Cykeln som dynamiskt system

Ljung, Lennart; Ahlström, Anders; Bostorp, Peter; Elevant, Thomas; Elmqvist, Hilding; Ivarsson, Staffan; Johansson, Göran; Kennedy, Bo; Kjellander, Birger; Leander, Per; Martinsson, Göran; Nilsson, Lennart; Selander, Staffan

1972

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

Link to publication

Citation for published version (APA):
Ljung, L. (Red.), Ahlström, A., Bostorp, P., Elevant, T., Elmqvist, H., Ivarsson, S., Johansson, G., Kennedy, B., Kjellander, B., Leander, P., Martinsson, G., Nilsson, L., & Selander, S. (1972). *Cykeln som dynamiskt system*. (Technical Reports TFRT-7016). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:
13

7016

CYKELN SOM DYNAMISKT SYSTEM

AHLSTRÖM ANDERS
BOSTORP PETER
ELEVANT THOMAS
ELMQVIST HILDING
IVARSSON STAFFAN
JOHANSSON GÖRAN
KENNEDY BO
KJELLANDER BIRGER
LEANDER PER
MARTINSSON GÖRAN
NILSSON LENNART
SELANDER STAFFAN

REPORT 7205 (B) MARCH 1972
LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY
DIVISION OF AUTOMATIC CONTROL

CYKELN SOM DYNAMISKT SYSTEM

1. INLEDNING

Höstterminen 1971 bildades i samband med kursen Reglerteknik AK, en "specialgrupp", en grupp teknologer som var villiga att satsa en del extraarbete för att eventuellt få en meningsfullare undervisning. En del av verksamheten i denna grupp var knuten till ett större projekt, nämligen att beskriva en cykel som ett dynamiskt system och applicera reglerteknikens formalism på detta. Denna rapport är resultatet av gruppens arbete.*/

En heuristisk beskrivning av cykelns dynamik finns i avsnitt 2, medan avsnitt 3 ger en formell behandling av fysikaliska grundekvationer. Det visar sig vara ett svårt problem att beskriva cykelns dynamik på ett fullständigt sätt och avsnitt 3 bygger i stor utsträckning på tidigare resultat.

I avsnitt 4 beskrivs de datorprogram som måste skrivas för att möjliggöra analys och simulering av systemen. I programstrukturen återspeglas det faktum att ett dussin personer var beroende av varandras mellanresultat.

Avsnitt 5 behandlar simuleringsresultat för en enkel, andra ordningens modell av cykeln.

En fullständigare modell blir av fjärde ordningen och i avsnitt 6 analyseras en sådan modell med avseende på egenvärden.

I avsnitt 7 behandlas simuleringen av detta större system.

*Deltagare i gruppen och därmed författare till denna rapport var

Anders Ahlström
Peter Bostorp
Thomas Elevant
Hilding Elmqvist
Staffan Ivarsson
Göran Johansson
Bo Kennedy
Birger Kjellander
Per Leander

Göran Martinsson
Lennart Nilsson
Staffan Selander

Lennart Ljung var assistent för gruppen.

2. CYKELNS DYNAMIK

Ursprungliga uppfinningen av cykeln tillskrives fransmannen de Sivrac, som tillverkade sin första "velocifère" (snabblöpare) 1790. Maskinen saknade styrförmåga, den bestod av två fast förenade trähjul.

Tysken v. Drais utvecklade idén vidare genom att förse cykeln med vridbart framhjul och en mjuk sadel.

Pedalframdrivningen konstruerades av Fischer i Tyskland 1862, medan fransmannen Michaux fick mottaga de stora lagrarna för den modifierade pedalmaskin, som han presenterade på världsutställningen i Paris 1867.

Grundformen för dagens cykel presenterades 1890 av den engelska firman Humber & Co. då de introducerade sin Diamond-modell.

Möjligheten att någorlunda säkert balansera sig fram på en cykel är en fråga om inlärning och, kanhända, förenklat av några "inbyggda" stabila egenskaper hos cykeln. Egenskaper som konstruktionen erhållit efter en mycket lång tid av praktiska experiment, förmodligen under rader av hårdhänta och smärtsamma misslyckanden.

Cykelns stabilitetsegenskaper brukar ofta betraktas som triviala, en funktion av gyroeffekter hos framhjulet, men detta kan ej vara tillräckligt. Denna effekt är förmodligen av liten betydelse, p g a framhjulets lilla massa, då en cyklist balanserar på cykeln. En diskussion av effekten, med experimentella resultat finns i [1].

Att lära sig cykla innebär att man genom att luta kroppen och vrida styret lär sig motverka cykelns tendenser att falla. När cykeln börjar falla åt något håll styr cyklisten åt samma håll och får på så sätt hjälp av centrifugalkraften att räta upp ekipaget. Svårare är det att hålla balansen då cykeln står stilla. Ett rörligt framhjul och att cykeln befinner sig i rörelse är nödvändiga villkor för att icke-ekvilibristen skall hålla sig upprät.

Om man skjuter iväg cykeln utan cyklist finner man att den håller sig upprät åtminstone vid vissa hastigheter. Cyklisten får m.a.o. hjälp

i sin balansakt genom ett antal återkopplingar hos cykeln, vilka gör att den själv i viss mån strävar efter att hålla sig upprät.

All moderna cyklar är konstruerade med en snedställd styrstång och så gjord att framhjulets mittpunkt ligger framför denna axel, samt att axelns förlängning träffar marken framför hjulets tangeringspunkt som fig. 2.1 visar.

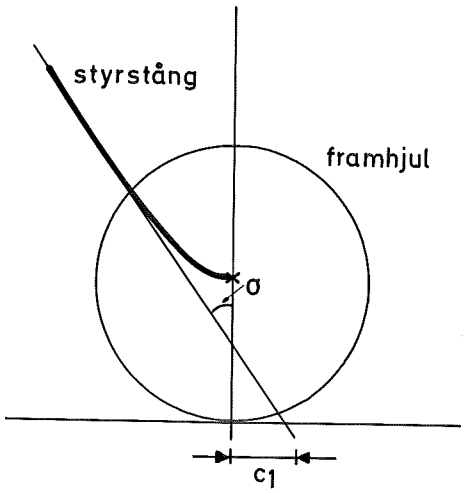


Fig. 2.1

Effekten blir förljande: Om cykeln lutas kommer framhjulet automatiskt att vrida sig så att cykeln svänger åt detta håll. Om cykeln står lodrät ställer framhjulet in sig för att gå rakt fram. Anledningen till effekterna, som är lätta att iakttaga, förefaller vara att cykelns tyngdpunkt på så sätt ligger lägst.

På grund av dessa effekter är det inte förvånande att en cykel kan vara stabil om man skjuter iväg den med en viss hastighet. En påbörjad lutning får framhjulet att vrida sig. Cykeln börjar gå in i en kurva och centrifugalkraften rätar upp den igen.

En utförligare,populär framställning av hela stabilitetsfrågan har gjorts av Sven Bertil Nilsson [2].

Slutligen bör påpekas att det är önskvärt att cykeln ej har alltför utpräglade inbyggda stabilitetsegenskaper, eftersom den då blir svårmanövrerad för cyklisten. (Ett exempel på den vanliga kompromissen mellan manövrerbarhet och stabilitet! s.a.).

3. MATEMATISK BESKRIVNING AV CYKELNS DYNAMIK

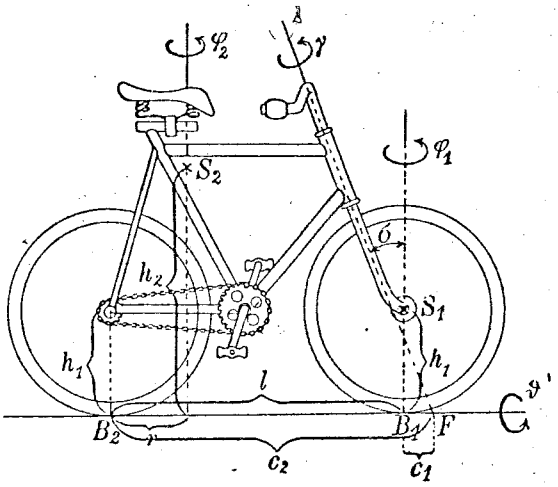
3.1 Inledning

I detta kapitel ges differentialekvationer för sambanden mellan styrets vridningsvinkel resp på styret anbringat moment och cykelns lutningsvinkel. Dessa samband ges även i form av överföringsfunktioner och som linjärt system på standardform.

Problemet har tidigare behandlats av bl a Whipple[3] och Klein- Sommerfeld[4]. Våra ekvationer har härletts med utgångspunkt från Klein-Sommerfelds grundekvationer.

3.2 Beteckningar

I den följande framställningen används beteckningar enligt nedanstående:



M_1 = Framhjulets massa

M_2 = Massan av bakhjulet + ramen + cyklisten + ev last

A_h = Tröghetsmomentet kring spårlinjen för framhjulet

B_h = " bakhjulet etc.

A_v = " vertikala axeln genom B_1 för framhjulet

B_v = " B_2 för bakhjulet etc.

B_{hv} = Tröghetsprodukten i B_2 för bakhjulet etc

I = Tröghetsmomentet för framhjulet kring hjulaxeln

u = Cykelns hastighet (konstant)

v_1 = Framhjulets lutning från vertikalen

v_2 = Bakhjulets "

M = På styret anbringat moment

Y = Reaktionskraften vinkelrät mot hjulplanet i styrstångens lagring.
Z = Reaktionskraften i framhjulets lagring

3.3 Differentialekvationer

Numreringen på sambanden i detta avsnitt överensstämmer med Klein-Sommerfeld.
Geometriska samband:

$$v_1 = v_2 - \gamma \sin\sigma \tag{1}$$

$$\phi_1 - \phi_2 = \gamma \cos\sigma \tag{2}$$

En betraktelse av vridningshastigheterna för fram- och bakhjul ger

$$c_2\dot{\phi}_2 = c_1\dot{\phi}_1 + u(\phi_1 - \phi_2) \tag{3}$$

Reaktionskraften i framhjulet ges av

$$Z = M_2 g \frac{r}{l} \tag{6}$$

Momentekvation kring spårlinjen ger med ekv. (6)

$$A_h\ddot{v}_1 + B_h\ddot{v}_2 - B_{hv}\ddot{\phi}_2 = I(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) + u(M_1h_1\dot{\phi}_1 + M_2h_2\dot{\phi}_2) + \tag{7}$$

$$+ g\, M_1h_1v_1 + M_2h_2v_2 + M_2c_1\cot\sigma \cdot \frac{r}{l}(v_1 - v_2)$$

Momentekvation kring en axel genom framhjulets beröringspunkt med marken parallell med styrstången. (Vi har antagit att cyklisten anbringar ett moment M på styret):

$$\cos\sigma A_v\ddot{\phi}_1 - \sin\sigma A_h\ddot{v}_1 = - I(\dot{v}_1\cos\sigma + \dot{\phi}_1\sin\sigma) - M_1h_1\sin\sigma \cdot u\dot{\phi}_1 - \tag{8}$$

$$- gM_1h_1\sin\sigma v_1 - Zc_1\cos\sigma \cdot v_1 - Yc_1\cos\sigma + M.$$

Motsvarande ekvation för bakhjulet lyder:

$$(\cos\sigma B_v + \sin\sigma B_{hv})\ddot{\phi}_2 - (\cos\sigma B_{hv} + \sin\sigma B_h)\ddot{v}_2 =$$

$$= - I(\dot{v}_2\cos\sigma + \dot{\phi}_2\sin\sigma) - M_2(h_2\sin\sigma + r\cos\sigma)u\dot{\phi}_2 - \tag{9}$$

$$- gM_2h_2\sin\sigma v_2 + Zc_2\cos\sigma\cdot v_2 + Yc_2\cos\sigma - M.$$

Eliminering av Y mellan (8) och (9) ger

$$c_2(\cos\sigma A_v\ddot{\phi}_1 - \sin\sigma A_h\ddot{v}_1) +$$

$$+ c_1\left[(\cos\sigma B_v + \sin\sigma B_{hv})\ddot{\phi}_2 - (\cos\sigma B_{hv} + \sin\sigma B_h)\ddot{v}_2\right] =$$

$$= - I\left[(c_2\dot{v}_1 + c_1\dot{v}_2)\cos\sigma + (c_2\dot{\phi}_1 + c_1\dot{\phi}_2)\sin\sigma\right] - \tag{10}$$

$$- c_2M_1h_1\sin\sigma\dot{\phi}_1u - c_1M_2(h_2\sin\sigma + r\cos\sigma)\dot{\phi}_2u +$$

$$+ g\left[-\sin\sigma(c_2M_1h_1v_1 + c_1M_2h_2v_2)\right] +$$

$$+ c_1c_2\cos\sigma\,\frac{r}{l}\,M_2(v_2 - v_1) - (c_1 - c_2)M$$

Näst sista termen har hos Klein-Sommerfeld det felaktiga utseendet $c_1\cos\sigma\,\frac{r}{l}\,M_2(c_1v_2 - c_2v_1)$ vilket medför att hans följande framställning innehåller en del fel.

Ur (2) och (3) erhålles eftersom $c_2 - c_1 = l$

$$l\dot{\phi}_1 = (u\gamma + c_2\dot{\gamma})\cos\sigma$$

$$l\dot{\phi}_2 = (u\gamma + c_1\dot{\gamma})\cos\sigma \tag{11}$$

Ur ekv. (1), (7) och (11) fås följande ekvation:

$$A_h\ddot{v}_2 - A_h\ddot{\gamma}\sin\sigma + B_h\ddot{v}_2 - \frac{B_{hv}}{l}(c_1\ddot{\gamma}\cos\sigma + u\dot{\gamma}\cos\sigma) -$$

$$- \frac{I}{l}\left[(c_1 + c_2)\dot{\gamma}\cos\sigma + 2u\gamma\cos\sigma\right]$$

$$- \frac{u}{l}\left[(M_1h_1c_2 + M_2h_2c_1)\dot{\gamma}\cos\sigma + (M_1h_1 + M_2h_2)u\gamma\cos\sigma\right] -$$

$$- g M_1 h_1 v_2 - M_1 h_1 \gamma \sin\sigma + M_2 h_2 v_2 - M_2 c_1 \frac{r}{l} \gamma \cos\sigma = 0$$

Vidare fås med ekv (1), (10) och (11):

$$\left[\frac{c_2^2}{l} A_v \cos\sigma + \frac{c_1^2}{l}(B_v \cos\sigma + B_{hv} \sin\sigma)\right] \ddot{\gamma} -$$

$$- c_2 \tan\sigma A_h (\ddot{v}_2 - \ddot{\gamma} \sin\sigma) - c_1 (B_{hv} + B_h \tan\sigma) \ddot{v}_2 +$$

$$+ \left[\frac{c_2}{l} A_v \cos\sigma + \frac{c_1}{l}(B_v \cos\sigma + B_{hv} \sin\sigma)\right] u\dot{\gamma} +$$

$$+ I\left[c_2(\dot{v}_2 - \dot{\gamma} \sin\sigma) + c_1 \dot{v}_2 + \frac{c_1^2 + c_2^2}{l} \sin\sigma \, \dot{\gamma} +\right.$$

$$\left. + (c_2 + c_1) \frac{u}{l} \sin\sigma \cdot \gamma\right] +$$

$$+ \left[c_2^2 M_1 h_1 \sin\sigma + c_1^2 M_2 (h_2 \sin\sigma + r\cos\sigma)\right] \frac{u}{l} \dot{\gamma} +$$

$$+ \left[c_2 M_1 h_1 \sin\sigma + c_1 M_2 (h_2 \sin\sigma + r\cos\sigma)\right] \frac{u^2}{l} \gamma +$$

$$+ g \tan\sigma \left[c_2 M_1 h_1 (v_2 - \gamma \sin\sigma) + c_1 M_2 h_2 v_2\right] +$$

$$+ c_1 c_2 \frac{r}{l} M_2 g \gamma \sin\sigma = - (c_1 - c_2) \frac{M}{\cos\sigma}$$

En omskrivning av de två senaste ekvationerna ger

$$K_1 \ddot{v}_2 + K_2 v_2 = K_3 \ddot{\gamma} + K_u \ddot{\gamma} + K_5 \ddot{\gamma} \qquad \text{(I)}$$

resp

$$L_1 \ddot{\gamma} + L_2 \dot{\gamma} + L_3 \gamma = L_u \ddot{v}_2 + L_5 \dot{v}_2 + L_6 v_2 + L_7 M \qquad \text{(II)}$$

med konstanterna K_i och L_i enligt följande:

$$K_1 = \frac{A_h + B_h}{\cos\sigma}$$

$$K_2 = - \frac{g}{\cos\sigma} (M_1 h_1 + M_2 h_2)$$

$$K_3 = A_h \tan\sigma + \frac{B_{hv} c_1}{l}$$

$$K_4 = \frac{u}{l}\left[B_{hv} + \frac{I}{h_1}(c_1 + c_2) + M_1h_1c_2 + M_2h_2c_1\right]$$

$$K_5 = \frac{u^2}{l}\left(\frac{2I}{h_1} + M_1h_1 + M_2h_2\right) - gM_1h_1\tan\sigma - gM_2c_1\frac{r}{l}$$

$$L_1 = \left(\frac{c_1^2}{l}B_v + \frac{c_2^2}{l}A_v\right)\cos\sigma + \left(\frac{c_1^2}{l}B_{hv} + c_2A_h\tan\sigma\right)\sin\sigma$$

$$L_2 = \left\{\left(\frac{c_2}{l}A_v + \frac{c_1}{l}B_v\right)\cos\sigma + \left[\frac{c_1}{l}B_{hv} + \frac{I}{h_1}\left(-c_2 + \frac{c_1^2 + c_2^2}{l}\right)\right]\sin\sigma + \right.$$

$$\left. + \frac{c_2^2}{l}M_1h_1\sin\sigma + \frac{c_1^2}{l}M_2(h_2\sin\sigma + r\cos\sigma)\right\} u$$

$$L_3 = \frac{u^2}{l}\left\{\left[\frac{I}{h_1}(c_1 + c_2) + c_2M_1h_1 + c_1M_2h_2\right]\sin\sigma + r\cos\sigma c_1M_2\right\} -$$

$$- g\sin\sigma\left(c_2M_1h_1\tan\sigma - c_1c_2M_2\frac{r}{l}\right)$$

$$L_4 = c_2A_h\tan\sigma + c_1B_{hv} + c_1B_h\tan\sigma$$

$$L_5 = -\frac{uI}{h_1}(c_1 + c_2)$$

$$L_6 = -g\tan\sigma(c_2M_1h_1 + c_1M_2h_2)$$

$$L_7 = \frac{c_2 - c_1}{\cos\sigma}.$$

3.4 Överföringsfunktioner och systemmatriser

I. Med styrets vridningsvinkel som insignal (kallas andra- ordnings modellen eller "lilla systemet")

Överföringsfunktionen från styrvinkel (γ) till lutningsvinkel (v_2) fås ur ekv. (I):

$$G_1(s) = \frac{\theta_2(s)}{\Gamma(s)} = \frac{K_3s^2 + K_4s + K_5}{K_1s^2 + K_2}$$

Systemet får på observerbar kanonisk form följande utseende

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-K_2}{K_1} & 0 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} \frac{K_4}{K_1} \\ \frac{K_1K_5 - K_2K_3}{K_1^2} \end{bmatrix} \cdot \gamma$$

$$v_2 = (1 \quad 0)\cdot x + \frac{K_3}{K_1}\cdot\gamma$$

II. Med på styret anbringat moment som insignal (kallas fjärde-ordningsmodellen eller "stora systemet").

Överföringsfunktion från moment (M) till lutningsvinkel (v_2) fås ur ekv. (I) och (II):

$$G_2(s) = \frac{\theta_2(s)}{M(s)} = \frac{L_7(K_3s^2 + K_4s + K_5)}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_o}$$

där

$$a_4 = K_1L_1 - K_3L_4$$

$$a_3 = K_1L_2 - K_3L_5 - K_4L_4$$

$$a_2 = K_1L_3 + K_2L_1 - K_3L_6 - K_4L_5 - K_5L_4$$

$$a_1 = K_2L_2 - K_4L_6 - K_5L_5$$

$$a_o = K_2L_3 - K_5L_6$$

Med tillståndsvektorn $x = (v_2, \dot{v}_2, \gamma, \dot{\gamma})^T$ fås systemet

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} M$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

där

$$a_{21} = (-K_2L_1 + K_3L_c)/N$$

$$a_{22} = K_3L_5/N$$

$$a_{23} = (-K_3L_3 + K_5L_1)/N$$

$$a_{24} = (-K_3L_2 + K_4L_1)/N$$

$$a_{41} = (K_1L_6 - K_2L_4)/N$$

$$a_{42} = K_1L_5/N$$

$$a_{43} = (-K_1L_3 + K_5L_4)/N$$

$$a_{44} = (-K_1L_2 + K_4L_4)/N$$

$$b_2 = K_3L_7/N$$

$$b_4 = K_1L_7/N$$

med $N = K_1L_1 - K_3L_4$

4. BESKRIVNING AV ANVÄNDA DATORPROGRAM

Vad gäller beteckningar se avsnitt 3.
De program som skrivits i samband med analys och simulering av cykelns dynamik kan indelas i tre grupper:

I Ett antal subrutiner som ger värden på cykelns parametrar för några olika cyklar.

II En subrutin som beräknar K- och L-vektorerna (se sid 8) samt ett antal subrutiner som med hjälp av denna beräknar systemmatriser och överföringsfunktioner för både stora och lilla systemet.

III Fyra huvudprogram som använder dessa subrutiner för olika typer av analys av cykeln.

Nedan följer en kort beskrivning av dessa subrutiner och program. Därefter finns dessa listade.

I Subrutinerna NORMCY och MINICY ger cykelparametrarna värden som överensstämmer med en normal herrcykel resp en minicykel. Parametrarna lägges i COMMON-fältet FYSPAR. Hastigheten sättes lika med 5 m/s och lagras i COMMON-fältet HAST. Efter anrop av NORMCY eller MINICY kan subrutinerna PERSON och/eller VIKT (med godtycklig inbördes ordning) anropas. Deras effekt är att cykelparametrarna ändras motsvarande att en 70-kilos person (approximerad med en cylinder) sätter sig på cykeln resp att en 20-kilos vikt lägges på bakre pakethållaren. Efter anrop av PERSON och/eller VIKT finns de aktuella cykelparametrarna i COMMON-fältet FYSPAR.

II Subrutinen KOCHL beräknar vektorerna K och L utgående från cykelparametrarna i COMMON-fälten FYSPAR och HAST. De beräknade värdena lägges i COMMON-fältet KONST.

Subrutinen TRFU1 beräknar koefficienterna i överföringsfunktionen för lilla systemet när högsta gradskoefficienten i nämnaren sättes lika med 1 utgående från FYSPAR och HAST. Koefficienterna lagras i de 3-dimensionella vektorerna TRF1T (täljaren) och TRF1N (nämnaren). Dessa vektorer lägges i COMMON-fältet TRF1.

Subrutinen MATR1 beräknas systemmatriserna för lilla systemet på obser-

verbar kanonisk form (beteckningar A1, B1, C1 och D1 med dimensionerna 2x2, 2, 2 resp 1) utgående från COMMON-fältet KONST som enligt ovan bestämmes i subrutinen KOCHL. Matriserna lägges i COMMON-fältet SYMA1.

Subrutinen TRFU2 är stora systemets motsvarighet till TRFU1. Vektorerna för koefficienterna heter här TRF2T (3-dim.) och TRF2N (5-dimen.) och COMMON-fältet TRF2. TRFU2 utgår dock istället från COMMON-fältet.KONST.

Subrutinen MATR2 är stora systemets motsvarighet till MATR1. Matriserna heter här A2, B2 och C2 (dimensioner 4x4,4 resp 4) och COMMON-fäletet SYMA2. D-matrisen är 0 och beräknas därför ej.

III Huvudprogrammet AMANDA beräknar och skriver ut K- och L-vektorerna samt systemmatriserna för lilla systemet på observerbar kanonisk form. Användaren bestämmer emellertid hastigheten (dvs COMMON-fältet HAST) själv via teletypen. Cykelkonfigurationen kan väljas fritt med subrutinerna beskrivna i del I ovan (kräver dock ändring av anropen i programmet).

Programmet anropar dessutom de ovan beskrivna subrutinerna KOCHL och MATR1. Efter utskrift av resultaten börjar programmet om och nytt värde på hastigheten kan väljas.

Huvudprogrammet CYSYST beräknar och skriver ut systemmatriserna (ej D-matrisen som är 0) för stora systemet på observerbar kanonisk form vid en av användaren vald hastighet. Programmet är uppbyggt på samma sätt som AMANDA. Dock används givetvis subrutinen MATR2 istället för MATR1.

Huvudprogrammet ROTORT beräknar och skriver ut rötterna till nämnaren i stora systemets överföringsfunktion när hastigheten varieras. Önskad cykelkonfiguration erhålles på samma sätt som i AMANDA och CYSYST. Övriga anropade subrutiner är KOCHL och TRFU2 samt ROT som finns lagrad på disken på institutionens dator. Gränser och steglängd på variationen av hastigheten bestämmes av användaren via teletypen. Efter att programmet genomlöpts finns möjlighet att ändra parametrarna C1 och J i FYSPAR varefter programmet börjar om. Programmet kan lätt ändras så att någon annan parameter varieras istället.

Huvudprogrammet CYKMA beräknar och skriver ut potentiometerinställningarna för simulering av stora systemet på analogimaskin. Dessutom beräknar programmet och skriver ut systemmatriserna för stora systemet med tillståndsvariablerna i form av cykelns lutningsvinkel och dess tidsderivata och styrets vridningsvinkel och dess tidsderivata. Detta utföres för en cykelkonfiguration och en hastighet som användaren själv väljer på samma sätt som i tidigare program. Programmet anropar också subrutinen KOCHL.

```
C       CYKMA
C       THIS PROGRAM COMPUTES THE SYSTEM MATRICES ACYMA, BCYMA,
C       CCYMA AND THE POT. VALUES FOR ANALOG COMPUTER.
C       CALLS KOCHL, NORMCY (OR MINICY).
C       WHEN NEW U VALUE IS DEMANDED WRITE IT ON THE TELETYPE.
        REAL K(5),L(7)
        DIMENSION CYKEL(14),PERSON(6),VIKT(6)
        DIMENSION ACYMA(4,4),BCYMA(4,1),CCYMA(2,4)
        COMMON/HAST/U
        COMMON/FYSPAR/CYKEL
        COMMON/PERPAR/PERSON
        COMMON/VPAR/VIKT
        COMMON/KONST/K,L
        CALL NORMCY
C       HERE IS THE DESIRED CYCLE CONFIGURATION CALLED:
C       NORMCY OR MINICY ( AND PERSON AND/OR VIKT )
11      WRITE(8,100)
        READ(8,12) U
100     FORMAT(1X,9H U VALUE )
12      FORMAT(F10.5)
        WRITE(6,100)
        WRITE(6,12) U
        CALL KOCHL
        A=1./(1.-K(3)/K(1)*L(4)/L(1))
        Q00=A*(-K(2)/K(1)+K(3)/K(1)*L(6)/L(1))
        P01=A*K(3)/K(1)*L(5)/L(1)
        Q01=A*(K(5)/K(1)-K(3)/K(1)*L(3)/L(1))
        Q11=0.1*A*(K(4)/K(1)-K(3)/K(1)*L(2)/L(1))
        P00=0.1*K(3)/K(1)*L(7)/L(1)
        B=1./(1.-L(4)/L(1)*K(3)/K(1))
        P20=0.1*B*(L(6)/L(1)-L(4)/L(1)*K(2)/K(1))
        P10=B*L(5)/L(1)
        Q10=B*(-L(3)/L(1)+L(4)/L(1)*K(5)/K(1))
        P11=B*(-L(2)/L(1)+L(4)/L(1)*K(4)/K(1))
        Q20=B*L(7)/L(1)*0.1
          ACYMA(1,1)=0.
          ACYMA(1,2)=1.
          ACYMA(1,3)=0.
          ACYMA(1,4)=0.
          ACYMA(2,1)=Q00
          ACYMA(2,2)=P01
          ACYMA(2,3)=Q01
          ACYMA(2,4)=Q11*10.
          ACYMA(3,1)=0.
          ACYMA(3,2)=0.
          ACYMA(3,3)=0.
          ACYMA(3,4)=1.
          ACYMA(4,1)=P20*10.
          ACYMA(4,2)=P10
          ACYMA(4,3)=Q10
          ACYMA(4,4)=P11
          BCYMA(1,1)=0.
          BCYMA(2,1)=P00*10.
          BCYMA(3,1)=0.
          BCYMA(4,1)=Q20*10.
          DO 95 K1=1,4
```

```
      DO 95 J=1,2
95    CCYMA(J,K1)=0.
      CCYMA(1,3)=1.
      CCYMA(2,1)=1.
      WRITE(6,300)
300   FORMAT(16H CYCLEPARAMETERS,1H://)
      WRITE(6,101) CYKEL
101   FORMAT(1X,7F10.6)
      WRITE(6,102)
102   FORMAT(1X/20H SYSTEMMATRICES:     //)
      DO 94 K1=1,4
94    WRITE(6,103) (ACYMA(K1,L1),L1=1,4),BCYMA(K1,1)
103   FORMAT(4X,4F15.6,8X,2F15.6)
      WRITE(6,103) (CCYMA(1,K1),K1=1,4)
      WRITE(6,103) (CCYMA(2,K1),K1=1,4)
      WRITE(6,104)
     WRITE(6,10) P00, Q00, P01, Q01, P10, Q10, P11, Q11, P20,
    *Q20
104  FORMAT(////1X,20HPOTENTIOMETER VALUES)
 10  FORMAT(10X,F10.5)
     GO TO 11
     STOP
     END
```

```
C     PROGRAM AMANDA
C     BERAEKNAR OCH SKRIVER UT VEKTORERNA K OCH L SAMT ABCD-MATRISERNA
C     FOER LILLA CYKELN VID OENSKAD HASTIGHET
      REAL M1,M2,J,K,L
      DIMENSION K(5),L(7),A1(2,2),B1(2),CC1(2),D1(1)
      COMMON /HAST/ U
      COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
      COMMON /KONST/ K,L
      COMMON /SYMA1/ A1,B1,CC1,D1
      CALL NORMCY
C     HAER ANROPAS OENSKAD CYKELKONFIGURATION.
C     TILLGAENGLIGA SUBRUT. : NORMCY, MINICY, EV DESSUTOM
C     PERSON OCH/ELLER VIKT
10    WRITE(8,100)
100   FORMAT(13H VALJ U-VARDE)
      READ(8,101) U
101   FORMAT(F8.5)
      WRITE(6,102) U
102   FORMAT(4H0U= ,F8.5)
      CALL KOCHL
      CALL MATR1
      WRITE(6,103) K,L,A1,B1,CC1,D1
103   FORMAT(5H0K:  ,5F13.6/5H L:  ,7F13.6/5H A1:  ,4F13.6/
     F5H B1:  ,2F13.6/5H C1:  ,2F13.6/5H D1:  ,F13.6)
      GO TO 10
      STOP
      END
```

```
C       NAMN: ROTORT
C       BERAEKNAR OCH SKRIVER UT ROTTERNA TILL OVERFORINGSFKNS
C       NAEMNARE ( STORA CYKELN ) MED HASTIGHETEN SOM PARAMETER
        REAL M1,M2,J,K,L
        DIMENSION AR(4),AI(4),ZR(4),ZI(4),TRF2N(5),TRF2T(3),K(5),L(7)
        COMMON /KONST/ K,L
        COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
        COMMON /HAST/ U
        COMMON /TRF2/ TRF2T, TRF2N
C       HAER ANROPAS ONSKAD CYKELCONFIGURATION. TILLGAENGLIGA
C       SUBRUTINER: NORMCY, MINICY OCH EVENTUELLT DESSUTOM
C       PERSON OCH/ELLER VIKT.
        CALL NORMCY
        CALL PERSON
   12   WRITE (8,300)
        READ (8,100) MIN,MAX,ISTEG,OMVAND
C       HASTIGHETEN VARIERAS FRON MIN*OMVAND TILL MAX*OMVAND
C       I STEG OM ISTEG*OMVAND
        WRITE(6,600) M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
        DO 10 IU = MIN, MAX, ISTEG
        U = FLOAT(IU)*OMVAND
        CALL KOCHL
        CALL TRFU2
        DO 11 I=1,4
        AR(I)= TRF2N(I+1)
        AI(I)= 0.0
        ZR(I)= 0.0
11      ZI(I)= 0.0
        IT=0
        EPS=1.0E-04
        CALL ROT(AR,AI,ZR,ZI,4,1,IT,EPS)
        WRITE(6,200) U
        DO 13 I=1,4
   13   WRITE(6,201) ZR(I),ZI(I)
   10   CONTINUE
C       HAER KAN AENDRINGAR I CYKELPARAMETRARNA S OCH C1 INFORAS
        WRITE(8,700)
        READ(8,800) S
        WRITE(8,400)
        READ(8,500) C1
        GO TO 12
        STOP
  100   FORMAT (I3/I3/I3/F6.3)
  200   FORMAT(1X////10X,12HHASTIGHETEN=,F7.3,4H M/S,//11X,8HROTTERNA,
       *6X,7HREALDEL,5X,11HIMAGINARDEL/)
  201   FORMAT(20X,2F14.4)
  300   FORMAT (3X,38HSKRIVNER MIN MAX ISTEG OCH OMVAND TACK)
  400   FORMAT(8H NYTT C1)
  500   FORMAT(F7.4)
  600   FORMAT(1X,7F10.6)
  700   FORMAT(12H NYTT S,F9.6)
  800   FORMAT(F9.6)
        END
```

```
C       PROGRAM CYSYST
C       BERAEKNAR OCH SKRIVER UT SIFFERVAERDEN PAA ABCD-MATRISERNA
C       FOER STORA CYKELN VID OENSKAD HASTIGHET
        DIMENSION A(4,4),B(4),C(4)
        DIMENSION CYKEL(14)
                COMMON/FYSPAR/ CYKEL
        COMMON/SYMA2/ A,B,C
        COMMON/HAST/ U
        CALL NORMCY
C       HAER ANROPAS OENSKAD CYKELKONFIGURATION. TILLGANGLIGA
C       SUBRUT. : NORMCY, MINICY, : EV. DESSUTOM PERSON OCH/ELLER VIKT
11      CONTINUE
        WRITE(8,103)
        READ(8,104) U
        WRITE(6,102) U
        WRITE(6,100) CYKEL
100     FORMAT(10H CYKELPAR:,7F10.6)
102     FORMAT(11H HASTIGHET:,F10.6)
        CALL KOCHL
        CALL MATR2
        DO 10 I=1,4
10      WRITE(6,101) (A(I,K),K=1,4),B(I)
101     FORMAT(1H0,4F10.4,5X,F10.4)
        WRITE(6,101) C
103     FORMAT(11H HASTIGHET?)
104     FORMAT(F10.0)
        GOTO 11
        STOP
        END
```

```
        SUBROUTINE KOCHL
C       BERAEKNAR VEKTORERNA K OCH L SOM INGOR I JAEMVIKTSEKV.
C       OCH OTERKOMMER I ABC-MATRISERNA. DE INGOENDE STORHETERNA
C       DEFINIERAS I SAERTRYCKET "DEFINITION AV STORHETER".
        REAL M1,M2,J,K,L
        DIMENSION K(5),L(7)
        COMMON /HAST/U
        COMMON /KONST/ K,L
        COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,
       FAV,BV
        C2=XL+C1
        G=9.80665
        TAN= SIN(S)/COS(S)
        K(1)=(AN+BN)/COS(S)
        K(2)=-G*(M1*H1+M2*H2)/COS(S)
        K(3)=AN*TAN+BHV*C1/XL
        K(4)=U*(BHV+J*(C1+C2)/H1+M1*H1*C2+M2*H2*C1)/XL
        K(5)=U*U*(2.0*J/H1+M1*H1+M2*H2)/XL-G*M1*H1*TAN-G*M2*C1*
       FR/XL
        L(1)= (C1*C1*BV+C2*C2*AV)*COS(S)/XL+(C1*C1*BHV/XL+C2*AN*
       FTAN)*SIN(S)
        L(2)=((C2*AV+C1*BV)*COS(S)/XL+(C1*BHV/XL+J*(-C2+(C1*C1+
       FC2*C2)/XL)/H1)*SIN(S)+C2*C2*M1*H1*SIN(S)
       F/XL+C1*C1*M2*(H2*SIN(S)+R*COS(S))/XL)*U
        L(3)=U*U*((J*(C1+C2)/H1+C2*M1*H1+C1*M2*H2)*SIN(S)+R*COS
       F(S)*C1*M2)/XL-G*SIN(S)*(TAN*C2*M1*H1-C1*C2*R*M2/XL)
        L(4)=C2*AN*TAN+C1*BHV+C1*BN*TAN
        L(5)=-U*J*(C1+C2)/H1
        L(6)=-G*TAN*(C2*M1*H1+C1*M2*H2)
        L(7)=(C2-C1)/COS(S)
        RETURN
        END
```

```
      SUBROUTINE MATR1
C     BERAEKNAR ABCD-MATRISEN FOR LILLA CYCKELN
C     PAA OBSERVERBAR KANONISK FORM
      REAL K,L
      DIMENSION A1(2,2),B1(2),C1(2),D1(1),K(5),L(7)
      COMMON/KONST/ K,L
      COMMON/SYMA1/ A1,B1,C1,D1
      A1(1,1)=0.0
      A1(1,2)=1.0
      A1(2,1)=-K(2)/K(1)
      A1(2,2)=0.0
      B1(1)=K(4)/K(1)
      B1(2)=(K(1)*K(5)-K(2)*K(3))/K(1)/K(1)
      C1(1)=1.0
      C1(2)=0.0
      D1(1)=K(3)/K(1)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE MATR2
      REAL K,L,NAEMN
      DIMENSION K(5),L(7)
C     BERAEKNAR ABCD-MATRISERNA FOER "STORA" CYKELN
C     PAA OBSERVERBAR KANONISK FORM
      DIMENSION A2(4,4),B2(4),C2(4)
      COMMON/KONST/ K,L
      COMMON/SYMA2/ A2,B2,C2
      NAEMN=K(1)*L(1)-K(3)*L(4)
      DO 100 I=1,4
      B2(I)=0.0
      C2(I)=0.0
      DO 100 J=1,4
100   A2(I,J)=0.0
      A2(1,1)=(K(3)*L(5)+K(4)*L(4)-L(2)*K(1))/NAEMN
      A2(1,2)=1.0
      A2(2,1)=(L(6)*K(3)+L(4)*K(5)+L(5)*K(4)-L(1)*K(2)-L(3)*
     FK(1))/NAEMN
      A2(2,3)=1.0
      A2(3,1)=(K(4)*L(6)+K(5)*L(5)-K(2)*L(2))/NAEMN
      A2(3,4)=1.0
      A2(4,1)=(L(6)*K(5)-L(3)*K(2))/NAEMN
      B2(2)=K(3)*L(7)/NAEMN
      B2(3)=K(4)*L(7)/NAEMN
      B2(4)=K(5)*L(7)/NAEMN
      C2(1)=1.0
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TRFU1
      BERAEKNAR KOEFF. I OEVERFOERINGSEKNEN FOER LILLA CYKELN
      NAER DENNA SKRIVES SOM ETT RATIONELLT POLYNOM MED HOEGSTA-
      GRADSKOEFF. I NAEMNAREN =1
      REAL K,L
      DIMENSION K(5),L(7)
      DIMENSION TRF1T(3),TRF1N(3)
      COMMON/KONST/ K,L
       COMMON/TRF1/ TRF1T,TRF1N
      TRF1T(1)=K(3)/K(1)
      TRF1T(2)=K(4)/K(1)
      TRF1T(3)=K(5)/K(1)
      TRF1N(1)=1.0
      TRF1N(2)=0.0
      TRF1N(3)=K(2)/K(1)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TRFU2
C     BERAEKNAR KOEFF. I OVERFORINGSEKNEN FOER STORA CYKELN NAER DENNA AER
C     SKRIVEN SOM ETT RATIONELLT POLYNOM MED HOGSTAGRADS-
C     KOEFF. I NAEMNAREN=1.
      REAL K,L
      DIMENSION K(5),L(7)
      DIMENSION TRF2T(3), TRF2N(5)
      COMMON/KONST/ K,L
      COMMON/TRF2/ TRF2T,TRF2N
      Z=K(1)*L(1)-K(3)*L(4)
      TRF2T(1)=K(3)*L(7)/Z
      TRF2T(2)=K(4)*L(7)/Z
      TRF2T(3)=K(5)*L(7)/Z
      TRF2N(1)=1.0
      TRF2N(2)=(L(2)*K(1)-K(3)*L(5)-K(4)*L(4))/Z
      TRF2N(3)=(L(1)*K(2)+L(3)*K(1)-K(3)*L(6)-K(5)
     F*L(4)-K(4)*L(5))/Z
      TRF2N(4)=(K(2)*L(2)-K(4)*L(6)-K(5)*L(5))/Z
      TRF2N(5)=(L(3)*K(2)-K(5)*L(6))/Z
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE NORMCY
C     SAETTER IN UPPMAETTA SIFFERVAERDEN PO  EN NORMAL CYKELS
C     OLIKA PARAMETRAR. FOR OVRIGT SE "DEFINITION AV STORHETER".
      REAL M1,M2,J
      COMMON /HAST/ U
      COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
      U=5.0
      M1=3.5
      M2=5.5
      AN=0.9
      BN=1.6
      BHV=0.67
      J=0.2
      H1=0.325
      H2=0.49
      XL=1.08
      R=0.38
      C1=0.04
      S=0.31416
      AV=0.3
      BV=0.57
      RETURN
```

```
      SUBROUTINE MINICY
C     THIS SUBROUTINE GIVES THE PHYSICAL PARAMETERS
C     FOR THE MINI BIKE
      REAL M1,M2,J
      COMMON /HAST/ U
      COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
      U=5.0
      M1=3.0
      M2=9.2
      AN=0.7
      BN=1.3
      BHV=0.42
      J=0.09
      H1=0.245
      H2=0.425
      XL=1.00
      R=0.3
      C1=0.045
      S=0.368
      AV=0.2
      BV=0.42
      RETURN
```

```
      SUBROUTINE VIKT
C     BERAEKNAR CYKELPARAMETRARNA NAER EN 20-KILOSVIKT LAEGGES
C     PO DEN BAKRE PAKETHOLLAREN.
      REAL M1,M2,J
      COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
      VM2=20.0
      VH2=0.8
      VR=0.0
      VBN=VM2*VH2*VH2+VM2*(0.25*0.25+0.1*0.1)/3.
      VBV=VM2*VR*VR+VM2*(0.25*0.25+0.15*0.15)/3.
      VBHV=VM2*VR*VH2
      WRITE(6,100) VM2,VH2,VR,VBN,VBV,VBHV
100   FORMAT(6H0VM2= ,F6.2,9H    VH2= ,F6.2,8H    VR= ,F6.2 ,
     F9H    VBN= ,F6.2,9H    VBV= ,F6.2,10H    VBHV= ,F6.2)
      H2=(H2*M2+VH2*VM2)/(M2+VM2)
      R=(R*M2+VR*VM2)/(M2+VM2)
      M2=M2+VM2
      BN=BN+VBN
      BHV=BHV+VBHV
      BV=BV+VBV
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE PERSON
C     BERAEKNAR CYKELPARAMETRARNA NAER EN NORMAL-PERSON SAETTER
C     SIG PO CYKELN. (PERSONEN APPROXIMERAD TILL EN CYLINDER)
      REAL M1,M2,J
      COMMON /FYSPAR/ M1,M2,AN,BN,BHV,J,H1,H2,XL,R,C1,S,AV,BV
      PM2=70.0
      PH2=1.0
      PR=0.4
      PBN=PM2*(0.2+PH2*PH2)
      PBV=0.5*PM2*0.15*0.15+PM2*PR*PR
      PBHV=PM2*PR*PH2
      WRITE(6,100) PM2,PH2,PR,PBN,PBV,PBHV
100   FORMAT(6H0PM2= ,F6.2,9H    PH2= ,F6.2,8H    PR= ,F6.2,
     F9H    PBN= ,F6.2,9H    PBV=,F6.2,10H    PBHV= ,F6.2)
      H2=(H2*M2+PH2*PM2)/(M2+PM2)
      R=(R*M2+PR*PM2)/(M2+PM2)
      M2=M2+PM2
      BN=BN+PBN
      BHV=BHV+PBHV
      BV=BV+PBV
      RETURN
      END
```

5. SIMULERING AV ANDRA-ORDNINGSMODELLEN

I avsnitt 3.4 beskrevs cykelns dynamik från styrvinkeln γ till cykelns lutningsvinkel v_2 som ett linjärt dynamiskt system på standardform:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_2}{K_1} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{K_4}{K_1} \\ \frac{K_1 K_5 - K_2 K_3}{K_1^2} \end{bmatrix} \gamma$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \frac{K_3}{K_1} \gamma$$

Systemet kopplades upp på analogimaskin enl fig 5.1. Styrvinkeln γ bestämdes från en yttre styrspak och kopplades upp enl fig. 5.2. Koefficienterna bestämdes för en normalcykel med ryttare.

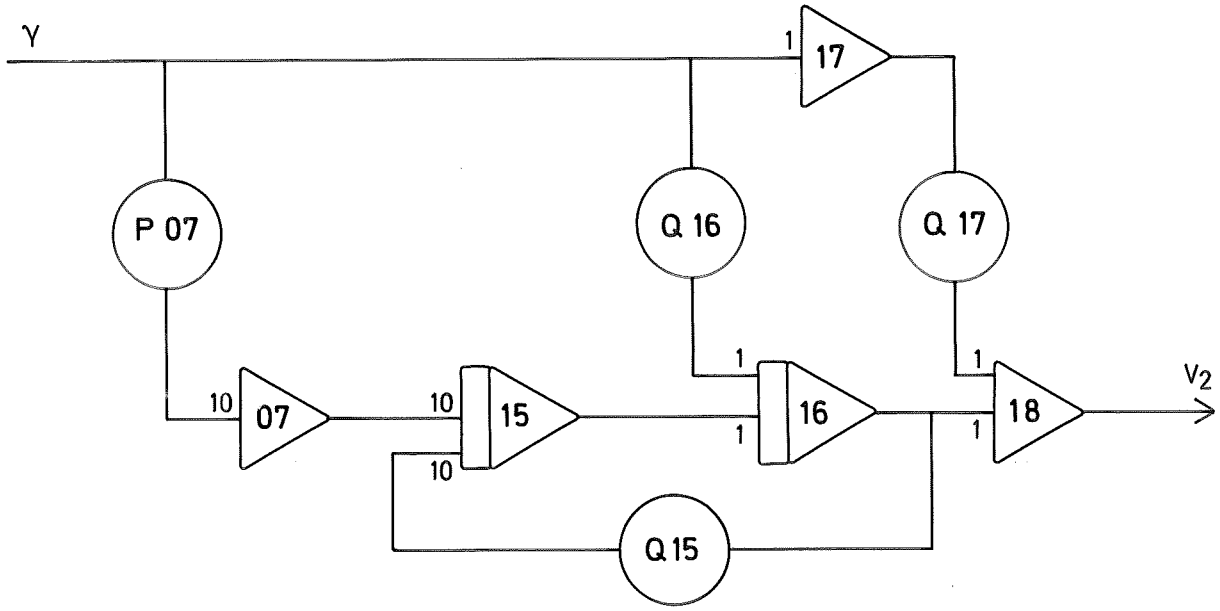


Fig. 5.1 Analogimaskinkoppling för andra-ordnings systemet. Potentiometerlista finn på nästa sida.

Potentiometerlista till fig 5.1:

P07	0.19
Q15	0.84 (g= 9.81 m/s^2)
	0.17 (g= 2 m/s^2)
Q16	0.29
Q17	0.0035

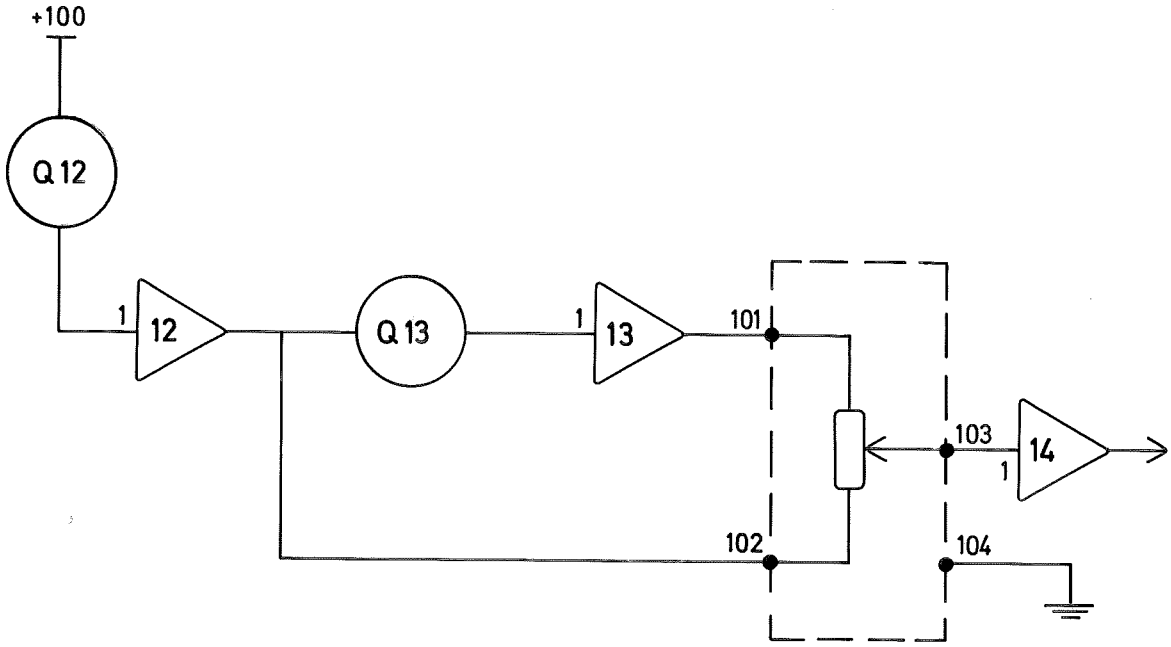


Fig 5.2 Koppling för styrspaken.

Q12 = 0.5

Q13 används för balansering av styrspaken

För att kunna studera vart cykeln tog vägen i xy-planet använde vi oss av följande ekvationer:

$$x = v \int_0^t \sin\left(\frac{v}{a} \int_0^t \gamma dt\right) dt$$

$$y = v \int_0^t \cos\left(\frac{v}{a} \int_0^t \gamma dt\right) dt$$

där a = avst. mellan kontaktpunkterna för hjulen. Detta beskrivs av koppl. enl. fig. 5.3.

Vid samtliga simuleringar beskrivna här hölls hastigheten konstant 5 m/s. Egenvärdena till matris A1 blir med insatta värden - utom g - $\pm$ 0,923 g. Systemet är alltså inte stabilt för något g, men bör vara mindre svårstyrt för små g. Detta verifierades via simulering. I fig. 5.4 visas v_2 via normalt g, möjligheten att hålla cykeln på rätt köl m.h.a. att endast påverka styrets vinkel är som synes obefintlig. Bättre går det om vi cyklar någonstans där g = 2 m/s^2, se fig. 5.5.

Att följa en given bana i xy-planet samtidigt som cykeln höll sig upprätt visade sig vara ogörligt.

Det lilla systemet ger alltså inte någon perfekt bild av hur cykeln uppför sig. Den ger dock en viss känsla för cyklandets svårigheter. De är ju speciellt stora eftersom den använda manöverspaken hade få likheter med ett cykelstyre och då man endast har information om cykelns lutningsvinkel. I verkligheten har cyklisten åtskilligt större beslutsunderlag för att bestämma hur han skall bete sig.

Dessutom saknar andra-ordningsmodellen flera av de återkopplingsmekanismer som finns från cykelns lutning till styrvinkel. För att studera även dessa måste fjärdeordningsmodellen användas.

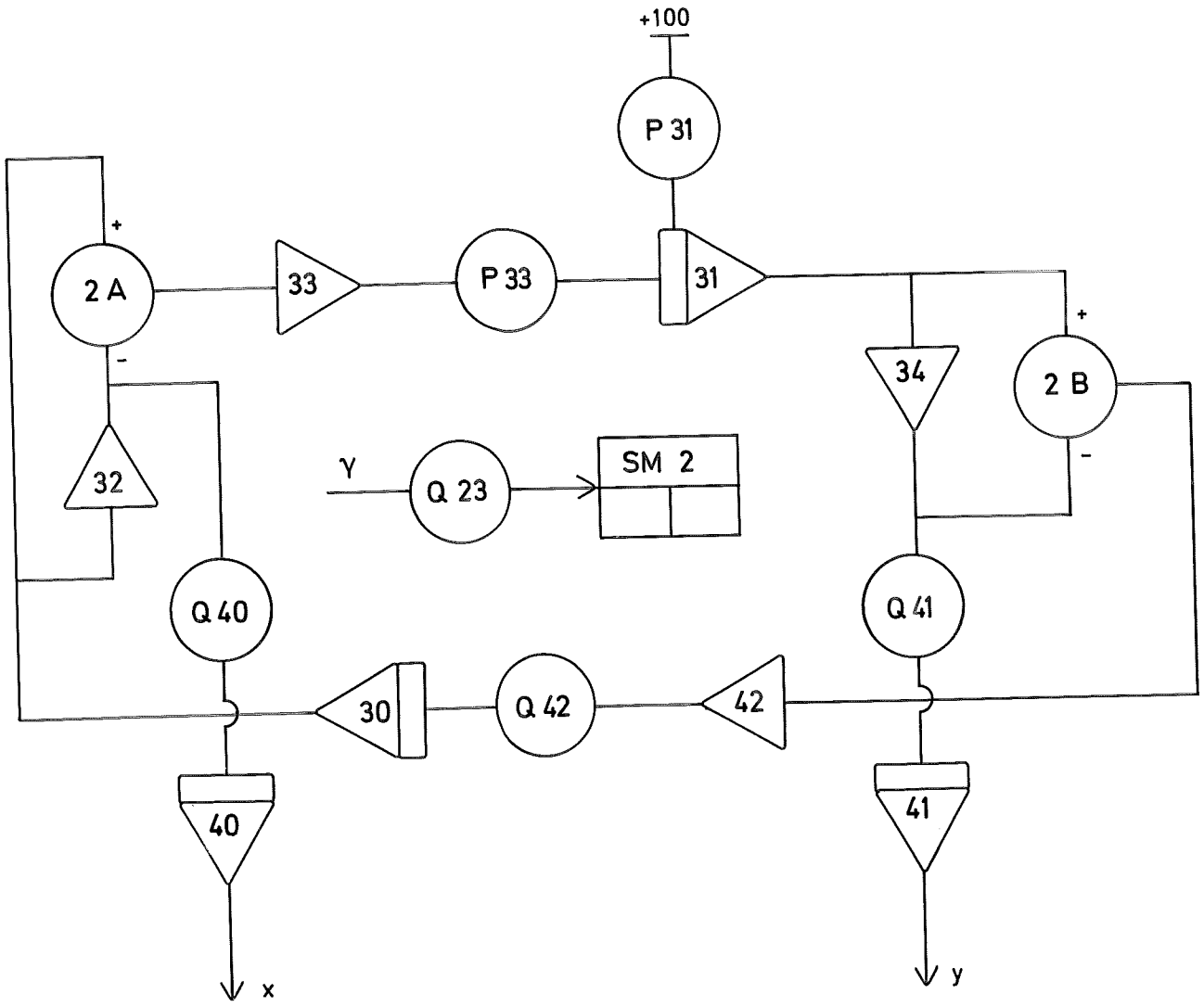


Fig 5.3 Analogimaskinkoppling för bestämning av cykelns läge i x-y planet.

Q23	1.0
Q40	0.5
Q41	0.5
Q42	1.0
P31	0.5
P33	1.0

Fig. 5.4 Analogimaskinsimulering av andra-ordings modellen med $g=9.81\ m/s^2$. Lutningsvinkeln v_2 ges som funktion av tiden.

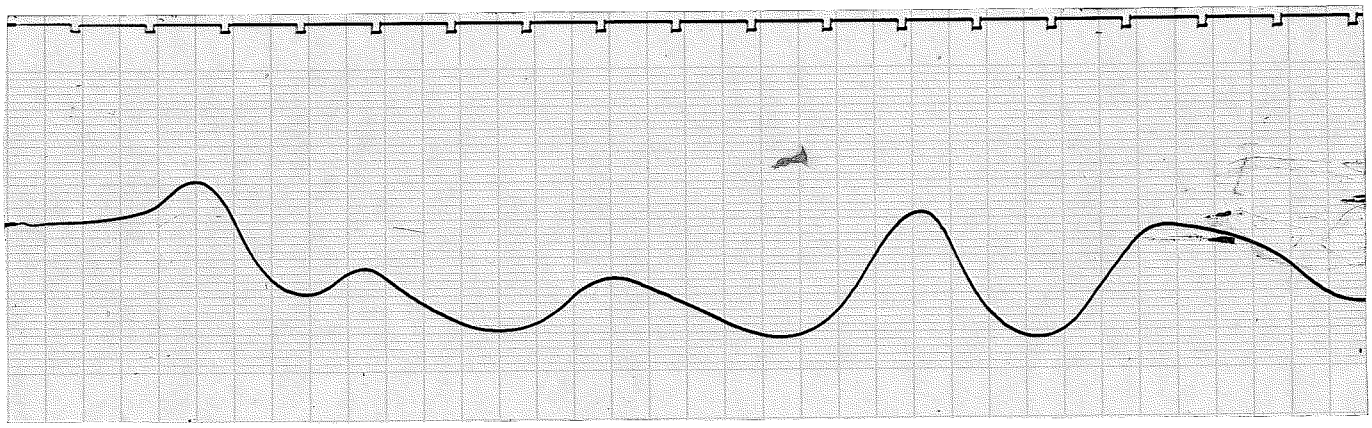


Fig 5.5 Analogimaskinsimulering av andra-ordningsmodellen med $g=2\ m/s^2$. Lutningsvinkeln v_2 ges som funktion av tiden.

6. ANALYS AV FJÄRDE-ORDNINGSMODELLEN

En av de mest intressanta frågorna i samband med modellen av cykeln är hur systemets egenvärden varierar med hastigheten. Som framgår av avdelning 3 beror koefficienterna i systemmatrisen på ett komplicerat sätt av cykelns hastighet.

Med hjälp av programmet ROTORT (se avdelning 4) har systemets egenvärden, dvs överföringsfunktionernas poler, beräknas för en mängd olika cykelkonfigurationer och hastigheter. Resultaten har sammanställts i fig. 6.1 - 6.5, där egenvärdena har plottats som funktion av cykelns hastighet.

Figur 6.1 gäller en normalcykel utan ryttare. Gren I går från 3.8 vid hastigheten 0 m/s snabbt mot noll då hastigheten ökar. Grenarna II och III börjar på reella axeln och går ut i komplexa planet vid hastigheten 2.5 m/s. Gren IV börjar i - 3.8 och går mot - ∞. Figuren bör jämföras med fig. 6.2 som gäller en minicykel utan ryttare. Rotorterna har samma principella utseende men minicykelns egenvärden ligger generellt längre ut i högra halvplanet, dvs minicykeln är mer instabil.

Det är också intressant att notera hur rotorten beror av framhjulskonfigurationen. Fig. 6.3 visar rotorten för en cykel med lodrät styraxel. Här är det grenarna I och II som går ut i komplexa planet medan gren III först går åt negativa reella axeln för att vid hastigheten 1 m/s vända och åter gå mot noll då hastigheten växer.

Figur 6.4 och 6.5 ger rotorterna då en person sitter på normalcykeln resp minicykeln. De har samma principella utseende, men åter visar sig minicykeln vara instabilare. Gren I går t o m åt höger upp till hastigheten 3.5 m/s för att sedan vända mot noll då hastigheten ökas ytterligare.

Då dessutom en vikt placeras på cykelns paktethållare sker ingen större förändring i rotortens utseende, polen utmed grenen I rör sig långsammare då hastigheten ökar medan de övriga rör sig snabbare.

Det bör påpekas att dessa resultat ej är i överensstämmelse med Whipple's [3], som fann att systemet cykel + ryttare är stabilt för hastigheter mellan 16 och 20 km/tim. Orsaken till den bristande överensstämmelsen synes vara att Whipple's fysikaliska grundekvationer ej är ekvivalenta

med Klein-Sommerfelds [4].

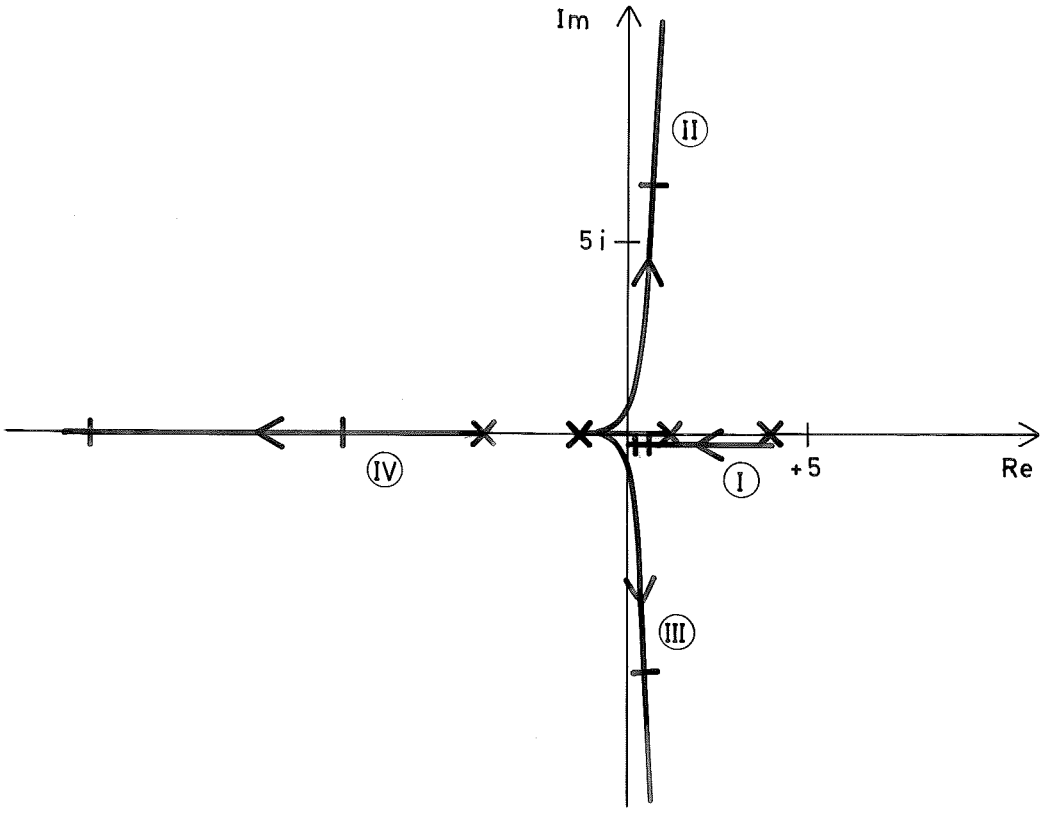


Fig 6.1 Egenvärdena som funktion av hastigheten för en normalcykel utan ryttare. Markeringarna avser hastigheterna 5 m/s resp. 10 m/s.

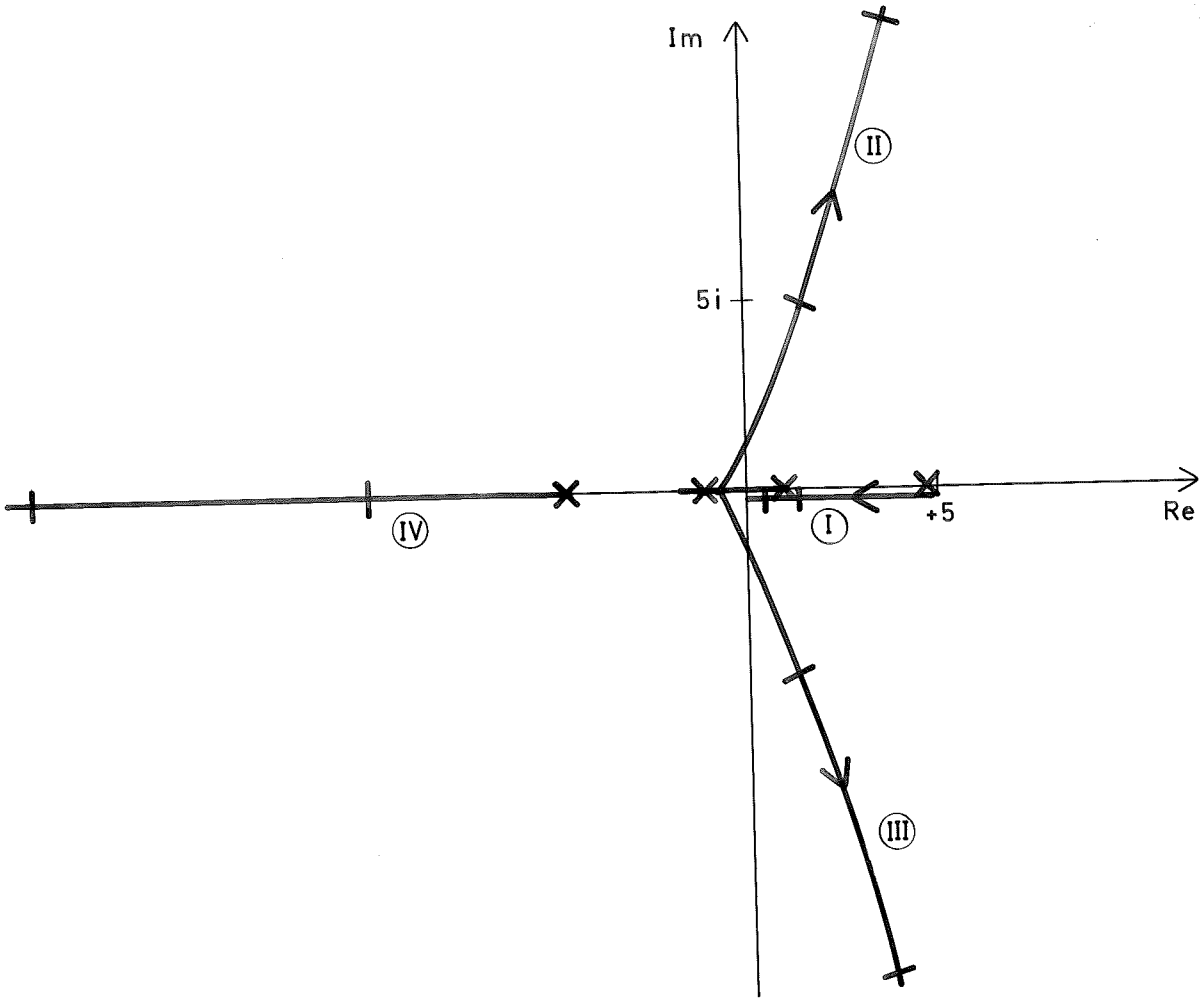


Fig 6.2 Egenvärdena som funktion av hastigheten för en minicykel utan ryttare. Markeringarna avser hastigheterna 5 m/s resp. 10 m/s

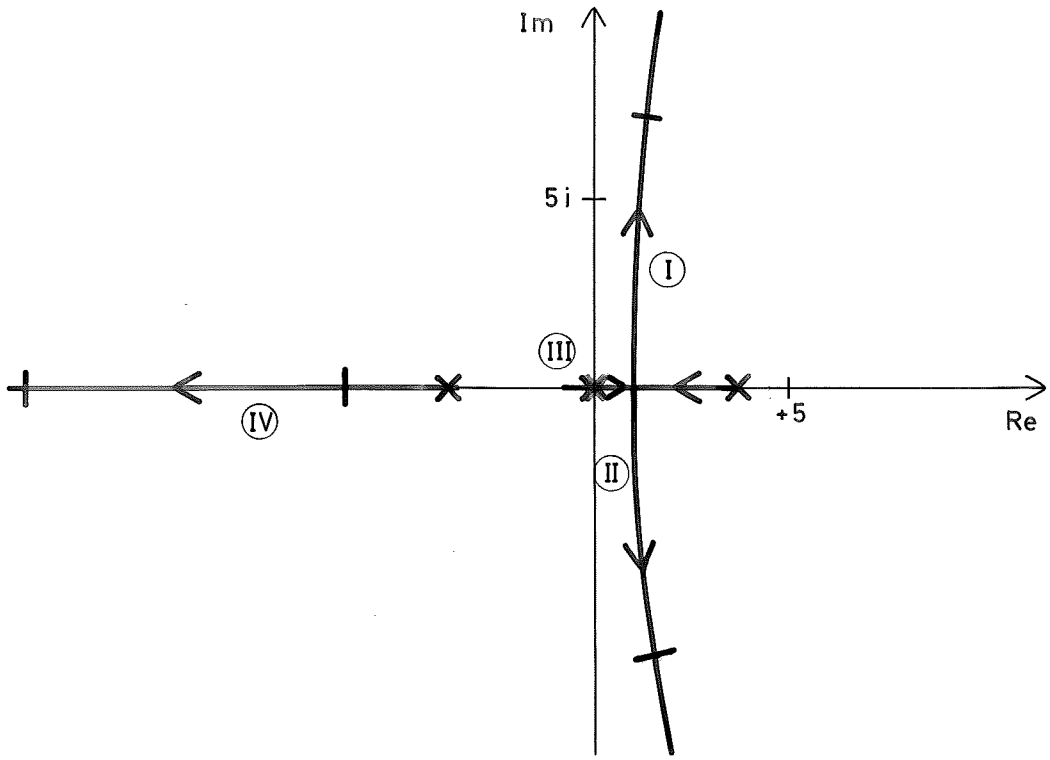


Fig 6.3 Egenvärdena som funktion av hastigheten för en cykel med lodrät styraxel. Markeringarna avser hastigheterna 5 m/s resp. 10 m/s.

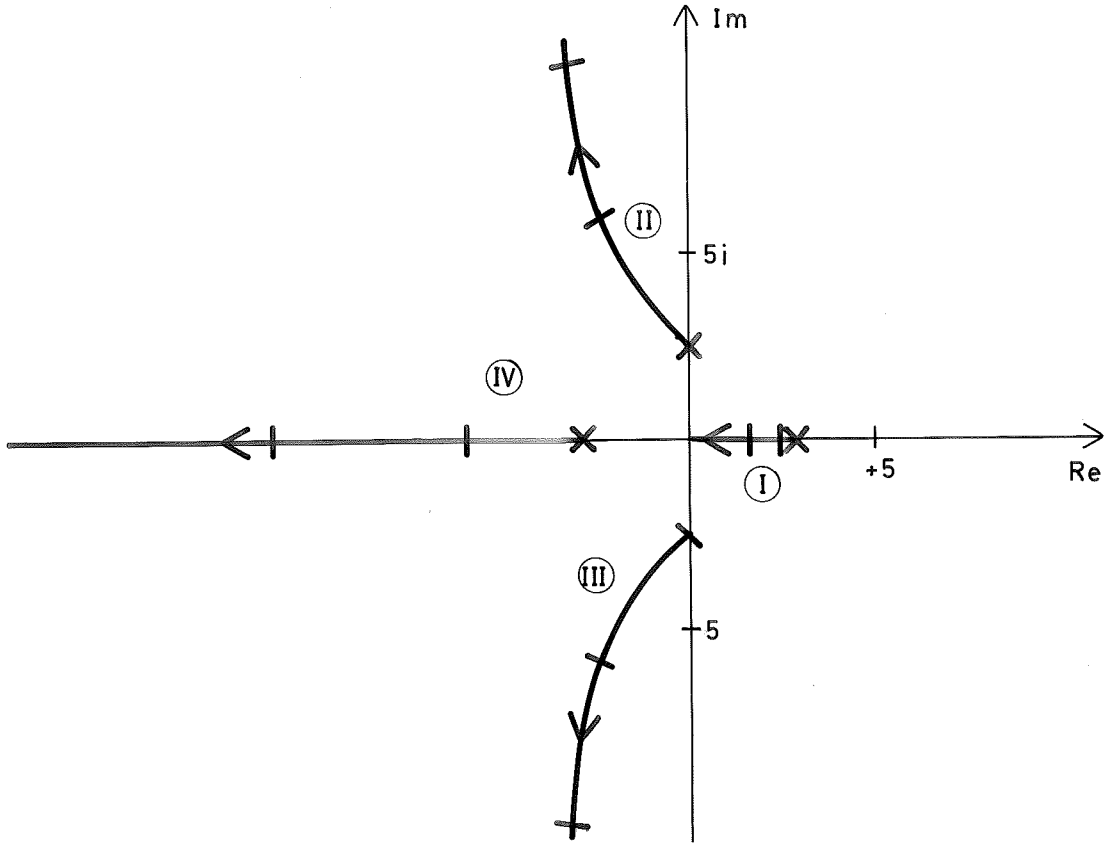


Fig 6.4 Egenvärdena som funktion av hastigheten för en normalcykel med ryttare. Markeringarna avser hastigheterna 5 m/s resp. 10 m/s.

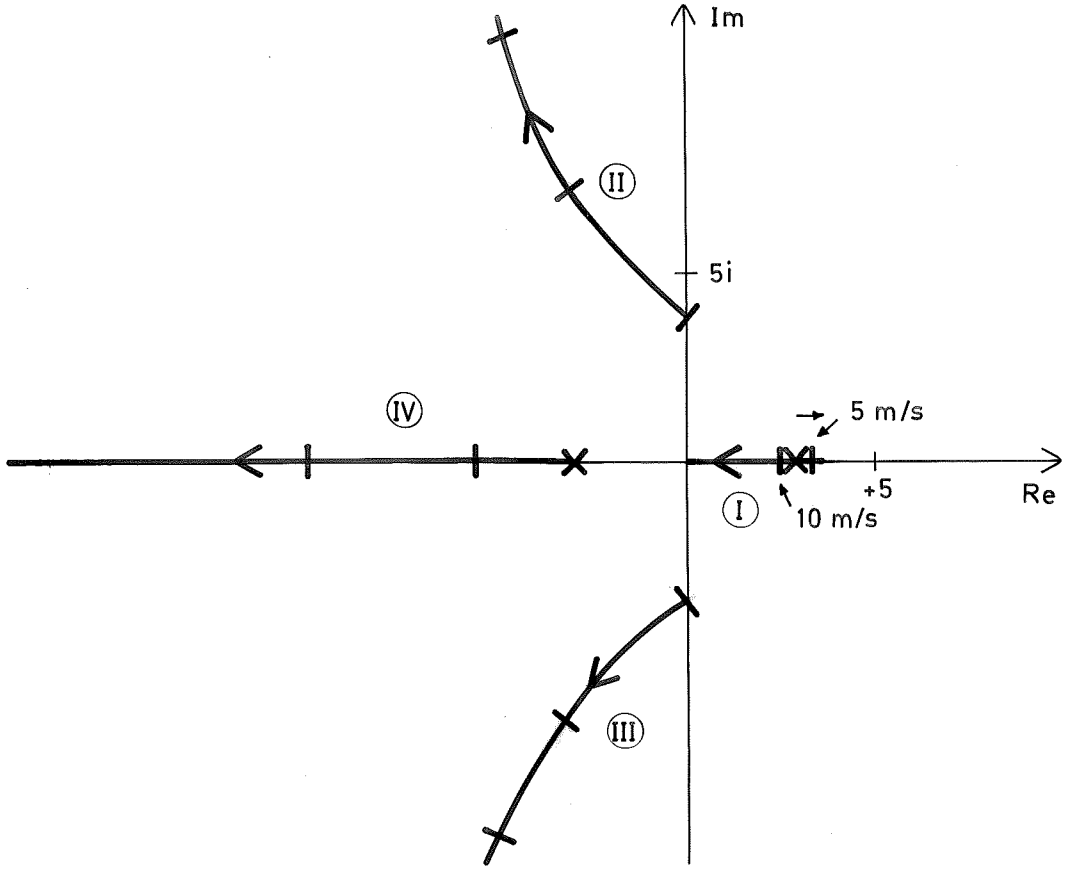


Fig 6.5 Egenvärdena som funktion av hastigheten för en minicykel med ryttare. Markeringarna avser hastigheterna 5 m/s resp. 10 m/s.

7. SIMULERING AV FJÄRDE-ORDNINGSMODELLEN

Fjärde-ordningssystemet enligt avsnitt 3.4 (med lutningsvinkeln v_2 och styrets vridningsvinkel γ och deras derivator som tillståndsvariabler) simulerades dels på (1) analogimaskin (institutionens PACE 931-R) och (2) datamaskin (institutionens PDP-15). P g a svårigheter med skalning och stora skillnader i potentiometervärden gick vi över från analog till digital simulering.

(1) Analog simulering

Ekvationerna på tillståndsform kopplades upp enligt kopplingsschema (fig. 7.1). För beräkning av potentiometerinställningar skrevs ett program "cykma" som även beräknar systemmatriserna för olika värden på de fysikaliska parametrana (se avsnitt 4). Fig. 7.2 visar de kurvor som erhölls. Styrförsök, med moment M som insignal, misslyckades p g a svårigheter att "känna" hur vinklarna ändras. Två integrationer ger ju en viss "fördröjning". Som väntat inleds "fallet" med oscillationer vilket också erfarenheter från verkliga cyklar visar. Man får dock hela tiden komma ihåg att vår modell förutsätter små vinklar. (Efter ett fåtal oscillationer är lutningsvinkeln v_2 uppe i 90°).

(2) Datamaskinsimulering

Ett program "SYNPAC" som utför analys och syntes av vissa reglersystem fanns tillgänglig i institutionens programbibliotek [5]. Vi samplade och simulerade systemet med detta program.

Resultatet framgår av fig. 7.3 - 7.5 för "normal-cykeln" och fig 7.6 - - 7.8 för mincykeln. Startvärdet var $v_2 = -0.05$ rad (2.5°) och $\gamma = 0$. u-värdena 1, 3, 5, 10 och 15 m/s testades.

Även här bör man hålla i minnet antagandet om små vinklar. Det är rimligt att anta att cykeln "faller" för $v_2 \approx 1$ rad (60°). (I figurerna har 30° markerats). Kurvornas karaktär överensstämmer med resultaten från rotortdiagrammen (se avsnitt 6).

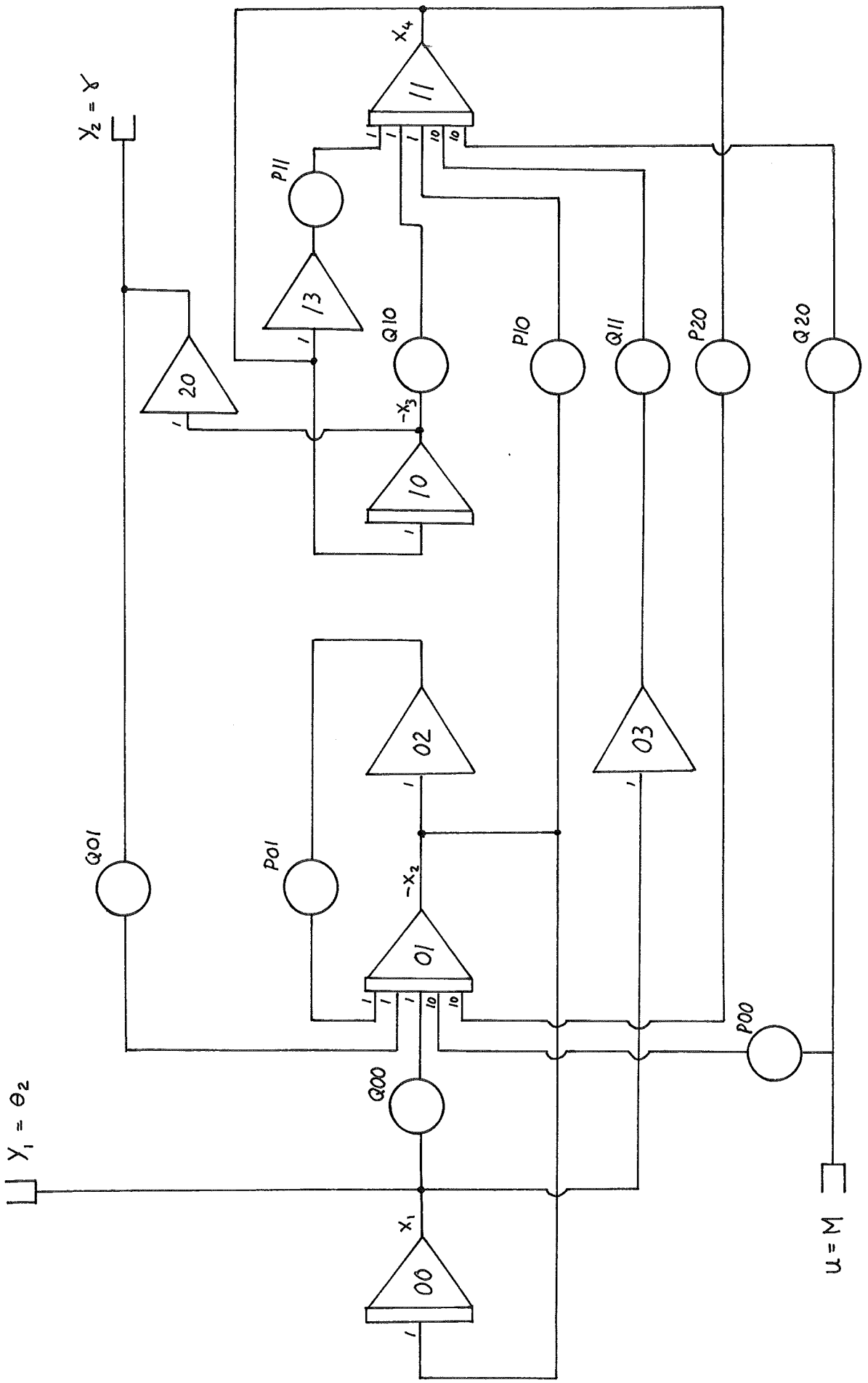
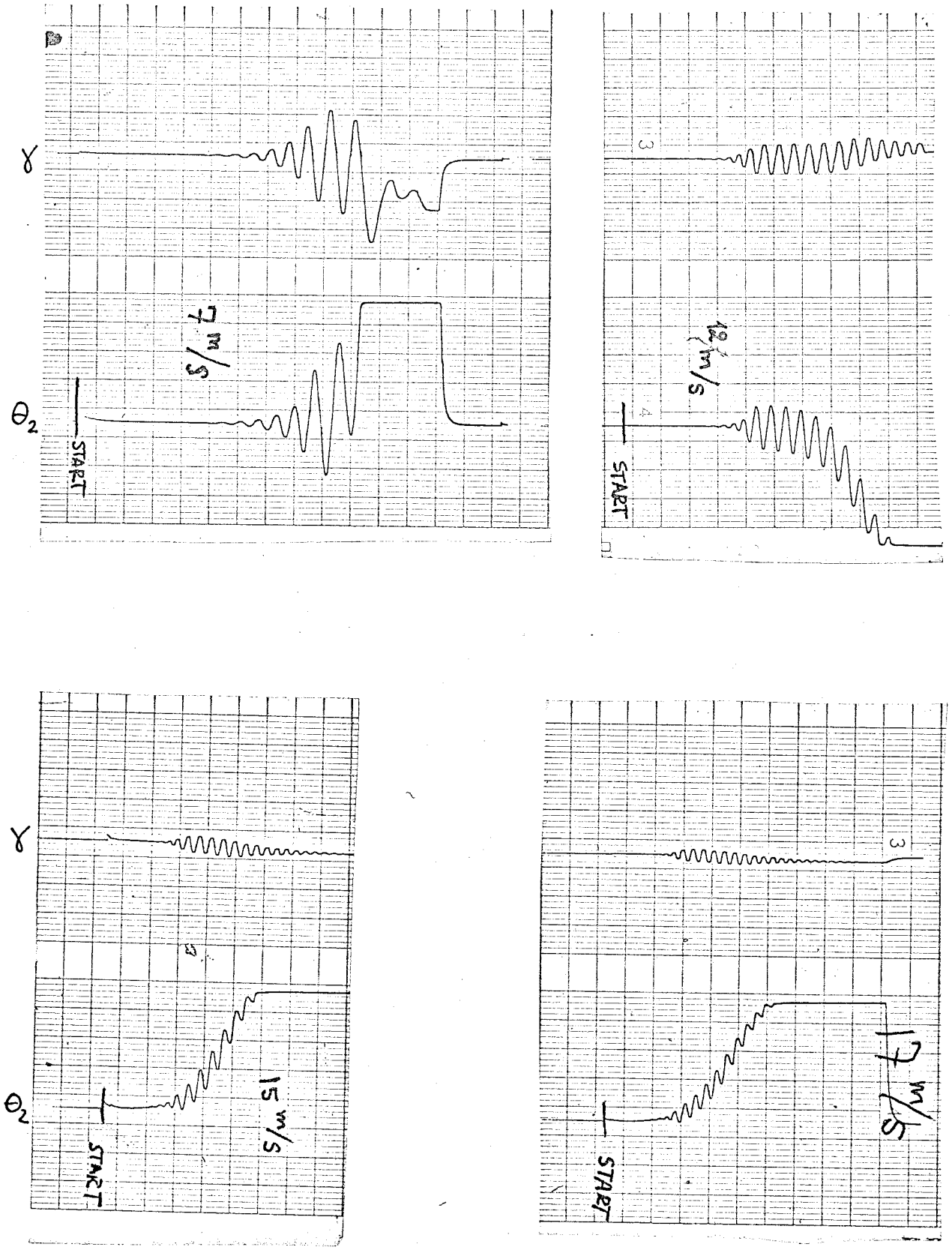


Fig 7.1 Analogimaskinkoppling för simulering av fjärde-ordningsmodellen. Potentiometerinställningarna fås som utskrift från programmet CYKMA (se avsnitt 4).



Skala :

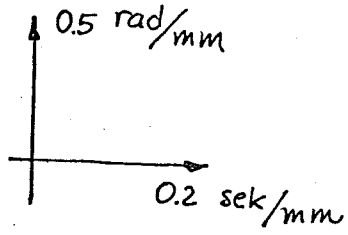


Fig 7.2 Analogimaskinsimuleringar av fjärdeordningsmodellen för en normalcykel utan ryttare.

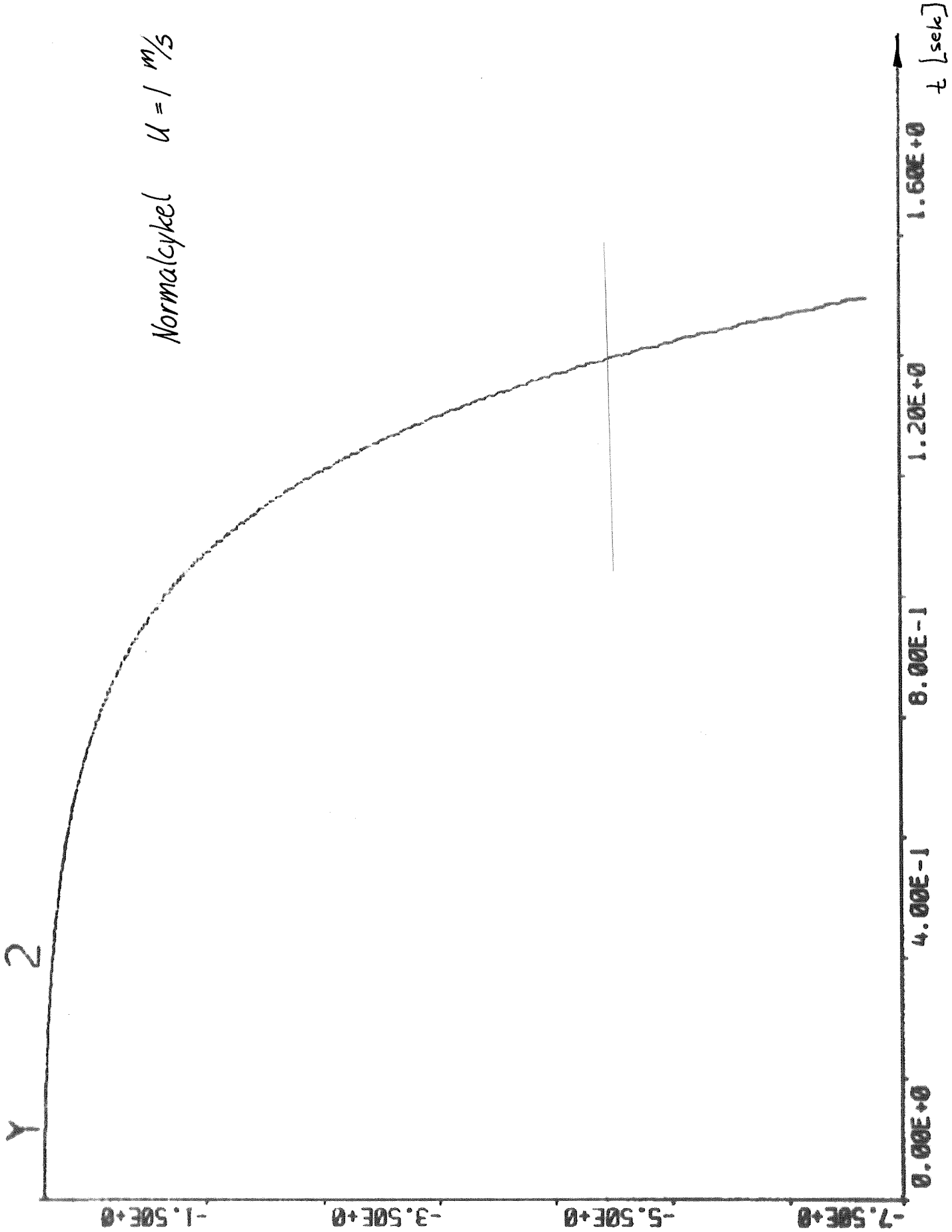


Fig 7.3 Datorsimulering av en normalcykel utan ryttare. Hastigheten är 1 m/s.

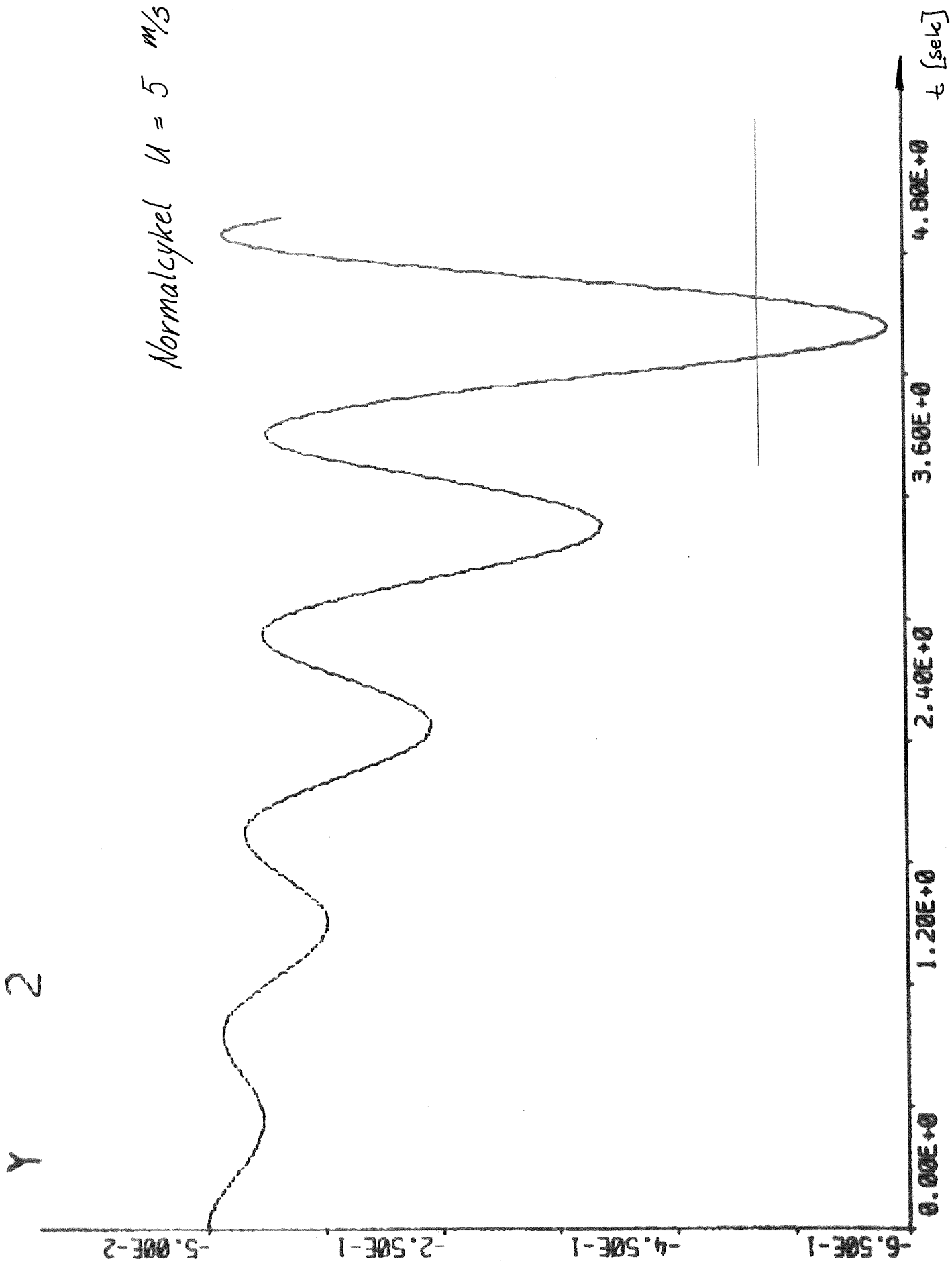


Fig 7.4 Datorsimulering av en normalcykel utan ryttare. Hastigheten är 5 m/s.

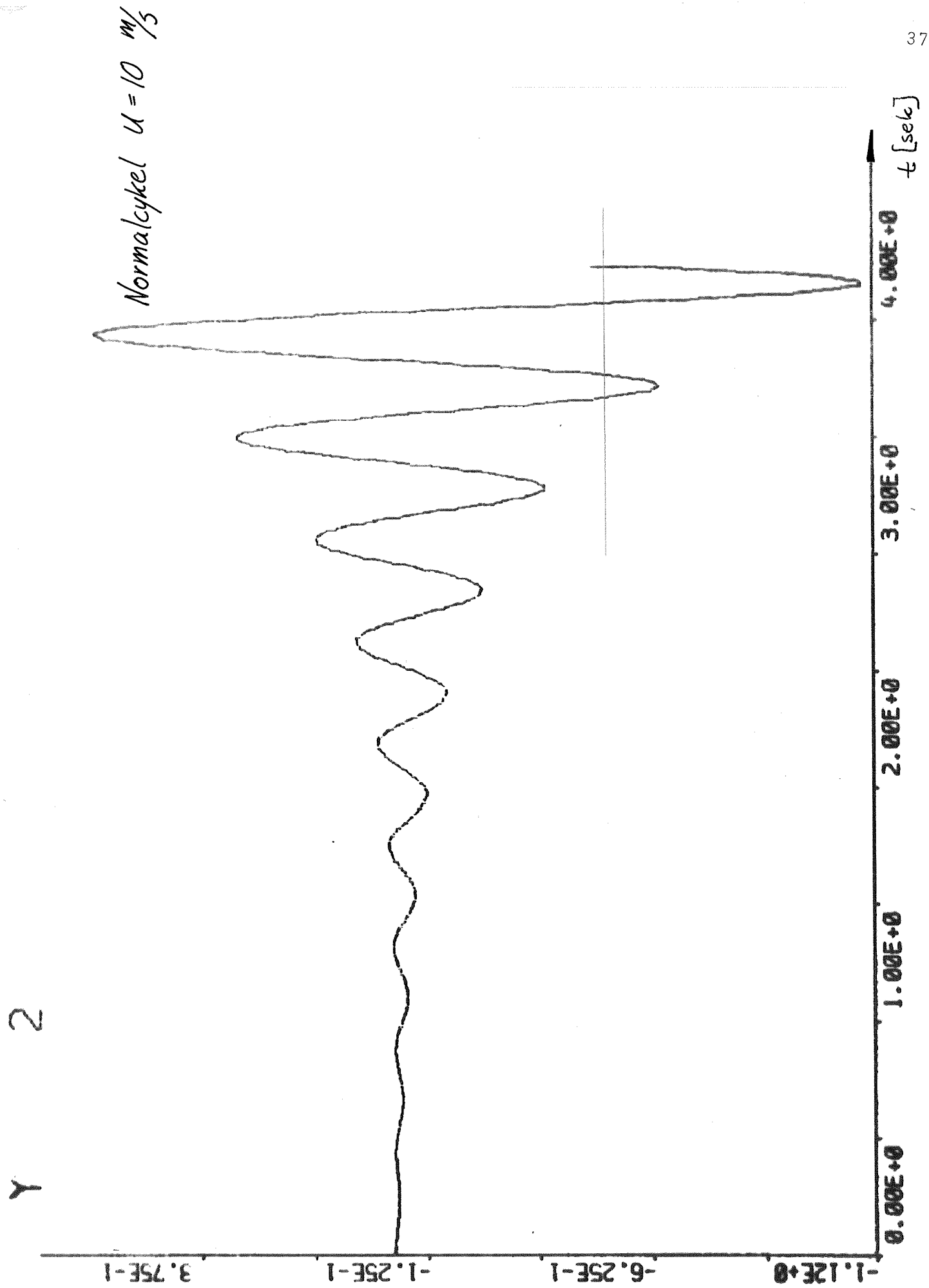


Fig 7.5 Datorsimulering av en normalcykel utan ryttare. Hastigheten är 10 m/s.

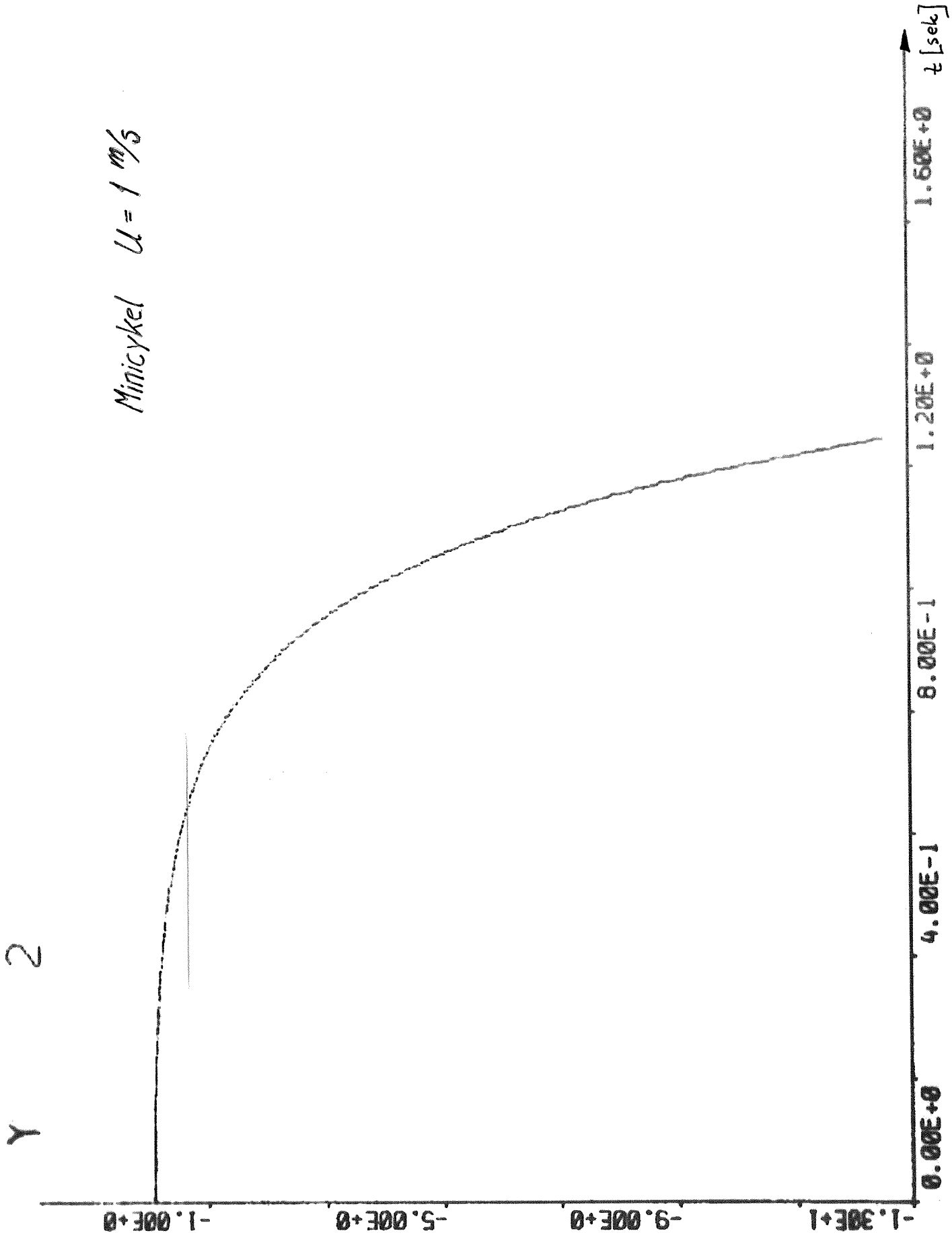


Fig 7.6 Datorsimulering av en minicykel utan ryttare. Hastigheten är 1 m/s.

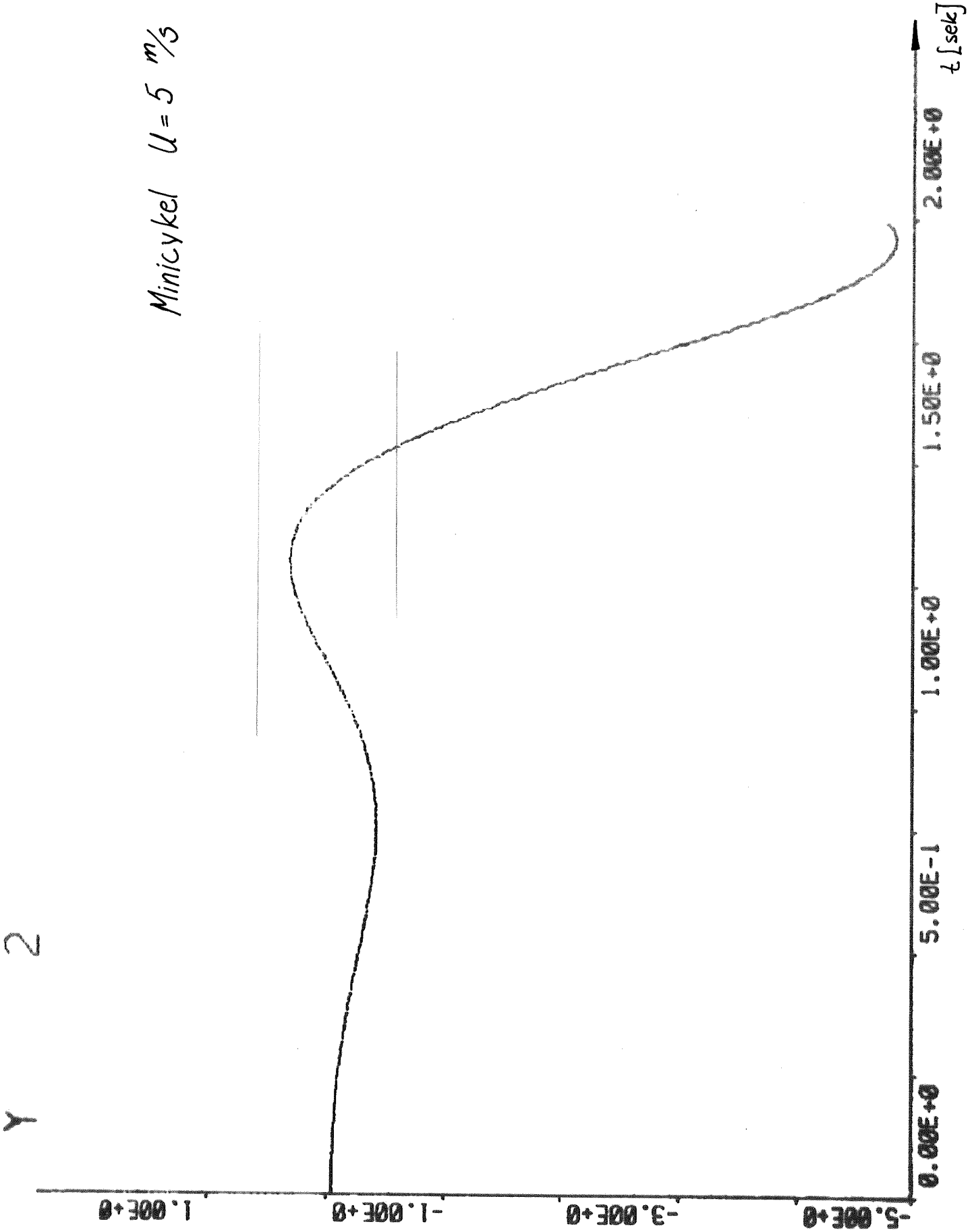


Fig 7.7 Datorsimulering av en minicykel utan ryttare. Hastigheten är 5 m/s.

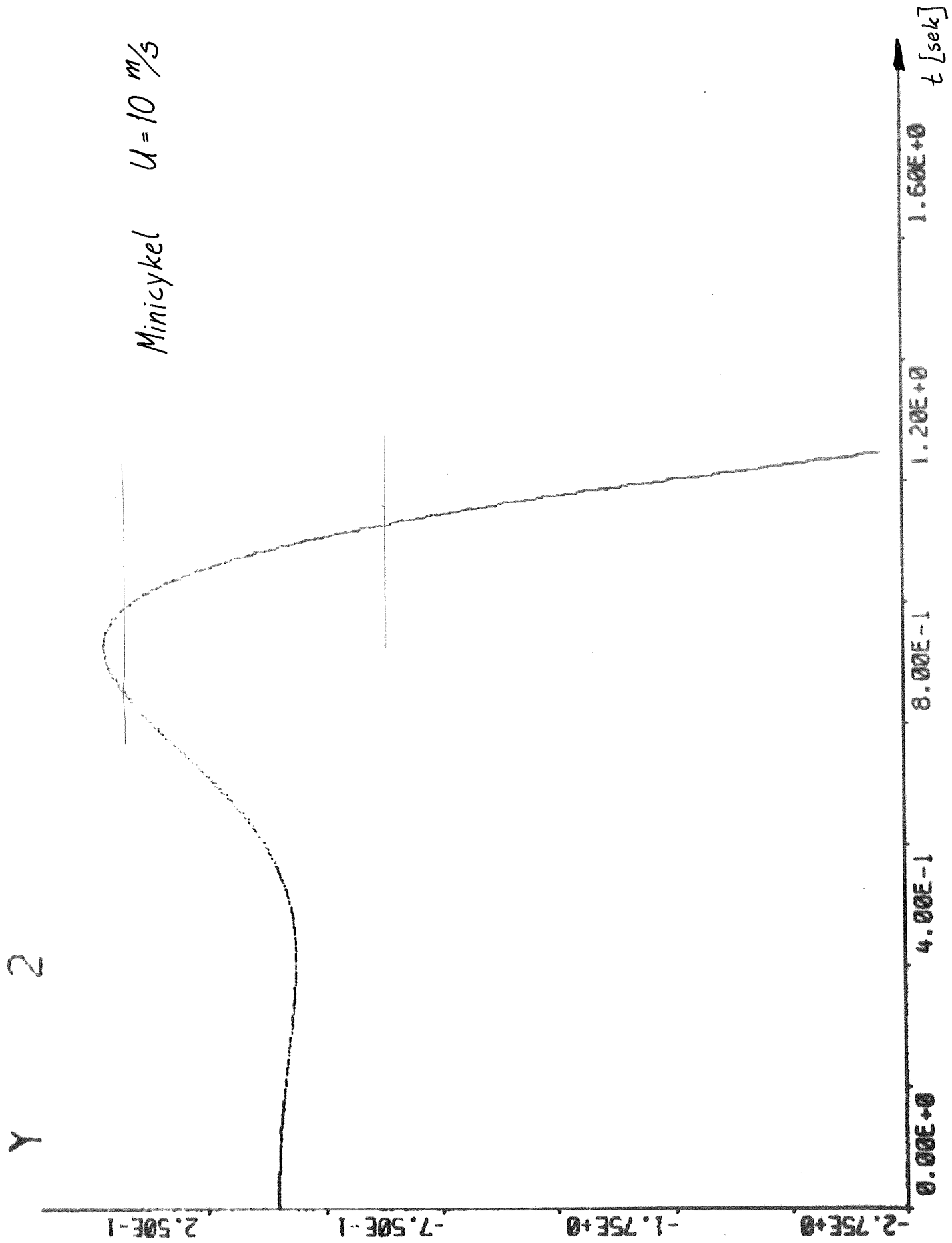


Fig 7.8 Datorsimulering av en minicykel utan ryttare. Hastigheten är 10 m/s.