Reglerteknik -- En elementär introduktion. Kapitel 8: Dödtidskompensering

Åström, Karl Johan

1983

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

Link to publication

Citation for published version (APA):
Åström, K. J. (1983). *Reglerteknik -- En elementär introduktion. Kapitel 8: Dödtidskompensering*. (Research Reports TFRT-3173). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:
1

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

CODEN: LUTFD2/(TFRT-3173)/1-020/(1983)

REGLERTEKNIK-

en elementär introduktion

Kapitel 8

Dödtidskompensation

Karl Johan Åström

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA, MARS 1983

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL
Box 725
S 220 07 Lund 7 Sweden

Document name
REPORT
Date of issue
March 1983
Document number
CODEN:LUTFD2/(TFRT-3173)/1-20/(1983)
Supervisor

Sponsoring organization

Author(s)
K J Åström

Title and subtitle
Reglerteknik - En elementär introduktion. Kapitel 8 - Dödtidskompensering. (Control Engineering - An elementary introduction. Chapter 8 - Smith´s predictor).

Abstract
This is part of an elementary presentation of automatic control theory which was developed in a novel industrial exchange program (FOSAM). The series covers both practical control problems and practical approaches to automatic control in current use. This may serve a useful summary of engineering practice for theoreticians. The report may also be of use to industrialists who would like to capture the flavor of the theory of automatic control.

Key words

Classification system and/or index terms (if any)

Supplementary bibliographical information

ISSN and key title

ISBN

Language
Swedish
Number of pages
20
Security classification

Recipient's notes

K A P I T E L   8

D Ö D T I D S K O M P E N S E R I N G

Innehåll:

KAPITEL 8

DÖDTIDSKOMPENSERING

Reglering av processer med dödtider är en klassisk svårighet i reglertekniken. I detta kapitel presenteras Smith's prediktor. Denna reglerform är bättre än PID-reglering för system med dödtider. Smith's prediktor är intressant ur principiell synpunkt därför att den visar att förbättrad reglering kan uppnås genom att bygga in en processmodell i regulatorn.

8.1 INLEDNING

De reglerformer som presenterats i kapitel 4 t.o.m. 7 var baserade på mycket enkla idéer, återkoppling i form av PID-reglering, framkoppling och väljare. Det är intressant att notera hur långt det går att komma med dessa enkla idéer. Av de framgångsrika resultaten kan det ligga nära till hands att tro att alla reglerproblem kan lösas med en enkel regulator. Reglering av processer med långa dödtider är dock ett exempel på reglerproblem där de enkla regulatorerna ej räcker till.

Dödtider förekommer allmänt vid reglering av industriella processer. Tidsfördröjningar uppträder alltid i samband med materialtransporter i rör eller på band. Det händer ofta att mätgivare av olika skäl ej kan placeras i omedelbar närhet av processen. Mätning av sammansättning kan för det mesta endast göras i speciella analysatorer. Det är då nödvändigt att ta ett prov, vilket tar tid. En ytterligare tidsfördröjning uppstår genom att mätningen tar viss tid. I många fall finns också fördröjningar i samband med styrdonen. Om pneumatiska ledningar används uppstår fördröjningar genom att trycksignaler utbreder sig med ljudets hastighet. Ventiler kan ej alltid placeras i omedelbar anslutning till processen, vilket ger en tidsfördröjning. I många fall är de sammanlagda dödtiderna försumbara i förhållande till övriga tidskonstanter i processerna. För att få processer som är lätta att reglera försöker man att omforma processerna så att dödtiderna blir små. Det finns dock viktiga tillämpningar då dödtiderna ej är försumbara. Vi kan också notera att det ur dynamisk synpunkt ej är så stor skillnad på en tidsfördröjning och ett system som är sammansatt av många delsystem av första ordningen. En tidfördröjning kan därför ofta vara en bra approximation till ett system med högre ordningens dynamik. Vi erinrar om formeln

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{1+sT/n}\right]^n = e^{-sT}.$$

Många industriella processers dynamik kan därför approximeras väl med en överföringsfunktion av typen

$$G(s) = \frac{k}{(1+sT_1)\ (1+sT_2)}\, e^{-sT}.$$

Det är allmänt känt att processer av detta slag är svåra att reglera med PID regulatorer om T är av samma storlek som T_1+T_2. Jämför diskussionen av PID-regulatorn i kapitel 5. För att få ett stabilt slutet system måste proportionalverkan väljas så låg att kretsförstärkningen vid låga frekvenser är av storleksordningen ett. För att nedbringa det statiska felet blir det då nödvändigt med en kraftig integralverkan. Den förbättring som erhålles genom att införa derivataverkan blir mycket måttlig. PID-reglering av ett system med långa dödtider ger alltså mycket medelmåttiga resultat. En grundläggande fråga är om dessa svårigheter är fundamentala begränsningar eller om förbättringar kan erhållas med andra reglerformer. Det skall visa sig att drastiska förbättringar kan erhållas.

I avsnitt 8.2 diskuteras orsaken till att system med dödtider är svåra att reglera. Ett skäl är att den prediktion som erhålles med hjälp av linjär trendextrapolation är mycket dålig. För system med dödtider är det mycket viktigt att känna styrsignalens gamla värden för att prediktera utsignalens framtida värden. Genombrottet för reglering av processer med långa dödtider kom år 1957 då prof. O.J.M. Smith vid University of California i Berkeley föreslog en ny reglerform. Denna reglerform, som kallas _Smith's prediktor_ eller _Smith's regulator_ efter sin upphovsman, presenteras i avsnitt 8.3. Smith kom fram till sin regulator genom formella systemteoretiska överväganden. En detaljerad studie av regulatorn avslöjar emellertid en idé av central betydelse. Det visar sig att Smith's regulator innehåller en matematisk modell av den process som skall regleras. Regulatorn har alltså kunskap om processen inbyggd i sig. Dessa tankar utvecklas i avsnitt 8.4 och 8.5. Smith's regulator har flera allvarliga begränsningar. Den kan ej användas för instabila system och den kan vara mycket känslig för mätbrus. Detta diskuteras i avsnitt 8.6. Så länge reglersystem förverkligades uteslutande med analog teknik hade Smith's prediktor en mycket begränsad användning. Det var svårt att förverkliga regulatorn analogt, ty gamla styrsignaler måste lagras. Med digital reglering är det emellertid mycket lätt att förverkliga reglerformen. Smith's prediktor kan också sägas stå i en mellanställning mellan PID-reglering och de mer avancerade reglerformerna, som diskuteras i kapitel 9.

8.2 VARFÖR ÄR SYSTEM MED DÖDTIDER SVÅRA ATT REGLERA?

Dödtider i ett system ger självfallet vissa principiella begränsningar. Om dödtiden väsentligen ligger i mätningen tar det ju alltid en viss tid innan en störning upptäcks och korrigerande åtgärder kan vidtagas. Om dödtiden väsentligen ligger i styrdonen så tar det ju alltid viss tid innan en störning som detekterats av mätinstrumenten kan elimineras. Vid följereglering är det också omöjligt att få systemet att reagera inom en tid som är mindre än dödtiden. Dessa principiella begränsningar går ej att undvika men frågan är om man behöver acceptera de dåliga prestanda som erhålles med PID-reglering. För att belysa detta studerar vi först ett exempel.

E x e m p e l 8.1 (Ytviktsreglering för pappersmaskin)
I figur 8.1 visas en förenklad bild på en pappersmaskin. Papprets ytvikt (≈ tjocklek) regleras genom återkoppling från ytviktsmätning i torränden till ytviktsventilen. Approximativt gäller följande samband mellan ytvikt y och ventilläge u

$$\frac{dy(t)}{dt} = [-y(t) + u(t-4)]/2$$

där tidsenheten är 20s. Processen har alltså en tidsfördröjning på 4 tidsenheter och en tidskonstant på 2

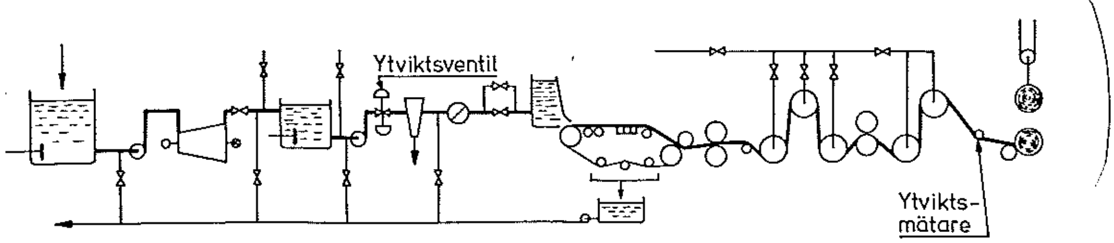

Fig. 8.1 - Förenklad bild av en pappersmaskin.

tidsenheter. I figur 8.2 illustreras egenskaperna hos det system som erhålles då processen återkopplas med en PI-regulator. Regulatorn har förstärkningen 0.2 och integraltiden 2.5 tidsenheter. I figuren visas också motsvarande kurvor för reglering med Smith's regulator med dödtidskompensering. Det framgår klart av figuren att Smith's regulator ger betydligt bättre svar på referensvärdesändringar. Däremot är det ej så stor skillnad på svaren för belastningsstörningar.

□

Vid digital reglering är det lätt att intuitivt förklara svårigheten med PID-reglering av system med långa dödtider. Antag t.ex. att samplingsperioden vid digital reglering är en fjärdedel av dödtiden. Vi har tidigare påpekat att system med dödtid kräver integralverkan då den proportionella förstärkningen måste hållas låg av stabilitetsskäl. Låt oss därför för enkelhetens skull bortse från proportionaldelen i resonemanget. Antag att reglerfelet är e_0 vid tiden t_0. Styrvariabeln ökas då med ke_0/T_i. Detta skulle ge en minskning av reglerfelet för ett system utan tidsfördröjning. På grund av dödtiden slår styringreppet ej igenom och reglerfelet ändras ej så mycket. Samma förändring som tidigare görs nu i styrvariabeln. Förloppet upprepas sedan i

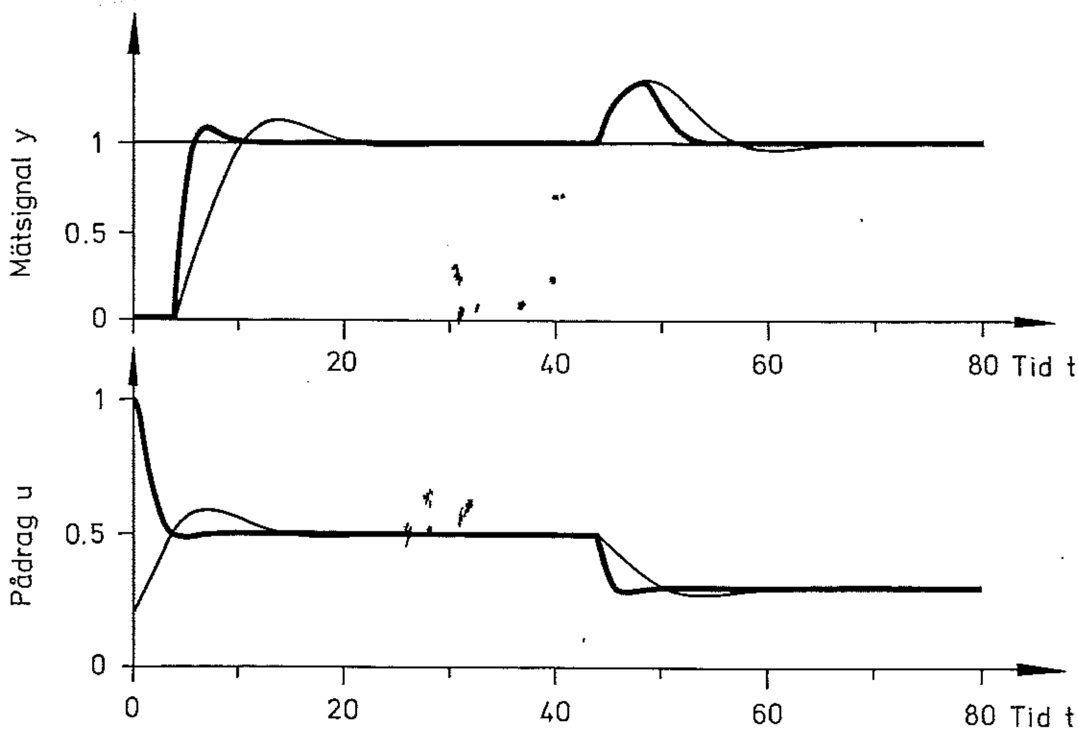

Fig. 8.2 - Simulering av ytviktsreglering på en pappersmaskin med PI-regulator (tunna linjer) och med Smith's regulator (tjocka linjer). Ett steg i börvärdet har gjorts vid tiden noll och en belastningsstörning vid tiden 40.

tre steg. Vid tiden t_4 har den ändring i styrsignalen som gjordes vid tiden t_0 slagit igenom och reglerfelet blir litet. Vid tiden t_5 uppträder effekten av den ändring i styrsignalen som gjordes vid tiden t_1 och reglerfelet blir ungefär $-e_0$, vid tiden t_6 blir det ungefär $-2e_0$ etc. Det följer av resonemanget att svängningar kommer att uppstå om regulatorns förstärkning bibehålles vid det värde som passar en process utan tidsfördröjning. En stunds eftertanke indikerar också att en avsevärd förbättring skulle kunna åstadkommas genom att lagra de gamla styringrepp som gjorts och ta hänsyn till dessa vid beräkning av styrsignalens nya värde. Denna enkla idé är den stora hemligheten med reglering av system med stora dödtider! Genom att utnyttja den kan signifikanta förbättringar erhållas i jämförelse med PID-reglering.

Innan vi går in på detaljerna skall vi göra en utvikning för att diskutera principen från en annan synvinkel. Redan i samband med diskussion av till-från reglering i avsnitt 4.3 fann vi att det var viktigt att <u>prediktera</u> utsignalens framtida värden för att <u>i tid</u> vidtaga korrigerande regleringrepp. För enkla system fann vi vidare att det gick bra att prediktera genom att dra tangenten till utsignalkurvan. Detta var ju det <u>ursprungliga</u> skälet till att införa derivataverkan. För system med dödtider är den prediktion av utsignalen som kan göras genom extrapolation i tangentens riktning mycket dålig. Det är mycket viktigare att känna till styrsignalens gamla värden för att göra en bra prediktion.

8.3 SMITH'S PREDIKTOR

Vi skall nu visa Smith's lösning till problemet att reglera en process med dödtid. Smith resonerade på följande sätt: Antag att den reglerade processen har överföringsfunktionen

$$e^{-sT} G_p \tag{8.1}$$

Bestäm först överföringsfunktionen G_R för en regulator som skulle ge bra reglering av motsvarande process utan tidsfördröjning. Se fig. 8.3. Det slutna systemets överföringsfunktion blir på vanligt sätt

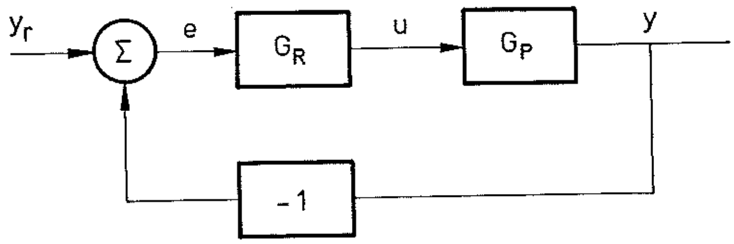

Fig. 8.3 - Enkelt slutet system med process utan tidsfördröjning.

$$G_s = \frac{G_P G_R}{1 + G_P G_R} . \tag{8.2}$$

Se avsnitt 3.6. Antag att processen med tidsfördröjning regleras med en regulator med överföringsfunktionen G_{RD}. Det slutna systemet får då överföringsfunktionen

$$G_{sD} = \frac{e^{-sT} G_P G_{RD}}{1 + e^{-sT} G_P G_{RD}} . \tag{8.3}$$

På grund av tidsfördröjningen kan vi naturligtvis ej kräva att $G_s = G_{sD}$. Däremot skulle det vara möjligt att bestämma G_{RD} så att

$$G_{sD} = e^{-sT} G_s .$$

Insättes uttrycken för G_s och G_{sD} från (8.2) och (8.3) så erhålles

$$\frac{e^{-sT} G_P G_{RD}}{1 + e^{-sT} G_P G_{RD}} = \frac{e^{-sT} G_P G_R}{1 + G_P G_R} .$$

Lösning av denna ekvation med avseende på G_{RD} ger

$$G_{RD} = \frac{G_R}{1 + (1 - e^{-sT})\, G_P G_R} . \qquad (8.4)$$

Smith's enkla resonemang kan formuleras så här: För att bestämma en regulator för en process med dödtid bestämmes först en regulator G_R, som ger bra reglering för motsvarande process utan dödtid. Regulatorn G_{RD} för processen med dödtid kan sedan beräknas ur Smith's formel (8.4). Eftersom regulatorn G_R endast skall ge bra reglering av ett system utan tidsfördröjning, kan den t.ex. väljas som en PID-regulator som ställs in med de metoder som diskuterats i avsnitt 5.6.

Observera att stegsvaret för processen med tidsfördröjning är identiskt med stegsvaret för motsvarande system utan tidsfördröjning sånär som på den dödtid som ej kan undvikas. Lägg också märke till att processens överföringsfunktion ingår i formeln. Smith's prediktor ger alltså en regulator där en matematisk modell av processen är inbyggd.

Det följer av överföringsfunktionen (8.4) att sambandet mellan insignal och utsignal kan skrivas

$$u(t) = G_R(p)[y_r(t)-y(t)] - G_R(p)G_P(p)[u(t)-u(t-T)] \qquad (8.5)$$

där p är differentialoperatorn d/dt. Jämför med avsnitt 3.6. Formeln (8.5) kan också skrivas så här:

$$u(t) = G_R[y_r(t) - y(t) - y_m(t) + y_m(t-T)]. \qquad (8.5')$$

Formeln visar att styrsignalens värden måste lagras under en tid som svarar mot dödtiden. Formeln visar också att styrsignalen beräknas på samma sätt som för ett system utan tidsfördröjning, men att en korrektion görs för att ta hänsyn till gamla styringrepp. Ett blockschema för Smith's prediktor visas i fig. 8.4. I figuren känner vi igen överföringsfunktionen G_R för den vanliga regulatorn.

Dessutom tillkommer ett block med överföringsfunktionen

$$[1-e^{-sT}]G_p(s)$$

där $G_p(s)$ är processens överföringsfunktion. För att bygga Smith's regulator behövs en realisering av processmodellen G_p och tidsfördröjningen exp(-sT).

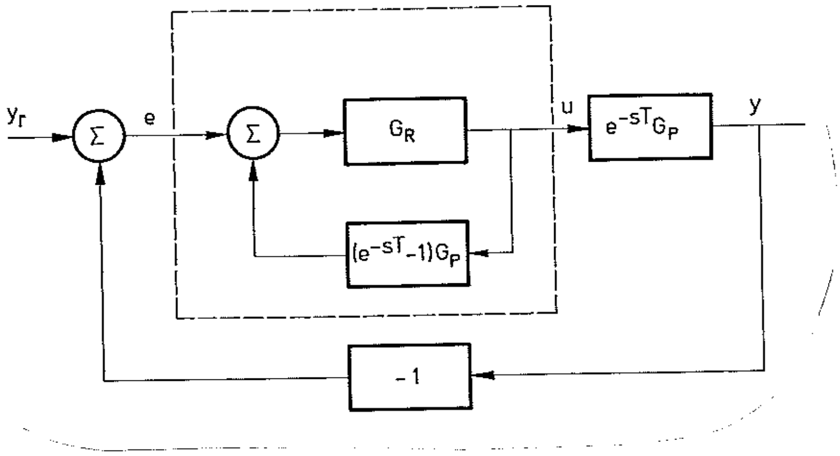

Fig. 8.4 - Blockschema för Smith's prediktor för dödtidskompensering.

Vi skall nu ge ett exempel som illustrerar de prestanda som kan erhållas med reglering med Smith's prediktor.

E x e m p e l 8.2 (Ytviktsreglering med dödtidskompensering) Betrakta ytviktsregleringen i Exempel 8.1. Fig. 8.2 visar en jämförelse mellan PI-reglering och Smith's regulator som har förstärkningen k = 1 och integraltiden $T_i = 1$. Förstärkningen är alltså 5 gånger större än vid PID-reglering. Detta märks tydligt på styrsignalen vid stegändringen i börvärdet. I fig. 8.5 visas en simulering av Smith's prediktor och motsvarande PI-reglering av ett system utan tidsfördröjning. Observera att styrsignalerna är identiska i båda fallen och att svaren på börvärdesändringar är lika sånär som på en parallellförskjutning motsvarande tidsfördröjningen. Lägg också märke till att det är stor skillnad på svaren på belastningsstörningen.

Smith's prediktor kan lätt förverkligas vid datorstyrning. För att belysa detta visar vi hur koden som använts för Smith-prediktorn i Exempel 8.1 ser ut. Om samplingsintervallet vid datorstyrning väljs som en tidsenhet kan processen i exemplet beskrivas som

$$y(t+1) = ay(t) + bu(t-4).$$

Formeln (8.5) svarar mot

$$u(t) = G_R(p)[e(t) - y_m(t) + y_m(t-4)].$$

Då G_R är en PI-regulator vet vi från avsnitt 5.10 hur den kodas. Vi finner då att Smith's prediktor beskrivs av följande kod:

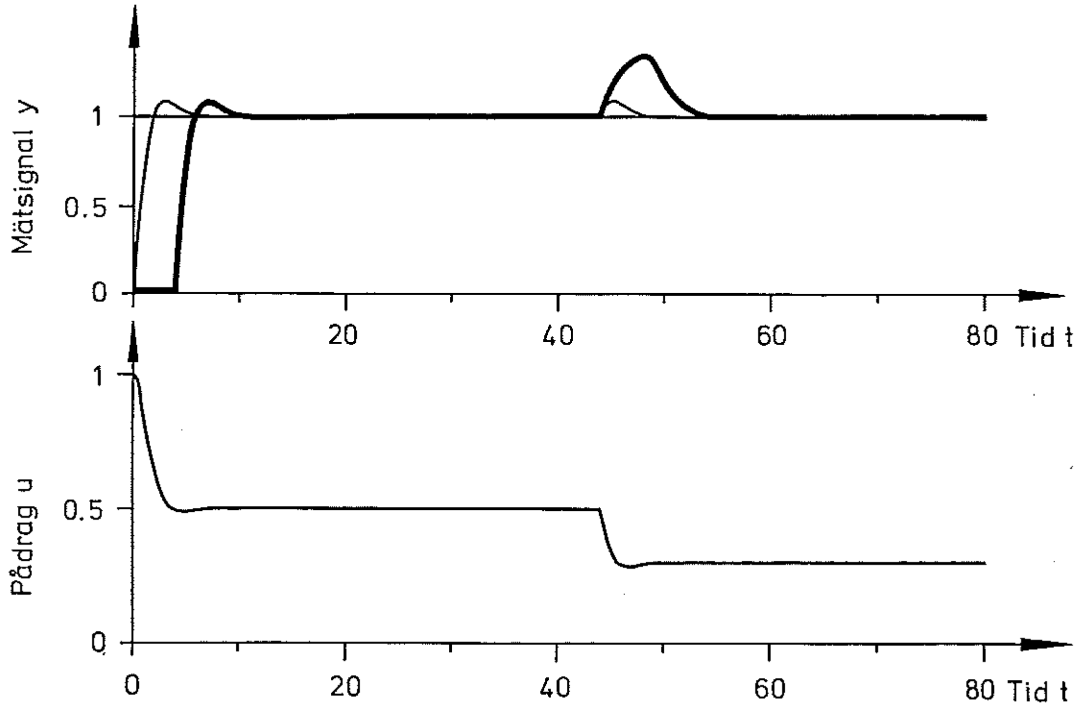

Fig. 8.5 - Resultat vid börvärdes- och belastningsändringar för system med tidsfördröjning som regleras med Smith's prediktor. Som jämförelse visas (med tunna linjer) också motsvarande kurvor för ett system utan tidsfördröjning.

Listning 8.1 - Kod för förverkligande av Smith's prediktor för pappersmaskin-reglering.

```
Y = ADIN (1)
YR = ADIN (2)
E = YR-Y+YM4-YM
U = K*(E+E*H/TI+I)
DAOUT (U)
I = I+E*H/TI
YM = AM*YM+BM*U
YM4 = YM3
YM3 = YM2
YM2 = YM1
YM1 = YM
```

□

8.4 TOLKNINGAR AV PREDIKTORN

För att få insyn i vad som egentligen händer vid reglering med Smith's prediktor skall vi nu ge en tolkning av regulatorn. Denna tolkning, liksom andra tolkningar som skall ges senare, är inte bara av intresse för att förstå Smith's prediktor utan pekar också på allmänna principer som vi senare skall återkomma till.

Fasavancering

Vi börjar med en enkel överslagsräkning. Skriv överföringsfunktionen (8.4) som

$$G_{RD} = G_R \frac{1}{1 + (1-e^{-sT})\, G_P G_R} .$$

För frekvenser i närheten av systemets skärningsfrekvens ω_c gäller att $G_P G_R \approx -1$.

Det följer då att

$$G_{RD} \approx e^{sT}\, G_R \quad \text{för} \quad |s-i\omega_c| \ll 1.$$

Överföringsfunktionen e^{sT} svarar mot en ren prediktion. En sådan överföringsfunktion går ju ej att realisera då den ej svarar mot ett kausalt system. Vi finner emellertid att Smith's regulator approximativt verkar som en ren prediktor för signaler med frekvenser i närheten av skärningsfrekvensen. En krets med överföringsfunktionen

$$\frac{1}{1 + (1-e^{-sT})\, G_P G_R}$$

kan alltså uppfattas som en realiserbar krets, som approximeras av en ren prediktion. Kretsen kan alltså under vissa omständigheter ge en högst anmärkningsvärd fasavancering. Denna verkan beror på att styrsignalens gamla värden används för prediktionen. Jämför ekvation (8.5).

Rekonstruktion av ej mätbara signaler

Vi skall nu ge en annan tolkning av Smith's prediktor. För detta ändamål ritar vi ett blockschema för det slutna system som erhålles då en process regleras med Smith's regulator.

Se fig. 8.6. I figuren har en belastningsstörning ℓ och ett mätbrus n införts. Det har också markerats att processen och den modell som används i Smith's prediktor ej behöver vara identiska genom att införa index P för processen och M för modellen. Läsaren uppmanas att övertyga sig om att blockschemat överensstämmer med överföringsfunktionerna (8.1) och (8.5). Blockschemat i fig. 8.6 har ritats för det fall då dödtiden ligger i mätningen. Vi noterar först att det ej skulle vara några svårigheter att lösa reglerproblemet om mätningen ej vore fördröjd, dvs. om signalen i punkten A kunde mätas direkt. Det framgår omedelbart av fig. 8.6 att Smith's prediktor kan tolkas så att modellen utnyttjas till att försöka efterbilda den icke mätbara signalen i punkten A. Resonemanget indikerar också att svårigheter kan uppträda om det finns skillnader mellan process och modell och om störningarna n och ℓ är skilda från noll.

Bakom den speciella lösningen döljer sig en viktig princip: en matematisk modell av en process kan utnyttjas för att få approximationer av signaler som ej är direkt mätbara. Detta kallas principen med intern modell.

Vi kan i fig. 8.6 också lägga märke till att under ideala betingelser, då process och modell är lika och då det ej finns några störningar, så tar signalerna y och y_M ut varandra. Den yttre kretsen har då ingen verkan och man skulle kanske tro att den skulle kunna slopas. Systemet skulle då beskrivas med blockschemat i fig. 8.7. Det är dock

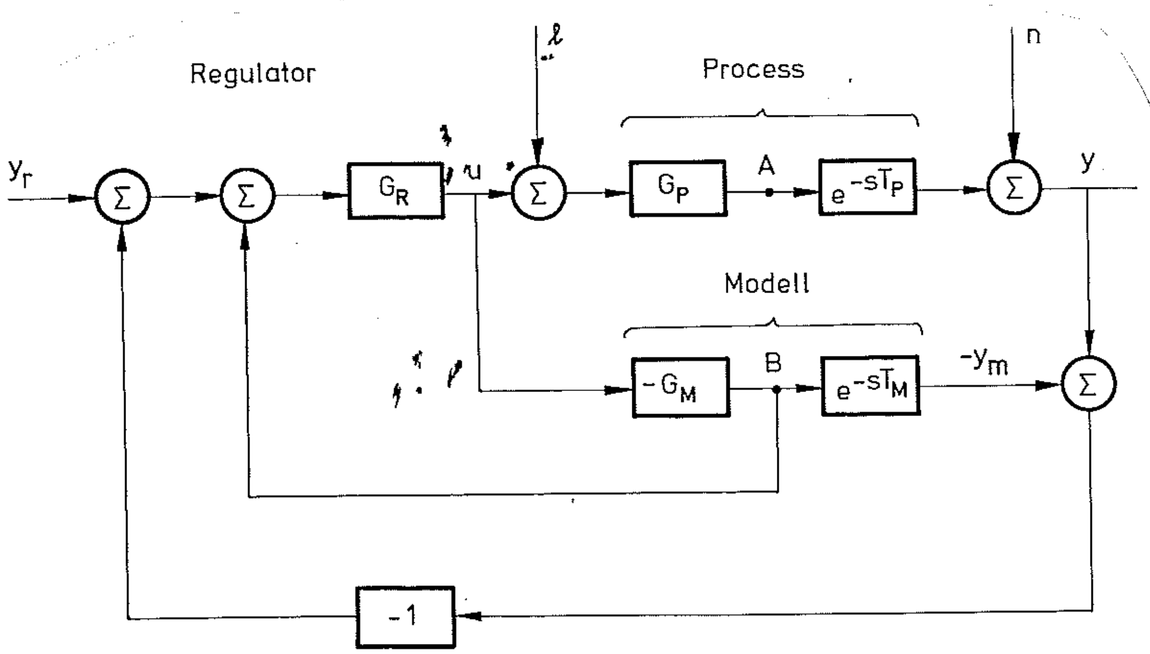

Fig. 8.6 – Blockschema för process som regleras med Smith's prediktor. Blockschemat för regulatorn representerar ekvationen (8.5).

ej bra att eliminera den yttre kretsen, ty då erhålles ett reglersystem utan återkoppling vilket klart framgår av fig. 8.7. Fig. 8.7 ger också en annan tolkning till Smith's prediktor, som kan uttryckas så här: Återkopplingen över processmodellen G_M genererar en styrsignal u som ger den önskade utsignalen för processmodellen. Om modell och process är lika så kommer processens utsignal att bli den önskade.

8.5 HÄRLEDNING UTGÅENDE FRÅN REGULATORPROBLEMET

Vid härledning av regulatorn utgick Smith från servoproblemet. Vi skall nu visa att regulatorn också kan härledas utgående från ett regulatorproblem. Betrakta den process vars blockschema visas i fig. 8.8. Processen har insignalen u, utsignalen y och störningen n. I frånvaro av reglering blir reglerfelet lika med störningen n. Om processen ej hade någon tidsfördröjning skulle störningen kunna minskas till

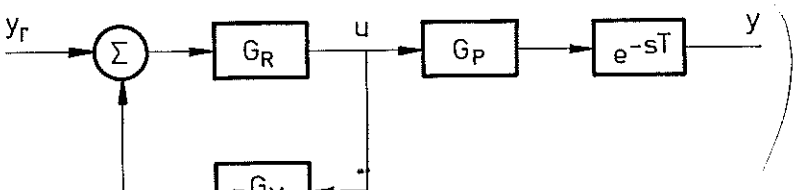

Fig. 8.7 – Blockschema för system som erhålles då den yttre kretsen i fig. 8.6 slopas.

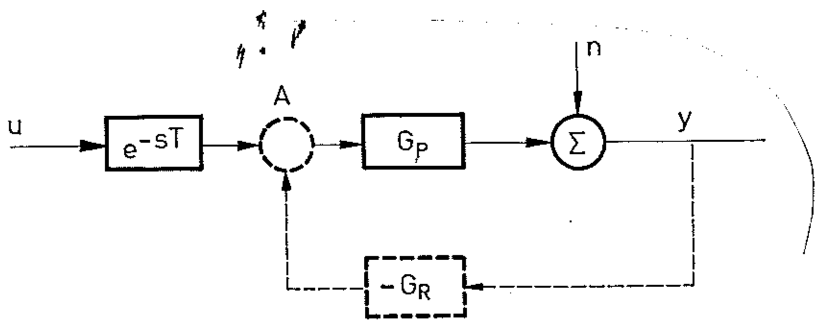

Fig. 8.8 – Blockschema för den process som skall styras. Dödtiden representeras som en fördröjning i styrdonet.

$$\left[1 - \frac{1}{1 + G_P G_R}\right] n$$

genom att återkoppla processen med en regulator med överföringsfunktionen G_R såsom antytts med streckade linjer i fig. 8.8. Detta förutsätter emellertid att vi kan komma åt att göra ett styringrepp i punkten A, vilket ej är möjligt på grund av dödtiden. I ett system med dödtid skulle emellertid störningar kunna nedbringas till

$$\left[1 - e^{-sT} \frac{G_P G_R}{1 + G_P G_R}\right] n.$$

Om detta förverkligas genom att återkoppla processen med en regulator med överföringsfunktionen G_{RD} erhålles felet

$$\left[1 - e^{-sT} \frac{G_P G_{RD}}{1 + e^{-sT} G_P G_{RD}}\right] n.$$

Följande ekvation erhålles således:

$$\frac{G_{RD}}{1 + e^{-sT} G_P G_{RD}} = \frac{G_R}{1 + G_P G_R}.$$

Lösning av ekvationen med avseende på G_{RD} ger

$$G_{RD} = \frac{G_R}{1 + (1-e^{-sT}) G_P G_R} \tag{8.6}$$

vilket är identiskt med (8.4). Insignal-utsignal sambandet för regulatorn ges av

$$U = - G_R Y - (1-e^{-sT}) G_P G_R U. \tag{8.7}$$

Styrlagen kan också skrivas

$$u(t) = - G_R(p) y(t) - G_R(p) G_P(p) [u(t) - u(t-T)],$$

där $p = d/dt$ är differentialoperatorn. Detta uttryck är identiskt med ekvation (8.5). Formeln visar att styrlagen kräver lagring av gamla styrsignaler över ett intervall som motsvarar dödtiden. Ett blockschema för processen med regulator visas i fig. 8.9. Läsaren uppmanas verifiera att blockschemat svarar mot ekvationerna.

Styrlagen kan tolkas så att i stället för att återkoppla runt processen G_P till punkten A, så konstrueras en modell och återkopplingen görs istället runt modellen. Observera de stora likheterna mellan fig. 8.6 och fig. 8.9. I fig. 8.6 används modellen för att bilda en approximation till en signal som ej går att mäta. I fig. 8.9 används modellen i stället för att ge en möjlighet att indirekt få styrverkan i en punkt som ej är direkt åtkomlig.

8.6 TVÅ SVÅRIGHETER

Vi skall nu visa att Smith's prediktor har allvarliga nackdelar. För att göra det utgår vi från blockschemat i fig. 8.6. För enkelhets skull antas att process och modell är identiska. Genom rättframma algebraiska räkningar finner vi följande samband mellan störningarna n och ℓ och signalerna y och y_m:

$$Y = e^{-sT} \frac{G_P G_R}{1+G_P G_R} Y_r + \left[1 - e^{-sT} \frac{G_P G_R}{1+G_P G_R}\right]\left[N + e^{-sT} G_P L\right] \qquad (8.8)$$

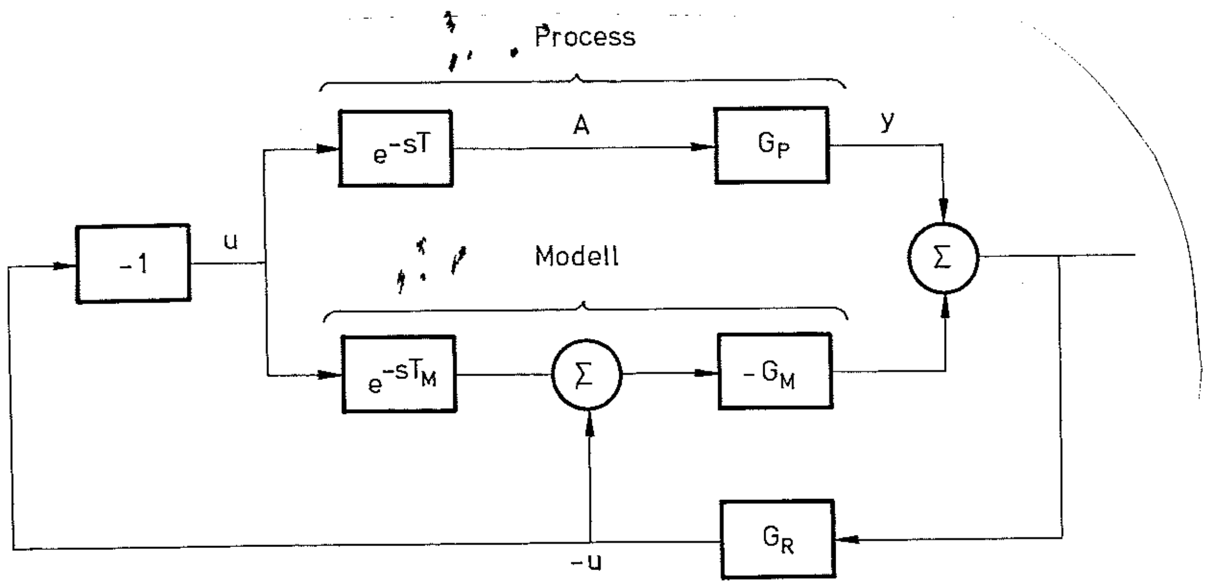

Fig. 8.9 - Blockschema för process med regulatorn (8.7).

$$Y_M = e^{-sT} \frac{G_P G_R}{1+G_P G_R} Y_r - e^{-sT} \frac{G_P G_R}{1+G_P G_R} \left[N + e^{-sT} G_P L \right] \qquad (8.9)$$

Dessa uttryck visar att systemets svar på referenssignaler är som väntat. Vi skall nu undersöka hur systemet reagerar för störningar.

Känslighet för störningar

Det följer av ekvation (8.8) att överföringsfunktionen från mätbrus till utsignal ges av

$$G_N = 1 - e^{-sT} \frac{G_P G_R}{1+ G_P G_R} .$$

För rimliga servon gäller det att

$$G_N(0) = 0.$$

Överföringsfunktionen G_N är alltså liten för låga frekvenser ω. Långsamma störningar elimineras således. Låt ω_B vara bandbredden för systemet $G_P G_R/(1+G_P G_R)$. För $s = i\omega$, där $0 \leq \omega \ll \omega_B$ gäller då approximativt

$$\frac{G_P G_R}{1+G_P G_R} \approx 1.$$

Vidare gäller

$$e^{-i\omega T} = -1$$

för $\omega T = \pi$. Om tidsfördröjningen T är så stor att $\omega_B T > \pi$, så finns det frekvenser för vilka

$$G_B(i\omega) \approx 2.$$

Återkopplingen kommer således att <u>förstärka</u> störningarna så att de blir dubbelt så stora. Problemet kan i viss utsträckning minskas genom att blocket märkt −1 i fig. 8.6 ersättes med ett lågpassfilter.

Instabila processer

En annan svaghet hos Smith's prediktor kan också direkt utläsas ur ekvationerna (8.8) och (8.9). Överföringsfunktionerna från belastningsstörning ℓ till utsignalen Y ges av

$$G_L = \left[1 - e^{-sT}\frac{G_P G_R}{1+G_P G_R}\right] e^{-sT} G_P . \qquad (8.10)$$

Denna överföringsfunktion kan betraktas som en summa av två termer. Den ena termen $e^{-sT}G_p$ representerar transmission av störningen för det öppna systemet. Den andra termen

$$-e^{-sT}\frac{G_p G_R}{1+G_p G_R} e^{-sT} G_p$$

representerar reduktion på grund av återkopplingen. På grund av tidsfördröjningen blir kompenseringen fördröjd med T tidsenheter. Överföringsfunktionen (8.10) kan approximeras med

$$G_L \approx (1 - e^{-sT})e^{-sT}G_p . \qquad (8.11)$$

Denna formel ger ett bra sätt att skatta svaret på en störning. Om det öppna systemet har svaret $Y_\ell(t)$ på en laststörning så ger kompensering med Smith's prediktor approximativt svaret $Y_{k\ell}(t) - Y_\ell(t-T)$.

Observera att det följer av ekvation (8.8) att svaret på en laständring väsentligen bestäms av det öppna systemets överföringsfunktion. Om processen är instabil så kommer signalerna Y och Y_m att växa utan gräns. *Smith's prediktor kan alltså ej användas för instabila system*. I gränsfallet då processen har en enda instabil pol som är en integrator så följer av (8.8) och (8.9) att en stegstörning i lasten ger ett stationärt fel i Y och att modellens utsignal Y_m kommer att växa som t. Vi belyser detta med ett exempel.

E x e m p e l 8.2 - Användning av Smith's prediktor på instabilt system
Antag att Smith's prediktor används för att reglera en process som kan beskrivas som en integrator med dödtid. Som regulator G_R användes en PI-regulator. Processen har överföringsfunktionen

$$G_p = \frac{1}{s}.$$

Tidsfördröjningen är 2 tidsenheter. PI-regulatorn har förstärkningen k = 1 och integraltiden av $T_i = 1$. Laststörningen är ett steg i processens insignal med amplituden 0.1. Figur 8.10 visar vad som händer vid ändringar i referensvärdet och vid belastningsstörningar. För låga frekvenser kan överföringsfunktionerna från laststörning till utsignal Y och modellens utsignal Y_m approximeras med

$$\frac{Y(s)}{N(s)} = G_L(s) \approx T = 2$$

$$\frac{Y_m(s)}{N(s)} = G_{LI}(s) \approx -\frac{1}{s}.$$

Detta visar att det stationära felet i utsignalen blir 0.2 enheter och att modellens utsignal Y_m växer som -0.1 t. Det framgår också av fig. 8.10 som visar signalernas utseende i mer detalj.

□

Den svårighet som uppträder vid reglering av instabila system med Smith's prediktor upptäckte vi först efter att ha härlett ekvationerna (8.8) och (8.9). (I vissa artiklar och läroböcker har svårigheterna inte alls upptäckts.) Man kan fråga sig om det finns enklare sätt att inse att det finns problem. Betrakta blockschemat i fig. 8.5. Observera att modellens och processens överföringsfunktioner är lika och att de sitter i parallellkopplade grenar. Det följer då omedelbart av resonemanget i avsnitt 3.4 att systemet ej är styrbart. De icke-styrbara moderna överensstämmer med moderna i de parallella grenarna. Om processen är instabil så följer det också att det finns icke styrbara moder som är instabila. Detta framgår klart av Kalman's uppdelning av systemet som visas i fig. 8.11.

Resonemanget visar klart den direkta praktiska nyttan av begrepp som styrbarhet och Kalmanuppdelning. I detta fall

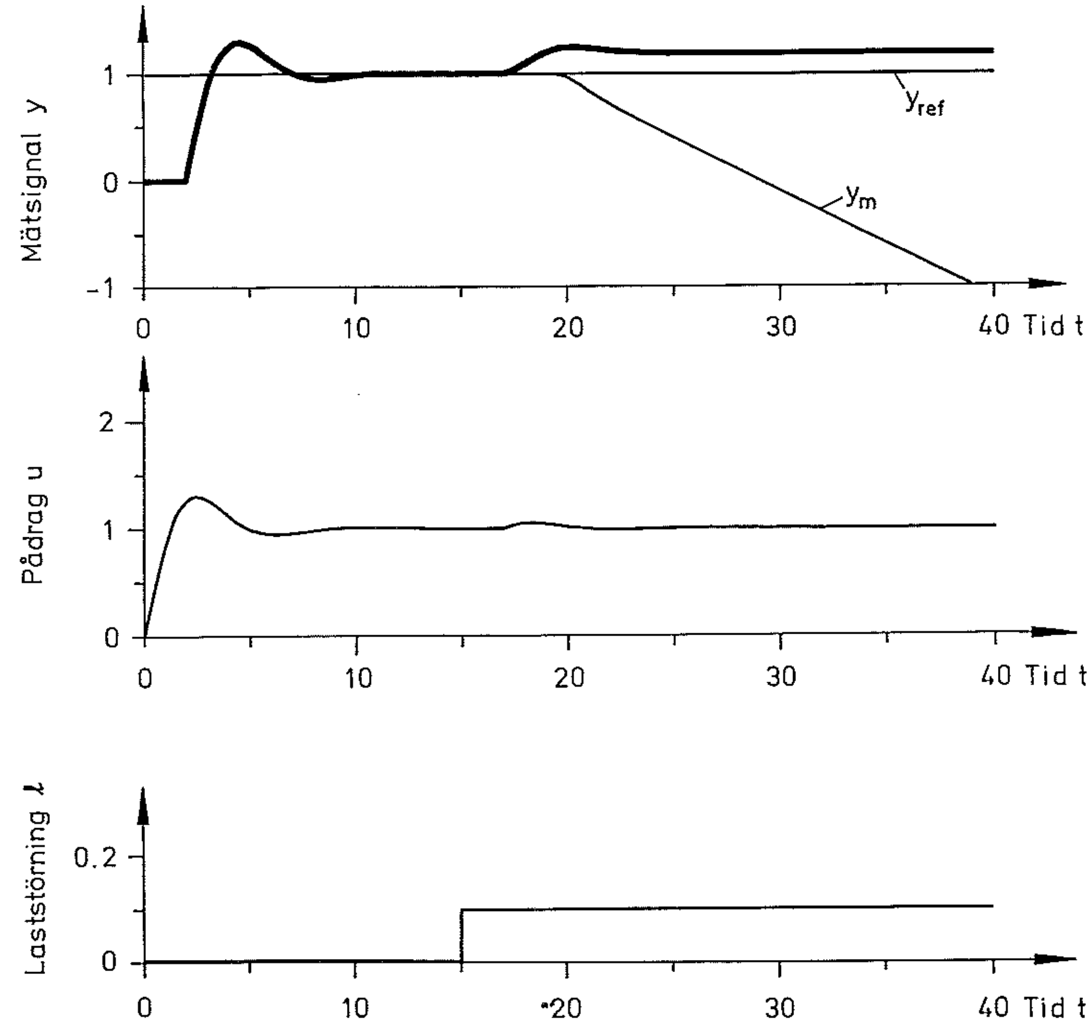

Fig. 8.10 - Simulering av reglering av instabilt system (integrator med dödtid) med Smith's prediktor.

gör begreppen det möjligt att direkt upptäcka källor till svårigheter i komplicerade system.

Sammanfattningsvis finner vi att reglering med Smith's prediktor leder till system som kan fördubbla högfrekventa mätfel. Prediktorn kan inte heller användas på instabila processer.

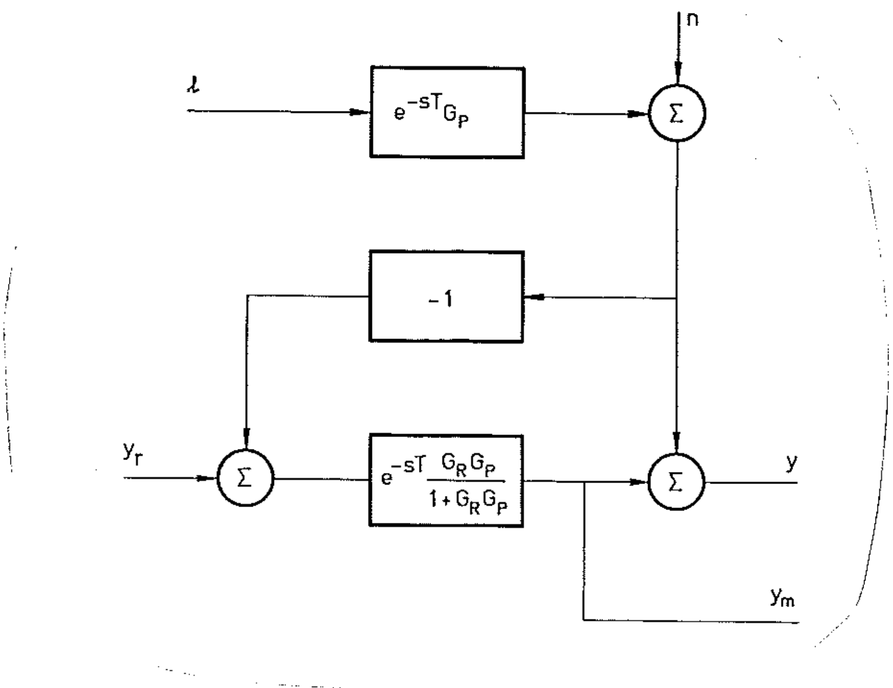

Fig. 8.11 - Kalman's uppdelning av systemet i figur 8.5.

8.7 SAMMANFATTNING

Svårigheterna med reglering av system med dödtider har diskuterats. Vi har visat att det går att öka reglerprestanda signifikant genom att göra regulatorer som är mer komplicerade än PID-regulatorer. De förbättrade prestanda erhålles tack vare att regulatorn förses med en matematisk modell av processens dynamik och att styrsignalens värden över ett tidsintervall motsvarande dödtiden sparas. Med Smith's metod kan de mer komplicerade regulatorerna erhållas genom att dimensionera regulatorer för processer utan dödtid, t.ex. PID-regulatorer. Regulatorer för processer med dödtid kan sedan beräknas med enkla formler som angivits av Smith. Smith's prediktor kallas därför också dödtidskompensering.

Smith's prediktor konstruerades för följereglering. Den går ej att använda för instabila system. En annan nackdel med Smith's prediktor är att mätbrus under vissa omständigheter kan förstärkas avsevärt. Det finns många kompenseringsmetoder som är närbesläktade med Smith's prediktor. De resulterar i samtliga fall i regulatorer som innehåller processmodeller. De reglerformer som skall diskuteras i nästa avsnitt ger också automatiskt dödtidskompensering. Dessa metoder undviker också svårigheterna med Smith's prediktor.

SAKREGISTER