olika värdena på D. Det är samma figurer som 9.4.14 A-C frånsett att relativ störning nu anges. Figur 9.4.14 D visar referensfallet (9.4.2.1) med balanserad återladdning enligt (9.4.6.1).



Figur 9.4.15 A-D. Temperaturstörningsfaktor enligt (9.4.9.2) för referensfallet (9.4.2.1) utan återladdning (A-C) och med återladdning (D).

9.5 Formler för nedkylning kring enskild brunn

I detta avsnitt skall formler för nedkylningen kring en enskild brunn anges. Det naturliga regionala grundvattenflödet förutsätts vara försumbart. Temperaturförloppet kring brunnen förutsätts vara väsentligen rotationssymmetriskt. Andra brunnar får då ej ligga alltför nära den aktuella brunnen. Ett lämpligt kriterium härför är (9.4.2). Nedkylningen ges som vanligt i dimensionslös form u(r,z,t) enligt (9.1.1). Injektionstemperaturen är då +1 (u=+1), medan ostörd temperatur långt från brunnen är noll (u=0). Ett fall med variabel inloppstemperatur tas upp. Pumpflödet Q_w är konstant.

En grundförutsättning för de analytiska lösningarna är att den termiska räckvidden $R_{0.5}$ är stor jämfört med akviferhöjden H. Temperaturvariationer över akviferhöjden kan då försummas. Akviferens plan skall i detta avsnitt ges av z=0. Temperaturen i akviferen är då u(r,0,t). Det täckande skiktet ges av z>0 och underliggande skikt av z<0.

Den andra grundförutsättningen är att radiell värmeledning i akviferens plan kan försummas. Detta är en högst rimlig förenkling då de radiella profilerna i de aktuella fallen är mycket flacka. Konvektiv värmetransport i radiell led beaktas givetvis.

9.5.1 Första analytiska lösningen

Utöver de ovan angivna förutsättningarna antages akviferen ligga så djupt ner att effekten av markytan kan försummas. Kriterier för detta anges nedan för den stationära och den transienta lösningen. De nedan angivna lösningarna härrör från en ännu ej dokumenterad studie av J. Claesson.

9.5.1.1 Stationär lösning

I marken ovanför akviferen, z>0, är värmeledningsförmågan λ_c. Under akviferen, z<0, är den λ_b. I akviferplanet har man en energibalans mellan konvektivt, radiellt flöde och de vertikala värmeflödena nerifrån och uppifrån.

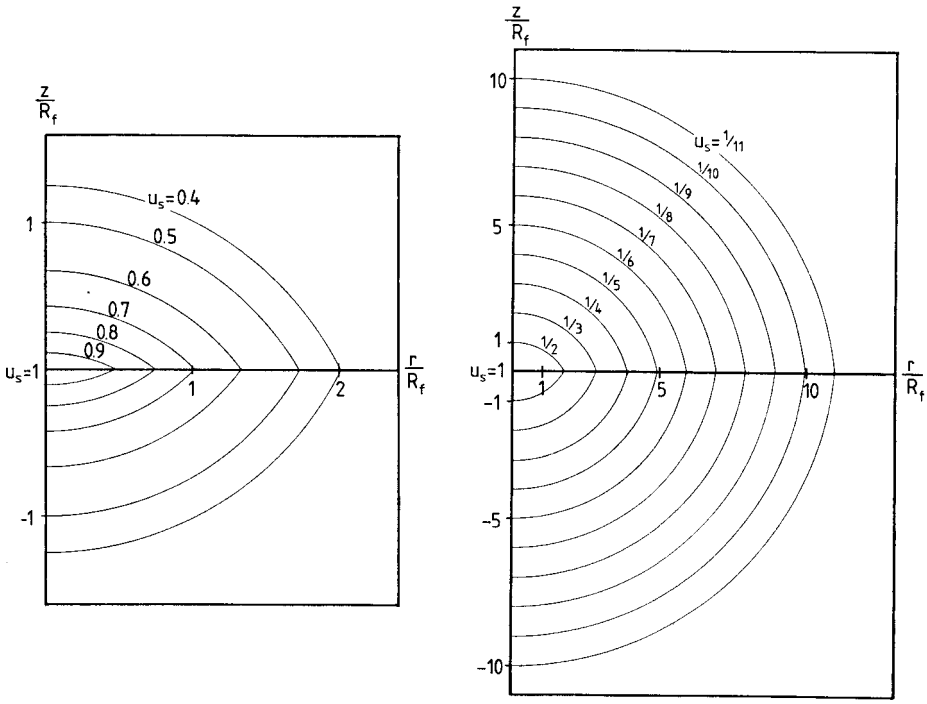
Den stationära temperaturen u_s blir en funktion av r och z. Den ges av:

$$u_s(r,z) = \frac{R_f}{\sqrt{r^2+(|z|+R_f)^2}} \qquad (9.5.1.1)$$

Här ges längden R_f enligt (9.4.2.3) av

$$R_f = \frac{Q_w C_w}{2\pi(\lambda_c+\lambda_b)} \qquad (9.5.1.2)$$

Isotermer för den stationära temperaturstörningen u_s visas i figur 9.5.1.

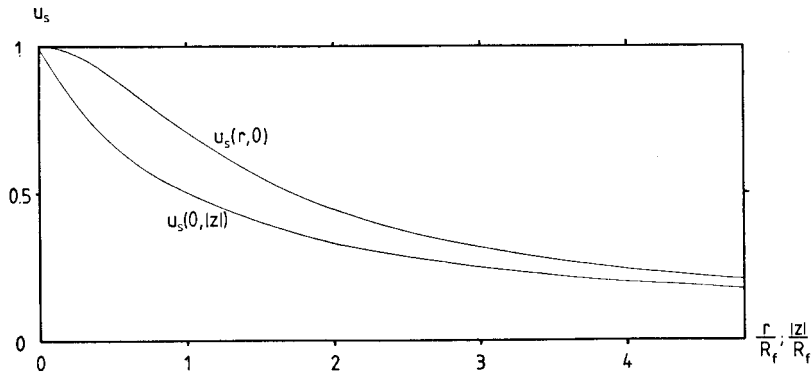


Figur 9.5.1. Stationär temperaturstörning för akvifer enligt formel 9.5.1.1.

Temperaturstörningen längs akviferen och längs z-axeln vinkelrät ut från akviferen blir:

$$u_s(r,0) = \frac{R_f}{\sqrt{r^2+R_f^2}}$$
$$u_s(0,z) = \frac{R_f}{|z|+R_f} \qquad (9.5.1.3)$$

Dessa temperaturer visas i figur 9.5.2.



Figur 9.5.2. Radiell stationär temperaturprofil i akvifer $u_s(r,0)$. Temperaturprofilen längs z-axeln visas också.

Den termiska räckvidden $R_{0.5}$ blir

$$R_{0.5} = R_f \cdot \sqrt{3} \qquad (9.5.1.4)$$

Detta ger en absolut övre gräns för $R_{0.5}$, eftersom markytan är försummad och stationära förhållanden gäller. För ytligt liggande akviferer blir stationära räckvidder väsentligt mindre.

Den stationära temperaturstörningen u_s har samma utseende för alla parametervärden. Längderna skalas med R_f. Längden R_f är således ett mått på den stationära termiska influensradien.

Den givna stationära lösningen förutsätter att markytans påverkan kan försummas. Effekten av markytan, där u skall vara noll är ungefär densamma som om man ansatte en negativ spegellösning på avståndet 2D i z-led. Den stationära lösningen kan med acceptabel approximation användas för att bedömma termisk räckvidd om följande villkor är uppfyllt:

$$D > 2\ R_f \qquad (9.5.1.5)$$

9.5.1.2 Transient analytisk lösning

Utöver antagandena i inledningen till avsnitt 9.5 och 9.5.1 förutsätts att termiska egenskaper är lika i över- och underliggande skikt:

$$\lambda_b = \lambda_c \qquad C_b = C_c \qquad (a_b = a_c) \qquad (9.5.1.6)$$

Vidare försummas akviferens egen värmekapacitet. Detta senare villkor kräver att den vertikala utsträckningen av temperaturstörningen är stor relativt akviferhöjden.

Effekten av markytan försummas. Ett lämpligt kriterium (breaking-point) för detta är följande:

$$t < t_{bp} = \frac{(2D+H)^2}{\pi a_c} \qquad (9.5.1.7)$$

Lösningen som försummar markytans inflytande gäller med hygglig precision fram till tiden t_{bp}.

Exempel. $H = 10$ m $\qquad a_c = 1.0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

Då gäller:

D (m)	5	10	20	50	100
t_{bp} (år)	4	9	25	120	450

Exemplet visar att markytans inflytande kan försummas under många år då det täckande skiktet ej är alltför tunt.

Den transienta lösningen är:

$$u(r,z,t) = \frac{R_f}{s} \cdot \mathrm{erfc}\left(\frac{s-R_f}{\sqrt{4a_c t}}\right) \qquad (9.5.1.8)$$

$$s = \sqrt{r^2 + (|z|+R_f)^2} \qquad (9.5.1.8')$$

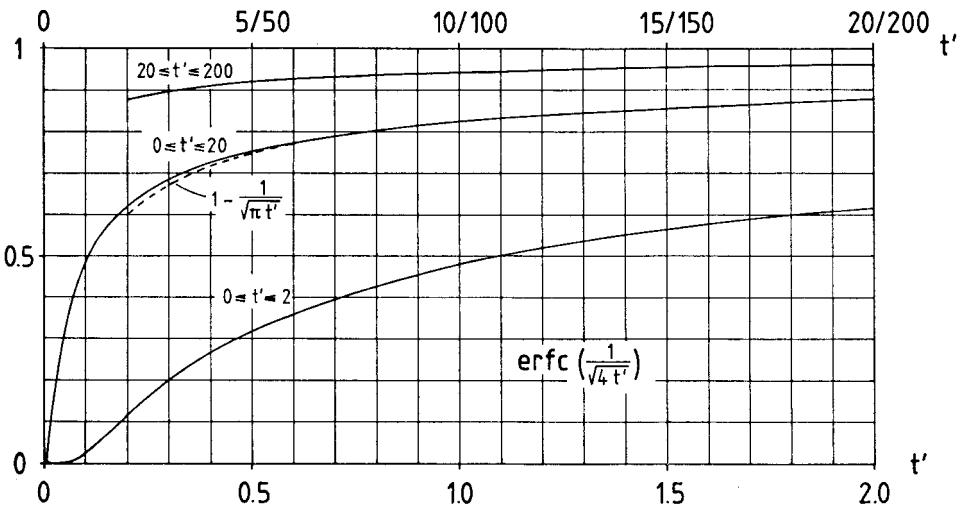
Den första faktorn är den stationära lösningen $u_s(r,z)$ enligt (9.5.1.1):

$$u(r,z,t) = u_s(r,z) \cdot \mathrm{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{4t'}}\right) \qquad (9.5.1.9)$$

Den andra faktorn ger tidsutvecklingen i varje punkt från u=0 till $u=u_s$. Här är t' en dimensionslös tid:

$$t' = \frac{a_c t}{(\sqrt{r^2+(|z|+R_f)^2} - R_f)^2} \qquad (9.5.1.10)$$

Tidsfunktionen i (9.5.1.9) visas i figur 9.5.3.



erfc $(1/\sqrt{4t'})$	0.01	0.1	0.5	0.8	0.9	0.95	0.99
t'	0.075	0.182	1.10	7.80	31.7	127	3180

Figur 9.5.3. Tidsfunktion för den första transienta lösningen enligt formel 9.5.1.9.

Tidsskalan för dimensionslös tid är:

$$t' = \frac{t}{t_1} \qquad t_1 = \frac{(\sqrt{r^2+(|z|+R_f)^2} - R_f)^2}{a_c} \tag{9.5.1.11}$$

Vid tiden $t=t_1$ har enligt formel 9.5.1.9 och figur 9.5.3 ungefär hälften av det stationära slutvärdet uppnåtts. Nedanstående exempel visar den enorma variationen i tidsskala.

Exempel. $R_f = 100$ m $\qquad a_c = 1.0 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

$z = 0$ (9.5.1.12)

Då gäller för några radier.

r (m)	0	10	25	50	100	200	400
t_1 (år)	0	0.01	0.3	4.4	54	480	3100

9.5.1.3 Formler för termisk räckvidd

Temperaturstörningen radiellt längs akviferen ges av u(r,0.t). Denna kan enligt (9.5.1.8) skrivas i följande dimensionslösa form:

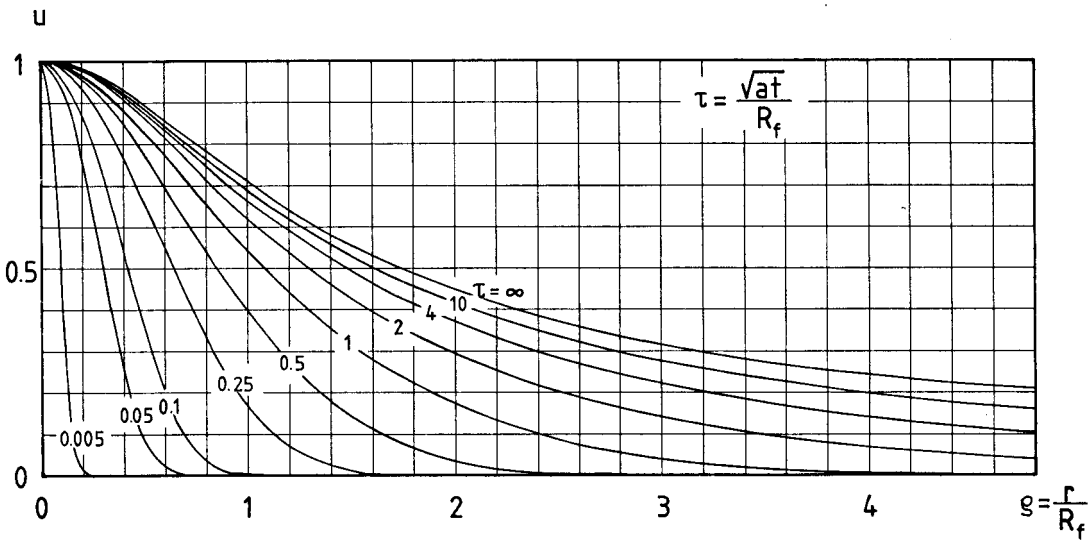
$$u(r,0,t) = \frac{1}{\sqrt{\rho^2+1}} \cdot \mathrm{erfc}\left(\frac{\sqrt{\rho^2+1} - 1}{2\tau}\right)$$

$$\rho = \frac{r}{R_f} \qquad \tau = \frac{\sqrt{a_c t}}{R_f} \tag{9.5.1.13}$$

Denna radiella temperaturstörning ges i figur 9.5.4.

Den termiska räckvidden $R_{0.5}$ ges av figur 9.5.4. Följande formel kan med mycket god precision användas:

$$R_{0.5} = R_f \cdot \sqrt{\left(\frac{1+\tau\sqrt{\pi}}{1+0.5\tau\sqrt{\pi}}\right)^2 - 1} \qquad \tau = \frac{\sqrt{a_c t}}{R_f} \tag{9.5.1.14}$$



Figur 9.5.4. Radiell temperaturstörning i akviferen enligt den första analytiska lösningen. Formel 9.5.1.13. ($a=a_c=a_b$).

Exempel. Med data enligt referensfallet (9.4.2.1) fås:

R_f = 100 m $\qquad t_{bp}$ = 25 år

$$\tau = \frac{\sqrt{a_c t_y}}{R_f} \cdot \sqrt{\frac{t}{t_y}} = 0.056 \sqrt{\frac{t}{t_y}} \qquad (t_y = 1 \text{ år})$$

Formel 9.5.1.14 kan användas under de 25 första åren:

t/t_y	1	5	10	25
$R_{0.5}$ (m), formel 9.5.1.14	31.1	45.8	53.8	66
$R_{0.5}$ (m), figur 9.4.2. A	29.3	46.2	53.3	60

Numeriskt beräknade räckvidder enligt figur 9.4.2 A anges också. Överensstämmelsen är mycket god. Felet efter 1 år är större än efter 5 och 10 år. Detta bör bero på att akviferens egenkapacitet försummas. Vid gränsen för formelns giltighet överskattas räckvidden med 10%. Överskattningen beror på att markytans effekt försummas.

9.5.1.4 Periodisk inmatningstemperatur

Den angivna lösningen enligt formel 9.5.1.8 gäller för fallet att inmatningstemperaturen u(0,0,t) sättes till +1 vid t=0. Man har en störning för en stegändring av inloppstemperaturen. Genom superposition kan härur temperaturförloppet för en godtyckligt tidsvariabel inmatningstemperatur anges. Här skall vara fallet med en periodisk inmatningstemperatur behandlas.

Temperaturen på inmatat vatten varieras sinusformat

$$T(0,0,t) = T_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o}\right) \qquad (9.5.1.15)$$

Den periodiska variationen kan vara överlagrad på en konstant komponent $T(0,0,t) = T_1$.

Den periodiska temperaturen i marken blir:

$$T(r,z,t) = T_2 \cdot \frac{R_f}{s}\, e^{-(s-R_f)/d_o} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} - \frac{s-R_f}{d_o}\right) \qquad (9.5.1.16)$$

Här ges s av (9.5.1.8'). Längden d_o ges av

$$d_o = \sqrt{\frac{a_c t_o}{\pi}} \qquad (9.5.1.17)$$

Temperaturens amplitud längs akviferen blir:

$$T_2 \cdot \frac{R_f}{\sqrt{R_f^2+r^2}} \cdot e^{-(\sqrt{r^2+R_f^2} - R_f)/d_o} \qquad (9.5.1.18)$$

Normalt är d_o mycket mindre än R_f. Amplituden kommer då att dämpas ut då r är mycket mindre än R_f. Amplituden kan då med god precision skrivas ($d_o \ll R_f$, $r \ll R_f$):

$$T_2 \cdot e^{-r^2/(2R_f d_o)} \qquad (9.5.1.19)$$

Den periodiska variationen dämpas således (kvadratiskt) exponentiellt med längden $\sqrt{2R_f d_o}$. Variationer över akviferhöjden H har försummats. Dämpningslängden bör därför vara någorlunda stor relativt H för att ovanstående formler skall gälla.

Exempel. I figur 9.4.5 visas för referensfallet (9.4.2.1) radiella temperaturprofiler då inmatningstemperaturen varierar under året. Med data enligt (9.4.2.1) blir dämpningslängden

$$\sqrt{2R_f d_o} = \sqrt{2 \cdot 100 \cdot 3.17} = 25 \text{ m}$$

Vid r=25 skall amplituden för den periodiska delen ha dämpats med faktorn $e^{-1} = 0.37$. Detta stämmer kvalitativt med figur 9.4.5. För r=50 m är dämpningen $e^{-4} = 0.02$.

9.5.2 Andra analytiska lösningen

Utöver de förutsättningar som anges i inledningen till avsnitt 9.5 göres följande antaganden. Effekten av markytan försummas. Tidskravet 9.5.1.7 skall vara uppfyllt:

$$t < t_{bp} \qquad (9.5.2.1)$$

Vidare försummas radiell värmeledning i överliggande och underliggande skikt. Den nedan angivna analytiska lösningen beaktar således vertikal värmeledning över och under akviferen. I akviferen beaktas konvektiv värmetransport och akviferens värmekapacitet.

Förutsättningarna för den första och den andra analytiska lösningen skiljer sig enligt följande. Den första lösnigen förutsätter samma termiska egenskaper i över- och underliggande skikt. Vidare försummas akviferens värmekapcitet. Den andra lösningen har ej dessa restriktioner. I stället försummas all horisontell värmeledning.

En analytisk lösning till detta problem finns angiven i referens 146 för fallet med samma termiska data i över- och underliggande skikt. Den nedan angivna lösningen har ej denna restriktion.

Enbart temperaturen u(r,0,t) i akviferen skall anges. Den termiska radien vid tiden t är enligt formel 9.2.4:

$$R_T = \sqrt{\frac{Q_w C_w t}{\pi H C}} \qquad (9.5.2.2)$$

Eftersom radiell värmeledning försummas blir u noll utanför den termiska radien:

$$u(r,0,t) = 0 \qquad r > R_T \qquad (9.5.2.3)$$

Lösnigen ges av:

$$u(r,0,t) = \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{t}{t_m}} \cdot \frac{r^2}{R_T\sqrt{R_T^2-r^2}}\right) \qquad (0 \leq r \leq R_T) \qquad (9.5.2.4)$$

Här ges tiden t_m av:

$$t_m = H^2 \cdot \left(\frac{2C}{\sqrt{\lambda_c C_c} + \sqrt{\lambda_b C_b}}\right)^2 \qquad (9.5.2.5)$$

Med dimensionslösa koordinater kan den radiella temperaturstörningen skrivas:

$$u(r,0,t) = \mathrm{erfc}\left(\tau \cdot \frac{\eta^2}{\sqrt{1-\eta^2}}\right) \qquad (0 \leq \eta \leq 1) \qquad (9.5.2.6)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{t}{t_m}} \qquad \eta = \frac{r}{R_T}$$

Denna funktion av τ och η ges i figur 9.5.5.

Den termiska räckvidden $R_{0.5}$ kan direkt beräknas från formel 9.5.2.6 (erfc(0.48) = 0.5):

$$R_{0.5} = \frac{R_T}{\sqrt{1/2+\sqrt{1/4+4.34 \cdot t/t_m}}} \qquad (9.5.2.7)$$

Exempel. För referensfallet med data enligt (9.4.2.1) fås:

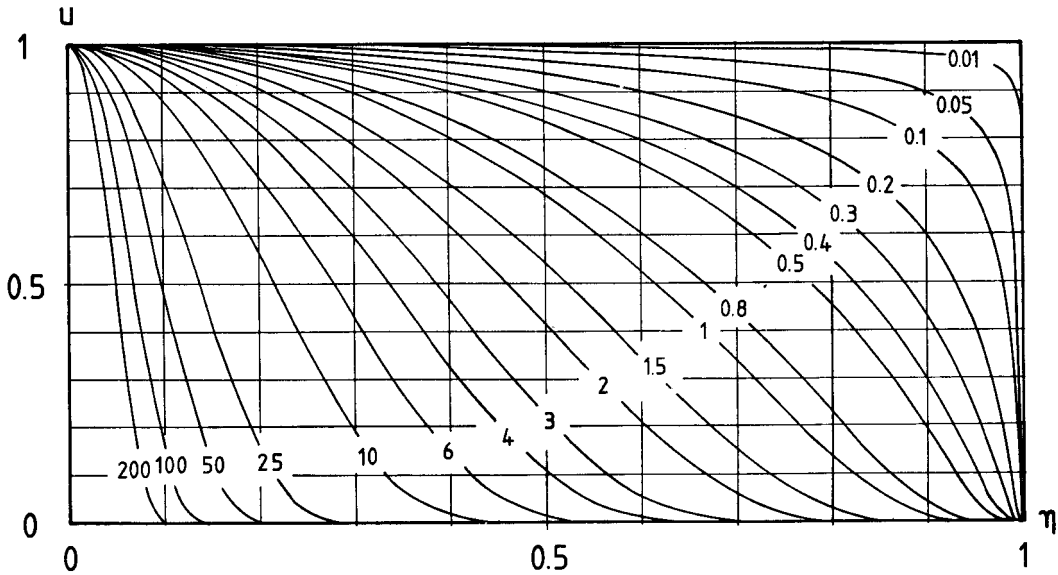
t_{bp} = 25 år $\qquad t_m$ = 3.17 år

$R_T = 35.5\sqrt{t/t_y}$ m $\qquad (t_y$ = 1 år)

Den termiska räckvidden enligt formel 9.5.2.7 blir då för några tidpunkter:

t/t_y	1	5	10	25
$R_{0.5}$ (m), formel 9.5.2.7	26.5	44.4	54.3	69.9
$R_{0.5}$ (m), figur 9.4.2 A	29.3	46.2	53.3	60

Numeriskt beräknade räckvidder anges också. Överensstämmelsen är god. Vid gränsen för formelns giltighet överskattas räckvidden med 15%. Överskattningen beror på att horisontell värmeledning försummas.



Figur 9.5.5. Radiell temperaturstörning enligt den andra analytiska lösningen enligt formel 9.5.2.6. Kurvorna avser olika $\tau = \sqrt{t/t_m}$.

9.5.3 Akvifer nära markytan

De föregående lösningarna försummar effekten av markytan. Ett motsatt antagande är att markytan ligger så pass nära akviferen att värmeförlusten uppåt väsentligen kan betraktas som stationär. För detta fall skall en analytisk lösning, vilken är en generalisering av lösningen i föregående avsnitt, anges. (J. Claesson, opublicerad studie.)

Utöver förutsättningarna i inledningen till avsnitt 9.5 göres följande antaganden. Det täckande jordskiktet är relativt tunt jämfört med de aktuella tiderna. Närmare bestämt krävs:

$$t > t_{bp} = \frac{(2D+H)^2}{\pi a_c} \qquad (9.5.3.1)$$

Radiell värmeledning i över- och underliggande skikt försummas. Det överliggande skiktet antas ha en linjär temperaturprofil mellan akvifer och markyta. Transient komponent av vertikal värmeledning försummas således. Det täckande skiktet verkar som ett värmemotstånd mellan markyta och akvifer.

Akviferen ligger vid z=0. Det täckande skiktet ges av $0 < z < D$ och underliggande skikt av $z < 0$.

Temperaturstörningen radiellt i akviferen ges av följande uttryck:

$$u(r,0,t) = e^{-(r/R_c)^2} \cdot \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{t}{t_b}} \cdot \frac{r^2}{R_T\sqrt{R_T^2-r^2}}\right) \qquad 0 \leq r \leq R_T \qquad (9.5.3.2)$$

Den termiska radien R_T ges av formel 9.5.2.2. För $r > R_T$ är $u(r,0,t)$ lika med noll.

Tidsskala t_b ges av:

$$t_b = H^2 \cdot \frac{4C^2}{\lambda_b C_b} \qquad (9.5.3.3)$$

Radien R_c är:

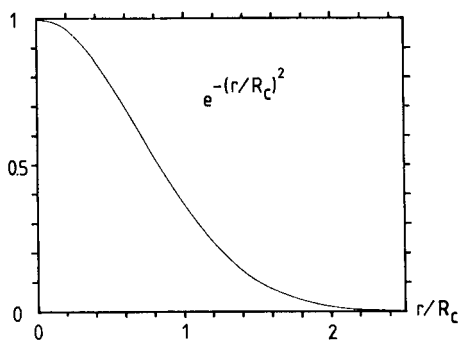
$$R_c = \sqrt{\frac{Q_w C_w (D+H/4)}{\pi \lambda_c}} \qquad (9.5.3.4)$$

Då tiden går mot oändligheten går argumentet för erfc i 9.5.3.2 mot noll. Den maximala stationära temperaturstörningen blir då:

$$u(r,0,\infty) = e^{-(r/R_c)^2} \qquad (9.5.3.5)$$

Denna lösning är en balans mellan konvektiv radiell värmeströmning i akviferen och en stationär vertikal värmeförlust till markytan. Den kan härledas direkt ur värmebalanssambandet för varje radie r. Lösningen (9.5.3.5) visas i figur 9.5.6. I denna lösning försummas värmeförlusten nedåt från akviferen. Den ger en övre gräns för den verkliga radiella temperaturstörningen. Den termiska räckvidden blir:

$$R_{0.5}(\infty) = R_c \cdot \sqrt{\ln(2)} = R_c \cdot 0.83 \qquad (9.5.3.6)$$



Figur 9.5.6. Maximal stationär temperaturstörning enligt formel 9.5.3.5 för akvifer nära markytan.

Med dimensionslösa variabler kan temperaturstörningen 9.5.3.2 skrivas:

$$u(r,0,t) = e^{-(r')^2} \cdot \mathrm{erfc}\left(\tau \cdot \frac{\eta^2}{\sqrt{1-\eta^2}}\right) \quad (0 \leq \eta \leq 1) \qquad (9.5.3.7)$$

$$r' = \frac{r}{R_c} \qquad \tau = \sqrt{\frac{t}{t_b}} \qquad \eta = \frac{r}{R_T}$$

Den första faktorn ges av figur 9.5.6 och den andra av figur 9.5.5.

Exempel. För referensfallet (9.4.2.1) erhålles:

t_{bp} = 25 år $\qquad R_T = 35.5\sqrt{t/t_y} \qquad (t_y$ = 1 år)

R_c = 94.5 m $\qquad t_b$ = 12.7 år

Lösningen 9.5.3.7 kan tillämpas för $t > 25$ år.

För $t = 50$ år och $r = 75$ m fås:

$$\tau = \sqrt{\frac{50}{12.7}} \simeq 2.0 \qquad \eta = \frac{75}{35.5 \cdot \sqrt{50}} \simeq 0.30$$

$$\mathrm{erfc}(\ldots) \simeq 0.79$$

$$r' = \frac{75}{94.5} \qquad e^{-(r')^2} = 0.53$$

$$u \simeq 0.42$$

Motsvarande numeriskt beräknade värde ges i figur 9.4.1 A: $u = 0.38$.
Den maximala termiska räckvidden enligt (9.5.3.6) blir:

$$R_{0.5}(\infty) = 78 \text{ m}$$

Motsvarande numeriskt beräknade värde blir enligt figur 9.4.1 A: $R_{0.5}(500 \text{ år}) = 67$ m. (Den termiska täckvidden har med god marginal stabiliserat sig till stationärt värde för $t = 500$ år. Se tabell för exempel (9.5.1.12).)

Exemplet ovan visar att de enkla analytiska uttrycken ger relativt goda uppskattningar av den termiska räckvidden.

9.6 Långsiktig nedkylning vid uttagsbrunnen

I detta avsnitt skall formler och diagram för den långsiktiga nedkylningen vid uttagsbrunnen anges för ett brunnspar.

Avståndet mellan brunnarna är L. Regionalt naturligt grundvattenflöde försummas. Vidare försummas temperaturvariationer över akviferens höjd och all värmeledning i horisontalplanet.

Vertikal värmeledning, akviferens värmekapacitet och konvektiv värmetransport i akviferplanet beaktas. Grundvattenflödet är av bipolär karaktär i horisontalplanet runt de två brunnarna.

De givna formlerna baserar sig på analytiska lösningar av samma typ som i avsnitt 9.5.2 och 9.5.3. Skillnaden är att grundvattenflödet följer ett bipolärt mönster. Den första lösningen för akvifer på stort djup ges i referens 146. Denna lösning är här generaliserad till att gälla för olika termiska data i över- och underliggande skikt. Resultaten kommer från en ännu ej publicerad studie av J. Claesson.

9.6.1 Akvifer på stort djup

Effekten av markytan försummas. Detta ger tidskravet:

$$t < t_{bp} = \frac{(2D+H)^2}{\pi a_c} \qquad (9.6.1.1)$$

Det vatten som strömmar längs den raka sammanbindningslinjen mellan brunnarna har den kortaste genomloppstiden från injektionsbrunnen till uttagsbrunnen. Låt t_{bt} (break-through time) ange tiden det tar för den termiska störningen från injektionsbrunnen att nå uttagsbrunnen. Den ges av:

$$t_{bt} = \frac{\pi HCL^2}{3Q_w C_w} \qquad (9.6.1.2)$$

Dimensionslös tid definieras av

$$\tau = \frac{t}{t_{bt}} \qquad (9.6.1.3)$$

Temperaturstörningen u_{out} vid upptagsbrunnen blir en funktion av τ. Eftersom horisontell värmeledning försummas kan störningen från injektionsbrunnen ($u_{in} = +1$) ej nå uttagsbrunnen före tiden $t = t_{bt}$:

$$u_{out}(\tau) = 0 \qquad 0 < \tau < 1 \qquad (9.6.1.4)$$

Det första nedkylda vattnet, dvs. med u större än noll, når uttagsbrunnen vid tiden τ=1. Detta vatten har strömmat raka vägen mellan brunnarna.

Efter hand kommer nedkylt vatten med allt längre termiska genomloppstider att nå fram till uttagsbrunnen. Det nedkylda vatten som når uttagsbrunnen har värmts på sin väg mellan brunnarna genom den vertikala värmeledningen.

Temperaturstörningen för uttagsvattnet ges av följande formel:

$$u_{out}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{f_0^{-1}(\tau)} \operatorname{erfc}\left\{\gamma \cdot \frac{f_0(s)}{\sqrt{\tau - f_0(s)}}\right\} ds \qquad (9.6.1.5)$$

$$\left(\tau = \frac{t}{t_{bt}} \geq 1\right)$$

$$f_0(s) = 3\,\frac{\sin(s) - s \cdot \cos(s)}{\sin^3(s)} \qquad (9.6.1.5')$$

Funktionen f_0 anger genomloppstiden mellan brunnarna för olika strömlinjer. Parametern γ ges av:

$$\gamma = \sqrt{\frac{t_{bt}}{t_m}} \qquad (9.6.1.6)$$

Här ges t_{bt} av (9.6.1.2) och t_m av (9.5.2.5).

Integralen (9.6.1.5) har beräknats numeriskt för olika τ och γ. Resultatet ges i figur 9.6.1. Kurvan γ=0 representerar fallet utan värmeförluster till över- och underliggande skikt.

Exempel. Data enligt referensfallet 9.4.2.1 gäller med följande kompletteringar:

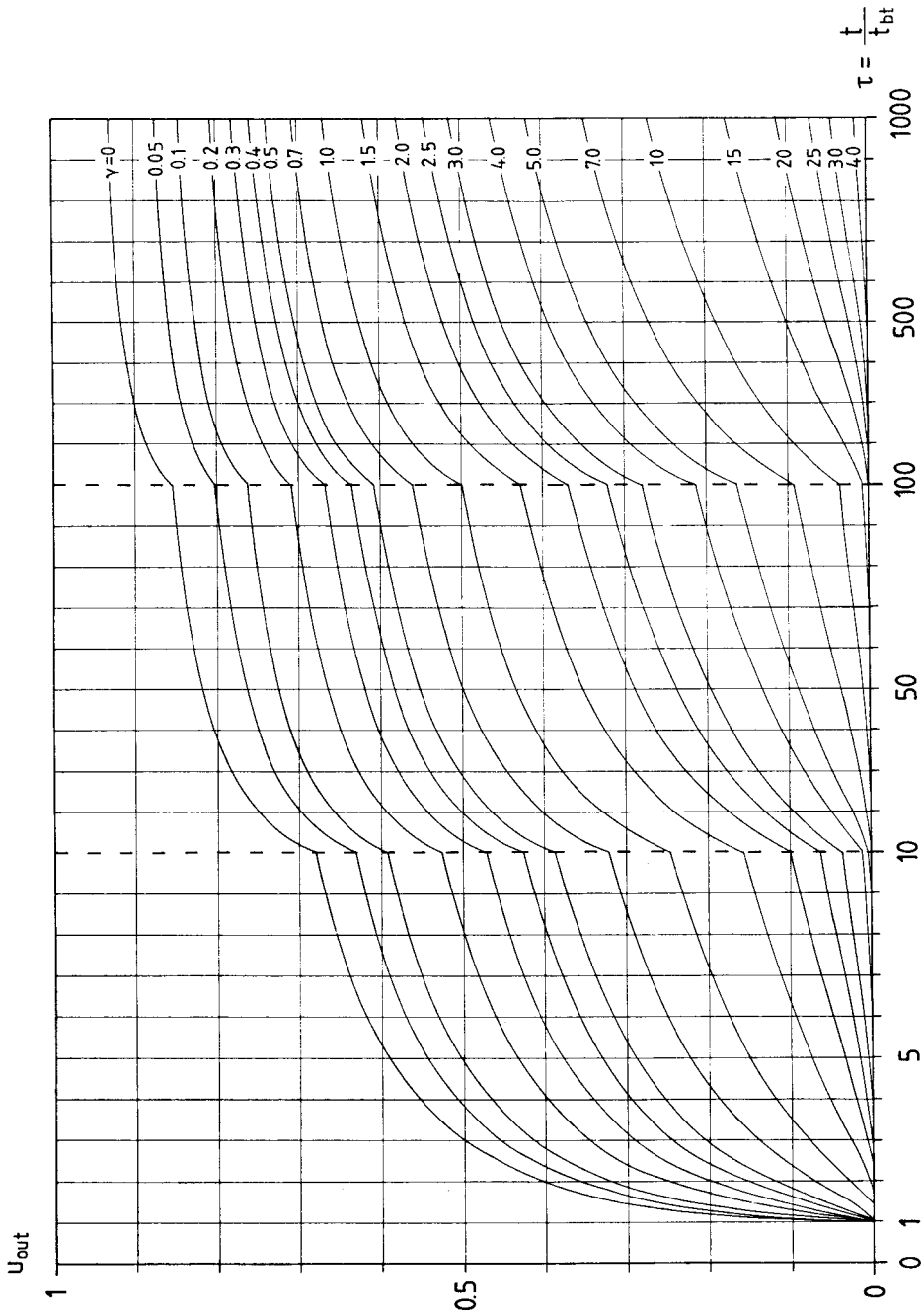
D = 86 L = 50 m

Dessa data ger:

t_{bp} = 334 år t_{bt} = 0.661 år

t_m = 3.17 år γ = 0.457

Efter t=5 år, dvs. τ = 7.56, blir enligt figur 9.6.1 uttagstemperaturen (fortsättning på sidan 9.50):



Figur 9.6.1. Temperaturstörning vid uttagsbrunnen för akvifer på stort djup enligt formlerna 9.6.1.5, 6, 3, 2 och 1.

$u_{out} \simeq 0.37$

Uttagstemperaturen har även beräknats med datormodell enligt avsnitt 9.3. Nedanstående tabell ger resultatet för några tidpunkter:

t (år)	1.5	3	5	7.5	10	20
u_{out}, figur 9.6.1	0.18	0.29	0.37	0.43	0.47	0.50
u_{out}, datorberäkning	0.28	0.33	0.39	0.45	0.47	0.50

Överensstämmelsen är mycket god. Den största skillnaden erhålles i början. Detta beror på att den analytiska lösningen försummar horisontell värmeledning.

9.6.2 Akvifer nära markytan

Akviferen förutsätts lika förhållandevis nära markytan. Detta ger tidskravet:

$$t > t_{bp} = \frac{(2D+H)^2}{\pi a_c} \qquad (9.6.2.1)$$

För det täckande skiktet antas en linjär vertikal temperaturprofil på samma sätt som i avsnitt 9.5.3.

Uttagstemperaturen är som tidigare ostörd för $\tau = t/t_{bt} < 1$ enligt formel 9.6.1.4. Efter denna tid ges temperaturstörningen vid uttagsbrunnen av följande uttryck:

$$u_{out}(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{f_0^{-1}(\tau)} e^{-\gamma_1 \cdot f_0(s)} \cdot \mathrm{erfc}\left\{\gamma \cdot \frac{f_0(s)}{\sqrt{\tau - f_0(s)}}\right\} ds \qquad (9.6.2.2)$$

$$\left(\tau = \frac{t}{t_{bt}} \geq 1\right)$$

Funktionen $f_0(s)$ ges av (9.6.1.5'). Parametern γ ges nu av:

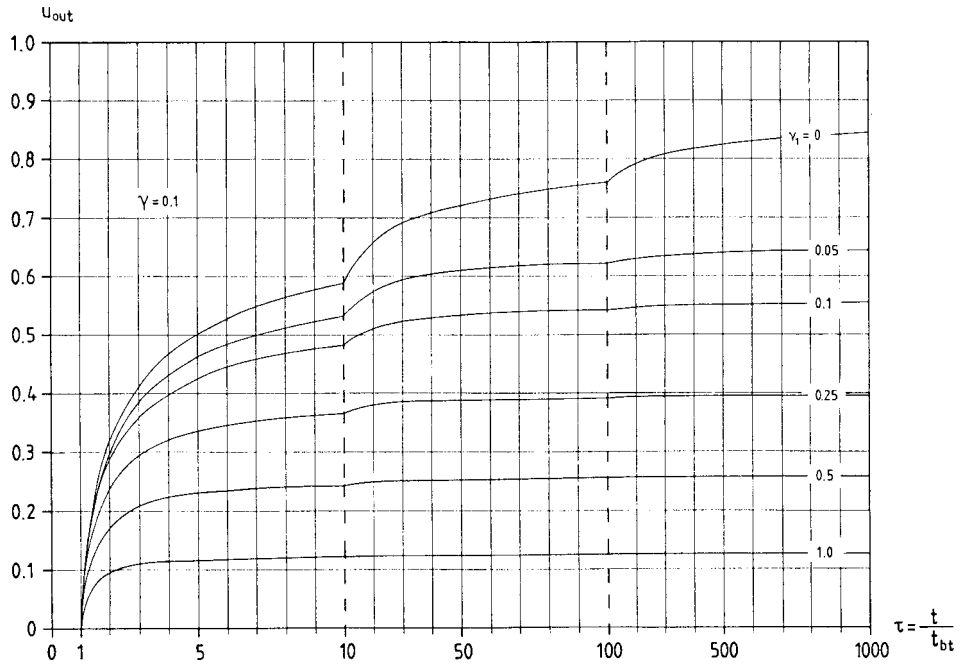
$$\gamma = \sqrt{\frac{t_{bt}}{t_b}} \qquad t_b = H^2 \cdot \frac{4C^2}{\lambda_b C_b} \tag{9.6.2.3}$$

Den andra parametern γ_1 ges av:

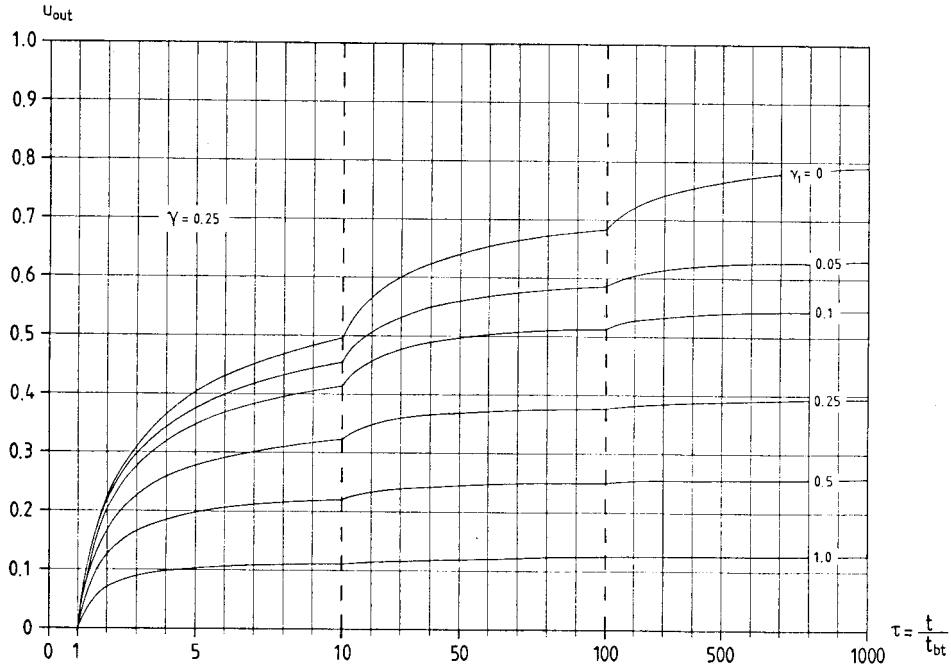
$$\gamma_1 = \frac{\lambda_c t_{bt}}{CH(D+H/4)} = \frac{\pi \lambda_c L^2}{3Q_w C_w (D+H/4)} \tag{9.6.2.4}$$

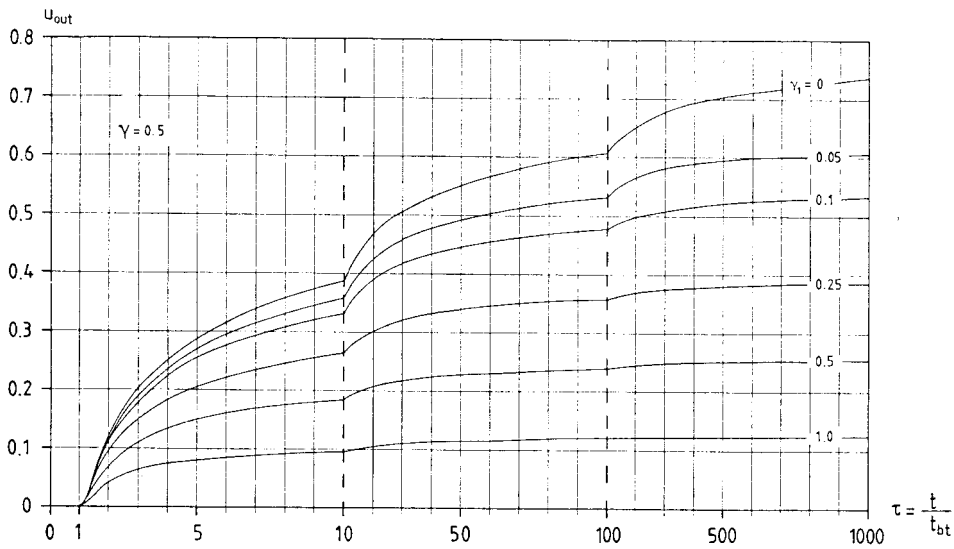
Den är ett mått på värmeförlusten uppåt.

Uttagtemperaturen u_{out} beror nu av τ, γ och γ_1. Gränsfallet γ_1=0 ges av figur 9.6.1. Integralen 9.6.2.2 har beräknats numeriskt. I figur 9.6.2 A-E anges u_{out} som funktion av τ för några olika värden på γ_1. Varje diagram avser ett visst γ.

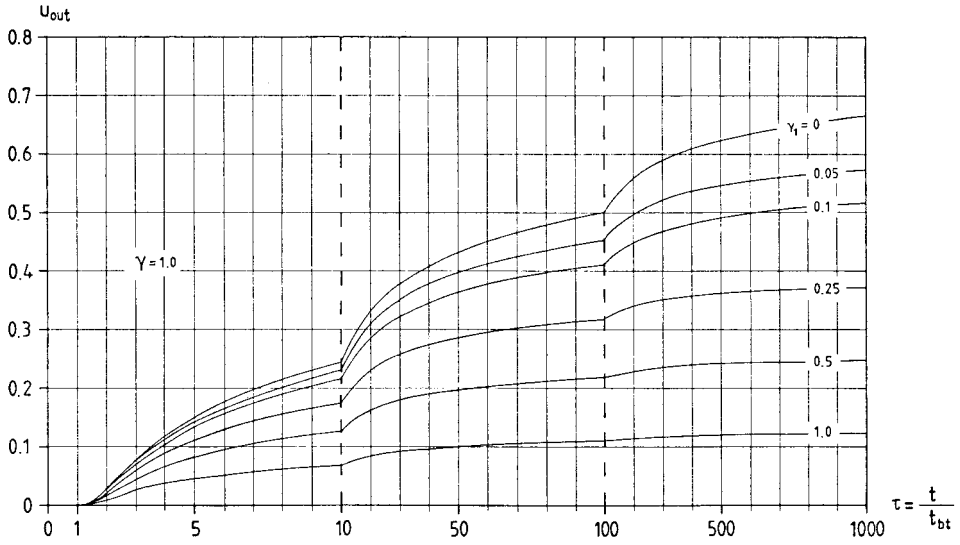


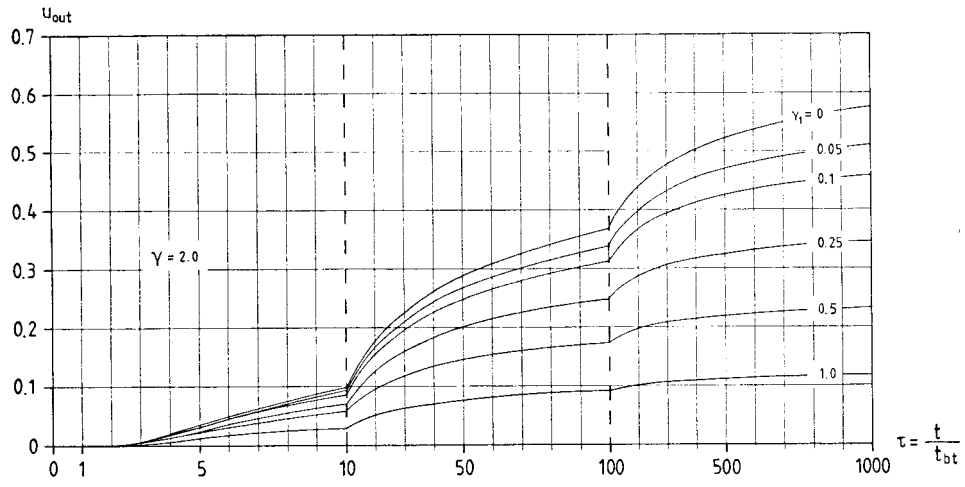
Figur 9.6.2 A. Temperaturstörning vid uttagsbrunnen för akvifer på litet djup enligt formlerna 9.6.2.1-4.





Figur 9.6.2 B, C. Temperaturstörning vid uttagsbrunnen för akvifer på litet djup enligt formlerna 9.6.2.1-4.



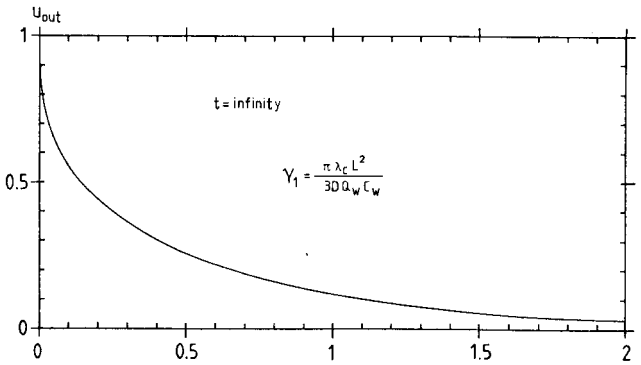


Figur 9.6.2 D, E. Temperaturstörning vid uttagsbrunnen för akvifer på litet djup enligt formlerna 9.6.2.1-4.

Den största nedkylningen erhålles vid oändlig tid:

$$u_{out}(\infty) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{-\gamma_1 \cdot f_0(s)} \, ds \qquad (9.6.2.5)$$

Denna maximala störning visas i figur 9.6.3.



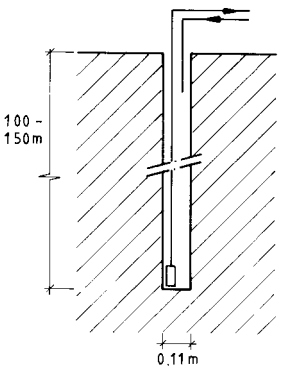
Figur 9.6.3. Maximal temperaturstörning vid uttagsbrunn efter lång tid för akvifer på litet djup. Formel 9.6.2.5.

10. BERGVÄRME

10.1 Introduktion

Med bergvärmebrunnar avses här bergborrade brunnar som utnyttjas för att ta ut värme från berget. Värmen användes via en värmepump för uppvärmning.

Man har olika typer av bergvärmebrunnar. En typ är ett system där brunnsvattnet cirkulerar längs brunnen i en uppåtgående och en nedåtgående kanal utan att det sker något nettouttag av vatten från brunnen. Se figur 10.1. I detta fall pumpas vatten från brunnens nedre del. Vattnet återföres, sedan värme avgivits till värmepumpen, vid brunnens övre del. Vattnet i brunnen får en lägre temperatur än omgivande berg. Genom värmeledning i berget tillföres brunnen värme.



Figur 10.1. Bergvärmebrunn med ren värmeledning i berget kring brunnen.

Vattencirkulationen i brunnen kan ordnas på olika sätt. Figur 10.1 visar ett öppet cirkulationssystem med en inre slang. En annan möjlighet är att ha ett slutet system, där värmebärarfluiden leds i ett U-rör upp och ner längs brunnen. I detta fall kan man ha uttagstemperaturer under $0^{o}C$ om man utnyttjar en kylvätska. Vattnet i brunnen utanför U-röret fryses då.

En annan typ av bergvärmebrunn eller energibrunn är att bara ta upp vatten som efter värmeavgivning avledes annorstädes. Man har ett rent grundvattensystem. En tredje typ är en hybrid mellan dessa två typer. I brunnen cirkuleras vatten som är kallare än omgivande berg samtidigt som en viss mängd vatten tas ut från brunnen. En fjärde typ är ett system där man utnyttjar två vattenförande skikt på olika djup. Vatten tas från det ena skiktet, utnyttjas, dvs. kyles, och återföres till det andra vattenförande skiktet. Man måste härvid blockera en direkt vattenkontakt i brunnen mellan de två skikten.

Referenserna 100 och 101 behandlar bergvärmesystem ur olika aspekter. Vi skall i detta kapitel enbart analysera den första typen, där man har en kall brunn och ren värmeledning till denna från omgivande berg. För det rena grundvattenvärmesystemet behövs inga speciella termiska analyser. Hybridsystemet med värmetillförsel både genom värmeledning i berget och genom ett nettouttag av grundvatten och den fjärde typen där man pumpar mellan olika vattenförande skikt tas ej upp.

För att kunna dimensionera ett uppvärmningssystem, som är baserat på en bergvärmebrunn, måste man känna sambandet mellan temperatursänkningar i brunnsvattnet och uttagen värmeeffekt. Syftet med detta kapitel är att för olika situationer ange dessa samband och därmed ge dimensioneringsregler.

I formlerna och beräkningsreglerna tas ej hänsyn till effekten av fria grundvattenrörelser i eventuella spricksystem i berget. Såsom visas i avsnitt 10.3.13 är detta en rimlig förenkling. I sprickigt berg med stora grundvattenrörelser ger ansatsen i allmänhet en konservativ uppskattning av värmeuttaget. Fria vattenrörelser ger ju normalt en extra uppvärmning av det kalla området runt brunnen.

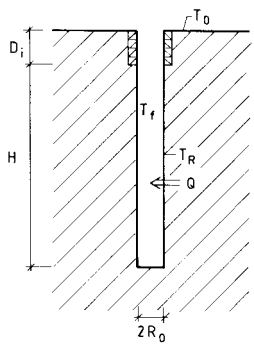
I avsnitt 10.2 ges som en inledning resultat för några konkreta fall. Avsnitt 10.3 behandlar olika renodlade termiska delprocesser för en enskild bergvärmebrunn. I det följande avsnittet ges sedan dimensioneringsregler, där värmeuttag och vattentemperatur relateras till varandra. Därpå behandlas system, där värme återföres sommartid och system i vilka värmeuttag sker med brunnstemperaturer under $0^{o}C$. De använda dator-

modellerna presenteras i avsnitt 10.7.

I avsnitt 10.8 behandlas den termiska influensen mellan närliggande bergvärmebrunnar. Därefter anges dimensioneringsregler för dessa system med flera brunnar i avsnitt 10.9.

Nedkylningen och temperaturpåverkan nära markytan behandlas i avsnitt 10.10. Detta har intresse ur miljösynpunkt.

Följande beteckningar användes genomgående i detta kapitel. Berget har värmeledningsförmågan λ (W/mK), värmekapaciteten C (J/m^{3}K) och temperaturledningstalet a = λ/C (m^2/s). En översta del av brunnen ner till ett djup D_i är värmeisolerad. Värmeuttaget från berget sker över en brunnslängd H. Brunnens totala djup är således $D_i + H = H_b$. Se figur 10.2. Borrhålet har radien R_0. Vid markytan är årsmedeltemperaturen T_0. Temperaturen i berget precis vid borrhålskanten betecknas T_R. Temperaturen i vattnet i brunnen eller i värmebärarfluiden i U-röret betecknas T_f(fluid). Effektuttaget från brunnen är Q (W), medan effektuttaget per meter är q=Q/H (W/m). Värmemotståndet per meter brunn mellan värmebärarfluid och bergvägg betecknas m_R (K/(W/m)).



$$T_R - T_f = m_R \cdot q$$

$$H_b = H + D_i$$

Figur 10.2. Använda beteckningar

10.2 Några exempel

Som en introduktion till de termiska analyserna i de följande avsnitten skall vi se på några konkreta fall. Resultaten har erhållits med de datorprogram och analysmetoder som redovisas i det följande.

Exempel 1. Givet en bergborrad brunn som är 150 meter djup. Under var och en av årets månader har man ett föreskrivet konstant effektuttag enligt figur 10.3 eller (10.2.3) nedan. Totalt uttages 15 MWh per år.

Följande data gäller:

$\lambda = 3.5$ W/mK $\quad C = 2.16$ MJ/m^{3}K

$H = 146$ m $\quad D_i = 4$ m $\quad R_o = 0.055$ m $\quad$ (10.2.1)

$T_o = 7^oC$

Det geotermiska värmeflödet sättes till 0.06 W/m^2. Den ostörda marktemperaturen blir då

$$T(z) = 7.0 + \frac{0.06}{3.5} z \ (^oC) \qquad (10.2.2)$$

Här är z djupet från marknivån. Effektuttaget Q(t) från berget skall vara:

Månad	1	2	3	4	5	6
Q (kW)	0.32	0.47	1.17	1.69	2.23	2.66

Månad	7	8	9	10	11	12
Q (kW)	2.98	2.78	2.43	1.91	1.24	0.67

(10.2.3)

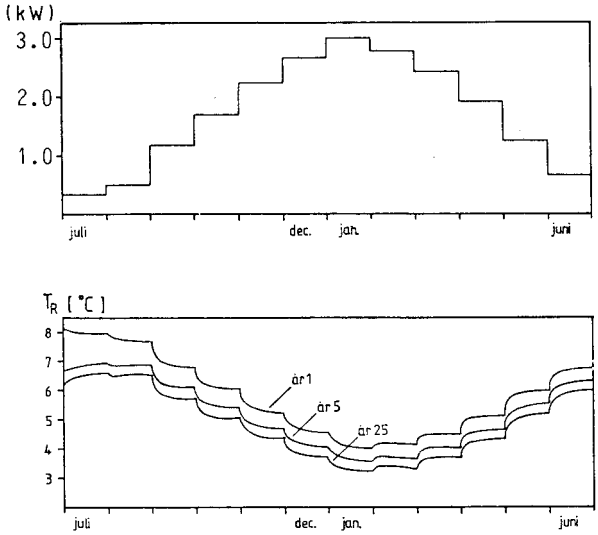
Värmeuttaget startar den första juli år 1. Värmeuttaget per år blir:

$$E_y = 15.0 \text{ MWh} \qquad (10.2.4)$$

För att erhålla den föreskrivna effekten måste man hålla en viss tidsvarierande temperatur vid brunnen. Figur 10.3 visar den erforderliga temperaturen T_R vid brunnsväggen under första, femte och tjugofemte året. Mellan brunnsväggen och värmebärarfluiden i brunnen har man ett ytterligare temperaturfall. Den lägsta uttagstemperaturen erhålles i slutet av januari varje år. Vi har enligt figur 10.3:

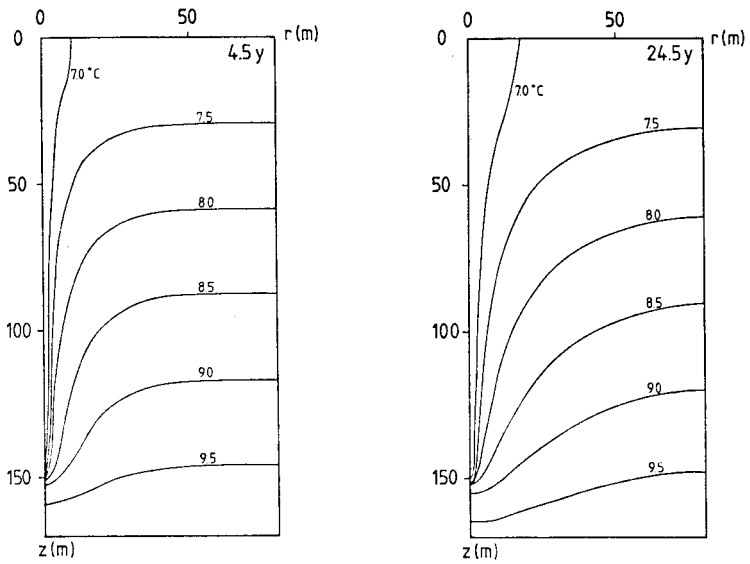
år	1	5	25
$T_{R,min}$ (°C)	4.0	3.5	3.2

(10.2.5)



Figur 10.3. Exempel 1. Föreskrivet effektuttag och beräknade brunnstemperaturer.

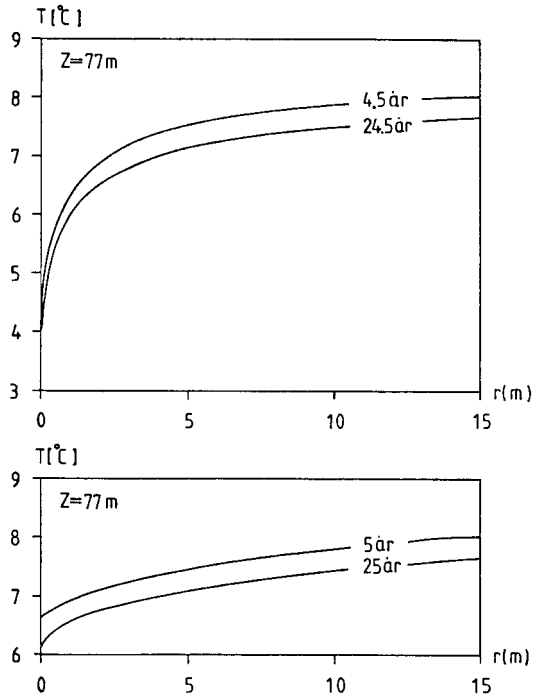
Temperaturfältet utanför brunnen är rotationssymmetriskt. Figur 10.4 visar detta efter 4.5 år och 24.5 år.



Figur 10.4. Temperaturfält runt brunnen för exempel 1 efter 4.5 och 24.5 år.

Efter 4.5 år har man en påverkan cirka 20 meter radiellt utåt. Denna påverkan har efter 24.5 år nått cirka 60 meter. Isotermerna övergår med ökande radie r i horisontella linjer. Temperaturen stiger i detta ostörda område linjärt nedåt med den geotermiska gradienten enligt formel 10.2.2.

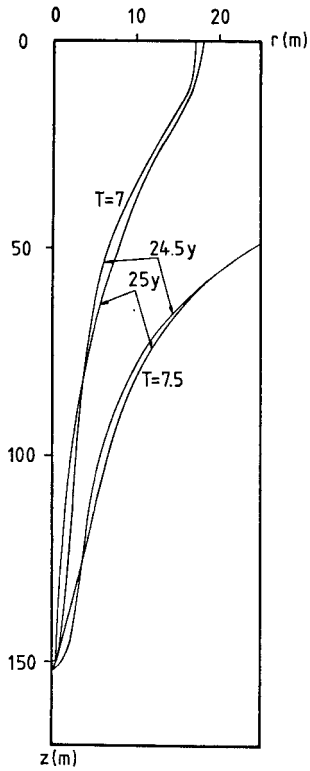
Den radiella temperaturprofilen på djupet z = 77 m visas i figur 10.5. Den övre bilden avser mitt i vintern (1 januari) då man har det största värmeuttaget. Nära brunnen är temperaturgradienten mycket stor.



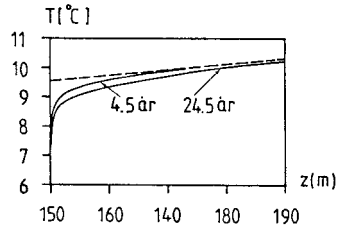
Figur 10.5. Radiell temperaturprofil på 77 meters djup för exempel 1 mitt i vintern (övre bilden) och mitt i sommaren (undre bilden) under 5:e och 25:e året.

Den undre bilden visar en mjukare temperaturprofil mitt i sommaren (1 juli). Skillnaden mellan de två profilerna under år 5 och år 25 visar långtidseffekten av värmeuttaget. På 20 år sänkes temperaturen ungefär en halv grad Celcius på 15 meters avstånd från brunnen. Den ostörda temperaturen för z = 77 m är enligt formel 10.2.2 T = 8.32 ^{o}C. Kurvorna närmar sig asymptotiskt detta värde för stora radier.

I figur 10.6 visas två isotermer mitt i vintern (t = 24.5 y) och mitt i sommaren (t = 25 y). De två isotermerna skär varandra på 3-4 meters avstånd från brunnen. Detta beror på det varierande effektuttaget under året, vilket influerar området nära brunnen. Utanför detta närområde med i storleksordningen 5 meters radie är fluktuationerna under året väsentligen utdämpade. Det monotona temperaturfallet styrs här bara av medeluttaget per årscykel.



Figur 10.6. Sommar- (25 y) och vinter-isotermer (24.5 y) för exempel 1.

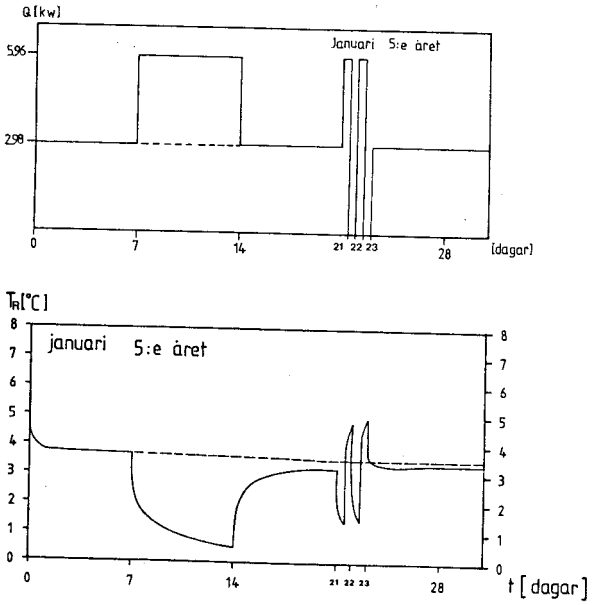


Figur 10.7. Temperaturprofil rakt ner under brunnen för exempel 1.

I figur 10.7 visas några temperaturprofiler rakt ner från brunnens botten z = 150 m. Den streckade linjen visar den geotermiska gradienten. Temperaturstörningen från brunnen avklingar i stort på cirka 10 meter.

Exempel 2. I exempel 1 var effektuttaget föreskrivet för varje månad. I verkligheten får man ett varierande effektuttag kring ett lämpligt valt månadsmedelvärde.

För att illustrera detta tages data enligt exempel 1 ovan. Under den kallaste månaden (januari) överlagras för den femte årscykeln en pulserande effekt kring det tidigare konstanta värdet Q = 2.98 kW. Se figur 10.8 (överst). Den brunnstemperatur T_R som krävs visas i den nedre figuren.



Figur 10.8. Överlagrat pulserande effektuttag och motsvarande brunnstemperatur T_R. Data enligt exempel 1-2.

Exempel 3. För att illustrera influens mellan bergvärmebrunnar ser vi på ett fall med tre stycken brunnar. Sedda uppifrån ligger dessa på linje med ett avstånd B. Vi tar data enligt exempel 1 och föreskriver ett totalt effektuttag $3 \cdot Q(t)$, där $Q(t)$ ges av (10.2.3). Nedanstående tabell ger beräknad lägsta uttagstemperatur T_R för några brunnsavstånd B.

Brunnsavstånd B(m)	år 1	5	25
5	3.6	2.2	1.2
10	4.0	2.9	1.9
20	4.0	3.3	2.5
∞	4.0	3.5	3.2

Tabell. Lägsta uttagstemperaturen $T_R(^oC)$ för tre brunnar på linje. Data enligt exempel 1 med tredubblat effektuttag.

10.3 Termiska delprocesser

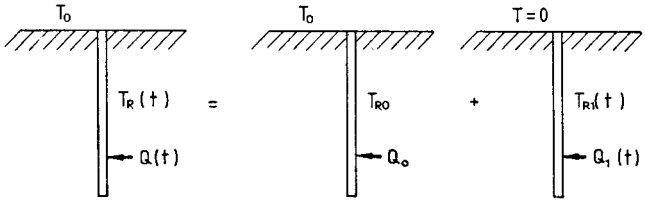
För att få en riktig förståelse för de termiska processerna och de därmed förknippade analysmetoderna och dimensioneringsreglerna måste man först analysera enkla, renodlade termiska förlopp. Dessa termiska delprocesser sammanlagras till de mer komplicerade, verkliga förloppen. Vi skall i detta avsnitt studera fundamentala termiska delförlopp för en enskild bergvärmebrunn. Dessa analyser utvidgas i avsnitt 10.8 till ett system av bergvärmebrunnar som influerar varandra.

10.3.1 Superposition

Genom att utnyttja superpositionsprincipen för värmeledning i ett fast material kan ett komplicerat förlopp uppspaltas i enklare delprocesser.

Figur 10.9 illustrerar hur superpositionsprincipen kan användas. Vid bergvärmebrunnen råder en tidsvariabel temperatur $T_R(t)$, medan temperaturen vid markytan är T_o. Den tidsvariabla brunnstemperaturen kan tänkas uppdelad i en tidsoberoende del och en överlagrad tidsvariabel del:

$$T_R(t) = T_{R0} + T_{R1}(t) \qquad (10.3.1.1)$$



Figur 10.9. Uppdelning av ett temperaturförlopp för en bergvärmebrunn i en stationär del och en tidsvariabel del.

Den konstanta brunnstemperaturen T_{R0} ger ett stationärt temperaturförlopp. Temperaturen vid markytan är T_0. Motsvarande stationära värmeuttag är Q_0. Den andra delen ger ett tidsvariabelt värmeuttag $Q_1(t)$. För denna del är markyttemperaturen 0. Summan av de två temperaturfälten ger lösningen till den ursprungliga processen till vänster i figur 10.9. Det totala värmeuttaget blir:

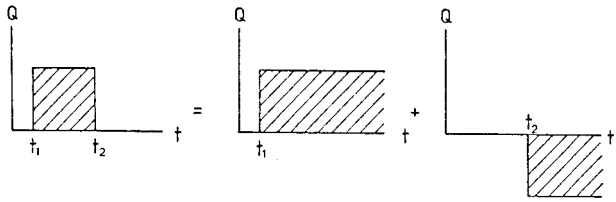
$$Q(t) = Q_0 + Q_1(t) \qquad (10.3.1.2)$$

Begynnelsetemperaturfördelningen i marken kan hänföras till någon av dellösningarna vid en superponering. Man måste tillse att summan av dellösningarnas begynnelsetemperaturer blir lika med den totalt givna temperaturfördelningen.

Värmeuttaget från en bergvärmebrunn varierar under årscykeln. Man har en tidsoberoende medeleffekt och en överlagrad pulsation. Den stationära komponenten behandlas i avsnitt 10.3.2. Överlagrade periodiska förlopp behandlas i avsnitt 10.3.8. Under en första tid sker en transient insvängning till den stationära processen med en överlagrad årlig pulsation. Denna transienta insvängning, som visar sig ta i storleksordningen 20 år, behandlas i avsnitt 10.3.6.

Vid dimensionering är det normalt smidigast att utgå från ett givet effektbehov Q(t). Man beräknar sedan de erforderliga brunnstemperaturerna för att se om dessa är möjliga att uppnå och acceptabla.

Den givna tidsfunktionen för effektbehovet kan också genom superponering uppdelas i enkla grundförlopp. Figur 10.10 visar hur en effektpuls kan ses som summan av två stegpulser.

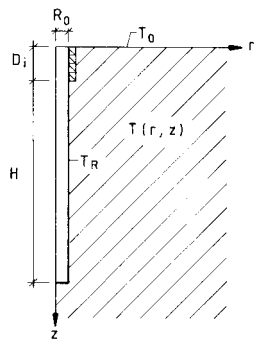


Figur 10.10. Uppdelning av en effektpuls i två stegpulser.

I avsnitt 10.3.6 och 10.3.7 analyseras en stegpuls, dvs. ett konstant effektuttag som startar vid en viss tidpunkt. Det är en av de fundamentala processerna. Ett godtyckligt förlopp Q(t) kan ses som en summa (eller i gränsen en integral) av effektpulser, vilka i sin tur enligt figur 10.10 sammansätts av stegpulser. Behärskar vi stegpulsen, behärskar vi således i princip varje föreskrivet effektförlopp Q(t).

10.3.2 Stationärt värmeuttag

Förutsättningen för temperaturförloppet vid stationärt värmeuttag illustreras i figur 10.11. Temperaturen i marken är en funktion av avstånd till brunnsaxeln och djup: $T = T(r,z)$. Vid markytan råder den konstanta temperaturen T_0, medan temperaturen vid brunnen har det konstanta värdet T_R. Den översta delen av brunnen ner till djupet D_i är värmeisolerad.



Figur 10.11. Stationärt temperaturförlopp för bergvärmebrunn.

I ostörd mark långt från brunnen stiger temperaturen linjärt nedåt på grund av den geotermiska gradienten. Låt q_{geo} (W/m^2) beteckna det geo-

termiska värmeflödet. Långt från brunnen gäller då villkoret:

$$T(r,z) = T_o + q_{geo} \cdot \frac{z}{\lambda} \qquad \text{då } r \text{ stort} \quad \text{då } z \text{ stort} \qquad (10.3.2.1)$$

Förfinade randvillkor vid markytan och vid brunnen behandlas i avsnitten 10.3.3, 10.3.9 och 10.3.11.

Det stationära temperaturförloppet uppnås efter en lång tid med konstant värmeuttag. I ett fall med variabelt värmeuttag under året ligger det stationära temperaturfältet som ett årsmedelvärde. Denna termiska delprocess är av stort intresse ty den ger medeleffekt under året och härmed den totala värmemängd som kan tas ut under varje år. Denna effekt kan tas ut under godtyckligt lång tid utan ytterligare nedkylning av marken. Värmen tillföres från markytan.

10.3.2.1 Temperaturfält

Som exempel tar vi en 150 meter djup brunn och ett stationärt värmeuttag som ger 15 MWh per år:

$$\lambda = 3.5 \text{ W/mK} \qquad C = 2.16 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3\text{K} \qquad (m_R = 0)$$

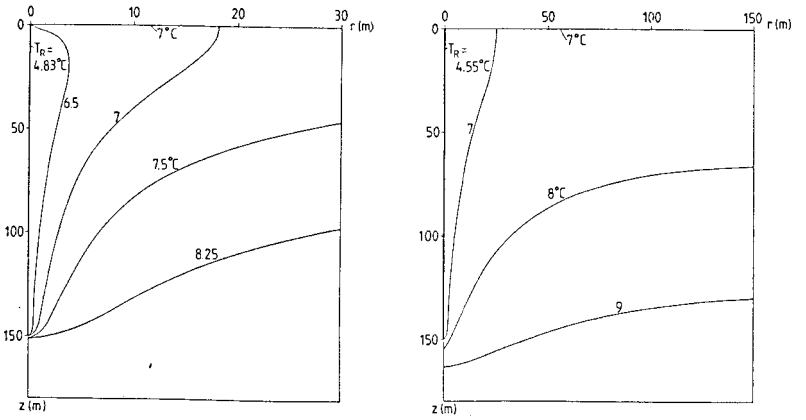
$$D_i = 4 \text{ m} \qquad H = 146 \text{ m} \qquad R_o = 0.06 \text{ m}$$

$$T_o = 7^oC \qquad q_{geo} = 0.057 \text{ W/m}^2$$

$$Q = 1712 \text{ W} \qquad (E_y = 15 \text{ MWh}) \qquad (10.3.2.2)$$

Det numeriskt beräknade temperaturfältet utanför brunnen visas i figur 10.12. Den högra figuren visar temperaturfältet ut till 150 meter från brunnen. Den stationära temperaturen T_R vid brunnen är 4.55^{o}C. Vi ser att en temperatursänkning någon tiondels grad når ut cirka 50 meter. Den vänstra figuren visar i större detalj temperaturfältet ut till 30 meters radie. Observera att den radiella skalan är fem gånger större än den vertikala. Den vänstra figuren ger temperaturfältet efter 25 år och således inte exakt det stationära fältet. Brunnstemperaturen

T_R är då 4.83 ^oC, dvs. 0.28 ^oC över det stationära slutvärdet. Vi ser att en temperatursänkning med en grad under ostörda förhållanden når cirka 5 meter ut från brunnen. Temperaturgradienten nära brunnen är mycket kraftig och den större delen av temperatursänkningen är lokaliserad till ett relativt litet område runt brunnen.



Figur 10.12. Stationärt temperaturfält runt en brunn med data enligt 10.3.2.

Det stationära temperaturfältet är intressant vid en bedömning av miljöpåverkan. Frånsett området närmast brunnen, där även variationer under året är av betydelse, ges maximal temperaturstörning av den stationära lösningen. Ju längre bort från brunnen man är, desto längre tid tar det att uppnå den stationära, maximala störningen.

10.3.2.2 Effekt av geotermisk gradient

Den geotermiska gradienten med en ökande ostörd temperatur nedåt kan ej försummas, då bergvärmebrunnarna är så pass djupa. Ostörd marktemperatur stiger i exempel 10.3.2.2 från 7 ^oC vid markytan till 9.5 ^oC vid brunnens botten enligt formel 10.3.2.1.

Det i brunnen cirkulerade vattnet exponeras för denna ökande temperatur. För att förstå vad vi har att vänta oss ser vi först på ett fall där

vattnet pumpas runt längs brunnen utan effektuttag (Q = 0). Vad kommer att hända med temperaturen på vattnet i brunnen? Vi får en väsentligen konstant vattentemperatur längs hela brunnen efter ett snabbt initialförlopp. Vattnets temperatur blir något medelvärde. Det är rimligt att anta att temperaturen blir väsentligen lika med den ostörda marktemperaturen på halva brunnsdjupet.

Brunnens medeldjup D_m ges av:

$$D_m = D_i + \frac{H}{2} \qquad (10.3.2.3$$

Den ostörda marktemperaturen på detta djup är enligt formel 10.3.2.1

$$T_{om} = T_o + q_{geo} \cdot \frac{D_m}{\lambda} \qquad (10.3.2.4$$

Det visar sig att det enda som betyder något för sambandet mellan brunnstemperatur och effektuttag är denna medeltemperatur T_{om} i marken.

Problemet enligt figur 10.11 med ostörd marktemperatur enligt 10.3.2.1 kan genom superposition uppdelas i två delar. Den första delen har det givna effektuttaget och den ostörda temperaturen T_{om} överallt i marken och vid markytan. Denna del har således ingen geotermisk gradient:

Del I: $T_{ostörd} = T_{om}$ $\qquad T_{markyta} = T_{om}$

$$Q = \text{givet effektuttag} \qquad (10.3.2.5$$

Den resterande delen skall ta hand om den geotermiska gradienten. Temperaturen för denna del blir noll på djupet D_m och $T_o - T_{om}$ vid markytan. Effektuttaget är noll:

Del II: $T_{ostörd} = T_o + q_{geo} \cdot \frac{z}{\lambda} - T_{om} = q_{geo} \cdot \frac{z-D_m}{\lambda}$

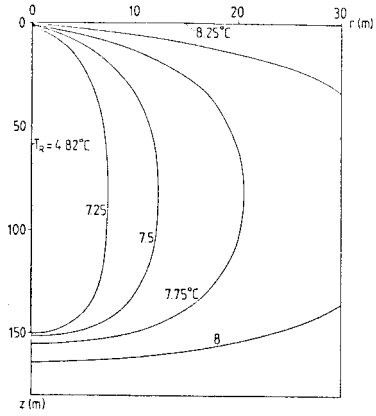
$$T_{markyta} = T_o - T_{om}$$

$$Q = 0 \qquad (10.3.2.6$$

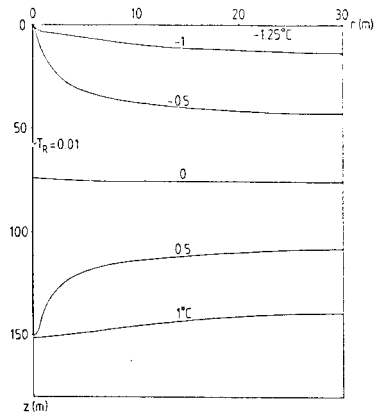
Data enligt exempel 10.3.2.2 ger:

$$D_m = 77 \text{ m} \qquad T_{om} = 8.25\ ^{o}C \qquad (10.3.2.7)$$

Figur 10.13 visar temperaturfältet för den första delen. Den andra delen visas i figur 10.14. Summan av dessa två temperaturfält är lika med det som visas till vänster i figur 10.12.



Figur 10.13. Temperaturfält för exempel 10.3.2.2 med ostörd temperatur $T_{om} = 8.25\ ^{o}C$



Figur 10.14. Temperaturfält för exempel 10.3.2.2 för den geotermiska störningen enligt 10.3.2.6

De två temperaturfälten enligt figurerna 10.13 och 10.14 har var för sig en enklare struktur än det sammanlagrade fältet enligt figur 10.12. Den första delen enligt figur 10.13, där brunnen verkar mot omgivningstemperaturen T_{om}, ger en temperaturstörning som är proportionell mot temperaturdifferensen $T_{om} - T_R$ mellan ostörd mark och brunn. Den andra delen enligt figur 10.14 ger ett temperaturfält kring brunnen som i stort sett är antisymmetriskt kring nivån $z = D_m$. Värme tillföres brunnen vid den undre halvan, medan väsentligen samma värmemängder bortföres vid den övre halvan. Denna antisymmetri skulle vara perfekt om markytan ej kom in som en störning.

Den erforderliga brunnstemperaturen blev enligt figur 10.12, vänster, $T_R = 4.83\ ^{o}C$, medan den enklare lösningen med omgivningstemperatur T_{om}

enligt figur 10.13 ger T_R = 4.82 ^oC. Skillnaden i sambandet mellan brunnstemperatur och effektuttag blir maximalt någon promille i detta exempel.

Detta gäller allmänt med tillräcklig noggrannhet. Vid beräkning av värmeuttaget behöver man ej ha med det kompletta randvillkoret 10.3.2.1 med en geotermisk gradient. Det räcker att utnyttja temperaturen T_{om} vid brunnens mittdjup. Denna temperatur skall anses råda både vid markytan och i ostörd mark långt från brunnen. I det följande skall alltid enbart T_{om} utnyttjas.

10.3.2.3 Formel för stationärt värmeuttag

Genom att approximera brunnen med en mycket smal rotationsellipsoid och utnyttja speglingsteknik för att ta hänsyn till randvillkor vid markytan kan följande samband mellan det stationära värmeuttaget Q och drivande temperaturdifferens $T_{om} - T_R$ härledas (referens 7 och 2):

$$Q \simeq \frac{2\pi\lambda H\ (T_{om} - T_R)}{\ln\left(\frac{H}{R_o\sqrt{1.5}}\right) - \frac{1}{2(1+2D_i/H)}} \qquad (10.3.2.8)$$

Här är T_R temperaturen vid brunnsväggen och T_{om} ostörd marktemperatur på halva brunnsdjupet. Härledningen förutsätter att R_o och D_i är små relativt brunnsdjupet H.

Formeln kan förenklas till

$$Q \simeq \frac{2\pi\lambda H\ (T_{om} - T_R)}{\ln\left(\frac{H}{2Ro}\right) - 0.01 + \frac{D_i}{H}} \qquad (10.3.2.9)$$

eller

$$Q \simeq \frac{2\pi\lambda H\ (T_{om} - T_R)}{\ln\left(\frac{H}{2R_o}\right)} \qquad (10.3.2.10)$$

Den sista formeln 10.3.2.10 torde duga. Felet i dessa formler är maximalt några procent.

Låt oss ta exempel 10.3.2.2:

$$1712 = \frac{2\pi \cdot 3.5 \cdot 146 \cdot (8.25 - T_R)}{\ln \left(\frac{146}{2 \cdot 0.06}\right)}$$

$$T_R = 4.46\ ^{o}C$$

Detta skall jämföras med det numeriskt beräknade värdet $T_R = 4.55\ ^{o}C$ enligt figur 10.12, höger.

Formel 10.3.2.10 är grundläggande eftersom den anger hur stor värmemängd som kan uttas per årscykel vid en given drivande temperaturdifferens $T_{om} - T_R$. Observera att T_R här är den stationära medeltemperaturen vid brunnen. Överlagrat kan man ha ett pulserande förlopp.

10.3.3 Effekt av ytliga jordskikt och variationer vid markytan

Vid markytan har vi haft det enkla randvillkoret med en given konstant temperatur T_o eller T_{om}. I verkligheten är situationen mer komplicerad med en variabel lufttemperatur, snö, tjäle och ett övergångsmotstånd vid markytan som bl.a. beror på vindförhållanden. Temperaturfluktuationer dämpas dock snabbt ut nedåt i marken. På några meters djup råder i stort en konstant temperatur året om. Influensen av dessa ytvariationer för en bergvärmebrunn med ett djup runt hundra meter blir helt försumbart. Det enda vi behöver veta med någon precision är marktemperaturen T_{om} på halva brunnsdjupet.

I många fall täcks berget av ett ytligt markskikt med andra termiska egenskaper än berget. För att illustrera detta tar vi data enligt exempel 1 i avsnitt 10.2. Ostörd marktemperatur sätter till $T_{om} = 8.3\ ^{o}C$. Alla data gäller f.ö. frånsett att den översta delen av marken ges en lägre värmeledningsförmåga. Vi tar:

$$\lambda = \begin{cases} 1.5 \text{ W/m}\cdot\text{K} & 0 < z < D_{jord} \\ 3.5 \text{ W/m}\cdot\text{K} & z > D_{jord} \end{cases} \qquad (10.3.3.1)$$

Beräknad lägsta uttagstemperatur under år 1,5 och 25 ges i tabell 10.1 för några olika värden på D_{jord}. Den översta raden ger de ursprungliga ostörda värdena enligt 10.2.5.

	år 1	år 5	år 25
D_{jord} = 0 m	4.1	3.5	3.2
D_{jord} = 4 m	4.1	3.5	3.2
D_{jord} = 10 m	4.0	3.4	3.0

Tabell 10.1. Lägsta uttagstemperatur $T_{R\ min}$ ^{o}C för exempel 1 i avsnitt 10.2 då man har ett täckande jordskikt enligt 10.3.3.1. Marktemperaturen T_{om} är 8.32 ^{o}C.

Vi ser att ett jordskikt på några meter ger en helt försumbar ändring. Även om det översta skiktet har 10 meters djup blir ändringen liten.

Vi kan allmänt dra slutsatsen att förhållandena vid markytan och i de första metrarna nedåt ej spelar någon roll för värmeuttaget. Det enda vi behöver är medeltemperaturen T_{om}.

Speciellt spelar värmemotståndet mellan markyta och luft ingen roll. Detta värmemotstånd är nämligen i samma storleksordning som ett markskikt med en tjocklek på någon decimeter.

10.3.4 Värmeisolering av brunnens översta del

Den översta delen av brunnen värmeisoleras för att skydda cirkulationsvattnet från nedkylning vintertid. Isoleringen går ner till djupet D_i. Vi skall i detta avsnitt belysa hur värmeuttagskapaciteten beror av D_i.

Data enligt exempel 1 i avsnitt 10.2 med marktemperaturen T_{om} = 8.32 ^{o}C användes. Alla data utom D_i hålles konstanta. Brunnsdjupet D_i + H kommer att variera något med D_i. Tabell 10.2 visar beräknade lägsta uttagstemperatur under år 1, 5 och 25 för D_i = 2, 4 och 10 m.

D_i(m)	tid (år)		
	1	5	25
2	4.07	3.55	3.23
4	4.06	3.54	3.21
10	4.04	3.51	3.17

Tabell 10.2. Lägsta uttagstemperatur ^{o}C vid variation av isolerdjupet D_i. Övriga data enligt exempel 1 i avsnitt 10.2.

Vi ser att isolerdjupet D_i har ytterst liten betydelse för värmeuttaget. Observera att jämförelsen göres för konstant aktiv brunnslängd H. Värmeisolering behöver bara göras till någon meters djup för att skydda mot vinternedkylning. Ytterligare isolering nedåt har ingen effekt.

10.3.5 Skikt med olika värmeledningsförmåga

Då marken består av skikt med olika värmeledningsförmåga kommer värmeuttaget att påverkas. För att illustrera detta har jämförelse för två beräkningsfall gjorts.

I det första fallet består marken av homogent material med konstant värmeledningsförmåga λ = 3.5 W/m K. I det andra fallet består marken av två skikt med olika värmeledningsförmåga. Det första skiktet med λ = 2.5 W/m K sträcker sig ner till hälften av den aktiva brunnslängden, z = 77 m. Skikt två har värmeledningsförmågan λ = 4.5 W/m K och sträcker sig från z = 77 m ner till stort djup.

Beräknar man medelvärdet av de värmeledningstal som den aktiva delen av brunnen direkt känner av, erhålles samma λ_{medel} för båda beräknings-

fallen. Se formel 10.3.5.1

$$\lambda_{medel} = \frac{1}{H} \int_{D_i}^{D_i+H} \lambda(z)\, dz \qquad (10.3.5.1)$$

Som marktemperatur ansättes medeltemperaturen T_{om} = 8.32 ^{o}C. Alla övriga data enligt exempel 1 avsnitt 10.2.

Tabell 10.3 visar lägsta brunnstemperaturen år 1, 5 och 25 för de två beräkningsfallen

λ W/m·K		t = 1 år	t = 5 år	t = 25 år
3.5	$0 < z < \infty$ (m)	4.06	3.54	3.21
2.5	$0 < z \leq 77$ (m)	4.05	3.53	3.19
4.5	$77 < z < \infty$ (m)			

Tabell 10.3. Lägsta brunnstemperatur år 1, 5 och 25 för bergvärmebrunn. Marken består i ena fallet av ett skikt med konstant värmeledningstal och i andra fallet av två skikt med olika värmeledningstal.

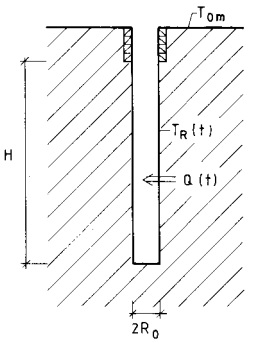
Skillnaden mellan resultaten är ytterst liten varför man kan dra slutsatsen att det är medelvärdet av värmeledningsförmågan enligt formel 10.3.5.1 som bestämmer värmeuttaget.

10.3.6 Konstant värmeuttag. Effekt på lång sikt.

En av de fundamentala delprocesserna är temperaturförloppet, då man har ett konstant effektuttag Q från starttiden t=0. Se figur 10.15. Den ostörda temperaturen i marken är T_{om}. Denna temperatur ansättes också vid markytan.

Man får ett transient förlopp där marken kring brunnen nedkyles. Efter hand närmar sig temperaturfältet det stationära fallet enligt avsnitt 10.3.2.

Vårt huvudintresse är att beräkna temperaturen $T_R(t)$ vid brunnen. För att erhålla effekten Q krävs en temperatursänkning $T_{om}-T_R(t)$. Denna sänkning ökar efter hand upp mot det stationära slutvärdet.



$$Q(t) = \begin{cases} Q & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

Figur 10.15. Långsiktig transient process med konstant värmeuttag Q från en starttid t=0.

I ett verkligt fall varierar normalt effektuttaget under året. Man har en medeleffekt och en överlagrad, pulserande effekt. Den här studerade transienta processen gäller för denna medeleffekt. Vi får reda på hur medeleffektuttaget under året ger en transient nedkylning fram till stationära förhållanden.

Den vid brunnen tidsvariabla temperatursänkningen $T_{om}-T_R$ är proportionell mot effektuttagets storlek per meter brunn, Q/H. Den är vidare omvänt proportionell mot värmeledningsförmågan λ. En dimensionsanalys av värmeledningsprocessen enligt figur 10.15 visar vidare att $T_{om}-T_R$ är en funktion av en dimensionslös tid t/t_1. Man har två formparametrar R_0/H och D_i/H. Parametern D_i/H för isolerad övre del är av sekundär betydelse enligt avsnitt 10.3.4. Den försummas här. Vi har då:

$$T_{om}-T_R(t) = \frac{Q}{2\pi\lambda H} \cdot g(t/t_1, R_0/H) \qquad (10.3.6.1)$$

Funktionen g ger den dimensionslösa temperatursänkningen för att få effekten Q. Faktorn 2π är medtagen för att bl.a. formel 10.3.6.2 skall bli prydlig. Tiden t_1 (= $H^2/9a$) ges av (10.3.6.6).

I avsnitt 10.3.10 behandlas effekten vid variation av borrhålsradien R_0. Följande samband för två borrhålsdiametrar R_0 och R_0' gäller med mycket god noggrannhet:

$$g(t/t_1\ ,\ R_o/H) = g(t/t_1\ ,\ R_o'/H) - \ln(R_o/R_o') \qquad (10.3.6.2)$$

Parametern R_o/H är härigenom avklarad. Man behöver bara numeriskt med dator beräkna g som funktion av dimensionslös tid för en brunnsradie (och ett brunnsdjup).

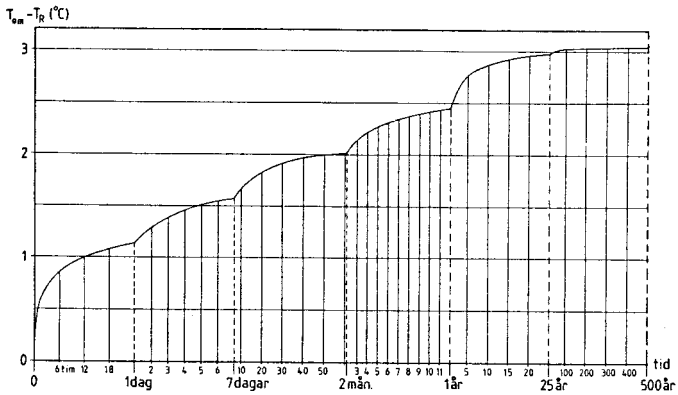
Låt oss ta följande exempel:

λ = 3.5 W/mK C = 2.16 MJ/m^{3}K

H = 98 m D_i = 2 m R_o = 0.05 m

Q = 1 kW (10.3.6.3)

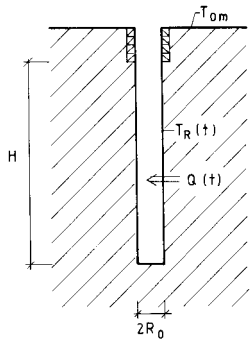
Den beräknade temperatursänkningen $T_{om} - T_R$ vid brunnen visas i figur 10.16.



Figur 10.16. Transient brunnstemperatursänkning för exempel 10.3.6.3.

Kurvan är mycket instruktiv. Vi får under de första timmarna en snabb temperatursänkning. Sänkningen under det första dygnet är 1.15 °C. Under den följande veckan ändras temperaturen till 1.6 °C. Efter två månader har sänkningen ökat till 2.0 °C och efter ett år till 2.4°C. Under de följande 25 åren sjunker temperaturen ytterligare till värdet 2.9 °C. Processen är ännu ej helt stationär. Efter hundra år har vi värdet 3.02 °C och efter femhundra år 3.04 °C. Vi har således en stor spännvidd i tidsskalor för den transienta processen. Man bör observera att denna kurva väsentligen gäller för alla transienta grundfall med olika

Vårt huvudintresse är att beräkna temperaturen $T_R(t)$ vid brunnen. För att erhålla effekten Q krävs en temperatursänkning $T_{om}-T_R(t)$. Denna sänkning ökar efter hand upp mot det stationära slutvärdet.



$$Q(t) = \begin{cases} Q & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

Figur 10.15. Långsiktig transient process med konstant värmeuttag Q från en starttid t=0.

I ett verkligt fall varierar normalt effektuttaget under året. Man har en medeleffekt och en överlagrad, pulserande effekt. Den här studerade transienta processen gäller för denna medeleffekt. Vi får reda på hur medeleffektuttaget under året ger en transient nedkylning fram till stationära förhållanden.

Den vid brunnen tidsvariabla temperatursänkningen $T_{om}-T_R$ är proportionell mot effektuttagets storlek per meter brunn, Q/H. Den är vidare omvänt proportionell mot värmeledningsförmågan λ. En dimensionsanalys av värmeledningsprocessen enligt figur 10.15 visar vidare att $T_{om}-T_R$ är en funktion av en dimensionslös tid t/t_1. Man har två formparametrar R_0/H och D_i/H. Parametern D_i/H för isolerad övre del är av sekundär betydelse enligt avsnitt 10.3.4. Den försummas här. Vi har då:

$$T_{om}-T_R(t) = \frac{Q}{2\pi\lambda H} \cdot g(t/t_1,\ R_0/H) \qquad (10.3.6.1)$$

Funktionen g ger den dimensionslösa temperatursänkningen för att få effekten Q. Faktorn 2π är medtagen för att bl.a. formel 10.3.6.2 skall bli prydlig. Tiden t_1 (= $H^2/9a$) ges av (10.3.6.6).

I avsnitt 10.3.10 behandlas effekten vid variation av borrhålsradien R_0. Följande samband för två borrhålsdiametrar R_0 och R_0' gäller med mycket god noggrannhet:

$$g(t/t_1\ ,\ R_o/H) = g(t/t_1\ ,\ R'_o/H) - \ln(R_o/R'_o) \qquad (10.3.6.2)$$

Parametern R_o/H är härigenom avklarad. Man behöver bara numeriskt med dator beräkna g som funktion av dimensionslös tid för en brunnsradie (och ett brunnsdjup).

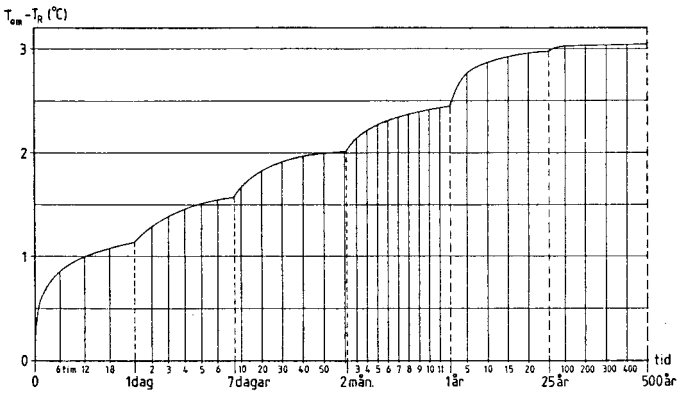
Låt oss ta följande exempel:

λ = 3.5 W/mK C = 2.16 MJ/m^{3}K

H = 98 m D_i = 2 m R_o = 0.05 m

Q = 1 kW (10.3.6.3)

Den beräknade temperatursänkningen $T_{om} - T_R$ vid brunnen visas i figur 10.16.

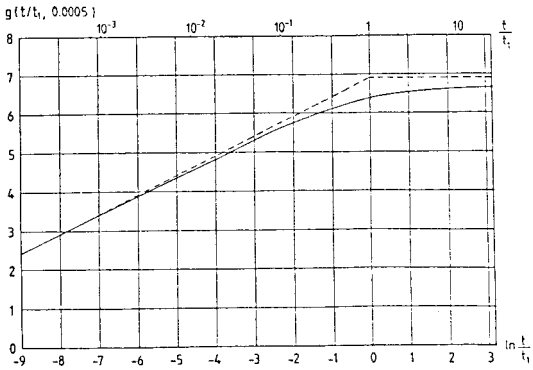


Figur 10.16. Transient brunnstemperatursänkning för exempel 10.3.6.3.

Kurvan är mycket instruktiv. Vi får under de första timmarna en snabb temperatursänkning. Sänkningen under det första dygnet är 1.15 ^oC. Under den följande veckan ändras temperaturen till 1.6 ^oC. Efter två månader har sänkningen ökat till 2.0 ^oC och efter ett år till 2.4^oC. Under de följande 25 åren sjunker temperaturen ytterligare till värdet 2.9 ^oC. Processen är ännu ej helt stationär. Efter hundra år har vi värdet 3.02 ^oC och efter femhundra år 3.04 ^oC. Vi har således en stor spännvidd i tidsskalor för den transienta processen. Man bör observera att denna kurva väsentligen gäller för alla transienta grundfall med olika

Q, H, R_o, D_i, λ och a i enlighet med formlerna 10.3.6.1-2.

Den dimensionslösa temperaturresponsen g visas i figur 10.17 för fallet $R_o/H = 0.0005$. Det är frånsett skalfaktorer samma kurva som i figur 10.16. Observera den logaritmiska tidsskalan. Tiden t_1 ges av formel 10.3.6.6.



Figur 10.17. Temperaturresponsfunktion g för transient värmeuttag enligt formel 10.3.6.1 och 10.3.6.6. $R_o/H = 0.0005$.

För responsen g finns två asymptotiska uttryck. För mycket stora tider skall stationära förhållanden råda. Approximativt gäller då formel 10.3.2.10. För korta tider har man väsentligen en radiell endimensionell process kring brunnen. Temperatursänkningen vid brunnen ges approximativt av formel 10.3.7.3. Dessa två asymptotiska approximationer ges av de två streckade linjerna i figur 10.17. Vi ser att dessa två räta linjer ger en ganska god approximation av g.

Vi har nu följande enkla approximativa uttryck för temperatursänkningen:

$$T_{om} - T_R(t) = \frac{Q}{2\pi\lambda H} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{4at}{R_o^2}\right) - \gamma\right) & t \leq t_1 \\ \ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) & t \geq t_1 \end{cases} \qquad (10.3.6.4)$$

$\gamma = 0.5772$ (Eulers konstant)

Bryttiden t_1 definieras av att de två uttrycken är lika:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\ln\left(\frac{4at}{R_o^2}\right) - \gamma\right) = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) \qquad (10.3.6.5)$$

eller med god approximation

$$t_1 = \frac{H^2}{9a} \qquad (10.3.6.6)$$

Inför vi tiden t_1 får vi följande enkla uttryck för approximationerna 10.3.6.4:

$$T_{om} - T_R(t) = \frac{Q}{2\pi\lambda H}\cdot\begin{cases} \ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{t}{t_1}\right) & t \leq t_1 \\ \ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) & t \geq t_1 \end{cases} \qquad (10.3.6.7)$$

Det maximala felet sker vid bryttiden $t = t_1$. För exempel 10.3.6.3 ger då approximationen ett fel på 7%.

Approximationerna innebär en mycket stor förenkling. Före bryttiden, $t < t_1$, kan man på denna precisionsnivå räkna som om processen enbart är radiell runt brunnen utan att ta hänsyn till vertikala störeffekter. Detta gäller genom superposition för godtyckliga, tidsvariabla effektpulser. Efter bryttiden, $t > t_1$, kan man i denna approximation räkna stationärt.

För exempel 10.3.6.3 blir bryttiden

$$t_1 = \frac{98^2 \cdot 2.16 \cdot 10^6}{9 \cdot 3.5}\ \text{sek} = 21\ \text{år} \qquad (10.3.6.8)$$

De aktuella bryttiderna t_1 är således tider i storleksordningen tiotals år.

Den transienta responsen 10.3.6.1 på en stegpuls kan genom superposition utnyttjas för att beräkna responsen för en godtyckligt varierande effekt Q(t).

Exempel. Vi tar följande data:

$\lambda = 3.5$ W/m · K $\qquad C = 2.16 \cdot 10^6$ J/m^3 · K

$D_i = 5$ m $\qquad H = 145$ m $\qquad R_o = 0.055$ m

$Q = 5$ kW (10.3.6.9)

Den transienta temperatursänkningen $T_{om} - T_R(t)$ ges av 10.3.6.1-2 eller av det förenklade uttrycket 10.3.6.7. Ovanstående data ger:

$$\frac{Q}{2\pi\lambda H} = 1.57 \ ^oC \qquad \ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) = 7.184$$

$t_1 = 45.7$ år

$$T_{om} - T_R(t) = \begin{cases} 11.3 - 0.79 \cdot \ln(t_1/t) & t \leq t_1 = 45.7 \text{ år} \\ 11.3 \ (^oC) & t \geq t_1 \end{cases}$$

T.ex. får vi

t (år)	0.1	1	10	50
$T_{om} - T_R(t)$ (^oC)	6.5	8.3	10.1	11.3

Ett exaktare värde erhålles ur formlerna 10.3.6.1-2. Vi måste räkna om relativ rörradie:

$$\frac{R_o'}{H} = 0.0005 \qquad \ln\left(\frac{R_o}{R_o'}\right) = \ln\left(\frac{0.055}{145 \cdot 0.0005}\right) = -0.28$$

Vi har således:

$$T_{om} - T_R(t) = 1.57 \cdot \{g(t/t_1 \ , 0.0005) + 0.30\}$$

Ur figur 10.17 får vi g ($t_1 = 45.7$ år).

Vi får då t.ex.

t(år)	0.1	1	10	50
$T_{om} - T_R(t)$ (^oC)	6.5	8.1	9.7	10.4

Vi ser att den förenklade formeln ovan ger ett maximalt fel på 9%.

Den långsiktiga temperatursänkningen som krävs för att upprätthålla vårt konstanta värmeuttag har en tidsskala $t_1 = H^2/(9a)$. Denna tidsskala gäller temperaturen vid brunnen. Det är också intressant att se på tidsskalan eller snarare tidsskalorna för nedkylningen runt brunnen. Det visar sig att detta är en process med mycket stora tidsskalor. Detta belyses närmare i avsnitt 10.10.

10.3.7 Analys av effektpulser

Effektuttaget Q(t) varierar normalt med tiden. I avsnitt 5.3 anges en enkel metod för att analysera tidsvariabla effektuttag från ett rör i mark. Effektuttaget skall vara konstant under givna tidsintervall. Metoden baserar sig på den analytiska lösningen för en stegpuls i det tvådimensionella radiella fallet.

Metoden diskuteras i avsnitt 5.3. Flera exempel ges. Temperaturprofilen och influensområde runt röret behandlas. Formler för brunnstemperaturen $T_R(t)$ anges.

Värmeuttaget per meter brunn betecknas q(t):

$$q(t) = \frac{Q(t)}{H} \qquad (W/m) \qquad (10.3.7.1)$$

Variationer i djupled försummas då lösningen avser ett plan vinkelrätt mot brunnen. Tredimensionella effekter blir betydelsefulla för en effektpuls efter en viss tid. I föregående avsnitt studeras en ren stegpuls. Enligt formel 10.3.6.4 kan den tvådimensionella approximationen användas

fram till tiden t_1 med någorlunda god precision. Tiden t_1 definieras av formel 10.3.6.6. Med normala data blir t_1 i storleksordningen 20 år. Detta innebär att den tvådimensionella analysen enligt avsnitt 5.3 utan vidare kan användas för analys av effektpulser under en årscykel. Metoden kan även tillämpas på långtidsförloppet under flera år.

En ren stegpuls har konstant effektuttag q (W/m) från en starttid t = 0:

$$q(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ q & t > 0 \end{cases} \qquad (10.3.7.2)$$

Temperaturen vid brunnsväggen ges av formel 5.3.2.13 ($R \to R_o$):

$$T_{Rq}(t) \simeq -\frac{q}{4\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{4at}{R_o^2}\right) - \gamma\right) \qquad \left(t > \frac{5R_o^2}{a}\right) \qquad (10.3.7.3)$$

$$\gamma = 0.5772$$

Temperaturen är negativ, eftersom lösningen avser enbart stegpulsen. Ostörd temperatur är härvid T = 0.

För att erhålla verklig brunnstemperatur skall $T_{Rq}(t)$, som hänför sig till effektuttaget q(t), adderas till ostörd marktemperatur:

$$T_R(t) = T_{om} + T_{Rq}(t) \qquad (10.3.7.4)$$

Formel 10.3.7.3 gäller ej under en första period $0 < t < 5R_o^2/a$. Denna tidsgräns blir för en bergvärmebrunn någon timme:

$$a = 1.6 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$$

$$R_o = 0.055\ m \qquad \frac{5R_o^2}{a} = 2.6 \text{ timmar} \qquad (10.3.7.5)$$

Man kan sänka tidsgränsen ner till, låt oss säga, en timme utan större fel. För ännu kortare tider bör formlerna i detta avsnitt ej användas.

Värmeuttaget för en effektpuls som startar vid t = 0 och har längden t_{q1} är:

$$q(t) = \begin{cases} q & 0 < t < t_{q1} \\ 0 & t > t_{q1},\ t < 0 \end{cases} \qquad (10.3.7.6)$$

Under tiden fram till $t = t_{q1}$ gäller stegpulsformeln 10.3.7.3. Avklingningen efter pulsen ges enligt formel 5.3.3.3 av det enkla uttrycket

$$T_{Rq}(t) = -\frac{q}{4\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{t}{t-t_{q1}}\right) \qquad \left(t > t_{q1} + 5 \cdot \frac{R_o^2}{a}\right) \tag{10.3.7.7}$$

I det allmänna fallet är effekten q_i i tidsintervallet $t_{q,i-1} < t < t_{qi}$:

$$q(t) = \begin{cases} 0 & t < t_{qo} \\ q_1 & t_{qo} < t < t_{q1} \\ q_2 & t_{q1} < t < t_{q2} \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \end{cases} \tag{10.3.7.8}$$

För en tid t, som ligger i det n:te intervallet, gäller då enligt formel 5.3.4.6:

$$T_{Rq}(t) = -\frac{q_n}{4\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{4at_p}{R_o^2}\right) - \gamma\right)$$

$$-\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i - q_{i-1}}{4\pi\lambda} \ln\left(\frac{t-t_{q,i-1}}{t_p}\right) \tag{10.3.7.9}$$

$$\left(q_o=0,\ \gamma=0.5772\ ,\ t_{q,n-1} + 5 \cdot \frac{R_o^2}{a} < t < t_{q,n}\right)$$

Här är t_p en godtycklig referenstid. Formeln har en enkel struktur. Den första termen är en konstant gånger aktuellt värmeflöde q_n. För varje ändring $q_i - q_{i-1}$ av effekten erhålles en term med logaritmen av tiden $t - t_{q,i-1}$.

I avsnitt 5.3.4 ges ett exempel med kvartalsvis konstant effektuttag.

Exempel 1. I exempel 1, avsnitt 10.2, redovisas ett fall där effektuttaget är föreskrivet månadsvis. Beräknade brunnstemperaturer visas i figur 10.3. Dessa kan beräknas analytiskt med formlerna 10.3.7.9 och 10.3.7.4. För att illustrera metoden utföres beräkningarna för de tre första månaderna.

Först beräknas bidraget från värmeuttaget, $T_{Rq}(t)$, varefter brunnstemperaturen erhålles enligt formel 10.3.7.4. Ostörd marktemperatur T_{om} är lika med 8.32 ^{o}C. Värmeuttaget är

månad 1: $Q_1(t) = 320$ W $\quad q_1 = 2.19$ W/m

månad 2: $Q_2(t) = 470$ W $\quad q_2 = 3.22$ W/m

månad 3: $Q_3(t) = 1170$ W $\quad q_3 = 8.01$ W/m

Med t_p = 1 månad erhålles

månad 1. $$T_{Rq}(t) = -2.19 \cdot 0.183 - \frac{2.19}{44.0} \cdot \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) =$$

$$= -0.402 - 0.0498 \ln\left(\frac{t}{t_p}\right)$$

månad 2. $$T_{Rq}(t) = -3.22 \cdot 0.183 - \frac{2.19}{44.0} \cdot \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) -$$

$$\frac{3.22-2.19}{44.0} \cdot \ln\left(\frac{t}{t_p} - 1\right) =$$

$$= -0.589 - 0.0498 \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) - 0.0234 \ln\left(\frac{t}{t_p} - 1\right)$$

månad 3. $$T_{Rq}(t) = -8.01 \cdot 0.183 - \frac{2.19}{44.0} \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) -$$

$$\frac{3.22-2.19}{44.0} \ln\left(\frac{t}{t_p} - 1\right) -$$

$$- \frac{8.01-3.22}{44.0} \ln\left(\frac{t}{t_p} - 2\right) =$$

$$= -1.47 - 0.0498 \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) - 0.0234 \ln\left(\frac{t}{t_p} - 1\right) -$$

$$0.109 \ln\left(\frac{t}{t_p} - 2\right)$$

Tabellen nedan visar brunnstemperaturen för några olika tider t.

t/t_p	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$T_{Rq}(t)$ (^oC)	-0.37	-0.40	-0.59	-0.62	-1.45	-1.54
T_R (t) (^oC)	7.95	7.92	7.73	7.70	6.87	6.78

Exempel 2. I ovanstående exempel är effektuttaget föreskrivet månadsvis. För att illustrera hur en variation i effektuttag under en månad kan analyseras tar vi följande exempel som utgår från exempel 1 ovan. Värmeledningsförmågan har sänkts från 3.5 till 3.0.

Under en vintermånad femte året föreskrivs ett effektuttag enligt figur 10.18. Detta effektuttag består av det tidigare under månaden konstanta uttaget plus en överlagrad pulsation. Brunnstemperaturen från det månadsvis konstanta uttaget betecknas $T_{Rm}(t)$. Brunnstemperaturen för den överlagrade pulsationen $T_{Rq}(t)$ kan beräknas med ovan angivna metod. Total brunnstemperatur blir:

$$T_R(t) = T_{Rm}(t) + T_{Rq}(t) \qquad (10.3.7.10)$$

Medeleffekten under den aktuella månaden är 2 980 W. Den överlagrade effekten blir enligt figur 10.18 för de två första veckorna:

vecka 1: $Q(t) = 2\,300 - 2\,980$ W $\quad q(t) = -4.66$ W/m

vecka 2: $Q(t) = 4\,600 - 2\,980$ W $\quad q(t) = 11.1$ W/m

Med t_p = 1 vecka erhålles då:

vecka 1: $$T_{Rq}(t) = 4.66 \cdot 0.171 + \frac{4.66}{37.4} \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) =$$

$$= 0.797 + 0.124 \ln\left(\frac{t}{t_p}\right)$$

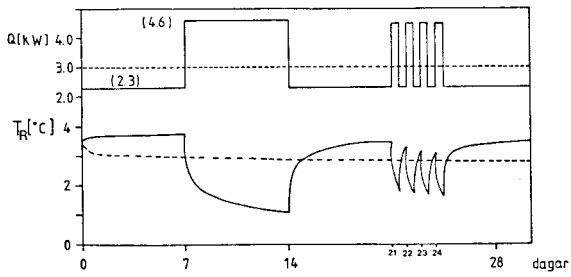
vecka 2: $T_{Rq}(t) = -1.89 + 0.124 \ln\left(\frac{t}{t_p}\right) -$

$$-0.418 \ln\left(\frac{t}{t_p} - 1\right)$$

Tabellen nedan ger några värden under dessa två veckor:

t/t_p	0.25	0.5	1.0	1.5	2.0
$T_{Rq}(t)$ (^oC)	0.63	0.71	0.80	-1.55	-1.81

Förloppet under hela månaden visas i figur 10.18.



Figur 10.18. Pulserat värmeuttag enligt exempel 2.

Exempel 3. Följande effektuttag med halvdagarspulser föreskrives:

$$q(t) = \begin{cases} 40 \text{ (W/m)} & \text{första halvan av varje dygn i sju dagar} \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

Speciellt är effektuttaget noll efter de sju dygnen.

Följande data gäller:

$\lambda = 3.5$ W/m K $\qquad C = 2.16 \cdot 10^6$ J/m$^3 \cdot$ K

$R_o = 0.055$ m

Effektpulsernas bidrag T_{Rq} till brunnstemperaturen ges av formel 10.3.7.9 (t_p = 1/2 dygn)

$0 < t \leqslant t_p$: $\quad T_{Rq} = -3.59 - 0.909 \ln(\frac{t}{t_p})$

$t_p < t \leqslant 2t_p$: $\quad T_{Rq} = 0 - 0.909 \left\{\ln(\frac{t}{t_p}) - \ln(\frac{t}{t_p} - 1)\right\}$

$2t_p < t \leqslant 3t_p$: $\quad T_{Rq} = -3.59 - 0.909 \left\{\ln(\frac{t}{t_p}) - \ln(\frac{t}{t_p} - 1) + \ln(\frac{t}{t_p} - 2)\right\}$

$3t_p < t \leqslant 4t_p$: $\quad T_{Rq} = 0 - 0.909 \left\{\ln(\frac{t}{t_p}) - \ln(\frac{t}{t_p} - 1) + \ln(\frac{t}{t_p} - 2) - \ln(\frac{t}{t_p} - 3)\right\}$

osv.

Tabellen nedan ger några värden.

t/t_p	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0
$T_{Rq}(t)$ (^oC)	-2.96	-3.59	-1.00	-0.63	-3.96	-0.89

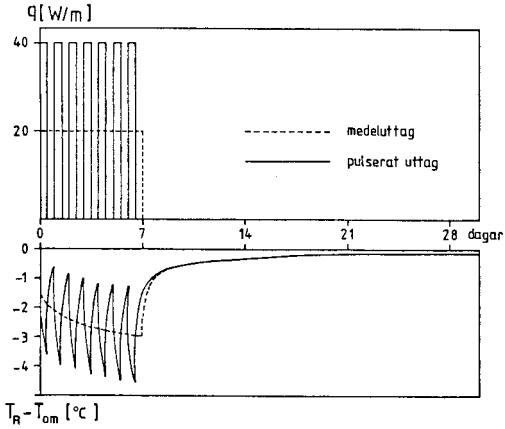
Brunnstemperaturen från medeleffektuttaget q(t) = 20 W/m blir för de 7 dagarna:

$$T_{Rq}(t) = -1.797 - 0.455 \ln(\frac{t}{t_p}) \qquad 0 < t < 7 \text{ dagar}$$

Denna temperatur ges av streckad linje i figur 10.19.

I figuren visas också avklingningen efter pulståget och efter medelpulsen (streckad linje). Två dagar efter pulseringens slut sammanfaller temperaturförloppen. Då gäller både för pulståget och för medeleffekten:

$$T_{Rq}(t) = 0 - 0.455 \left\{\ln(\frac{t}{t_p}) - \ln(\frac{t}{t_p} - 14)\right\} \qquad t > 18\ t_p = 9 \text{ dygn}$$



Figur 10.19. Effektuttag och brunnstemperatur för exempel 3.

10.3.8 Periodisk delprocess

En viktig delprocess är ett periodiskt effektuttag:

$$Q(t) = Q_p \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} + \varphi_o\right) \qquad (10.3.8.1)$$

Här är Q_p (W) effektens amplitud och t_o periodtiden. Fasen φ_o kan väljas godtyckligt.

Det totala effektuttaget kan bestå av en konstant komponent och en eller flera periodiska komponenter. I detta avsnitt behandlas en ren periodisk komponent enligt 10.3.8.1. Det totala förloppet erhålles som vanligt genom superponering.

I avsnitten 5.2.2.2 och 5.2.3.2 behandlas det periodiska förloppet utanför ett rör eller en cylinder. Formler för hela temperaturförloppet och för temperaturen T_R vid brunnen anges. En periodisk komponent ger ett bidrag T_{Rp} till total brunnstemperatur.

Följande beteckningar används:

$$d_o = \sqrt{\frac{a t_o}{\pi}} \qquad R' = \frac{R_o\sqrt{2}}{d_o} \qquad (10.3.8.2)$$

Formel 5.2.3.10 ger

$$T_{Rp} = -\frac{Q_p}{2\pi\lambda H}\cdot A(R')\sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} + \varphi_o - B(R')\right) \qquad (10.3.8.3)$$

Amplitudfunktionen A och fasfunktionen B ges i figur 5.2.3 och tabell 5.2.2.

I de aktuella tillämpningarna är R' normalt litet. Följande approximation kan då enligt formel 5.2.3.11 användas:

$$A(R') = \sqrt{(\ln(2/R')-\gamma)^2 + \pi^2/16}$$

$$B(R') = \arctan\left(\frac{\pi/4}{\ln(2/R')-\gamma}\right) \qquad (R' < 0.1) \quad (\gamma = 0.5772) \qquad (5.2.3.11)$$

Exempel. Vi tar följande data:

t_o = 1 år $a = 1.6\cdot10^{-6}$ m²/s λ = 3.5 W/m·K (10.3.8.4)

R_o = 0.055 m Q_p/H = 15 W/m

Då fås

d_o = 4.01 m R' = 0.0194

Formel 5.2.3.11 kan användas:

A = 4.13 B = 0.191

Brunnstemperaturen blir då

$$T_{Rp} = -2.8\cdot\sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} + \varphi_o - 0.191\right)$$

Amplituden blir således 2.8°C vid brunnen. Fasfördröjningen 0.191 motsvarar tiden

$$\frac{0.191}{2\pi}\cdot t_o = 11 \text{ dagar}$$

10.3.9 Brunnsdiameterns betydelse

Brunnshålet har diametern $2R_o$. En större diameter ger bättre värmeupptagningsförmåga. Detta illustreras med nedanstående exempel.

Exempel. Effektuttaget sättes konstant från starten t=0. Följande data gäller:

$$H = 98 \text{ m} \qquad D_i = 2 \text{ m}$$

$$\lambda = 3.5 \text{ W/m}\cdot\text{K} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3\cdot\text{K} \qquad (10.3.9.1)$$

$$Q(t) = 1000 \text{ W}, \quad t > 0$$

Brunnsradien R_o varieras. Temperatursänkningen vid brunnsväggen $r=R_o$ relativt ostörd mark är $T_{om}-T_R(t)$. Tabell 10.4 visar med dator beräknade värden efter 1, 5, 30 och 100 år.

R_o (m)	1 år	5 år	30 år	100 år
0.025	2.776	3.082	3.320	3.389
0.050	2.454	2.759	2.996	3.064
0.125	2.029	2.322	2.566	2.633

Tabell 10.4. Temperatursänkning $T_{om}-T_R(t)$ (^oC) vid brunnen för några brunnsradier. Data enligt 10.3.9.

Låt $T_R(t)$ och $T_R'(t)$ vara brunnstemperaturen för två fall med brunnsradierna R_o och R_o'. De två fallen är i övrigt lika. De har samma effektuttag Q(t). Berget mellan radierna R_o och R_o' representerar ett värmemotstånd som ges av:

$$m = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{R_o'}{R_o}\right) \qquad (K/(W/m)) \qquad (10.3.9.2)$$

Detta värmemotstånd multiplicerat med värmeflödet Q(t)/H bör väsentligen ge differensen $T_R'-T_R$.

Detta ger följande samband för två fall som är lika i allt utom brunnsradie.

$$T'_R(t) \simeq T_R(t) + \frac{Q(t)}{H} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{R'_o}{R_o}\right) \qquad (10.3.9.3)$$

Exemplet ovan ger för R'_o = 0.025 m och R_o = 0.050 m:

$$T'_R(t) = T_R(t) + \frac{1000}{2\pi \cdot 3.5 \cdot 98} \ln\left(\frac{0.025}{0.05}\right)$$

eller

$$T_{om} - T_R(t) = T_{om} - T'_R(t) - 0.322$$

Detta stämmer mycket väl med tabell 10.4. I tabell 10.5 anges relativt fel för formel 10.3.9.3 för exemplet ovan.

R'_o (m)	1 år	5 år	30 år	100 år
0.025	0.0000	0.0003	0.0006	0.0009
0.125	0.0000	0.0009	0.0019	0.0023

R_o = 0.05 m

Tabell 10.5. Relativt fel för formel 10.3.9.3. Data enligt 10.3.9.1.

Felet blir för det aktuella exemplet mindre än 0.3 procent. Formeln 10.3.10.3, som ger effekten av brunnsradien R_o, är således mycket noggrann.

10.3.10 Värmeledningsförmågans betydelse

Storleken på bergets värmeledningsförmåga λ är av stor betydelse för effektuttaget eller för erforderlig temperatursänkning.

I första hand är bergvärmebrunnens termiska prestanda direkt proportionella mot λ. Vid givet effektuttag är erforderlig temperatursänkning $T_{om}-T_R$ omvänt proportionell mot λ. Omvänt gäller vid given temperatursänkning att effektuttaget blir proportionellt mot λ. För det stationära fallet gäller detta enligt formel 10.3.2.10. I transienta fall visas detta t.ex. i formlerna 10.3.6.1 och 10.3.7.9.

För transienta processer kompliceras förhållandena av att tiden i alla formler multipliceras med $a = \lambda/C$. Ett ändrat λ motsvarar en ändring av tidsskalan. Denna effekt är dock sekundär.

Som exempel kan vi se på den transienta långtidseffekten vid konstant värmeuttag. Med data enligt (10.3.6.3) blev temperatursänkningen vid brunnen den som ges av figur 10.16. Antag nu att värmeledningsförmågan sänkes från $\lambda = 3.5$ till $\lambda = 3.0$. Temperaturledningstalet a minskar då också med faktorn 3.0/3.5. Skalningen ges ur formel 10.3.6.1. Kurvan i figur 10.16 skall ökas med faktorn 3.5/3.0, medan tiden ändras med faktorn 3.0/3.5. Låt oss beräkna temperatursänkningen efter sju månader. Tiden t' som skall användas i figur 10.16 ges av

$$3.5 \cdot t' = 3.0 \cdot 7 \qquad t' = 6 \text{ månader}$$

Figur 10.16 ger värdet 2.31 ^{o}C. Temperatursänkningen blir således $3.5 \cdot 2.31/3.0 = 2.7$ ^{o}C. Exemplet visar att den direkta proportionaliteten är det viktiga, medan ändringen av tidsskalan betyder mindre.

10.3.11 Effekt av grundvattenflöde

De olika analyserna och formlerna i de tidigare avsnitten har förutsatt ren värmeledning i berget runt brunnen. Störningar på temperaturförloppet beroende på vattenrörelser i spricksystem har försummats.

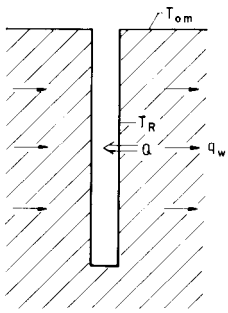
Effekten av grundvattenrörelser skall här belysas med hjälp av en viss analytisk lösning. (J. Claesson, Bergvärmebrunn. Stationär lösning med grundvattenflöde. Opublicerad studie.)

Grundvattenflödet i ett vattenförande berg beskrivs i en skala som är större än avstånden mellan enskilda sprickplan. Man betraktar det vattenförande berget som ett homogent poröst medium. Grundvattenflödet är q_w (m/s eller mera precist m^3 vatten per m^2 och s). Det sprickiga berget tillskrivs en hydraulisk konduktivitet K. Man antar ett samband av Darcy-typ:

$$q_w = K \cdot I \qquad (10.3.11.1)$$

Här är I grundvattenytans lutning (m/m).

I berget antas nu råda ett konstant, horisontellt grundvattenflöde q_w. Grundvattenytan ligger relativt ytligt jämfört med hela brunnsdjupet. Gäller ej detta blir störningen mindre än den nedan angivna. Från bergvärmebrunnen sker ett konstant effektuttag Q (W). Den analytiska lösningen avser det stationära fallet. Figur 10.20 visar förutsättningarna för den analytiska lösningen.



Figur 10.20. Stationärt värmeuttag Q ur bergvärmebrunn i berg med ett horisontellt, stationärt grundvattenflöde q_w.

Följande samband råder mellan effektuttaget Q och temperatursänkningen $T_{om} - T_R$ vid brunnen:

$$T_{om} - T_R = \frac{Q}{2\pi\lambda H} \left\{ \ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) - P_w\left(\frac{H}{\ell}\right) \right\} \qquad (\ell >> R_o) \qquad (10.3.11.2)$$

I härledningen förutsätts att längden ℓ är mycket större än brunnsradien R_o. Längden ℓ ges av:

$$\ell = \frac{2\lambda}{C_w q_w} \qquad (10.3.11.3)$$

Här är $C_w \simeq 4.2$ MJ/m^3 · K vattnets värmekapacitet.

Den första delen med logaritmtermen i formel 10.3.11.2 motsvarar det tidigare fallet enligt formel 10.3.2.10. Störningen på grund av grundvattenflödet ges av termen $P_w(H/\ell)$. Korrektionen är negativ eftersom ett grundvattenflöde innebär en uppvärmning mot T_{om} av det kylda området kring brunnen.

Funktionen P_w ges av:

$$P_w\left(\frac{H}{\ell}\right) = \frac{3}{2} \cdot E_\ell\left(\frac{H}{2\ell}\right) - \frac{1}{2} E_\ell\left(\frac{3H}{2\ell}\right)$$

$$E_\ell(s) = \ln(s) + \gamma + E_1(s) \qquad \gamma = 0.5772 \qquad (10.3.11.4)$$

Här är $E_1(s)$ exponentialintegralen, vilken definieras av formel 5.3.2.2. Tabeller och samband för denna funktion ges i referens 103 A.

För små värden på H/ℓ är följande serieutveckling användbar:

$$P_w\left(\frac{H}{\ell}\right) = \frac{3}{16}\left(\frac{H}{\ell}\right)^2 - \frac{1}{12}\left(\frac{H}{\ell}\right)^3 + \ldots \qquad (10.3.11.5)$$

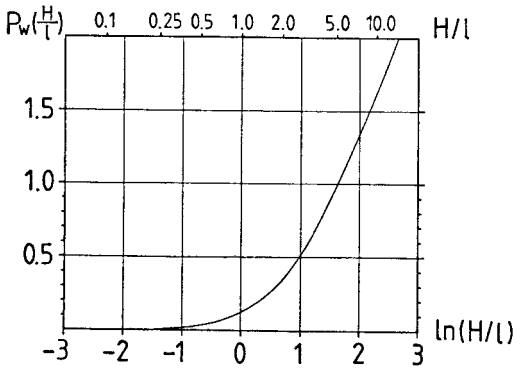
För stora värden på H/ℓ gäller:

$$P_w\left(\frac{H}{\ell}\right) \simeq \ln\left(\frac{H}{2\ell}\right) + \gamma - \frac{1}{2}\ln(3) \qquad \left(\frac{H}{\ell} > 10\right) \qquad (10.3.11.6)$$

Figur 10.25 ger P_w som funktion av H/ℓ.

Effekten av ett grundvattenflöde kan belysas med följande exempel med normala bergdata

$$H = 150 \text{ m} \qquad R_o = 0.055 \text{ m}$$
$$K = 10^{-7} \text{ m/s} \qquad I = 10^{-3} \text{ m/m} \qquad (10.3.11.7)$$
$$\lambda = 3.5 \text{ W/m·K}$$



Figur 10.21. Korrektionsfunktion för effekt av grundvattenflöde enligt formel 10.3.11.2.

Då gäller enligt formlerna 10.3.11.1 och 10.3.11.3:

$$q_w = 10^{-10}\ \text{m/s} \qquad \ell = \frac{1}{6} \cdot 10^5\ \text{m} \qquad (10.3.11.8)$$

Med hjälp av formel 10.3.11.5 erhålles

$$\frac{H}{\ell} \sim 10^{-2} \qquad P_w \sim 10^{-5}$$

Korrektionen P_w skall jämföras med logaritmfaktorn i formel 10.3.11.2:

$$\ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) = 7.22 \qquad \frac{P_w}{\ln(H/(2R_o))} \sim 10^{-6}$$

Grundvattenflödet ger en korrektion i storleken 10^{-6}. Grundvattenflödet är således försumbart i detta fall.

Ökas I till det extrema värdet 10^{-2}, så minskar ℓ med faktorn 10. Korrektionen blir i storleksordningen 10^{-3}, dvs. fortfarande helt försumbar. Slutsatsen av detta är att effekten av grundvattenflöden är helt försumbar vid normala värden på bergets hydrauliska konduktivitet.

Låt oss ta ett exempel med en mycket hög konduktivitet:

$$K = 10^{-6} \text{ m/s} \qquad I = \frac{1}{90} \text{ m/m} \qquad (10.3.11.9)$$

Då erhålles med tabell

$$\ell = \frac{2 \cdot 3.5}{4.2 \cdot 1/90} = 150 \text{ m}$$

$$\frac{H}{\ell} = 1 \qquad P_w(1) = 0.124$$

$$\frac{P_w(1)}{\ln(H/(2R_o))} = 0.02$$

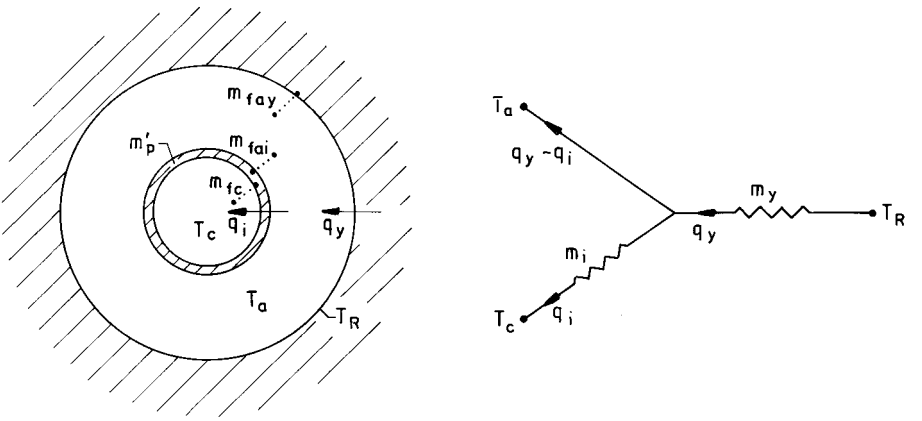
Detta fall ger en påverkan med 2%.

Som allmän slutsats av detta gäller att effekten av naturliga grundvattenrörelser, som är någorlunda homogent utspridda över bergvolymen runt brunnen, är försumbar. Grundvattenflöden av annan typ som ger en mer riktad påverkan på brunnen innefattas ej i denna bedömning. Man kan t.ex. tänka sig ett snett sprickplan med kraftig vattenföring, vilket vintertid kyler bergvärmebrunnen.

10.3.12 Värmemotstånd mellan inre kanal, yttre annulär kanal och bergvägg

Värmeöverföringen mellan fluidkanaler och omgivande mark beror på markvärmekollektorns utformning, fluidens egenskaper och fluidflödet i strömningskanalerna. I avsnitt 7.2.8 behandlas de olika typer av värmemotstånd som förekommer.

I detta avsnitt anges värmemotstånd för en markvärmekollektor som består av en yttre annulär kanal och en inre kanal enligt figur 10.22. Sambandet mellan värmeflöden, fluidtemperaturer och temperatur vid bergväggen beskrives med värmeströmningskretsen i figur 10.22. Kretsen ritas som en Y-krets för att i senare avsnitt kunna jämföras med andra kretsar. Motståndet mot T_a blir i detta fall noll.



Figur 10.22. Tvärsnitt av markvärmekollektor bestående av inre (core) och yttre (annulus) kanal. Till höger visas motsvarande värmeströmningskrets.

Värmemotstånden m_i och m_y i figur 10.22 ges av följande uttryck:

$$m_i = m_{fc} + m'_p + m_{fai} \qquad (10.3.12.1)$$

$$m_y = m_{fay} \qquad (10.3.12.2)$$

Delmotstånden m_{fc}, m'_p, m_{fai} och m_{fay} ges av (7.2.89, 110, 101, 104).

Exempel. Givet en markvärmekollektor bestående av ett borrhål med en centrerad plastslang med följande data:

Brunnsradie R_o = 0.055 m
Plastslangens innerradie R_{pi} = 0.0176 m
Plastslangens ytterradie R_{py} = 0.020 m
Plastens värmeledningsförmåga λ' = 0.43 W/mK

Värmebärarfluiden är i detta fall vatten. Vid aktuell temperatur runt ett par plusgrader gäller följande data för vatten (fluid):

λ_f = 0.57 W/mK $\qquad$ $C_f = 2.16 \cdot 10^6$ J/m^{3}K

$\mu_f = 1.8 \cdot 10^{-3}$ kg/m•s $\qquad$ $\rho_f = 1.0 \cdot 10^3$ kg/m^3

Pr = Prandtls tal = 13.4

Pumpflödet genom kanalerna är:

V_f = 0.50 l/s

Med ovanstående data beräknas Reynolds tal för inre kanal enligt 7.2.85:

$$Re = \frac{4 \cdot 1.0 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1.8 \cdot 10^{-3}} \quad \frac{0.50 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0.0176} = 10084$$

Eftersom Re > 10000 så är strömningen turbulent. Nusselts tal kan då beräknas enligt (7.2.92):

$$Nu = 0.023 \cdot (10084)^{0.8} \cdot (13.4)^{1/3} = 86.9$$

Värmemotståndet mellan inre kanal och plastslang blir enligt (7.2.89):

$$m_{fc} = \frac{1}{\pi \cdot 0.57 \cdot 86.9} = 0.0064 \quad K/(W/m)$$

Värmemotståndet över plastslangen är enligt (7.2.110):

$$m'_p = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0.43} \ln\left(\frac{0.020}{0.0176}\right) = 0.0473 \quad K/(W/m)$$

Vid beräkning av m_{fai} och m_{fay} för yttre kanal måste ytterligare ett par parametrar beräknas.

Reynolds tal för yttre kanal är enligt (7.2.97):

$$Re = \frac{4 \cdot 1.0 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1.8 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0.50 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot (0.055 + 0.020)} = 2358$$

Reynolds tal ligger i gränsområdet $1000 < Re < 10000$. I detta intervall kan flödet vara turbulent eller laminärt.

Parametern R^* definieras enligt (7.2.97):

$$R^* = \frac{0.020}{0.055} = 0.3636$$

Om flödet antages vara laminärt kan värden på Nu_{ii}, Nu_{yy}, Θ_i^* och Θ_y^* interpoleras fram ur tabell 7.2.22:

$Nu_{ii} = 6.93$ $\qquad \Theta_i^* = 0.658$

$Nu_{yy} = 4.96$ $\qquad \Theta_y^* = 0.168$

En rimlig ansats på $q_y/q_i = -10$ ($q_i/q_y = -0.1$). Detta ger enligt (7.2.106-107):

$$Nu_i = \frac{6.93}{1 - 0.658 \cdot (-10)} = 0.915$$

$$Nu_y = \frac{4.96}{1 - 0.168 \cdot (-0.1)} = 4.879$$

Värmemotstånden m_{fai} och m_{fay} ges nu av (7.2.101) och (7.2.104):

$$m_{fai} = \frac{1}{\pi \cdot 0.57 \cdot 0.916} (1/0.363 - 1) = 1.067 \quad K/(W/m)$$

$$m_{fay} = \frac{1}{\pi \cdot 0.57 \cdot 4.88} (1 - 0.363) = 0.0729 \quad K/(W/m)$$

Samtliga delmotstånd är nu kända och m_i och m_y kan beräknas enligt (10.12.1-2):

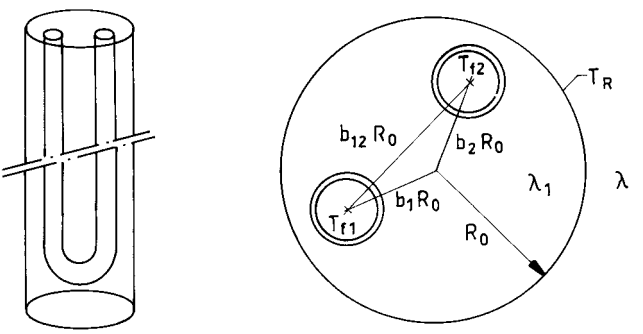
$$m_i = 0.0064 + 0.0473 + 1.069 = 1.12 \ K/(W/m)$$

$$m_y = 0.0729 \ K/(W/m).$$

Värmemotståndet mellan inre och yttre kanal är cirka 15 gånger större än det mellan yttre kanal och bergvägg. Detta beror framför allt på att delmotståndet m_{fai} är mycket stort relativt övriga motstånd.

10.3.13 Värmemotstånd mellan två kanaler i borrhål och bergvägg

En vanligt förekommande markvärmekollektor är en plastslang i form av ett U-rör som är nersänkt i borrhålet, se figur 10.23.



Figur 10.23. Markvärmekollektor med U-formad plastslang nedsänkt i borrhålet.

Avståndet från centrum av borrhålet ut till slangarnas mittpunkter är b_1R_o och b_2R_o. Avståndet mellan slangarnas mittpunkter är $b_{12}R_o$.

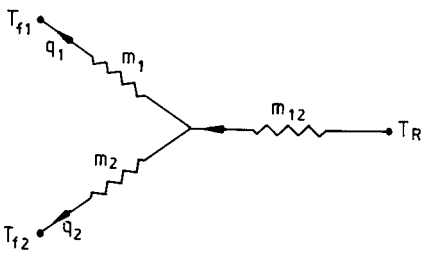
Slangens ytterradie betecknas R_p. Värmemotstånden för denna typ av kollektor är beräknad genom att slangarna approximeras med linjekällor, varefter det stationära värmeledningsproblemet löses med superpositionsteknik.

Approximationen torde gälla med acceptabel noggrannhet om slangarna ej ligger alltför nära varandra. Ett rimligt krav är att avståndet mellan slangarnas ytterväggar ej understiger en slangradie . Villkoret kan skrivas:

$$b_{12} \geq \frac{3}{2} R_p/R_o \qquad (10.3.13.1)$$

Temperaturen T_R vid bergväggen är strängt taget ett medelvärde runt den cirkulära borrhålsväggen. I fallet då slangarna omges med vatten antages att värmetransporten på grund av naturlig konvektion är försumbar i jämförelse med den konduktiva värmeledningen genom vattnet. Detta synes vara en rimlig approximation då vattentemperaturen ligger i området runt 0-8°C.

Sambanden mellan fluidtemperaturerna T_{f1} och T_{f2}, temperaturen vid bergväggen T_R och värmeflöden kan beskrivas med en värmeströmningskrets av Y-typ, se figur 10.24.



Figur 10.24. Värmeströmningskrets för två kanaler i ett borrhål.

Skillnaden mellan temperaturen vid bergväggen och fluidtemperaturer kan då skrivas:

$$T_R - T_{f1} = m_1 \cdot q_1 + m_{12}(q_1 + q_2)$$

$$T_R - T_{f2} = m_2 \cdot q_2 + m_{12}(q_1 + q_2) \qquad (10.3.13.2)$$

Värmemotstånden m_1, m_2 och m_{12} ges av:

$$m_1 = m_{11} - m_{12}$$

$$m_2 = m_{22} - m_{12} \qquad (10.3.13.3a)$$

$$m_{11} = \frac{1}{2\pi\lambda_1}\left[\ln(R_o/R_p) - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(1 - b_1^2)\right] + m_p' + m_{fc}$$

$$m_{22} = \frac{1}{2\pi\lambda_1}\left[\ln(R_o/R_p) - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(1 - b_2^2)\right] + m_p' + m_{fc} \qquad (10.3.13.3b)$$

$$m_{12} = -\frac{1}{2\pi\lambda_1}\left[\ln(b_{12}) + \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(b_{12}')\right]$$

Koordinaterna för slangarnas mittpunkter är (x_1,y_1) respektive (x_2,y_2), då origo är placerad i centrum av borrhålet. Parametrarna b_1, b_2 och b_{12} blir då enligt figur 10.23:

$$b_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}\,/R_o$$

$$b_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}\,/R_o \qquad (10.3.13.4)$$

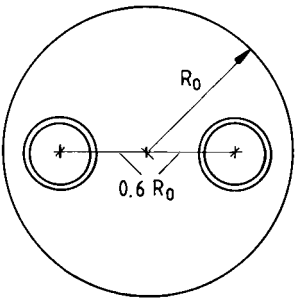
$$b_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}\,/R_o$$

Ur dessa fås parametern b_{12}':

$$b_{12}' = \sqrt{(1 - b_1^2)(1 - b_2^2) + b_{12}^2} \qquad (10.3.13.5)$$

Uttryck för m_{fc} ges av (7.2.89). Värmemotståndet m_p' över plastslangen ges av (7.2.110)

Exempel. Givet en tvåslangskollektor enligt figuren nedan. Avståndet mellan centrum av borrhålet och mittpunkten på slangarna är för båda slangarna 0.6 R_o ($b_1 = b_2 = 0.6$). Slangarnas mittpunkter ligger på en rät linje genom borrhålets centrum ($b_{12} = 1.2$).



Data för borrhål, plastslang och fluid är:

Borrhål: $R_o = 0.055$ m $\quad \lambda = 3.5$ W/mK $\quad \lambda_1 = 0.57$ W/mK

$b_1 = 0.6 \quad b_2 = 0.6 \quad b_{12} = 1.2$

Slang: $R_{pi} = 0.0176$ m $\quad R_{py} = 0.020$ m

$\lambda' = 0.43$ W/mK (PEM-slang)

Fluid: (brinolvatten) $\lambda_f = 0.53$ W/mK $\quad C_f = 4.2 \cdot 10^6$ J/m^{3}K

$\mu_f = 6.3 \cdot 10^{-3}$ kg/m•s $\quad \rho_f = 970$ kg/m^3 $\quad Pr = 51.5$

Pumpflöde: $V_f = 0.75 \cdot 10^{-3}$ m^3/s = 0.75 liter/s

Reynolds tal beräknas med formel 7.2.85:

$$Re = \frac{4 \cdot 970 \cdot 0.75 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 6.3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 0.0176} = 4177$$

Då Re ligger mellan 2300 och 10000 kan flödet vara antingen laminärt eller turbulent. Antag att flödet är turbulent. Då erhålles enligt (7.2.92):

$$Nu = 0.023 \cdot (4177)^{0.8} (51.5)^{1/3} = 67.4$$

Formel 7.2.89 ger nu:

$$m_{fc} = \frac{1}{\pi \cdot 0.53 \cdot 67.4} = 0.0089 \text{ K/(W/m)}$$

Värmemotståndet över plastslangen, m'_p, ges av (7.2.110):

$$m'_p = \frac{1}{2\pi \cdot 0.43} \ln\left(\frac{0.020}{0.0176}\right) = 0.0473 \text{ K/(W/m)}$$

Parametern b'_{12} ges enligt (10.3.13.5) av:

$$b'_{12} = \sqrt{(1 - 0.6^2)(1 - 0.6^2) + (1.2)^2} = 1.36$$

Delmotstånden m_{11}, m_{21} och m_{12} ges enligt (10.3.13.3b) av:

$$m_{11} = \frac{1}{2\pi \cdot 0.57} \left[\ln(0.055/0.020) - \frac{0.57 - 3.5}{0.57 + 3.5} \ln(1 - (0.6)^2)\right] +$$

$$+ 0.0473 + 0.0089 = 0.249 \quad \text{K/(W/m)}$$

$$m_{22} = m_{11}$$

$$m_{12} = -\frac{1}{2\pi \cdot 0.57} \left(\ln(1.2) + \frac{0.57 - 3.5}{0.57 + 3.5} \ln(1.36)\right) = 0.011 \text{ K/(W/m)}$$

Värdet på m_1 (= m_2) kan nu beräknas med formel 10.3.13.3a:

$$m_1 = m_2 = 0.249 - 0.011 = 0.238 \quad \text{K/(W/m)}$$

Då flödet antages laminärt erhålles ett annat värde på m_{fc}. Värmemotståndet m_1 (= m_2) blir för detta fall 0.379 K/(W/m).

För fallet då vattnet i borrhålet är fruset (λ_1 = 2.1 W/mK) erhålles:

$$m_1 = m_2 = 0.132 \text{ K/(W/m)}$$

$$m_{12} = -0.008 \text{ K/(W/m)}$$

Notera att motståndet m_{12} i detta fall är negativt.

10.3.14 Värmemotstånd för det allmänna fallet med flera kanaler i borrhålet

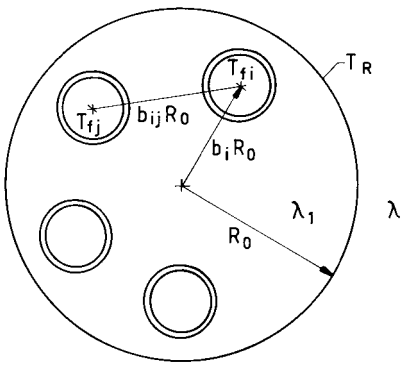
I detta avsnitt behandlas värmemotstånden mellan borrhålsväggen och ett godtyckligt antal fluidkanaler eller plastslangar. Sambanden mellan värmeflöden och temperaturer ges av ett ekvationssystem. Ekvationerna har härletts genom att varje fluidkanal representeras med en linjekälla. Den totala växelverkan mellan olika linjekällor beräknas med superpositionsteknik. En detaljerad analys av de exakta förutsättningar som krävs för denna approximation, samt en redovisning av beräkningarna för formlerna nedan kommer att redovisas i en annan skrift. Här anges endast resultaten.

Figur 10.25 visar ett borrhål med några slangar (N = 4). Temperaturen T_R vid bergväggen är ett medelvärde runt borrhålsväggen.

Slangarna upptar effekterna q_1, q_2,...q_N med sorten W/m. Den totalt uttagna effekten per meter borrhål ges av summan:

$$q = \sum_{i=1}^{N} q_i \qquad (10.3.14.1)$$

Koordinaterna för mittpunkten i slang nummer i ges av (x_i, y_i) och ytterradien på slangen är R_{pi}. Avståndet till origo betecknas $b_i R_o$. Avståndet mellan två slangar i och j ges av $b_{ij} R_o$, se figur 10.25.



Figur 10.25. Borrhål med fyra fluidkanaler. Beteckningar för avstånd och temperatur anges i figuren.

Enligt figur 10.25 gäller för avstånden:

$$b_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}\,/R_o \qquad b_{ij} = \sqrt{(x_i - y_j)^2 + (y_i - y_j)^2}\,/R_o$$

$$(i,j = 1,\ldots,N) \qquad (10.3.14.2)$$

Fluidtemperaturen hos kanal i betecknas T_{fi} $(i = 1,\ldots,N)$. Värmeledningsförmågan i borrhålet utanför plastslangarna är λ_1. I berget runt borrhålet är värmeledningsförmågan λ.

Sambandet mellan fluidflöden och temperatursänkning mellan bergvägg och värmebärarfluid ges av följande ekvationssystem:

$$\begin{aligned}
T_R - T_{f1} &= m_{11}\, q_1 + m_{12}\, q_2 + \ldots + m_{1N}\, q_N \\
T_R - T_{f2} &= m_{12}\, q_1 + m_{22}\, q_2 + \ldots + m_{2N}\, q_N \\
&\vdots \\
T_R - T_{fN} &= m_{1N}\, q_1 + m_{2N}\, q_2 + \ldots + m_{NN}\, q_N
\end{aligned} \qquad (10.3.14.3)$$

Värmemotstånden m_{ii} och m_{ij} ges av:

$$m_{ii} = \frac{1}{2\pi\lambda_1}\left\{\ln(R_o/R_{pi}) - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(1 - b_i^2)\right\} + m'_{pi} + m_{fci}$$

$$m_{ij} = -\frac{1}{2\pi\lambda_1}\left\{\ln(b_{ij}) + \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(b'_{ij})\right\} \qquad (10.3.14.4)$$

$$b'_{ij} = \sqrt{(1 - b_i^2)(1 - b_j^2) + b_{ij}^2}$$

Uttrycket för m_{fci} och m_{pi} ges av (7.2.89) respektive (7.2.110). Ofta användes istället inversen till ekvationssystemet (10.3.14.3) vilket ger uttryck för värmeflödena q_i enligt:

$$q_1 = m_{11}^{-1}(T_R - T_{f1}) = m_{12}^{-1}(T_R - T_{f2}) + \ldots + m_{1N}^{-1}(T_R - T_{fN})$$

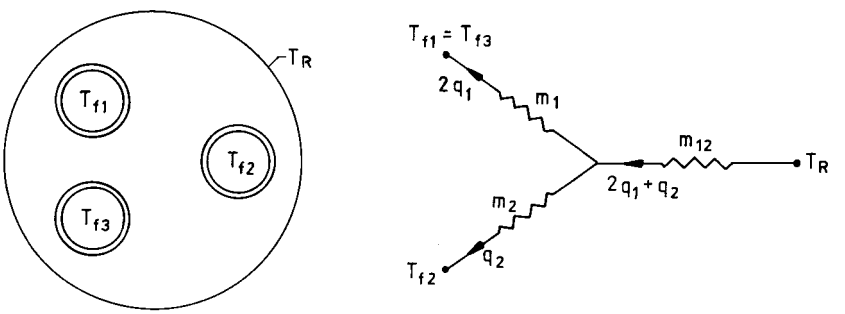
$$q_2 = m_{21}^{-1}(T_R - T_{f1}) + m_{22}^{-1}(T_R - T_{f2}) + \ldots + m_{2N}^{-1}(T_R - T_{fN})$$

$$\vdots \qquad (10.3.14.5)$$

$$q_N = m_{N1}^{-1}(T_R - T_{f1}) + m_{N2}^{-1}(T_R - T_{f2}) + \ldots + m_{NN}^{-1}(T_R - T_{fN})$$

där m_{ij}^{-1} är matriselementen hos inversen till matrisen m_{ij}. Dessa samband utnyttjas i avsnitt 10.3.15.

Ett viktigt specialfall av ovanstående allmänna fall är då markvärmekollektorn består av två nedåtgående och en uppåtgående fluidkanal eller vice versa. Med antagandet att de två nedåtgående kanalerna har samma fluidtemperatur samt är placerade symmetriskt relativt den uppåtgående, kan kopplingen mellan fluidkanaler och bergvägg representeras med en värmeströmningskrets enligt figur 10.26. De två nedåtgående kanalerna är identiska och representeras som en enda kanal i värmeströmningskretsen. Kretsen är identisk med den som användes för tvåslangsfallet i figur 10.24. Uttrycket för värmemotståndet m_1 blir dock annorlunda här eftersom detta nu inkluderar två slangar.



Figur 10.26. Treslangssystem, där två av kanalerna (1 och 3) ligger symmetriskt relativt den tredje (2). Höger figur visar motsvarande värmeströmningskrets.

I figur 10.26 representeras de två identiska nedåtgående fluidkanalerna 1 och 3 med en kanal som här indiceras med 1. Uppåtgående kanal har index 2. Värmemotstånden blir då:

$$m_1 = \frac{1}{2}(m_{11} + m_{13} - 2m_{12})$$

$$m_2 = m_{22} - m_{12} \qquad (10.3.14.6a)$$

$$m_{11} = \frac{1}{2\pi\lambda_1}\{\ln(R_o/R_{p1}) - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(1 - b_1^2)\} +$$

$$+ m'_{p1} + m_{fc1}$$

$$m_{22} = \frac{1}{2\pi\lambda_1}\{\ln(R_o/R_{p2}) - \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(1 - b_2^2)\} +$$

$$+ m'_{p2} + m_{fc2} \qquad (10.3.14.6b)$$

$$m_{12} = -\frac{1}{2\pi\lambda}\{\ln(b_{12}) + \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(b'_{12})\}$$

$$m_{13} = -\frac{1}{2\pi\lambda}\{\ln(b_{13}) + \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 + \lambda}\ln(b'_{13})\}$$

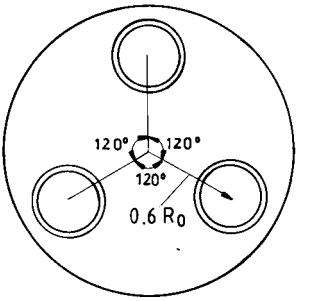
Här är R_{p1} ytterradien hos slangarna i nedåtgående kanaler och R_{p2} är ytterradien på slangen i uppåtgående kanal. Värmemotstånden m_{p1} och m_{fc1} med index 1 avser slangmotstånd respektive motståndet mellan fluid och plastslang för en av de två nedåtgående kanalerna.

Värmemotstånden m'_{p1} och m'_{p2} beräknas med formel 7.2.110. Motstånden m_{fc1} och m_{fc2} beräknas med formel 7.2.89. Dessa är i allmänhet olika eftersom fluidflödet är hälften så stort i kanal 1 och 3 som i kanal 2.

De dimensionslösa parametrarna b_1, b_2, b_{12}, b'_{12}, b_{13} och b'_{13} ges av (10.3.14.2) och (10.3.14.4).

Ovanstående analys gäller förstås även för fallet då man har omvänd pumpriktning med två uppåtgående kanaler.

Exempel. Givet en treslangskollektor enligt figuren nedan. Slangarnas mittpunkter (x_i, y_i) ligger i hörnen av en liksidig triangel med tyngdpunkten i centrum av borrhålet.



Positionen hos slangarna bestämmes enligt figur 10.25 av parametrarna:

$b_1 = b_2 = b_3 = 0.6$

$b_{12} = b_{13} = 2 \cdot 0.6 \cdot \cos(30^0) = 1.039$

Övriga data för plastslangen och fluid är samma som i exemplet i avsnitt 10.3.13.

Värmemotstånden m_1 och m_2 kan beräknas om delmotstånden m_{fc1}, m_{fc2}, m_{p1}, m_{p2}, m_{11}, m_{22}, m_{12} och m_{13} är kända. Notera att m_{fc} skiljer sig för uppåtgående och nedåtgående kanaler eftersom flödeshastigheten är hälften så stor i den ena riktningen som i den andra. Flödesförhållandena ges av Reynolds tal:

$Re_1 = 2088 < 2300 \rightarrow$ laminärt

$Re_2 = 4177 > 2300 \rightarrow$ eventuellt turbulent

Reynolds tal för kanal 2 ligger i intervallet $2300 < Re_2 < 10000$ och kan således vara laminärt eller turbulent. Antag att flödet är turbulent. Då erhålles enligt (7.2.91-92):

$Nu_1 = 4$ (för kanal 1 och 3)

$Nu_2 = 67.4$ (för kanal 2)

Med dessa värden beräknas m_{fc1} och m_{fc2} enligt (7.2.89):

$m_{fc1} = 0.1501 \quad K/(W/m)$

$m_{fc2} = 0.0089 \quad K/(W/m)$

Värden på m_{11}, m_{22}, m_{12} och m_{13} beräknas enligt (10.3.14.6b) analogt med exemplet i avsnitt 10.3.13. Samtliga delmotstånd sättes därefter in i (10.3.14.6a). De nya värmemotstånden ges av:

$m_1 = \frac{1}{2}\cdot(0.3902 + 0.0293 - 2\cdot 0.0293) = 0.180 \quad K/(W/m)$

$m_2 = 0.2489 - 0.0293 = 0.220 \quad K/(W/m)$

$m_{12} = 0.0293 \quad K/(W/m)$

För fallet då borrhålet är fruset (λ_1 = 2.1 W/mK) erhålles:

$m_1 = 0.132 \quad K/(W/m) \qquad m_2 = 0.123 \quad K/(W/m)$

$m_{12} = 0.0009 \quad K/(W/m)$

10.3.15 Värmemotståndet m_R mellan värmebärarfluid och bergvägg

I avsnitt 10.3.12-15 har värmemotstånd för olika typer av markvärmekollektorer angivits. Dessa motstånd skall i detta avsnitt användas för att erhålla ett uttryck för det totala värmemotståndet m_R mellan fluid och bergvägg.

Fluidtemperaturen varierar i brunnen. Det visar sig att denna temperaturvariation i de flesta fall kan försummas om man ansätter en konstant temperatur T_f enligt (10.3.15.1) i samtliga fluidkanaler. Temperaturen T_f skall definieras som medelvärdet mellan in- och utloppstemperatur:

$$T_f = \frac{1}{2}(T_{fin} + T_{fut}) \qquad (10.3.15.1)$$

Värmemotståndet m_R mellan fluid och bergvägg definieras av sambandet:

$$T_R - T_f = m_R \cdot q \qquad (10.3.15.2)$$

Felet som uppstår på grund av att fluidens temperaturvariation försummas är mycket litet utom för fallet med låga pumpflöden. Detta behandlas i avsnitt 10.3.17. Där anges även ett uttryck för det värmemotstånd m_R' som fås om hänsyn tages till fluidens temperaturvariation längs fluidkanalerna.

Uttrycket för m_R varierar beroende av vilken kollektor som användes. Enligt figur 10.22 fås för ett system med inre och yttre kanal ($T_a = T_c = T_f$):

$$m_R = m_y \qquad (10.3.15.3)$$

För två- och treslangssystem enligt avsnitt 10.3.13 och 10.3.14 gäller värmeströmningskretsarna i figur 10.24 och 10.25 ($T_{f1} = T_{f2} = T_f$). Motståndet m_{12} seriekopplas med det parallellkopplade motståndet av m_1 och m_2:

$$m_R = m_{12} + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \qquad (10.3.15.4)$$

Då borrhålet har ett godtyckligt antal strömningskanaler gäller ekvationssystemet (10.3.14.3) med motståndsmatrisen m_{ij}. Inversen till systemet ger uttryck för värmeflödet q_i enligt (10.3.14.5).

Fluidtemperaturen T_{fj} är nu lika för alla kanaler j. Summeras samtliga ekvationer i (10.3.14.5) fås det totala värmeflödet q:

$$q = \sum_{i=1}^{N} q_i = (T_R - T_f) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} m_{ij}^{-1} \qquad (10.3.15.5)$$

Genom identifikationen med (10.15.2) erhålles m_R:

$$m_R = 1/\left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} m_{ij}^{-1}\right) \qquad (10.3.15.6)$$

Värmemotståndet m_R är i det allmänna fallet inversen till summan av elementen i den inverterade motståndsmatrisen m_{ij}^{-1}.

Exempel. Givet ett system enligt exemplet i avsnitt 10.14. Värmemotståndet m_R blir då enligt (10.3.15.3):

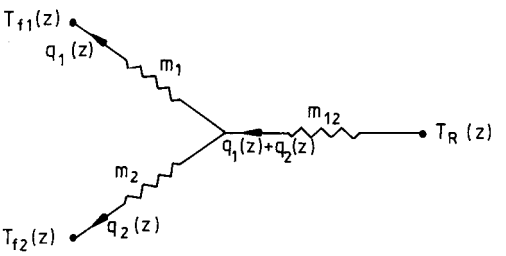
$$m_R = 0.0293 + \frac{0.180 \quad 0.220}{0.180 + 0.220} = 0.128 \quad K/(W/m)$$

Om slangarna omges med is i stället för vatten blir värdet på m_R lika med 0.065 K/(W/m), d v s ungefär hälften så stort.

10.3.16 Temperaturvariation längs nedåtgående och uppåtgående kanal

Temperaturen T_f hos värmebärarfluiden varierar längs nedåtgående och uppåtgående kanaler. I datormodellen, som beskrives i avsnitt 10.7, tas hänsyn till detta. För varje nivå längs hela brunnen sker ett värmeutbyte mellan fluidkanaler och bergvägg. Denna koppling kan för två- och treslangssystem samt för fallet med inre och yttre kanal beksrivas med en värmeströmningskrets enligt figur 10.27.

Värmeflöden mellan fluidkanalerna och bergväggen balanseras därefter mot konvektiva flöden längs kanalerna. Med randvillkoret att botten-temperaturen är lika för alla kanaler kan in- och utloppstemperatur beräknas.



Figur 10.27. Värmeströmningskrets mellan fluidkanaler och bergvägg, då flöden och temperaturer varierar med djupet z.

Tre exempel nedan visar numeriskt beräknade temperaturprofiler för de typer av markvärmekollektorer som behandlas i avsnitt 10.3.12-10.3.14.

Exempel 1 behandlar fallet med en inre och en yttre kanal då flödet är turbulent i inre och laminärt i yttre kanal. Exempel 2 behandlar en kollektor som består av en U-slang då fluidflödet är turbulent. Exempel 3 behandlar en treslangskollektor, varvid långsamt respektive snabbt pumpflöde belyses. Vidare visas effekten av så stort värmeuttag att vattnet runt slangarna fryser till is.

Exempel 1. Markvärmekollektor med inre centrerad plastslang och yttre kanal enligt figur 10.22. Data för bergvärmebrunnen är:

$H = 145$ m $\quad D_i = 5$ m $\quad \lambda = 3.5$ W/mK $\quad C = 2.16 \cdot 10^6$ J/m^{3}K

$T_{om} = 8.25$ ^oC (10.3.15.1)

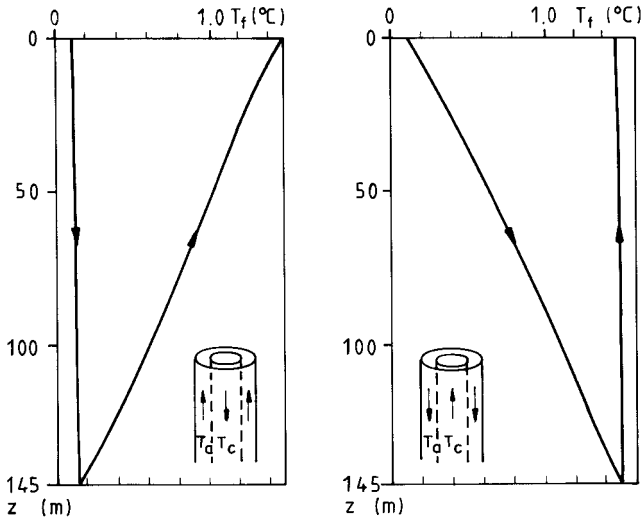
Övriga data för borrhål, plastslang och fluid (vatten) ges av exemplet i avsnitt 10.3.12. Pumpflöde och värmeuttag är:

$V_f = 0.50$ liter/s

$q = 20$ W/m

Figur 10.28 visar numeriskt beräknad temperaturprofil för de två pumpriktningarna vid tiden 25 år. Inlopps- och utloppstemperatur blir i båda fallen 0.09^{o}C respektive 1.47^{o}C. Pumpriktningen spelar således ingen roll.

Temperaturprofilerna är i det närmaste linjära. Värmeväxlingen mellan inre och yttre kanal är mycket liten. Detta beror framför allt på att övergångsmotståndet mellan plastslangens yttervägg och värmebärarfluiden i den yttre kanalen är mycket stort, då strömningen är laminär.



V_f = 0.50 l/s

T_{fin} = 0.09°C

T_{fut} = 1.47°C

V_f = 0.50 l/s

T_{fin} = 0.09°C

T_{fut} = 1.47°C

Figur 10.28. Numeriskt beräknade temperaturprofiler vid nedåtgående strömning i inre kanal (vänster figur) och nedåtgående strömning i yttre kanal (höger figur).

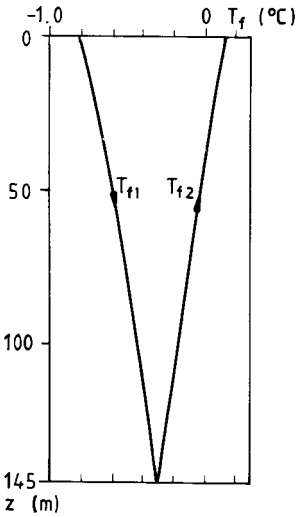
Exempel 2. Givet en markvärmekollektor i form av en U-rörsformad plastslang nedsänkt i borrhålet, se figur 10.23. Data för borrhål och plastslang är samma som i exempel 1 ovan. Borrhålslängden H är lika med 145 m. Plastslangarnas läge samt data för värmebärarfluiden (brinol-vatten) ges av exemplet i avsnitt 10.3.13.

Pumpflöde och värmeuttag är:

V_f = 0.75 liter/s

q = 20 W/m

Figur 10.29 visar beräknad fluidtemperatur vid tiden 25 år. Eftersom uppåt- och nedåtgående kanaler ligger symmetriskt relativt mittpunkten i borrhålet så blir profilen oberoende av pumpriktningen. Fluidflödet antages vara turbulent.



V_f = 0.75 l/s

T_{fin} = -0.80°C

T_{fut} = 0.12°C

Figur 10.29. Temperaturprofil för U-rör med en nedåtgående och en uppåtgående fluidkanal.

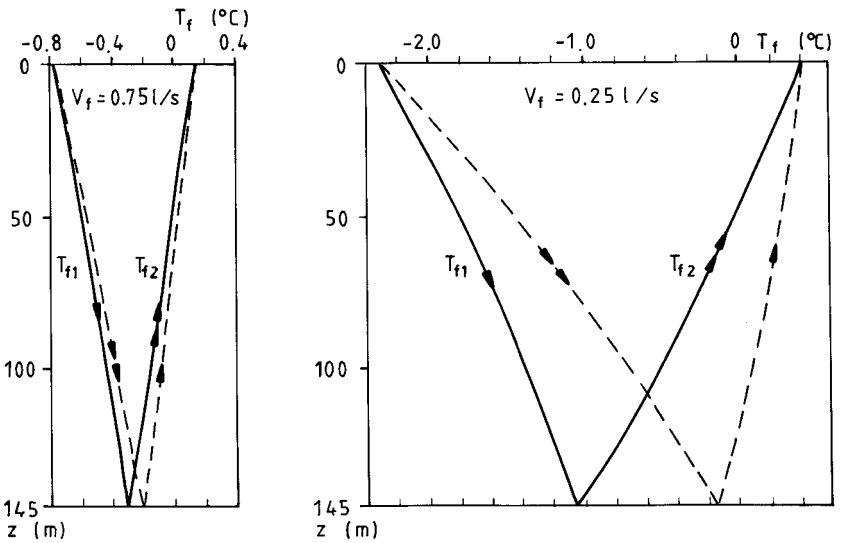
Fluidtemperaturen ligger under 0°C. Värmemotståndet mellan fluiden och plastväggens yttersida gör att temperaturen i vattnet utanför plastslangen är större än 0°C varför vattnet ej fryser.

Exempel 3. Givet en markvärmekollektor som består av tre plastslangar enligt figuren till exemplet i avsnitt 10.3.14. En av fluidkanalerna är nedåtgående och två är uppåtgående. Data för fluid och plastslang är samma som i exempel 2 ovan. Slangarnas relativa lägen ges i exemplet i avsnitt 10.3.14. Temperaturprofiler ges vid tiden 25 år för tre fall med olika pumpflöden och värmeuttag. Vid tiden 25 år är de tredimensionella effekterna runt brunnen fullt utvecklade.

Figur 10.30, vänster, visar temperaturprofiler längs nedåt- och uppåtgående kanal då pumpflödet är 0.75 liter/s. Streckad temperaturprofil visar fallet då pumpriktningen är omvänd. Flödet är laminärt i de två parallellkopplade kanalerna och turbulent i den tredje motkopplade.

Figur 10.30, höger, visar temperaturprofiler då pumpflödet är sänkt till en tredejdel. Flödet är då laminärt i samtliga kanaler.

Fluidtemperaturen ligger i detta fall som lägst, runt cirka -2°C. Temperaturskillnaden mellan vattnet utanför slangarna och in till fluiden är emellertid så stort att vattentemperaturen aldrig understiger 0°C varför frysning ej uppstår. Orsaken till den stora temperaturdifferensen är att övergångsmotståndet mellan fluid och plastslang är mycket stort vid laminärt flöde.



T_{fin} = -0.78°C

T_{fut} = 0.14°C

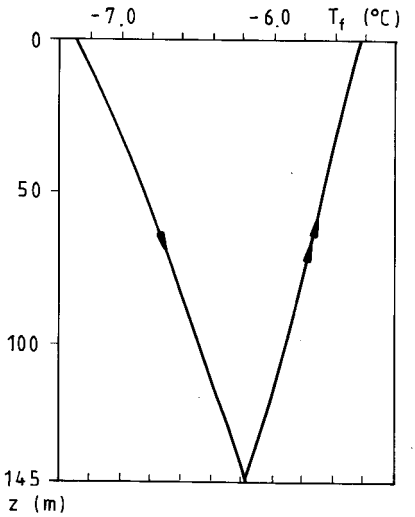
T_{fin} = -2.33°C

T_{fut} = -0.44°C

Figur 10.30. Temperaturprofiler längs fluidkanalerna vid två olika pumpflöden. Streckade kurvor avser omvänd pumpriktning.

I figurerna ovan framgår att in- och utloppstemperatur ej påverkas av pumpriktningen vid två decimalers precision.

Figur 10.31 visar fallet då värmeuttaget är dubbelt så stort som tidigare: q = 40 W/m. Pumpflödet är 0.75 l/s. Det är turbulent i nedåtgående kanal och laminärt i de två uppåtgående. Vattnet runt slangarna är i detta fall fruset, varvid värdet på värmemotståndet mellan slangar och berg är betydligt lägre (λ_1 = 2.1 W/mK).



V_f = 0.75 l/s

T_{fin} = -7.29°C

T_{fut} = -5.45°C

Figur 10.31. Treslangssystem med fruset borrhål. Värmeuttaget är 40 W/m.

10.3.17 Värmemotståndet m_R' då hänsyn tages till längsgående temperaturvariation i fluidkanalerna

I avsnitt 10.3.15 anges uttryck för värmemotståndet m_R mellan fluidkanaler och bergvägg då man räknar med en konstant fluidtemperatur T_f och konstant bergväggstemperatur T_R. Vid en exaktare analys skall man ta hänsyn till fluidens temperaturvariation längs strömningskanalerna. I detta fall får man ett korrigerat värmemotstånd m_R'. Värmemotståndet m_R' kan beräknas analytiskt under förutsättning att temperaturen T_R vid bergväggen är konstant och att markvärmekollektorn är av den typ som kan beskrivas med värmeströmningskretsen i figur 10.27. I detta avsnitt anges uttrycket för m_R'. Härledningen kommer att redovisas i en annan skrift.

I avsnitt 10.3.18 visas med exempel att uttrycket för m_R' ger en nästan perfekt överensstämmelse med de resultat som fås vid direkt numerisk beräkning, varvid T_R varierar längs borrhålet.

Sambandet 10.3.15.2 gäller fortfarande då man använder ett korrigerat värmemotstånd m_R' mellan fluid och bergvägg:

$$T_R - T_f = m_R' \cdot q \qquad (10.3.17.1)$$

Som fluidtemperatur T_f utnyttjas fortfarande medelvärdet (10.3.15.1):

$$T_f = \frac{1}{2}\left(T_{fin} + T_{fut}\right) \qquad (10.3.17.2)$$

Det korrigerade värmemotståndet m_R' för kollektorn som beskrives av en värmeströmningskrets av Y-typ enligt figur 10.27 blir:

$$m_R' = m_R \cdot \eta \coth(\eta) \qquad (10.3.17.3)$$

$$\coth(\eta) = \frac{e^{\eta} + e^{-\eta}}{e^{\eta} - e^{-\eta}}$$

Resultatet är märkvärdigt enkelt. Formel 10.3.17.3 gäller för de kollektorer som beskrives i avsnitt 10.3.12 och 10.3.13, samt för den typ av treslangskollektor (2 + 1) som beskrives i avsnitt (10.14).

Parametern η är för system med inre och yttre kanal:

$$\eta = \frac{H}{2C_f V_f m_y} \sqrt{1 + 4\frac{m_y}{m_i}} \qquad (10.3.17.4)$$

, där uttryck för m_i och m_y ges av (10.3.12.1-2).

För två- och treslangssystem ges η av

$$\eta = \frac{H}{2C_f V_f m_R} \sqrt{1 + 4\frac{m_{12}}{m_1 + m_2}} \qquad (10.3.17.5)$$

Här ges m_1, m_2 och m_{12} av (10.3.13.3 -4) för tvåslangssystem och av (10.3.14.6) för trekanalssytem. Värmemotståndet m_R ges av (10.3.15.4).

Det kan noteras att värmeströmningskretsen i figur 10.27 är identisk med den i figur 10.22 om m_1, m_2, m_{12} och m_R utbytes mot m_i, 0, m_y respektive m_y. Uttrycket (10.3.17.4) är således ett specialfall av (10.3.17.5).

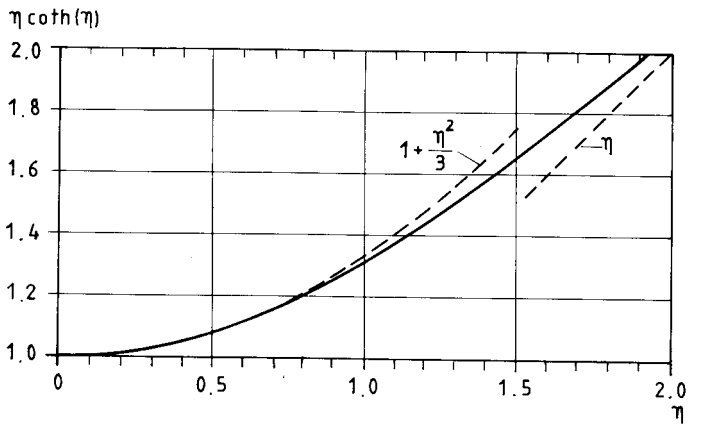
Korrektionsfaktorn $\eta \coth(\eta)$ visas i figur 10.32. Den går mot 1 då η går mot 0. För små värden på η gäller approximativt:

$$\eta \coth(\eta) \simeq 1 + \frac{\eta^2}{3} \qquad (\eta \leq 1.0) \qquad (10.3.17.6)$$

Faktorn $\eta \coth(\eta)$ ligger mellan 1 och 1.05 då η är mindre än 0.4. Detta ger approximationen:

$$m_R' \simeq m_R \qquad (\eta < 0.4) \qquad (10.3.17.7)$$

Villkoret $\eta < 0.4$ i (10.3.17.7) är i de flesta fall uppfyllt. Endast för mycket långsamma fluidflöden behöver faktorn $\eta \coth(\eta)$ medtagas.



Figur 10.32. Korrektionsfaktorn $\eta \coth(\eta)$ i formel 10.3.17.3)

Vid botten av brunnen, där fluidkanalerna möts, har man fluidtemperaturen T_b. Det explicita uttrycket för denna temperatur är:

$$T_b = T_R - (T_R - T_f) \cdot \frac{e^{\beta}}{\cosh(\eta)} \qquad (10.3.17.8)$$

Här ges η av (10.3.17.4) eller (10.3.17.5). Exponenten β ges av:

$$\beta = \frac{H}{2C_f V_f m_R} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \qquad (10.3.17.9)$$

Omvänd pumpriktning erhålles genom att sätta V_f negativt. Faktorn $e^{\beta}/\cosh(\eta)$ i formel (10.3.17.8) blir olika för de två pumpriktningarna. För små β och η erhålles följande serieutveckling:

$$\frac{e^{\beta}}{\cosh(\eta)} \simeq 1 + \beta + \frac{\beta^2 - \eta^2}{2} + \ldots \qquad (10.3.17.10)$$

Detta ger följande approximation:

$$\frac{e^{\beta}}{\cosh(\eta)} \simeq 1 + \frac{H}{2C_f V_f m_R} \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} - \frac{H/C_f V_f}{m_1 + m_2}\right) \qquad (10.3.17.11)$$

$$(\beta \leq 0.5 \qquad \eta \leq 0.5)$$

Man får två korrektionstermer varvid den första innehåller faktorn V_f och den andra V_f^2. Den första korrektionstermen byter tecken vid omvänd pumpriktning, medan den andra är oförändrad.

Exempel. Givet ett treslangssystem enligt exemplet i avsnitt 10.14. Värmemotståndet m_R blir enligt exemplet i avsnitt 10.3.15 lika med 0.128 K/(W/m). Då hänsyn tages till längsgående temperaturvariation skall m_R ersättas med m_R' enligt (10.3.17.3). Värdet på η ges då för borrhålslängden H = 145 m enligt (10.3.17.5) av:

$$\eta = 145/(2 \cdot 4.2 \cdot 10^6 \cdot 0.75 \cdot 10^{-3} \cdot 0.128) \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{0.0293}{0.180 + 0.220}} =$$

$$= 0.204$$

Med approximationen (10.3.17.6) fås följande värde på m_R':

$$m_R' = 0.128 \cdot \left(1 + (0.204)^2/3\right) = 0.128(1 + 0.014) = 0.130 \text{ K/(W/m)}$$

Värdet på värmemotståndet förändras således endast 1.4% då temperaturvariationen i fluiden beaktas.

10.3.18 Slutgiltiga formler för T_{fin} och T_{fut}

Vid en precis dimensionering behöver man känna fluiden in- och utloppstemperatur, T_{fin} och T_{fut}. I detta avsnitt sammanfattas de slutgiltiga formlerna baserade på de föregående avsnitten.

Skillnaden mellan in- och utloppstemperatur bestäms av värmeuttaget Q (W) enligt energibalansen:

$$T_{fut} - T_{fin} = -\frac{Q}{C_f V_f} \qquad (10.3.18.1)$$

, där C_f är värmekapaciteten hos värmebärarfluiden och V_f (m_f^3/s) är pumpflödet. Fluidtemperaturen T_f definieras enligt (10.3.15.1) som medelvärdet av in- och utloppstemperaturen:

$$T_f = \frac{1}{2}\left(T_{fin} + T_{fut}\right) \qquad (10.3.18.2)$$

Ur (10.3.18.1) och (10.3.18.2) kan T_{fin} och T_{fut} lösas ut:

$$T_{fin} = T_f - \frac{Q}{2C_f V_f}$$

$$T_{fut} = T_f + \frac{Q}{2C_f V_f} \qquad (10.3.18.3)$$

Fluidtemperaturen T_f erhålles enligt formler i avsnitt 10.3.15. Formel 10.3.15.2 anger att temperatursänkningen mellan fluid och bergvägg är:

$$T_R - T_f = m_R \cdot q \qquad (\eta \leq 0.4) \qquad (10.3.18.4)$$

, där m_R ges av formel 10.3.15.3 och 10.3.15.4 för de typer av kollektor som beskrives i avsnitt 10.3.12 - 10.3.14. Värmeuttaget q = Q/H (W/m) anges per meter borrhål.

För en enskild brunn beräknas T_R enligt de formler som anges i avsnitt 10.3.6, 10.3.7, 10.3.8 eller 10.4. För system med flera influerande brunnar beräknas T_R enligt avsnitt 10.8 eller 10.9.

Formel 10.3.18.4 gäller med god noggrannhet utom för mycket långsama pumpflöden då man måste använda det korrigerade värmemotståndet m_R':

$$T_R - T_f = m_R' \cdot q \qquad (\eta > 0.4) \qquad (10.3.18.5)$$

Uttryck för m_R' ges i avsnitt 10.3.17.

Kombineras (10.3.18.3) med (10.3.18.4) erhålles följande slutgiltiga uttryck för in- och utloppstemperaturen:

$$T_{fin} = T_R - m_R \cdot \frac{Q}{H} - \frac{Q}{2C_f V_f}$$

$$T_{fut} = T_R - m_R \cdot \frac{Q}{H} + \frac{Q}{2C_f V_f} \qquad (10.3.18.6)$$

Exempel. Givet en treslangskollektor enligt exemplet i avsnitt 10.3.14. Slangarna är nedsänkta i ett borrhål med djupet H = 145 m. Två av fluidkanalerna är nedåtgående. Värmeuttag och pumpflöde är konstanta och lika med:

$q = 20$ W/m $\qquad (Q = 20 \cdot 145 = 2900$ W)

$V_f = 0.75$ liter/s

In- och utloppstemperatur skall här beräknas vid tiden ett år.

Temperaturen T_R vid bergväggen ges vid denna tid av sambandet 10.3.6.4 ($t < t_1$), där $T_{om} = 8.25^oC$ antas som markens ostörda medeltemperatur.

$$8.25 - T_R = \frac{20}{4 \cdot \pi \cdot 3.5} \cdot \{\ln(\frac{4 \cdot 1.62 \cdot 10^{-6} \cdot 3.154 \cdot 10^7}{(0.055)^2}) - 0.5772\}$$

$$T_R = 3.46^oC$$

Fluidtemperaturen T_f ges av sambandet (10.3.18.4) ($\eta = 0.204 < 0.4$). Värdet på m_R beräknades i exemplet i

avsnitt 10.3.15 till 0.128 K/(W/m). Fluidtemperaturen blir:

$$3.46 - T_f = 0.128 \cdot 20$$

$$T_f = 0.90^{o}C$$

In- och utloppstemperaturen ges av (10.3.8.3):

$$T_{fin} = 0.90 - \frac{2900}{2 \cdot 4.2 \cdot 10^{6} \cdot 0.75 \cdot 10^{-3}} = 0.44^{o}C$$

$$T_{fut} = 0.90 + \frac{2900}{2 \cdot 4.2 \cdot 10^{6} \cdot 0.75 \cdot 10^{-3}} = 1.36^{o}C$$

Bottentemperaturen T_b beräknas med formel 10.3.17.8:

$$T_b = 3.46 + (3.46 - 0.90) \frac{e^{-0.18}}{\cosh(0.204)} = 0.96^{o}C$$

Vid omvänd pumpriktning byter V_f tecken och exponenten -0.18 blir positiv. I detta fall blir T_b lika med $0.87^{o}C$.

Formlerna ovan för T_{fin} och T_{fut} bygger på approximativa lösningar. Dessa skall här jämföras med direkta numeriska beräkningar vilka har gjorts för tre exempel i avsnitt 10.3.16. Resultaten sammanfattas i tabell 10.6.

	Beräknings-metod	$\eta \coth(\eta)$	V_f (l/s)	q (W/m)	1 år T_{fin}	1 år T_{fut}	25 år T_{fin}	25 år T_{fut}
Exempel 1	numerisk	-	0.50	20	1.29°C	2.67°C	0.09°C	1.47°C
	(10.3.18.4)	1			1.35	2.73	0.15	1.53
	(10.3.18.5)	1.092			1.21	2.59	0.01	1.39
Exempel 2	numerisk	-	0.75	20	0.40	1.32	-0.80	0.12
	(10.3.18.4)	1			0.43	1.35	-0.76	0.16
	(10.3.18.5)	1.011			0.40	1.32	-0.79	0.13
Exempel 3	numerisk	-	0.75	20	0.42	1.34	-0.78	0.14
	(10.3.18.4)	1			0.43	1.35	-0.76	0.17
	(10.3.18.5)	1.014			0.40	1.32	-0.79	0.13
	numerisk	-	0.25	20	-1.14	1.62	-2.33	-0.44
	(10.3.18.4)	1			-0.91	1.85	-2.08	-0.69
	(10.3.18.5)	1.085			-1.16	1.60	-2.33	-0.43
	numerisk	-	0.75	40	-4.90	-3.06	-7.29	-5.45
	(10.3.18.4)	1			-4.79	-2.95	-7.17	-5.33
	(10.3.18.5)	1.042			-4.90	-3.06	-7.28	-5.44

Tabell 10.6 In- och utloppstemperatur för exempel 1-3 i avsnitt 10.3.16. Jämförelse mellan numeriskt beräknade värden och de värden som fås med formlerna 10.3.18.4 och 10.3.18.5.

Den maximala avvikelsen från numeriskt beräknad in- och utloppstemperatur fås för exempel 3 då pumpflödet är 0.25 l/s och formel 10.3.18.4 användes. Felet är 0.25°C eller 3% relativt temperatursäkningen mot ostörd marktemperatur. Parametern η är i detta fall lika med 0.6 och uppfyller ej strikt kriteriet ($\eta < 0.4$) för att formeln skall kunna användas. Användes istället den i detta fall korrekta formeln 10.3.18.5 fås en perfekt överensstämmelse med numeriskt beräknade temperaturer.

10.4 Dimensioneringsregler för en bergvärmebrunn

Med hjälp av analyserna av de termiska delprocesserna enligt avsnitt 10.3 kan dimensioneringsregler avseende en bergvärmebrunns termiska prestanda anges. I detta avsnitt behandlas en enskild brunn. Motsvarande dimensioneringsregler för ett system av bergvärmebrunnar, som termiskt påverkar varandra, ges i avsnitt 10.9. De extra komplikationerna vid återladdning av brunnen sommartid och vid uttagstemperaturer under $0^{o}C$ behandlas i avsnitt 10.5-6.

Utgångspunkten för dimensioneringen är ett givet effektuttag Q(t) (W), vilket varierar med tiden på ett föreskrivet sätt. Normalt är effektuttagsfunktionen lika år från år. Med hjälp av data för brunn och berg beräknas den erforderliga brunnstemperaturen $T_R(t)$. Är de erhållna uttagstemperaturerna lämpliga, är dimensioneringen avklarad. Om så ej är fallet modifieras förutsättningarna och nya uttagstemperaturer beräknas. Man får iterera sig fram tills ett väldimensionerat system erhålles. De viktigaste parametrarna som kan varieras är brunnsdjupet samt det föreskrivna effektuttagets tidsvariation och största värde.

Dimensioneringen bestäms framför allt av den lägsta brunnstemperaturen T_{Rmin} under årscykeln. Det primära kriteriet är att denna temperatur ej får understiga en given nivå. I system som ej tål frysning i brunnen måste T_{Rmin} vara större än $0^{o}C$ med en viss säkerhetsmarginal. Kravet på T_{Rmin} hänger också samman med värmepumpens krav på temperaturnivåer vid förångaren.

Dimensioneringsreglerna utgår från givna effekter, varefter brunnstemperaturer beräknas. Man skulle i stället kunna utgå från givna uttagstemperaturer och beräkna effekten. Detta är emellertid ej tillrådligt då det ger en mycket mer komplicerad analys beroende på att man ej kan göra samma direkta superposition av lösningar.

För dimensionering måste man känna följande primära parametrar:

λ bergets värmeledningsförmåga (W/m K)

a bergets temperaturledningstal (m^2/s)

H aktivt brunnsdjup (m)

$2R_o$ brunnsdiameter (m)

m_p värmemotstånd per meter brunn mellan värmebärarfluid i brunnen och berget precis vid brunnen (K/(W/m))

T_{om} ostörd bergtemperatur på halva brunnsdjupet (^oC)

Vid dimensioneringen bör det föreskrivna effektuttaget Q(t) renodlas till en relativt enkel form. Mer komplicerade fall kan om så erfordras kontrollräknas i efterhand.

Det årliga värmeuttaget E_o (J) föreskrivs. Detta ger en föreskriven medeleffekt Q_o:

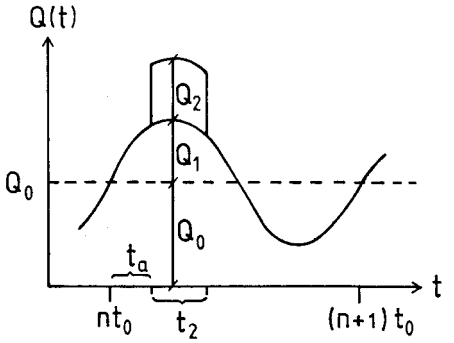
$$Q_o = \frac{E_o}{t_o} \qquad t_o = 1 \text{ år} \qquad (10.4.1)$$

Vidare föreskrivs en överlagrad sinusformad effekt med amplituden Q_1. Effektuttaget från dessa två bitar är då:

$$Q_o + Q_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o}\right) \qquad (W) \qquad (10.4.2)$$

Till detta överlagras slutligen en eller flera effektpulser vilka kan representera ytterligare variationer under ett dygn eller maximal effektbelastning under en köldknäpp. (Energiuttaget från dessa pulser räknas vid sidan om medeleffekten Q_o.) Vi nöjer oss med att ge allmänna formler för fallet med en effektpuls. Effektpulsen startar för år n vid tiden $nt_o + t_a$ och pågår en tid t_2. Den har storleken Q_2. Figur 10.33 visar utseendet på den föreskrivna, dimensionerande effektpulsen. Detta val av komponenter för effektuttaget bör normalt ge en tillräcklig flexibilitet för en god dimensionering.

Den mot effekten (10.4.2) svarande brunnstemperaturen $T_R(t)$ erhålles ur formlerna 10.3.2.10 och 10.3.8.3. Dessa två bidrag och pulskomponenten beräknas var för sig. Låt T_{Ro} beteckna bidraget från det stationära uttaget Q_o. Till denna del hänföres också den ostörda temperaturnivån T_{om}. Bidraget från den sinusformade effekten betecknas $T_{R1}(t)$. Slutligen betecknas bidraget från effektpulsen $T_{R2}(t)$. Den totala brunns-



Figur 10.33. Typ av föreskrivet, dimensionerande effektuttag med en medelnivå Q_o, en periodisk del med amplituden Q_1 och en överlagrad effektpuls under en tid t_2.

temperaturen $T_R(t)$ erhålles genom superponering:

$$T_R(t) = T_{Ro} + T_{R1}(t) + T_{R2}(t) \qquad (10.4.3)$$

Den stationära komponenten ges av formel 10.3.2.10:

$$T_{Ro} = T_{om} - \frac{Q_o}{2\pi\lambda H} \ln \left(\frac{H}{2R_o}\right) \qquad (10.4.4)$$

Vid användning av denna formel bortses från den transienta insvängningen till stationärt uttag. Tar man hänsyn till detta skall i stället formel 10.3.6.1 användas. För exemplet (10.3.6.3) med figur 10.16 blir den transienta temperatursänkningen i storleksordningen 75% av stationärt värde efter ett år. Efter fem år har den transienta sänkningen uppnått storleksordningen 90% av stationärt värde. Formel 10.4.4 bör därför normalt kunna användas vid dimensionering.

Den sinusformade komponenten ges av formel 10.3.8.3:

$$T_{R1}(t) = -\frac{Q_1}{2\pi\lambda H} A(R') \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} - B(R')\right)$$
$$R' = \frac{R_o\sqrt{2}}{d_o} = R_o\sqrt{\frac{2\pi}{at_o}} \qquad (10.4.5)$$

I det aktuella fallet där periodtiden t_o är ett år kan formlerna 5.2.3.11 användas för amplitudfunktionen A(R') och fasfunktionen B(R'):

$$A(R') = \sqrt{(\ln(2/R') - \gamma)^2 + \pi^2/16}$$

$$B(R') = \arctan\left(\frac{\pi/4}{\ln(2/R')-\gamma}\right) \qquad (R' < 0.1) \quad \gamma = 0.5772 \qquad (10.4.6)$$

Exempel. Låt oss beräkna amplitudfunktion A och fasfunktionen B för följande fall:

$\lambda = 3.5$ W/m·K $\qquad$ $C = 2.16$ MJ/m^3·K

$R_o = 0.055$ m $\qquad$ $t_o = 1$ år

Dessa data ger

$a = 1.62 \cdot 10^{-6}$ m^2/s $\qquad$ $d_o = \sqrt{\frac{at_o}{\pi}} = 4.03$ m

$R' = \frac{R_o\sqrt{2}}{d_o} = 0.0193$

$A = 4.14$ $\qquad$ $B = 0.191$

Fasfördröjningen i dagar blir:

$\frac{t_o}{2\pi} \cdot B = 11$ dagar

Temperaturens minimum inträffar således 11 dagar efter maximalt effektuttag Q_1.

I tabell 10.7 anges amplitudfunktionen A, fasfunktionen B och fasfördröjningen räknad i tid, $B \cdot t_o/(2\pi)$, för fyra praktiskt viktiga fall.

Effektpulser analyseras i avsnitt 10.3.7. Bidraget T_{R2} från pulsen ges under den tid då pulsen pågår av formel 10.3.7.3:

$$T_{R2}(t) = -\frac{Q_2}{4\pi\lambda H}\left(\ln\left(\frac{4a(t-nt_o-t_a)}{R_o^2}\right) - \gamma\right) \qquad (10.4.7)$$

$\gamma = 0.5772$ $\qquad$ $(0 < t-nt_o-t_a \leqslant t_2)$

	λ = 3.5 W/m•K R_o = 0.055 m	λ = 3.0 W/m•K R_o = 0.055 m	λ = 3.5 W/m•K R_o = 0.075 m	λ = 3.0 W/m•K R_o = 0.075 m
A	4.14	4.06	3.84	3.76
B	0.191	0.194	0.206	0.210
$B \cdot t_o/(2\pi)$ (dagar)	11.1	11.3	12.0	12.2

C = 2.16 MJ/m^3K t_o = 1 år

Tabell 10.7. Amplitudfunktion A, fasfunktion B och tidsfördröjning $Bt_o/(2\pi)$ för sinusformad effektkomponent för några praktiskt viktiga fall. Formel 10.4.5-6.

Här anger n det aktuella året. Pulsen startar vid tiden nt_o+t_a. Den pågår under tiden t_2. Effekten av pulsen från de föregående åren har ej medtagits eftersom den normalt är försumbar. Avklingningen efter pulsen ges av ett uttryck av typen 10.3.7.7. Detta är normalt av mindre intresse då temperaturen vid maximal belastning sökes.

Den totala temperaturen vid brunnen ges nu av de förhållandevis enkla uttrycken 10.4.3-7. De ger brunnstemperaturen T_R under året och i synnerhet det lägsta värdet T_{Rmin}.

Den största temperatursänkningen från den sinusformade effekten bestäms av amplituden i formel 10.4.5.

$$T_{R1,min} = -\frac{Q_1}{2\pi\lambda H} \cdot A(R') \quad \text{då } t = nt_o + \frac{t_o}{4} + \frac{B(R')t_o}{2\pi} \qquad (10.4.8)$$

Den största temperatursänkningen från effektpulsen uppnås vid dennas slut:

$$T_{R2,min} = -\frac{Q_2}{4\pi\lambda H}\left(\ln\left(\frac{4at_2}{R_o^2}\right) - \gamma\right) \qquad \text{då } t = nt_o+t_a+t_2 \qquad (10.4.9)$$

Minimat enligt formel 10.4.8 är relativt flackt. Ett viktigt specialfall är då ovanstående två minima i huvudsak sammanfaller i tiden.

Ett lämpligt krav är

$$\left|\frac{t_o}{4} + \frac{B(R')\ t_o}{2\pi} - t_a - t_2\right| < \frac{27}{365}\ t_o \qquad (t_o = 1 \text{ år}) \qquad (10.4.10)$$

Om detta tidskrav är uppfyllt så avviker T_{R1} vid tiden för pulsens slut ($t_a + t_2$) maximalt 10% från värdet enligt formel 10.4.8. Uttrycken 10.4.8 och 10.4.9 kan då adderas. Den lägsta uttagstemperaturen ges då av följande uttryck:

$$T_{Rmin} \simeq T_{om} - Q_o \cdot K_o - Q_1 \cdot K_1 - Q_2 \cdot (K_2 + K_2' \ln (t_2/t_{dag}))$$

$$(t_{dag} = 1 \text{ dag}) \qquad (10.4.11)$$

Konstanterna K_o, K_1, K_2 och K_2' ges av:

$$K_o = \frac{1}{2\pi\lambda H} \ln\left(\frac{H}{2R_o}\right) \qquad K_1 = \frac{1}{2\pi\lambda H} A(R')$$

$$K_2 = \frac{1}{4\pi\lambda H} (\ln(4at_{dag}/R_o^2) - \gamma) \qquad K_2' = \frac{1}{4\pi\lambda H} \qquad (10.4.12)$$

Här ges R' av (10.4.5) och A av (10.4.6). Formel 10.4.11-12 är normalt det grundläggande uttrycket för dimensioneringen. Formeln är giltig då tidskravet 10.4.10 är uppfyllt. Detta krav bortfaller, om man inte har någon dimensionerande effektpuls under den tid då sinuskomponenten ger maximal effekt, dvs. om Q_2 är lika med noll.

Konstanterna K_o, K_1, K_2 och K_2' har dimensionen K/W eller K/kW. De beror på parametrarna λ, C, R_o och H. I tabell 10.8 ges dessa fyra dimensionerande effektuttagsfaktorer för några praktiskt viktiga parameterkombinationer.

Värmemotståndet mellan fluiden och berget vid brunnen är m_R (K/(W/m)). Sambandet mellan temperaturen T_f i värmefluiden och temperaturen T_R i berget vid brunnen blir:

$$T_R - T_f = \frac{Q(t)}{H} \cdot m_R \qquad (10.4.13)$$

λ (W/m K)	R_o(m)	H(m)	K_o (K/kW)	K_1 (K/kW)	K_2 (K/kW)	K_2' (K/kW)
3.5	0.055	150	2.19	1.26	0.70	0.15
3.0	0.055	150	2.55	1.44	0.79	0.18
3.5	0.075	150	2.09	1.16	0.61	0.15
3.0	0.075	150	2.44	1.33	0.68	0.18
3.5	0.055	100	3.10	1.88	1.06	0.23
3.0	0.055	100	3.61	2.16	1.19	0.27
3.5	0.075	100	2.95	1.74	0.91	0.23
3.0	0.075	100	3.45	1.99	1.03	0.27

Tabell 10.8. Dimensionerande effektuttagsfaktorer K_o, K_1, K_2 och K_2' i formel 10.4.12 för några praktiskt viktiga parameterkombinationer. C = 2.16 MJ/m^3 · K

Detta ger då 10.4.10 är uppfyllt

$$T_{fmin} = T_{Rmin} - \frac{Q_o+Q_1+Q_2}{H} m_R \qquad (10.4.14)$$

Exempel 1. Låt oss ta data enligt det första fallet i tabell 10.6:

$$\lambda = 3.5 \text{ W/m} \cdot \text{K} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3 \cdot \text{K}$$
$$R_o = 0.055 \text{ m} \qquad H = 150 \text{ m} \qquad (10.4.15)$$

De dimensionerande effektuttagsfaktorerna ges i tabell 10.6. Formel 10.4.11 för lägsta uttagstemperatur (i berget vid brunnen) blir:

$$T_{om} - T_{Rmin} = 2.19Q_o + 1.26Q_1 + Q_2 (0.70 + 0.15 \ln (t_2/t_{dag}))$$

Effektfaktorerna räknas i kW, medan t_2/t_{dag} anger effektpulsens längd i dagar.

Vi tar följande dimensionerande effekter

$$Q_o = 3 \text{ kW} \qquad Q_1 = 2.5 \text{ kW} \qquad Q_2 = 2 \text{ kW} \qquad (10.4.16)$$

Då fås:

$$T_{om} - T_{Rmin} = 6.57 + 3.15 + 1.40 + 0.3 \ln (t_2/t_{dag})$$

$$= 9.7 + 1.4 + 0.3 \ln (t_2/t_{dag}) \qquad (^oC)$$

Bidraget från pulsen blir i några fall:

t_2 = 0.1 dag	0.7 ^oC
t_2 = 1 dag	1.4
t_2 = 5 dagar	1.9
t_2 = 30 dagar	2.4

Utan effektpuls (Q_2 = 0) erhålles:

$$T_{om} - T_{Rmin} = 6.57 + 3.15 = 9.7\ ^oC$$

Exempel 2. Dimensionerande utgångsdata ges av 10.4.15-16 i exempel 1. Effektpulsens längd t_2 är 5 dagar. Ostörd bergtemperatur T_{om} är 8.3 ^oC. För dimensioneringen ges kravet:

$$T_{Rmin} \geq -1.5^oC \qquad (10.4.17)$$

Utgångsdata ges enligt exempel 1 ovan

$$T_{Rmin} = 8.3 - 6.57 - 9.7 - 1.40 - 0.3 \ln(5) = -3.30^oC$$

Dimensioneringskravet 10.4.17 uppfylles ej.

En möjlighet är att ta bort effektpulsen. Då fås:

$$T_{Rmin} = 8.3 - 6.57 - 3.15 = -1.4^oC$$

Vi hamnar precis på gränsen för kravet 10.4.17. Detta betyder att den aktuella bergvärmebrunnen under tiden för maximalt

effektuttag, $Q(t) \simeq Q_0 + Q_1$, utnyttjas kontinuerligt utan överlagrad effektpuls. Systemet klarar under de givna förutsättningarna ej denna sista belastningsdel.

Exempel 3. Dimensioneringsreglerna skall tillämpas på exempel 1 i avsnitt 10.2. Data ges av 10.2.1-4. Det månadsvis föreskrivna effektuttaget ges i figur 10.3.

Medeleffektuttaget Q_0 bestäms av det årliga värmeuttaget 15 MWh:

$Q_0 = 1.71$ kW

Maximal effekt under månad 7 är 2.98 kW.

Amplituden för sinusvariation väljes därför till:

$Q_1 = 2.98 - 1.71 = 1.22$ kW

Dessa två komponenter bör räcka för en första dimensionering. Effektpuls medtages ej ($Q_2 = 0$).

Konstanterna K_0 och K_1 blir

$K_0 = 2.24$ K/kW $\qquad K_1 = 1.29$ K/kW

Då bergtemperaturen T_{om} är 8.3 ^oC fås

$T_{Rmin} = 8.3 - 1.71 \cdot 2.24 - 1.22 \cdot 1.29 = 2.9\ ^oC$

Denna temperatur skall jämföras med den numeriskt beräknade enligt (10.2.5), vilken efter 25 år är 3.2 ^oC.

10.5 Återladdning sommartid

Ett sätt att förbättra bergvärmebrunnens effektavgivning och minska den långsiktiga nedkylningen är att återföra värme sommartid. Räckvidden av nedkylningen i berget kring brunnen behandlas i avsnitt 10.10. Under perioder då värme tillföres brunn och berg skall effektuttaget Q(t) räknas negativt.

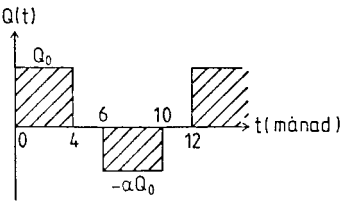
För att belysa effekten av återladdning skall vi först ta ett renodlat exempel. Värme uttages med konstant effekt $Q(t) = Q_0$ under fyra månader. Efter en period av två månader utan uttag, $Q(t) = 0$, återladdas systemet med en konstant effekt, $Q(t) = -\alpha \cdot Q_0$, under fyra månader. Efter två månaders vila börjar en ny likadan årscykel. Se figur 10.34. De fyra fallen $\alpha = 0$, 1/2, 1 och 2 behandlas. Följande data väljes:

$$\lambda = 3.5 \text{ W/m} \cdot \text{K} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3 \cdot \text{K}$$

$$H = 146 \text{ m} \qquad D_i = 4 \text{ m} \qquad R_0 = 0.055 \text{ m} \qquad T_{om} = 8.3\ ^{o}\text{C}$$

$$Q_0 = 4.5 \text{ kW} \qquad Q(t) \text{ enligt figur 10.27.} \qquad (10.5.1)$$

$$\alpha = 0,\ 1/2,\ 1,\ 2$$



Figur 10.34. Effektuttag för exempel som illustrerar effekten av återladdning. Data enligt 10.5.1.

Temperatursänkningen $T_{om} - T_R$ mellan ostörd mark och brunnen kan t.ex. beräknas enligt pulsanalystekniken i avsnitt 10.3.7. Formel 10.3.7.9 användes. Maximal temperatursänkning, T_{Rmin}, erhålles vid uttagspulsens slut ($t - nt_0$ = 4 månader). Tabell 10.9 anger T_{Rmin} för år 1, 3 och 10

för de fyra värdena på α. I tabellen anges också temperaturen vid slutet av återladdningspulsen ($t - n \cdot t_0$ = 10 månader), T_{Rmax}. Detta är den högsta inladdningstemperaturen.

	T_{Rmin} (°C)			T_{Rmax} (°C)			η		
år	1	3	10	1	3	10	1	3	10
$\alpha = 0$	1.7	1.4	1.1	-	-	-	1	1	1
$\alpha = 0.5$	1.7	1.6	1.5	11.3	11.2	11.1	1	1.04	1.06
$\alpha = 1$	1.7	1.9	1.9	14.6	14.6	14.7	1	1.08	1.13
$\alpha = 2$	1.7	2.4	2.7	21.2	21.6	21.9	1	1.17	1.30

Tabell 10.9. Lägsta uttagstemperatur och högsta återladdningstemperatur vid olika återladdningsgrad (α). Data enligt (10.5.1) och figur 10.27. Ett mått på prestandaförbättringen ges av η (formel 10.5.2).

Tabell 10.9 visar att höjningen av T_{Rmin} är relativt liten. För balanserad återladdning (α = 1) stiger lägsta temperaturen från 1.4 till 1.9 °C tredje året. För det tionde året sker en förbättring från 1.1 till 1.9 °C. En fördubbladåterladdning ger en förbättring i storleksordningen 1 till 1.5 °C.

Ett mått på prestandaförbättringen vid återladdning är kvoten mellan temperatursänkningen utan återladdning och med återladdning:

$$\eta = \frac{T_{om} - T_{Rmin,\ \alpha=0}}{T_{om} - T_{Rmin,\ \alpha}} \qquad (10.5.2)$$

Tabell 10.9 ger η för det aktuella exemplet. Vid balanserad återladdning (α=1) blir förbättringen runt 10%.

Temperaturförändringarna mellan år 1, 3 och 10 i tabell 10.9 är intressanta. För α = 0 har man en långsam sänkning. För balanserad återladdning, α = 1, stabiliserar sig temperaturerna snabbt. Efter tredje året sker väsentligen ingen förändring mer. Vid fördubblad återladdning har man åter en långsiktig variation. Detta fall kan ses som summan av ett balanserat fall och en ren återladdning, vilken har samma långtidsbeteende som det rena uttaget.

Dimensioneringsreglerna i avsnitt 10.4 kan direkt användas för fall med återladdning. Medeluttaget Q_o i formel 10.4.11 blir noll, om samma värmemängd uttas och tillföres varje år.

Låt oss jämföra följande två fall med samma maximala effektuttag:

$$Q_a(t) = Q_o + Q_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o}\right)$$
$$Q_b(t) = (Q_o + Q_1) \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o}\right) \qquad (10.5.3)$$

Formel 10.4.11 kan användas. Förhållandet mellan största temperatursänkningar blir:

$$\eta = \frac{T_{om} - T_{Rmin,a}}{T_{om} - T_{Rmin,b}} = \frac{Q_o \cdot \ln(\frac{H}{2R_o}) + Q_1 A(R')}{(Q_o + Q_1)\ A(R')} \qquad (10.5.4)$$

Data för berg och brunn enligt exempel 10.5.1 ger

$$\eta = \frac{Q_o \cdot 7.16 + Q_1 \cdot 4.14}{(Q_o + Q_1) \cdot 4.14}$$

Speciellt ger $Q_1 = Q_o$:

$$\eta = 1.36 \qquad (10.5.5)$$

Man bör observera att de uttagna värmemängderna ej är lika vid denna jämförelse.

Genom att utnyttja formlerna för ett pulståg i avsnitt 5.3.7 kan en relativt allmängiltig formel för prestandaförbättringen vid återladdning anges.

Två renodlade fall jämföres. I det första fallet har man ett konstant effektuttag under ett halvt år. I det andra fallet återladdas systemet under den andra halvan av året:

Fall 1.

$$Q(t) = \begin{cases} 2Q_o & 0 < t - nt_o < t_o/2 \\ 0 & t_o/2 < t - nt_o < t_o \end{cases} \qquad (10.5.6)$$

$$(t_o = 1 \text{ år}) \quad (n = 0,1,\ldots)$$

Fall 2.

$$Q(t) = \begin{cases} 2Q_o & 0 < t - nt_o < t_o/2 \\ -2Q_o & t_o/2 < t - nt_o < t_o \end{cases} \qquad (10.5.6')$$

Fall 1 är ett pulståg av den typ som visas i figur 5.3.8 ($\alpha = 1/2$, $q_o = Q_o/H$). Temperatursänkningen ges av formlerna 5.3.5.2-4. Fall 2 är väsentligen ett pulståg av samma typ. Medelnivån bortfaller dock ($\alpha = 1/2$, $q_o = 2Q_o/H$, $T^o = 0$).

Ett mått på återladdningens effekt är att jämföra kvoten mellan maximal temperatursänkning utan återladdning (fall 1) och med återladdning (fall 2) för ett visst år n:

$$\eta_n = \frac{T_{om} - T_{Rmin,\,1}}{T_{om} - T_{Rmin,\,2}} \qquad (10.5.7)$$

Det är rimligt att göra jämförelsen för det femte året.

Med beteckningar enligt avsnitt 5.3 erhålles för det femte året:

$$\eta_5 = \frac{\frac{1}{4\pi} E_1\left(\frac{R_o^2}{4a \cdot 4.5t_o}\right) + E_5'\left(\frac{R_o^2}{at_o}, \frac{1}{2}\right)}{2 \cdot E_5'\left(\frac{R_o^2}{at_o}, \frac{1}{2}\right)} \qquad (10.5.8)$$

Funktion E_5' ges i figur 5.3.12. Exponentialintegralen ges t.ex. av 5.3.2.2, 5.3.2.6 och approximationen 5.3.2.8. För några praktiskt vanliga fall erhålles:

t_o = 1 år $\quad C = 2.16 \cdot 10^6$ J/m^3 • K

1. R_o = 0.055 m $\quad \lambda$ = 3.5 W/m • K $\quad \eta_5$ = 1.14

2. R_o = 0.055 m $\quad \lambda$ = 3.0 W/m • K $\quad \eta_5$ = 1.14

3. R_o = 0.075 m $\quad \lambda$ = 3.5 W/m • K $\quad \eta_5$ = 1.16

4. R_o = 0.075 m $\quad \lambda$ = 3.0 W/m • K $\quad \eta_5$ = 1.15

Dessa exempel visar att återladdningen ger en förbättring av prestanda med cirka 15%.

10.6 Uttagstemperaturer under 0 °C.

I en öppen bergvärmebrunn där brunnsvattnet används som värmebärare får ej frysning ske. Detta begränsar effektuttaget. Ett alternativ är att ha ett slutet värmebärarsystem, där en vätska cirkulerar t.ex. i ett U-rör i brunnen. Utanför cirkulationskanalerna har man vatten som fryser till is vid värmeuttag under 0°C. Alternativt kan denna volym fyllas med ett fast material.

De föregående analyserna gäller fortfarande med följande kompletteringar. Den viktigaste förändringen är att de lokala värmemotstånden m_p mellan värmebärare och berg vid brunnen påverkas. Vidare skall man, då brunnsvattnet fryser, ta hänsyn till dess frysvärme.

Låt oss först analysera effekten av frysvärme. Vattenmängden i brunnen V_w ges av:

$$V_w \lesssim \pi R_o^2 \cdot H \qquad (10.6.1)$$

Exakta värden beror på de inre kanalernas volymandel. Numeriskt gäller t.ex.

$$\begin{array}{lll} R_o = 0.055 \text{ m} & H = 150 \text{ m} & V_w \lesssim 1.4 \text{ m}^3 \\ R_o = 0.075 \text{ m} & H = 150 \text{ m} & V_w \lesssim 2.6 \text{ m}^3 \end{array} \qquad (10.6.2)$$

Vattnets smältvärme betecknas L_w (=333 $MJ/m^3 \cdot K$). Låt t_{frys} beteckna den tid som krävs för att frysa vattenvolymen V_w med effekten Q_o. Då gäller:

$$Q_o \cdot t_{frys} = V_w \cdot L_w \qquad (10.6.3)$$

Ett numeriskt exempel är:

$$Q_o = 5 \text{ kW} \qquad V_w = 2 \text{ m}^3 \qquad t_{frys} = \frac{2 \cdot 333 \cdot 10^6}{5000} = 37 \text{ tim} \qquad (10.6.4)$$

Frysning och smältning av vattnet i brunnen representerar således en värmemängd som motsvarar något dygns uttag. Vid analyser av längre tidsperioder spelar brunnsvattnets frysvärme ingen roll. Frysning av de små vattenmängder som finns i sprickor i berget är normalt betydelselös.

Frysvärme behöver bara beaktas för korttidsanalyser under perioder av frysning och smältning av vattnet i brunnen.

10.7 Datormodell

En datormodell (Superposition Bore-hole Model) finns utvecklad för beräkning av det termiska förloppet i mark och brunn för en enskild bergvärmebrunn och för ett system av bergvärmebrunnar som influerar varandra. Modellen har använts för datorberäkningarna i detta kapitel.

Följande yttre förutsättningar gäller.

1. Värme uttages från omgivande mark via en eller flera vertikala eller gradade bergvärmebrunnar.

2. Marken består av homogent material.

3. Ingen konvektiv värmetransport i marken.

4. Inget uttag av vatten via brunnen. Enbart cirkulation.

Modellen tillåter även att värme inmatas.

Beräkningsmodellen baserar sig på superposition av dellösningar som hänför sig till de olika brunnarna. I ett givet fall har man ett visst uttag av värme från varje brunn. Detta värmeflöde varierar från brunn till brunn. Vidare varierar det i tiden och med djupet. Låt oss se på temperaturförloppet från den varierande effekten kring en av brunnarna. Detta temperaturförlopp är rotationssymmetriskt kring brunnen. Temperaturen blir en funktion av djup, radiellt avstånd och tid. För varje brunn får vi ett rotationssymmetriskt förlopp. Temperaturen vid markytan ger ett endimensionellt temperaturförlopp som beror av djup och tid. Det totala temperaturförloppet ges nu som en superponering av temperaturförloppen från varje enskild brunn och av det endimensionella vertikala förloppet.

Som ett exempel kan vi ta ett fall med tre brunnar. Det komplicerade, genuint tredimensionella förloppet kan ses som en superponering av tre rotationssymmetriska problem. Antag vidare att brunnarna inmatningsmässigt behandlas lika och att de ligger på samma avstånd från varandra (liksidig triangel). De tre temperaturförloppen sammanfaller då. Vi har ett cylindersymmetriskt problem, som skall superponeras till de tre lägena för brunnarna. Detta betyder en väsentlig förenkling jämfört med den ursprungliga situationen med en genuint tredimensionell process. Detta exempel kan generaliseras. För varje symmetrigrupp av brunnar har vi ett cylindersymmetriskt problem. Det totala temperaturförloppet erhålles genom en superposition där bidragen från alla brunnar adderas.

Inom ramen för de fyra antagandena ovan simuleras med modellen temperaturförloppet väsentligen exakt. De cylindersymmetriska problemen och det vertikala förloppet simuleras parallellt med explicita framåtdifferenser. Temperaturförloppet ett steg framåt kan beräknas för varje symmetrigrupp av brunnar då man känner värmeflödet från brunnen. Detta flöde bestäms av fluidtemperatur och av den totala temperaturen i marken vid brunnen på det aktuella djupet. Denna totala temperaturen erhålles genom en superposition med ett bidrag från varje brunn (och ett bidrag från den vertikala lösningen).

Fluidtemperaturen längs nedåt- och uppåtgående kanal bestäms genom energibalans för värmebärarfluiden. Man tar hänsyn till värmeflödet från mark och värmeutbytet mellan kanalerna.

Kopplingen representeras med en värmeströmningskrets av den typ som visas i figur 10.27, där värmemotstånden m_1, m_2 och m_{12} ges som indata till modellen.

För varje nivå i brunnen balanseras de konvektiva värmeflödena mellan kanaler och bergvägg mot den konvektiva värmetransporten i längsled. Man får varierande temperatur från inlopp till brunnens botten och härifrån tillbaka upp till markytan. De översta delarna av brunnen värmeisoleras mot marken.

Det totala vattenflödet (m^3/s) är en given funktion av tiden. Det är noll under viloperioder. Vidare är inmatningstemperaturen en given funktion av tiden. Alternativt kan uttagen effekt specificeras. Erforderlig inmatningstemperatur beräknas då.

Det cirkulerande vattnet kan parallell- och seriekopplas på olika sätt genom brunnarna. Då värme återladdas via brunnarna till marken är effekten Q(t) negativ. Primära indata är värmebärarfluidens volymflöde (m^3/s) och inloppstemperaturen (alternativt uttagen effekt). Simulering av 25 årscykler för en enskild brunn tar cirka 10 CPU-sekunder på en UNIVAC 1100/80. Då antalet brunnar är stort ökar tidsåtgången drastiskt. Maximalt fel för de datorberäkningar som redovisas i detta kapitel bedöms vara någon procent.

10.8 Influens mellan närliggande bergvärmebrunnar

10.8.1 Introduktion

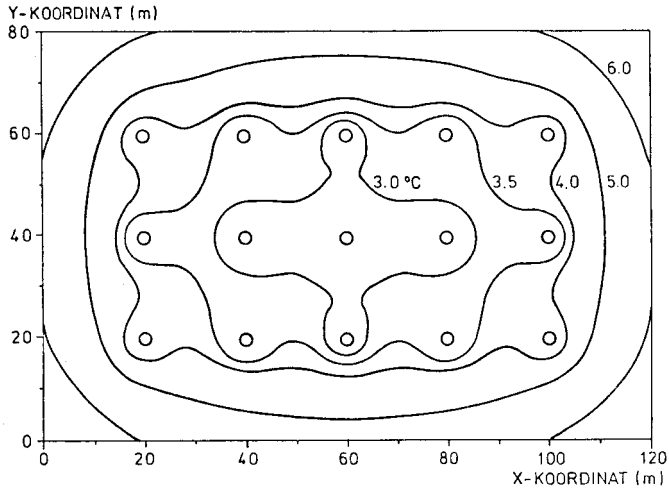
Närliggande bergvärmebrunnar påverkar varandra termiskt. För ett system med N_b stycken närliggande brunnar får man lägre värmeuttagskapacitet än för N_b stycken oberoende brunnar. I detta kapitel skall denna influens behandlas.

Först behandlas vertikala brunnar. Därefter behandlas brunnar som bildar en vinkel θ med lodlinjen. Horisontellt avstånd vid markytan mellan två brunnar betecknas B. Avståndet mellan brunn i och brunn j är B_{ij}.

Influensen mellan brunnarna är en utpräglad långtidseffekt. För brunnsavstånd som är större än 10 meter är påverkan efter det första årets effektuttag mycket liten. Fluktuationerna i effektuttag och brunnstem-

peratur under årscykeln dämpas helt ut på dessa 10 meter. För influensen mellan brunnarna är därför enbart det konstanta medeleffektuttaget (eller medelbrunnstemperaturen) under året av betydelse.

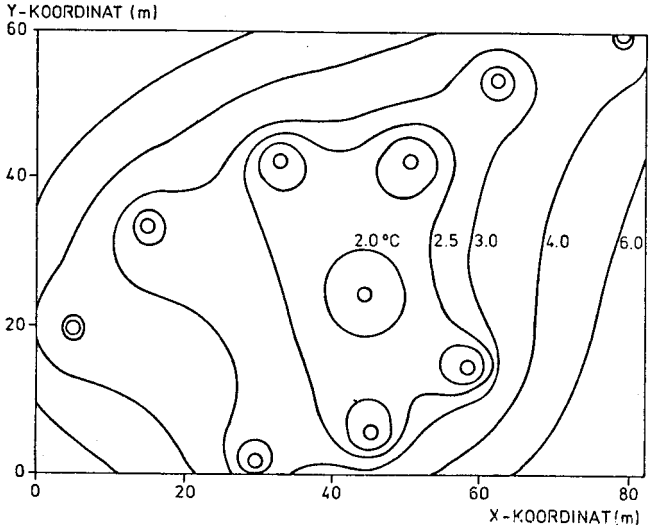
Figurerna 10.35 och 10.36 illustrerar influensen mellan bergvärmebrunnar för två beräkningsexempel. Isotermer i ett horisontellt tvärsnitt visas. I det första exemplet enligt figur 10.35 har man 5×3=15 bergvärmebrunnar. De är 150 meter djupa. Avståndet mellan brunnarna är 20 meter. Energiuttaget per år är 225 MWh. Figuren visar isotermer under det 25:e året. Influensen mellan brunnarna är kraftig.



Figur 10.35. Exempel på influens för 15 bergvärmebrunnar. Figuren visar isotermer på 77 meters djup under det 25:e året.

Det andra exemplet avser ett system med tio brunnar som ligger oregelbundet. Figur 10.30 visar isotermer på 125 meters djup efter 25 år. Värmeuttaget är 250 MWh/år. Detta exempel redovisas närmare i referens 14.

I avsnitt 10.8.2 behandlas ett antal brunnskonfigurationer där brunnstemperaturen under uttaget hålls konstant. De erhållna värmemängderna ger ett mått på influensen mellan brunnarna. I avsnitt 10.8.3 studeras olika fall där det totala effektuttaget är konstant från starten t=0. I avsnitt 10.8.4 ges en dimensionslös formulering. Slutligen behandlas i avsnitt 10.8.5 system med återladdning.



Figur 10.36. Exempel på influens mellan 10 oregelbundet placerade bergvärmebrunnar. Figuren visar isotermer på 125 meters djup under det 25:e året.

10.8.2 Några fall med given uttagstemperatur

I detta avsnitt skall beräkningsresultat för ett antal olika brunnskonfigurationer redovisas. Beräkningarna är utförda med datormodell enligt avsnitt 10.7.

För att underlätta jämförelser har en enkel uttagsstrategi använts. Uttag sker under halva året med den konstanta brunnstemperaturen $T_R = 3^oC$. Under den andra halvan av året är effektuttaget noll:

Vinterhalvåret: $T_R = 3^oC$

Sommarhalvåret: $Q(t) = 0$ (10.8.2.1)

För berg och brunn användes följande data:

$\lambda = 3.5$ W/m•K $\quad C = 2.16$ MJ/m^3•K

$H = 146$ m $\quad D_i = 4$ m $\quad R_o = 0.08$ m (10.8.2.2)

$T_{om} = 8.3^oC$

Brunnstemperaturen T_R antas vara densamma för alla brunnar. Variationen i djupled försummas.

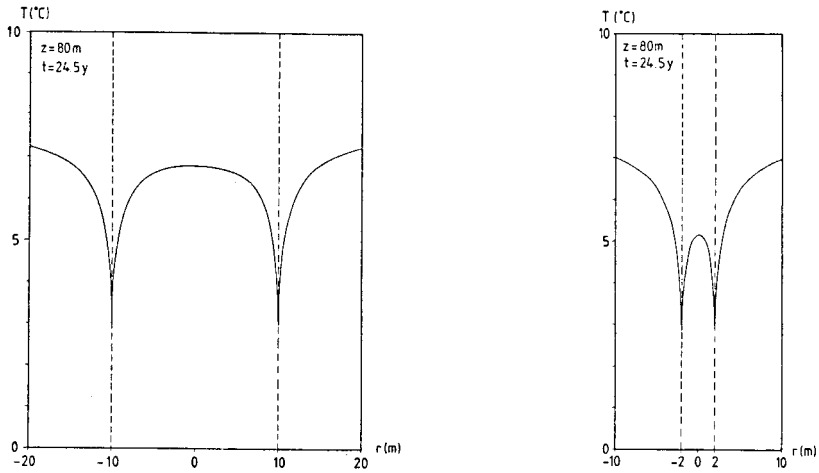
Energiuttaget för en enskild brunn med dessa data blir för år 1, 5 och 25:

år	1	5	25
MWh	18.3	16.3	15.3

(10.8.2.3)

10.8.2.1 Två brunnar

Beräkningar för brunnsavstånd B = 4, 10 och 20 m har utförts. Temperaturprofiler på 80 meters djup visas i figur 10.37. Temperaturen ges längs en linje genom de två brunnarna. Tiden är slutet av uttagsperioden under det 25:e året.



Figur 10.37. Temperaturprofil för två brunnar på olika avstånd. Djupet är 80 m. Data enligt 10.8.2.1-2.

Då avståndet B mellan brunnarna är stort kan influensen försummas. Den ostörda brunnens energiuttag enligt 10.8.2.3 erhålles. Tabell 10.10 anger energiuttaget per brunn och år relativt värdet för ostörd brunn.

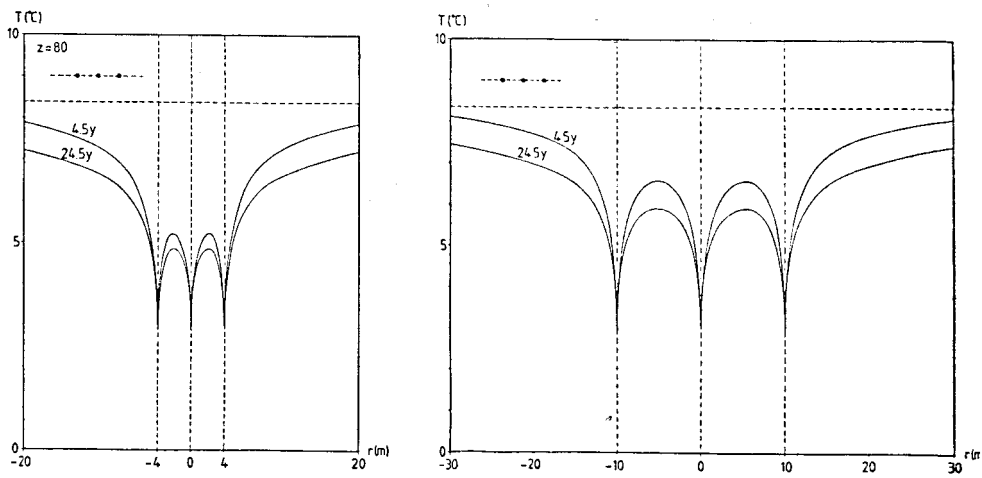
	år	1	5	25
B (m)	4	0.903	0.832	0.802
	10	0.990	0.916	0.874
	20	1.00	0.965	0.921

Tabell 10.10. Årsenergiuttag per brunn för två brunnar relativt ostörd brunn.

För två brunnar på 4 meters avstånd försämras prestanda på grund av termisk influens med upp till 20% år 25. För avståndet 20 meter är motsvarande försämring 8%.

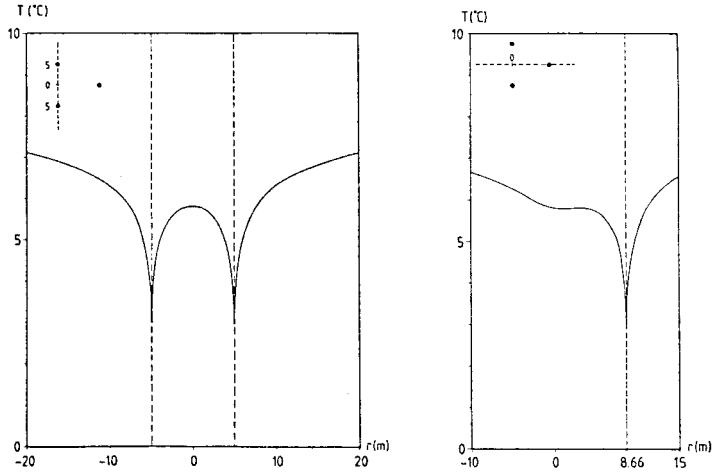
10.8.2.2 Tre brunnar

Tre brunnar ligger på linje eller i hörnen på en liksidig triangel. Figur 10.38 visar temperaturprofilen för tre brunnar i linje i snitt genom dessa på djupet 80 meter. Brunnsavstånden är 4 respektive 10 meter. En jämförelse mellan övre och nedre kurva i respektive figur visar långtidseffekten av uttag. Den horisontellt streckade linjen visar den ostörda temperaturen på 80 meters djup. Tiderna 4.5 resp. 24.5 år är under vintern. Brunnstemperaturen är 3°C.



Figur 10.38. Temperaturprofiler för tre brunnar i linje med inbördes avståndet 4 resp. 10 meter.

Figur 10.39 visar temperaturprofiler för fallet med tre brunnar placerade i hörnen av en liksidig triangel med sidan 10 meter. Djupet är 80 meter och tiden 24.5 år.



Figur 10.39. Temperaturprofiler för tre brunnar i triangel vid tiden 24.5 år. Profilerna är tagna enligt insprängd figur.

Tabell 10.11 anger energiuttaget per brunn och år relativt värdet för en ostörd brunn.

		linje			triangel		
	år	1	5	25	1	5	25
B (m)	4	0.825	0.745	0.697	0.866	0.725	0.670
	10	0.990	0.873	0.809	0.983	0.840	0.778
	20	1.00	0.902	0.872	1.00	0.933	0.854

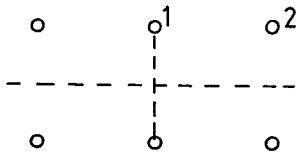
Tabell 10.11. Årsenergiuttag per brunn för tre brunnar relativt ostörd brunn.

För det femte året blir prestandaförsämringen mellan 25% och 7%.

Studierna av två och tre brunnar finns redovisade mer i detalj i referens 15.

10.8.2.3 Sex brunnar

Nedanstående skiss visar de sex brunnarnas placering. Värmeuttaget blir olika för brunn 1 och brunn 2.



Tabell 10.12 anger det årliga värmeuttaget per brunn relativt en ostörd brunn. Härvid ges ett medelvärde för de sex brunnarna. Motsvarande värden ges även för brunn 1 och 2. Genomsnittsvärdet erhålles genom viktning av värdet för brunn 1 och brunn 2 (2×brunn 1 + 4×brunn 2).

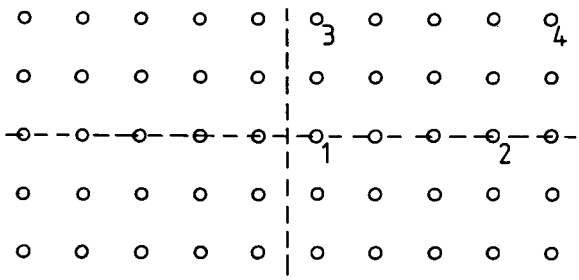
		Medelvärde			Brunn 1			Brunn 2		
	år	1	5	25	1	5	25	1	5	25
B (m)	4	0.726	0.542	0.483	0.659	0.479	0.427	0.760	0.574	0.511
	10	0.970	0.730	0.620	0.962	0.681	0.574	0.975	0.755	0.644
	20	0.990	0.886	0.743	0.999	0.856	0.700	0.999	0.900	0.765
	40	1.000	0.981	0.888	1.000	0.977	0.861	1.000	0.983	0.902
	100	1.000	0.996	0.991	1.000	0.995	0.989	1.000	0.995	0.991

Tabell 10.12. Årligt värmeuttag per brunn för sex brunnar relativt ostörd brunn.

Efter fem år är prestandaförsämringen mellan 46 och 0.4% för de aktuella brunnsavstånden. Vid ett brunnsavstånd på 20 meter blir prestandaförsämringen relativt ostörd brunn 25% efter 25 år.

10.8.2.4 Femtio brunnar

Placeringen av de femtio brunnarna visas i nedanstående skiss. Lägena för fyra speciella brunnar är markerade.



Tabell 10.13 och 10.14 anger det årliga värmeuttaget per brunn relativt en ostörd brunn. I 10.13 anges ett medelvärde för de femtio brunnarna, medan tabell 10.14 avser brunn 1, 2, 3 och 4 enligt skissen ovan.

		Medelvärde		
	år	1	5	25
B (m)	4	0.528	0.194	0.150
	10	0.955	0.432	0.272
	20	0.999	0.794	0.469
	40	1.000	0.973	0.791
	100	1.000	0.995	0.988

Tabell 10.13. Årligt värmeuttag per brunn relativt en ostörd brunn. Medelvärdet för de femtio brunnarna avses.

		Brunn 1			Brunn 2		
	år	1	5	25	1	5	25
B (m)	4	0.412	0.079	0.062	0.440	0.142	0.111
	10	0.945	0.278	0.146	0.945	0.356	0.223
	20	0.998	0.736	0.332	0.998	0.752	0.404
	40	1.000	0.967	0.732	1.000	0.974	0.752
	100	1.000	0.995	0.985	1.000	0.995	0.985

		Brunn 3			Brunn 4		
	år	1	5	25	1	5	25
B (m)	4	0.583	0.200	0.152	0.732	0.393	0.305
	10	0.960	0.470	0.279	0.975	0.660	0.469
	20	0.999	0.822	0.498	0.999	0.888	0.673
	40	1.000	0.976	0.816	1.000	0.982	0.884
	100	1.000	0.995	0.989	1.000	0.995	0.993

Tabell 10.14. Årligt värmeuttag per brunn relativt ostörd brunn för brunn 1, 2, 3 och 4 enligt skiss ovan.

Prestanda sjunker kraftigt om brunnarna ligger nära varandra. Ett brunnsavstånd på 4-10 meter duger ej. Dessa avstånd kan dock utnyttjas om berget återladdas. Se avsnitt 10.8.5. Med ett avstånd på 20 meter mellan brunnarna blir prestandaförsämringen 20% efter 5 år och 53% efter 25 år. Skillnaden mellan inre och yttre brunnar blir stor.

10.8.2.5 Stort fält med brunnar

Beräkningarna i de föregående avsnitten visar att influensen mellan brunnar ökar kraftigt med antalet brunnar. T.ex. gäller med avståndet B = 20 m för år 25:

antal brunnar	2	3	6	50
värmeuttag relativt ostörd brunn	0.921	0.854	0.743	0.469

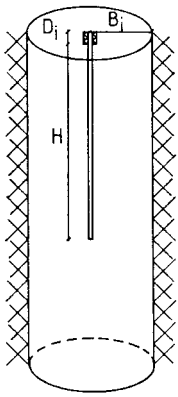
Gränsfallet med ett mycket stort fält av bergvärmebrunnar skall behandlas i detta avsnitt.

Brunnarna tänkes ligga i ett kvadratiskt mönster med sidan B. Fältet är så stort att randeffekter kan försummas. En brunn ser då ett oändligt antal brunnar åt alla håll. För varje brunn har man i horisontalplanet en kvadrat med sidan B. Brunnen ligger i mitten av denna. Värmeflödet

genom kvadratens ränder är noll av symmetriskäl. Man kan visa att detta kvadratiska område kan ersättas av ett cirkulärt med samma area. Radien är B_i. Då gäller sambandet:

$$\pi B_i^2 = B^2 \qquad (10.8.2.4)$$

Brunnen omges av ett cylinderformat område. Vid randen på avståndet B_i från brunnen är värmeflödet genom cylindern noll. Figur 10.40 visar det cylinderformade området för en bergvärmebrunn i ett stort fält av brunnar.

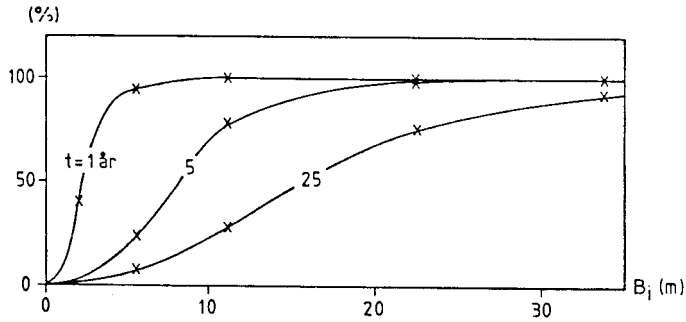


Figur 10.40. Cylinderformat område kring bergvärmebrunn i stort fält med brunnar. Värmeflödet genom cylinderytan är noll.

Tabell 10.15 anger årligt värmeuttag för brunnen relativt en ostörd brunn. Resultatet ges också i figur 10.35.

	år	1	5	25
B (m)	4	0.408	0.022	0.018
	10	0.949	0.236	0.078
	20	1.000	0.778	0.278
	40	1.000	0.984	0.759
	60	1.000	0.993	0.925

Tabell 10.15. Årligt värmeuttag för brunn i stort fält av brunnar relativt en ostörd brunn.



Figur 10.41. Årligt värmeuttag för brunn i stort fält av brunnar uttryckt i procent av värmeuttaget från ostörd brunn. Avståndet mellan brunnarna är $B = \sqrt{\pi} \cdot B_i$.

10.8.3 Konstant medeleffektkomponent - temperaturresponsfunktion g

I avsnitt 10.3.6 behandlas för en brunn den fundamentala delprocessen då man har ett konstant effektuttag Q från starten t=0. I ett tidsvariabelt fall representerar denna komponent medeleffektuttaget. Bidragen från variationerna i effektuttaget under året överlagras på denna grundkomponent.

För system med flera bergvärmebrunnar har man samma uppspaltning med en komponent med konstant effektuttag Q_0 från starten t=0. Beloppet på Q_0 anger det totala medeleffektuttaget under året för alla brunnar. För den överlagrade pulserande komponenten är det årliga nettovärmeuttaget noll. Dess termiska räckvidd runt en brunn är begränsad. Denna komponent påverkar därför inte alls de andra brunnarna utom i fall då dessa ligger mycket nära varandra.

Den termiska influensen bestäms således enbart av medeleffektkomponenten. I föregående avsnitt har hela processen med medeleffektkomponent och pulsation under året behandlats tillsammans. I detta avsnitt skall den rena medeleffektkomponenten analyseras.

Effektuttaget för systemet med N_b brunnar ges av:

$$Q(t) = \begin{cases} Q_o & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases} \qquad (10.8.3.1)$$

Vi starten t=0 råder den ostörda temperaturen T_{om} i berget. Denna temperatur råder hela tiden vid markytan. Temperaturen vid brunnarna (i berget) antas vara densamma för alla brunnar. Variation längs brunnarna försummas. Denna brunnstemperatur skall betecknas $T_{Ro}(t)$. Index o är medtaget för att markera att denna komponent avser årsmedeleffektuttaget Q_o. Medeltemperaturnivån T_{om} hänföres också till $T_{Ro}(t)$. Det givna problemet innehåller följande parametrar:

$$T_{om},\ Q_o,\ R_o,\ D_i,\ H,\ \lambda,\ a,\ B_{12},\ B_{13},\ \ldots \qquad (10.8.3.2)$$

Här anger B_{ij} horisontella avstånd mellan brunnarna. För olika brunnskonfigurationer får man ett eller flera avstånd som bestämmer geometrin.

Temperatursänkningen vid brunnen relativt ostörd bergtemperatur ges av $T_{om}-T_{Ro}(t)$. Denna storhet kan uttryckas med dimensionslösa parametrar. För fallet med en brunn görs detta i avsnitt 10.3.6. Temperatursänkningen är proportionell mot effektuttaget Q_o och omvänt proportionell mot λ och H. Vid skalning med tiden t_1 får man en dimensionslös tid t/t_1. Problemets längder enligt (10.8.3.2) ger ett antal skalade parametrar R_o/H, D_i/H, B_{12}/H osv. Parametern D_i/H för övre isolerad del är enligt avsnitt 10.3.4 av ringa betydelse. Som en generalisering av formel 10.3.6.1 till fallet med flera brunnar erhålles:

$$T_{om}-T_{Ro}(t) = \frac{Q_o}{N_b} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda H}\, g(t/t_1,\ R_o/H,\ B_{12}/H,\ \ldots) \qquad (10.8.3.3)$$

$$t_1 = H^2/(9a)$$

Funktionen g är den dimensionslösa temperaturresponsfunktionen svarande mot effekten Q_o. Faktorn 2π är medtagen för att formel 10.8.3.4 skall bli prydlig. Antalet brunnar är N_b.

I avsnitt 10.3.10 behandlas effekten av brunnsradien R_o. För två olika brunnsradier R_o och R_o' gäller med god noggrannhet:

$$g(t/t_1,\ R_o/H,\ \ldots) = g(t/t_1,\ R_o'/H,\ \ldots) - \ln(R_o/R_o') \qquad (10.8.3.4)$$

Den dimensionslösa temperatursänkningsfunktionen g för medeleffektkomponenten beskriver influensen mellan brunnarna. Den måste beräknas med datormodell.

Det är värt att notera att formel 10.8.3.3 är en fundamental responslösning för stegeffekten 10.8.3.1. I princip ger (10.8.3.3) en möjlighet att beräkna brunnstemperaturen $T_R(t)$ för ett godtyckligt $Q(t)$.

Antag att värmeuttaget är sträckvis konstant:

$$Q(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Q_1 & 0 < t < t_{Q1} \\ Q_2 & t_{Q1} < t < t_{Q2} \\ \vdots & \\ Q_n & t_{Q,n-1} < t < t_{Qn} \end{cases} \qquad (10.8.3.5)$$

Temperaturresponsen ges då genom superposition av lösningar av den typ som anges i (10.8.3.3):

$$T_{om} - T_R(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i - Q_{i-1}}{N_b} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda H}\, g\left((t - t_{Q,i-1})/t_1;\ldots\right) \qquad (10.8.3.6)$$

$$t_{Q,n-1} < t < t_{Qn}$$

$$(Q_o = 0,\quad t_{Qo} = 0)$$

10.8.4 g-funktioner för system med vertikala brunnar

En parameterstudie av temperaturresponsfunktionen för 2 till 16 brunnar redovisas i detta avsnitt.

Enligt föregående avsnitt är g en funktion av ett antal dimensionslösa parametrar:

$$g = g(t/t_1,\ R_o/H,\ B/H,\ldots) \qquad t_1 = H^2/(9a)$$

Funktionen beror av brunnskonfigurationen och av brunnarnas inbördes avstånd (B/H osv.). Beräkningarna har gjorts på dator med den enligt avsnitt 10.7 beskrivna datormodellen för flera brunnar.

Den dimensionslösa tiden är t/t_1. Referenstiden t_1 blir ej en utpräglad bryttid som för fallet med en enskild brunn. Brunnsradien finns i parametern R_o/H. Vid variation av brunnsradien gäller sambandet 10.8.3.4. Enligt föregående avsnitt saknar parametern D_i/H betydelse för beräkningarna. De dimensionslösa parametrarna har valts enligt nedan

$$R_o/H = 0.0005 \qquad (10.8.4.1)$$

$$D_i/H = 5/145$$

$$B/H = 0.05,\ 0.1,\ 0.15,\ 0.2,\ 0.3,\ \infty$$

$$-4.5 \leq \ln(t/t_1) \leq 0 \qquad 0.01 \leq t/t_1 \leq 1$$

På följande sidor ges g-funktionen för ett antal brunnskonfigurationer. Den streckade linjen anger g-funktionen för en enskild brunn. Brunnarnas lägen visas uppe till vänster i respektive figur. Här framgår också hur avståndet B skall tolkas.

Värdet på g-funktionen anger temperatursänkningen relativt ostörd marktemperatur för en brunn där $Q_o/(2\pi\lambda HN_b) = 1^oC$. Detta erhålles exempelvis för en 150 meters brunn med följande data, där värmeuttaget är 22 W/m.

$$R_o = 0.075 \text{ m} \qquad H = 150 \text{ m} \qquad (10.8.4.2)$$

$$\lambda = 3.5 \text{ W/mK} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3\text{K}$$

$$Q_o/(N_bH) = 22 \text{ W/m}$$

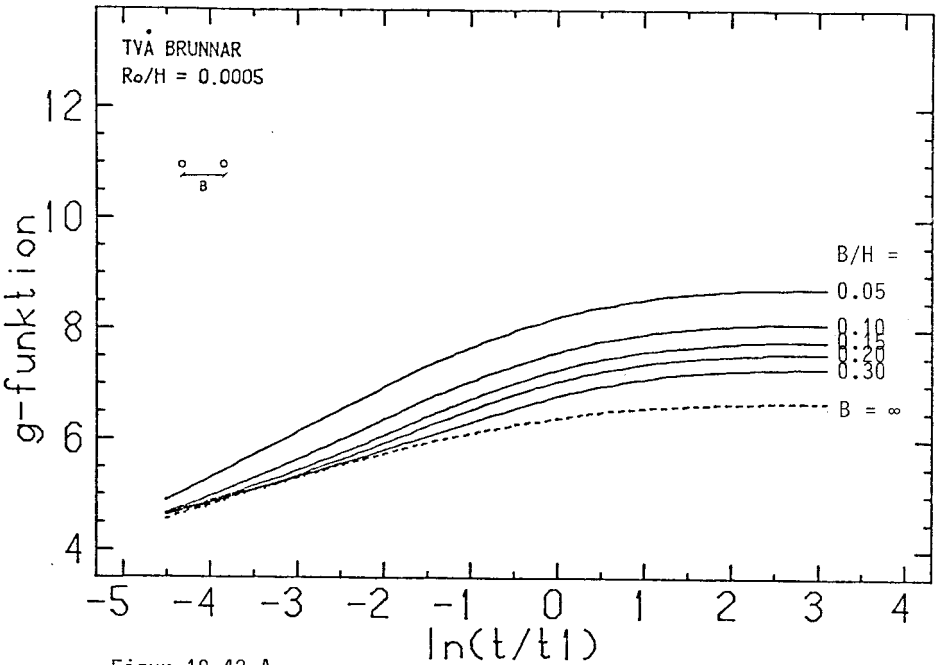
Dessa data ger tidsskalan

$$t_1 = 48.9 \text{ år}$$

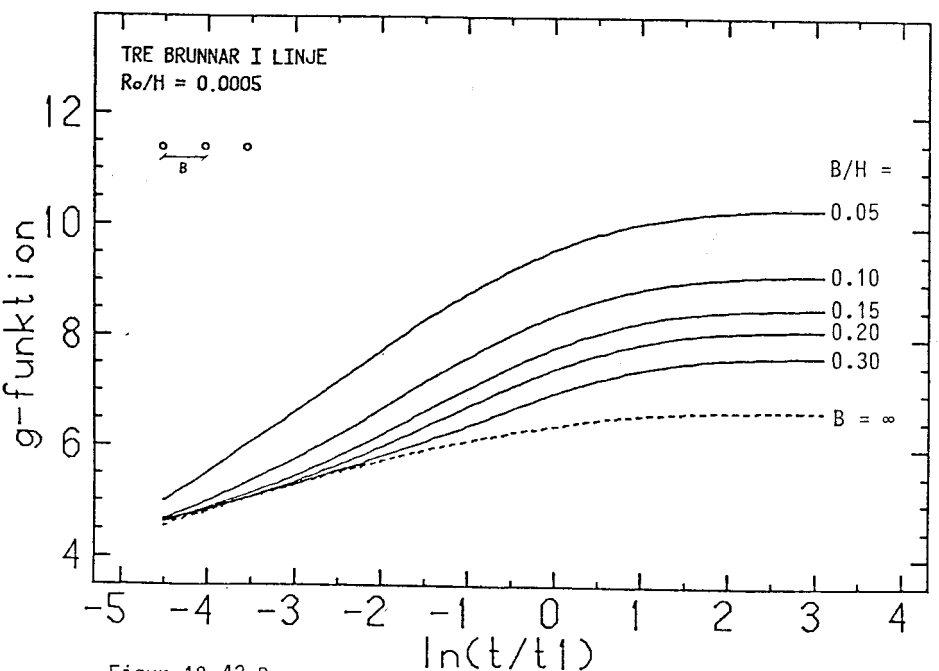
Enligt (10.8.3.3) blir temperatursänkningen i brunnen

$$T_{om}-T_R = 1\cdot g(t/t_1,\ldots\ldots)\ ^oC$$

Temperatursänkningen för detta fall ges således direkt av g-funktionen.

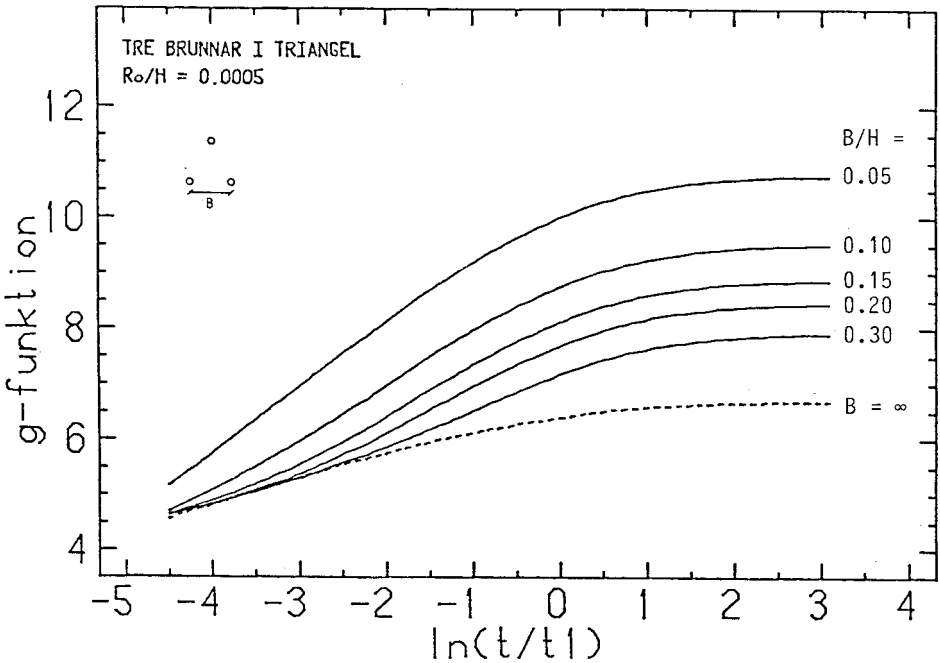


Figur 10.42 A

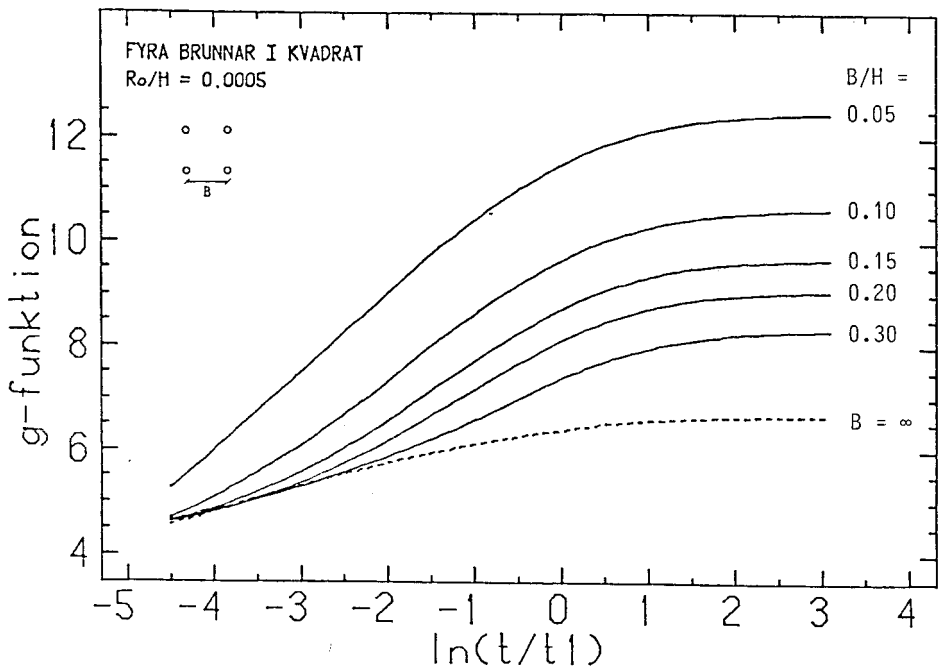


Figur 10.42 B

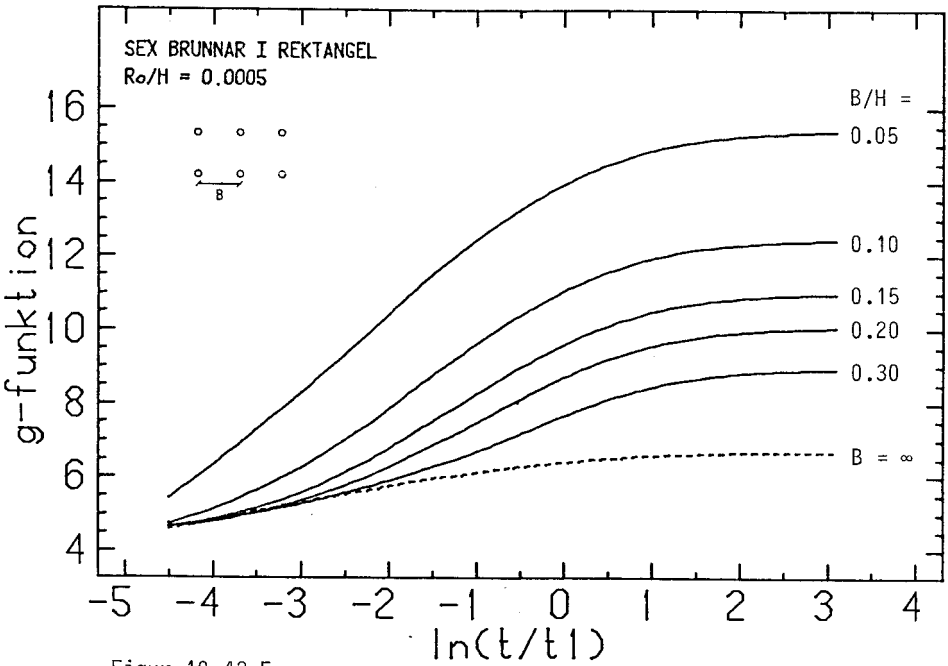
Figur 10.42 A-N. Temperaturresponsfunktion g(t/t1, R_o/H, B/H,...). Denna ger den dimensionslösa temperaturresponsen för medeleffekten enligt avsnitt 10.8.3.



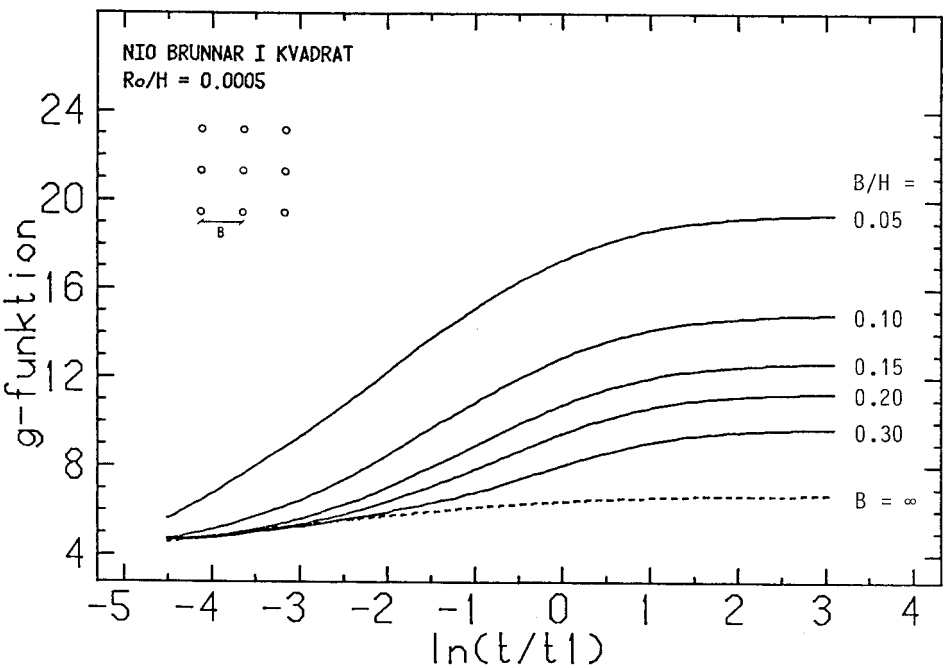
Figur 10.42 C



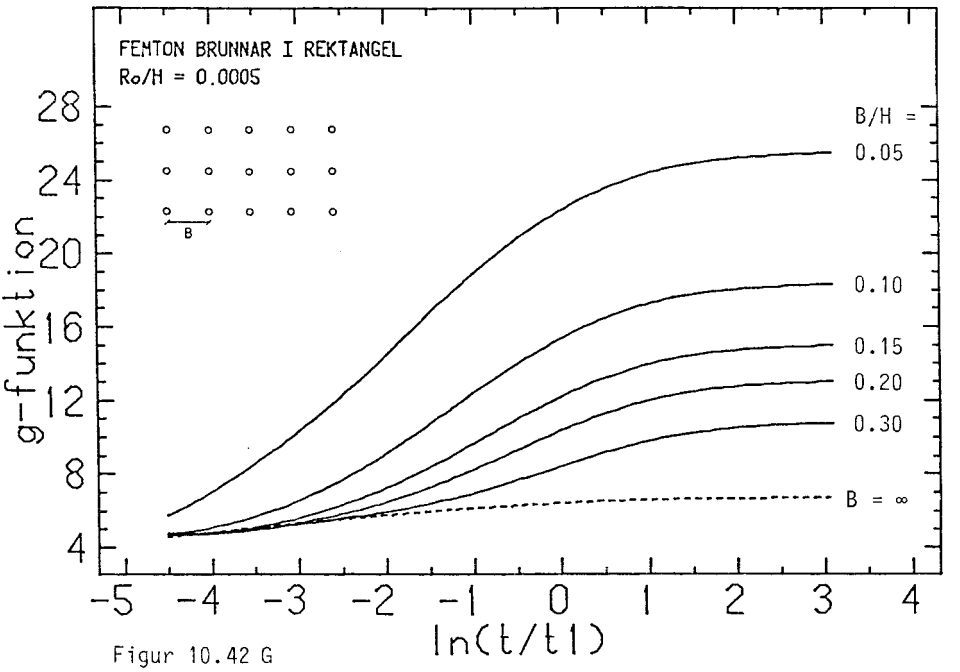
Figur 10.42 D



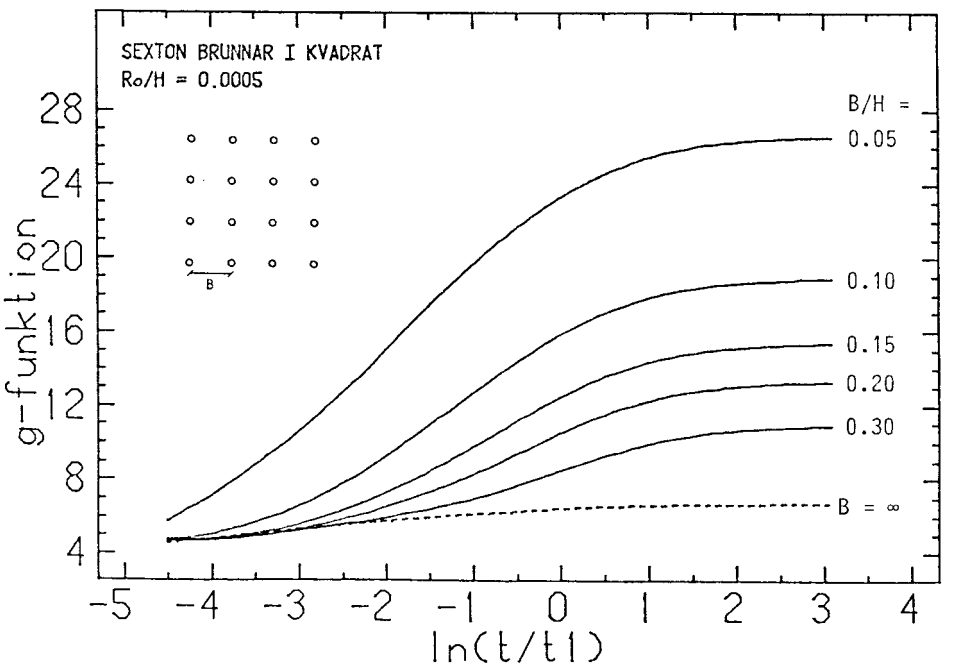
Figur 10.42 E



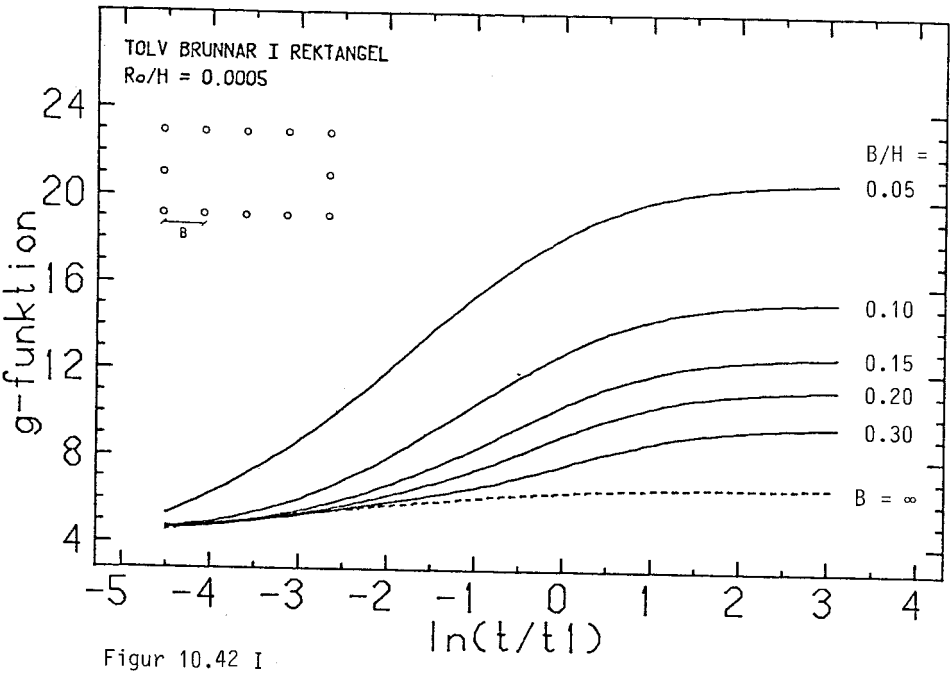
Figur 10.42 F



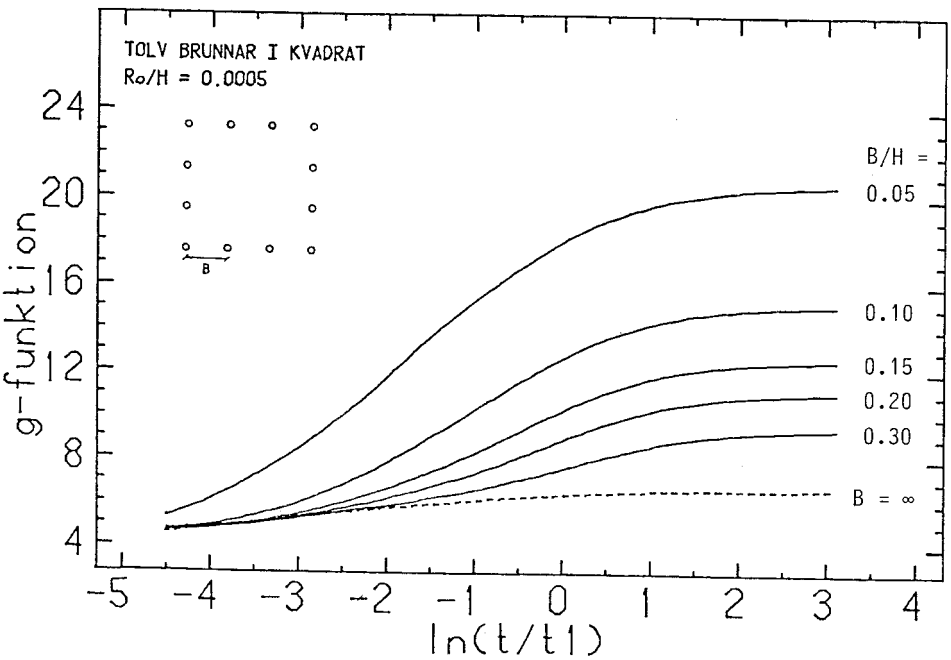
Figur 10.42 G



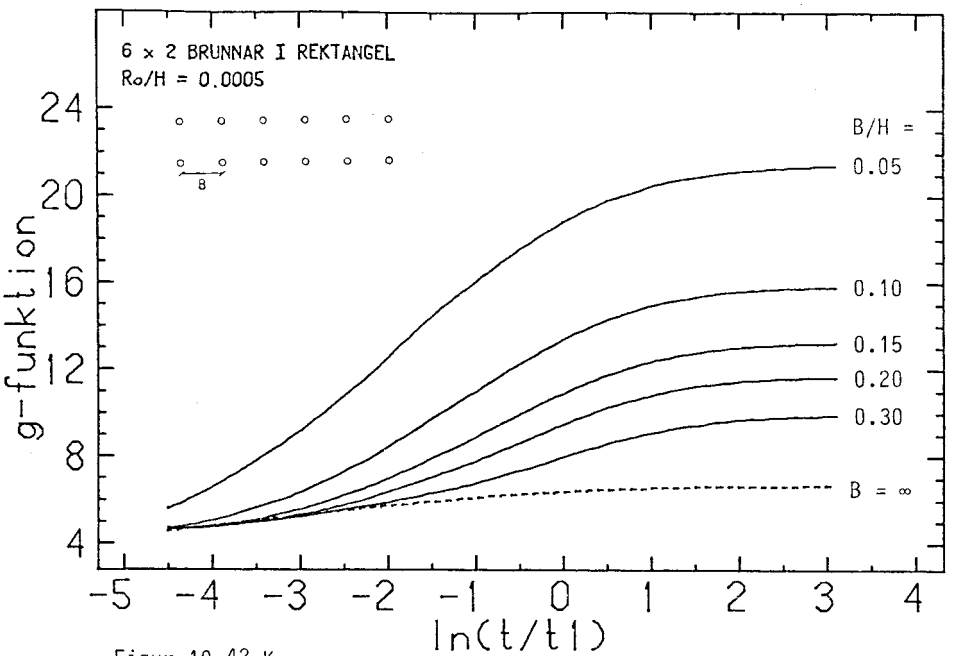
Figur 10.42 H



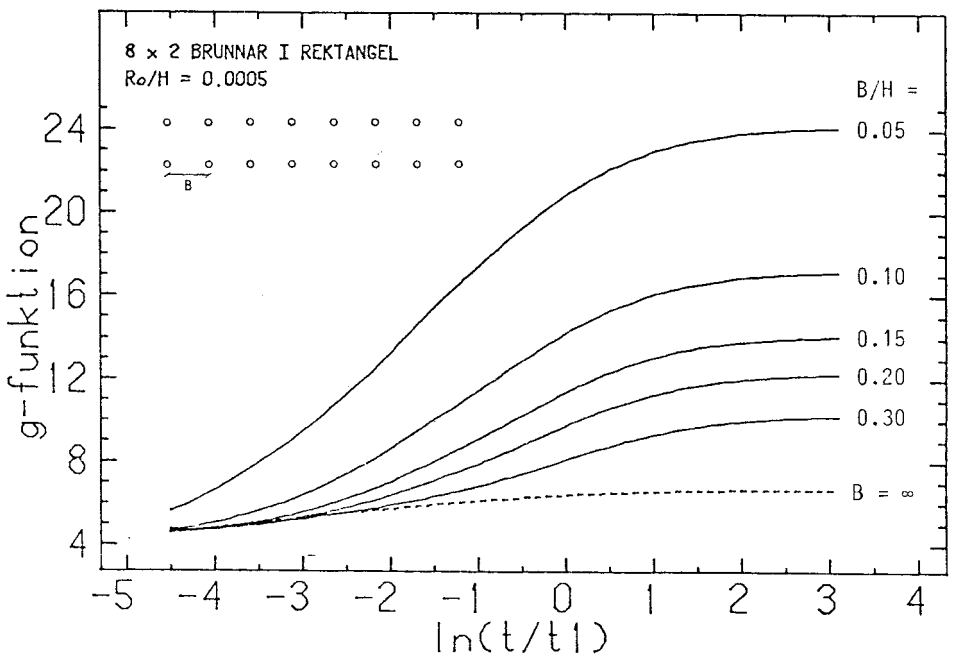
Figur 10.42 I



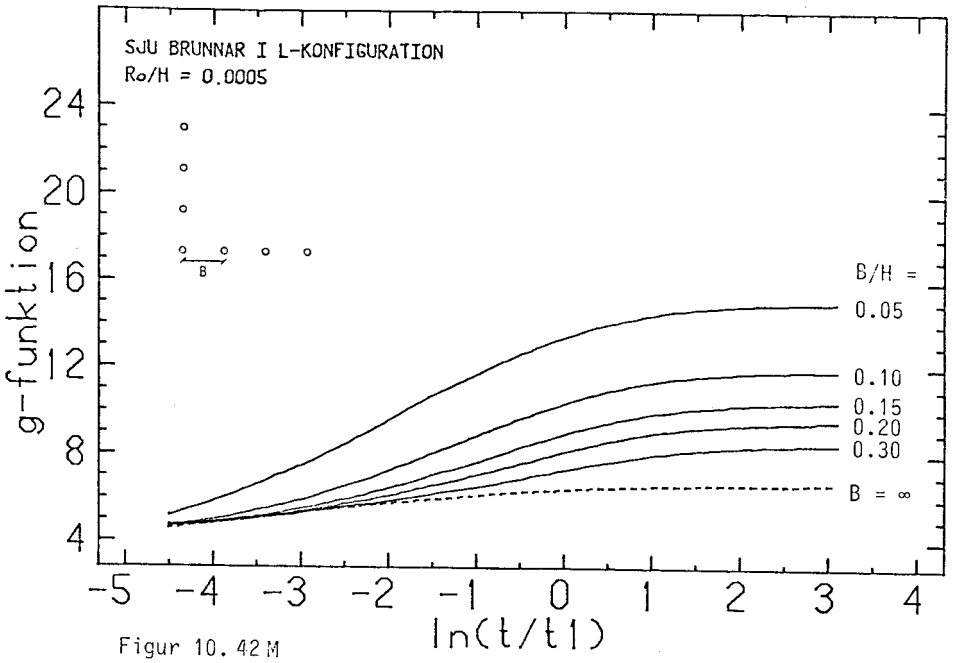
Figur 10.42 J



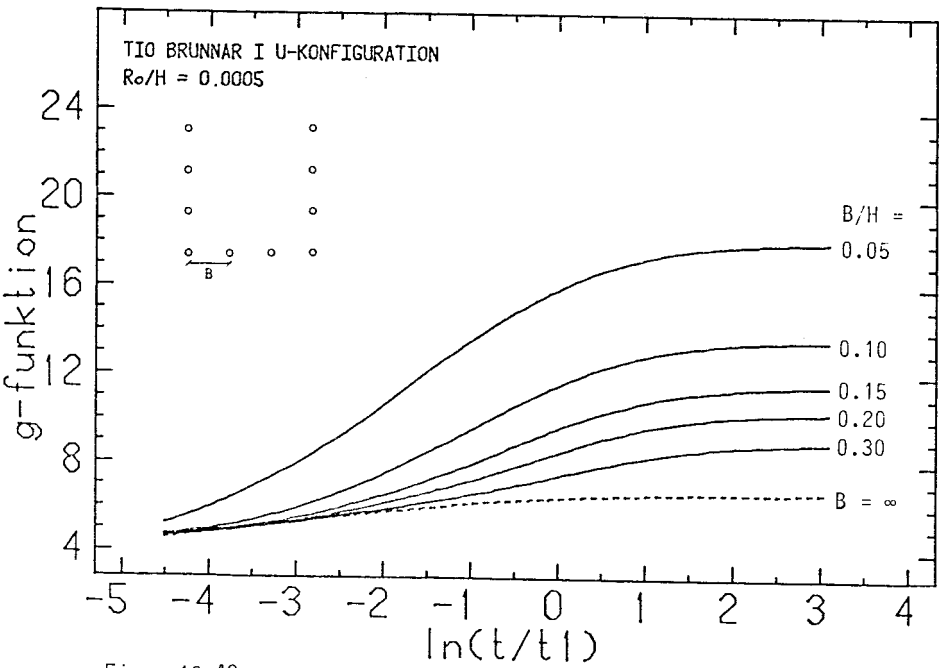
Figur 10.42 K



Figur 10.42 L



Figur 10.42 M



Figur 10.42 N

För en aktuell konfiguration kan nu brunnstemperaturen beräknas. Först användes kurvorna för att erhålla värdet av den dimensionslösa temperatursänkningen, $g(t/t_1, 0.0005,...)$. Denna omräknas för aktuell brunnsradie enligt formel 10.8.3.4 varefter temperatursänkningen i brunnen beräknas med formel 10.8.3.3.

Exempel. Givet fyra brunnar vilka ligger i hörnen på en kvadrat med kantlängden 15 meter. Brunnsradien R_o är 0.055 m och brunnens aktiva längd H är 150 meter. Värmeuttaget är konstant och lika med 160 MWh/år eller 30.4 W/m. Övriga data anges nedan.

$\lambda = 3.5$ W/mK $\quad C = 2.16$ MJ/m^{3}K $\quad N_b = 4$

$R_o = 0.055$ m $\quad B = 15$ m $\quad Q_o = 4 \cdot 150 \cdot 30.4 = 18\ 240$ W

Detta ger:

$R_o/H = 0.00037 \quad B/H = 0.1 \quad a = 1.62 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

$t_1 = H^2/(9a) = 150^2/(9 \cdot 1.62 \cdot 10^{-6})$ s $= 48.9$ år

$Q_o/(2\pi\lambda H N_b) = 1.38\ ^oC$

Temperatursänkningen i brunnen efter 25 år skall beräknas. Denna tid motsvarar den dimensionslösa tiden $t/t_1 = 0.51$. För den mot ovanstående konfiguration svarande g-funktionen avläses värdet i figur 10.42D.

$g(0.51, 0.0005,...) = 9.1$

Detta värde omräknas för aktuell brunnsradie enligt (10.8.3.4).

$g(0.51, 0.00037,...) = 9.1 - \ln(0.00037/0.0005) = 9.4$

Temperatursänkningen erhålles enligt (10.8.3.3)

$T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 9.4 = 13.0^oC$

Antag att värmeledningsförmågan är 3.0 i stället för 3.5. Då blir den dimensionslösa tiden $t/t_1 = 0.43$. Temperatursänkningen

beräknas på samma sätt som ovan och blir här

$T_{om}-T_R = 3.5/3.0 \cdot 1.38 \cdot 9.2 = 14.8\ ^oC$

Med ett konstant värmeuttag på 160 MWh/år krävs efter 25 år en brunnstemperatursänkning på 13.0°C då marken värmeledningsförmåga λ är 3.5 W/mK. Då λ är 3.0 krävs brunnstemperatursänkningen 14.8°C.

10.8.5 Återladdning. Optimalt avstånd*

Vinsten vid återladdning av en bergvärmebrunn sommartid är i enlighet med avsnitt 10.5 måttlig. För system med flera bergvärmebrunnar är återladdning mer aktuell på grund av influensen mellan brunnarna. Denna influens är enligt föregående avsnitt en långtidseffekt som beror av medeleffektuttaget per år. Vid en balanserad återladdning där samma värmemängd uttages och återföres per år, blir medeleffektuttaget noll. Influensen mellan brunnarna försvinner helt utom då dessa ligger nära varandra.

Låt E_o och E_{in} vara uttagen respektive återinmatad värmemängd per årscykel. Vid balanserad återladdning är dessa lika. Om så ej är fallet, kan analysen återföras på det balanserade fallet genom en uppdelning i ett rent uttagsfall, där E_o-E_{in} tas ut och ett balanserat fall, där E_{in} tas ut och återföres. Den rena uttagskomponenten har behandlats i tidigare avsnitt. I den följande diskussionen behandlas bara det balanserade fallet där $E_o=E_{in}$.

Det ur analyssynpunkt enklaste fallet är att det föreskrivna effektuttaget varierar rent sinusformat:

$$Q(t) = Q_1 \cdot \sin(\frac{2\pi t}{t_o}) \qquad (10.8.5.1)$$

(*) Idén om ett optimalt röravstånd emanerar från uppfinnaren Ove Platell, Sigtuna.

Återladdning är mest aktuell för system med många brunnar, eftersom influensen ökar kraftigt med antalet brunnar. Vi antar för den fortsatta analysen att vi har ett sådant system med låt oss säga åtminstone 10 brunnar. Vi förutsätter också att de ligger i ett regelbundet mönster utan stora variationer i inbördes avstånd. Approximativt kan då för en inre brunn problemet göras cylindersymmetriskt. En cylinderregion runt brunnen tillskrives denna. Cylinderns radie R_1 väljes så att den totala bergvolymen ej ändras. För brunnar i ett kvadratiskt mönster med ett brunnsavstånd B gäller då:

$$B^2 = \pi R_1^2 \qquad (10.8.5.2)$$

Vid brunnens cylinderyta sättes värmeflödet till noll av symmetriskäl.

Processen för en inre brunn har omformulerats så att den i huvudsak blir den som behandlas i avsnitt 5.2.4. Brunnen ligger i centrum av en utåt isolerad cylinderregion med radien R_1. Vid brunnen har man en sinusformad effekt som pulserar in och ut. Se figur 5.2.10.

Effektens amplitud q_1 per meter brunn blir:

$$q_1 \simeq \frac{Q_1}{HN_b} \qquad (10.8.5.3)$$

Sambandet mellan amplitud för brunnstemperatur och effekt ges i komplexvärd form av formel 5.2.4.4. Formeln avser bara den aktuella rent periodiska processen. Brunnstemperaturen blir då:

$$T_{R1}(t) = -\frac{Q_1}{HN_b} \cdot \frac{A}{2\pi\lambda} \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} - B\right) \qquad (10.8.5.4)$$

Minustecknet beror på att effektutflöde räknas positivt i avsnitt 5.2.4. Amplitudfunktionen A och fasfunktionen B beror på r_o och r_1, vilka definieras av formel 5.2.4.2:

$$d_o = \sqrt{\frac{at_o}{\pi}} \qquad r_o = R_o \cdot \frac{\sqrt{2}}{d_o} \qquad r_1 = R_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{d_o} \qquad (10.8.5.5)$$

Funktionerna $A(r_o,r_1)$ och $B(r_o,r_1)$ ges i figurerna 5.2.11-13. Amplituden på temperaturen vid brunnen är enligt 10.8.5.4:

$$\frac{Q_1}{HN_b} \cdot \frac{A(r_o,r_1)}{2\pi\lambda} \qquad (10.8.5.6)$$

Exempel. Givet ett större fält med brunnar placerade i ett kvadratiskt mönster. Inbördes brunnsavstånd är B. Följande data gäller:

$$\frac{Q_1}{HN_b} = 30 \text{ W/m} \qquad R_o = 0.075 \text{ m}$$

$$\lambda = 3.0 \text{ W/m}\cdot\text{K} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3\cdot\text{K} \qquad (10.8.5.7)$$

$$B = 3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15 \text{ m} \qquad t_o = 1 \text{ år}$$

Då gäller:

$$a = 1.39\cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$r_o = 0.0284 \qquad d_o = 3.73 \text{ m}$$

$$\underline{B = 3 \text{ m}}: \quad R_1 = 1.69 \qquad r_1 = 0.642$$

$A \simeq 4.9$ (figur 9.2.11)

Temperaturamplituden blir då

$$30 \cdot \frac{4.9}{2\pi\cdot 3.0} = 7.8^oC$$

$$\underline{B = 6 \text{ m}}: \quad r_1 = 1.28 \qquad A \simeq 3.3 \rightarrow 5.3^oC$$

$$\underline{B = 9 \text{ m}}: \quad r_1 = 1.93 \qquad A \simeq 3.5 \rightarrow 5.6^oC$$

$$\underline{B = 12 \text{ m}}: \quad r_1 = 2.57 \qquad A \simeq 3.6 \rightarrow 5.7^oC$$

$$\underline{B = 15 \text{ m}}: \quad r_1 = 3.21 \qquad A \simeq 3.7 \rightarrow 5.9^oC$$

För stora avstånd mellan brunnarna påverkar dessa ej varandra. Amplituden $A(r_o,r_1)$ blir lika med det ostörda fallet $A(r_o,\infty)$, vilket behandlas i avsnitt 5.3.8. Motsvarande amplitud betecknas där $A(R')$. Formel 5.2.3.11 kan användas. Ett lämpligt kriterium på att variationen under årscykeln ej påverkar omgivande brunnar blir enligt figur 5.2.11:

$$r_1 = R_1 \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{at_o}} > 3 \qquad (10.8.5.8)$$

För brunnar i ett kvadratiskt gitter blir detta enligt 10.8.5.2:

$$B \cdot \sqrt{\frac{2}{at_o}} > 3 \qquad (10.8.5.9)$$

Kraven 10.8.5.8-9 kan tas som ett allmänt kriterium för att brunnarna ej influerar varandra. Observera förutsättningen med balanserad återladdning. Har man ett nettovärmeuttag per år får man en influens.

Exempel. $t_o = 1$ år $\qquad C = 2.16\ MJ/m^3 \cdot K$

$$\lambda = 3.5 \Rightarrow B > 15\ m$$

$$\lambda = 3.0 \Rightarrow B > 14\ m \qquad (10.8.5.10)$$

Funktionen A ger ett gott mått på influensen mellan brunnarna vid balanserad återladdning. Vid minskade B eller r_1 ges influensen av A enligt figurer 5.2.11. Det är intressant att notera att man har ett minimum för ett visst avstånd. Detta minimum diskuteras i avsnitt 5.2.4.2. I figur 5.2.14 anges r_1 som funktion av r_o för minimat. Detta minimum representerar ett optimalt brunnsavstånd för ett system med många bergvärmebrunnar i ett regelbundet mönster med balanserad återladdning.

Exempel. Låt oss se på exemplet ovan med data enligt (10.8.5.7). Då erhålls:

$$r_o = 0.0284$$

Figur 5.2.14 ger för det optimala avståndet:

$$r_1 = 1.28 \qquad \text{dvs.} \quad B = 6.0\ m$$

För bergvärmebrunnar med periodtiden $t_o = 1$ år ligger r_o i intervallet 0.02-0.03. Kriteriet för optimalt röravstånd är då att r_1 ligger i intervallet 1.25 till 1.30. Exemplet ovan och figur 5.2.11 visar att temperaturamplituden vid optimalt avstånd ligger cirka 10% under värdet vid stort röravstånd. Då r_1 minskas från optimalt värde ökar temperaturamplituden. Värdet vid stort röravstånd passeras vid $r_1 \simeq 0.8$. Härefter ökar amplituden snabbt då avståndet minskas.

Låt oss sammanfatta denna diskussion. Givet ett system med bergvärmebrunnar med återladdning. Om det årliga värmeuttaget skiljer sig från den återladdade värmemängden, skall den obalanserade delen analyseras enligt tidigare avsnitt. Influensen mellan brunnar beror för den balanserade delen huvudsakligen av grundkomponenten (10.8.5.1). Korta effektpulser och snabbare sinusvariationer behandlas på samma sätt som för en ostörd brunn.

Låt oss nu se på en inre brunn i ett system med relativt många brunnar. Brunnen tillskrivs en cylinderregion med radien R_1 ($R_1 = B/\sqrt{\pi}$ för ett kvadratiskt mönster). Brunnstemperaturens amplitud för grundkomponenten (10.8.5.1) ges av formlerna 10.8.5.4-5. Influensen mellan brunnarna bestäms av R_1 enligt följande:

Försumbar influens: $r_1 = R_1\sqrt{\frac{2\pi}{at_0}} \gtrsim 3$

Måttlig influens: $0.8 \lesssim r_1 \lesssim 3$ (10.8.5.11)

Optimalt värde $r_1 \simeq 1.25\text{-}1.30$

Stark influens: $r_1 \lesssim 0.8$

För det optimala värdet $r_1 = 1.25\text{-}1.30$ ligger temperaturamplituden för grundkomponenten (10.8.5.1) cirka 10% under ostört värde.

För ett kvadratiskt mönster med ett avstånd B mellan brunnarna blir kriterierna 10.8.5.11:

Försumbar influens: $B \gtrsim 2\sqrt{at_0}$

Måttlig influens: $0.6\sqrt{at_0} \lesssim B \lesssim 2\sqrt{at_0}$ (10.8.5.12)

Optimalt värde $B \simeq 0.9\sqrt{at_0}$

Stark influens: $B \lesssim 0.6\sqrt{at_0}$

Exempel. t_0 = 1 år $\qquad$ C = 2.16 MJ/m^3•K

λ = 3.5 W/m•K $\Rightarrow$ $\sqrt{at_0}$ = 7.15 m

λ = 3.0 W/m•K $\Rightarrow$ $\sqrt{at_0}$ = 6.62 m

Detta ger om vi tar $\sqrt{at_0} \simeq 7$ m:

Försumbar influens: B $\gtrsim$ 14 m

Måttlig influens: 4 < B < 14 m

Stark influens: B $\lesssim$ 4 m

Optimalt avstånd: B $\simeq$ 6.3 m

10.8.6 g-funktioner för system med sneda brunnar

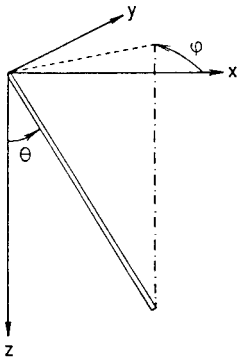
I detta avsnitt behandlas ett antal brunnskonfigurationer med sneda brunnar. En fördel med att brunnarna borras snett är att en stor markvolym kan utnyttjas även då borrhålen är placerade relativt nära varandra vid markytan.

Den dimensionslösa temperaturresponsfunktionen g svarande mot medeleffekten Q_0 behandlas i avsnitt 10.8.3. Såsom för fallet med vertikala brunnar beror funktionen av konfigurationen samt av de dimensionslösa parametrarna t/t_1, R_0/H och B/H. Dessa parametrar utnyttjas i avsnitt 10.8.4. För sneda brunnar tillkommer två vinkelparametrar θ och φ. Se figur 10.43. Dessa anger brunnens lutning relativt lodlinjen samt orientering relativt x-axeln. För sneda brunnar är g en funktion enligt nedan:

$$g = g(t/t_1,\ R_0/H,\ B/H,\ \theta,\ \varphi,\ \ldots)$$

där

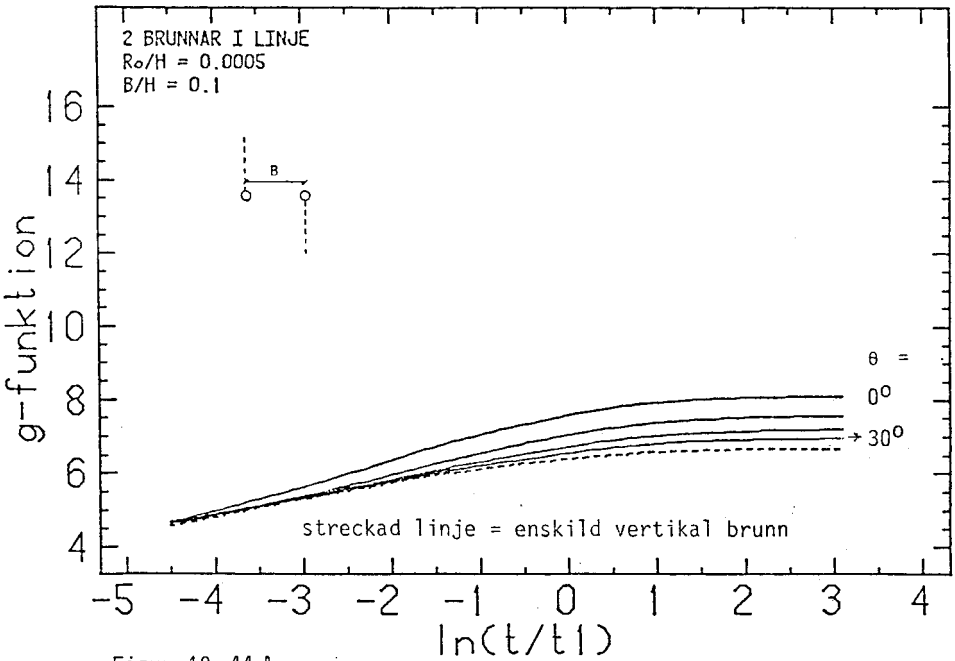
$$t_1 = H^2/(9a)$$



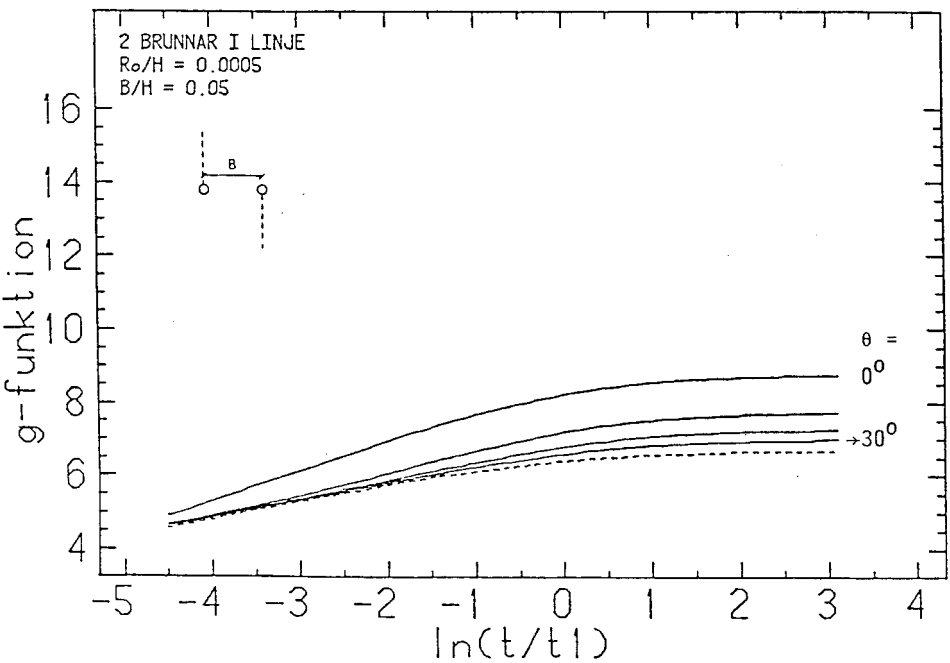
Figur 10.43. Riktningsvinklarna θ och φ för sned brunn.

På följande sidor ges g-funktionen för ett antal konfigurationer där parametrarna B/H och θ varieras. Brunnarnas lutning θ varieras mellan 0 och 30 grader. Brunnarnas riktningar φ relativt x-axeln är fixerade för varje enskild konfiguration. g-funktionerna är beräknade med parametern D_i/H lika med 5/145 = 0.034. Betydelsen av denna parameter är som tidigare nämnts mycket liten.

Brunnarnas relativa lägen förklaras i figurtext samt i insprängd figur. Den nedersta streckade kurvan i varje figur anger g-funktionen för en enskild vertikal brunn.

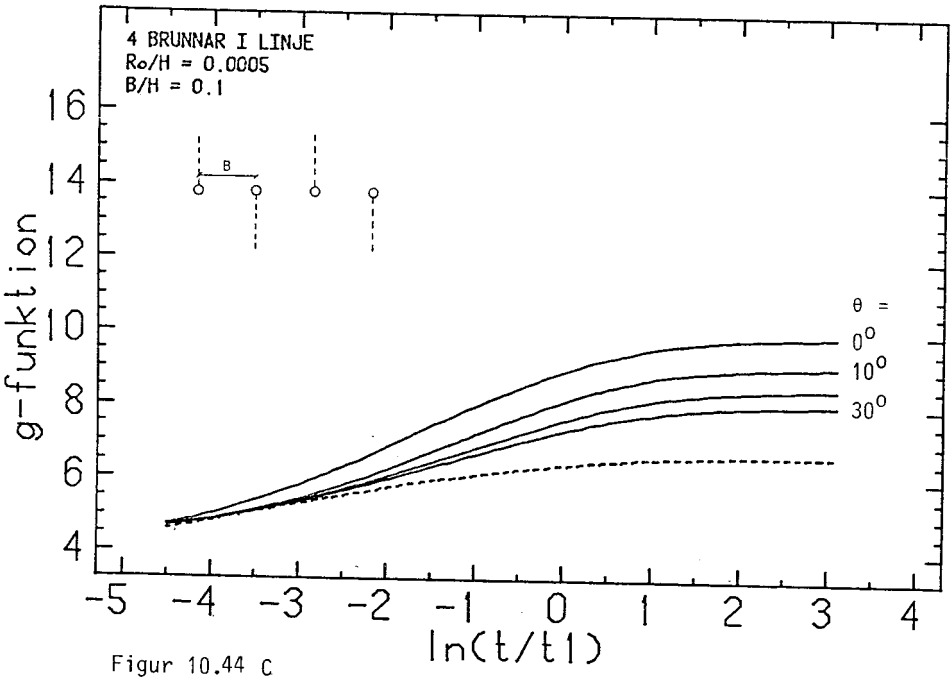


Figur 10. 44 A

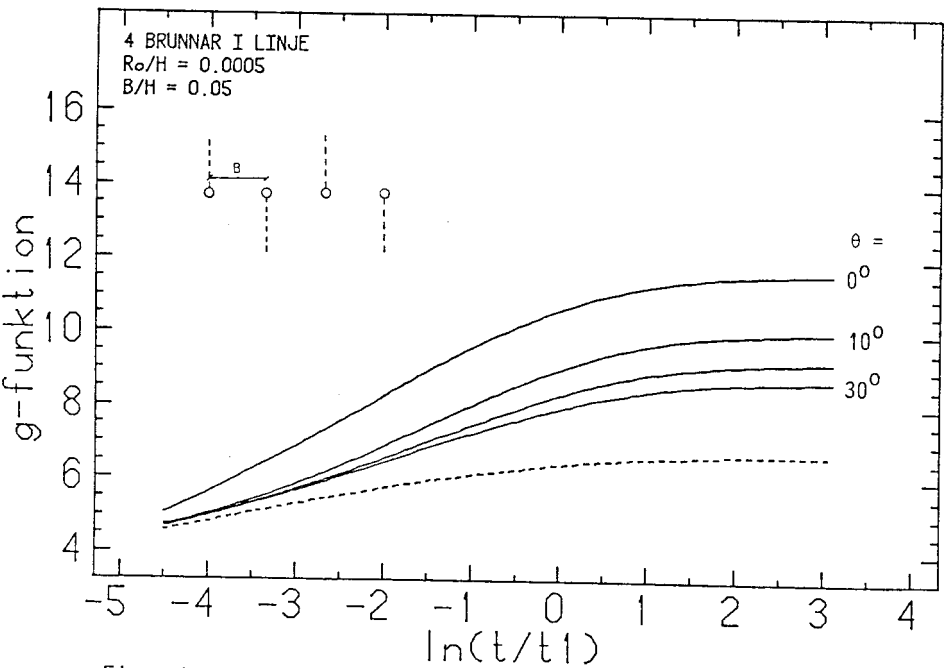


Figur 10. 44 B

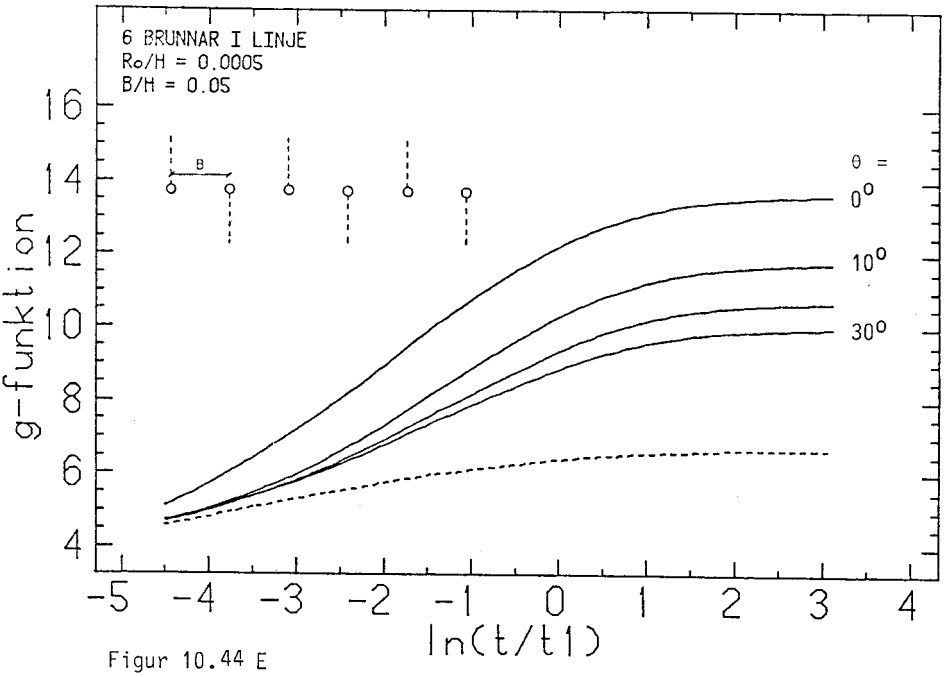
Figur 10. 44 A-F. g-funktionen för brunnar placerade i linje. Avståndet vid markytan mellan två närliggande brunnar är B. Brunnarnas lutning θ antar värdena 0, 10, 20 och 30 grader. Brunnarnas riktning visas med streckade linjer i insprängd figur.



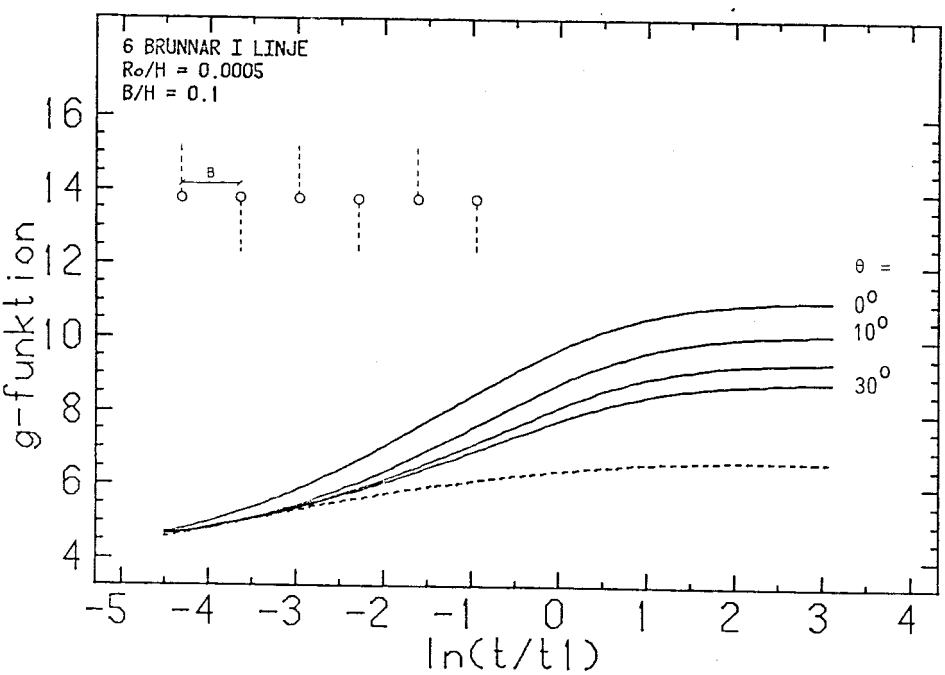
Figur 10.44 C



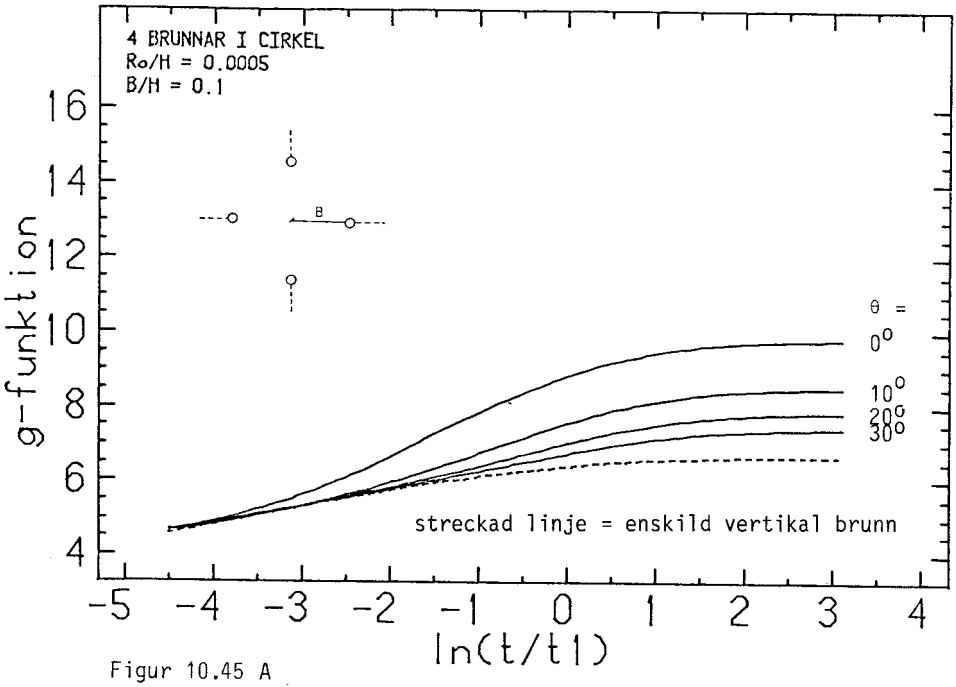
Figur 10.44 D



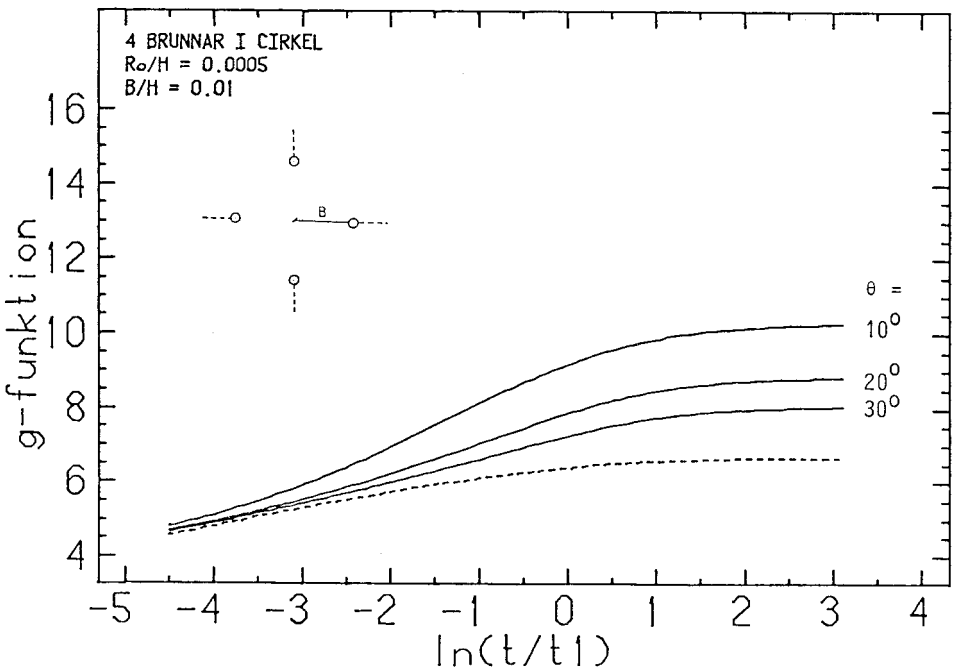
Figur 10.44 E



Figur 10.44 F

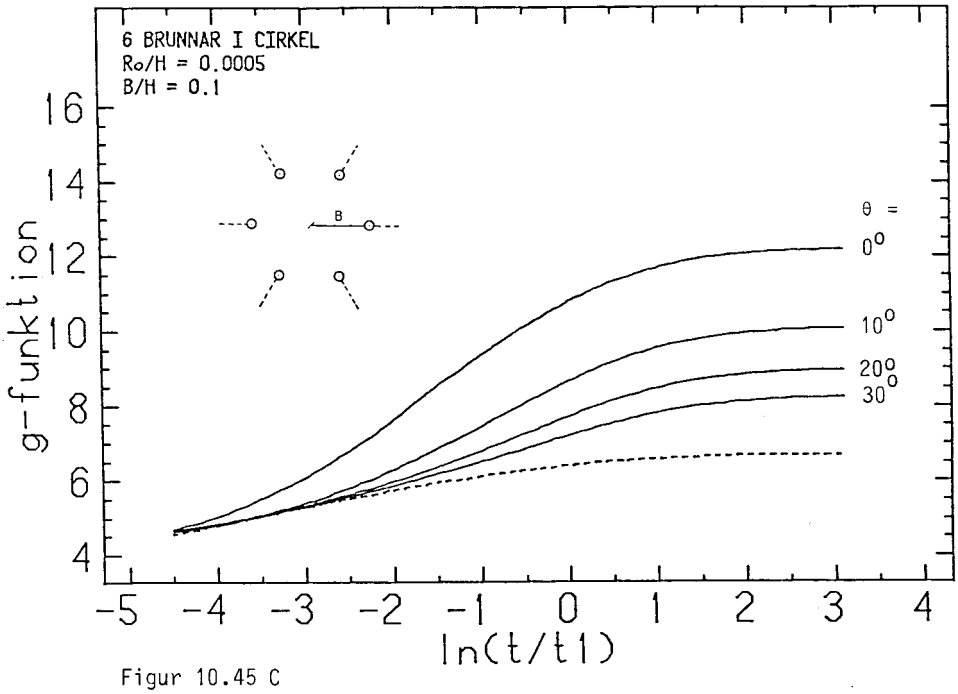


Figur 10.45 A

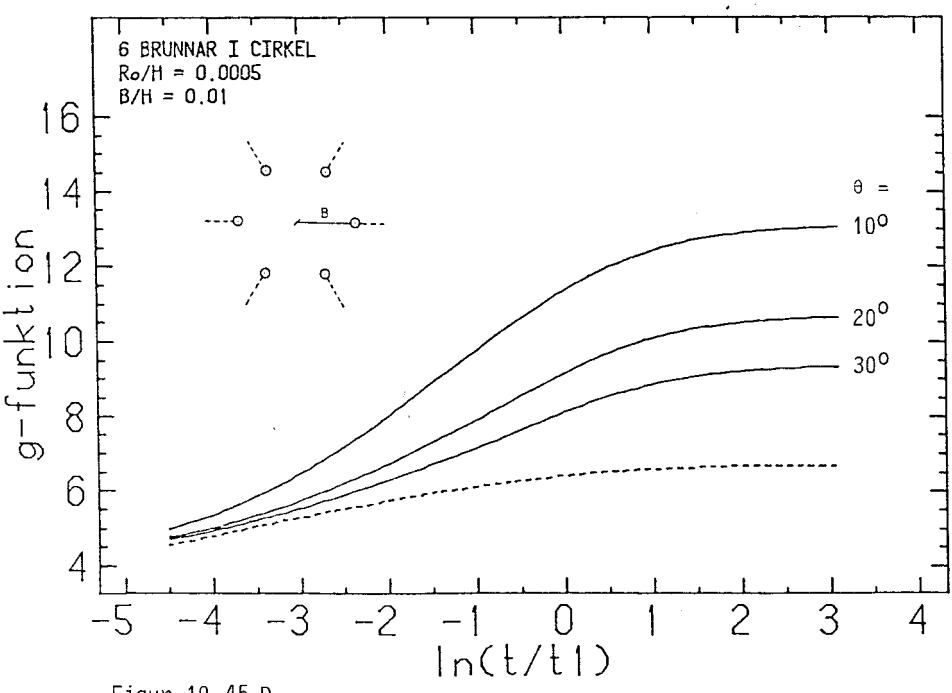


Figur 10.45 B

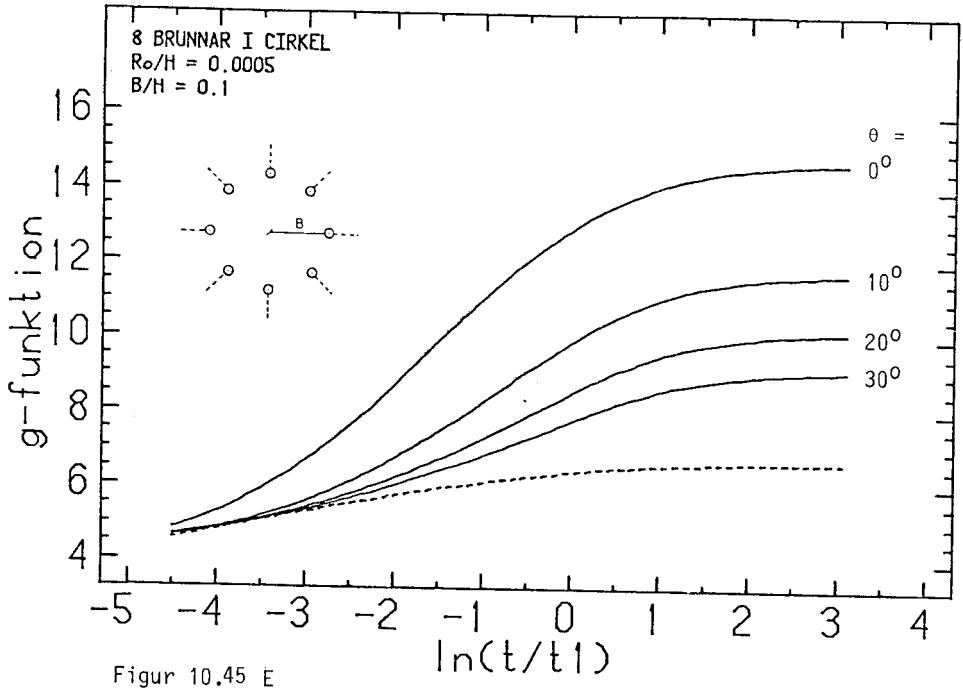
Figur 10.45 A-F. g-funktionen för brunnar placerade i en cirkel. Radien på cirkeln är B vid markytan. Brunnarnas lutning θ varieras mellan 0 och 30 grader. Brunnarnas riktning visas med streckade linjer i insprängd figur.



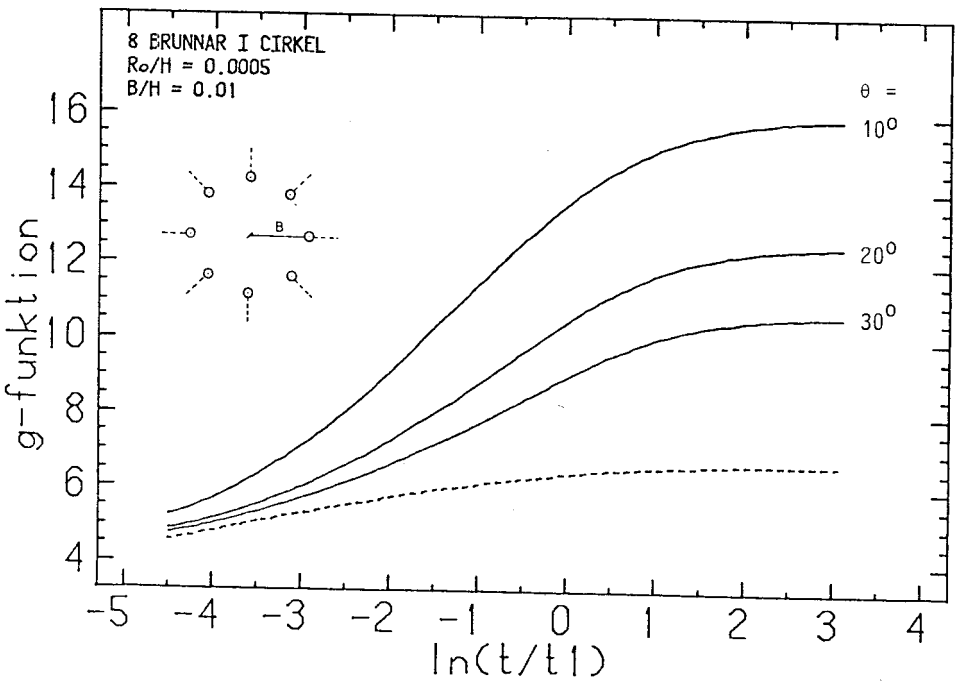
Figur 10.45 C



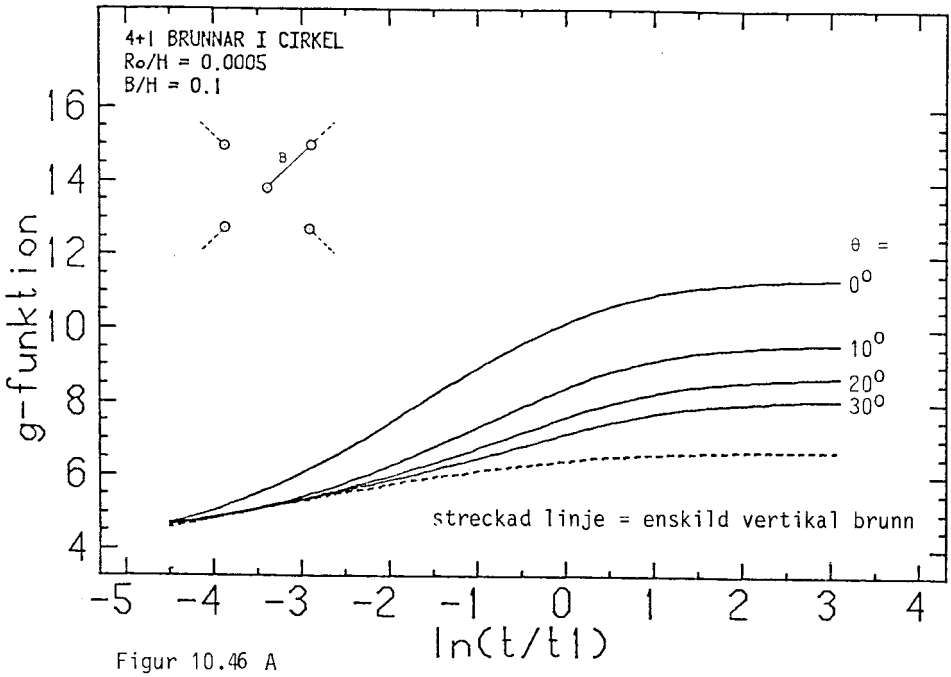
Figur 10.45 D



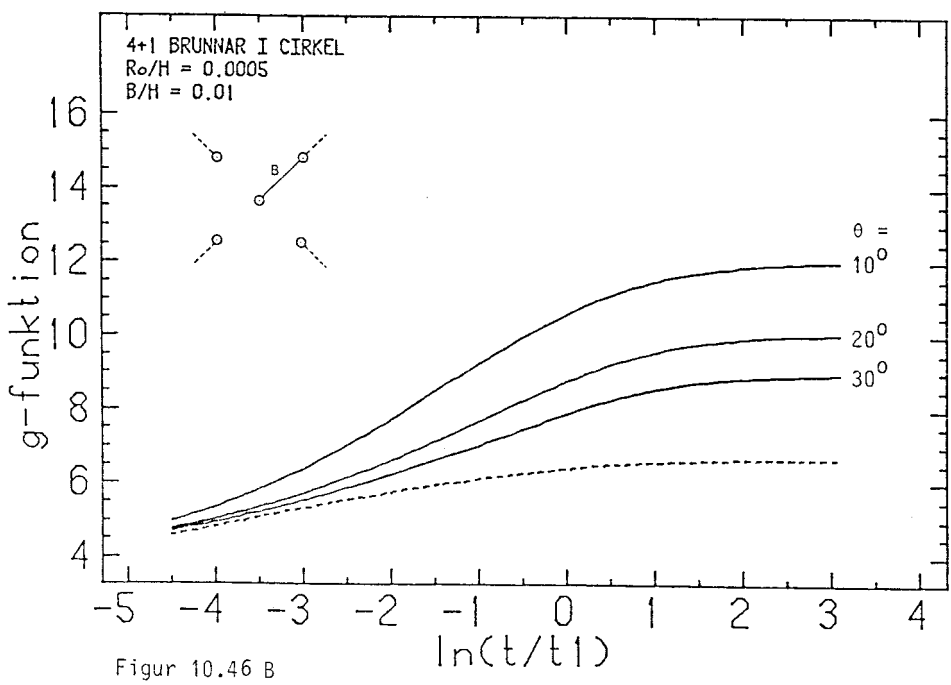
Figur 10.45 E



Figur 10.45 F

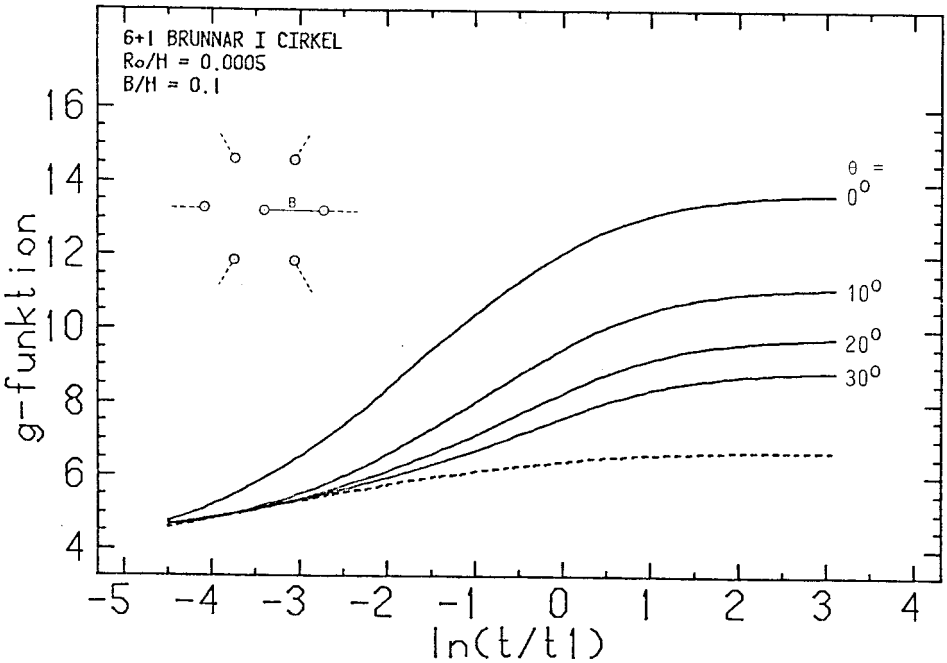


Figur 10.46 A

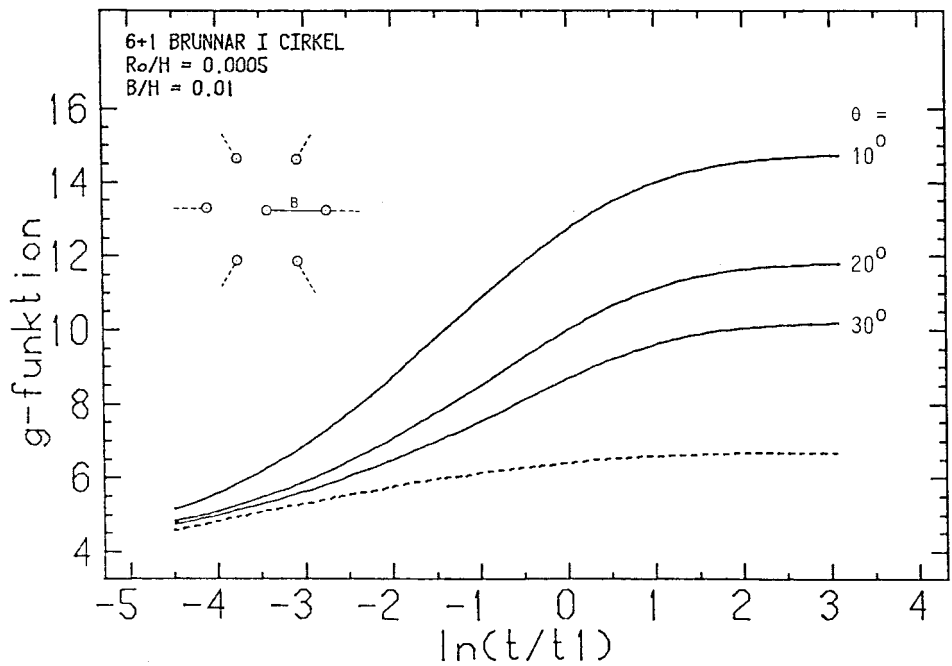


Figur 10.46 B

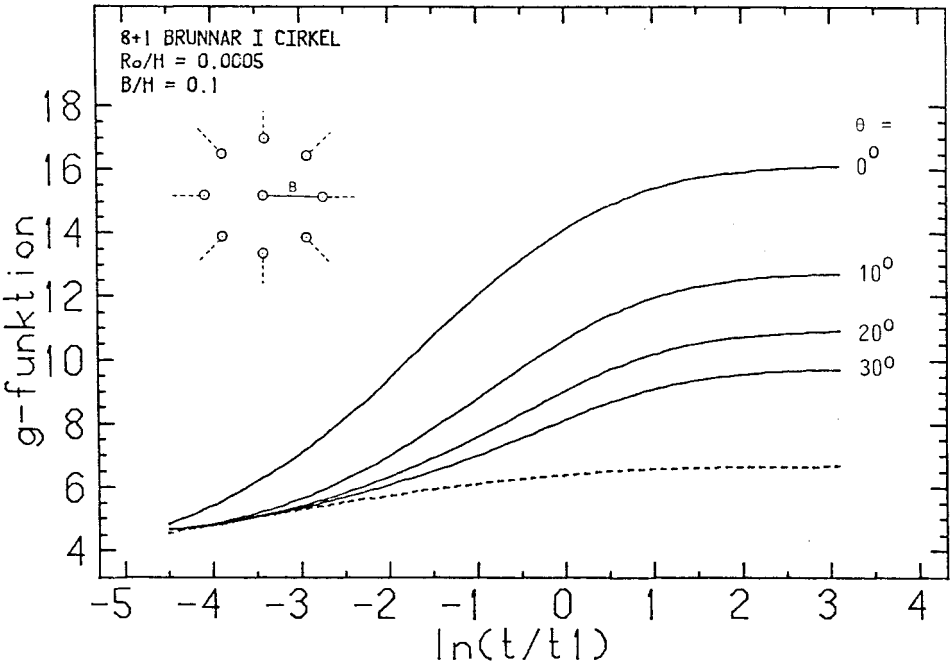
Figur 10.46 A-F. g-funktionen för brunnar placerade i en cirkel. I mitten på cirkeln är en vertikal brunn placerad. Radien på cirkeln är B vid markytan. Cirkelbrunnarnas lutning θ varieras mellan 0 och 30 grader. Brunnarnas riktning visas med streckade linjer i insprängd figur.



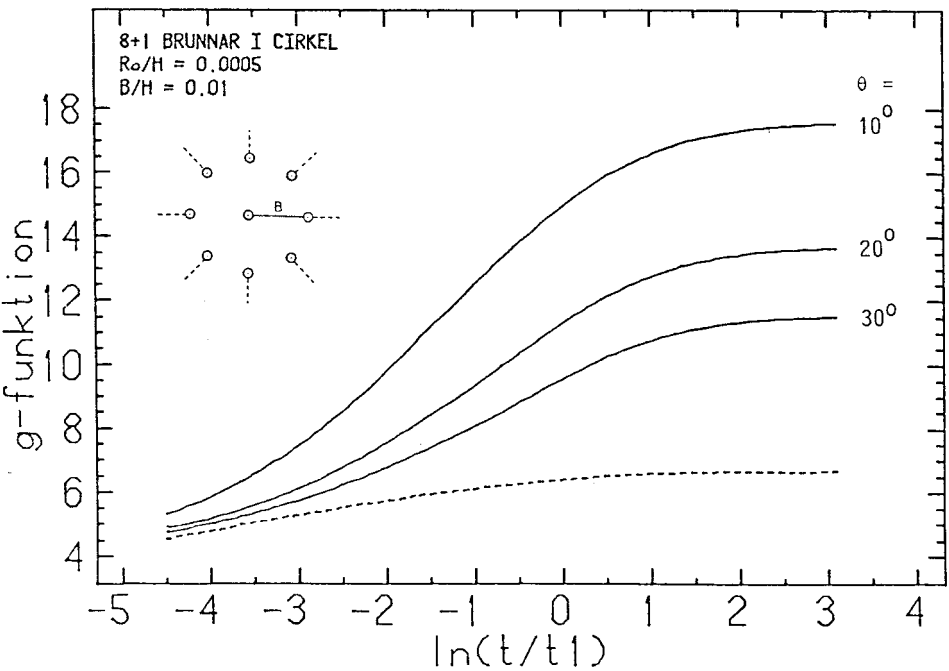
Figur 10.46 C



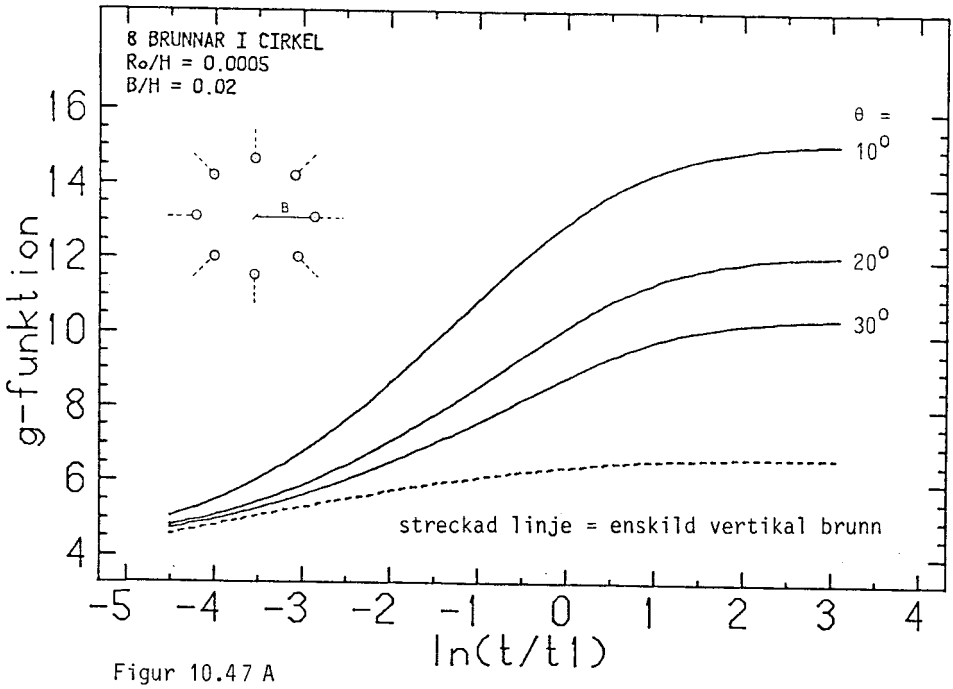
Figur 10.46 D



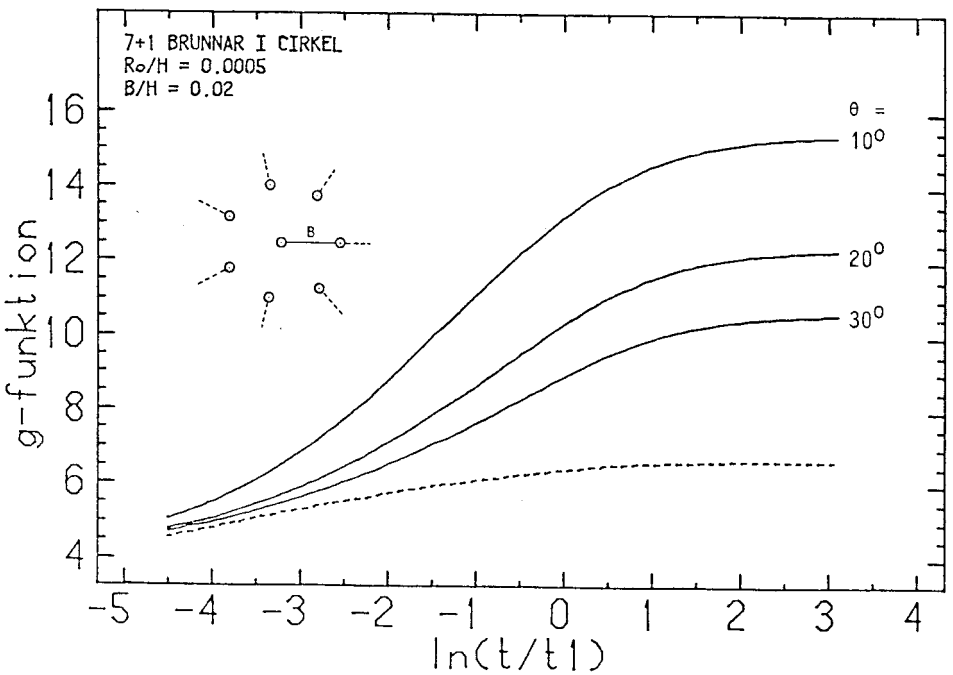
Figur 10.46 E



Figur 10.46 F

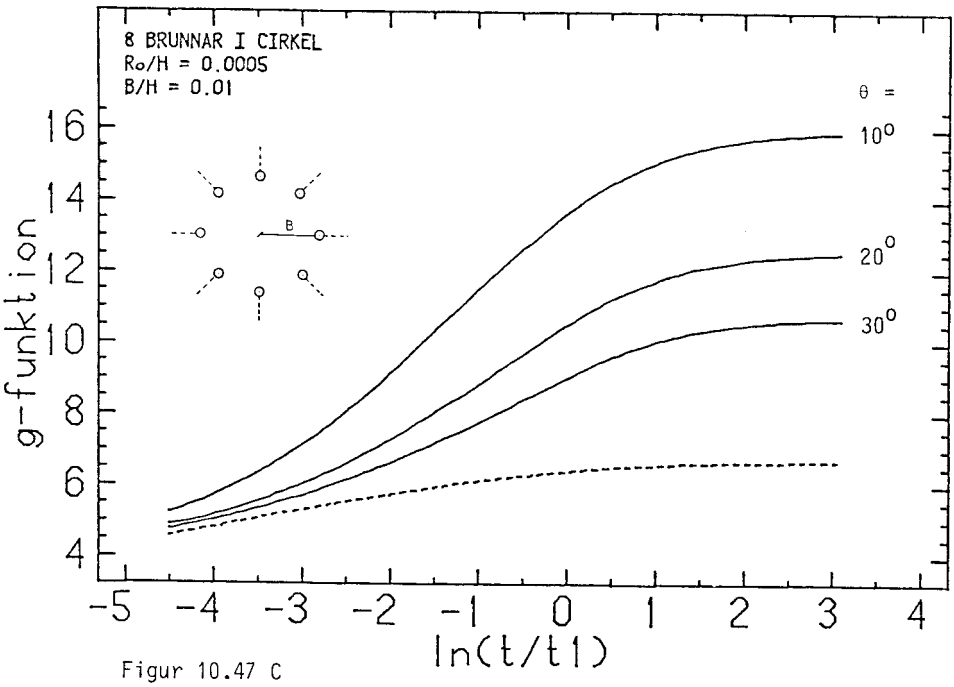


Figur 10.47 A

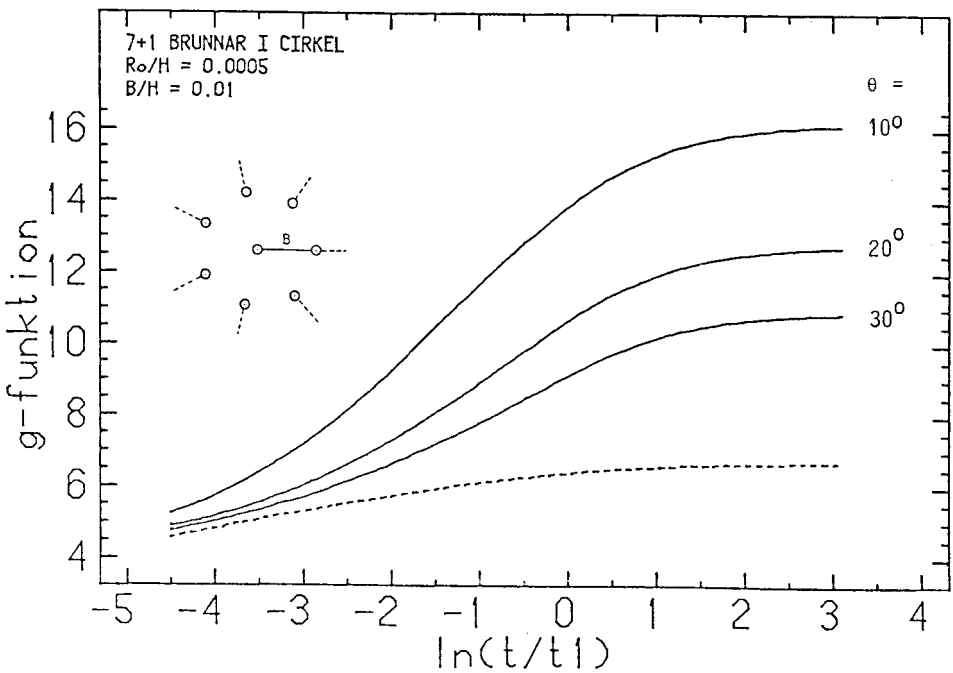


Figur 10.47 B

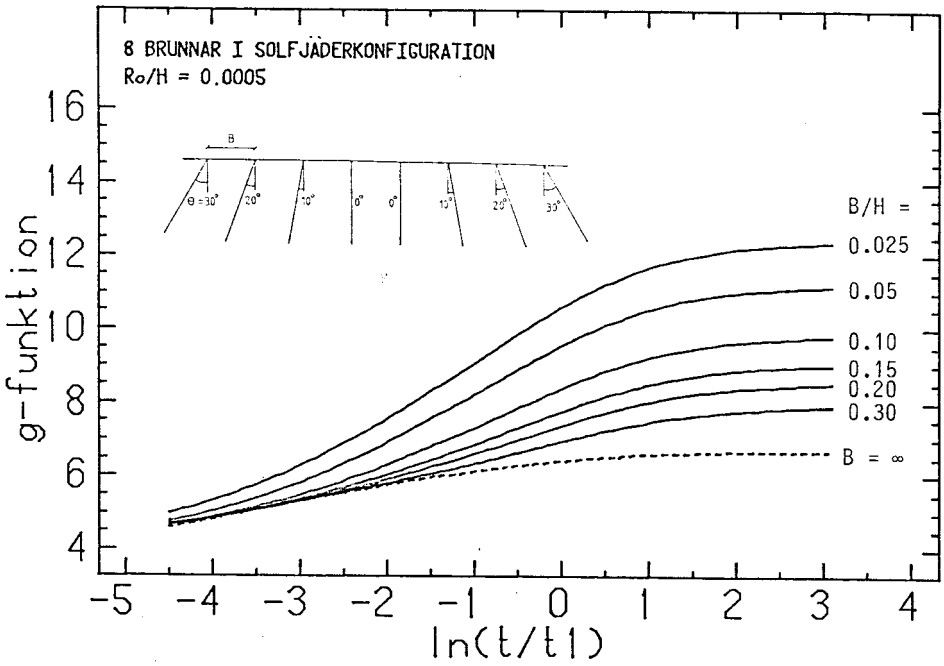
Figur 10.47 A-D. g-funktionen för 8 brunnar placerade i cirkel, övre figur, samt g-funktionen för 7 brunnar i cirkel plus en vertikal brunn i cirkelns mitt, nedre figur. (Kurvorna för A och B respektive C och D sammanfaller. Se avsnitt 10.8.8.2).



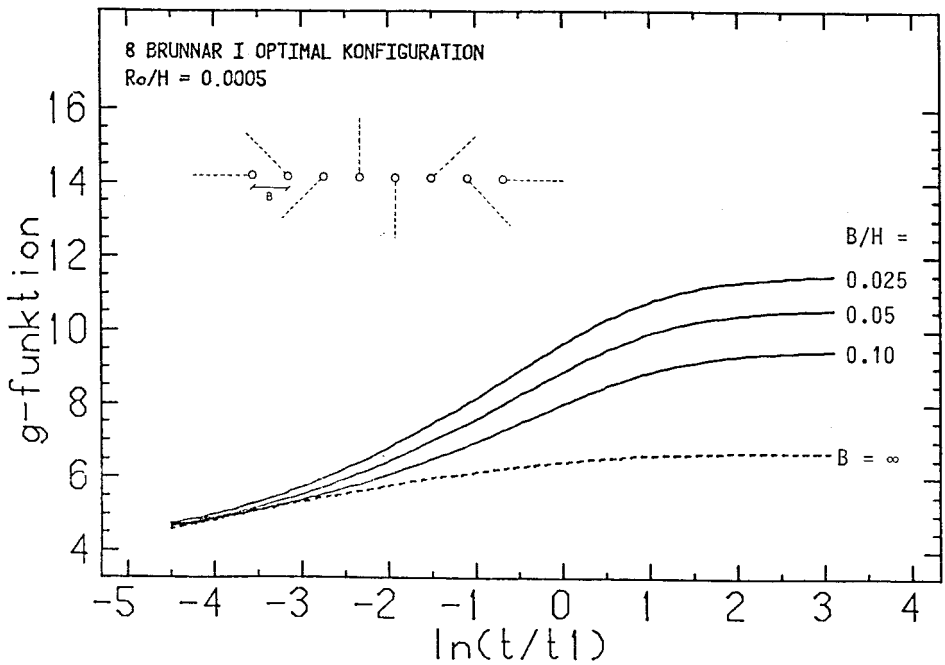
Figur 10.47 C



Figur 10.47 D



Figur 10.48 A. g-funktionen för 8 brunnar placerade i solfjäder-konfiguration. Konfigurationen visas i ett vertikalt tvärsnitt genom marken.



Figur 10.48 B. g-funktionen för 8 sneda brunnar placerade ekvidistant längs en linje vid markytan. Avståndet mellan två närliggande brunnar är B vid markytan. Samtliga brunnar lutar 20°. Brunnarnas riktning visas med streckade linjer i insprängd figur.

10.8.7 Effektuttag för inre och yttre brunnar

För ett system av bergvärmebrunnar är det av intresse att veta hur effektuttaget fördelar sig på de enskilda brunnarna. För att direkt kunna jämföra olika konfigurationer har värmeuttagsstrategien valts på ett annat sätt än i de tidigare studierna.

Samtliga brunnar i ett system har en given konstant brunnstemperatur T_R som ej varierar i tiden. Värmeuttaget blir olika för brunnar med olika lägen i en given brunnskonfiguration. Inre brunnar ger mindre effekt än yttre brunnar. Följande data användes.

$$\lambda = 3.5 \text{ W/mK} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3\text{K}$$

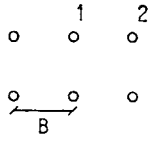
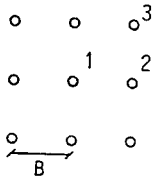
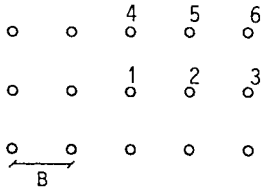
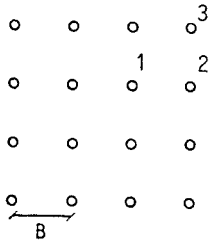
$$R_0 = 0.055 \text{ m} \qquad H = 145 \text{ m} \qquad D_i = 5 \text{ m} \qquad (10.8.7.1)$$

$$T_{om} - T_R = 6^oC$$

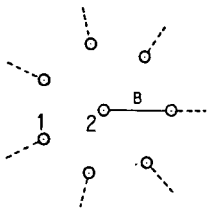
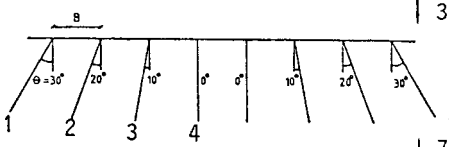
	Värmeuttag	Medeleffekt
år 5	28.1 MWh/år	22 W/m
år 25	25.5 MWh/år	20 W/m

Tabell 10.16. Värmeuttaget för en enskild brunn med data enligt (10.8.7.1). Brunnstemperatursänkningen relativt ostörd mark är 6^oC.

För system med flera brunnar jämföres värmeuttaget från vissa av brunnarna med värmeuttaget för en enskild brunn. Det relativa värmeuttaget anges i procent i tabell 10.17-10.18. De konfigurationer som använts vid jämförelserna visas till vänster i tabellen. Tabell 10.18 ger värmeuttaget för sneda brunnar.

Konfiguration enligt figur:	B (m):	Brunn:	år 5	år 25
	14.5	1	65%	52%
		2	83	62
	29	1	91	69
		2	94	78
	14.5	1	49	35
		2	62	46
		3	72	56
	29	1	87	56
		2	90	66
		3	94	75
	14.5	1	43	26
		3	61	44
		6	71	54
	29	1	86	49
		3	90	65
		6	94	74
	14.5	1	42	26
		2	58	40
		3	71	52
	29	1	86	49
		2	90	62
		3	94	72

Tabell 10.17. Värmeuttag för några av brunnarna i ett antal olika system. Värmeuttaget anges i procent relativt en enskild brunn. Data enligt (10.8.7.1).

Konfiguration enligt figur:	B (m):	θ:	Brunn:	år 5	år 25
	2.9	10	1	65%	51%
			2	50	36
		20	1	82	65
			2	74	51
		30	1	89	75
			2	71	64
	3.62		1	88	77
			3	76	59
			4	61	47
	7.25		1	92	82
			3	83	66
			4	73	57

Tabell 10.18. Värmeuttag för några av brunnarna i ett antal olika system. Värmeuttaget anges i procent relativt en enskild brunn. Data enligt (10.8.7.1).

10.8.8 Jämförelser mellan olika brunnskonfigurationer

I detta avsnitt redovisas några fall där olika system av bergvärmebrunnar jämföres. Endast skillnader på grund av medeleffektkomponenten studeras. För närmare beskrivning av denna komponent hänvisas till avsnitt 10.8.3. För beräkningarna användes nedanstående data:

$$\lambda = 3.5 \text{ W/mK} \qquad C = 2.16 \text{ MJ/m}^3\text{K} \qquad R_o = 0.055 \text{ m}$$

$$H = 150 \text{ m} \qquad D_i = 5 \text{ m} \qquad (H_b = H+D_i = 155 \text{ m}) \qquad (10.8.8.1)$$

Detta ger:

$$R_o/H = 0.00037 \qquad a = 1.62 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$$

$$t_1 = H^2/(9a) = 150^2/(9 \cdot 1.62 \cdot 10^{-6})\ s = 48.9\ \text{år}$$

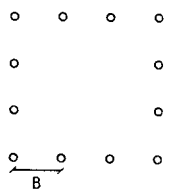
10.8.8.1 Borttagande av inre brunnar

Ett system med tolv brunnar jämföres med ett system med sexton brunnar enligt figuren nedan. De fyra centralhålens betydelse skall studeras.

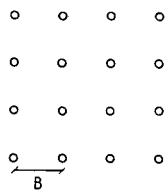
Fall a. Tolv brunnar placerade i en kvadrat: $N_b = 12$. Se vänster figur nedan.

Fall b. Sexton brunnar placerade i en kvadrat: $N_b = 16$. Se höger figur nedan.

För båda fallen gäller att avståndet mellan två närliggande brunnar är 15 meter. Värmeuttaget är på 54.2 kW eller 480 MWh/år. Detta motsvarar 30.4 W/m och 22.8 W/m för tolv- respektive sextonbrunnssystemet.



Fall a.



Fall b.

Temperatursänkningen efter 25 år skall beräknas för båda fallen. Data ges av (10.8.8.1). Ur dessa erhålles

a. $Q_o/(2\pi\lambda HN_b) = 1.38\ ^oC$

b. $Q_o/(2\pi\lambda HN_b) = 1.03\ ^oC$

Värdet på g-funktionen avläses i figur 10.42 J och H

a. g(0.51, 0.0005, ...) = 11.2

b. g(0.51, 0.0005, ...) = 13.9

Dessa värden omräknas för aktuell brunnsradie enligt (10.8.3.4) till 11.2 + 0.3 = 11.5 respektive 13.9 + 0.3 = 14.2.

Temperatursänkningen i brunnen blir enligt formel 10.8.3.3

a. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 11.5 = 15.8^oC$

b. $T_{om} - T_R = 1.03 \cdot 14.2 = 14.8^oC$

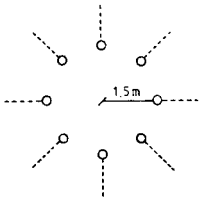
Den relativt lilla skillnaden i temperaturer, $1\ ^oC$, visar att de fyra centralhålens bidrag till medeleffektuttaget är ytterst litet efter 25 år. Centralhålen är dock väsentliga för överlagrade korttidspulser. För dessa är bidraget till temperatursänkningen direkt proportionellt mot totala antalet meter brunn. Dimensioneras systemet för kortvariga maxbelastningar är således de fyra mittbrunnarna av betydelse.

10.8.8.2 Med eller utan en centralbrunn

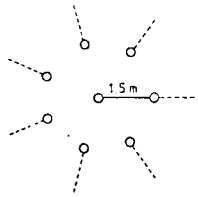
Givet två konfigurationer med vardera åtta brunnar. Se figuren nedan. Förutsättningarna är för övrigt helt identiska för de båda systemen.

Fall a. Åtta sneda brunnar placerade i en cirkel med radien B = 1.5 meter vid markytan. Se vänster figur på nästa sida.

Fall b. Sju sneda brunnar placerade i en cirkel med radien 1.5 meter vid markytan samt en vertikal brunn placerad i cirkelns mitt. Se höger figur på nästa sida.



Fall a.



Fall b.

För båda systemen gäller att alla sneda brunnar är vinklade 20 grader från lodlinjen och riktade radiellt ut från cirkelns mitt. Värmeuttaget är på 320 MWh/år eller 30.4 W/m. Övriga data enligt nedan och (10.8.8.1).

$N_b = 8$ $\qquad Q_o = 8 \cdot 150 \cdot 30.4 = 36\ 480$ W

$B = 1.5$ $\qquad \theta = 20^o$

Detta ger

$B/H = 0.01$ $\qquad Q_o/(2\pi\lambda H N_b) = 1.38\ ^oC$

Temperatursänkningen i brunnen beräknas på samma sätt som i avsnitt 10.8.8.1. Värdet på g-funktionen avläses i figur 10.47.

Efter 25 år erhålles

a. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 9.7 = 13.4\ ^oC$ (8 brunnar)

b. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 9.9 = 13.7\ ^oC$ (7 + 1 brunnar)

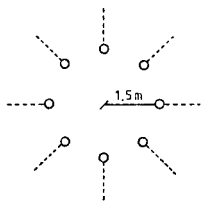
Den obetydliga skillnaden i temperaturer, ca 2 procent, visar att de båda systemen är likvärdiga vad det gäller influensen mellan brunnarna.

10.8.8.3 Åtta kontra sex sneda brunnar

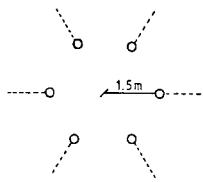
Ett system med åtta brunnar i cirkel jämföres med ett system med sex brunnar i cirkel. Samtliga brunnar lutar 20° radiellt ut från cirkelns mitt. Värmeuttaget är samma för båda systemen.

Fall a. Samma system som i fall a avsnitt 10.8.8.2. Åtta sneda brunnar i cirkel enligt vänster figur nedan. Brunnarna lutar 20 grader från lodlinjen.

Fall b. Sex sneda brunnar i cirkel enligt höger figur nedan. Alla data förutom antalet brunnar är samma som i fall a; $N_b = 6$. Värmeuttaget 320 MWh/år motsvarar för sexbrunnsfallet 40.6 W/m. Detta ger att $Q_o/(2\pi\lambda HN_b) = 1.85\ ^oC$.



Fall a.



Fall b.

Temperatursänkningen i brunnen beräknas på samma sätt som i avsnitt 10.8.8.1. Efter 25 år erhålles

a. $T_{om} - T_{Ro} = 1.38 \cdot 9.7 = 13.4\ ^oC$ (8 brunnar)

b. $T_{om} - T_{Ro} = 1.85 \cdot 8.7 = 16.1\ ^oC$ (6 brunnar)

Systemet med sex brunnar kräver cirka 19 procent större temperatursänkning i brunnen då effektuttaget för båda systemen är lika. Utan influens mellan brunnarna skulle motsvarande siffra vara 33 procent.

10.8.8.4 Variation av lutningsvinkeln θ

Två system med åtta brunnar i cirkel jämföres. Den enda skillnaden mellan systemen är lutningen θ på brunnarna.

Fall a. Samma system som i fall a avsnitt 10.8.8.2. Åtta sneda brunnar i cirkel. Vinkeln θ = 20 grader.

Fall b. Samma system som i fall a men med vinkeln θ = 30 grader.

Skillnaden mellan systemen framgår genom att direkt jämföra g-funktionen för olika θ. Efter 25 år erhålles:

a. g(0.51, 0.00037,...) = 9.7

b. g(0.51, 0.00037,...) = 8.5

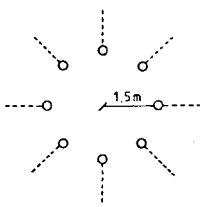
Systemet i fall b där θ = 30 grader kräver cirka 12 procent mindre temperatursänkning i brunnen efter 25 år.

10.8.8.5 Cirkel kontra solfjäderkonfiguration

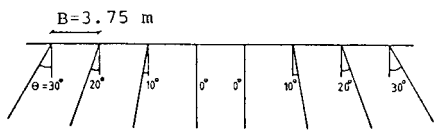
Ett system med åtta brunnar i cirkel jämföres med ett system med åtta brunnar i solfjäderkonfiguration.

Fall a. Samma system som i fall a avsnitt 10.8.8.2. Åtta brunnar placerade i cirkel enligt vänster figur nedan. Brunnarna lutar 20 grader från lodlinjen.

Fall b. Åtta brunnar i solfjäderkonfigurationen enligt höger figur nedan. Figuren visar brunnarnas lutning i ett vertikalt snitt genom marken.
Brunnarna är placerade ekvidistant längs en linje vid markytan. Avståndet mellan två närliggande brunnar B = 3.75 meter. Övriga data är samma som i fall a.



Fall a.



Fall b.

Temperatursänkningen i brunnen beräknas på samma sätt som i avsnitt 10.8.8.1. Efter 25 år erhålles

a. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 9.7 = 13.4\ ^oC$

b. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 9.9 = 13.7\ ^oC$

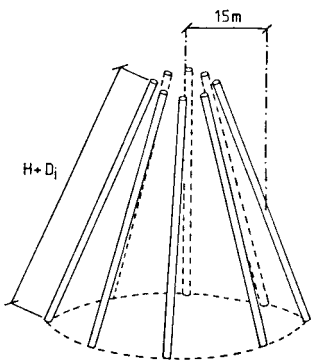
Den obetydliga skillnaden i temperaturer, cirka 2 procent, visar att de båda systemen är likvärdiga vad det gäller influensen mellan brunnarna.

10.8.8.6 Sneda kontra vertikala borrhål

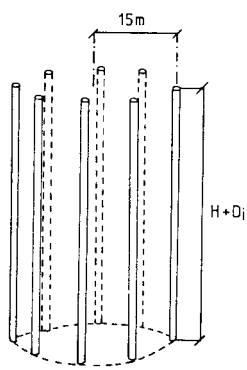
Åtta sneda borrhål i cirkel jämföres med åtta vertikala borrhål i cirkel. För systemet med vertikala borrhål är avståndet mellan borrhålen det som råder på halva brunnsdjupet (D_i + H/2) för systemet med sneda borrhål.

Fall a. Åtta sneda brunnar i cirkel. Se vänster figur nedan. Alla data förutom θ är samma som i fall a avsnitt 10.8.8.2. Lutningen är vald så att cirkelns radie på halva brunnsdjupet är lika med 15 meter. Detta ger att θ är 9.7 grader ty $1.5 + (D_i + H/2) \cdot \sin(9.7^o) = 15$ m.

Fall b. Åtta vertikala brunnar i cirkel. Se höger figur nedan. Radien på cirkeln är 15 meter. Övriga data enligt (10.8.8.1).



Fall a.



Fall b.

Temperatursänkningen i brunnen beräknas på samma sätt som i avsnitt 10.8.8.1. Efter 25 år erhålles

a. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 12.8 = 17.7\ ^oC$

b. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 12.1 = 16.7\ ^oC$

För fallet med vertikala brunnar krävs således en temperatursänkning i brunnen som är 6 procent lägre än för fallet med sneda borrhål. Man kan därför för små vinklar, $\theta \leq 10^o$, approximera sneda borrhål med vertikala borrhål. Villkoret är att avståndet mellan brunnarna på halva brunnsdjupet är lika för båda systemen. Då vinklarna θ är stora är metoden ej lämplig.

10.8.8.7 En felaktigt riktad brunn

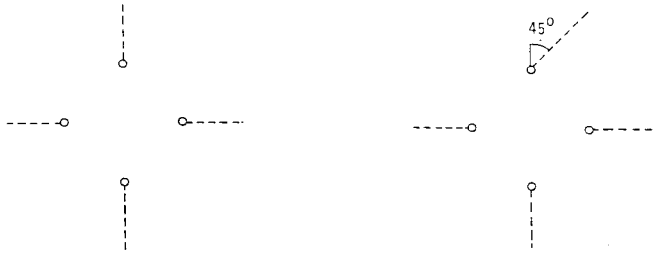
Två fall med fyra sneda brunnar i cirkel jämföres. I det ena fallet är en av brunnarna borrad i fel riktning.

Fall a. Fyra sneda brunnar placerade i en cirkel med radien 1.5 meter. Alla fyra brunnarna lutar vinkeln 20 grader och är riktade radiellt ut från cirkelns mitt. Se vänster figur nedan.

Fall b. Fyra sneda brunnar placerade i en cirkel med radien 1.5 meter. Alla brunnar lutar 20 grader. Tre av brunnarna är riktade radiellt ut från cirkelns mitt. Den fjärde brunnen är borrad 45 grader i fel riktning. Se höger figur nedan.

För båda systemen är värmeuttaget 160 MWh/år. Övriga data som gäller för båda systemen ges nedan samt av (10.8.8.1).

$N_b = 4$ $\quad$ $B = 1.5$ m $\quad$ $\theta = 20^o$ $\quad$ $Q_o = 18.2$ kW



Fall a. Fall b.

Temperatursänkningen i brunnen beräknas som i avsnitt 10.8.8.1. Efter 25 år erhålles:

a. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 7.6 = 10.5\ ^oC$

b. $T_{om} - T_R = 1.38 \cdot 7.8 = 10.8\ ^oC$

Den obetydliga skillnaden i temperaturer, cirka 3 procent, visar att en felborrning av denna typ inte påverkar systemets prestanda nämnvärt.

10.8.9 Optimal brunnskonfiguration

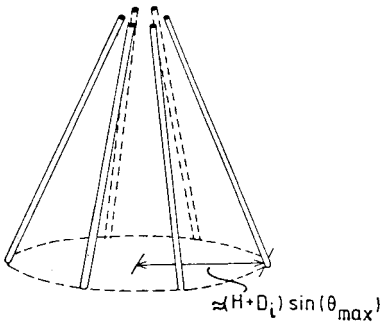
För ett system av bergvärmebrunnar vill man veta hur borrhålen skall placeras för att ge minsta möjliga inbördes influens. De parametrar som kan varieras är brunnarnas lägen vid markytan och borriktningar, d.v.s. lutningen θ relativt lodlinjen och orienteringen φ relativt x-axeln. I detta avsnitt anges optimal brunnsgeometri för två viktiga grundfall.

1. Brunnar borrade inom ett litet område vid markytan

Samtliga brunnar är borrade inom ett litet område. De olika brunnarnas exakta lägen vid markytan är av underordnad betydelse. De kan exempelvis ligga på en cirkel såsom i figur 10.49.

Optimal konfiguration erhålles då samtliga borrhål lutas den maximala vinkeln θ_{max}. Riktningen väljes så att borrhålens spetsar ligger jämnt

fördelade runt i en cirkel vid botten. Denna cirkels radie blir väsentligen lika med $(H+D_i)\cdot\sin(\theta_{max})$.



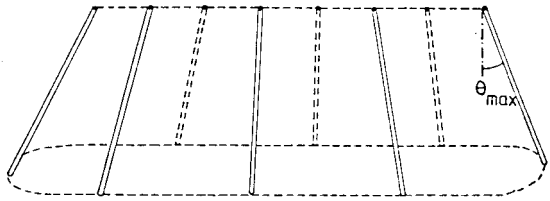
Figur 10.49. Optimal konfiguration då borrhålens maximala lutning är θ_{max} och då dessa är borrade inom ett litet område vid markytan.

Man kan utan att försämra systemet nämnvärt låta vissa av brunnarna ha en mindre lutning än vinkeln θ_{max}. För att i detta fall ligga nära optimalitet är kravet att brunnarnas spetsar ligger jämnt spridda inom cirkeln. För de brunnar som är maximalt gradade skall spetsarna fördelas jämnt på cirkelperiferin. Övriga brunnsspetsar skall spridas jämnt inom cirkeln.

Förutsättningen att brunnarna är borrade inom ett litet område vid markytan är något oprecist. Mera precist gäller att detta område skall vara litet jämfört med cirkelområdet vid borrhålens spetsar. För något större områden vid ytan bör man givetvis eftersträva att sprida brunnarna även där för att minska influensen.

2. Borrhål längs en linje vid markytan

Borrhålen ligger utspridda längs en linje vid markytan. Optimal konfiguration erhålles genom att vinkla samtliga borrhål den maximala vinkeln θ_{max} och sprida borrhålens spetsar jämnt såsom i ovanstående fall. Brunnarna riktas så att de växelvis pekar åt ena och åt andra hållet från den gemensamma förbindningslinjen vid markytan. Borrhålens spetsar hamnar längs en kurva av travbanetyp. Se figur 10.50.



Figur 10.50. Optimal konfiguration då brunnarna ligger utspridda längs en linje vid markytan och då maximala lutningen är θ_{max}.

10.9 Dimensionering för system av brunnar

Vid dimensionering av ett system av brunnar gäller till stora delar den tidigare analysen för en brunn enligt avsnitt 10.4. De modifikationer som krävs för flera brunnar skall redovisas i detta avsnitt. Avsnitt 10.9.1 behandlar fallet med vertikala brunnar. I avsnitt 10.9.2 anges de modifikationer som behövs för sneda brunnar.

10.9.1 Vertikala brunnar

Avståndet eller avstånden mellan brunnarna är en mycket viktig faktor. I avsnitt 10.8.5 ges med formlerna 10.8.5.11-12 avståndskriterier för försumbar, måttlig och stark influens mellan brunnarna för den årliga variationerna av effektuttaget. Man bör observera att dessa kriterier ej gäller för medeleffektuttaget. Kriterierna avser en inre brunn i ett regelbundet brunnsmönster.

Mycket små brunnsavstånd B som ger stark influens enligt formel 10.8.5.12 är knappast aktuella. Ett sådant system med många brunnar blir ett rörvärmelager, om det används på ett rimligt sätt. Dessa behandlas i kapitel 7. Avståndet B mellan brunnarna förutsätts uppfylla:

$$B > 0.6 \sqrt{at_0} \qquad (10.9.1.1)$$

Numeriskt ger detta att brunnsavståndet skall överstiga drygt 4 meter.

De två fallen med måttlig och försumbar influens för variationer under året enligt formel 10.8.5.12 behandlas var för sig nedan.

Försumbar influens för årstidsvariationer

Brunnsavståndet B uppfyller:

$$B \gtrsim 2\sqrt{at_o} \qquad (10.9.1.2)$$

Dimensioneringen i avsnitt 10.4 gäller då oförändrad frånsett medeleffektkomponenten Q_o. Årlig sinusvariation och eventuella pulser behandlas exakt enligt avsnitt 10.4.

Formel 10.4.4 för brunnstemperaturens medeleffektkomponent ersätts av formel 10.8.4.3:

$$T_{Ro}(t) = T_{om} - \frac{Q_o}{N_b} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda H} \cdot g(t/t_1,\ R_o/H,\ B/H,\ \ldots) \qquad (10.9.1.3)$$

Här är N_b antalet brunnar. Den dimensionslösa responsfunktionen g måste beräknas med datormodell. Variationen med brunnsradien ges av formel 10.8.4.4.

Huvudformeln 10.4.10 gäller med ny tidsberoende faktor K_o:

$$T_{Rmin} \simeq T_{om} - \frac{Q_o}{N_b} \cdot K_o(t) - \frac{Q_1}{N_b} \cdot K_1 - \frac{Q_2}{N_b} \cdot (K_2 + K_2' \cdot \ln(t_2/t_{dag})) \quad (t_{dag}=1\ \text{dag}) \qquad (10.9.1.4)$$

Konstanterna K_1, K_2 och K_2' ges av 10.4.11, medan $K_o(t)$ ges av:

$$K_o(t) = \frac{1}{2\pi\lambda H} \cdot g(t/t_1,\ \ldots) \qquad (10.9.1.5)$$

Ett krav för formel 10.9.1.4 är att tidskriteriet (10.4.9) är uppfyllt eller att puls saknas (Q_2=0).

För ett system med balanserad återladdning är Q_o lika med noll. Resultaten i avsnitten 10.4 och 10.5 är då direkt tillämpliga.

Exempel 1. I exemplet i avsnitt 10.8.4 beräknas temperatursänkningen på grund av medeleffekten Q_o för ett system med fyra brunnar vilka ligger i hörnen på en kvadrat. Antag att man förutom

Q_o har dels en cykliskt överlagrad sinuskomponent med periodtiden ett år och amplituden Q_1=7 kW, dels en överlagrad effektpuls med längden fem dagar och storleken Q_2=5 kW. Effektuttaget är av den typ som visas i figur 10.33. Samtliga data enligt exemplet i avsnitt 10.8.4 gäller. Ostörd marktemperatur T_{om} är 8^oC.

Den lägsta brunnstemperaturen under 25:e året skall beräknas. Denna temperatur erhålles med formel 10.9.4 ty villkor 10.9.2 är uppfyllt:

$$B = 15 > 2\sqrt{at_o} = 14.3 \text{ m}$$

Enligt exemplet i avsnitt 10.8.4 är medeleffektens bidrag till brunnstemperatursänkningen lika med

$$(Q_o/N_b)\cdot K_o(t) = 6.5^oC$$

Översta raden i tabell 10.6 ger K_1=1.26, K_2=0.70 och K_2'= 0.15 K/kW. Formel 10.9.4 ger:

$$T_{Rmin} = 8-6.5-7/4\cdot 1.26-5/4\cdot(0.70+0.15\cdot \ln(5)) = -1.9^oC$$

Exempel 2. Givet ett system med sexton brunnar i kvadrat enligt figur 10.36H. Effektuttaget är renodlat. Under halva året har man den konstanta effekten $2Q_o$. Under andra halvan av året är uttagseffekten noll. Årsuttaget är 300 MWh. Följande data gäller:

$$Q(t) = \begin{cases} 2Q_o & 0 < t - nt_o < t_o/2 \\ 0 & t_o/2 < t-nt_o < t_o \end{cases} \qquad (10.9.1.6)$$

$$(t_o = 1 \text{ år}) \quad (n = 0, 1, \ldots)$$

D_i = 5 m H = 145 m

R_o = 0.055 m B = 14.5 m

λ = 3.5 W/mK C = 2.16 MJ/m^3K

Q_o = 34.2 kW E_o = 300 MWh/år

m_R = 0 K/(W/m) N_b = 16

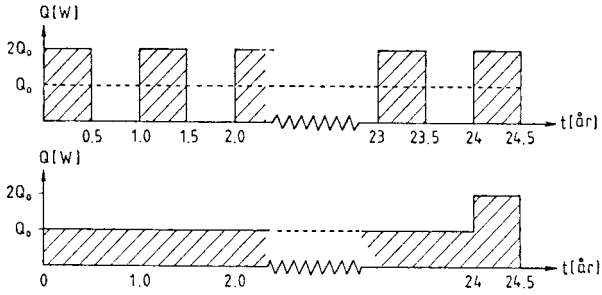
Detta ger

R_o/H = 0.00038 B/H = 0.1

t/t_1 = 24.5/45.7 = 0.536

$\ln(t/t_1)$ = -0.624

Det totala effektuttaget består av en konstant medeleffektkomponent samt en överlagrad periodisk komponent med medeluttaget noll.



Figur 10.51. Värmeuttag från 16 bergvärmebrunnar. Data enligt (10.9.1.6). Övre figuren visar det exakta pulserande värmeuttaget medan den nedre figuren visar den approximation som används för beräkningarna.

Den lägsta brunnstemperaturen under år 25 skall beräknas. Detta inträffar vid tiden t = 24.5 år. Temperatursänkningen på grund av medeleffekten Q_o beräknas med hjälp av g-funktionen. Periodisk sinuskomponent medtas ej.

För den överlagrade periodiska komponenten används enbart den puls som tillhör den aktuella cykeln, $t > 24$ år. Pulserna från tidigare cykler, $t < 24$ år, har medelvärdet noll och deras påverkan på brunnsmedeltemperaturen vid tiden 24.5 år är försumbar. Värmeuttaget består således av de tre komponenterna: $Q_o = 34.2$ kW, $Q_1 = 0$ och $Q_2 = 34.2$ kW.

Temperatursänkningen i brunnen kan beräknas med formel 10.9.1.4 eftersom villkor 10.9.1.2 är uppfyllt:

$$B = 14.5 > 2\sqrt{at_o} = 14.3 \text{ m}$$

Temperatursänkningen på grund av medeleffekten Q_o erhålles med hjälp av g-funktionen. Denna ges för $R_o/H = 0.0005$ av figur 10.42H.

$$g(0.536,\ 0.0005,\ \ldots) = 14.1$$

Detta värde omräknas för aktuell brunnsradie enligt (10.4.8.4)

$$g(0.536,\ 0.00038,\ \ldots) = g(0.536,\ 0.0005,\ \ldots) - \ln(0.00038/0.0005) = 14.1 + 0.3 = 14.4$$

Medeleffektkomponentens bidrag till brunnstemperaturen blir enligt (10.9.1.4-5)

$$\frac{Q_o}{N_b} \cdot K_o(t) = \frac{Q_o}{N_b} \cdot \frac{1}{2\pi\lambda H} \cdot g(0.536,\ \ldots) = 9.7^oC$$

Bidraget från den extra pulsen Q_2 är enligt (10.9.1.4)

$$\frac{Q_o}{N_b} \cdot (K_2 + K_2' \ln(t_2/t_{dag}) = 3.3^oC$$

Här är $t_2 = 1/2$ år $= 182.5\ t_{dag}$. Koefficienterna K_2 och K_2' ges av tabell 10.4.12.

Den totala temperatursänkningen efter 24.5 år blir

$$T_{om} - T_R = 9.7 + 3.3 = 13.0^oC$$

Det exakta pulserande effektuttaget där samtliga halvårspulser medtages skiljer sig från ovanstående resultat med mindre än 0.1°C.

Måttlig influens för årstidsvariationer

Brunnsavståndet B uppfyller:

$$0.6\sqrt{at_o} \lesssim B \lesssim 2\sqrt{at_o} \qquad (10.9.1.7)$$

Föregående analys gäller frånsett smärre modifikationer beroende på den årliga sinusvariationen med effektamplituden Q_1. Konstanten K_1 i formel 10.9.1.4 definierades tidigare av 10.4.11. Den skall nu ges av:

$$K_1 = \frac{1}{2\pi\lambda H} A(r_o, r_1)$$

$$r_o = R_o \sqrt{\frac{2\pi}{at_o}} \qquad r_1 = R_1 \sqrt{\frac{2\pi}{at_o}} \qquad (10.9.1.8)$$

Funktion A ges av figur 5.2.11.

10.9.2 Sneda brunnar

För system med sneda brunnar varierar brunnarnas inbördes avstånd med djupet. Normalt är brunnarna tätt placerade vid markytan. De är gradade så att avståndet mellan dem ökar med djupet. För dessa konfigurationer är influensen stark vid brunnarnas översta del.

Är den starkt influerade delen liten relativt brunnarnas totaldjup, kan formel 10.9.1.4 användas vid dimensionering. Koefficienterna i formeln modifieras enligt nedan.

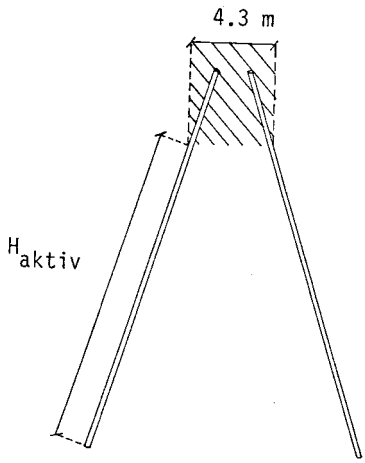
$K_o(t)$: Denna koefficient beräknas utan modifikation. g-funktioner för konfigurationer med sneda brunnar anges i avsnitt 10.8.6.

K_1: Kriteriet för att formel 10.9.1.4 skall kunna användas vid beräkning av K_1 är att avståndet mellan två närliggande brunnar

uppfyller villkor 10.9.1.1. Då vissa delar av brunnarna ej uppfyller detta villkor betraktas dessa delar som icke aktiva vad det gäller värmeuttaget. Brunnslängden H reduceras med denna icke aktiva del. Den nya reducerade brunnslängden betecknas H_{aktiv}.

Figur 10.52 illustrerar ett fall med två sneda brunnar där brunnslängden reducerats. Markens temperaturledningstal a är $1.62 \cdot 10^{-6}$ m^2/s och periodtiden t_o är 1 år. Kriterium 10.9.1.1 ger:

$$B > 0.6 \cdot \sqrt{at_o} = 4.3 \text{ m}$$



Figur 10.52. Två sneda brunnar där aktiv brunnslängd reduceras för periodisk komponent.

Koefficienten K_1 ersättes med $H/H_{aktiv} \cdot K_1$. Detta ger en undre uppskattning av den lägsta brunnstemperaturen T_{Rmin}.

K_2, K_2': Dessa koefficienter bör kunna beräknas utan reducering av brunnslängden H om t_2 är mindre än 30 dagar eftersom en puls med denna längd har en räckvidd som är mindre än två meter.

Dimensioneringsreglerna ovan kan användas då g-funktionen är känd. Denna finns beräknad för ett antal olika brunnskonfigurationer i avsnitt 10.8.4 och 10.8.6.

10.10 Temperaturpåverkan på omgivande mark

En bergvärmebrunn kyler ner berget kring brunnen. Denna temperaturpåverkan är av intresse ur miljösynpunkt. Speciellt är man intresserad av störningen vid markytan och i ytliga jordskikt. Den långsiktiga nedkylningsprocessen runt brunnar är också av intresse.

I de föregående avsnitten har temperaturprofiler och isotermer visats för olika fall. I avsnitt 10.2 behandlas i exempel 1-2 en brunn som är 150 meter djup. Effektuttaget och erforderlig brunnstemperatur visas i figur 10.3. Figurerna 10.4-7 visar nedkylningen. Vid värmeuttag är temperaturgradienten mycket brant nära brunnen. Enligt figur 10.5 stiger temperaturen från $4^{o}C$ vid brunnen till $7^{o}C$ cirka fyra meter ut från denna. Mellan 4 och 15 meter stiger temperaturen till ytterligare en grad (år 25). Figur 10.18 visar hur brunnstemperaturen följer ett variabelt effektuttag.

Efter mycket lång tid av konstant värmeuttag får man ett stationärt temperaturfält i marken runt brunnen. Detta behandlas i avsnitt 10.3.2. Ett exempel visas i figur 10.12. Detta temperaturfält är uppspaltat i två delar med en geotermisk del enligt figur 10.14. Detta stationära temperaturfält är intressant eftersom det ger den maximala störningen frånsett området närmast brunnen där årliga fluktuationer märks. Som konstant effektuttag skall årsmedeleffektuttaget användas.

Figurerna 10.35 och 10.36 visar isotermer för ett system av bergvärmebrunnar för ett horisontellt snitt undet det 25:e året. Figur 10.37 visar temperaturprofiler för två brunnar på olika avstånd. Några exempel för tre brunnar ges av figurerna 10.38 och 10.39.

10.10.1 Långsiktig nedkylning runt en bergvärmebrunn

De årliga variationerna i effektuttaget ger en lokal påverkan runt brunnen. Detta behandlas i nästa avsnitt. Den långsiktiga nedkylningen utanför detta område närmast brunnen styrs av det konstanta medeleffektuttaget Q_0 för årscykeln.

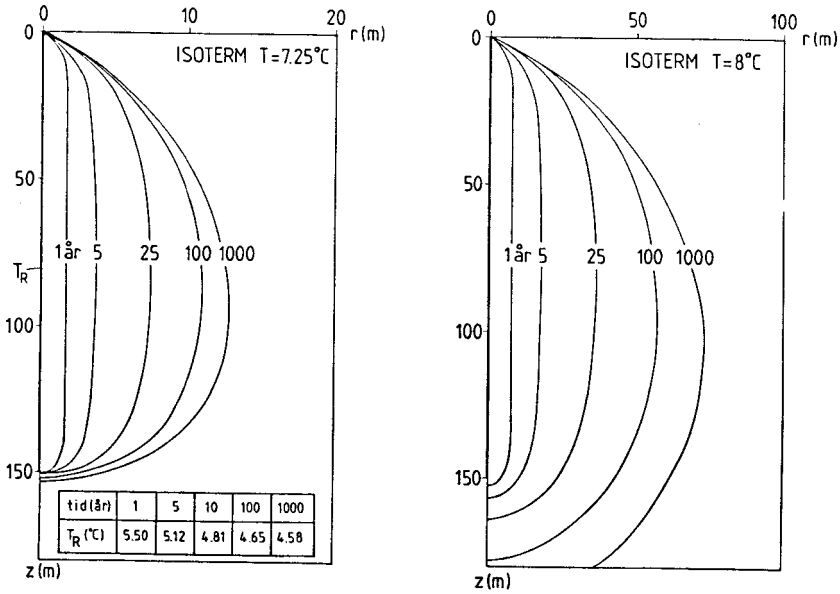
För att visa den långsiktiga nedkylningen tar vi följande exempel:

$$\lambda = 3.5\ W/m \cdot K \qquad C = 2.16\ MJ/m^3 \cdot K \qquad T_{om} = 8.25\ ^oC$$

$$H = 146\ m \qquad D_i = 4\ m \qquad R_o = 0.06\ m \qquad (10.10.1)$$

$$Q_o = 1712\ W \qquad (E_o = 15\ MWh/år)$$

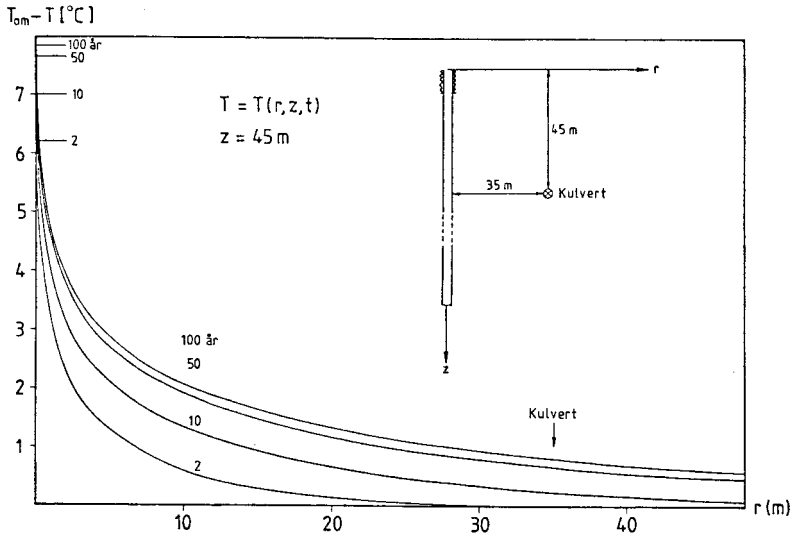
Temperaturförloppet har beräknats med dator för tusen år. Figur 10.53 visar hur två isotermer rör sig från år 1 till år 1000. Den vänstra figuren visar isotermen T = 7.25 ^oC, dvs. en grads temperatursänkning relativt ostörda förhållanden. Brunnstemperaturen T_R anges också i figuren. Räckvidden radiellt från brunnen för denna isoterm är efter 1, 5, 25, 100 och 1000 år lika med 2, 4, 5.5, 11 respektive 13 m. Den högra figuren visar isotermen för T = 8.0 ^oC, dvs. en kvarts grads temperatursänkning relativt ostörda förhållanden. Observera att radiell skala har ändrats. Räckvidden för denna isoterm är efter 1, 5, 25, 100 och 1000 år lika med 8, 18, 37, 58 och 74 m.



tid(år)	1	5	10	100	1000
T_R (°C)	5.50	5.12	4.81	4.65	4.58

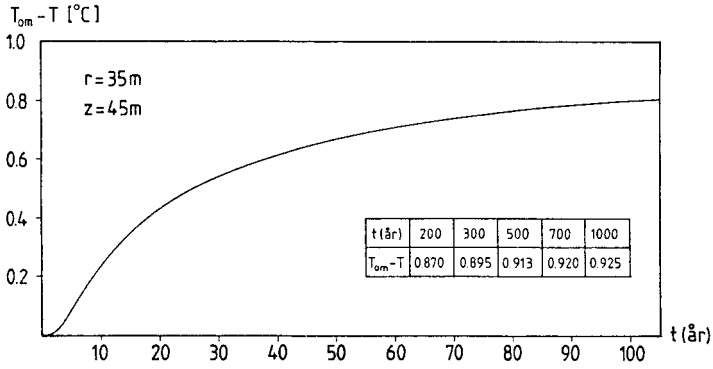
Figur 10.53. Långsiktig nedkylning runt en bergvärmebrunn. Data enligt (10.10.1). Ostörd bergtemperatur T_{om} är 8.25 ^oC.

Följande exempel belyser ytterligare den långsiktiga temperaturstörningen från en bergvärmebrunn. Den aktuella brunnen är 185 m djup. Värmeuttaget är 38 MWh per år. På 35 meters avstånd från brunnen på djupet 45 meter finns en kulvert. Se skiss i figur 10.54. Frågan är vilken temperaturstörning man får vid kulverten. Temperaturstörningen i marken ges av $T_{om} - T(r,z,t)$. Figur 10.54 visar denna radiellt från brunnen på kulvertens nivå z = 45 m för tider från 2 till 100 år.



Figur 10.54 Temperaturstörningsprofiler i radiell riktning för djupet z = 45 m.

Enligt figur 10.54 gäller att temperaturen vid kulverten är helt opåverkad av bergvärmebrunnen under de två första åren. Efter 10 år har man en sänkning med 0.25 °C. Efter 25 år har sänkningen ökat till 0.5 °C. Efter 100 år är den 0.8 °C. Temperaturförloppet har beräknats för tusen år. Figur 10.55 visar temperatursänkningen vid kulverten. Störningen har en mycket lång tidsskala. En störning på 1 °C uppnås aldrig.



Figur 10. 55. Temperatursänkning vid kulvert som funktion av tiden

Ovanstående exempel visar att temperaturstörningarna på lite större avstånd från brunnen är små. Tidsskalan för att uppnå den maximala stationära störningen är mycket stor.

För ett system med balanserad återladdning försvinner dessa störningar med lång räckvidd. Man har enbart de mer lokala variationerna runt brunnen enligt nästa avsnitt.

10.10.2 Räckvidd för temperaturfluktuationer under året

Effektuttaget Q(t) varierar under året. Denna variation ger upphov till ett variabelt temperaturfält med en viss räckvidd ut från brunnen. Denna del överlagras den tidigare komponenten från medeleffektuttaget.

Räckvidden för årsfluktuationerna analyseras enklast med den periodiska grundkomponenten. Effektuttaget för denna delprocess är

$$Q(t) = Q_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right) \qquad (10.10.2.1)$$

Periodtiden t_0=1 år ger räckvidd för årsvariationen. Denna periodiska process utanför ett rör behandlas i avsnitt 5.2.2.2. Vid brunnen har

temperaturen en viss amplitud. Denna amplitud dämpas utåt. Formel 5.2.2.15 anger amplitudens variation med radien:

$$\frac{N_o(r')}{N_o(R')} \qquad (10.10.2.2)$$

$$r' = \frac{r\sqrt{2}}{d_o} \qquad R' = \frac{R_o\sqrt{2}}{d_o} \qquad d_o = \sqrt{\frac{at_o}{\pi}}$$

Faktorn 10.10.2.2 är förstås lika med +1 för $r=R_o$. Funktionen N_o ges i tabell 5.2.2 och figur 5.2.3. För små och stora argument gäller approximationerna 5.2.2.13 respektive 5.2.2.14.

Exempel. Vi tar följande data

$R_o = 0.055$ m $\qquad a = 1.6 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

Tre periodtider studeras:

t_o = 1 år, 15 dagar, 1 dag

Dämpningsfaktorn (10.10.2.2) för temperaturens amplitud blir för några radier:

r (m)	0.055	0.10	0.20	0.50	1.0	2.0	5.0
t_o=1 år	1	0.96	0.70	0.49	0.33	0.19	0.062
t_o=15 dagar	1	0.78	0.53	0.26	0.10	0.022	0.00035
t_o=1 dag	1	0.64	0.29	0.047	0.0031	0.00002	0

Räckvidd för effektpulser behandlas i avsnitt 5.3. Temperaturprofilen från en stegpuls ges direkt av figur 5.3.6.

10.10.3 Påverkan vid markytan

Temperaturpåverkan vid markytan och det översta skiktet av marken kompliceras av de lokala randvillkoren och av eventuell snö och tjälbildning. Det är svårt och ofta ogörligt att i detalj beräkna de naturliga temperaturförhållandena nära markytan. För att komma förbi detta ser vi bara på störningar av de naturliga förhållandena. Dessa är mindre känsliga för de exakta randvillkoren.

De temperaturer och värmeflöden som anges nedan skall uppfattas som överlagrade på det ostörda förloppet.

10.10.3.1 Exempel med en och två brunnar

För att belysa påverkan i de ytliga jordskikten skall två beräkningsfall refereras. Brunnen ges en undertemperatur på $5^{o}C$ relativt ostört berg. Följande data gäller:

$$\lambda = 3.5\ W/m \cdot K \qquad C = 2.16\ MJ/m^3 \cdot K$$

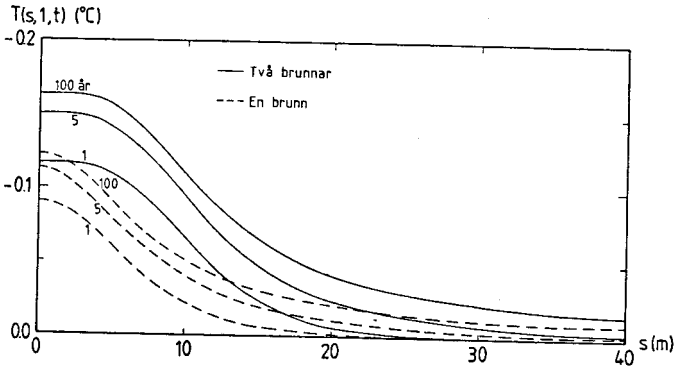
$$R_o = 0.08\ m \qquad D_i = 4\ m \qquad H = 146\ m \qquad (10.10.3.1)$$

$$T_{om} - T_R = 5^{o}C$$

Figur 10.56 visar beräknad temperaturstörning på en meters djup under markytan som funktion av avståndet (s) radiellt ut från brunnen.

Den maximala temperaturstörningen efter 100 år är $-0.12^{o}C$. På radien s=20 m är störningen 20% av maximalvärdet. Skillnaden mellan kurvorna för 5 år och 100 år är cirka $0.01^{o}C$.

Temperaturförloppet för två brunnar med data enligt (10.10.3.1) visas också i figur 10.56 Avståndet B mellan de två brunnarna är 10 meter. Temperaturen på en meters djup visas längs det snitt som går genom brunnarna. Avståndet s räknas från mittpunkten mellan brunnarna. Den ena brunnen ligger således vid s=5 m. Man har ingen topp här eftersom brunnen är värmeisolerad ner till 4 meters djup. Den största störningen efter 100 år är $-0.16^{o}C$. Störningen har reducerats till 20% av detta värde



Figur 10.56. Beräknad temperaturstörning på en meters djup för en och två bergvärmebrunnar.

20 meter utanför brunnen (s=25 m). Störningen efter 5 år avviker drygt 0.01°C från störningen efter 100 år i det givna intervallet.

10.10.3.2 Formel för störvärmeflöde vid markytan

En bergvärmebrunn med ett årsmedeleffektuttag Q_0 ger upphov till ett extra värmeflöde ner genom markytan. Detta störvärmeflöde blir en funktion av radiellt avstånd till brunnen och av tiden. Variationer i effektuttaget under året märks ej vid markytan.

Låt $q_0(r,t)$ (W/m^2) beteckna detta störvärmeflöde på grund av en bergvärmebrunn med effektuttaget Q_0. Värmeflödet q_0 blir proportionellt mot Q_0. Följande formel kan härledas för q_0 (J. Claesson, opublicerad studie):

$$q_0(r,t) = \frac{Q_0}{2\pi H}\cdot\left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2+D_i^2}}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2+D_i^2}}{\sqrt{4at}}\right) - \frac{1}{\sqrt{r^2+H_b^2}}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2+H_b^2}}{\sqrt{4at}}\right)\right\} \qquad (10.10.3.2)$$

Här är erfc den s.k. complementary error funktion. Se kapitel 3. Totala brunnsdjupet är H_b (= $H+D_i$). Formeln är märkvärdigt enkel. De två termerna har samma struktur. Med hjälp av tabell över erfc är det lätt att beräkna värmeflödet.

Temperaturstörningen på ett måttligt djup z kan uppskattas på följande sätt:

$$q_o(r,t) \simeq \frac{0 - T(r,z,t)}{z} \cdot \lambda$$

eller

$$T(r,z,t) \simeq -q_o(r,t) \cdot \frac{z}{\lambda} \qquad (z < D_i,\ z < 3\ \text{m}) \qquad (10.10.3.3)$$

Observera att detta är en uppskattning av den avvikelse man får från ostörda naturliga förhållanden.

Då tiden går mot oändligen erhålles ett stationärt slutvärde. Detta blir:

$$q_o(r,\infty) = \frac{Q_o}{2\pi H}\left\{\frac{1}{\sqrt{r^2+D_i^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+H_b^2}}\right\} \qquad (10.10.3.4)$$

Detta är det maximala värmeflödet vid markytan. Formeln ger ett mycket enkelt uttryck för maximal påverkan.

Det största flödet erhålles vid själva brunnen; r=0.

$$q_{o,max} = q_o(0,\infty) = \frac{Q_o}{2\pi H D_i}\left\{1 - \frac{D_i}{H}\right\} \qquad (10.10.3.5)$$

Termen D_i/H kan försummas.

Exempel. Vi väljer följande data:

$$\lambda = 3.5\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad C = 2.16\ \text{MJ/m}^3\cdot\text{K}$$

$$H = 146\ \text{m} \qquad D_i = 4\ \text{m} \qquad (10.10.3.6)$$

$$Q_o/H = 20\ \text{W/m}$$

Det maximala värmeflödet blir enligt (10.10.3.5)

$$q_0(0,\infty) = \frac{20}{2\pi \cdot 4}\left(1 - \frac{4}{146}\right) = 0.77\ W/m^2$$

Detta motsvarar på en meters djup en temperaturstörning:

$$T(0,1,\infty) \simeq -0.77 \cdot \frac{1}{3.5} = -0.22^oC$$

Nedanstående tabell anger värmeflödet uttyckt i W/m^2 för några radier och tider enligt formel 10.10.3.2.

r (m)	2.5	12.5	30	70	185
5 år	0.61	0.14	0.02	0.000	0.00000
25 år	0.62	0.19	0.06	0.007	0.00000
100 år	0.64	0.21	0.08	0.020	0.00090
1000 år	0.65	0.22	0.08	0.026	0.0036
∞	0.65	0.22	0.08	0.026	0.0038

Exemplet ovan visar att störvärmeflödena blir små. För stora radier tar det hundratals år innan stationära förhållanden uppnås.

10.10.3.3 Totalt värmeflöde från markytan

Den värme Q_0 som tas ut via bergvärmebrunnen erhålles genom nedkylning av berget och genom ett värmeflöde genom markytan. Denna senare del härrör främst från solen. Det är intressant att se fördelning mellan dessa två bidrag som en funktion av tiden.

Det totala värmeflödet genom markytan erhålles genom att integrera $q_0(r,t)$. Observera att enbart störvärmeflödet på grund av brunnen utnyttjas.

$$Q_{markyta} = \int_0^\infty 2\pi r \cdot q_0(r,t)dr \qquad (10.10.3.7)$$

Här ges q_0 av formel 10.10.3.2. Integralen kan beräknas explicit.

$$Q_{markyta} = Q_0 \cdot \frac{\sqrt{4at}}{H} \cdot \left\{ \text{ierfc}\left(\frac{D_i}{\sqrt{4at}}\right) - \text{ierfc}\left(\frac{H_b}{\sqrt{4at}}\right)\right\} \qquad (10.10.3.8)$$

$$\text{ierfc}(s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-s^2} - s \cdot \text{erfc}(s)$$

Detta förhållandevis enkla uttryck anger vid varje tidpunkt den andel av effektuttaget Q_0 som kommer via markytan. Resterande andel härrör från nedkylning av berget.

Exempel. Låt oss ta data enligt (10.10.3.6). För t=n år erhålles:

$$\sqrt{4at} = 14.30 \cdot \sqrt{n}$$

$$Q_{markyta} = 286.0\sqrt{n} \cdot \left\{ \text{ierfc}\left(\frac{0.280}{\sqrt{n}}\right) - \text{ierfc}\left(\frac{10.49}{\sqrt{n}}\right)\right\}$$

Detta ger efter n år:

år	5	10	25	50	100	200	500	1000
$\frac{Q_{markyta}}{Q_0}$	0.10	0.15	0.25	0.36	0.48	0.61	0.74	0.81

Exemplet ovan belyser väl tidskalan för värmeflödet genom markytan. Efter 5 år kommer 10% av effektuttaget Q_0 via markytan, medan resterande 90% fås genom nedkylning av berget runt brunnen. Efter 25, 100 och 1000 år är andelen via markytan 25, 48 respektive 81%. Efter 1000 år erhålles således 20% av värmen genom nedkylning.

10.11 Persondatoranpassad dimensionering med hjälp av g-funktioner

I avsnitt 10.4 och 10.9 har dimensioneringsregler angivits för en enskild och flera influerande brunnar. Dimensioneringen baserar sig där på att effektuttaget kan delas upp i medeleffektkomponent Q_o, sinuskomponent med amplituden Q_1 och överlagrad effektpuls Q_2.

I det allmänna fallet är effektuttaget Q(t) en godtyckligt varierande funktion av tiden. Om detta varierande effektuttag approximeras med sträckvis konstanta värden kan temperaturen vid bergväggen beräknas genom superposition av g-funktioner. I detta avsnitt beskrivs denna metod vilken är speciellt lämpas för persondatorer.

Effektuttaget ges i detta avsnitt som ett medelvärde per meter brunn:

$$q(t) = Q(t)/(N_b \cdot H) \qquad (W/m) \qquad (10.11.1)$$

där Q(t), (W) anger totalt effektuttag och $N_b H$, (m) anger totala antalet meter aktivt verkande brunnar.

Värmeuttaget är sträckvis konstant:

$$q(t) = \begin{cases} 0 \ (= q_o) & t < t_{qo} \\ q_1 & t_{qo} < t < t_{q1} \\ q_2 & t_{q1} < t < t_{q2} \\ \vdots & \\ q_n & t_{q,n-1} < t < t_{qn} \end{cases} \qquad (10.11.2)$$

Uttrycket 10.8.3.3 anger temperatursänkningen vid borrhålsväggen relativt ostörd mark för en effektpuls $q = Q_o/(N_b H)$, vilken startar vid tiden $t_{qo} = 0$. För ett sträckvis konstant effektuttag enligt (10.11.2) ges temperatursänkningen av ett uttryck av den typ som anges i formel 10.8.3.6. Med något annorlunda beteckningar blir denna formel:

$$T_{om} - T_R = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i - q_{i-1}}{2\pi\lambda} g((t - t_{q,i-1})/t_1; R_o/H \ldots) \qquad (10.11.3)$$

$$q_o = 0 \qquad t_{q,n-1} \leq t \leq t_{qn}$$

Responsfunktionen g finns tabulerad på diskett för tiden mellan 5 timmar och 1000 år som ett 20-tal punkter för var och en av de kurvor som anges i avsnitt 10.8.4 och 10.8.6. Mellanliggande värden får beräknas med linjär- eller splineinterpolation. Observera att g-funktionen här är uträknad med parametern $R_o/H = 0.0005$. För annat värde på brunnsradien gäller ekvation 10.8.3.4.

Då temperaturen vid borrhålsväggen T_R är känd kan fluidens medeltemperatur T_f beräknas enligt formel 10.3.8.4 (eller 10.3.8.5):

$$T_f = T_R - m_R \cdot q_n$$

In- och utloppstemperatur beräknas därefter med uttrycken i (10.3.18.3).

10.12 Responstestmätning för en bergvärmebrunn

Vid dimensionering av bergvärmebrunn enligt de tidigare angivna reglerna är de termiska parametrarna T_{om}, λ och m_R speciellt viktiga. I detta avsnitt skall metoder för direkt mätning av dessa behandlas.

1. Ostörd markmedeltemperatur T_{om}

Den ostörda markmedeltemperaturen T_{om} skall mätas innan brunnen tas i drift. Temperaturen kan erhållas genom att temperaturlogga på ett antal olika brunnsdjup och därefter beräkna medelvärdet över brunnsdjupet.

Ett alternativ till temperaturloggning är att mäta fluidens temperatur då denna pumpas genom brunnen utan något värmeuttag. Denna temperatur är en god uppskattning av T_{om}.

En komplikation är att den värmemängd som motsvarar pumparbetet tillföres. Man får därför en svagt ökande temperatur. Denna effekt kan om så erfordras analyseras enligt nedanstående metod.

2. Värmeledningsförmågan λ och värmeövergångsmotståndet m_R

Parametrarna λ och m_R kan mätas med den metod som anges i referens 147. Metoden baserar sig på att man har ett konstant värmeuttag q. Fluidens

temperatur uppmätes som funktion av tiden. I början är temperaturen väsentligen konstant. Detta beror på att det tar en viss tid innan all fluid har passerat genom brunnen. Efter denna tid börjar fluidtemperaturen sjunka.

Detta sätt att bestämma termiska parametrar är en tillämpning av testprobe metoden. I laboratoriesammanhang brukar man använda en probe med längden cirka 10 cm. Här användes samma metod för en brunn med en längd på mer än hundra meter.

Värmeuttaget är renodlat. Man har ett effektsteg enligt avsnitt 10.3.7. Sambandet mellan fluidtemperatur och värmeflöde ges av formlerna 10.6.3.4 och 10.3.9.1. Ur dessa erhålles temperatursänkningen i fluiden relativt ostörd markmedeltemperatur:

$$T_{om} - T_f = \frac{q}{4\pi}\cdot\frac{1}{\lambda}\ln(t) + q\cdot\left(m_R + \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{4a}{R_o^2}\right) - \gamma\right)\right) \qquad (10.12.1)$$

$$\gamma = 0.5772 \qquad t \geq \frac{5R_o^2}{a}$$

Värmeflödet q (W/m) till borrhålet strömmar från omgivande mark vid radien $r = R_o$. I uttryck 10.12.1 är borrhålet approximerat med en linjesänka. Värmeflödet q från marken sker då vid borrhålets centrum $r = 0$. Approximationen kan användas efter tiden $5R_o^2/a$, när det relativa värmeinnehållet i regionen $0 \leq r \leq R_o$ är litet. Tidskriteriet behandlas utförligt i avsnitt 7.2.2.3.

Då utloppstemperaturen plottas som funktion av logaritmen av tiden erhålles efter en kort första tidsperiod en rät linje. Lutningen ϕ (K) på linjen ger värmeledningsförmågan λ.

Ur formel 10.12.1 fås:

$$\lambda = -\frac{q}{4\pi\phi} \qquad t > \frac{5R_o^2}{a} \qquad (10.12.2)$$

I formel 10.12.1 är nu alla parametrar utom $a = \lambda/C$ och m_R kända. Värmekapaciteten C erhålles ur tabell för aktuell bergart. Övergångsmotstån-

det m_R kan nu beräknas med formel 10.12.1. Varje mätpunkt ger ett värde. Lämpligen väljes ett medelvärde för olika tidpunkter.

Belastas brunnen med ett mycket stort konstant värmeuttag fryser grundvattnet mellan plastslang och bergvägg. Under frysperioden, som kan vara några timmar, tas värmen väsentligen från grundvattnets smältvärme. När allt grundvatten fryst till is sker åter värmeuttaget med vanlig värmeledning från berget. Värmemotståndet m_R är emellertid förändrat eftersom slangarna nu omges av is vars värmeledningsförmåga är drygt tre gånger större än för vatten.

I exemplet nedan illustreras ovanstående metod för bestämning av λ och m_R.

Exempel. Givet ett borrhål med följande data :

$R_o = 0.055$ m $\qquad T_{om} = 8.25^oC$

Värmeledningsförmågan λ och värmemotståndet m_R skall bestämmas. Värmeuttaget är konstant enligt den översta av figurerna 10.57:

$q = 25$ W/m $\qquad t > 0$

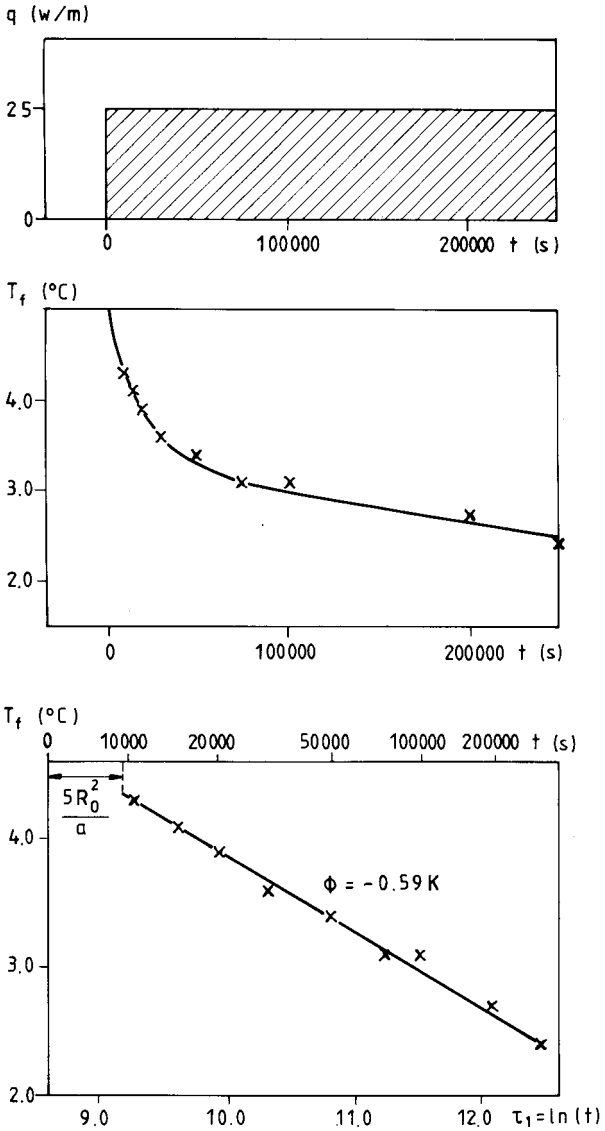
Fluidtemperaturen uppmätt som funktion av tiden visas i den mittersta av figurerna 10.57.

Temperaturpunkterna härrör ej från något fältförsök. De är enbart konstruerade i illustrativt syfte för detta exempel.

Temperaturpunkterna som uppfyller tidskravet i formel 10.2.2 kan användas vid bestämning av λ. Antag som en grov uppskattning att $\lambda = 3.3$ W/mK och $C = 2.16 \cdot 10^6$ J/m^{3}K ($a = \lambda/C = 1.53 \cdot 10^{-6}$ m^2/s). Tidskriteriet blir då:

$$t \geq 5\ (0.055)^2/(1.53 \cdot 10^{-6}) = 9.9 \cdot 10^3 s = 2.7 \text{ timmar}$$

För tider större än 2.7 timmar plottas fluidtemperaturen mot ln(t). Resultatet visas i den nedre av figurerna 10.57.



Figur 10.57. Föreskrivet värmeuttag och uppmätt fluidtemperatur för exemplet ovan, samt temperaturen mot en logaritmisk tidsskala.

Lutningen ϕ(K) på den räta linje som erhålles bestämmer λ enligt 10.12.1:

$$\lambda = -\frac{25}{4\pi(-0.59)} = 3.4 \text{ W/mK}$$

Med detta λ kan korrekt värmeledningstal beräknas,
$a = 3.4/2.16 \cdot 10^6 = 1.57 \cdot 10^{-6}$ m^2/s.

Alla storheter utom m_R är nu kända i formel 10.12.1:

$$8.25 - T_f(t) = \frac{25}{4\pi} \cdot \frac{1}{3.4} \ln(t) + 25\left(m_R + \frac{1}{4\pi \cdot 3.4}\left(\ln \frac{4 \cdot 1.57 \cdot 10^{-6}}{(0.055)^2}\right) - 0.5772\right)\right)$$

Varje temperaturpunkt ger ett värde på m_R:

t (s)	10000	20000	50000	100000	200000
T_f (^oC)	4.3	3.9	3.4	3.1	2.7
m_R K/(W/m)	0.101	0.100	0.099	0.095	0.094

Medelvärdet av dessa värmemotstånd blir:

$\bar{m}_R = 0.10$ K/(W/m)

11. YTJORDVÄRME

Figur 1.5 visar ett ytjordvärmesystem. Via ytjordvärmeslangar tas värme från marken till en värmepump. Slangarna kan ligga på en knapp meters djup. Marken kyls under naturliga temperaturnivåer. Detta ger upphov till en värmetillförsel från markytan. Man kan säga att ytjordvärmeslangar utnyttjar markytan som en solfångare eller en luftkollektor. Härvid fungerar ytjordskiktet ner till några meters djup som ett värmelager. Vintertid fryser ofta marken nära slangarna, varvid även frysvärmet utnyttjas.

I ytjordvärmeslangarna cirkulerar en värmebärarfluid, vars temperatur betecknas $T_f(t)$. Värmeflödet från marken till en slang betecknas $q(t)$. Det har sorten W/m. Det räknas negativt, då värme avges från slangen till marken. Genom att sänka T_f ökar värmeuttaget q. Samtidigt sjunker emellertid värmepumpens prestanda med temperaturen T_f på den tillförda värmen. Man har en viss gräns $T_{f,min}$ som ej får eller bör underskridas. Värmeuttaget begränsas också av miljöpåverkan och i synnerhet av att man ej kan frysa marken alltför mycket.

Huvudsyftet med de termiska analyserna är att ange sambanden mellan $T_f(t)$ och $q(t)$ i olika situationer.

Ett viktigt hjälpmedel vid de termiska analyserna är superposition. Se avsnitt 3.5. Den totala temperaturprocessen kan då uppdelas i enklare fundamentalprocesser, vilka analyseras var för sig. Dessa sammansättes till det totala, mer komplexa temperaturförloppet. Genom att utnyttja dessa analysmetoder får man en djupare förståelse för vad som sker.

Superpositionsprincipen gäller ej då marken fryser. Den gäller inte heller då man har snö, vilket innebär ett tidsvariabelt värmemotstånd vid markytan. Tjälbildning och snö beaktas ej här. Analyserna blir, då man tar hänsyn till snö och tjäle, så besvärliga att man hela tiden får utnyttja rena numeriska datorsimuleringar. Mängden parametrar blir ett problem. Omfattande studier, där tjäle beaktas, har utförts vid Jordvärmegruppen på Chalmers. Se referens 164.

Tjälbildning kan försummas för mark med låga vattenhalter. Resultaten

nedan kan också i huvudsak tillämpas under den del av året då tjäle saknas. I många fall, i synnerhet söderöver, sker ingen frysning. De analyser nedan som rör den lokala processen kring en slang eller flera närliggande slangar gäller även vid frysning förutsatt att hela det aktuella närområdet är helt fruset. Man skall då utnyttja termiska data för frusen mark.

Begränsningen till fall utan tjälbildning och snö innebär att resultaten i detta kapitel inte blir heltäckande på samma sätt som de övriga kapitlen.

Detta kapitel är ett sammandrag av referens 9. I avsnitt 11.1. diskuteras superpositionsprincipen och den fundamentallösning till vilken i princip alla förlopp kan reduceras. Avsnitt 11.2 behandlar den stationära delprocessen. I det följande avsnittet behandlas effekten av temperaturvariationen vid markenytan. I avsnitt 11.4 och 11.5 behandlas effektpulser och periodisk komponent. Effekt av grundvattenrörelser och infiltration av regnvatten belyses i avsnitt 11.6. Temperaturförloppet i avsnitten 11.1-6 avser ett vertikalt tvärsnitt vinkelrätt mot slangarna. Som fluidtemperatur T_f bör man då utnyttja medelvärdet mellan slangarnas inloppstemperatur och utloppstemperatur. I avsnitt 11.7 diskuteras temperaturvariationen längs slangarna.

11.1 Superposition. Fundamentallösning

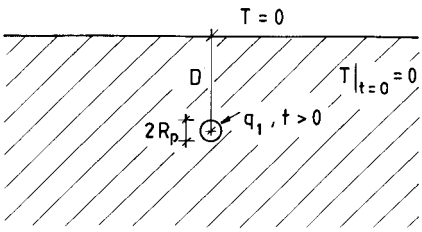
Superpositionsprincipen behandlas i avsnitt 3.5. I figur 3.2 visas ett belysande exempel. Man har två ytjordvärmeslangar med de föreskrivna, tidsberoende värmeuttagen $q_1(t)$ och $q_2(t)$ (W/m). Vid markytan har man den föreskrivna temperaturen $T_0(t)$. Processen uppdelas i tre delförlopp. I den första delen sättes värmeuttagen till noll. Denna del ger då den naturliga, ostörda temperaturen i marken, vilken styrs av $T_0(t)$. Den andra delen har värmeuttaget $q_1(t)$ till den ena slangen, medan den andra slangen har värmeuttaget noll. Den tredje delen tar hand om det andra värmeuttaget $q_2(t)$. Temperaturen vid markytan är noll för de två sista komponenterna. Adderas de tre komponenterna erhålles det totala temperaturförloppet.

Del två och del tre i figur 3.2 är var för sig rena värmeuttag till en

enda slang. Det givna värmeuttaget $q_1(t)$ (eller $q_2(t)$) kan i sin tur uppdelas i enklare delkomponenter. Man har en tidsoberoende stationär del. Till denna kan man överlagra stegvis konstanta uttagspulser såsom beskrives i avsnitt 5.3. Man kan också utnyttja periodiska förlopp enligt avsnitt 5.2.

I denna studie utgår man från givna värmeuttag, varefter fluidtemperaturer beräknas. Man kan tänka sig att i stället utgå från fluidtemperaturerna och ange värmeuttag. Detta bör emellertid undvikas, då det leder till en mycket mer komplicerad analys.

Som en introduktion till analyserna av temperaturförlopp för ytjordvärmesystem skall vi se på den i viss mening mest grundläggande processen, där man har ett konstant värmeuttag q_1 (W/m) från tiden t = 0. Enbart temperaturstörningen på grund av värmeuttaget behandlas här. Temperaturen vid markytan är då noll hela tiden. Begynnelsetemperaturen vid t = 0 i marken är också noll. Se figur 11.1.1.



Figur 11.1.1. Grundläggande temperaturförlopp för ett renodlat effektsteg.

Det visar sig att en karakteristisk tidsskala för denna process är

$$t_D = \frac{2D^2}{a} \qquad (11.1.1)$$

Se avsnitt 11.4. Här är a (m^2/s) markens värmediffusivitet och D djupet till ytjordvärmeslangen.

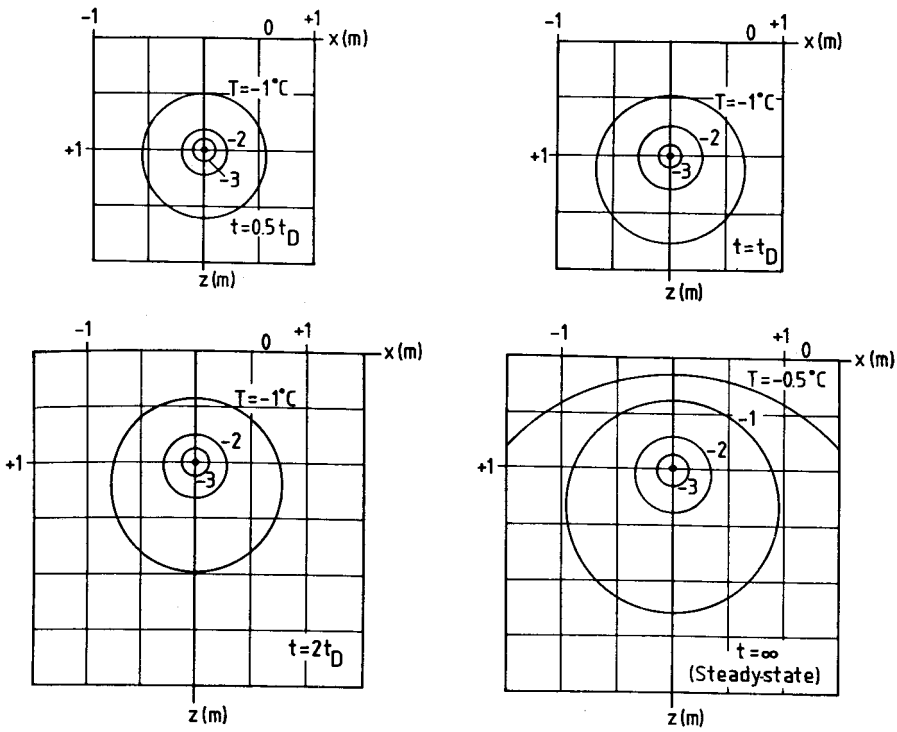
Temperaturen i marken utanför slangen ges av fundamentallösningen (11.4.1). Den blir en funktion av den dimensionslösa tiden t/t_D. Som exempel väljer vi följande data:

$$D = 1 \text{ m} \qquad R_p = 0.02 \text{ m}$$
$$\lambda = 1.5 \text{ W/mK} \qquad a = 0.75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \qquad (11.1.2)$$
$$q_1 = 10 \text{ W/m}$$

Den karakteristiska tiden t_D blir då:

$$t_D = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{0.75 \cdot 10^{-6}} \text{ s} \simeq 1 \text{ månad} \qquad (11.1.2')$$

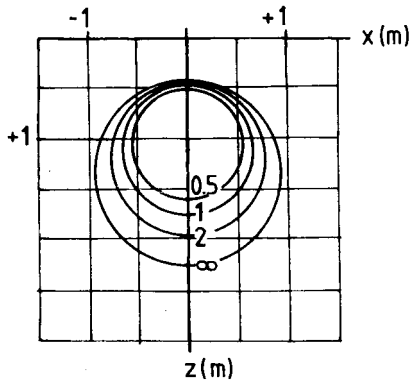
I figur 11.1.2 visas temperaturfältet för tiderna t/t_D = 0.5, 1, 2 och ∞.



Figur 11.1.2. Temperaturfält vid olika tidpunkter för renodlat effektsteg enligt figur 11.1.1. Data enligt (11.1.2).

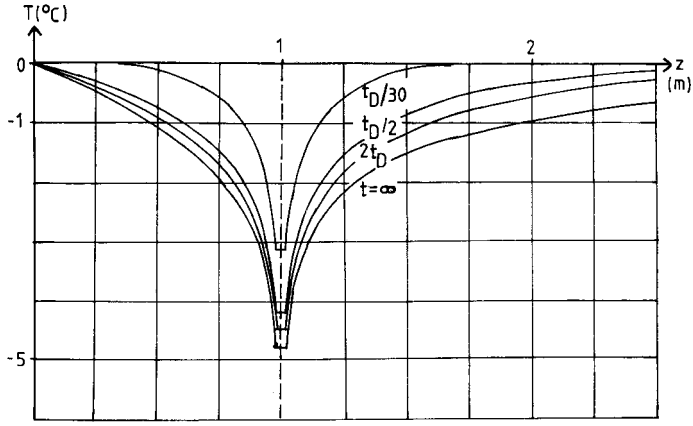
Det skall noteras att alla andra fall med andra data än (11.1.2) ger samma temperaturfält enligt (11.4.1) frånsett faktorn q_1/λ och skalning av x och z med D. Varje tidsvariabelt värmeuttag q(t) kan uppfattas som en summa av rena effektsteg. Se t ex avsnitt 10.3.7. Alla temperaturförlopp för flera slangar kan således betraktas som en summa av fundamentallösningen (11.4.1), vilken visas i figur 11.1.2.

I figur 11.1.3 visas isotermen T = -1°C för olika tidpunkter. Man bör observera att T = -1°C innebär att verklig temperatur ligger 1°C under den naturliga ostörda marktemperaturen.

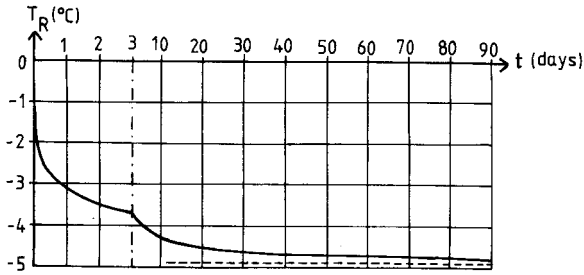


Figur 11.1.3. Isotermen T = -1°C för tiderna t/t_D = 0.5, 1, 2, ∞ för renodlat effektsteg enligt figur 11.1.1. Data enligt (11.1.2).

I figur 11.1.4 visas temperaturprofiler längs en vertikal linje genom slangen. Temperaturen T_R i marken strax utanför slangen är av speciellt intresse, eftersom den är direkt relaterad till fluidtemperaturen i slangen genom ekvation 11.2.10. För det aktuella exemplet visas T_R i figur 11.1.5.



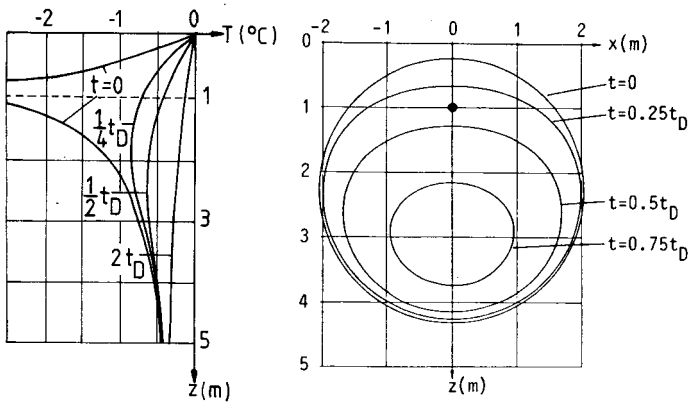
Figur 11.1.4. Temperaturprofiler i ett snitt vertikalt genom slangen för renodlat effektuttag enligt figur 11.1.1. Data enligt (11.1.2).



Figur 11.1.5. Temperatur i marken vid slangen för renodlat effektsteg enligt figur 11.1.1. Data enligt (11.1.2).

Då värmeuttaget upphör återgår efterhand temperaturen till ostörda förhållanden. I figur 11.1.6 visas avklingningen efter en mycket lång puls. Effektuttaget q_1 antas ha rått under tiden $-\infty < t < 0$. Data enligt (11.1.2) antages. Vid tiden t = 0 råder då den stationära temperaturen ($t = \infty$) från figur 11.1.2. Avklingningsförloppet kan betraktas som två rena effektsteg $+q_1$ vid $t = -\infty$ och $-q_1$ vid t = 0. Den vänstra bilden i figur 11.1.6 visar avklingningen längs vertikal linje genom slangen, medan höger figur anger avklingningen hos isotermen T = -0.5°C. Vid ti-

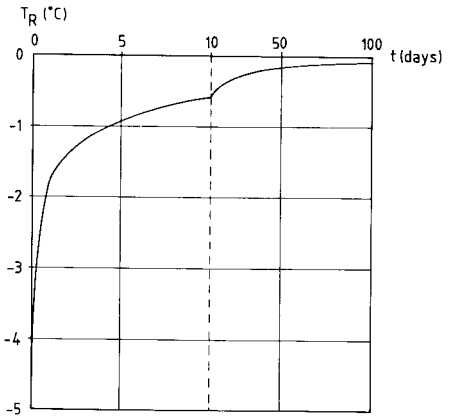
den $t = t_D$ har denna isoterm försvunnit, d v s den maximala temperaturstörningen ligger under 0.5^oC.



Figur 11.1.6. Temperaturavklingning från tiden t = 0 efter en lång effektpuls. Data enligt (11.1.2). Vänster bild visar temperaturprofiler vertikalt genom slangen och höger bild isotermen $T = -0.5^oC$.

Figur 11.1.7 visar speciellt temperaturavklingningen vid slangen, $T_R(t)$. Speciellt gäller:

$$T_R(t_D/30) \simeq 0.36\ T_R(0)$$
$$T_R(t_D/3) \simeq 0.1\ T_R(0) \qquad (11.1.3)$$
$$T_R(t_D) \simeq 0.05\ T_R(0)$$



Figur 11.1.7. Temperaturavklingning i marken vid slangen efter en lång effektpuls. Data enligt (11.1.2).

Enligt (11.1.3) och figur 11.1.7 är temperaturavklingningen efter en effektpuls mycket snabb. Efter en dag har temperaturen vid slangen sjunkit med 64%. Efter 10 dagar återstår 10% av temperaturstörningen.

Idén att man skall tillföra marken värme sommartid för att sedan utnyttja den lagrade värmen vintertid har framförts. Vi kan emellertid redan här dra den slutsatsen att detta inte lönar sig, eftersom man har avklingningstider enligt (11.1.3). Efter det att värmetillförseln avbrutits tappar marken vid slangen temperaturnivå mycket snabbt. Efter 10 dagar återstår i storleksordningen 10% av den övertemperatur som man hade vid uppladdningens slut.

11.2 Stationärt värmeuttag

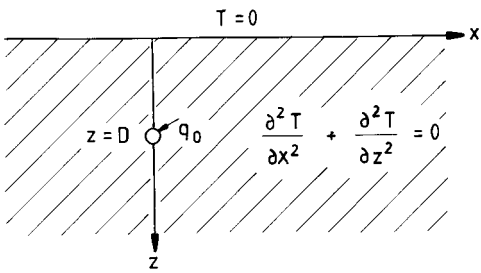
Det föreskrivna värmeuttaget q(t) har en konstant medeleffektkomponent q_0 samt överlagrade korttidspulser av olika slag. Medeleffektpulsen q_0 (W/m) ger en huvudsakligen konstant uttagstemperatur T_R efter den karakteristiska tiden t_D. Se figur 11.1.5 (t_D = 30 dagar). Man har för

medeleffektkomponenten, då denna har verkat en tid t_D, huvudsakligen stationära förhållanden nära slangen. Det tar allt längre tid att uppnå stationära förhållanden ju längre bort man kommer från slangen. Här är vi dock i första hand intresserade av T_R, varför tidskriteriet $t > t_D$ skall användas.

Det stationära förloppet är en viktig komponent eftersom den representerar den konstanta baslasten. Denna del behandlas tämligen ingående i detta avsnitt.

11.2.1 En slang. Markens värmemotstånd m_g

Det aktuella fallet med stationärt värmeuttag med en slang i marken illustreras i figur 11.2.1.



Figur 11.2.1. Stationärt värmeuttag med en slang i marken.

Den stationära temperaturen T(x,y) i marken ges av följande uttryck:

$$T(x,z) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \cdot \ln \frac{\sqrt{x^2 + (z - D)^2}}{\sqrt{x^2 + (z + D)^2}} \qquad (11.2.1)$$

Uttrycket har erhållits ur en linjesänka vid slangen i (0,D) och en linjekälla i spegelpunkten (0, -D). Härigenom uppfylles automatiskt

randvillkoret $T = 0$ vid $z = 0$.

Vi är speciellt intresserade av temperaturen i marken direkt utanför slangen, d v s på cirkeln:

$$x^2 + (z - D)^2 = R_p^2 \qquad (11.2.2)$$

Här är R_p slangens ytterradie. Avståndet till spegelkällan blir med god approximation:

$$\sqrt{x^2 + (z + D)^2} \simeq 2D \qquad (R_p \ll D) \qquad (11.2.2')$$

Således gäller:

$$T_R \simeq \frac{q_o}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{R_p}{2D}\right) \qquad (11.2.3)$$

Detta kan skrivas på följande sätt:

$$\left| 0 - T_R = q_o \cdot m_g \right. \qquad (11.2.4)$$

Vänstra ledet anger temperaturfallet mellan ostörd mark och slang. Högra ledet definierar markens <u>värmemotstånd</u> m_g:

$$\left| m_g = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) \right. \qquad (11.2.5)$$

Värmemotståndet m_g räknas per meter slang. Det har sorten K/(W/m).

För grundfallet (11.1.2) gäller följande data:

$$D = 1 \text{ m} \qquad R_p = 0.02 \text{ m}$$
$$\lambda = 1.5 \text{ W/mK} \qquad a = 0.75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \qquad (11.2.6)$$
$$q_o = 10 \text{ W/m}$$

Markens värmemotstånd blir då:

$$m_g = \frac{1}{2\pi \cdot 1.5} \ln\left(\frac{2 \cdot 1}{0.02}\right) = 0.49 \quad \text{K/(W/m)} \qquad (11.1.7)$$

Temperaturen vid slangen blir då:

$$T_R = -10 \cdot 0.49 = -4.9^oC \qquad (11.2.8)$$

Man skall här som tidigare observera att ovanstående beräkning bara avser temperaturen från effektpulsen. Om naturlig marktemperatur vid slangen är t ex 7.0^oC, så blir den totala temperaturen i marken vid slangen $7.0 - 4.9 = 2.1^oC$.

Ibland har man en annan värmeledningsförmåga i marken närmast slangen. Antag att värmeledningsförmågan är λ_1 (W/mK) i ett litet cirkulärt område med radien R_1 runt slangen. Om R_1 är mindre än D/3 ges markens värmemotstånd med god approximation av följande uttryck:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln(\frac{2D}{R_1}) + \frac{1}{2\pi\lambda_1} \ln(\frac{R_1}{R_p}) \qquad (11.2.9)$$

11.2.2 Värmemotstånd m_p mellan fluid och mark

Låt T_f vara temperaturen i värmebärarfluiden i slangen. Värmemotståndet m_p (K/(W/m)) (pipe) mellan fluiden och marken strax utanför slangen definieras av:

$$T_R - T_f = q \cdot m_p \qquad (11.2.10)$$

Värmemotståndet m_p behandlas i detalj i avsnitt 7.2.8. Värmemotståndet består av tre delar (fluid - rörvägg, rörvägg, rörvägg - mark):

$$m_p = m_{fc} + m_p' + m_c \qquad (11.2.11)$$

Dessa behandlas i avsnitten 7.2.8.1, 7.2.8.3 respektive 7.2.8.4. Motståndet m_{fc} beror på strömningshastigheten och i synnerhet på om strömningen är turbulent eller laminär.

Kombineras grundformlerna (11.2.10) och (11.2.4) erhålles det allmänna uttrycket mellan drivande temperatur $0 - T_f$ och stationärt flöde q_o:

$$0 - T_f = q_o \cdot (m_p + m_g) = q_o\, m_p + q_o \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) \qquad (11.2.12)$$

Det totala värmemotståndet mellan markyta (T = 0) och fluid (T_f) ges av summan av markens värmemotstånd m_g och värmemotståndet m_p vid slangen.

11.2.3 Värmemotstånd vid markytan

Randvillkoret vid markytan är enligt figur 11.2.1, att temperaturen där är noll. Värmemotståndet mellan markytan och den fria luften har försummats. Antag nu att man har det allmännare randvillkoret med en konstant värmeöverföringskoefficient α_s (W/m^2K) vid markytan:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_s (0 - T) \qquad z = 0$$

Problemet enligt figur 11.2.1 är för övrigt oförändrat. Den stationära temperaturen i marken för detta fall ges i referens 9.

Ur denna lösning erhålles ett modifierat värmemotstånd m_g för marken:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda} \left\{ \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + g_s(D\alpha_s/\lambda) \right\} \qquad (11.2.13)$$

Funktionen $g_s(\alpha')$, $\alpha' = D\alpha_s/\lambda$, ges av:

$$g_s(\alpha') = 2e^{2\alpha'} \cdot E_1(2\alpha') \qquad (11.2.13')$$

Funktionen E_1 (exponential integral) definieras av (5.3.2.2). Tabeller och samband för den finns i referens 103A. Några värden på g_s anges i tabell 11.2.1.

$\alpha' = \frac{D\alpha_s}{\lambda}$	0.5	1	2	3	4	5	10
$g_s(\alpha')$	1.19	0.72	0.41	0.29	0.22	0.18	0.10

Tabell 11.2.1. Funktionen g_s enligt (11.2.13').

Effekten av värmemotståndet $1/\alpha_s$ vid markytan ges av kvoten mellan g_s och logaritmtermen i (11.2.13).

Exempel 11.2.1. Data enligt (11.2.6). Då gäller:

$$\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) = \ln\left(\frac{2 \cdot 1}{0.02}\right) = 4.61$$

Två fall behandlas:

$$\frac{D\alpha_s}{\lambda} = 5 : \quad g_s = 0.18 \quad \Rightarrow \quad \frac{0.18}{4.61} = 0.04$$

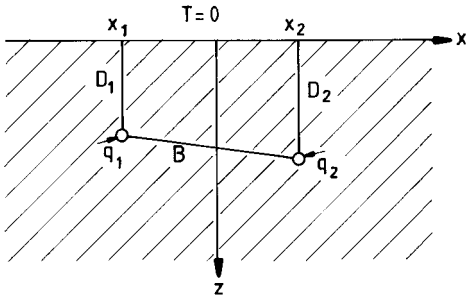
$$\frac{D\alpha_s}{\lambda} = 1 : \quad g_s = 0.75 \Rightarrow \quad \frac{0.75}{4.61} = 0.16$$

Det första fallet innebär att ytmotståndet $1/\alpha_s$ vid markytan är lika med $0.2D/\lambda$, d v s detsamma som för 0.2 m mark (D = 1 m). Detta är ett rimligt normalt värde. Ytmotståndet ökar då m_g med 4%. Det andra fallet är extremt, eftersom $1/\alpha_s = D/\lambda$ innebär att ytmotståndet är lika stort som motståndet för 1 m mark.

Exempel 11.2.1 visar att normala värmemotstånd vid markytan i stort kan försummas. Ett undantag är givetvis fallet med snö. I det följande skall ytmotståndet vid markytan försummas. Man har då det enkla randvillkoret T = 0 enligt figur 11.1.1.

11.2.4 Två slangar

Figur 11.2.2 visar fallet med två slangar på djupen D_1 och D_2. Avståndet mellan slangarna är B. Det föreskrivna, stationära effektuttagen är q_1 och q_2 (W/m).



Figur 11.2.2. Stationärt värmeuttag med två slangar.

Den stationära temperaturen i marken erhålles genom superposition av två uttryck av typen (11.2.1). Låt T_{R1} och T_{R2} vara temperaturen i marken direkt utanför de två slangarna. Man får ett ekvationssystem för sambandet mellan värmeuttag (q_1 och q_2) och drivande temperaturdifferenser ($0 - T_{R1}$ och $0 - T_{R2}$):

$$\begin{cases} 0 - T_{R1} = q_1 \cdot m_1 + q_2 \cdot m_{12} \\ 0 - T_{R2} = q_2 \cdot m_2 + q_1 \cdot m_{12} \end{cases} \qquad (11.2.14)$$

De tre värmemotstånden (K/(W/m)) ges av:

$$m_1 = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_{p1}}\right) \qquad m_2 = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_{p2}}\right)$$

$$m_{12} = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{\sqrt{B^2 + 4D_1D_2}}{B} \qquad (11.2.15)$$

Värmemotstånden över slangarna betecknas m_{p1} och m_{p2}. Då gäller:

$$\begin{cases} T_{R1} - T_{f1} = q_1 \cdot m_{p1} \\ T_{R2} - T_{f2} = q_2 \cdot m_{p2} \end{cases} \qquad (11.2.16)$$

Formlerna 11.2.14-16 är de allmänna sambanden mellan fluidtemperaturer och stationära värmeuttag.

Ett viktigt specialfall är att fluidtemperaturerna T_{f1} och T_{f2} är lika. Man kan för $T_{f1} = T_{f2} = T_f$ lösa ut q_1 och q_2 som funktion av T_f. Kovten mellan flödena blir:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{m_2 + m_{p2} - m_{12}}{m_1 + m_{p1} - m_{12}} \qquad (11.2.17)$$

Vi är speciellt intresserade av sambandet mellan drivande uttagstemperatur $0 - T_f$ och totalt värmeuttag $q_1 + q_2$. Ur (11.2.14) och (11.2.16) erhålles för $T_{f1} = T_{f2} = T_f$:

$$0 - T_f = (q_1 + q_2) \cdot m_{1+2} \qquad (11.2.18)$$

Här ges det totala värmemotståndet m_{1+2} (K/(W/m)) för de två slangarna av:

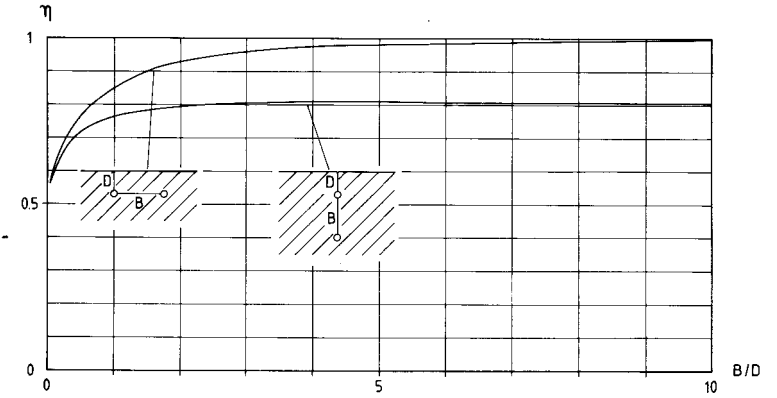
$$m_{1+2} = \frac{(m_1 + m_{p1})(m_2 + m_{p1}) - m_{12}^2}{m_1 + m_{p1} + m_2 + m_{p2} - 2m_{12}} \qquad (11.2.19)$$

Värmeuttaget från de två slangarna minskar då avståndet B mellan dem minskar. Det är naturligt att jämföra värmeuttaget från de två slangarna på ett avstånd B med motsvarande uttag då slangarna ligger långt från varandra ($B = \infty$), så att de kan betraktas som termiskt oberoende. Jämförelsen göres för samma fluidtemperatur T_f. Låt η vara värmeuttaget relativt två oberoende slangar. Då gäller enligt (11.2.18):

$$\eta = \frac{m_{1+2}(B = \infty)}{m_{1+2}(B)} \qquad (11.2.20)$$

Figur 11.2.3 visar η för fallet $m_{p1} = m_{p2} = 0$ och $R_{p1} = R_{p2} = 0.02D$. Den ena kurvan gäller två slangar på samma djup B och den andra två slangar i samma vertikalsnitt. I det senare fallet avser η värmeuttaget relativt två oberoende slangar vilka båda ligger på djupet D. Med ovan-

stående förutsättning blir η en funktion enbart av B/D.



Figur 11.2.3. Värmeuttag enligt (11.2.20) för två slangar relativt två oberoende slangar på djupet D för fallet $m_{p1} = m_{p2} = 0$, $R_{p1} = R_{p2} = 0.02D$.

Enligt den övre kurvan minskar värmeuttaget till $\eta = 0.85$ då två slangar förlägges på avståndet B = D relativt två slangar på stort avstånd. Den undre kurvan avser två slangar i samma vertikalsnitt. Man har ett flackt, teoretiskt optimum vid B = 5D för placering av den undre slangen.

11.2.5 N slangar

I det allmänna fallet har man N parallella slangar. Låt q_i (W/m) vara det stationära värmeuttaget till slang i. Denna ligger vid $x = x_i$ och $z = D_i$. Den stationära temperaturen i marken erhålles genom att superponera N bidrag av typen (11.2.1):

$$T(x,z) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{2\pi\lambda} \ln \frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (z - D_i)^2}}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (z + D_i)^2}} \qquad (11.2.21)$$

Ur (11.2.21) kan temperaturerna T_{Ri} imarken strax utanför slang i bestämmas. Man får härigenom ett ekvationssystem mellan T_{Ri} och q_i. Mel-

lan fluidtemperaturen T_{fi} i slang i och T_{Ri} råder enligt (11.2.10) sambandet:

$$T_{Ri} - T_{fi} = q_i \cdot m_{pi} \qquad (11.2.21)$$

Ur dessa ekvationssystem erhålles följande allmänna samband mellan fluidtemperaturer T_{fi} och värmeuttag q_i vid stationaritet:

$$\left| 0 - T_{fi} = \sum_{j=1}^{N} q_j \cdot m_{ij} \qquad i = 1,2,\ldots,N \right. \qquad (11.2.23)$$

Värmemotstånden m_{ij} ges av:

$$m_{ii} = m_{pi} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D_i}{R_{pi}}\right) \qquad (11.2.24)$$

$$m_{ij} = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{\sqrt{B_{ij}^2 + 4D_iD_j}}{B_{ij}} \qquad i \neq j \qquad (11.2.25)$$

Här är B_{ij} avståndet mellan slang i och slang j:

$$B_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (D_i - D_j)^2} \qquad (11.2.25')$$

Ett viktigt specialfall är då alla fluidtemperaturerna sätts lika:

$$T_{fi} = T_f \qquad i = 1,2,\ldots N \qquad (11.2.26)$$

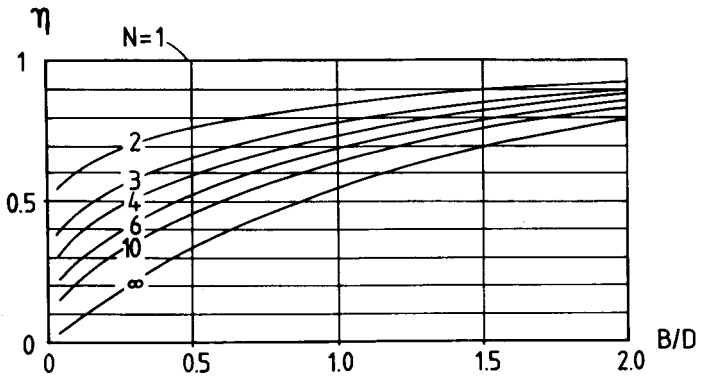
Analogt med (11.2.18) får man ett totalmotstånd $m_{1+\ldots+N}$ (K/(W/m)) avseende alla N slangar:

$$0 - T_f = (q_1 + q_2 + \ldots + q_N) \cdot m_{1+\ldots+N} \qquad (11.2.27)$$

Låt m_{ij}^{-1} beteckna elementen i den inversa matrisen till m_{ij}. Från (11.2.23) och (11.2.26) erhålles då:

$$m_{1+\ldots+N} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} m_{ij}^{-1}} \qquad (11.2.28)$$

Låt η såsom i fallet N = 2 i formel 11.2.20 ange värmeuttaget för N slangar relativt N oberoende slangar. Jämförelsen görs för samma T_f, varvid η blir lika med kvoten av motståndet (11.2.28) för stora avstånd mellan slangarna och för de aktuella avstånden. I figur 11.2.4 visas η för N slangar som ligger på samma djup D. Avståndet mellan slangarna är B. Vidare gäller: $m_{pi} = 0$, $R_{pi} = 0.02D$. Det relativa värmeuttaget η blir då en funktion enbart av B/D.

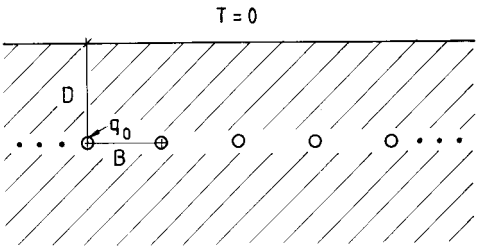


Figur 11.2.4. Värmeuttag för N slangar relativt N oberoende slangar. Slangarna ligger på djupet D med lika avstånd B mellan slangarna. Vidare gäller $m_{pi} = 0$, $R_{pi} = 0.02D$.

Figur 11.2.4 belyser väl influensen mellan slangar. I fallet N = ∞ användes resultaten i nästa avsnitt. Enligt figuren är influensen mellan slangarna liten för B > 2D, medan den blir mycket kraftig för B < 0.5D. För B = D sjunker η från 1 för N = 1 till 0.85 för N = 2, till 0.70 för N = 4 och till 0.55 för N = ∞.

11.2.6 Oändlig svit av slangar

Fallet med en oändlig svit av slangar är av intresse som gränsfall för ett ytjordvärmesystem med många parallella slangar. Figur 11.2.5 visar det betraktade fallet. Slangarna ligger på djupet D med avståndet B mellan dem. Värmeuttaget till varje slang är q_o.



Figur 11.2.5. Oändlig svit av slangar.

I referens 9 anges det stationära temperaturfältet för detta fall. Härur erhålles markens värmemotstånd m_g. Följande formel gäller:

$$0 - T_R = q_o \cdot m_g \qquad (11.2.29)$$

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda} \left\{ \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + \ln\left(\frac{\sinh(2\pi D/B)}{2\pi D/B}\right) \right\}$$

Den första logaritmtermen ger m_g för en oberoende slang enligt (11.2.5). Den andra logaritmen ger influensen från de övriga slangarna. Nedanstående tabell ger några värden på korrektionstermen:

B/D	0.1	0.25	0.5	0.75	1.0	2	4	10
$\ln\left(\frac{\sinh(2\pi D/B)}{2\pi D/B}\right)$	58.0	21.2	9.34	5.56	3.75	1.30	0.38	0.06

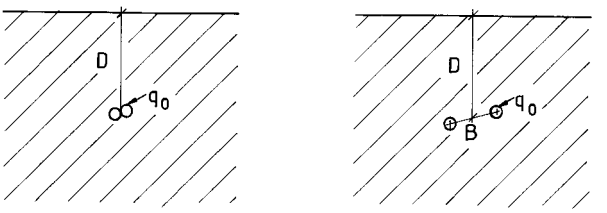
Korrektionstermen skall med data från grundfallet (11.1.2) jämföras med:

$$\ln\left(\frac{2 \cdot D}{R_p}\right) = \ln\left(\frac{2 \cdot 1}{0.02}\right) = 4.6 \qquad (11.2.30)$$

11.2.7 Närliggande slangar

För att öka värmeöverföringen kan man använda flera slangar i ett knippe, varvid dessa ligger i direkt kontakt med varandra. Man kan alternativt lägga två eller flera fria slangar i samma dike. För att få bästa värmeöverföring skall slangarna skiljas från varandra så mycket som möjligt med restriktionen att förläggningsdjupet D väsentligen bibehålls. Avståndet B_{ij} mellan slangarna i samma dike blir små relativt förläggningsdjupet D och samtidigt större än låt oss säga en och en halv slangdiameter $3R_p$. I detta avsnitt antas för enkelhetens skull att alla slangar är lika.

Figur 11.2.6 visar två slangar i direkt kontakt eller på ett kortare avstånd B från varandra. De två slangarna ligger väsentligen på samma djup D (B << D).



Figur 11.2.6. Två slangar i direkt kontakt eller på ett kortare avstånd.

Formel 11.2.14-16 kan användas för de två slangarna med avståndet B mellan sig. Djupen är lika: $D_1 \simeq D_2 \simeq D$. Då slangarna antas lika blir värmeuttagen och temperaturerna lika för de två slangarna. Låt q_o vara värmeuttaget per slang. Då gäller för fallet B << D:

$$0 - T_f = q_o\, m_p + q_o \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \left\{ \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + \ln\left(\frac{2D}{B}\right) \right\} \qquad (11.2.31)$$

Formeln kan med hygglig noggrannhet tillämpas även på slangarna som ligger i kontakt med varandra ($B = 2R_p$). Formel 11.2.31 gäller då för

$$2R_p \leq B << D \qquad (11.2.31')$$

Låt η som ovan ange värmeuttaget för de två slangarna relativt två oberoende slangar vid samma T_f. Formlerna 11.2.31 och 11.2.12 ger då:

$$\eta = \frac{2\pi\lambda m_p + \ln(\frac{2D}{R_p})}{2\pi\lambda m_p + \ln(\frac{2D}{R_p}) + \ln(\frac{2D}{B})} \qquad (11.2.32)$$

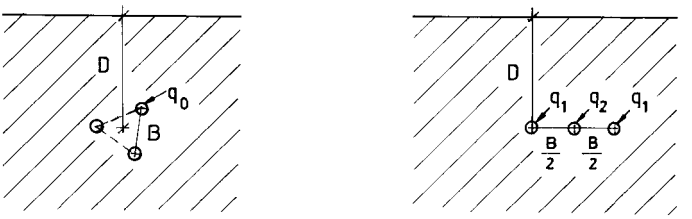
I tabell 11.2.2 ges η för några värden på B/D i fallet $m_p = 0$ och $R_p = 0.02D$ och i fallet $m_p \cdot \lambda = 0.1 \cdot 1.5 = 0.15$ och $R_p = 0.02D$. Vi ser att det lönar sig att separera slangarna från varandra. Värmeuttag för de två slangarna relativt en enda slang ges av 2η.

B/D	0.04	0.10	0.20	0.30	
η	0.54	0.61	0.67	0.71	$m_p = 0$
η	0.59	0.65	0.71	0.75	$\lambda \cdot m_p = 0.15$

Tabell 11.2.2. Värmeuttag (11.2.32) för två slangar nära varandra relativt två ostörda slangar för $R_p = 0.02D$.

Tabellen visar att det bör löna sig att separera slangarna från varandra.

Figur 11.2.7 visar tre slangar som ligger nära varandra. I det ena fallet ligger de i hörnen på en liksidig triangel med sidan B och i det andra på en linje med avståndet B/2 mellan slangarna. Avståndet B förutsätts vara litet relativt förläggningsdjupet D.



Figur 11.2.7. Tre närliggande slangar vilka ligger i hörnen på en liksidig triangel eller på en linje.

De allmänna formlerna i avsnitt 11.2.5 kan tillämpas med N = 3. De tre slangarna i triangeln ligger väsentligen på samma djup ($D_1 \simeq D_2 \simeq D_3 = D$). Temperaturer och flöden blir då lika för de tre slangarna. Formlerna 11.2.23-25 ger:

$$0 - T_f = q_o \cdot m_p + q_o \cdot \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + 2\ln\left(\frac{2D}{B}\right)\right) \qquad (11.2.33)$$

$$2R_p < B << D$$

Då slangarna ligger direkt mot varandra ($B = 2R_p$) skärmas för varje slang en vinkelsektor på 60°. Endast 5/6 av flödet över en fri slang passerar. Detta motsvarar att m_p ökas till $\frac{6}{5}\, m_p$. Då slangarna ligger i direkt kontakt rekommenderas därför följande formel:

$$0 - T_f = q_o \cdot m_p \cdot \frac{6}{5} + q_o \cdot \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + 2\ln\left(\frac{2D}{2R_p}\right)\right) \qquad (11.2.34)$$

I tabell 11.2.3 anges från dessa formler värmeuttaget η för de tre slangarna relativt tre oberoende slangar. Värmeuttaget för de tre slangarna relativt en slang ges av 3η.

B/D	0.04	0.10	0.20	0.30	
η	0.37	0.43	0.50	0.55	$m_p = 0$
η	0.39	0.48	0.55	0.59	$\lambda \cdot m_p = 0.15$

Tabell 11.2.3. Värmeuttag för tre närliggande slangar i triangel enligt figur 11.2.7 relativt tre oberoende slangar för $R_p = 0.02D$.

Tabellen visar ånyo att det bör löna sig att skilja slangarna från varandra.

För tre slangar på linje enligt figur 11.2.7 får man ett flöde q_1 för ytterslangarna och ett flöde q_2 för mittslangen. Formlerna 11.2.23-25 ger:

$$0 - T_f = q_1 \cdot \left(m_p + \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + \ln\left(\frac{2D}{B}\right)\right)\right) + q_2 \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{B/2}\right)$$

$$0 - T_f = q_2 \cdot \left(m_p + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right)\right) + 2 \cdot q_1 \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{B/2}\right) \qquad (11.2.35)$$

Ur dessa ekvationer kan det totala värmeuttaget $2q_1 + q_2$ lösas ut.

Exempel 11.2.2. Givet tre slangar på linje med följande data:

$D = 1$ m $\quad R_p = 0.02$ m $\quad B = 0.1$ m

$T_f = -5^oC \quad m_p = 0.1$ K/(W/m)

$\lambda = 1.5$ W/mK

Ekvationssystemet 11.2.35 blir då:

$$5 = q_1 \cdot (0.1 + 0.81) + q_2 \cdot 0.39$$

$$5 = q_2 \cdot (0.1 + 0.49) + q_1 \cdot 0.78$$

Detta ger

$q_1 = 4.30$ W/m

$q_2 = 2.79$ W/m

Totalt erhålles för de tre slangarna

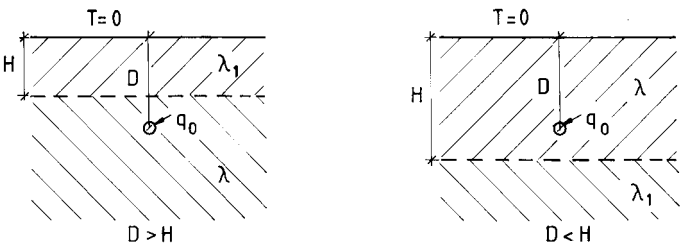
$$2q_1 + q_2 = 11.4 \text{ W/m}$$

En ostörd enskild slang ger värmeuttaget:

$$q_0 = \frac{5}{0.1 + \frac{1}{2\pi \cdot 1.5} \ln(\frac{2 \cdot 1}{0.02})} = 8.5 \text{ W/m}$$

11.2.8 Två markskikt

I avsnitten ovan förutsätts marken vara homogen med värmeledningsförmågan λ. I detta avsnitt skall fallet då marken består av två skikt behandlas. Marken består av två lager $0 < z < H$ och $H < z < \infty$. Endast fallet med en slang behandlas. Slangen ligger i det undre skiktet då $H < D$ och i det övre då $H > D$. Det stationära värmeuttaget är q_0. Värmeledningsförmågan i det skikt där slangen ligger betecknas λ medan den är λ_1 i det andra skiktet. Se figur 11.2.8.



Figur 11.2.8. Stationärt värmeuttag med en slang då marken består av två skikt.

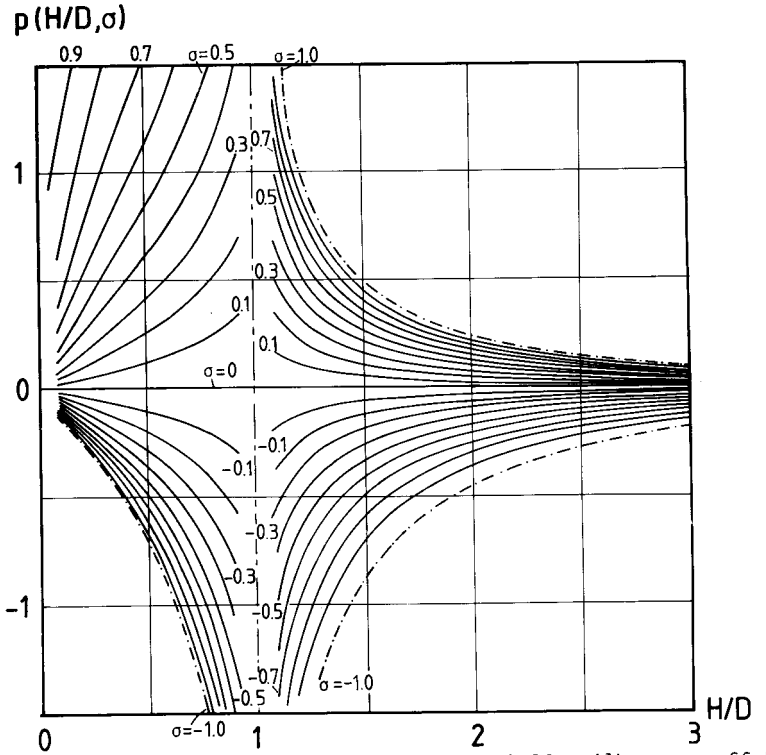
I referens 9 anges den analytiskt beräknade stationära temperaturen för detta fall. Härur erhålles markens värmemotstånd m_g (K/(W/m)):

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + p(H/D, \sigma)\right) \qquad (11.2.36)$$

Parametern σ ges av:

$$\sigma = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda + \lambda_1} \qquad (11.2.37)$$

Den varierar från -1 till +1. Funktionen p(H/D, σ) visas i figur 11.2.9.



Figur 11.2.9. Funktionen p(H/D, σ) i formel 11.2.36, vilken ger effekten av det andra markskiktets annorlunda värmeledningsförmåga λ_1.

Funktionen p är givetvis noll för $\sigma = 0$ ($\lambda_1 = \lambda$). Gränsfallen $\lambda_1 = 0$ och $\lambda_1 = +\infty$ är intressanta i fallet $H > D$. Fallet $\lambda_1 = +\infty$ eller $\sigma = -1$ kan uppfattas så att man håller temperaturen noll vid $z = H$. Fysikaliskt erhålles detta om man har ett mycket kraftigt regionalt grundvattenflöde i skiktet $z > H$. Markens värmemotstånd ges då av:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + \ln\left(\frac{\sin(\pi D/H)}{D/H}\right)\right) \qquad (11.2.38)$$

$$(H > D,\ \lambda_1 = \infty \text{ eller } T = 0 \text{ för } z = H)$$

I fallet $\lambda_1 = 0$ eller $\sigma = +1$ gäller:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + \ln\left(\frac{\tan(\pi D/(2H))}{\pi D/(2H)}\right)\right) \qquad (11.2.39)$$

$$(H > D,\ \lambda_1 = 0 \text{ eller } \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ för } z = H)$$

Exempel 11.2.3. Granitbergrund med 1.5 m täckande sandjord. Följande data gäller:

$\lambda = 0.9$ W/mK $\qquad \lambda_1 = 3.5$ W/mK

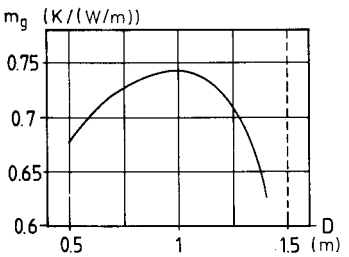
$R_p = 0.02$ m $\qquad H = 1.5$ m

$0 < D < H$

Markens värmemotstånd ges av (11.2.36):

$$m_g = \frac{1}{2\pi \cdot 0.9}\left(\ln\left(\frac{2D}{0.02}\right) + p(1.5/D,\ -0.6)\right)$$

Värmemotståndet m_g visas i nedanstående figur för olika D.



Värmemotståndet får ett maximum vid D = 1.0 m. Det är i detta fall fördelaktigt att placera slangen nära det undre skiktet med den högre värmeledningsförmågan.

Exempel 11.2.4. Givet följande fall där det övre skiktet har en lägre värmeledningsförmåga.

$R_p = 0.02$ m $\qquad H = 1$ m

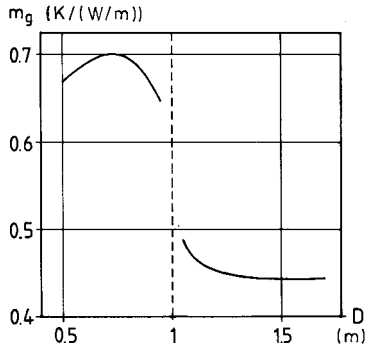
i. $0 < D < 1$ m

$\lambda = 0.9$ W/mK, $\quad \lambda_1 = 2.1$ W/mK

ii. $D > 1$ m

$\lambda_1 = 0.9$ W/mK, $\lambda = 2.1$ W/mK

Markens värmemotstånd enligt (11.2.36) visas i figuren nedan för olika förläggningsdjup D.



Figuren visar att man får lägst värmemotstånd då slangen placeras i det undre skiktet med den högre värmeledningsförmågan. Man bör gå ner en bit under gränsen $z = H$. Kurvan har ett flackt minimum för $z = 1.5$ m.

11.3 Ostörd marktemperatur

Den naturliga ostörda marktemperaturen, då man ej har något värmeuttag, betecknas $T_n(z,t)$. Temperaturen i marken från värmeuttagen vid slangarna betecknas $T_q(x,z,t)$. Denna komponent har enligt avsnitt 11.1 temperaturen noll vid markytan. Den totala temperaturen i marken ges av summan:

$$T_{total}(x,z,t) = T_n(z,t) + T_q(x,z,t) \qquad (11.3.1)$$

I de övriga avsnitten i detta kapitel behandlas enbart komponenten T_q. Speciellt anges fluidtemperaturen $T_f(t)$ för värmeuttagskomponenten. För att erhålla den totala, verkliga fluidtemperaturen skall man lägga till den naturliga temperaturen $T_n(D,t)$ vid slangen:

$$T_{f,total}(t) = T_f(t) + T_n(D,t) \qquad (11.3.2)$$

I detta avsnitt skall några formler för $T_n(z,t)$ anges.

Antag att temperaturen vid markytan varierar sinusformat enligt:

$$T_s(t) = T_o + T_p \cdot \sin(\frac{2\pi t}{t_o} + \varphi_o) \qquad (11.3.3)$$

Här är t_o sinusvariationens periodtid. Man får ett endimensionellt, periodiskt temperaturförlopp i marken $0 < z < \infty$. Enligt avsnitt 5.2.2.1 och formel 5.2.2.1 blir marktemperaturen, då (11.3.3) råder vid markytan:

$$T_n(z,t) = T_o + T_p \cdot e^{-z/d_o} \cdot \sin(\frac{2\pi t}{t_o} + \varphi_o - \frac{z}{d_o}) \qquad (11.3.4)$$

Inträngningsdjupet d_o ges av (5.2.2.2):

$$d_o = \sqrt{\frac{a t_o}{\pi}} \qquad (11.3.5)$$

På djupet $3d_o$ har amplituden hos variationen vid markytan dämpats till $T_p \cdot e^{-3} = T_p/20$. Tabell 11.3.1 anger d_o för många periodtider.

t_o	1 timme	1 dygn	1 vecka	1 månad	1 år
d_o (m)	0.03	0.14	0.38	0.79	2.7

Tabell 11.3.1. Inträngningdjup d_o för olika periodtider för $a = 0.75 \cdot 10^{-6}$ m^2/s.

Variationer vid markytan med tidsskala och periodtid på upp till en vecka är helt utdämpade vid slangdjup D runt en meter. För att erhålla $T_n(D,t)$ måste man givetvis ta med den årliga periodiska komponenten.

Temperaturvariationer med tidsskala mellan 1 vecka och ett halvt år kan behandlas genom att temperaturen vid markytan representeras av ett eller flera temperatursteg. Dessa behandlas i avsnitt 5.1.1.3. Antag att marktemperaturen gör en stegändring vid tiden t_1:

$$T_s(t) = \begin{cases} T_o & t < t_1 \\ T_o + T_1 & t > t_1 \end{cases} \qquad (11.3.6)$$

Motsvarande marktemperatur är då enligt (5.1.6):

$$T_n(z,t) = \begin{cases} T_o & t < t_1 \\ T_o + T_1 \cdot \mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{4a(t - t_1)}}\right) & t > t_1 \end{cases}$$

Genom att superponera några temperatursteg på den årliga periodiska variationen enligt (11.3.3) kan den ostörda marktemperaturen erhållas med tillräcklig noggrannhet. Man får totalt ett uttryck av följande typ:

$$T_n(D,t) = T_o + T_p \cdot e^{-D/d_o} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} + \varphi_o - \frac{D}{d_o}\right) + \qquad (11.3.7)$$

$$+ \sum_k T_k \cdot \mathrm{erfc}\left(\frac{D}{\sqrt{4a(t - t_k)}}\right)$$

Här är T_k den stegvisa temperaturändringen vid markytan vid tidpunkten t_k $(t > t_k)$.

11.4 Värmeuttagspulser

Den föreskrivna värmeuttagspulsen q(t) för en slang kan genom superposition betraktas som en summa av rena effektsteg. I avsnitt 11.4.1 behandlas detta renodlade fall. Det följande avsnittet behandlar temperaturavklingningen efter en puls, medan den allmänna analysen med effektpulser kortfattat redovisas i avsnitt 11.4.3.

11.4.1 Fundamentallösning för renodlat effektsteg

Förutsättningarna för det renodlade effektsteget anges i figur 11.1.1. Man har ett konstant värmeuttag q_1 från tiden t = 0. Temperaturen vid

markytan är noll. Begynnelsetemperaturen i marken är noll vid tiden $t = 0$.

Denna fundamentallösning erhålles med två lösningar av typen (5.3.2.1):

$$T(x,z,t) = -\frac{q_1}{4\pi\lambda}\left(E_1\left(\frac{x^2 + (z - D)^2}{4at}\right) - E_1\left(\frac{x^2 + (z + D)^2}{4at}\right)\right) \quad (11.4.1)$$

Funktionen E_1 (exponential integral) definieras av (5.3.2.2). Lösningens utseende visas i figurerna 11.1.2-5. Speciellt gäller i marken vid slangen på cirkeln $x^2 + (z - D)^2 = R_p^2$ för $R_p \ll D$:

$$T_R(t) = -\frac{q_1}{4\pi\lambda}\left(E_1\left(\frac{R_p^2}{4at}\right) - E_1\left(\frac{4D^2}{4at}\right)\right) \quad (11.4.2)$$

$$(at/R_p^2 > 5)$$

I lösningen (11.4.1-2) approximeras slangen med radien R_p med en linjekälla. Värmeflödet från denna är exakt q_1 för $t > 0$. Vid avståndet R_p från linjekällan, där slangens ytterradie ligger, växer värmeflödet upp till q_1 under en första tidsperiod. Lösningen (11.4.1-2) gäller därför inte under en första period. Det är lämpligt att använda följande krav: $at/R_p^2 > 5$. I början är också värmekapaciteten hos värmebärarfluiden i slangen betydelsefull, medan den kan försummas efter denna första tidsperiod. Allmänt gäller för de analytiska studierna här att den första tidsperioden $0 < t < 5R_p^2/a$ ej beaktas.

Exempel 11.4.1. Normala data för en ytjordvärmeslang är i storleksordningen:

$R_p = 0.02$ m $\qquad a = 0.75 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

Tidskriteriet för att lösningen (11.4.1) skall vara tillämplig blir då:

$$t > \frac{5R_p^2}{a} = \frac{5 \cdot 0.02^2}{0.75 \cdot 10^{-6}} = 0.75 \text{ timmar.}$$

I referens 9 visas att man kan använda följande approximativa uttryck för $T_R(t)$:

$$T_R(t) \simeq \begin{cases} -\frac{q_1}{4\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{4at}{R_p^2}\right) - \gamma\right) & \frac{at}{D^2} \leq 1.78 \quad \left(\frac{at}{R_p^2} > 5\right) \\ -\frac{q_1}{2\pi\lambda}\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) & \frac{at}{D^2} \geq 1.78 \end{cases} \qquad (11.4.3)$$

$$\gamma = 0.5772$$

Det maximala felet inträffar vid brytpunkten $at/D^2 = 1.78$. Det är runt 6%. Det övre uttrycket innebär att $T_R(t)$ ges av en effektpuls i en fri omgivning. Man försummar helt effekten av markytan. Motsvarande approximation för en bervärmebrunn ges av formel 10.3.7.3. Det undre uttrycket är det stationära värmeuttaget enligt (11.2.4-5).

Approximationerna 11.4.3 är basen för definitionen (11.1.1) av en karakteristisk tidsskala $t_D = 2D^2/a$. För tider $t < t_D$ (eller noga taget $t < 0.89\ t_D$) kan effekten av markytan helt försummas, medan T_R erhålles ur den stationära lösningen för $t > t_D$.

11.4.2 Temperaturavklingning efter en uttagspuls

Givet en uttagspuls under tiden $-t_1 < t < 0$:

$$q(t) = \begin{cases} 0 & t < -t_1 \\ q_1 & -t_1 < t < 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases} \qquad (11.4.4)$$

Under avklingningsperioden $t > 0$ kan processen betraktas som summan av ett effektsteg $+q_1$ från tiden $t = -t_1$ och ett effektsteg $-q_1$ från tiden $t = 0$. Man får två termer av typen (11.4.1). I figur 11.1.6 visas avklingningen i ett fall.

Temperaturen vid slangen ges enligt referens 9 av följande uttryck:

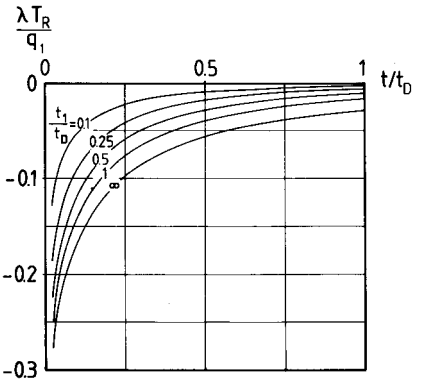
$$T_R(t) = -\frac{q_1}{4\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{t + t_1}{t}\right) - E_1\left(\frac{t_D}{2(t + t_1)}\right) + E_1\left(\frac{t_D}{2t}\right)\right) \qquad (11.4.5)$$

$$\left(\frac{at}{R_p^2} > 5\right)$$

För stora tider gäller approximationen:

$$T_R(t) \simeq -\frac{q_1}{8\pi\lambda}\cdot\frac{t_D\, t_1}{t(t + t_1)} \qquad (t > 3t_D) \qquad (11.4.6)$$

I figur 11.4.1 visas $\lambda T_R(t)/q_1$ som funktion av t/t_D och t_1/t_D.



Figur 11.4.1. Temperaturavklingningen (11.4.5) efter extractionspuls enligt (11.4.4).

Exempel 11.4.2. Antag att ett ytjordvärmesystem laddas kraftigt under tre sommarmånader:

t_1 = 3 månader $\qquad q_1$ = -45 W/m

I övrigt antas data enligt (11.1.2). Då gäller:

t_D = 1 månad

$\frac{t_1}{t_D} = 3 \qquad \frac{q_1}{\lambda} = -30^{\circ}C$

Figur 11.4.1 och formel 11.4.6 ger T_R. Följande tabell ger några värden.

t (dagar)	3	15	30	90	180
T_R (^oC)	6	1.4	0.7	0.2	0.07

Exemplet ovan visar såsom tidigare framhållits att det inte lönar sig att ladda ett ytjordvärmesystem på sommaren för att erhålla bättre uttagsvillkor under den följande vinter.

11.4.3 Superponering av effektpulser

Antag nu att värmeuttaget är sträckvis konstant:

$$q(t) = \begin{cases} q_0 & t < t_1 \\ q_1 & t_1 < t < t_2 \\ \vdots & \\ q_n & t_n < t < t_{n+1} \end{cases} \qquad (11.4.7)$$

Analys av effektpulser för en slang i en oändlig omgivning behandlas allmänt i avsnitt 5.3.4. Här skall motsvarande analys genomföras då man tar hänsyn till markytan.

Effektpulsen (11.4.7) kan i tidsintervallet $t_n < t < t_{n+1}$ betraktas som en stegpuls q_0, vilken förutsätts ha rått under lång tid så att stationära förhållanden i huvudsak råder vid $t = t_1$, en stegpuls $q_1 - q_0$ vid tiden $t = t_1$ o s v till en sista stegpuls $q_n - q_{n-1}$ vid $t = t_n$. Den totala temperaturen i marken vid slangen kan skrivas:

$$T_R(t) = \sum_{i=0}^{n} \frac{q_i - q_{i-1}}{2\pi\lambda} \cdot g_1(t - t_i) \qquad (11.4.8)$$

$$(q_{-1} = 0) \qquad t_n + 5R_p^2/a < t < t_{n+1}$$

Det första stationära bidraget är enligt (11.2.3):

$$T_{R,o}(t) = -\frac{1}{4\pi\lambda}\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) \qquad (11.4.8')$$

De övriga bidragen ges av (11.4.3):

$$g_1(t-t_i) \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{4a(t-t_i)}{R_p^2}\right)-\gamma\right) & \frac{a(t-t_i)}{D^2} \leq 1.78 \\ \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) & \frac{a(t-t_i)}{D^2} \geq 1.78 \end{cases} \qquad (11.4.8'')$$

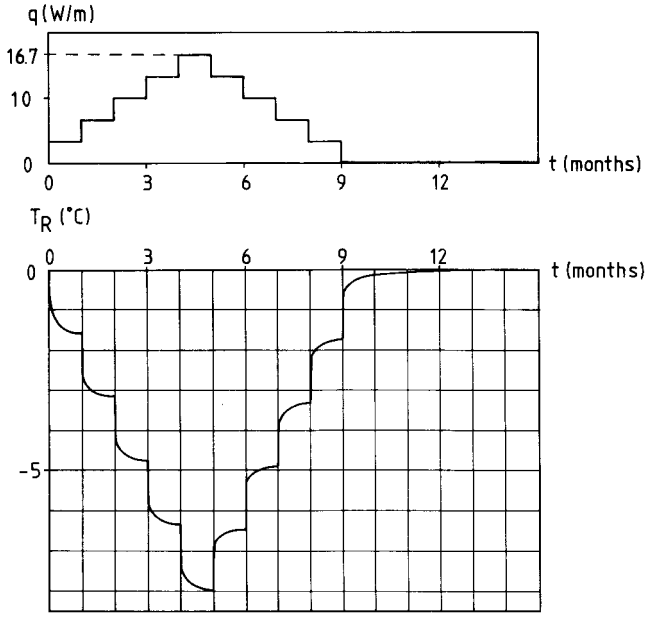
Det bör noteras att effektpulserna behandlas enligt stationär teori då $a(t - t_i) \geq 1.78D^2$.

Formlerna ovan avser en enda slang. Analysen blir mer komplicerad då man har flera slangar som påverkar varandra termiskt. Vi skall ej gå in närmare på detta här. Pulsanalysen ovan kan tillämpas för flera slangar under en kortare period, innan de påverkar varandra alltför kraftigt. För slangar som ligger på ett avstånd runt en meter från varandra kan ovanstående analys användas för pulser upp till cirka en veckas tid. Medeleffektuttag kan å andra sidan behandlas stationärt enligt avsnitt 11.2.5.

Exempel 11.4.3. Givet ett månadsvis konstant effektbehov under året enligt nedanstående figur. Med en slanglängd på 200 m utan influens mellan olika slangdelar erhålles då totalt 12 MWh under ett år. Detta kan motsvara behovet för ett välisolerat småhus. Maximalt värmeuttag under den kallaste månaden är 16.7 W/m. Följande data antas:

$\lambda = 1.5$ W/m $\quad a = 0.75 \cdot 10^{-6}$ m^2/s $\quad D = 1$ m

Uttagstemperaturen $T_R(t)$ vid slangarna erhålles med formel 11.4.8. Resultatet visas i nedanstående figur.

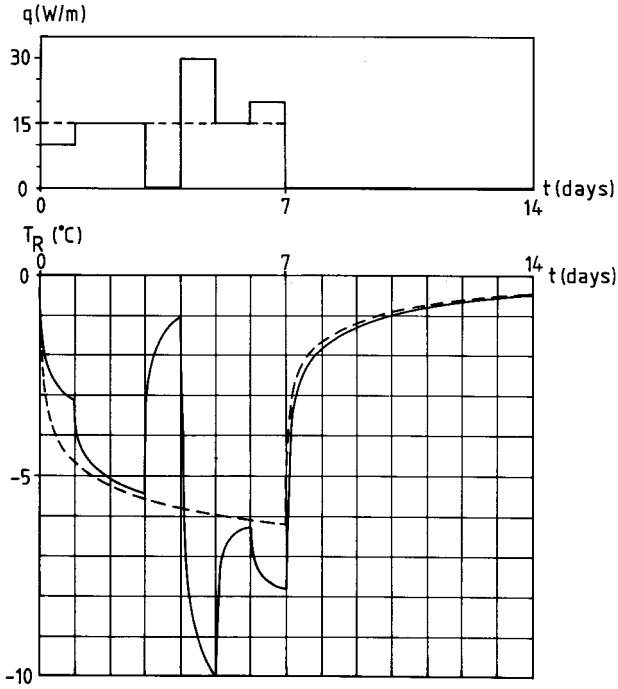


Den lägsta uttagstemperaturen T_R = -7.9°C erhålles i slutet av den femte månaden. Det skall som vanligt observeras att T_R anger temperaturen utöver den naturliga ostörda marktemperaturen. Se avsnitt 11.3. Vidare måste man känna till det lokala motståndet m_p mellan mark och fluid i slangen för att kunna beräkna fluidtemperaturen enligt formel 11.2.10.

Under årscykelns tre sista månader är värmeuttaget noll. Det är värt att notera att marktemperaturen då är helt återställd på -0.05°C när.

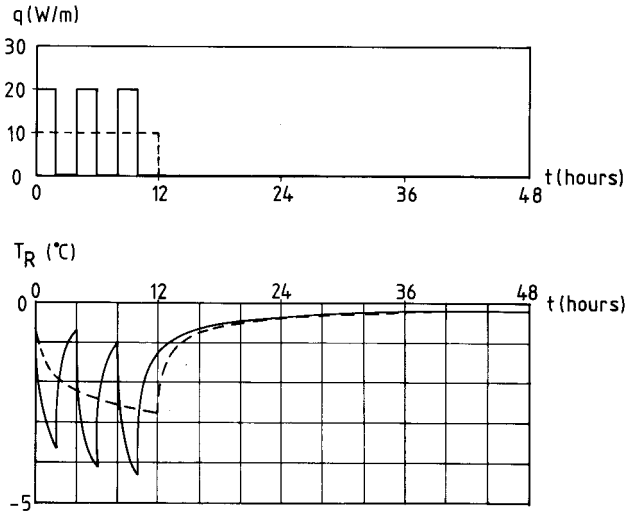
t (månad)	9	9.1	9.5	10	11	12
T_R (°C)	-1.7	-0.48	-0.21	-0.13	-0.07	-0.05

Exempel 11.4.4. Givet ett värmeuttag under en vecka enligt nedanstående figur. Den streckade kurvan anger ett konstant effektuttag med samma medeleffekt 15 W/m. Under den följande veckan är effektuttaget noll. I figuren visas rörtemperaturen $T_R(t)$ beräknad enligt 11.4.8. Data enligt ovanstående exempel användes. Den streckade kurvan avser medeleffektuttaget 15 W/m under en vecka.



Lägsta uttagstemperatur blir -10°C för det variabla värmeuttaget och -6.5°C för medeleffektuttaget. Vid avklingningen under den andra veckan är förloppet i stort detsamma.

Exempel 11.4.5. Låt oss nu betrakta en variation under en dag enligt figuren nedan. Man har tre effektpulser med två timmars varaktighet och två timmars uppehåll. Den streckade kurvan ger medeleffektuttaget. Motsvarande slangtemperatur visas i figuren nedan. Övriga data från exempel 11.4.3 gäller. Tidskriteriet $t > 5R_p^2/a = 0.75$ timmar är uppfyllt eftersom pulserna varar i två timmar. Det angivna förloppet under de första 45 minuterna efter varje stegändring är dock ej helt korrekt.



Den lägsta uttagstemperaturen blir -4.3°C, medan motsvarande lägsta värde för konstant värmeuttag är -2.8°C. Detta exempel visar effekten av korttidsvariationer med en tidsskala av några timmar.

11.5 Periodiskt värmeuttag

Det föreskrivna värmeuttaget q(t) kan genom superposition uppdelas i en stationär komponent och olika effektsteg enligt föregående avsnitt. Till detta kan periodiska komponenter överlagras. Periodiska förlopp behandlas allmänt i avsnitt 5.2. Tillämpning på bergvärmebrunnar behandlas i avsnitt 10.3.8 och på markvärmelager i avsnitt 7.3.3.

Ett rent sinusvarierande effektuttag ges av:

$$q(t) = q_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right) \qquad (11.5.1)$$

Här är t_0 periodtiden, vilken kan vara allt ifrån någon timme till ett år. Amplituden är q_1 (W/m). I den matematiska analysen användes en komplexvärd formalism:

$$q(t) = q_1 \cdot e^{2\pi i t/t_0} \qquad (11.5.2)$$

Hela beräkningen sker i komplexvärd form. De verkliga reellvärda resultaten erhålles ur realdel eller imaginärdel av temperaturer och flöden. Se avsnitt 5.2.

Genom Fourier-analys kan varje periodiskt förlopp med periodtiden t_o betraktas som en summa av rena sinus- och cosinusvariationer av typen (11.5.2) med periodtiderna t_o, $t_o/2$, $t_o/3$ o s v. Vi skall här bara behandla en ren komponent enligt (11.5.2).

Inträngningsdjupet d_o för ett periodiskt förlopp är enligt (5.2.2.2):

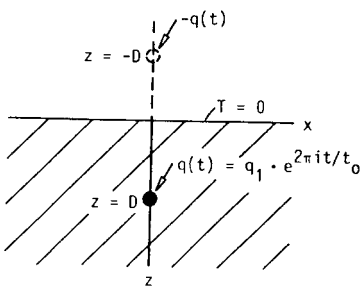
$$d_o = \sqrt{\frac{at_o}{\pi}} \qquad (11.5.3)$$

Nedan används dimensionslösa längder, vilka alla skalas med d_o. Följande beteckningar användes:

$$R_p' = R_p\sqrt{2}/d_o \qquad D' = 2D\sqrt{2}/d_o \qquad B' = B\sqrt{2}/d_o \qquad (11.5.4)$$

11.5.1 En slang

Figur 11.5.1 illustrerar ett periodiskt värmeuttag för en slang. Vid markytan är temperaturen noll. Detta åstadkommes genom att ansätta en spegellinjekälla ovanför markan vid x = 0, z = -D.



Figur 11.5.1. Periodiskt värmeuttag varvid randvillkoret vid markytan uppfylles med hjälp av en spegelkälla.

Temperaturen i marken vid slangen ges av (5.2.3.10) tillsammans med ett uttryck av typen (5.2.2.9) för spegelkällan. Totalt erhålles följande uttryck:

$$T_R(t) = -\frac{q_1}{2\pi\lambda} A(R')\cdot e^{i(2\pi t/t_o - B(R'))} + \tag{11.5.5}$$

$$+ \frac{q_1}{2\pi\lambda} N_o(D')\cdot e^{i(2\pi t/t_o + \phi_o(D'))}$$

För detaljer hänvisas till referens 9 (kapitel 7). Funktionerna A, B, N_o och ϕ_o anges i figur 5.2.3 och tabell 5.2.2. I de här aktuella tillämpningarna kan ofta approximationerna (5.2.3.11) utnyttjas.

Exempel 11.5.1. Givet en slang med periodiskt värmeuttag. Följande data antages:

q_1 = 10 W/m R_p = 0.02 m D = 1 m

λ = 1.5 W/mK a = $0.75\cdot 10^{-6}$ m^2/s

För några periodtider erhålles:

t_o = 1 vecka

$$T_R(t) = -3.1\cdot e^{i(2\pi t/t_o - 0.37))} + 3\cdot 10^{-7}\cdot e^{i(2\pi t/t_o - 14.3))} \quad (^oC)$$

t_o = 1 månad

$$T_R(t) = -3.7\cdot e^{i(2\pi t/t_o - 0.22)} + 0.046\cdot e^{i(2\pi t/t_o - 2.9)} \quad (^oC)$$

t_o = 1 år

$$T_R(t) = -5.1\cdot e^{i(2\pi t/t_o - 0.17)} + 0.56\cdot e^{i(2\pi t/t_o - 1.1)} \quad (^oC)$$

I reellvärd form erhålles (för imaginärdelen) i det sista fallet:

$$T_R(t) = -5.1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} - 0.17\right) + 0.56 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o} - 1.1\right)$$

Effektuttaget är i reellvärd form (för imaginärdelen):

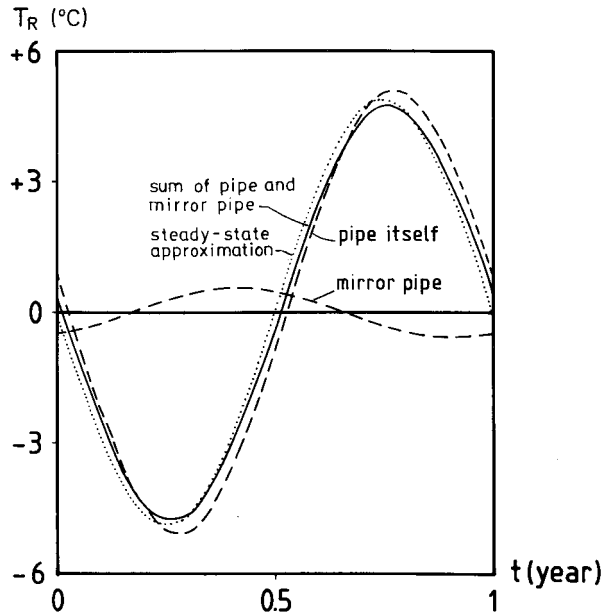
$$q(t) = q_1 \cdot \sin(2\pi t/t_o)$$

Antag att man för denna långsamt varierande process räknar stationärt vid varje tidpunkt. Detta ger slangtemperaturen:

$$T_R(t) \simeq -\frac{q(t)}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) = -4.89 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{t_o}\right) \qquad (^oC)$$

(stationär approximation)

I figur 11.5.2 visas uttagstemperaturen $T_R(t)$ för fallet t_o = 1 år. De två streckade kurvorna visar bidragen från slangen och spegelslangen, medan den heldragna kurvan anger total slangtemperatur enligt summan ovan. Den prickade kurvan anger den stationära approximationen.

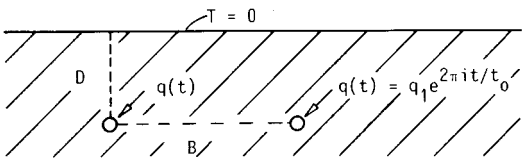


Figur 11.5.2. Periodisk slangtemperatur för t_o = 1 år enligt exempel 11.5.1.

Exemplet ovan visar att spegelslangen, d v s markytans störning, kan försummas för periodtider upp till en månad. Den andra termen i (11.5.5) bortfaller då. Exemplet och figur 11.5.2 visar vidare att man kan räkna stationärt för den årliga periodiska variationen.

11.5.2 Två slangar

Figur 11.5.3 visar ett periodiskt värmeuttag för två slangar. Dessa ligger på samma djup D och har samma värmeuttag.



Figur 11.5.3. Periodiskt värmeuttag med två slangar.

Slangtemperaturen T_R får nu bidrag från den aktuella slangen och den andra slangen samt från de två spegelslangarna.

$$T_R(t) = -\frac{q_1}{2\pi\lambda}\Big(A(R')\cdot e^{i(2\pi t/t_0 - B(R'))} + N_0(B')\cdot e^{i(2\pi t/t_0 + \phi_0(B'))} - N_0(D')\cdot e^{i(2\pi t/t_0 + \phi_0(D'))} - N_0(B'')\cdot e^{i(2\pi t/t_0 + \phi_0(B''))}\Big) \qquad (11.5.6)$$

Här erhålles B" ur avståndet mellan en av slangarna och den andra spegelslangen:

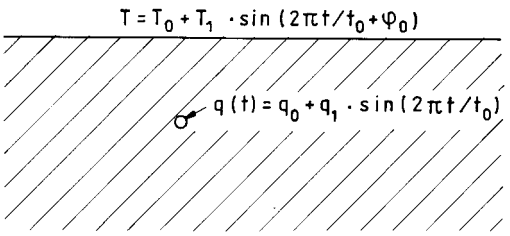
$$B'' = \sqrt{2}\cdot\sqrt{4D^2 + B^2}/d_0 \qquad (11.5.7)$$

För fler än två slangar kan utan svårighet analoga uttryck anges. Fallet med en oändlig svit av slangar behandlas i referens 9.

11.5.3 Stationärt och periodiskt förlopp

Genom att kombinera stationärt och periodiskt förlopp kan en mer fullständig analys göras. Vi skall här göra detta för ett enkelt fall med en slang, där en enda periodisk komponent beaktas.

Värmeuttaget och temperaturen vid markytan består av en stationär och en periodisk komponent. Se figur 11.5.4. Genom fasen φ_0 kan markytemperaturens maximum förläggas vid en godtycklig tidpunkt relativt värmeuttagets maximum.



Figur 11.5.4. Stationärt och periodiskt värmeuttag med periodisk variation vid markytan.

Den totala temperaturen $T_R(t)$ i marken vid slangen får ett bidrag (11.2.3) från det stationära värmeuttaget q_0. Temperaturen vid markytan ger en ostörd tamperatur i marken enligt (11.3.4). Det periodiska värmeuttaget ger ett bidrag enligt (11.5.5). Imaginärdelen av (11.5.5) svarar mot imaginärdelen av värmeuttaget (11.5.2). Den totala temperaturen i marken vid slangen blir då:

$$T_R(t) = T_0 - \frac{q_0}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) + T_1 e^{-D/d_0} \cdot \sin(2\pi t/t_0 + \varphi_0 - D/d_0) -$$

$$\frac{q_1}{2\pi\lambda} \left(A(R') \cdot \sin(2\pi t/t_0 - B(R')) - N_0(D') \cdot \sin(2\pi t/t_0 + \phi_0(D'))\right)$$

(11.5.8)

Man skall observera att temperaturen ovan till skillnad från de flesta övriga formler i detta kapitel anger total verklig temperatur under de givna betingelserna. Fluidtemperaturen erhålles med hjälp av (11.2.10):

$$T_f(t) = T_R(t) - m_p \cdot (q_o + q_1 \cdot \sin(2\pi t/t_o)) \qquad (11.5.9)$$

Exempel 11.5.2. Betrakta ett system där effektuttaget är direkt proportionellt mot temperaturdifferensen mellan innetemperaturen T_2 och utetemperaturen:

$$q_o + q_1 \cdot \sin(2\pi t/t_o) = \alpha(T_2 - T_o - T_1 \cdot \sin(2\pi T/t_o + \varphi_o))$$

Således gäller:

$$q_o = \alpha(T_2 - T_o)$$

$$q_1 = \alpha\, T_1 \qquad \varphi_o = \pi$$

Följande data gäller:

$\lambda = 1.5$ W/mK $\qquad a = 0.75 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

$R_p = 0.02$ m $\qquad D = 1$ m

$t_o = 1$ år $\qquad \alpha = 1.0$ W/mK

$T_2 = 20^oC$

$T_o = 13^oC \qquad T_1 = 7^oC$ (Grenoble)

Effekterna blir:

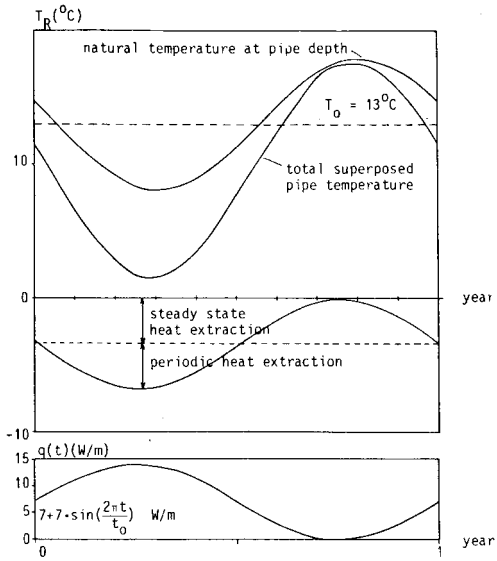
$q_o = 7$ W/m $\qquad q_1 = 7$ W/m

Slangtemperaturen (11.5.8) blir då:

$$T_R(t) = 13 - 3.42 - 4.86 \cdot \sin(\frac{2\pi t}{t_o} - 0.36) -$$

$$3.56 \cdot \sin(\frac{2\pi t}{t_o} - 0.165) + 0.42 \cdot \sin(\frac{2\pi t}{t_o} - 1.07)$$

Denna temperatur med sina olika komponenter och värmeuttaget q(t) visas i figur 11.5.5.

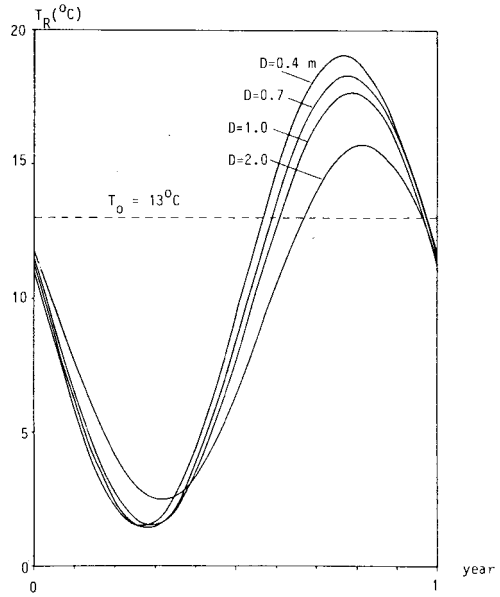


Figur 11.5.5. Slangtemperaturen $T_R(t)$ för exempel 11.5.2 tillsammans med sina olika komponenter. Motsvarande värmeuttag visas i den undre figuren.

Exempel 11.5.3. Det är intressant att variera förläggningsdjupet D. För exempel 11.5.2 varieras D enligt:

D = 0.4, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0 m

Motsvarande slangtemperaturer under årscykeln visas i figur 11.5.6. Den lägsta temperaturen ligger runt 1.5°C.



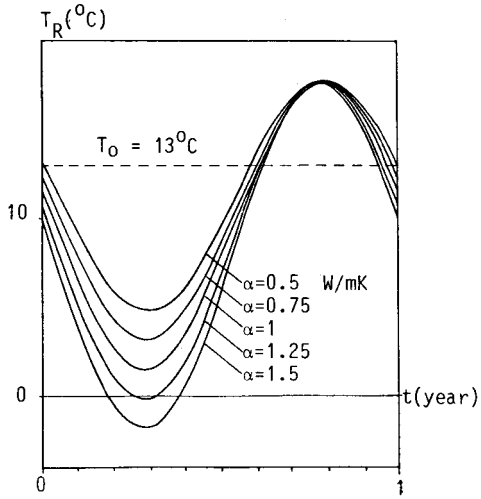
Figur 11.5.6. Slangtemperatur för exempel 11.5.2 då förläggningsdjupet D varieras.

Exempel 11.5.4. Det är också intressant att variera effektuttaget för exempel 11.5.2. Följande värden behandlas:

α = 0.5, 0.75, 1.0, 1.25, 1.5 W/mK

Motsvarande slangtemperaturer visas i figur 11.5.7.

Frysning i marken sker för $\alpha \geq 1.25$ W/mK.



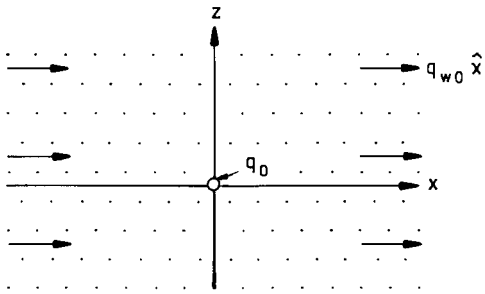
Figur 11.5.7. Slangtemperatur för exempel 11.5.2 då effektuttaget varieras.

11.6 Effekt av grundvattenströmning och infiltration av regnvatten

Formler och resultat i de föregående avsnitten är givna med förutsättningen att man har en konduktiv värmeledning i marken utanför slangarna. Konvektiv värmetransport på grund av strömmande grundvatten eller infiltrerande regnvatten har ej beaktats. I detta avsnitt visas att man normalt kan försumma dessa konvektiva effekter.

11.6.1 Stationär linjekälla i strömmande grundvatten

Utgångspunkt för analyserna nedan är en stationär linjekälla i en konstant grundvattenström. Situationen illustreras i figur 11.6.1. Linjekällan ligger i origo x = 0, z = 0. Värmeuttaget q_o är konstant. Den konstanta grundvattenströmningen är $q_{wo}\hat{x}(m_w^3/m^2 \cdot s$ eller förenklat m/s). Här är $\hat{x}$ enhetsvektorn i x-riktningen, medan q_{wo} anger grundvattenflödets storlek.



Figur 11.6.1. Konstant värmeuttag q_o i en konstant grundvattenström med storleken q_{wo} $(m_w^3/m^2 \cdot s)$.

Omgivande mark tänkes oändligt utsträckt i alla riktningar. Den stationära temperaturen i marken är då enligt referens 9 (kapitel 8):

$$T(x,z) = -\frac{q_o}{2\pi\lambda} e^{x/\ell} \cdot K_o\left(\frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{\ell}\right) \qquad (11.6.1)$$

Den modifierade Besselfunktionen $K_0(s)$ visas i figur 11.6.2. Parametern ℓ har dimensionen längd. Den ges av

$$\ell = \frac{2\lambda}{C_w q_w} \tag{11.6.2}$$

Här är $C_w \simeq 4.2 \cdot 10^6$ J/m^{3}K vattnets volumetriska värmekapacitet.

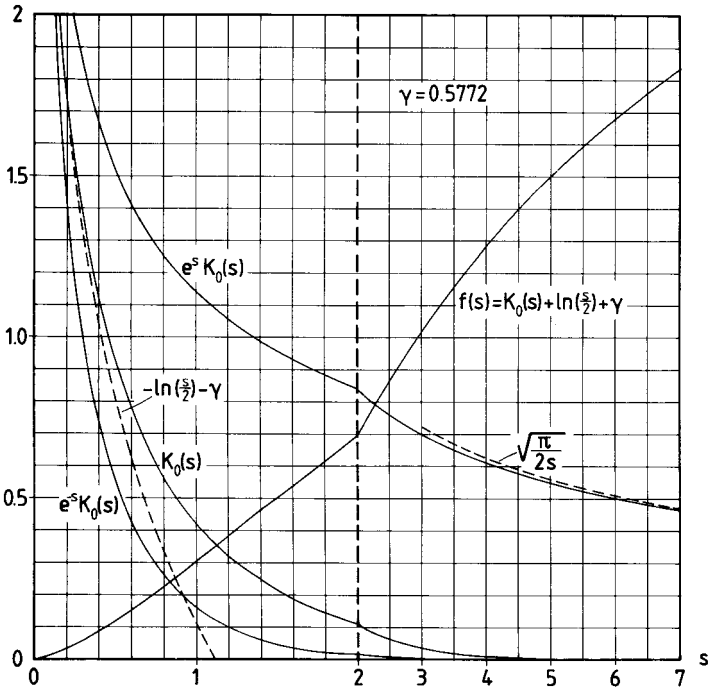
Temperaturfältet (11.6.1) ser olika ut uppströms, nedströms och vinkelrätt mot strömriktningen. Låt s beteckna dimensionslöst avstånd till slangen i dessa riktningar. Då gäller:

$$T \cdot \frac{-2\pi\lambda}{q_0} = \begin{cases} e^{s} \cdot K_0(s) & s = x/\ell \ ; \ x > 0, z = 0 \quad \text{(nedströms)} \\ e^{-s} \cdot K_0(s) & s = -x/\ell \ ; \ x < 0, z = 0 \quad \text{(uppströms)} \\ K_0(s) & s = |z|/\ell \ ; \ x = 0 \end{cases} \tag{11.6.3}$$

Dessa tre kurvor visas i figur 11.6.2. Långt från slangen är temperaturen noll. Nära slangen, d v s för små värden på s, gäller approximationen:

$$K_0(s) \simeq -\ln\left(\frac{s}{2}\right) - \gamma \qquad (s < 0.2) \tag{11.6.4}$$

$$(\gamma = 0.5772)$$



Figur 11.6.2. Funktioner i samband med ytjordvärmeslang i strömmande grundvatten.

I marken strax utanför slangen, $x^2 + z^2 = R_p^2$, är temperaturen med approximation (11.6.4):

$$T_R = -\frac{q_0}{2\pi\lambda} \cdot \left(\ln\left(\frac{2\ell}{R_p}\right) - \gamma\right) \qquad (11.6.5)$$

$$(\ell \gg R_p)$$

Här förutsätts att längden ℓ är mycket större än slangens radie R_p. För en slang i strömmande grundvatten ger (11.6.5) följande värmemotstånd mellan slang och fri omgivning långt från slangen:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda} \left(\ln\left(\frac{2\ell}{R_p}\right) - \gamma\right) \qquad (11.6.6)$$

Formeln gäller då slangen har en fri grundvattenström åt alla håll.

Längden ℓ beror på grundvattenströmmens storlek. Grundvattenströmmen

q_{wo} ges enligt Darcy's lag av

$$q_{wo} = K \cdot I \qquad (11.6.7)$$

Här K den hydrauliska konduktivitetem (m/s) och I (m/m) tryckfallet räknat i meter vatten per meter. Normala värden på K ligger från 10^{-2} för en mycket genomsläpplig rullstensås ner till 10^{-6} och lägre värden. Tryckfallet kan ligga runt 10^{-3}. Som exempel tar vi följande data:

$$\lambda = 1.5 \text{ W/m} \qquad C_w = 4.2 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3\text{K} \qquad I = 10^{-3} \text{m/m} \qquad (11.6.8)$$

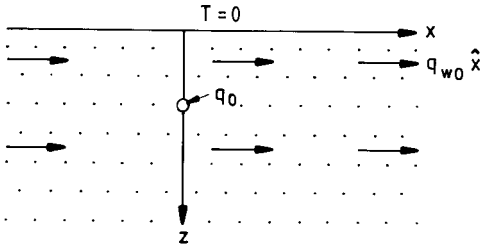
Tabell 11.6.1 anger ℓ för några olika värden på den hydrauliska konduktiviteten.

K (m/s)	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
q_w (m/s)	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}
ℓ (m)	0.07	0.7	7.1	71	710

Tabell 11.6.1. Längden ℓ enligt (11.6.2) för olika hydraulisk konduktivitet och grundvattenflöde. Data enligt (11.6.8).

I de flesta fall som är aktuella i ytjordvärmesammanhang torde ℓ vara större än låt oss säga 10 meter.

Med hjälp av lösningen (11.6.1) kan nu gränsfallet för grundvattenytan ligger mycket nära markytan behandlas. Figur 11.6.3 visar detta fall. Grundvattenytan antas ligga ända uppe vid marknivån. Detta är ett extremfall vilket ger den största effekten på värmeuttaget. Då grundvattenytan sänks sjunker värmeuttaget vid i övrigt oförändrade förhållanden. I avsnitt 11.6.3 behandlas fallet då grundvattenytan ligger under slangdjupet D.



Figur 11.6.3. Extremfall där grundvattenytan ligger mycket nära markytan.

Temperaturen vid markytan skall vara noll. Detta åstadkommes genom att ansätta en spegelkälla i x = 0, z = -D. Man får två bidrag av typen (11.6.1) Markens värmemotstånd blir då (se referens 9):

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) - f\left(\frac{2D}{\ell}\right)\right) \qquad (11.6.9)$$

Den första logaritmtermen ger det vanliga värmemotståndet i marken enligt (11.2.5). Funktionen f(s) är en korrektionsterm för grundvattenströmmen:

$$f(s) = K_0(s) + \ln(s/2) + \gamma \qquad (11.6.10)$$

Denna funktion visas i figur 11.6.2.

Exempel 11.6.1. Givet följande data:

$D = 1$ m $\qquad R_p = 0.02$ m

Då fås:

$$\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) = 4.61$$

För några ℓ-värden fås:

ℓ = 10 m

$f(0.2) = 0.03 \qquad \frac{0.03}{4.6} \simeq 0.001$

ℓ = 1 m

$f(2) = 0.31 \qquad \frac{0.31}{4.61} \simeq 0.07$

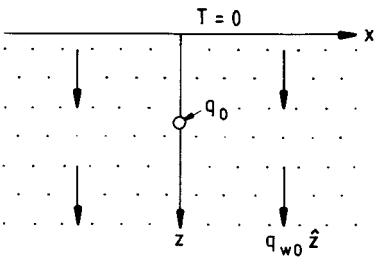
ℓ = 0.1 m

$f(20) = \ln(10) + \gamma = 2.88 \qquad \frac{2.88}{4.61} = 0.62$

Exempel 11.6.1 visar att effekten av grundvattenflödet kan försummas för $\ell > 10$ m. För $\ell = 1$ m, d v s $q_w \simeq 10^{-6}$ m/s enligt tabell 11.6.1, blir störningen 5-10%. Den extrema hastigheten $q_w \simeq 10^{-5}$ m/s ger en halvering av värmemotståndet m_g.

11.6.2 Infiltration av regnvatten

Infiltration av regnvatten ger en vertikal vattenströmning ner i marken. Denna är tidsvariabel och ofta inhomogent fördelad på grund av sprickor m m. Här antages att man har en tidsoberoende, homogen, vertikal strömning $q_{wo}\hat{z}$. Se figur 11.6.4.



Figur 11.6.4. Konstant vertikal infiltration av grundvatten för en slang med konstant värmeuttag.

Det visar sig att linjekällan enligt (11.6.1) tillsammans med en lämpligt vald spegellinjekälla ger den analytiska lösningen för problemet enligt figur 11.6.4. Se referens 9. Härur erhålles följande värmemotstånd för marken:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) - f\left(\frac{2D}{\ell}\right)\right) \qquad (11.6.11)$$

Märkligt nog får formeln exakt samma utseende som (11.6.9) för fallet med horisontell strömning. Funktionen f(s) definieras av (11.6.10) och visas i figur 11.6.2.

Exempel 11.6.2. Givet följande data;

$D = 1$ m $\qquad R_p = 0.02$ m

$\lambda = 1.5$ W/mK $\qquad C_w = 4.2 \cdot 10^6$ J/m^{3}K

Ett rimligt värde för regnvatteninfiltrationen är:

$q_{wo} = 0.5$ m/år.

Då gäller:

$$\ell = \frac{2 \cdot 1.5}{4.2 \cdot 10^6 \cdot 0.5/(3600 \cdot 24 \cdot 365)} = 45 \text{ m}$$

$$f\left(\frac{2 \cdot 1}{45}\right) = 0.002 \qquad \ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) = 4.61$$

$$\frac{0.002}{4.61} \simeq 0.0004$$

Regnvatteninfiltrationen ökar således värmeuttaget med 0.04%.

Ett extremt värde för q_{wo} är:

$q_{wo} = 5$ m/år

Då erhålles:

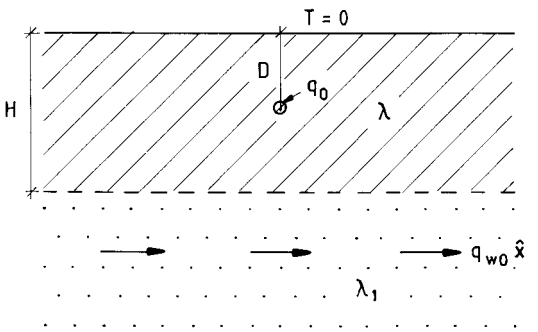
$\ell = 4.5$ m $\qquad f = 0.10$

$$\frac{0.10}{4.61} = 0.02$$

Exemplet ovan visar att regnvatteninfiltrationens effekt på värmeuttaget kan försummas. Man skall här observera att vi talar om den konvektiva effekten. En ändring av markens vattenhalt påverkar också värmeledningsförmågan λ.

11.6.3 Grundvattenströmning i underliggande skikt

Grundvattenytan ligger normalt under slangarna. Figur 11.6.5 visar detta fall. Man har ett konstant värmeuttag q_0 till en slang som ligger på djupet D. Grundvattenytan ligger på djupet H ; H > D. I grundvattenskiktet, z > H, är värmeledningsförmågan λ_1.



Figur 11.6.5. Konstant värmeuttag q_0 till en slang med ett underliggande skikt med grundvattenströmning.

Enligt referens 9 kan markens värmemotstånd m_g skrivas:

$$m_g = \frac{1}{2\pi\lambda}\left(\ln\left(\frac{2D}{R_p}\right) - P_w\left(D/H,\ \lambda_1/\lambda,\ H\ C_w q_{wo}/\lambda_1\right)\right) \qquad (11.6.12)$$

Funktionen P_w ger effekten av grundvattenströmningen.

För gränsfallet med en extremt kraftig grundvattenström gäller:

$$P_w = \ln\left(\frac{D/H}{\sin(\pi D/H)}\right) \qquad q_{wo} = \infty \qquad (11.6.13)$$

$$(T = 0 \text{ vid } z = H)$$

Nedanstående tabell ger några värden i detta fall:

D/H	0	0.2	0.5	0.7	0.95
$P_w(D/H, \lambda_1/\lambda, \infty)$	0	0.07	0.45	1.00	2.95

Dessa värden skall jämföras med $\ln(2D/R_p)$ som är i storleksordningen 4.6. Härur kan vi allmänt säga att effekten av en grundvattenström är mindre än 1% för $D/H \leq 0.5$. Detta gäller oberoende av hur stark strömmen är.

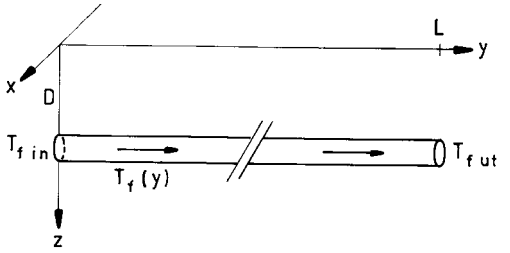
I referens 9 anges P_w för olika fall. En allmän slutsats är att grundvattenströmmen måste vara mycket kraftig och ligga nära slangnivån för att få någon märkbar effekt på värmeuttaget.

11.7 Temperaturvariation längs slangarna

Temperaturvariationerna längs slangen eller slangarna har ej beaktats i de föregående avsnitten. I detta avsnitt skall dessa effekter behandlas för det stationära fallet. Nya faktorer som påverkar värmeuttaget är pumpflödet V_f (m_f^3/s) för värmebärarfluiden i slangarna, slangarnas längd och olika typer av slangkonfigurationer med strömning i samma eller motsatt riktning i angränsande slangar. Här skall dock bara fallet med en slang redovisas. För övrigt hänvisas till referens 9. Där behandlas 2, 3, 4 och N parallella slangar. Olika strömningskonfigurationer med parallell och motriktad strömning i närliggande slangar jämföres.

Figur 11.7.1 visar en slang med längden L. Den ligger längs linjen $(x,y,z) = (0,y,D)$, $0 \leq y \leq L$. Pumpflödet i slangen är V_f (m_f^3/s). Vär-

mebärarfluidens värmekapacitet är C_f (J/m_f^3K). Fluidtemperaturen längs slangen betecknas $T_f(y)$. Temperaturen vid inloppet, $y = 0$, är T_{fin} och vid utloppet, $y = L$, T_{fut}.



Figur 11.7.1. Stationärt värmeuttag till en slang varvid fluidtemperaturen varierar längs slangen.

Temperaturen vid markytan är som vanligt noll. Det stationära värmeuttaget är $q(y)$ (W/m). Vid varje tvärsektion kan de tvådimensionella sambanden utnyttjas. (I referens 9 visas att tredimensionella ändeffekter kan försummas.) Enligt (11.2.12) gäller:

$$0 - T_f(y) = (m_g + m_p)\cdot q(y) \qquad (11.7.1)$$

Värmetillskottet $q(y)$ (W/m) ökar fluidtemperaturen:

$$q(y) = V_f C_f \cdot \frac{dT_f}{dy} \qquad (11.7.2)$$

Dessa två ekvationer ger en ordinär differentialekvation:

$$\frac{dT_f}{dy} = -\frac{1}{y_f}\cdot T_f(y) \qquad T_f(0) = T_{fin} \qquad (11.7.3)$$

Här har längden y_f införts:

$$y_f = (m_g + m_p)C_f V_f \qquad (11.7.4)$$

Lösningen till (11.7.3) är:

$$T_f(y) = T_{fin}\cdot e^{-y/y_f} \qquad (11.7.5)$$

Utloppstemperaturen blir:

$$T_{fut} = T_{fin}\, e^{-L/y_f} \tag{11.7.6}$$

Låt q_m (W/m) beteckna medeleffektuttaget över slangänden. Värmebalans ger:

$$L \cdot q_m = C_f V_f (T_{fut} - T_{fin}) \tag{11.7.7}$$

Låt m_t (K/(W/m)) ange medelvärmemotståndet enligt följande samband:

$$0 - T_{fin} = m_t \cdot q_m \tag{11.7.8}$$

Då erhålls ur (11.7.6-8):

$$m_t = \frac{L}{(1 - e^{-L/y_f}) C_f V_f} \tag{11.7.9}$$

Exempel 11.7.1. Följande data gäller:

$\lambda = 1.5$ W/mK $\quad D = 1$ m $\quad m_p = 0$

$R_p = 0.02$ m $\quad L = 100$ m

$C_f = 4.18 \cdot 10^6$ J/m^{3}K $\quad V_f = 0.5$ l/s

Då erhålles:

$$m_g = \frac{1}{2\pi 1.5} \ln\left(\frac{2}{0.02}\right) = 0.489 \text{ K/(W/m)}$$

$$y_f = 0.49 \cdot 4.18 \cdot 10^6 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = 1024 \text{ m}$$

Exponenten L/y_f blir:

$$\frac{L}{y_f} = \frac{100}{1024} = 0.1$$

$$m_t = \frac{100}{(1 - e^{-0.1}) \cdot 4.18 \cdot 10^6 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3}} = 0.503 \text{ K/(W/m)}$$

Skillnaden mellan m_g och m_t är liten.

Exempel 11.7.1 visar att L/y_f ofta är litet. Man kan då använda följande linjära approximation:

$$T_f(y) \simeq T_{fin}\left(1 - \frac{y}{y_f}\right) \qquad \left(y \leq L < 0.2y_f\right) \qquad (11.7.10)$$

Maximalt fel i denna approximation är 2%. En motsvarande approximation för m_t enligt (11.7.9) ger:

$$m_t \simeq m_g + m_p + \frac{L}{2C_f V_f} \qquad (11.7.11)$$

11.8 Temperaturpåverkan på omgivande mark

Ytjordvärmeslangarnas påverkan på temperaturen i omgivande mark diskuteras kortfattat i avsnitt 12.2.7. En mer omfattande studie redovisas i referens 9 (kapitel 10, kapitel 3 och avsnitt 4.2). Här skall bara några sammanfattande slutsatser från referens 9 redovisas.

Temperaturgradienterna är stora nära slangarna, då värme uttages. Se t ex figur 11.1.4. Runt 50% av temperaturfallet mellan slang och markyta ligger i en cirkel runt slangen med radien D/5. Influensområdet kring en enskild slang är relativt begränsat. Se t ex figur 12.2.7.1. Temperaturstörningen på djupet z = D avtar snabbt med ökande avstånd från slangen. På ett avstånd 2D från slangen återstår mindre än 10% av temperaturstörningen. På avståndet 5D återstår 1-2%.

Temperaturstörningen från ett rektangulärt fält med ytjordvärmeslangar kan uppskattas med relativt enkla formler enligt referens 9. Några resultat ges i tabell 12.2.7.2. Allmänt gäller att temperaturstörningen i marken är försumbar på avståndet 5D från den yttersta slangen i området från djupet D upp till markytan.

12. TEMPERATURFÖRÄNDRINGAR I OMGIVANDE MARK

Markvärmesystem stör de naturliga temperaturförhållandena i marken. Denna temperaturpåverkan är av intresse ur miljösynpunkt. Speciellt är man intresserad av storleken på störningen vid markytan och i ytliga jordskikt. Räckvidd och tidsskala för den långsiktiga uppvärmningen eller nedkylningen av marken runt systemet är också av intresse. En annan viktig fråga ur miljösynpunkt är förändringar av grundvattentemperaturer.

I de föregående kapitlen 4 till 11 har dessa temperaturförändringar behandlats för många olika speciella fall. I grundvattenvärmesystem återinjekteras nedkylt grundvatten. Räckvidden av denna nedkylning behandlas i kapitel 9. Den långsiktiga nedkylningen kring en bergvärmebrunn och påverkan vid markytan behandlas i avsnitt 10.10. Temperaturpåverkan en bit ifrån ytjordvärmeslangar behandlas i kapitel 11.

I avsnitt 12.1 ges några förhållandevis enkla formler för att uppskatta temperaturstörningarna runt ett markvärmelager. Formlerna gäller ej i den närmaste omgivningen av värmelagret. I avsnitt 12.2 jämföres temperaturstörningarna i ytliga jordskikt med de störningar man har runt en vanlig byggnad.

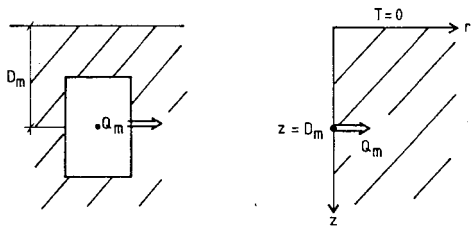
12.1 Formler för temperaturstörning runt markvärmelager

Temperaturförändringar i marken runt ett markvärmelager beror på många faktorer såsom lagrets form, storlek, värmeisoleringar, temperaturnivåer osv. Området närmast värmelagret är speciellt känsligt för dessa olika variabler, medan störningen uppvisar ett enklare beteende längre bort från värmelagret. Låt L vara en längd som karakteriserar lagrets lineära utsträckning. Det kan vara lagrets höjd, längd eller bredd. De formler som ges i detta avsnitt är approximativt giltiga på avstånd från lagerytan vilka är större än cirka 2L. På dessa avstånd är alla variationer i temperatur under lagrets årscykel utdämpade. Temperaturstörningen styrs av lagrets medeltemperaturer under året.

Värmelagret kan ha överytan vid markytan eller under denna.

Lagrets mittpunkt ligger på djupet $z=D_m$. Den årliga värmeförlusten dividerad med årets längd ger medelvärmeförlusten Q_m (W) från lagret. Denna styr temperaturstörningarna i marken runt lagret utom i ett närområde där fluktuationer under året tillkommer.

I många fall kan en mer eller mindre precis uppskattning av Q_m göras. Se kapitel 4. Värmelagret illustreras i figur 12.1.



Figur 12.1. Markvärmelager med medelvärmeförlust Q_m. Till höger visas en approximation till en punktkälla.

Medelvärmeförlusten fördelar sig på något sätt över värmelagrets yta. För en punkt i marken som ligger en bit från lagret spelar den exakta fördelningen av värmeflödet genom lagerytan en mindre roll. Man får approximativt samma temperaturförlopp om hela värmetillskottet placeras i en punkt mitt i lagret. Värmelagrets temperaturpåverkan på omgivningen approximeras med en punktkälla i lagrets mittpunkt. Den högra bilden i figur 12.1 illustrerar denna approximation. Temperaturen vid markytan skall vara noll, eftersom enbart störningen från markvärmelagret behandlas. Denna störtemperatur överlagras på naturliga, ostörda marktemperaturer.

12.1.1 Transient temperaturfält

Temperaturprocessen för störtemperaturen i marken en bit från värmelagret beskrivs approximativt av den punktkälla som definieras till höger i figur 12.1. Cylinderkoordinater med djupet z och radiellt avstånd r användes. I punkten $z=D_m$, $r=0$ finns en punktkälla med styrkan Q_m (W). Den verkar från starttiden t=0. Vid denna tid är störtemperaturen i marken noll. Vid markytan z=0 skall temperaturen hela tiden vara noll. Detta uppnås genom att ansätta en spegelpunktkälla med styrkan $-Q_m$ i $z = -D_m$, $r = 0$.

Temperaturförloppet från en punktkälla som startar en tid t = 0 ges i referens 102 E. Den transienta temperaturstörningen i marken utanför lagret blir i denna approximation:

$$T_Q(r,z,t) = \frac{Q_m}{4\pi\lambda} \cdot \left\{ \frac{1}{r_+} \operatorname{erfc}\left(\frac{r_+}{\sqrt{4at}}\right) - \frac{1}{r_-} \operatorname{erfc}\left(\frac{r_-}{\sqrt{4at}}\right) \right\} \qquad (12.1.1)$$

$$r_+ = \sqrt{r^2+(z-D_m)^2} \qquad r_- = \sqrt{r^2+(z+D_m)^2}$$

Funktionen erfc behandlas i avsnitt 3.6. Störtemperaturen har ett index Q för att markera att det enbart rör sig om den komponent som härrör från lagrets värmeflöde Q_m. Den är överlagrad på naturliga marktemperaturen.

Formel 12.1.1 är en approximation som bör ge en relativt god uppskattning av temperaturstörningen på avstånd från lagerytan vilka är större än cirka 2 L. Approximation blir allt bättre ju större avståndet till lagret är.

Värmeflödet Q_m är medelvärmeförlusten från lagret ut i marken. För ett värmelager med överytan i marknivån skall den del av värmeförlusten som går direkt ut mot luften ej medräknas.

Exempel. Ett cylinderformat bergrum har radien 10 m och höjden 20 m. Avståndet mellan dess överyta och markytan är 10 m. Dess årsmedeltemperatur är 55 ^oC. Bergrummet har behandlats i avsnitt 6.3.6, i vilket avsnitt värmeförluster och isotermer i det omgivande berget anges.

Vi har följande data:

R = 10 m H = 20 m D = 10 m

T_m = 55 ^oC T_o = 5 ^oC

λ = 3.6 W/m • K C = 2.1 MJ/m^3 • K

Den ackumulerade värmeförlusten från bergrummet under de tio

första åren är enligt figur 6.3.6.1.

43 $kWh/m^2 \cdot K$

Det genomsnittliga värmeflödet från bergrummet blir

Area = 1885 m^2 $\qquad T_m - T_o = 50\ ^oC$

$$Q_m = \frac{43 \cdot 1885 \cdot 50}{10}\ kWh/år = 46\ kW$$

Formel 12.1.1 ger temperaturstörningen i berget.

$a = 1.71 \cdot 10^{-6}\ m^2/s \qquad D_m = 20\ m$

Temperaturstörningen för t.ex. r=28 m, z=20 m och t=10 år blir:

$r_+ = 28\ m \qquad r_- = 49\ m$

$T_Q(28,20,10\ år) = 11.7\ ^oC$

Funktionen erfc ges i avsnitt 3.6. Temperaturen i den betraktade punkten är

$T = T_Q + T_o = 16.7\ ^oC$

Enligt figur 6.3.6.5 är det beräknade värdet 15.0 ^oC.

Medelvärmeflödet från bergrummet kan också approximeras med det stationära värmeflödet. Detta är enligt formel 4.3.1.

$Q_m = 3.6\ (55-5) \cdot 10 \cdot h(10/10,\ 20/10)$

$h(1,2) = 21$

$Q_m = 38\ kW$

Med denna uppskattning av medelvärmeflödet från bergrummet blir

temperaturstörningen i den aktuella punkten efter tio år enligt formel 12.1.1

$T_Q(28,20,10 \text{ år}) = 9.6\ ^oC$

Temperaturen i punkten är

$T = T_Q + T_o = 14.6\ ^oC$

12.1.2 Maximal temperaturstörning

Temperaturstörningen enligt formel 12.1.1 ökar med tiden mot ett stationärt slutvärde. Detta erhålles för t = ∞.

$$T_Q(r,z,\infty) = \frac{Q_m}{4\pi\lambda} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2+(z-D_m)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+(z+D_m)^2}} \right\} \qquad (12.1.2)$$

Detta är den maximala temperaturstörningen från värmelagret. Den gäller ej för området närmast värmelagret. Tiden för att uppnå det stationära slutvärdet ökar kvadratiskt med avståndet från lagret. Detta behandlas i avsnitt 12.1.5.

Exempel. Givet samma exempel som i föregående avsnitt. Den maximala störningen i punkten r = 28, z = 20 m kan beräknas enligt formel 12.1.2. Det stationära värmeflödet är 38 kW

$$T_Q(28,20,\infty) = \frac{38000}{4\pi \cdot 3.6} \left(\frac{1}{\sqrt{28^2+(20-20)^2}} - \frac{1}{\sqrt{28^2+(20+20)^2}} \right)$$

$= 12.8\ ^oC$

Den maximala temperaturen i den betraktade punkten är

$T = T_Q + T_o = 17.8\ ^oC$

12.1.3 Värmeflöde vid markytan

Störvärmeflödet vid markytan är av speciellt intresse. Låt $q_0(r,t)$ (W/m^2) beteckna detta värmeflöde. Det räknas positivt vid värmeflöde från marken mot luften.

$$q_0(r,t) = \lambda \cdot \frac{\partial T_Q(r,z,t)}{\partial z}\Bigg|_{z=0} \qquad (12.1.3)$$

Från formel 12.1.1 erhålles följande uttryck:

$$q_0(r,t) = \frac{Q_m}{2\pi D_m^2} \cdot \left(\frac{D_m}{\sqrt{r^2+D_m^2}}\right)^3 \cdot f_d(\tau) \qquad (12.1.4)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{4at}{r^2+D_m^2}} \qquad (12.1.5)$$

Här ges $f_d(\tau)$ av

$$f_d(\tau) = \mathrm{erfc}\left(\frac{1}{\tau}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\tau}\, e^{-1/\tau^2} \qquad (12.1.6)$$

Av skäl som framgår i nästa avsnitt skall vi kalla f_d för dipolfunktionen.

Formel 12.1.4 gäller ej alltför nära värmelagret.

Värmeflödet $q_0(r,t)$ ökas med tiden mot ett stationärt slutvärde:

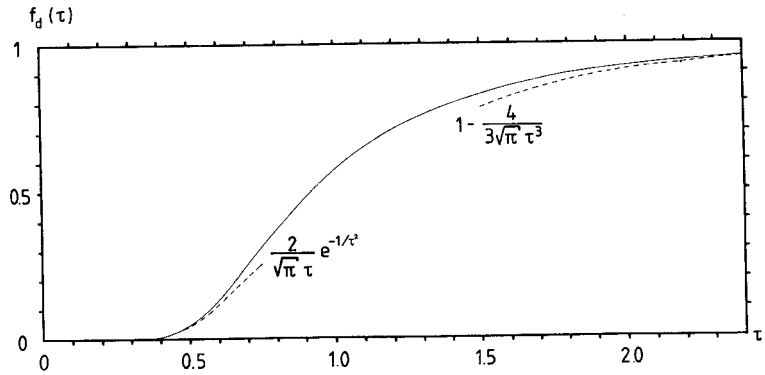
$$q_0(r,\infty) = \frac{Q_m}{2\pi\, D_m^2} \cdot \left(\frac{D_m}{\sqrt{r^2+D_m^2}}\right)^3 \qquad (12.1.7)$$

Variationen med avståndet från lagrets centrumaxel ges av den andra faktorn. Den första faktorn ger en nivå på värmeflödet. Det svarar emot att värmeflödet Q_m fördelas jämt över en area $2\pi D_m^2$. Tabell 12.1 anger värmeflödets variation med radien. Observera att värden för små r eventuellt faller utanför formelns giltighetsområde. Tabellen visar att det maximala störvärmeflödet avtar snabbt med radien.

R/D_m	0	0.5	1	2	4	6	10
$\frac{q_o(r,\infty)}{q_o(0,\infty)}$	1	0.72	0.35	0.09	0.014	0.004	0.001

Tabell 12.1 Störvärmeflödets variation med avståndet från lagrets mittaxel enligt formel 12.16. Värdena för små r faller eventuellt utanför formelns giltighetsområde.

Funktionen $f_d(\tau)$ ges i figur 12.2. I figuren ges också approximationer för små och stora τ.



Figur 12.2. Dipolfunktionen (12.1.6). Den används i formlerna 12.1.4 och 12.1.8.

Tidsfaktorn f_d i formel 12.1.4 för värmeflödet vid markytan har ett värde mellan 0 och 1. Den anger tidsförloppet för hur värmeflödet vid en radie r växer från noll upp mot det stationära slutvärdet. Tidsförloppet har samma form för alla radier men tidsskalan ökar kvadratiskt med radien.

12.1.4 Dipolapproximation

Genom en så kallad dipolapproximation kan temperaturfältet (12.1.1) ytterligare förenklas. (J. Claesson, opublicerad studie). Denna gäller

för punkter (r,z) som ligger förhållandevis långt bort från punktkällan vid r = 0, z = D_m. Följande uttryck gäller:

$$T_Q(r,z,t) \simeq \frac{Q}{4\pi\lambda D_m} \cdot \frac{2D_m^2\, z}{(r^2+z^2)^{3/2}}\; f_d(\tau) \qquad (12.1.8)$$

$$(\sqrt{r^2+z^2} > 3 \cdot D_m)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{4at}{r^2+z^2}} \qquad (12.1.9)$$

Här ges $f_d(\tau)$ av det tidigare uttrycket enligt formel 12.1.6. Frånsett kravet att punkten (r,z) ej får ligga alltför nära lagrets yta krävs också

$$\sqrt{r^2+z^2} > 3 \cdot D_m \qquad (12.1.10)$$

Formel 12.1.8 anger störtemperaturen längre bort från värmelagret. Formeln har en anmärkningsvärt enkel struktur. Det stationära slutvärdet, som ger maximal störning, blir

$$T_Q(r,z,\infty) \simeq \frac{Q_m}{4\pi\lambda D_m} \cdot \frac{2D_m^2\, z}{(r^2+z^2)^{3/2}} \qquad (12.1.11)$$

Detta är ett så kallat dipolfält. Det är en approximation av (12.1.2) då (12.1.10) är uppfyllt.

I varje punkt (r,z) ges tidsförloppet upp till stationärt slutvärde av tidsfaktorn f_d i (12.1.8). Denna dipolfunktion visas i figur 12.2.

12.1.5 Tidsskala för temperaturstörning

Tidsfaktorn i formel 12.1.4 för värmeflödet vid markytan och i formel 12.1.8 för temperaturförloppet i marken utanför ett minimiavstånd $3D_m$ från punktkällan ges av dipolfunktionen $f_d(\tau)$. Tidsvariabeln τ definieras

av 12.1.5 respektive 12.1.9. Dessa uttryck ger en tidsskala för processen.

För värmeflödet vid markytan kan tidsvariabeln τ skrivas:

$$\tau = \sqrt{\frac{t}{t_Q}} \qquad t_Q = \frac{r^2+D_m^2}{4a} \tag{12.1.12}$$

Detta uttryck t_Q anger tidsskalan för olika radier r.

För dipolapproximationen av det transienta temperaturfältet enligt 12.1.8-9 kan τ skrivas:

$$\tau = \sqrt{\frac{t}{t_Q}} \qquad t_Q = \frac{r^2+z^2}{4a} \tag{12.1.13}$$

Vid $\tau = 1$ är f_d ungefär en halv. Tiden $t = t_Q$ anger således tidpunkten då ungefär hälften av det stationära slutvärdet har uppnåtts.

Exempel.

$a = 1.0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

$D_m = 20$ m
$r = 50$ m $\Rightarrow$ $t_Q = \dfrac{20^2+50^2}{4 \cdot 10^{-6}}$ sek = 23 år

$r = 100$ m
$z = 1$ m $\Rightarrow$ $t_Q = 80$ år

De numeriska exemplen ovan visar att tidsskalan för att uppnå stationära förhållanden är mycket stor. Observera att roten ur tiden ingår i uttrycket för τ. Vid $\tau = 2$ har enligt figur 12.2 drygt 90% av stationärt värde uppnåtts. Detta motsvarar tiden $t = 4\ t_Q$.

12.2 Temperaturstörningar nära markytan

Temperaturstörningen, dvs. avvikelsen från naturliga, ostörda temperaturer, från ett antal representativa markvärmesystem skall i detta avsnitt anges längs en horisontell linje på djupet 1 m under markytan. Som jäm-

förelse ges exempel på temperaturstörningar från byggnader. Störningens betydelse för tjälningsprocessen i marken illustreras med några exempel. En utförligare beskrivning ges i referens 23.

12.2.1 Byggnader

Temperaturstörningen i marken har bestämts för två byggnadsstorlekar. Det mindre huset kan vara ett enfamiljshus och det större en industribyggnad.

Det mindre huset har grundmåttet 8 x 12 m^2. Huset har studerats med och utan källare. För det källarlösa huset har beräkningar utförts dels för fallet då huset är oisolerat mot marken, dels för ett fall med en isolering med värmemotståndet 1.25 K/(W/m^2). Huset med källare är oisolerat. Källarens djup är 2.5 m.

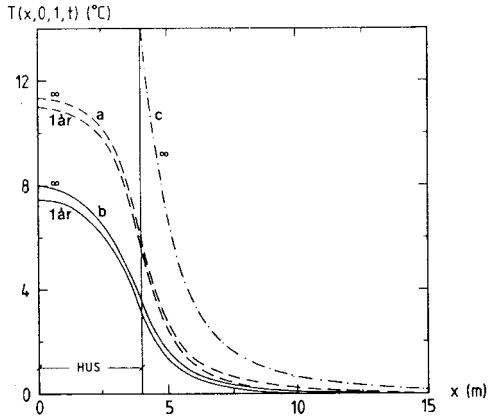
Det större huset är källarlöst. Dess grundmått är 40 x 60 m^2. Husets centrala delar är oisolerade mot marken. De delar under huset som ligger inom 5 m från huskanten är isolerade med värmemotståndet 1.25 K/(W/m^2).

Markens värmeledningsförmåga är 1.16 W/mK och dess värmekapacitet är 2.8 MJ/m^3K.

Husets och markytans årsmedeltemperatur är 20 respektive 6 ^oC. Den temperaturdifferens som styr störningen är 14 ^oC. Störningen redovisas längs en linje mitt för husets långsida, vinkelrätt mot denna och på djupet 1 m.

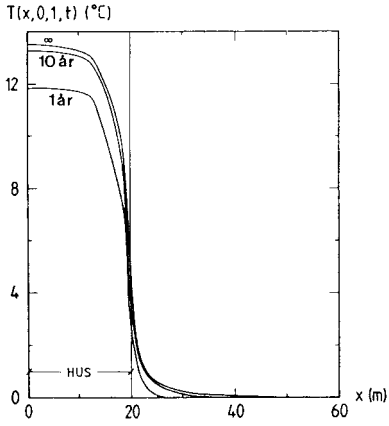
Figur 12.2.1.1 ger beräknade temperaturstörningar för det mindre huset. För det källarlösa huset (a och b), ges störningen efter 1 år samt den slutliga, stationära störningen. Skillnaden mellan dessa är överallt mindre än 0.5 ^oC.

För det oisolerade källarlösa huset (a) är den största temperaturhöjningen under huset cirka 11 ^oC. Utanför huset är den största höjningen cirka 6 ^oC. För det isolerade huset (b) är motsvarande värden 8 respektive 4 ^oC.



Figur 12.2.1.1 Temperaturstörning i marken från en liten byggnad.
a: oisolerat källarlöst hus, b: isolerat källarlöst hus,
c: hus med oisolerad källare

För huset med källare (c) är temperaturhöjningen vid källarväggen 14 ^{o}C. På avståndet 1 m utanför väggen är störningen cirka 7 ^{o}C.



Figur 12.2.1.2 Temperaturstörning i marken från en stor byggnad.

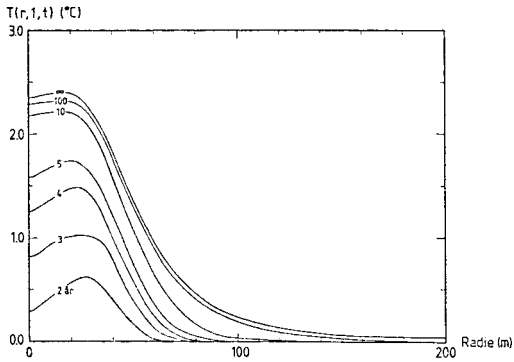
Figur 12.2.1.2 ger temperaturstörningen från det stora huset. Skillnaden mellan störningen efter 1 år och den slutliga störningen är överallt mindre än 1.5 ^{o}C. Den största störningen under huset är 13.5 ^{o}C. Vid huskanten är den största störningen 5 ^{o}C.

12.2.2 Bergrumsvärmelager

Som exempel tas bergrumsvärmelagret i Lyckebo. Lagret har tidigare behandlats i avsnitt 6.8. Lagret är approximativt rotationssymmetriskt. Dess form ges av en ring eller toroid med innerradien 20 m och ytterradien 38 m. Dess höjd är 30 m och avståndet mellan dess överyta och markytan är 30 m.

Bergets värmeledningsförmåga och värmekapacitet är 3.1 W/mK respektive 2.16 MJ/m^3K.

Lagrets temperatur varierar i intervallet 40 till 90 ^oC. Den ostörda årsmedeltemperaturen i berget är 6 ^oC.



Figur 12.2.2.1 Temperaturstörning nära markytan för ett bergrumsvärmelager (Lyckebo).

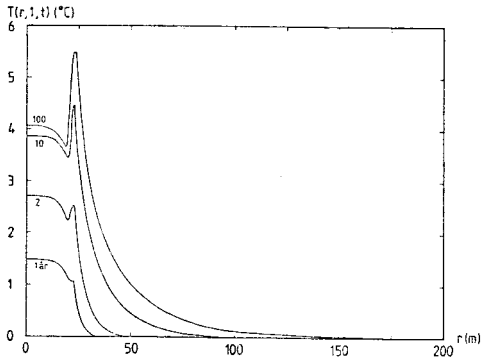
Figur 12.2.2.1 ger beräknad temperaturstörning på djupet 1 m längs en linje i radiell riktning från lagrets vertikala symmetrilinje. Den maximala temperaturstörningen efter lång tid är 2.4 ^oC. Störningen nära lagrets symmetrilinje är vid varje tidpunkt lägre än den maximala störningen. Detta beror på bergkärnan i lagrets mitt. På avståndet 75 m från lagrets symmetrilinje är den maximala störningen cirka 1 ^oC.

12.2.3 Markvärmelager

Som exempel på markvärmelager tas det planerade värmelagret i Stora Skuggan (borrhål i berg, referens 130). Lagret är rotationssymmetriskt. Dess radie är 21.3 m och dess höjd är 70 m. Lagrets överyta är täckt av en isolering med värmemotståndet 3.3 K/(W/m^2). Ovanpå isoleringen ligger ett skikt fyllnadsmaterial. Avståndet mellan isoleringen och markytan är 2 m.

Bergets värmeledningsförmåga och värmekapacitet är 3.5 W/mK respektive 2.1 MJ/m^{3}K. Motsvarande värden för det täckande jordskiktet är 1.0 W/mK respektive 3.5 MJ/m^{3}K.

Lagrets temperatur varierar i intervallet 25 till 45 ^{o}C i det undersökta driftsfallet. Ostörd temperatur i berget är 6.6 ^{o}C.



Figur 12.2.3.1 Temperaturstörning nära markytan från ett markvärmelager (Stora Skuggan).

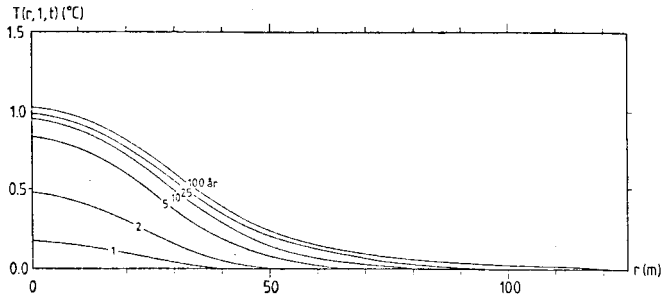
Figur 12.2.3.1 ger temperaturstörningen på djupet 1 m längs en linje i radiell riktning. Den kraftiga temperaturvariationen vid lagrets ytterradie beror på att värmeisoleringen endast täcker lagrets överyta.

Den maximala störningen är 5.5 ^{o}C vid lagrets ytterkant. Mitt över lagret är störningen drygt 4 ^{o}C. På avståndet 50 m från lagrets symmetriaxel är den maximala störningen cirka 1 ^{o}C.

12.2.4. Akvifervärmelager

I det studerade fallet är akviferens tjocklek 10 m. Avståndet mellan dess övre del och markytan är 20 m. Markens värmeledningsförmåga och värmekapacitet är 2.0 W/mK respektive 2.0 MJ/m^{3}K.

Under fyra månader pumpas vatten med övertemperaturen 30 ^{o}C ned i akviferen. Vattenflödet är 1.8 ℓ/s. Under två månader är vattenflödet noll. Följande fyra månader pumpas varmt vatten tillbaka från akviferen. Vattenflödet är 1.8 ℓ/s. Årscykeln avslutas med två månader utan pumpning.



Figur 12.2.4.1 Temperaturstörning nära markytan vid värmelagring i ett grundvattenförande skikt på djupet 20 till 30 m.

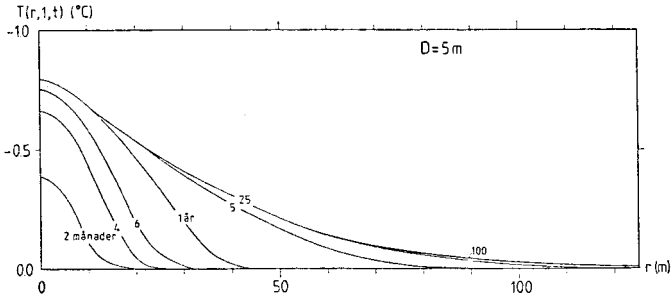
Figur 12.2.4.1 ger temperaturstörningen på djupet 1 m. Efter 100 år är den största störningen cirka 1 ^{o}C. På radien 60 m har störningen reducerats till 0.2 ^{o}C.

12.2.5 Återinjektering av kylt grundvatten

Kylt vatten återinjekteras i ett grundvattenförande skikt vars tjocklek är 10 m. Avståndet mellan skiktets övre del och markytan är 5 m. Markens värmeledningsförmåga och värmekapacitet är 2.0 W/mK respektive 2.0 MJ/m^{3}K.

Vid återinjekteringen har vattnets temperatur sänkts 5 ^{o}C. Det kontinuerliga vattenflödet är 0.6 ℓ/s.

Detta fall behandlas även i avsnitt 9.4.9. Där tas även motsvarande fall med akviferer på större djup upp.

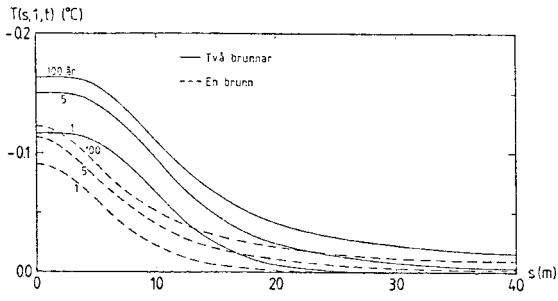


Figur 12.2.5.1 Temperaturstörning på djupet 1 m vid återinjektering av vatten med undertemperaturen 5 ^{o}C.

Figur 12.2.5.1 ger temperaturstörningen på djupet 1 m. Den största störningen är -0.8 ^{o}C. Det kan noteras att temperaturstörningen vid varje given radie går mot ett stationärt värde. Enligt avsnitt 9.4.9 blir den maximala störningen -0.22 och -0.08 ^{o}C, då tjockleken på det täckande skiktet ökas till 20 respektive 50 m.

12.2.6 Bergvärmebrunn

För att belysa temperaturstörningar från bergvärmebrunnar skall beräkningsexemplen avsnitt 10.10.3.1 refereras. Brunnen ges undertemperaturen 5 ^{o}C i förhållande till omgivningens årsmedeltemperatur.



Figur 12.2.6.1 Temperaturstörning på djupet 1 m från system med en och två bergvärmebrunnar.

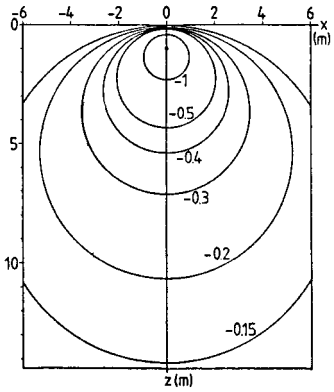
Figur 12.2.6.1 ger temperaturstörningen på djupet 1 m från system med en och två bergvärmebrunnar. De två brunnarnas avstånd är 10 m. Den maximala störningen är -0.17 ^{o}C för de två brunnarna och -0.12 ^{o}C för en brunn.

12.2.7 Ytjordvärmesystem

Värme utvinnes ur horisontella slangar nära markytan. Temperaturförloppet i området runt slangarna samt mellan dessa och markytan är komplicerat på grund av tjälbildning och den starka kopplingen till markytan.

Här skall ej temperaturstörningen i området nära rören behandlas. Störningen anges endast för något större avstånd från rören.

Betrakta ett rör på djupet 1 m. Värmeuttaget är 10 W/m. Markens värmeledningsförmåga är 1.5 W/mK.



Figur 12.2.7.1 Stationär temperaturstörning vid värmeuttag via ett rör i mark.

Figur 12.2.7.1 ger temperaturstörningen i ett vertikalt tvärsnitt efter långvarigt värmeuttag. Störningen är proportionell mot den uttagna värmeeffekten. Slangradien avgör vilken undertemperatur slangen måste ha för att det önskade värmeuttaget skall erhållas. Störningen på djupet 1 m och 3.5 m från slangen är -0.15 ^{o}C.

I många ytjordvärmesystem täcker slangarna ett rektangulärt område. Låt ytans bredd och längd vara 10 respektive 20 m. Rören ligger på djupet 1 m. Deras inbördes avstånd är 1 m. Värmeuttaget är 10 W/m. Detta beräkningsexempel behandlas något utförligare i avsnitt 9 i referens 23. Se även referens 9.

Djup (m)	4	5	6	10	20	50
Temperatur (^{o}C)	-3.5	-2.9	-2.5	-1.3	-.45	-.08

Tabell 12.2.7.1 Temperaturstörning rakt under ett rektangulärt utvinningsområde.

Tabell 12.2.7.1 ger beräknad temperaturstörning längs en vertikal linje genom rektangelns centrum.

Avstånd från rektangeln (m)	3	5	15
Temperatur (^{o}C)	-.40	-.20	-.03

Tabell 12.2.7.2 Temperaturstörning på djupet 1 m utanför ett rektangulärt utvinningsområde.

Den beräknade störningen på djupet 1 m längs en linje som går vinkelrätt från mittpunkten på rektangelns långsida ges i tabell 12.2.7.2.

12.2.8 Påverkan på tjälning

Temperaturstörningen från markvärmesystem påverkar det naturliga tjälningsförloppet i området nära markytan. Detta har studerats för jordarterna lätt morän och lera vilkas vattenhalt är liten respektive stor. Vattenhalten har stor betydelse för tjäldjupet.

Följande värden på de termiska egenskaperna har använts:

		morän	lera
värmeledningsförmåga, ofryst	W/m K	1.86	1.16
värmeledningsförmåga, fryst	W/m K	2.79	1.98
värmekapacitet, ofryst	$MJ/m^3 K$	2.29	2.83
värmekapacitet, fryst	$MJ/m^3 K$	1.80	1.96
smältvärme	MJ/m^3	74.9	152.

Den valda lufttemperaturen har årsmedelvärdet 6 ^oC och amplituden 14 ^oC, vilket motsvarar ett mellansvenskt klimat.

Snötäckets inverkan har försummats. Vid frysningen antages frysvärmet frigöras lineärt i intervallet 0 till -1.0 ^oC.

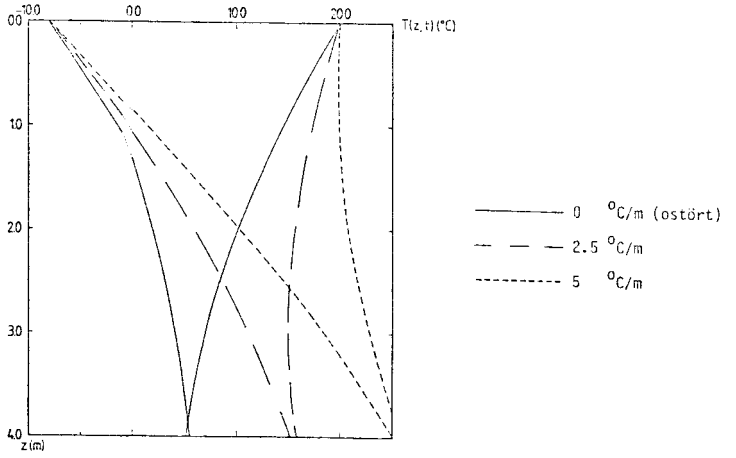
Effekten på det endimensionella tjälförloppet av ett markvärmesystem simuleras av ett givet värmeflöde nedifrån. Värmeflödet väljes så att det för de två jordarterna motsvarar en temperaturhöjning på 0 (dvs. ostört), 2.5 och 5 $^oC/m$.

Fallet med 2.5 $^oC/m$ ger då en uppfattning om påverkan på tjälprocessen från ett markvärmesystem som ger störningen 2.5 ^oC på djupet 1 m.

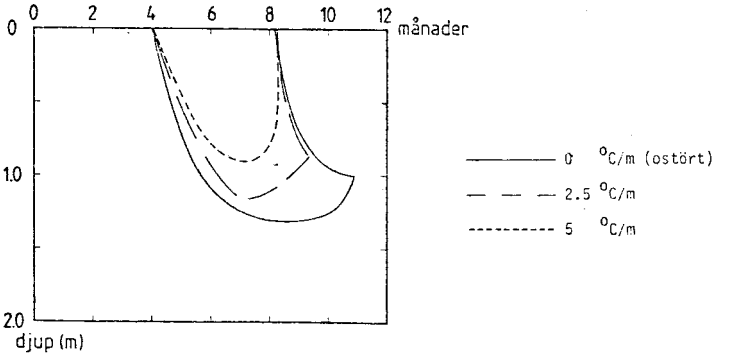
Figur 12.2.8.1 ger vertikala temperaturprofiler i morän för de tre fallen. Temperaturerna visas vid tidpunkterna för högsta och lägsta lufttemperatur. Inom frysningsintervallet är profilerna dragna som streckade räta linjer. Temperaturerna gäller för insvängda förhållanden, dvs. när temperaturerna upprepas år efter år.

Figur 12.2.8.1 visar hur årsvariationen av temperaturen dämpas med djupet. Vid djupet 4 m närmar sig temperaturprofilen de olika störningarnas temperaturökning med 0, 2.5 respektive 5 $^oC/m$.

Figur 12.2.8.2 ger positionen av den frysta zonen i morän vid olika tidpunkter under året.

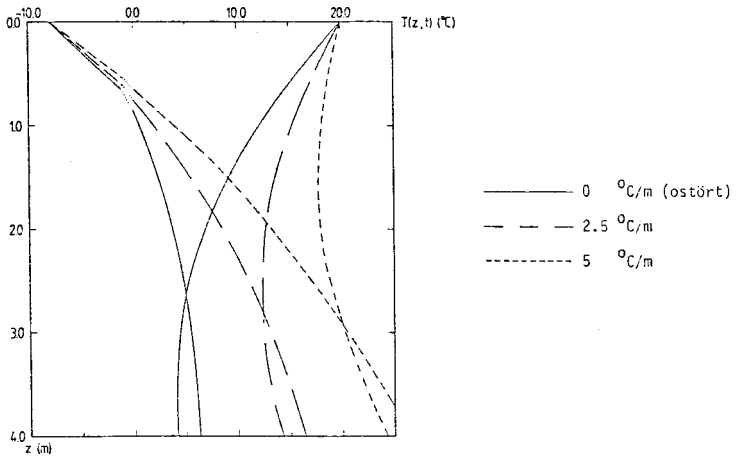


Figur 12.2.8.1 Temperaturprofiler i morän vid tre olika störningar.



Figur 12.2.8.2 Fryst zon i morän som funktion av tiden för de tre fallen.

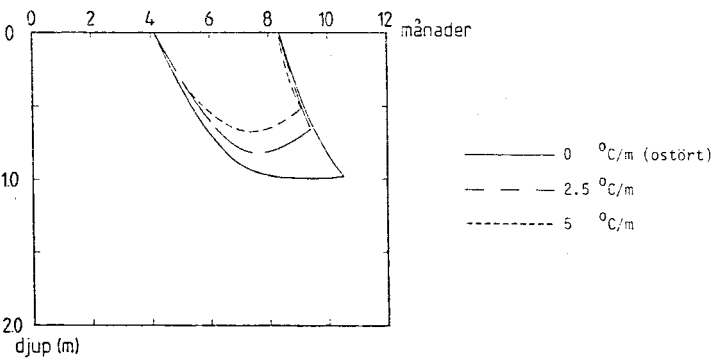
Det största tjäldjupet 1.3 m under ostörda förhållanden inträffar 8 till 9 månader efter högsta lufttemperaturen. Ungefär samtidigt börjar tjälen smälta uppifrån. Knappt 11 månader efter högsta lufttemperaturen smälter den sista resten av tjälen på djupet 1 m. Största tjäldjupet vid störningen 2.5 och 5.0 °C är 1.2 respektive 0.9 m. Vid den största störningen smälter isen underifrån så snabbt att någon tjälzon, belägen helt under markytan, knappt hinner bildas.



Figur 12.2.8.3 Temperaturprofiler i lera för de tre fallen.

Figur 12.2.8.3 ger vertikala temperaturprofiler i lera för de tre fallen. Temperaturerna visas vid tidpunkterna för högsta och lägsta lufttemperatur. En jämförelse med figur 12.2.8.1 visar att inträngningsdjupet för årsvariationen av lufttemperaturen är mindre för lera än för morän.

Figur 12.2.8.4 visar för lera positionen av den frysta zonen vid olika tidpunkter under året. Det maximala tjäldjupet för de tre fallen 0, 2.5 och 5 °C/m är 1.0, 0.8 respektive 0.7 m. Tjäldjupet i lera är mindre än i morän på grund av den större vattenhalten och den lägre värmeledningsförmågan för lera.



Figur 12.2.8.4 Fryst zon i lera som funktion av tiden för de tre fallen.

12.2.9 Sammanfattning

För de studerade beräkningsexemplen är den största temperaturstörningen på djupet 1 m:

Bergrumsvärmelager	+2.4 °C
Markvärmelager	+5.5 °C
Akvifervärmelager	+1.0 °C
Återinjektering av kylt grundvatten	-0.8 °C
Bergvärmebrunn	-0.17 °C
Ytjordvärmesystem	
(4 m utanför utvinningsytan)	-0.4 °C

Temperaturstörningen från byggnader, som är värmeisolerade mot marken med motståndet 1.25 K/(W/m^2), är maximalt cirka 2 °C på djupet 1 m och på avståndet 1 m utanför husgrunden. Temperaturstörningen i motsvarande punkt för ett hus med oisolerad källare är cirka 7 °C.

Temperaturstörningen nära markytan för de behandlade markvärmesystemen är av samma storleksordning som eller mindre än temperaturstörningen utanför byggnader.

Temperaturstörningens betydelse för tjälnedträngningen illustreras för ett mellansvenskt klimat. Som exempel tas ett markvärmesystem där temperaturstörningen utan tjälning är +5 °C på 1 meters djup. För en moränjord medför detta att det maximala tjäldjupet minskar från 1.3 till 0.9 m. För lera minskar tjäldjupet från 1.0 till 0.7 m.

13. ÖVERSIKT AV DATORPROGRAM

13.1 Introduktion

Ett antal datorprogram har utvecklats för simulering av termiska förlopp för olika markvärmesystem. En översikt av programmen ges i detta kapitel. För mer detaljerade redovisningar hänvisas till de föregående kapitlen. Manualer för datorprogrammen ges i referenserna 11, 17, 18 och 24.

Datorprogrammen har använts vid utvärdering, analyser och studier i många olika tillämpade projekt. De resultat som ges i denna skrift har krävt kanske ett tusental simuleringar med de olika modellerna. De har också överförts och utnyttjats av olika andra forskargrupper, institutioner och ingenjörsbyråer. Programmen är därför förhållandevis väl testade. De är tillgängliga för alla användare.

De olika datormodellerna har likartad grundstruktur. Man har en global värmeledningsprocess i marken i och kring själva markvärmesystemet. Denna process kopplas till olika mer lokala processer i systemet. Det totala kopplade förloppet beräknas av datorprogrammen.

Markens termiska egenskaper kan varieras. Värmeisoleringar kan placeras vid markytan och nere i marken på valfria platser.

Värme föres till och från markvärmesystemet med en värmebärare som vanligtvis är vatten. Värmebärarens volymflöde, flödesriktning och inloppstemperatur till systemet kan varieras fritt i tiden. Som utdata från simuleringar erhålles bland annat värmebärarens utloppstemperatur, laddnings- och återvinningseffekter, värmebalanser för systemet under olika tidsperioder samt marktemperaturer.

Samtliga program är skrivna i FORTRAN. Angivna beräkningstider för de olika programmen avser CPU-tid på en UNIVAC 1100/80.

13.2 Bergrumsvärmelager

Datormodellen Stratified Storage Temperature Model avser system för lagring av värme i bergrum, gropar eller nedgrävda vattentankar. Se avsnitt 6.2. Lagringsmediet kan vara vatten eller en blandning av vatten och sprängsten. Vid pumpning cirkulerar vattnet genom hela lagrets höjd.

Datorprogrammet finns i en version för cylindersymmetriska lager. Manual till detta program ges i referens 11. Programmet finns även i en odokumenterad version för parallellepipedformade lager.

Programmet kräver cirka 100 kbytes i minnesutrymme. Simulering av en årscykel tar 5 till 10 sekunder.

Datormodellen finns i omarbetat skick som subrutin i ett simuleringsprogram för hela energisystem, TRNSYS. Modellen finns även som subrutin i ett optimeringsprogram för hela energisystem, MINSUN.

13.3 Markvärmelager

Datormodellen Duct Storage Temperature Model avser markvärmelager. Se avsnitt 7.5. En värmebärare pumpas genom ett rörsystem i marken. Lagret är rotationssymmetriskt. Manual ges i referens 18.

Datorprogrammet kräver cirka 100 kbytes i minnesutrymme. Simulering av en årscykel tar 5 till 10 sekunder.

Datormodellen finns i omarbetat skick som subrutin i ett simuleringsprogram för hela energisystem, TRNSYS. Modellen finns även som subrutin i ett optimeringsprogram för hela energisystem, MINSUN.

13.4 Akvifervärmelager och grundvattensystem

Grundversionen av datormodellen Aquifer Storage Temperature Model avser ett rotationssymmetriskt akvifervärmelager där vatten pumpas till och från akviferen via en brunn. Programmet redovisas närmare i kapitel 8. Manual ges i referens 17. Programmet avser även återinjektering av kylt grundvatten.

Programmet kräver cirka 100 kbytes i minnesutrymme. Simulering av ett år tar 5 till 10 sekunder.

Grundversionen har vidareutvecklats till att gälla system av flera brunnar. Den enklaste formen är system med två brunnar. System med en centrumbrunn och flera omgivande brunnar längs en cirkelbåge runt centrumbrunnen kan också simuleras. Se avsnitt 9.3.

13.5 Bergvärmebrunnar

Flera datormodeller finnes. Den enklaste beskriver värmeutvinning ur en enda brunn. Fallet är rotationssymmetriskt. Nettoflödet av vatten från brunnen är noll.

En mer avancerad modell, Superposition Bore-hole Model, avser ett valfritt antal vertikala brunnar. Se avsnitt 10.7. För varje enskild brunn utnyttjas det tidigare programmet för en brunn. Genom superposition simuleras det totala tredimensionella temperaturförloppet. En speciell version av programmet avser ett antal sneda brunnar. Se avsnitt 10.8.6. Manual för de två versionerna med sneda eller vertikala brunnar ges av referens 24.

Programmen kräver 100 till 200 kbytes i minnesutrymme. Ett års simulering tar mindre än 1 sekund för modellerna med en brunn. Ett fall med 120 brunnar kan för superpositionsmodellen ta cirka 6 minuter per år.

13.6 Ytjordvärme

Värme utvinnes ur marken via en horisontell slang nära markytan. Datormodellen beskriver det termiska förloppet i ett vertikalt tvärsnitt vinkelrätt mot slangen. Marken kan frysa, varvid latent värme frigöres. Värme kan återinjekteras till marken via slangen. I referens 19 redovisas en äldre version av detta datorprogram.

Datorprogrammet kräver 100 till 150 kbytes i minnesutrymme. Simulering av en årscykel tar 20 till 60 sekunder.

REFERENSER

Egna publikationer

Institutionsrapporter har angetts med förkortningen mat.fys. Fullständig adress är

Avdelningen för matematisk fysik
Lunds Tekniska Högskola
Fack 725
220 07 LUND 7

1. Eftring, Claesson, 1978. Stationary heat losses from a cylindrical storage volume in the ground. Mat. fys.

2. Claesson, Bengtsson, 1978. Stationary heat losses from a spherical or ellipsoidal heat storage volume deep in the ground. Mat. fys.

3. Claesson, Olanders, 1978. Stationary heat losses from a half-spherical volume. Temperature fields in the ground. Mat. fys.

4. Claesson, Eftring, 1980. Optimal distribution of thermal insulation and ground heat losses. Document D33:1980, Byggforskningsrådet.

5. Eftring, 1981. Samband mellan värmeförluster och isoleringstjocklek vid lagring av värme i bergrum. Mat. fys.

6. Hagentoft, 1982. Transient värmeflöde vid hörn. Mat. fys. (Manuskript)

7. Claesson, Eftring, 1980. Stationärt värmeflöde från vertikalt rör i mark. Mat. fys.

8. Claesson, Eftring, Hellström, 1980. Temperature decline of a heated region in the ground. Mat. fys.

9. Claesson, Dunand, 1983. Heat extraction from the ground by horizontal pipes. A mathematical analysis. Document D1:1983, Byggforskningsrådet.

10. Claesson, Bennet, 1982. Periodic injection-extraction of heat in an insulated cylinder region. Mat. fys.

11. Eftring, 1982. Stratified Storage Temperature Model. Manual for computer code. Mat. fys.

12. Claesson, 1980. Samband mellan intern värmeledningsprocess och värmespridning. Mat. fys.

13. Claesson, Eftring, Hellström, 1981. Studie av värmeförluster för Lyckebo värmelager i berg. Mat. fys.

14. Eskilson, 1982. Projekt Örnstigen. Influens mellan tio bergborrade brunnar. Mat. fys.

15. Eskilson, 1982. Värmeuttag ur bergborrade brunnar. Influens mellan brunnar. Mat. fys.

16. Claesson, 1979. Thermodynamics of sensible heat storage systems. Thermality concept. Mat. fys.

17. Hellström, Bennet, Claesson, 1982. Model for aquifer storage system. Manual for computer code. Mat. fys.

18. Hellström, 1982. Model of duct storage system. Manual for computer code. Mat. fys.

19. Johansson, Westman, 1979. Datorprogram för studium av temperatur- och frysningsförlopp i mark kring kylrör till värmepump. Examensarbete. Mat. fys. och Institutionen för byggnadskonstruktionslära, LTH. BKL 1979:9.

20. Claesson, Eskilson, 1982. Värmelagring i berg - fältförsök i Luleå. Simulering av temperaturförlopp. Mat. fys.

21. Hellström, Claesson, 1981. Värmelagring i akvifer. Projekt: Kvarteret Tärnan, Landskrona. Mat. fys.

22. Tsang, Hopkins, Hellström, 1980. Aquifer thermal energy storage - A survey. Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-10441.

23. Claesson, Eftring, 1982. Markvärmesystems påverkan på temperaturen nära markytan. Mat. fys.

24. Eskilson, 1983. Superposition Bore-hole Model. Manual for computer code. Mat. fys.

25. Areskoug, Claesson, 1981. Periodic Model of Duct System for Ground Heat Storage. Mat. fys.

26. Doughty, Hellström, Tsang, Claesson, 1982. A Dimensionless Approach to the Thermal Behaviour of a an Aquifer Thermal Energy Storage System. Water Resources Research, Vol. 18, No. 3, pp. 571-587, June 1982.

27. Claesson, 1978. Entropy Analysis of Numerical Diffusion. Mat.fys.

28. Hellström, Tsang, Claesson, 1979. Heat storage in aquifers. Buoyancy flow and thermal stratification problems. Mat.fys.

Publikationslista:

Lund Group for Ground Heat Systems. Thermal Analyses of Storage and Extraction. List of Publications. August 1984. Mat. fys.(Publikationslista för tiden 1977 - 1984, 104 titlar).

Övriga publikationer

100. Andersson, Eriksson, Abyhammar, 1980. Utvinning av värme ur bergborrade brunnar. BFR-rapport R142:1980.

101. Agerstrand, Ericsson, 1980. Projekt bergvärme. BFR-rapport R172:1980.

102. Carslaw, Jaeger, 1959. Conduction of heat in solids. Oxford. A: s. 336, B: s. 261, C: s. 65, D: s. 54-55, E: s. 261, F: s. 345.

103. Abramowitz, Stegun, 1964. Handbook of mathematical functions. Dover. A: Kap. 5, B: Kap. 7, C: s. 484.

104. Rohsenow, Hartnett, 1973. Handbook of heat transfer. McGraw-Hill.

105. Pitts, Sissom, 1977. Heat transfer. Schaum Outline Series. McGraw-Hill.

106. VDI-Wärmeatlas, 2. Auflage 74, 3. Auflage 77. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf.

107. Värme i jord, berg och vatten. Utvinning och lagring, 1981. Red. Björn Svedinger. T1:1981. Statens råd för byggnadsforskning.

108. Bogdanoff, 1981. Blockfyllda bergrum för värmelagring. Värmespridning i lagret. BeFo Nr 61:1/81, Stiftelsen Bergteknisk Forskning, Stockholm.

109. Finn, 1979. Solvärmeverk i Ingelstad i Växjö. Projektering och byggförberedelser R82:1979, Byggforskningen.

110. Bogdanoff, Lindblom, Ritzl, 1982. Värmelager på Hisingen i block-fyllda bergrum. Principförslag. Hagconsult, Göteborg.

111. Söderman, Windelhed, 1982. Säsongslagring av sjövärme i gruva i Kopparberg. Förprojektering. R68:1982, Byggforskningsrådet.

112. BFR-Seminarium, maj 1982. Bergvärme, grundvattenvärme och geotermi. BFR-rapport R130:1982.

113. BFR-Seminarium, mars 1982. Ytjordvärme - markkollektorer. BFR-rapport R37:1983.

114. Martna, 1983. The Avesta research plant for hot water storage - State of the project. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

115. Kjellsson, 1983. The Lyckebo Project. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

116. Söderlund, 1983. The Lambohov Heat Store. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

117. Perers,Roseen, 1983. The experiences from the central solar heating demonstration plant at Studsvik. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

118. Bruce, Karlsson, Nilsson, 1983. Comparison between various systems for seasonal storage of solar energy in Södertuna. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

119. Scholz, 1977. Bau und Erprobung eines Versuchsausführung eines Grossraum - Warmwasserspeichers, Statusbericht Bundesministerium für Forschung und Technologie, Bonn.

120. Brener, Redecke, 1981. Design of the long time heat store in Wolfsburg. IEA Conference on New Energy Conservation Technology, Berlin.

121. Geipel, 1982. Warum der Erdbecken - Warmwasserspeicher in Mannheim nicht gebaut wird, Fernwärme International 11.

122. Breger, McGarity, Michaels, 1983. A solar district heating system using seasonal storage for the Charlestown, Boston Navy Yard Redevelopment Project. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

123. Dytczak, Kielsgaard-Hansen, Nordgaard-Hansen, Ussing, 1983. A central solar heating plant with seasonal storage. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

124. Platell, Wikström, 1981. Sunstore-projektet 1977-1980. Solvärmesystem med låg temperatur och säsongslagring för uppvärmning av lokaler. Byggnadsforskningsrådet. Rapport R100:1981.

125. Franck, Modin, Rosenblad, 1981. Värmepump med vertikalt jordvärmesystem och vindkonvektor. Rapport Nr 2. Jordvärmegruppen. Chalmers Tekniska Högskola.

126. Hultmark, 1983. Earth storages with vertical pipes. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

127. Areskoug, Wigström, 1980. Förberedande försök med långtidslagring i mark av överskottsvärme från växthus. Institutionen för lantbrukets byggnadsteknik, Sveriges Lantbruksuniversitet, Rapport 11.

128. Andersson, Johansson, Nordell, Åbyhammar, 1983. Värmelagring i berg med borrhålssystem. Pilotförsök i Luleå och förprojektering av fullskaleanläggning. Byggnadsforskningsrådet. Rapport R15:1983.

129. Adolfsson, Lindblom, Rhen, 1983. Geotechnical and geological consequences of heating/cooling and freezing/thawing of clay. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

130. Hydén, Matsson, Rune, 1982. Sunstoreprojektet Stora Skuggan, VBB, Stockholm.

131. Andersson, 1982. Borrhålslager vid Södertuna. AIB.

132. Margen, Ingre, 1982. Sunstorelager för lagring av spillvärme i Göteborg. Studsvik Energiteknik AB. Studsvik/EI-82/190.

133. Wijsman, 1983. The Groningen Project. Seasonal Storage of solar heat in the soil using a vertical heat exchanger. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage in Theory and Practice, Stockholm, June 6-8, 1983.

134. Chuard, Chuard, Mercier, Hadorn, 1981. Experimental results of an earth-storage system of 350 m^3. Proceedings of International Conference on Seasonal Thermal Energy Storage and Compressed Air Energy Storage. October 19-21, 1981, Seattle, Washington.

135. Schaffar, 1982. Erdspeichersimulation und Erdspeichermessung für das Alternativenergieprojekt Landwehrkaserne Innsbruck/Kranebitten. Österreicher Institut für Bauforschung.

136. Hydén, Lemmeke, 1980. Värmelagring i grundvatten. VBB, Stockholm.

137. Hydén et al., 1982. Grundvatten som värmekälla och lager för fjärrvärmenätet i Tranås. VBB, Stockholm.

138. Saugy, Hadorn, Block, 1981. Large scale underground heat storage. IEA-conference on New Energy Conservation. Technology, Berlin, April 1981.

139. Melville, Molz, Parr, King, Hopf, 1981. Aquifer storage using the doublet well configuration. Proceedings of International Conference on Seasonal Thermal Energy Storage. October 19-21, 1981, Seattle.

140. Morofsky, 1983. Overview of Canadian aquifer thermal energy storage field trials. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage. Stockholm, June 6-8, 1983.

141. Reddell, Davison, Harris, 1978. Thermal storage of cold water in ground water aquifers for cooling purposes. Proceedings of Thermal Energy Storage in Aquifers Workshop. Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-8431.

142. Yokoyama, Umemiya, Teraoka,Watanabe, Katsuragi, Kasamaru, 1978. Seasonal regeneration through underground strata. Proceedings of Thermal Energy Storage in Aquifers Workshop, Berkeley, Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-8431.

143. Walton, Hoyer, 1983. First Short-Term, Test ATES Cycle Completed at the University of Minnesota Test Site. STES Newsletter Vol. V, No. 2, Lawrence Berkeley Laboratory, USA.

144. Hagelskjaer, Leth, Mortensen, 1983. Underground Heat Storage in Hörsholm, Denmark. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

145. Iris, 1983. Overview of French Activity in the Field of Heat Storage in Aquifers. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

146. Gringarten, Sauty, 1975. A Theoretical Study of Heat Extraction From Aquifers With Uniform Regional Flow. J. of Geophysical Research, December 1975.

147. Mogensen, 1983. Fluid to Duct Wall Heat Transfer in Duct System Heat Storages. Proceedings of International Conference on Subsurface Heat Storage, Stockholm, June 6-8, 1983.

148. Byggforskningsrådet, juni 1984. Värme i mark och vatten. BFR-broschyr G18:1984.

149. Tidskriften Byggforskning, maj 1983. Tema: Värme i mark och vatten.

150. VVS & ENERGI Nr 7/8 1983. Tema: Värmelagring under mark.

151. Väg- och vattenbyggaren Nr 4 1983. Theme: Ground Heat Systems.

152. BFR-Seminarium, december 1982. Högtemperaturlagring under mark. BFR-rapport R104:1983.

153. BFR-Seminarium, december 1982. Lågtemperaturlagring under mark. BFR-rapport R105:1983.

154. NBS-Seminarium 5-6 oktober 1983. Nordiskt samarbete om säsongslagring av värme. BFR-rapport R21:1984.

155. Byggforskningsrådet, 1984. Markvärme - Utvinning och lagring. Underlag för BFR's verksamhetsplan 1984-1987. BFR-rapport G4:1984.

156. International Conference on Subsurface Heat Storage in Theory and Practice, Stockholm, June 6-8, 1983. BFR-Documents D17:1983 (main volume) and D16:1983 (papers, appendix).

157. Central Solar Heating Plants with Seasonal Storage - the MINSUN simulation and optimization program. Applications and users guide. Internationel Energy Agency, Solar heating and cooling programme, Task VII, 1983.

158. Scheidegger, 1960. The Physics of Flow through Porous Media, 2nd ed., pp. 256-259, Mac Millan, New York.

159. Bear, 1972. Dynamics of Fluids in Porous Media, pp. 650-651, Elsevier, New York.

160. Molz, Parr, Andersen, Lucido, Warman, 1979. Thermal Energy Storage in a Confined Aquifer: Experimental results. Water Resources Research, 15 (6), pp. 1509-1514.

161. Molz, Parr, Andersen, 1981. Thermal Energy Storage in a Confined Aquifer: Second Cycle. Water Resources Research, 17 (3), pp. 611-645.

162. Tsang, Buscheck, Doughty, 1981. ATES - A Numerical Simulation of Auburn University Field Experiments. Water Resources Research, 17 (3), pp. 647-658.

163. Sauty, Gringarten, Fabris, Thiery, Menjoz, Landel, 1980. Sensible Energy Storage in Aquifers, 2., Field Experiments and Modelling Results, report Bur. de Rech. Geól. et Minières, Orleans, France.

164. Rehn, Sundberg, Modin, 1985. Dimensioneringsanvisningar av ytjordvärmekollektorn. Jordvärmegruppen, CTH.

165. Sundberg, Thunholm, Johnson, 1985. Värmeöverförande egenskaper i svensk berggrund. BFR-rapport R97:1985.

166. STES Newsletter. A Quaterly Review of Seasonal Thermal Energy Storage. Ed: Dr Chin-Fu Tsang, Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, Berkeley, California 94720, USA.

167. Andersson m fl, 1980. Värmelagring i konstgjorda grundvattenmagasin. Förstudie BFR-rapport R78:1980.

168. Andersson, Gustafson, 1980. Värmelagring i djupa slutna grundvattenmagasin. BFR, R101:1980.

169. Andersson m fl, 1980. Heat storage in natural ground water basins. Stage II. Allmänna Ingenjörsbyrån (AIB).

170. Gedda, Ejdeling, 1982. Värmelagring i grundvattenmagasin. Fältförsök i kalkstensakvifer, Landskrona BFR; R32:1982.

APPENDIX A. Datorprogram för periodisk modell enligt avsnitt 7.3.3

```
C     ****************************************************
C     ***  This program calculates the periodic part   ***
C     ***  (amplitude and phase) for fluid temperature ***
C     ***  or loading effect in a cylindrical heat     ***
C     ***  storage volume in the ground.               ***
C     ***                                              ***
C     ***      Mats Areskoug and Göran Hellström       ***
C     ***     Dep. of Math. Phys., Lund University     ***
C     ***                 January  1985                ***
C     ****************************************************
      DIMENSION P(15)
      COMPLEX RNOLL,I,DEN,RI,A,B,EXFII,EXFIF,EXFIQ,QQ,TFTF,ET
      COMPLEX CV,CI,CG,CTM
      CHARACTER ANS
C
      READ(1,*) (P(K),K=1,15)
      GO TO 650
C
100   CONTINUE
C
      PI=3.1415926535
      AI=PI*P(1)*P(1)+2.*PI*P(1)*P(3)
      AG=PI*P(1)*P(1)+2.*PI*P(1)*(P(2)-P(3))
      V=PI*P(1)*P(1)*P(2)
      AA=P(6)/P(7)
      I=(0.,1.)
      RI=CSQRT(I)
      DNOLL=SQRT(AA*P(9)/(2.*PI))
      RNOLL=CSQRT(DNOLL*DNOLL+I*P(8)*P(8))
      DEN=P(8)+RNOLL*P(5)*P(6)/(P(4)*DNOLL)
      A=P(6)*(I*V/(RNOLL*RNOLL)+((DNOLL/RNOLL)**3)*
     &(AI/DEN+AG*RI/(P(8)*RI+RNOLL)))
      AABS=CABS(A)
      AARG=ATAN2(AIMAG(A),REAL(A))
      B=P(6)*DNOLL*AI/(RNOLL*DEN)
      BABS=CABS(B)
      BARG=ATAN2(AIMAG(B),REAL(B))
      EXFII=CEXP(I*P(11))
C
      IF(P(12).NE.0.) GO TO 500
C
400   Q=P(13)
      FIQ=P(14)
      EXFIQ=CEXP(I*FIQ)
      TFTF=(Q*EXFIQ+B*P(10)*EXFII)/A
      TF=CABS(TFTF)
      FIF=ATAN2(AIMAG(TFTF),REAL(TFTF))
      EXFIF=CEXP(I*FIF)
      GO TO 550
C
500   TF=P(13)
      FIF=P(14)
      EXFIF=CEXP(I*FIF)
      QQ=A*TF*EXFIF-B*P(10)*EXFII
      Q=CABS(QQ)
      FIQ=ATAN2(AIMAG(QQ),REAL(QQ))
      EXFIQ=CEXP(I*FIQ)
      GO TO 550
```

```
C
550   CV=V*P(6)*I*TF*EXFIF/RNOLL**2
      CVABS=CABS(CV)
      CVARG=ATAN2(AIMAG(CV),REAL(CV))
C
      CI=AI*P(6)*DNOLL*((DNOLL/RNOLL)**2*TF*EXFIF-P(10)*EXFII)/
     & (RNOLL*DEN)
      CIABS=CABS(CI)
      CIARG=ATAN2(AIMAG(CI),REAL(CI))
C
      CG=AG*P(6)*(DNOLL/RNOLL)**3*(RI/(P(8)*RI+RNOLL))*TF*EXFIF
      CGABS=CABS(CG)
      CGARG=ATAN2(AIMAG(CG),REAL(CG))
C
      CTM=TF*EXFIF-P(8)*P(8)*Q*EXFIQ/(P(6)*V)
      CMABS=CABS(CTM)
      CMARG=ATAN2(AIMAG(CTM),REAL(CTM))
C
      WRITE(1,619) P(10),P(11)
619   FORMAT(/' Air temperature                    ',
     &F10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
      WRITE(1,612) TF,FIF
612   FORMAT(' Fluid temperature                   ',
     &F10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
      WRITE(1,617) CMABS,CMARG
617   FORMAT(' Mean storage temperature:           ',
     &F10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
      WRITE(1,613) Q,FIQ
613   FORMAT(' Loading effect, total:              ',
     &E10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
      WRITE(1,614) CVABS,CVARG
614   FORMAT(' Loading effect, volume:             ',
     &E10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
      WRITE(1,615) CIABS,CIARG
615   FORMAT(' Loading effect, surface:            ',
     &E10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
      WRITE(1,616) CGABS,CGARG
616   FORMAT(' Loading effect, ground:             ',
     &E10.3,'*CEXP(I*',F7.3,')')
C
600   CONTINUE
      ITMAX=IFIX(P(9)/P(15))+1
      WRITE(1,620)
620   FORMAT(/4X,'Time(s)',3X,'Airtemp(K)',1X,'Fluidtemp(K)',1X,
     &'Stortemp(K)',2X,'Effect(W)')
      DO 700 J=0,ITMAX
         T=J*P(15)
         ET=CEXP(2.*PI*I*T/P(9))
         TTI=REAL(P(10)*EXFII*ET)
         TTF=REAL(TF*CEXP(I*FIF)*ET)
         TTM=REAL(CMABS*CEXP(I*CMARG)*ET)
         TQ=REAL(Q*CEXP(I*FIQ)*ET)
         WRITE(1,621) T,TTI,TTF,TTM,TQ
621      FORMAT(2X,E10.3,3(2X,F10.3),2X,E10.3)
700   CONTINUE
```

```
C
650   WRITE(1,651)
651   FORMAT(' N(ew parameter value),R(un program),S(top program) or'
     & ' D(isplay values) ?'/)
      READ(1,502) ANS
502   FORMAT(A1)
      IF(ANS.NE.'N') GO TO 660
      WRITE(1,652)
652   FORMAT(' Give parameter number, parameter value'/)
      READ(1,*) IPP,VALUE
      P(IPP)=VALUE
      GO TO 650
660   IF(ANS.EQ.'R') GO TO 100
      IF(ANS.EQ.'S') GO TO 900
C
665   WRITE(1,670) (P(K),K=1,11)
670   FORMAT(/,15X,'PARAMETER VALUES'/,15X,16(1H=),//,
     &' Number      Parameter                    Value   Unit'//
     &'   1.   Storage volume: Radius       ',F10.3,'  m'/
     &'   2.   Storage volume: Height       ',F10.3,'  m'/
     &'   3.   Insulation: Depth            ',F10.3,'  m'/
     &'   4.   Insulation: Therm. cond.     ',F10.3,'  W/mK'/
     &'   5.   Insulation: Thickness        ',E10.3,'  m'/
     &'   6.   Ground: Therm. cond.         ',F10.3,'  W/mK'/
     &'   7.   Ground: Vol. heat capacity   ',E10.3,'  J/m3K'/
     &'   8.   Ducts: Heat transfer length  ',F10.3,'  m'/
     &'   9.   Period                       ',E10.3,'  s'/
     &'  10.   Air temperature: Amplitude   ',F10.3,'  K'/
     &'  11.   Air temperature: Phase       ',F10.3,'  rad')
      IF(P(12).NE.0.) GO TO 680
      WRITE(1,671) (P(K),K=13,15)
671   FORMAT('  12.   Given loading effect         ',/,
     &'  13.   Loading effect: Amplitude    ',E10.3,'  W'/
     &'  14.   Loading effect: Phase        ',F10.3,'  rad'/
     &'  15.   Printing: Time interval      ',E10.3,'  s'//)
      GO TO 650
680   WRITE(1,681) (P(K),K=13,15)
681   FORMAT('  12.   Given fluid temperature      ',/,
     &'  13.   Fluid temperature: Amplitude ',F10.3,'  K'/
     &'  14.   Fluid temperature: Phase     ',F10.3,'  rad'/
     &'  15.   Printing: Time interval      ',E10.3,'  s'//)
      GO TO 650
C
900   CONTINUE
      END
```

Exempel. Indata

```
23.35,58.38,2.
0.1,0.25
3.5,2.2E6,2.98
31536000.,10.,0.
0.
569500.,0.
2628000.
```

Resultatutskrift

Air temperature	10.000*CEXP(I* 0.000)
Fluid temperature	20.007*CEXP(I* -0.627)
Mean storage temperature:	11.869*CEXP(I* -1.423)
Loading effect, total:	5.695E+05*CEXP(I* 0.000)
Loading effect, volume:	5.863E+05*CEXP(I* 0.105)
Loading effect, surface:	6.747E+03*CEXP(I* -2.893)
Loading effect, ground:	6.040E+04*CEXP(I* -1.688)

Time(s)	Airtemp(K)	Fluidtemp(K)	Stortemp(K)	Effect(W)
0.000E+00	10.000	16.202	1.751	5.695E+05
2.628E+06	8.660	19.900	7.386	4.932E+05
5.256E+06	5.000	18.267	11.042	2.848E+05
7.884E+06	-0.000	11.739	11.739	-4.166E-04
1.051E+07	-5.000	2.065	9.291	-2.847E+05
1.314E+07	-8.660	-8.161	4.353	-4.932E+05
1.577E+07	-10.000	-16.202	-1.751	-5.695E+05
1.840E+07	-8.660	-19.900	-7.386	-4.932E+05
2.102E+07	-5.000	-18.267	-11.042	-2.848E+05
2.365E+07	-0.000	-11.739	-11.739	-8.331E-04
2.628E+07	5.000	-2.065	-9.291	2.847E+05
2.891E+07	8.660	8.161	-4.353	4.932E+05
3.154E+07	10.000	16.202	1.751	5.695E+05
3.416E+07	8.660	19.900	7.386	4.932E+05

Denna skrift med karaktär av handbok behandlar termiska analyser för markvärmesystem. Dessa utnyttjar marken som värmekälla eller för direkt lagring av värme i jord och berg och grundvattenförande skikt eller i undermarksförlagda vattenreservoarer.

För markvärmesystem finns det en mängd problem och frågeställningar som är förknippade med de termiska processerna i lagret eller uttagssystemet och i omgivande mark. Frågorna rör värmeförluster och andra termiska prestanda, temperaturpåverkan på omgivningen, lämpliga röravstånd, brunnskonfigurationer, återladdning m m.

I skriften redovisas grundläggande teori, termiska analyser, datormodeller och simuleringsprogram. Detta omfattande material har tagits fram av en forskargrupp vid avdelningen för matematisk fysik, Lunds Tekniska Högskola, under åren 1977—1985. Arbetet har skett i samarbete med konsulter, innovatörer, forskare, byggare, geologer m fl specialister. Skriften riktar sig till dessa specialistgrupper samt den högre undervisningen. Den ger både en teoretisk bakgrund och en praktisk handledning vid ingenjörsmässiga beräkningar.

DEL I: ALLMÄN DEL (T16:1985)

1. Markvärmesystem
2. Fältförsök
3. Introduktion till handboken
4. Stationära temperaturförlopp. Värmeförlustformler
5. Grundläggande dynamiska temperaturförlopp

DEL II: VÄRMELAGER (T17:1985)

6. Värmelagring i vatten. Bergrum, grop m m
7. Markvärmelager. Borrhål i berg, slangar i lera
8. Akvifervärmelager

DEL III: NATURVÄRMEKÄLLOR (T18:1985)

9. Grundvattenvärme, geotermi
10. Bergvärme
11. Ytjordvärme
12. Temperaturförändringar i omgivande mark
13. Översikt av datorprogram

Referenser

Omslagets färgbild gäller ett beräkningsfall för borrhålslager i berg vid projektet LULEVÄRME. Temperaturfördelningen i ett horisontellt tvärsnitt på halva borrhålsdjupet visas. Bilden anger temperaturen i slutet av uttagsperioden med temperaturer mellan 42°C och 5°C.

Art.nr: 6703518
Abonnemangsgrupp:
W. Installationer

Distribution:
Svensk Byggtjänst
Box 7853, 103 99 Stockholm
Telefon: 08-730 5100

Cirkapris 90 kr exkl moms

T18:1985
ISBN 91-540-4465-0
Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm