



# LUND UNIVERSITY

## Oarmerade betongrörs böjbrottlast och ringbrottlast : teoretiska beräkningsmetoder

Gustafsson, Per-Johan

1983

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Gustafsson, P.-J. (1983). *Oarmerade betongrörs böjbrottlast och ringbrottlast : teoretiska beräkningsmetoder*. (Report TVBM; Vol. 3012). Division of Building Materials, LTH, Lund University.

*Total number of authors:*

1

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00

AVDELNINGEN FÖR BYGGNADSMATERIALLÄRA  
TEKNISKA HÖGSKOLAN I LUND

OARMERADE BETONGRÖRS BÖJBROTTLAST  
OCH RINGBROTTLAST – TEORETISKA BERÄK-  
NINGSMETODER

PER JOHAN GUSTAFSSON

ÖARMERADE BETONGRÖRS BÖJBROTTLAST  
OCH RINGBROTTLAST – TEORETISKA BERÄK-  
NINGSMETODER

PER JOHAN GUSTAFSSON

## FÖRORD

Denna rapport har sammanställts på uppdrag av Skånska Cementgjuteriet, Malmö, och behandlar teoretiska metoder (eller "modeller") för beräkning av oarmerade betongrörs böjbrottlast och ringbrottlast.

Innehållet omfattar en komplettering av tidigare brottmekaniska böjbrottberäkningar, och en omarbetning av tidigare brottmekaniska ringbrottberäkningar, som gjordes i början av 1982 med något annorlunda och enklare förutsättningar. Vidare behandlas tre andra metoder att beräkna böj- och ringbrottlaster (linjärelastisk sprödbrotteori, idealplastisk teori och Weibull-teori), inverkan av initialspänningar samt slutligen, via försöksresultat, en jämförelse mellan de olika beräkningsmetoderna.

Rapporten innehåller ganska många formler, uttryck och siffror, och det kan därför lätt ha smygit sig in felaktigheter. Användaren av skriften uppmanas därför till olika kontroller, åtminstone rimlighetskontroll, innan respektive formel eller siffra användes.

Slutligen tack till alla som på olika sätt bidragit till rapporten, däribland speciellt till Christer Isgren, SCG, för givande samarbete i samband med rörprovningar under föregående år, samt till Arne Hillerborg för värdefulla synpunkter på manuskriptet och till Anni-Britt Nilsson och Birgitta Hellström för hjälp med tabeller och figurer.

Lund, 13 januari 1983,

Per Johan Gustafsson,

Forskningsass., Avd. f. Byggnadsmateriallära, LTH



OARMERADE BETONGRÖRS BÖJBROTTLAST OCH RINGBROTTLAST - TEORETISKA  
BERÄKNINGSMETODER

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Avsnitt	sid
FÖRORD	1
INNEHÅLLSFÖRTECKNING	2
1. INLEDNING	4
1.1 Något om begränsningar, faktorer att beakta vid dimensionering och nyttan av en beräkningsmodell.	
1.2 Studerad rörageometri.	
1.3 Studerade belastningsfall.	
1.4 Studerade beräkningsmodeller.	
2. LINJÄRELASTISK SPRÖDBROTTEORI	9
2.1 Modellbeskrivning.	
2.2 Böjbrott.	
2.3 Ringbrott.	
3. IDEALPLASTISK TEORI	12
3.1 Modellbeskrivning.	
3.2 Böjbrott.	
3.3 Ringbrott.	
3.4 Inverkan av begränsad tryckhållfasthet.	
4. BROTMEKANISK TEORI (FIKTIV SPRICKMODELL)	15
4.1 Modellbeskrivning.	
4.2 Böjbrott.	
4.3 Ringbrott.	
5. STATISTISK HÅLLFASTHETSTEORI (WEIBULL-MODELL)	20
5.1 Modellbeskrivning.	
5.2 Böjbrott.	
5.3 Ringbrott.	
6. INVERKAN AV INITIALSPÄNNINGAR	26
6.1 Allmänt.	
6.2 Ringbrott.	
6.3 Böjbrott.	

Avsnitt	sid
7. JÄMFÖRELSE MELLAN BERÄKNINGSMODELLERNA	29
7.1 Jämförelsemetod.	
7.2 Resultat.	
7.3 Två kommentarer.	
LITTERATURHÄNVISNINGAR	34
FIGURTEXTER	36
FIGURER (25 st.)	39
TABELLER (6 st.)	62-66

## 1. INLEDNING

### 1.1 Något om begränsningar, faktorer att beakta vid dimensionering och nyttan av en beräkningsmodell.

För att ett avloppsrör skall vara bra ur teknisk synpunkt bör det vara rationellt vid tillverkning och läggning, samt uppfylla krav om täthet, hållfasthet och beständighet. Här skall hållfasthetsaspekten behandlas och därav enbart metoder för beräkning av böjbrottlast och ringbrottlast med utgångspunkt från given röргеometri och givna mekaniska egenskaper hos betongen. Dessa begränsningar framgår av Fig 1, som också syftar till att visa vilka grupper av faktorer man har att beakta om man vill försöka förutsäga om ett rör, som ännu inte tillverkats och praktiskt provats, är bra ur hållfasthetssynpunkt.

Avloppsrör i betong tillverkas i långa serier och bör därför provas experimentellt både före markandmässig tillverkning och, som produktkontroll, även senare. Därför kan man kanske ifrågasätta nyttan av teoretiska modeller för beräkning av rörs bärförmåga, speciellt som sådana modeller aldrig kan ge någon helt exakt förutsägelse av bärförmågan! Trots detta kan teoretiska beräkningsmodeller vara till stor nytta. Vid val av dimensioner och betongkvalitet inför tillverkning av nya rörtyper ger en beräkningsmodell snabbt uppgifter om ungefärlig bärförmåga, och därmed reduceras antalet typer av försöksrör som behöver tillverkas och provas med allt vad detta innebär i fråga om tillverkning av gjutformar etc. Vidare får man, t ex vid produktkontroller, större möjligheter att avgöra om eventuella skillnader i bärförmåga mellan olika rör beror på variationer i betongkvalitet eller om skillnaderna beror av olika röргеometri eller provbelastningstyp. Även för köparen av rör, som kanske har att välja mellan olika rörtyper eller fabrikat, kan en beräkningsmodell vara till någon vägledning. Och för dem som har praktisk erfarenhet av betongrör och deras hållfasthet kan en teoretisk beräkningsmodell vara ett ytterligare bidrag till den allmänna förståelsen av rörs hållfasthet och deras beteende vid belastning, och vidare kanske också bilda en bas för diskussioner, systematisering av försöksresultat och numerisk kvantifiering av praktiska erfarenheter.

## 1.2 Studerad rörgeometri.

Rören antages vara cylindriska och jämtjocka, se Fig 2. Rörtvärsnittens geometriska form kan beskrivas med olika alternativa kvoter. Här kommer att användas de alternativa kvoterna  $d_i/d_y$ ,  $R/t$  och  $t/d_i$ . I allmänhet användes kvoten  $t/d_i$  vid praktisk dimensionering, medan kvoterna  $d_i/d_y$  och  $R/t$  oftast ger kortare och mera överskådliga hållfasthetsformler. I Tabell 1 ges en översikt över sambanden mellan kvoterna och med hjälp av denna tabell kan  $t$  ex formler uttryckta i  $d_i/d_y$  eller  $R/t$  uttryckas i  $t/d_i$ . För att snabbt kunna jämföra de olika kvoterna ges i Tabell 1 också några numeriska värden på  $t/d_i$  och motsvarande värden på  $d_i/d_y$  och  $R/t$ . Radien  $R$  definieras som  $d_i/2+t/2$ .

## 1.3 Studerade lastfall.

Två huvudtyper av lastfall studeras: det som ger "böjbrott" med en brottyta vinkelrätt mot rörets längsriktning, och det som ger "ringbrott" med fyra brottytor i rörets längsriktning, lokaliserade till rörtvärsnittets fjärdelspunkter.

Böjbrottet orsakas av böjmoment som verkar i rörtvärsnittet. Enligt två av de beräkningsmetoder som kommer att användas (linjärelastisk balksprödbrotteori och idealplastisk teori) är böjmomentets storlek vid brott oberoende av den belastningstyp som ger upphov till böjmomentet. Enligt den statistiska hållfasthetsteorin är brottböjmomentet något lägre vid  $t$  ex jämt fördelad last än vid punktlast i symmetrisnittet: se avsnitt 5.2.

Brottböjmomentet enligt det brottmekaniska beräkningssättet kan med ingenjörsmässig noggrannhet betraktas som oberoende av belastningstyp om  $l/d_y \geq 4$ . (Se även kommentar i avsnitt 7.3) Här har valts att i första hand studera böjbrottet vid belastning enligt Fig 3: ett fritt upplagt rör som belastas med en punktlast i symmetrisnittet.

Vad gäller ringbrott studeras i första hand det mest renodlade ringbrottbelastningsfallet, se Fig 4 a), två jämt fördelade motstående linjelaster längs röret. I praktiken, även vid provning, förekommer dock inga sanna linjelaster utan belastningen har alltid en viss utbredning,  $b$ , i rörets tvärsnittsplan, se Fig 4 b). Belastningsfallen enligt Fig 4 a) och b) är emellertid närbesläktade, och man kan därför räkna om brottlasten vid belastning enligt Fig 4 b) till brottlast vid belastning enligt Fig 4 a) utan att behöva göra allt för grova approximationer, åtminstone om

förhållandet  $b/2R$  är litet.

Vid omräkning av experimentellt bestämda brottlaster till motsvarande last vid sann linjelast enl Fig 4 a) har genomgående sambandet (7), se även Fig 7, använts. Detta samband är baserat på linjärelastisk balk-sprödbrotteori och är därför egentligen inte giltigt när andra beräkningsmodeller användes vid utvärdering av försöksresultat, som erhållits vid belastning enligt Fig 4 b). Det till (7) svarande sambandet enligt idealplastisk teori är:

$$g_p(b/2R) = 1 - \frac{b/2R}{2-t/R} \quad (1a)$$

Sambanden (7) och (1a) jämföres i Fig 20. Som det framgår av denna figur är skillnaden mellan (7) och (1a) ganska liten, speciellt vid  $d_i/d_y \approx 0.6$  ( $t/d_i \approx 0.33$ ) och vid små  $b/2R$ . Motsvarande samband enligt fiktiv sprickmodell har inte beräknats, men bör ligga mellan (1a) och (7), och vid normala rördimensioner, sannolikt närmast (7). Även vad gäller den statistiska hållfasthetsteorin, som är nära kopplad till den linjärelastiska balk-sprödbrotteorin, ligger motsvarande samband sannolikt nära (7).

#### 1.4 Studerade beräkningsmodeller.

Teoretiska modeller för hållfasthetsberäkningar baserar sig på tre typer av samband: 1) kraftjämviktsamband, 2) samband mellan spänningar i materialet och deformationer i materialet (materialsamband), och 3) samband mellan deformationer i materialet och förskjutningar, eller nedböjningar, i olika punkter i konstruktionen. Sambanden 1) och 3) är "odiskutabla" då de baseras på en allmänt accepterad naturlag respektive en rent matematisk definition. Materialsambanden, 2), är olika för olika material och måste bestämmas genom försök. Inte minst för betong är materialsambanden komplicerade och därför fortfarande ännu ej helt kända.

Med hjälp av dessa tre grundsamband kan någon typ av ekvation ställas upp, och man har därmed en teoretisk koppling mellan belastning och förskjutning. Denna koppling kan utnyttjas för att bestämma konstruktionens brottlaster, som är den last som vid försök till ytterligare lastökning i princip medför oändligt stor förskjutning i lastangreppspunkten. Aktuell ekvation är emellertid ofta, allt beroende på belastningstyp, upplag, konstruktionens geometri och typ av materialsamband, inte möjlig att lösa, och man tvingas därför göra förenklade approximationer. Dessa förenklningar är i huvudsak

av två typer: a) materialsambanden formuleras på ett förenklat sätt i en "materialmodell" (t ex som ett linjärt samband mellan spänningar och töjningar), b) olika restriktioner införes beträffande möjliga spännings- eller deformationsfördelningar i konstruktionen (man talar om balkteori, plan spänning, platteori, förskjutningsansatser (i samband med finita element) osv, och åsyftar därmed att olika typer av restriktioner införts). Valet av beräkningsmodell är således avhängigt av kunskap om materialsambanden för aktuellt material, valet av förenklingar i dessa samband, och valet av restriktioner nödvändiga för att kunna genomföra någon beräkning. Ofta blir det fråga om en avvägning mellan enkelhet och noggrannhet. Utöver de två ovan nämnda huvudtyperna av förenklingar kan naturligtvis förenklingar också göras i geometri, belastning och upplag.

I detta studium av oarmerade betongrör kommer fyra olika beräkningsmodeller att användas: linjärelastisk sprödbrotteori kombinerad med balkteori, idealplastisk teori, brottmekanisk teori (fiktiv sprickmodell) kombinerad med plan spänning och finita elementberäkningar, samt statistisk hållfasthetsteori (Weibullmodell) kombinerad med balkteori. Skillnaderna mellan beräkningsmodellerna hänför sig främst till olika antaganden om materialsamband, dvs olika materialmodeller. Skillnader i beräknade brottlaster p g a olika restriktioner i deformationsfördelning etc torde vara jämförelsevis små vid aktuella belastningstyper vid  $l/d_y \geq 4$  (böjbrott) och vid  $d_i/d_y \geq 0.6$  ( $t/d_i \leq 0.3$ ) (ringbrott).

Gemensamt för de fyra materialmodellerna är att samma brottkriterium användes: när belastningen blivit så stor att den första huvudspänningen (= den största dragspänningen) i en punkt, eller mycket litet område, uppnår betongens enaxiella draghållfasthet,  $f_t$ , så antages betongens mekaniska egenskaper förändras i denna punkt. Typen av förändring är olika för respektive materialmodell, se Fig 5.

I de två första modellerna ingår enbart en materialparameter, betongens draghållfasthet,  $f_t$ . I den brottmekaniska modellen ingår två materialparametrar:  $f_t$  och materialets karaktäristiska längd,  $l_{ch}$ , se nedan. Även i den statistiska hållfasthetsmodellen ingår två materialparametrar:  $f_t$  och hållfasthetsspridningsmättet  $m$ , se nedan. Exakt värde på de två kompletterande materialparametrarna,  $l_{ch}$  resp  $m$ , har emellertid en ganska liten inverkan, jämfört med  $f_t$ , på beräknad bärförmåga hos rören. Om variationerna i betongkvalitet inte är allt för stora kan man därför, som en förenkling, välja ett fixt värde på  $l_{ch}$  resp  $m$ , och därmed låta skillnaderna i betongkvalitet återspeglas enbart i olika draghållfasthetsvärden,  $f_t$ , även i den

brottmekaniska resp statistiska materialmodellen. För en typisk "rörbetong" har bedömningen gjorts, se nedan, att  $l_{ch}$  kan sättas till ca 380 mm, och att  $m$  kan sättas till ca 14.

Den linjärelastiska sprödbrotteorin är ett specialfall av den brottmekaniska teorin ( $l_{ch}=0$ ) och är även ett specialfall av den statistiska hållfasthetsteorin ( $m=\infty$ ). Vidare är den idealplastiska teorin ett specialfall av den brottmekaniska ( $l_{ch}=\infty$ ).

En principiell skillnad mellan beräkningsmodellerna är att de två enklare, den elastiska och den plastiska, inte kan förklara eventuella skillnader i hållfasthet mellan geometriskt likformiga rör som har olika storlek.

Den elastiska materialmodellen, se (Wästlund, Eggwertz, 1949), har använts under lång tid vid beräkning av oarmerade rörs bärförmåga, medan sannolikt de övriga tre beräkningssätten, åtminstone det brottmekaniska, inte tidigare tillämpats i samband med oarmerade rör.

Det har, inte minst under senare år, utarbetats teoretiska materialmodeller för betong som i vissa avseenden är mera nyanserade, och tyvärr också mera komplicerade, än de ovan nämnda. Dessa förhållandevis svårhanterliga modeller bygger på fleraxiella brottkriterier, innehåller ofta ett flertal materialparametrar och är lämpliga att använda vid fleraxiella spänningstillstånd med höga tryckspänningar. Då dessa modeller inte bedömts relevanta i aktuellt sammanhang kommer de inte att diskuteras närmare. Beträffande inverkan av långtidslast samt betongs och betongrörs beständighet hänvisas till (Hillerborg, 1979), (Möller m fl, 1980) och (Hjort, 1982).

## 2. LINJARELASTISK SPRÖDBROTTEORI

### 2.1 Modellbeskrivning.

Grundläggande antaganden i modellen är att sambandet mellan spänningar och töjningar är linjärt, och att spänningen omedelbart sjunker till noll när brottkriteriet uppnåtts, se Fig 5 a). Denna materialmodell förefaller vara, och ha varit, den helt dominerande vid analys av oarmerade betongrör. I samband med böjbrott och ringbrott kombineras den normalt med balkteori, dvs man antar att plana tvärsnitt förblir plana även efter belastning. Vid analys av mera komplicerade belastningsfall och vid analys av detaljer kan materialmodellen, med hjälp av finita elementmetoden, kombineras med t ex en fullständig tre-dimensionell analys. Sådan tre-dimensionell analys innebär omfattande beräkningar även om den linjärelastiska sprödbrottteorin är väl lämpad för finita element metoden. De "traditionella" formler för böj- och ringbelastning som återges och användes nedan är baserade på vanlig balkteori.

För det cylindriska jämtjocka röret innebär materialantagandena, vid böj- och ringbelastning, att så snart lasten blivit så stor att brottkriteriet uppnåtts, dvs max huvuddragspänning uppnått betongens draghållfasthet, i en punkt så kan lasten inte ökas ytterligare utan att röret i sin helhet kollapsar. (Detta gäller ej för vissa typer av rör med "fot", se (Ingwersen,1982).)

### 2.2 Böjbrött.

Spänningen är störst i rörets underkant och dess storlek fås ur:

$$\sigma = M/W, \quad W = \frac{\pi}{32} d_y^3 (1 - (d_i/d_y)^4) \quad (1), (2)$$

där M är böjmomentet och W det elastiska böjmotståndet. När böjmomentet blivit så stort att spänningen uppnår  $f_t$  kollapsar röret:

$$M_{\text{brott}} = f_t \cdot W \quad (3)$$

Ett värde på draghållfastheten,  $f_t$ , bestämd med hjälp av ovanstående formel, dvs genom experimentell bestämning av  $M_{\text{brott}}$  och beräkning av  $f_t$  ur (3), ges



ibland den speciella beteckningen  $f_f$ . I samband med böjbrott kan, och bör,  $f_f$  således betraktas enbart som ett kort skrivsätt för  $M_{brott} / W$ .

### 2.3 Ringbrott.

Vid ringbelastning, se Fig 4 a), är spänningen störst i rörets inre kant vid linjelasterna. Och med hjälp av (Pettersson, Plem, 1975) fås att spänningen här har storleken:

$$\sigma = \frac{6}{\pi} \cdot (P/L) \cdot \frac{R}{t^2} \cdot f(R/t) \quad (4)$$

$$\text{där } f(R/t) = -1/(6R/t) + 1/(h(R/t) \cdot (1 - 1/(2R/t)))$$

$$\text{där } h(R/t) = 12(R/t)^2 (R/t \cdot \ln \left( \frac{R/t + 1/2}{R/t - 1/2} \right) - 1)$$

Detta uttryck är svårhanterligt, men en förenklande approximation anges i (Wästlund, Eggwertz, 1949):

$$\sigma = \frac{6}{\pi} (P/L) \cdot \frac{R}{t^2} \cdot \frac{(R/t - 1/6)}{(R/t - 1/2)} \quad (5)$$

En ytterligare, och grövre, förenkling användes ibland:

$$\sigma = \frac{6}{\pi} (P/L) \cdot \frac{R}{t^2} \quad (6)$$

Spänning beräknad med (4), (5) och (6) jämföres i Fig 6.

I de fall lasten inte verkar längs en linje, utan över bredden  $b$ , se Fig 4 b), reduceras de ovan angivna spänningarna med en multipel  $g$ , som är en funktion av kvoten  $b/2R$ , se Fig 7 och (Wästlund, Eggwertz, 1949):

$$g(b/2R) = (\pi/2 - \alpha + 3/2 \cdot \sin 2\alpha - 2\alpha \cos^2 \alpha) / (4 \cos \alpha) \quad (7)$$

$$\text{där } \alpha = \arccos(b/2R)$$

När lasten,  $P/l$ , ökar så ökar spänningen, och när spänningen uppnår  $f_t$  ligger  $P/l$  på brottvärdet:

$$(P/l)_{\text{brott}} = \frac{\pi}{6} \cdot f_t \cdot \frac{t^2}{R} \cdot \frac{1}{f(R/t)} \quad (8)$$

som är den exakta ringbrottlasten enligt den linjärelastiska balksprödbrotteorin. Väljer man att använda den grövre av spänningsapproximationerna, formel (6) ovan, fås:

$$(P/l)_{\text{brott}} = \frac{\pi}{6} \cdot f_t \cdot \frac{t^2}{R} \quad (9)$$

Ett värde på draghållfastheten,  $f_t$ , bestämd med hjälp av (9), dvs genom experimentell bestämning av  $(P/l)_{\text{brott}}$  och beräkning av  $f_t$  ur (9), har i ringbrottssammanhang ibland getts den speciella beteckningen  $f_f$ . I samband med ringbrott kan, och bör,  $f_f$  betraktas enbart som ett kort skrivsätt för  $(P/l)_{\text{brott}} / (\pi/6 \cdot t^2/R)$ .

### 3. IDEALPLASTISK TEORI

#### 3.1 Modellbeskrivning.

Det grundläggande antagandet i denna materialmodell är att spänningen, efter att brottkriteriet uppnåtts, bibehålles konstant oberoende av hur mycket töjningen ökas, se Fig 5 b). Antagandet är naturligtvis orealistiskt för verkliga material. Trots detta användes ibland antagandet vid dimensionering i konstruktionstål, armerad betong och i något fall även i oarmerad betong. Normalt beaktas emellertid materialets begränsade tryckhållfasthet, medan det här antages att betongen har obegränsad tryckhållfasthet. Inverkan av detta antagande behandlas i 3.4. Materialmodellen medför förhållandevis enkla beräkningar och ger, i förhållande till den brottmekaniska teorin, ett övre gränsvärde för rörets bärförmåga.

#### 3.2 Böjbrott.

En momentjämvikt betraktelse ger, se Fig 8 a),:

$$M_{\text{brott}} = f_t \cdot \frac{\pi}{8} \cdot d_y^3 (1 - (d_i/d_y)^2) \quad (10)$$

Jämförelse med (3) visar att det idealplastiska brottmomentet är  $4(1 - (d_i/d_y)^2)/(1 - (d_i/d_y)^4)$  gånger större än det linjärelastiska sprödbrottmomentet, dvs mellan 2 och 4 gånger större.

#### 3.3 Ringbrott.

En momentjämvikt betraktelse ger, se Fig 8 b),:

$$(P/L)_{\text{brott}} = f_t \cdot \frac{t^2}{R} \cdot \frac{2}{(1 - 1/(2R/t))} \quad (11)$$

En jämförelse med (8) visar att den idealplastiska ringbrottlasten är  $12/\pi \cdot f(R/t)/(1 - 1/(2R/t))$  gånger större än den linjärelastiska sprödbrottlasten, dvs t ex 3.82 gånger större för mycket tunnväggiga rör.

### 3.4 Inverkan av begränsad tryckhållfasthet.

Som framgått av 1.4, "Studerade beräkningsmodeller", användes samma enkla brottkriterium i de fyra beräkningsmodellerna. I detta kriterium beaktas inte begränsning i betongens tryckhållfasthet,  $f_c$ . Vid alla normala rördimensioner och normala värden på kvoten  $f_c/f_t$  är betongens begränsade tryckhållfasthet utan betydelse enligt den linjärelastiska sprödbrotteorin. Vid beräkning enligt den brottmekaniska teorin, och även enligt den statistiska hållfasthetsteorin, har begränsning i tryckhållfasthet inverkan på beräknade brottlaster. Denna beräkningsmässiga inverkan torde emellertid vara liten, och, om rören inte är små och tjockväggiga (ringbrott) eller med liten diameter (böjbrott), antagligen helt försumbar. Den idealplastiska teorin ger med all sannolikhet den klart kraftigaste beräkningsmässiga inverkan av betongens begränsade tryckhållfasthet, och det kan därför vara befogat att här, i avsnitt 3., göra en kvantifiering.

Beräkning av  $M_{\text{brott}}$  och  $(P/l)_{\text{brott}}$  som funktion av kvoten  $f_c/f_t$  kan, när den idealplastiska teorin användes, göras med hjälp av kraft- och momentjämvikts samband, jämför med Fig 8 a) och b). Dock kan för momentkapaciteten,  $M_{\text{brott}}$ , antagligen inget explicit analytiskt uttryck deriveras, vilket beror på dom omfattande uttrycken för cirkelringsegements area och tyngdpunkt. Därför beräknades momentkapaciteten istället med hjälp av numerisk integration, varvid erhöles:

$$M_{\text{brott}} = f_t \cdot \frac{\pi}{8} \cdot d_y^3 (1 - (d_i/d_y)^2) \cdot f(f_c/f_t, d_i/d_y) \quad (10b)$$

där funktionen  $f(f_c/f_t, d_i/d_y)$  anges i tabellen nedan:

$d_i/d_y$	12	$f_c/f_t$ 14	16
0.9	.955	.961	.965
0.8	.925	.932	.938
0.7	.903	.912	.920
0.6	.885	.896	.904

För ringbrottlasten erhålles ett explicit uttryck:

$$(P/L)_{\text{brott}} = f_t \cdot t (\sqrt{A^2 + 8 f_c / f_t} - A) \quad (11b)$$

$$\text{där } A = 2 + (1 + f_c / f_t)(2R/t - 1)$$

Som exempel fås vid  $f_c/f_t = 14$  och  $R/t = 2.5$  ( $d_i/d_y = 0.67$ ,  $t/d_i = 0.25$ ) att brottlasten enligt (11b) är 0.897 gånger brottlasten enligt (11)

Detta avsnitt, avsnitt 3.4, kan ses som en parentetisk komplettering, och fortsättningsvis beaktas inte inverkan av betongens begränsade tryckhållfasthet.

#### 4. BROTTMEKANISK TEORI (FIKTIV SPRICKMODELL)

##### 4.1 Modellbeskrivning.

Enligt det klassiska synsättet behandlar brottmekaniken tillväxt av sprickor. Hittills har brottmekaniken kommit till praktisk användning främst i samband med undersökning av utmattningshållfasthet hos olika maskinkonstruktioner, och först på senare år har ansträngningar gjorts för att praktiskt kunna tillämpa brottmekanik på betong. Det finns en rad olika brottmekaniska beräkningsmodeller, varav flertalet utgår från antagandet om från början existerande sprickor och antagandet om "singulära punkter" vid sprickspetsar, där materialet antages tåla obegränsat stora spänningar. Dessa modeller har inte visat sig särskilt lämpliga vid analys av betong. Den modell som användes här brukar kallas "modellen för fiktiva sprickor", och har fördelen att kunna beskriva materialets egenskaper på ett ganska nyanserat sätt. Modellen introducerades av prof Arne Hillerborg för ett knappt tiotal år sedan och förefaller speciellt lämpad för oarmerad betong men kan användas även för andra material. Modellen har uppmärksammats internationellt, men utnyttjas först nu för en direkt praktisk tillämpning. En nackdel med de olika brottmekaniska teorierna, däribland modellen för fiktiva sprickor, är att de, i jämförelse med de övriga beräkningsmodellerna som behandlas i denna skrift, ofta medför ganska omfattande och förhållandevis komplicerade beräkningar.

Enligt det klassiska synsättet behandlar, som nämnts ovan, brottmekaniken tillväxt av sprickor. Med ett modernare och mera generellt synsätt kan emellertid brottmekaniken sägas behandla den nedåtgående delen i ett materials spänning-deformationsamband, och modellen för fiktiva sprickor illustreras här kortfattat med spänning-deformation beteendet hos ett prisma utsatt för ren dragning genom succesivt och tvångsmässigt ökande förlängning, se Fig 5 c) och Fig 9. Utförligare beskrivning av modellen ges i bland annat (Hillerborg,1979) och (Petersson,1981). Vi kan här tänka oss att prismet är t ex en bit betong eller ett armeringsjärn. Så länge som belastningen på prismet ökar vid den tvångsmässigt ökande förlängningen,  $\delta$ , så är deformationerna i prismet ungefärligen jämt fördelade längs prismet, och man kan då uttrycka deformationerna i materialet med töjning,  $\epsilon$ , som är materialets förlängning per längdenhet. När förlängningen emellertid blivit så stor att prismats bärförmåga börjar minska vid ytterligare tvångsmässig förlängning av prismet, blir deformationerna inte längre jämt fördelade längs prismet, utan deformationerna kommer istället att koncentreras till ett litet begränsat brottområde. I fallet med ett armeringsjärn motsvaras

detta av att det börjar bildas en midja på järnet, och i fallet med ett betongprisma kan det tänkas motsvara att ett stort antal mikroskopiska sprickor börjar samlas inom ett litet begränsat område. Vid ytterligare förlängning av prismet försvagas succesivt materialet i brottområdet varför den yttre lasten minskar, och därmed minskar också spänningarna. Denna minskande spänning, eller avlastning, medför att töjningarna i materialet utanför brottområdet minskar, samtidigt som deformationerna inom brottområdet ökar. Dessa ökande och koncentrerade deformationer i brottområdet övergår succesivt till en öppen brottyta eller till en för ögat synlig spricka. Materialets helt olika beteenden inom och utanför brottområdet, medför att två samband måste anges om man vill beskriva materialets spänning-deformationsbeteende efter att en brottzon börjat bildas. Materialet utanför brottzonen kan, eftersom deformationerna är ungefärligen jämt fördelade i detta område, beskrivas med ett spänning-töjnings samband, ett  $\sigma$ - $\epsilon$  samband. För materialet betong antages här att detta samband är linjärt och att sambandet ser likadant ut oberoende av om materialet avlastas eller pålastas, med andra ord att betongen utanför brottområdet är linjärt elastiskt. Spänning-deformations sambandet för materialet inom ett brottområde kan inte beskrivas som spänning som funktion av töjning (enbart) eftersom deformationernas storlek i detta område inte är proportionell mot prismats längd. Istället anges detta samband direkt som spänning som funktion av deformation i ett  $\sigma$ - $w$  samband, där  $w$  är brottzonens vidgning mätt i t ex  $\mu\text{m}$ . Detta samband, liksom  $\sigma$ - $\epsilon$  sambandet, antages vara materialkaraktäristiskt och således oberoende av provkroppens storlek och geometri etc. (Detta sista gäller ej för armeringsjärnet.) För att kunna mäta den nedåtgående delen i betongs spänning-deformation samband krävs en dragprovningssmaskin med stor styvhet. Via dragprovningar i en sådan styv maskin kom (Petersson, 1981) fram till att formen på  $\sigma$ - $w$  sambandet för betong approximativt är enligt Fig 9, och denna form på sambandet har antagits i de nedan redovisade beräkningarna.

Ovan har enbart dragprovet diskuterats, men ett helt analogt materialbeteende förutsättes vid andra belastningstyper: när spänningen i någon punkt uppnår betongens draghållfasthet,  $f_t$ , så antages att det bildas ett brottområde i denna punkt med egenskaper enligt  $\sigma$ - $w$  sambandet.

$\sigma$ - $\epsilon$  sambandet definieras av  $f_t$  och betongens elasticitetsmodul,  $E$ .  $\sigma$ - $w$  sambandet definieras, vid given form, av  $f_t$  och betongens brottenergi,  $G_F$ , som är lika med storleken av ytan under  $\sigma$ - $w$  kurvan. För beräkning av brottlast är det emellertid tillräckligt att känna  $f_t$  och kvoten  $EG_F/f_t^2$ , som kallas materialets karaktäristiska längd och betecknas  $l_{ch}$ .

Med utgångspunkt från försöksresultat redovisade i (Petersson,1981) har bedömningen gjorts att en normal rörbetong, med sammansättningen  $v_{ct}=0.4$ ,  $d_{max}=12\text{mm}$  och  $350\text{kg cement}/\text{m}^3\text{btg}$ , har  $l_{ch}=380\text{mm}$ . Detta värde bör inte betraktas som exakt, utan mera som en rimlig bedömning av storleksordningen, så t ex varierar  $l_{ch}$ :s värde med betongens ålder. Jämfört med  $f_t$ , har  $l_{ch}$ :s exakta värde emellertid en ganska liten betydelse för beräknad brottlaster, se nedan.

#### 4.2 Böjbrott.

Beräkningen utfördes med hjälp av finita elementmetoden och rörets tredimensionella geometri ersattes med en skiva med varierande tjocklek enligt Fig 10. 4-nods "Turner-Clough"-element med plan spänning (tvärkontraktionstalet=0.2) användes, och skivan delades upp i 40 element i höjddled och 30 element i vardera symmetrihalvas längsled. Detta ganska finmaskiga elementnät erfordras vid höga värden på kvoten  $d_y/l_{ch}$ . För att minska beräkningsvolymen eliminerades frihetsgraderna utanför brottzonen med hjälp av substrukturteknik. Uppkomst och tillväxt av enbart en spricka, eller brottzon, beaktades - den som börjar växa från den mest ansträngda punkten i rörets underkant. Rörets längd sattes lika med 4 gånger rörets yttre diameter, och beräkning av brottmoment gjordes för olika form på rörtvärsnittet, dvs för olika  $d_i/d_y$ , och vid olika storlek på röret i förhållande till materialets karaktäristiska längd, dvs vid olika  $d_i/l_{ch}$ . Vid konstant  $d_i/d_y$  och konstant  $d_i/l_{ch}$  är brottmomentet, uttryckt som  $M_{brott} / (f_t \cdot W)$ , konstant och i Tabell 2 anges de beräknade brottmomenten. För att få brottmomenten i en mera praktisk och lätthanterlig form sattes  $l_{ch} = 380\text{mm}$  och genom interpolering i Tabell 2 beräknades sedan brottmomenten som funktion av godstjocklek,  $t$ , och draghållfasthet,  $f_t$ , vid olika värden på rörens inre diameter,  $d_i (= \phi)$ , se Fig 11. Interpoleringen gjordes med  $\ln(d_i/l_{ch})$  och  $d_i/d_y$  som oberoende variabler med hjälp av "kubisk spline interpolering utan ändrestriktioner".

Som ett exempel på beräknad spänningsfördelning över rörets symmetritvärsnitt vid brottlaster visas i Fig 12 spänningsfördelningen i ett rör med tvärsnittsdimensioner ungefärligen motsvarande KANMAX 100. Som jämförelse visas i denna figur även spänningsfördelningen vid brottlaster enligt linjärelastisk balk-sprödbrotteori ("Navier"), samt enligt ovan beräknad spänningsfördelning när lasten är sådan att en brottzon just börjar växa från rörets underkant.



### 4.3 Ringbrott.

Även dessa beräkningar utfördes med hjälp av finita element metoden, och om man önskar hög noggrannhet även vid tjockväggiga rör bör beräkningarna utföras enligt Fig 13 a). Bland annat på grund av att två brottzoner måste beaktas, blir dock beräkningsvolymen då omfattande, speciellt om ett flertal beräkningar skall utföras. Som ett alternativt tillvägagångssätt har röret analyserats med hjälp av ett krökt balkelement och två momentfjädrar, se Fig 13 b), där momentfjädrarna återger brottområdena i rörets fjärdedelspunkter.

Den krökta balkens styvhetsmatris erhöles ur analytiska uttryck givna i (Martin,1966). Momentfjädrarna anger samband mellan böjmoment,  $M$ , och böjningsvinkel,  $2\theta$ . Detta samband är icke-linjärt och dess normaliserade form är, vid given form på  $\sigma$ - $w$  sambandet, bestämd av kvoten  $t/l_{ch}$ , där  $t$  är tvärsnittets höjd. Momentfjädrarnas egenskaper bestämdes vid olika  $t/l_{ch}$  genom finita element analys, analog med den som redovisades i 4.2, av en balk enligt Fig 14. Via de härvid beräknade last-nedböjning sambanden kan momentfjädrarnas egenskaper erhållas.

Med dessa moment-vinkeländring samband kända analyserades strukturen i Fig 13 b) med hjälp av ett för ändamålet utformat datorprogram, som ger rörets sammanpressning vid succesivt ökande belastning och därmed också rörets bärförmåga. Vid tunnväggiga rör kan vid vissa laster vinkeländringen i momentlederna i rörets horisontalplan tillfälligt minska, och härvid antogs att moment-vinkeländring sambandet följde en rät linje riktad mot origo från den punkt där vinkeländringen började minska. Den med denna metod beräknade ringbrottlasten förutsätter att moment-vinkeländring sambandet är lika vid rör- resp balkanalysen. Detta är vid tjockväggiga rör enbart approximativt riktigt eftersom man dels har normalkraft i momentlederna i rörets horisontalplan, dels har en något annorlunda spänningsfördelning över rörets fjärdedelsnitt än över balkens symmetrisnitt. Kompensation för dessa approximationer gjordes på enkelt sätt genom interpolering med utnyttjande av att den brottmekaniskt beräknade brottlasten vid extremvärdet  $t/l_{ch} = 0$  skall överensstämma med brottlasten beräknad enligt idealplastisk teori och vid extremvärdet  $t/l_{ch} = \infty$  skall överensstämma med brottlasten enligt linjärelastisk sprödbrotteori. Kompensationens storlek illustreras i Fig 21.

De enligt ovan beräknade ringbrottlasterna anges i Tabell 3 som  $(P/l)_{\text{brott}} / (\pi/6 \cdot f_t \cdot t^2 / R)$  vid olika värden på  $d_i/d_y$  och  $t/l_{ch}$ . Via interpolering, analog med den i 4.2, erhölls ur denna tabell ringbrottlasterna vid  $l_{ch} = 380\text{mm}$  som funktion av godstjocklek,  $t$ , och draghållfasthet,  $f_t$ , vid olika inre rördiameter,  $d_i (= \phi)$ , se diagrammet Fig 15. Detta diagram gäller egentligen enbart vid belastning i form av linjelaster, men bör kunna användas även i de fall lasten har någon utbredning i tvärled,  $b$ , under förutsättning att funktionen  $g(b/2R)$  enligt uttrycket (7) beaktas.

## 5. STATISTISK TEORI (WEIBULL-MODELL)

### 5.1 Modellbeskrivning.

Modellen är analog med den linjärelastiska sprödbrotteorin, men betongens draghållfasthet antages ha en viss slumpmässig spridning på så sätt att betongen i en viss punkt i röret inte nödvändigtvis har samma draghållfasthet som betongen i en annan punkt i röret. De grundläggande antagandena i materialmodellen är således: att sambandet mellan spänningar och töjningar är linjärt, att spänningen sjunker omedelbart till noll i den eller de punkter i materialet där brottkriteriet uppfyllts (dvs när den största dragspänningen i aktuell punkt uppnått materialets draghållfasthet i denna punkt), och slutligen att materialets draghållfasthet i olika punkter är slumpmässigt fördelad enligt Weibulls fördelningsfunktion, se Fig 16. (Dessa antaganden förutsättes medföra att röret i sin helhet kollapsar så snart brottkriteriet uppnåtts i en punkt. Det kan dock diskuteras om detta följdantagande inte borde betraktas som ett explicit grundantagande.) (Hult, 1966) återger Weibulls fördelningsfunktion:

$$S = 1 - e^{-(\sigma_B / \sigma_0)^m} \quad (13)$$

där  $S$  är sannolikheten att en provkropp med enhetsvolym vid ren dragning tål en maximal dragspänning som är mindre än  $\sigma_B$ .  $\sigma_0$  är en materialparameter som väljes så att  $\sigma_B$  i 63.2% av provningstillfällena understiger  $\sigma_0$ . (Alternativt kan  $\sigma_0$  betraktas som medianhållfastheten vid ren dragning av en provkropp med volymen  $\ln 2 = 0.69$ )  $m$  är en dimensionslös materialparameter som anger hur stor hållfasthetspridningen i materialet är: ett stort  $m$  anger liten spridning och ett litet  $m$  anger stor hållfasthetspridning.

För att kunna tillämpa modellen på annat än analys av provkroppar med enhetsvolym och belastade med en jämt fördelad dragspänning, kan man tänka sig att aktuell provkropp, t ex ett rör, består av ett stort antal enhetsvolym, där varje enhetsvolym (egentligen varje punkt) har en slumpmässig hållfasthet enligt (13). Om den aktuella provkroppen belastas uppstår större eller mindre dragspänningar i ett stort antal enhetsvolym, och beräkningen av sannolikheten att provkroppen kollapsar vid aktuell belastning blir då liktydig med en beräkning av sannolikheten att aktuell dragspänning i någon liten enhetsvolym överskrider betongens draghållfasthet i samma lilla enhetsvolym:

$$S = 1 - e^{-\int_{V_b} (\sigma/\sigma_0)^m dv} \quad (14)$$

där  $S$  är sannolikheten att provkroppen kollapsar och  $\sigma$ , som kan vara olika i olika delar av provkroppen, är spänningen (närmare bestämt första huvudspänningen) i materialet vid studerad yttre belastning beräknad enligt linjärelastisk teori. Integrationsområdet,  $V_b$ , är volymen av den eller de delar av provkroppen där  $\sigma$  är större än noll. Likheten mellan (13) och (14) beror på att Weibullfördelningen är sådan, se (Dyrbye, 1979), att dess extremvärdesfördelning har samma utseende som fördelningen själv.

För att kunna beräkna volymsintegralen behöver man spänningen,  $\sigma$ , som funktion av läget i provkroppen, och fortsättningsvis antages att denna funktion med tillräcklig noggrannhet ges av vanliga balkteoriformler utan hänsyn till skjuvspänningar. Som exempel erhålles för en fritt upplagd balk med längden,  $l$ , rektangulär tvärsnitt,  $b \cdot h$ , och belastad med en punktlast,  $P$ , i symmetrisnittet:

$$S = 1 - e^{-\frac{V_{balk}}{2(m+1)^2} \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_0}\right)^m} \quad (15)$$

där  $\sigma_f$  är ett kort skrivsätt för  $(Pl/4)/(bh^2/6)$ , och  $V_{balk} = bhl =$  balkens totala volym. P.s.s. fås för ett draget prisma med måtten  $l \cdot b \cdot h$ :

$$S = 1 - e^{-V_{prisma} \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_0}\right)^m} \quad (16)$$

där  $\sigma_t$  är ett kort skrivsätt för  $P/bh$ , och  $V_{prisma} = bhl =$  prismats volym.

Emellertid är vi kanske inte primärt intresserade av att kunna beräkna sannolikheten för brott vid viss last, utan vi vill ha någon typ av medelvärde för brottlasten. Och som sådant medelvärde kommer här att medianbrottlasten att användas, emedan det aritmetriskla medelvärdet är mera svårhanterligt och skillnaden mellan de två typerna av medelvärde är liten vid något så när stort värde på materialparametern  $m$ .

Medianvärdet definieras av att  $S=0.5$ , dvs sannolikheten för brott vid en last lägre än medianvärdet är 50%, vilket med (14) ger:

$$\int_{V_b} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dv = \ln 2 \quad (17)$$

För balken ovan erhålles:

$$\frac{V_{\text{balk}}}{2(m+1)^2} \left( \frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_0} \right)^m = \ln 2 \quad (18)$$

Och för dragprismat ovan:

$$V_{\text{prisma}} \left( \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_0} \right)^m = \ln 2 \quad (19)$$

där  $\bar{\sigma}_f$  och  $\bar{\sigma}_t$  är medianvärdet på  $(P \cdot 1/4)_{\text{brott}} / (bh^2/6)$  respektive  $P_{\text{brott}} / bh$ .  $\bar{\sigma}_t$  är således medianvärdet för betongens draghållfasthet bestämd genom direkta dragprov av prismor vars volym är  $V_{\text{prisma}}$ . För att anknyta till tidigare avsnitt betecknas detta draghållfasthetsvärde fortsättningsvis  $f_t$ . Kombination av (18) och (19) ger

$$\bar{\sigma}_f = f_t \cdot \left\{ \frac{V_{\text{prisma}}}{V_{\text{balk}}} \right\}^{1/m} \cdot \left\{ 2(m+1)^2 \right\}^{1/m} \quad (20)$$

Med hjälp av den ovan exemplifierade principen kan även andra typer av provkroppar, t ex rör, se nedan, behandlas och man erhåller då uttryck av typen:

$$\bar{\sigma}_{\text{brott}} = f_t \cdot \left\{ \frac{V_{\text{prisma}}}{V} \right\}^{1/m} \cdot \gamma^{1/m} \quad (21)$$

där  $\bar{\sigma}_{\text{brott}}$  är spänningen i någon godtyckligt vald karaktäristisk punkt i provkroppen när den yttre lasten = brottlastens medianvärde, och  $\gamma$  är ett tal som beror av val av karaktäristisk punkt, provkroppens geometriska form, belastningstyp samt materialparametern  $m$ :

$$\gamma = \frac{V \cdot \sigma_k^m}{\int_{V_b} \sigma^m dV} \quad (22)$$

där  $\sigma$ , liksom tidigare, är spänningen i olika punkter i provkroppen och  $\sigma_k$  är spänningen i den godtyckligt valda karaktäristiska punkten. Som framgår av (22) är talet  $\gamma$  oberoende av lastens storlek och provkroppens volym.

Som spridningsmått användes oftare variationskoefficienten,  $s =$  standardavvikelsen/aritmetriska medelvärdet, än parametern  $m$ . Jämförelse med normalfördelning ger att sambandet mellan  $m$  och  $s$  approximativt kan skrivas:

$$m \approx -1.4 / \ln(1 - S) \quad (23)$$

Ett normalt värde på  $s$  i samband med rörprovningar är, enligt uppgift, 0.13, ungefärligen motsvarande  $m=10$ . Denna siffra inkluderar då spridning på grund av varierande försöksbetingelser och spridning i betongens medelhållfasthet mellan olika rör. För betongens draghållfasthet i skilda delar av ett och samma rör antages här därför en något lägre spridning:  $m=14$ , ungefärligen motsvarande  $s=0.095$ .

Som alternativ till den ovan beskrivna beräkningsmetodiken, kan integration göras över provkroppens yta istället för över dess volym. Detta alternativ är relevant om man antar att röret inte har några svaga punkter inuti godset, utan enbart på ytan.

## 5.2 Böjbrott.

Med spänningarna i röret enligt vanlig balkteori, utan hänsyn till skjuvspänningar och med punktbelastning enligt Fig 3, fås med  $m=14$ , se (21), (22) och (3)

$$M_{\text{brott}} = f_t \cdot W \cdot \left\{ \frac{V_{\text{prisma}}}{V_{\text{rör}}} \right\}^{1/14} \cdot \left\{ \frac{1145.4 (1 - (d_i/d_y)^2)}{1 - (d_i/d_y)^{16}} \right\}^{1/14} \quad (24)$$

där liksom tidigare  $V_{\text{prisma}}$  är betongvolymen i det prisma som användes vid bestämning av medianvärdet hos betongens draghållfasthet,  $f_t$ , genom direkt dragprovning.  $V_{\text{rör}}$ , som är rörets totala betongvolym,  $= \pi/4 \cdot d_y^2 \cdot (1 - (d_i/d_y)^2)$ . Siffran 1145.4 gäller enbart vid  $m=14$ . (24) illustreras i Fig 22, som kan jämföras med Fig 11.

Brottböjmomentet enligt (24) gäller när böjmomentet orsakas av en punktlast i symmetrisnittet. Vid andra belastningstyper blir brottböjmomentet något annorlunda, allt beroende på hur stor del av betongen i röret som utsätts för höga spänningar. Utsätts en stor del av betongen för höga spänningar blir sannolikheten för kombinationen hög spänning och svag betong större,

och därmed brottböjmomentet lägre. En beräkning enligt (21) och (22) ger med  $m=14$ : att brottmomentet vid jämt fördelad last är 0.9151 gånger brottmomentet vid punktlast i symmetrisnittet, att brottmomentet vid två punktlaster i tredjedelspunkterna är 0.8835 gånger brottmomentet vid punktlast i symmetrisnittet, och att brottmomentet vid last i form av punktmoment i rörets ändar, dvs konstant böjmomentet längs röret, är 0.8241 gånger brottmomentet vid punktlast i symmetrisnittet.

I Fig 24 anges de explicita formlerna, erhållna med hjälp av (21) och (22), för brottböjmomentet enligt den statistiska hållfasthetsteorin. Dessa formler kan användas om man vill använda något annat värde än 14 på hållfasthetsspridningsmättet  $m$ . I Fig 25 visas sannolikhetsdiagram för brottsnittets läge vid olika belastningstyper.

### 5.3 Ringbrott.

Utrycket för spänningsvariationen i röret vid ringbelastning enligt Fig 4 a) är ganska omfattande även om, som här, enbart de tangentiella spänningarna orsakade av moment och normalkraft beaktas, och vidare enbart beaktas enligt teorin för krökta balkar, se (Pettersson,Plem,1975). Då vidare integrationsområdet  $V_b$ , se (22), inte har någon enkel form, valdes att beräkna  $\gamma$  genom numerisk integration med hjälp av ett datorprogram. Härvid erhöles vid  $m=14$ :

$d_i/d_y$	$\gamma$
1.0	1510
0.9	1695
0.8	1945
0.7	2299
0.6	2831
0.5	3703

$$(P/l)_{\text{brott}} = \frac{\pi}{6} \cdot f_t \cdot \frac{t^2}{R} \cdot \frac{1}{f(R/t)} \cdot \left\{ \frac{V_{\text{prisma}}}{V_{\text{rör}}} \right\}^{1/14} \cdot \gamma^{1/14} \quad (25)$$

där  $f(R/t)$  anges i (4), och  $f_t$ ,  $V_{\text{prisma}}$  och  $V_{\text{rör}}$  definierades i 5.2 (25) illustreras i Fig 23, som kan jämföras med Fig 15.



## 6. INVERKAN AV INITIALSPÄNNINGAR

### 6.1 Allmänt.

Redan innan röret utsätts för yttre last kan det förekomma spänningar i betongen. Dessa inre spänningar, initialspänningar, eller parasitspänningar, kan uppstå bland annat som en följd av ojämn krympning, vilket i sin tur beror på ojämn fuktkvot i betongen i samband med t ex uttorkning av rören. Uttorkning av rören ger inte enbart krympspänningar, utan kan påverka hållfastheten även på andra sätt, t ex genom att hållfasthetstillväxten praktiskt taget helt stoppas om fuktkvoten understiger motsvarande ca 80% relativ luftfuktighet. Vidare vet man från försök att en "lagom" torr betong (inomhusklimat) är starkare än samma betong i vått tillstånd. (Detta torde bero på att porvattenundertrycket i den torrare betongen verkar som en sammanhållande "sugkraft".) Här skall emellertid enbart inverkan av initialspänningar behandlas, och vidare behandlas enbart dessas inverkan på rörens böj- och ringhållfasthet. Ett annat möjligt uttorkningsrelaterat hållfasthetsproblem är eventuell uppkomst av svaghetszoner eller småsprickor i rörmuff, som en följd av att gjutformen förhindrar uttorkningsrörelser i denna del av röret.

Kunskap om krympspänningars storlek och fördelning förefaller ganska bristfällig, vilket kan bero på de inte går att mäta direkt och vidare bero på att de fuktmekaniska förhållandena vid samtidig uttorkning och hydratation är komplicerade liksom vidare samspelet mellan krympning och krypning är komplicerat. För att trots detta få någon uppfattning om krympspänningarnas inverkan på rörens bärförmåga, antages i beräkningarna initialspänningar enligt Fig 17 med parabolisk fördelning över godstjockleken, såväl i rörens tvärsnittsplan som i dess längsplan, med spänningens storlek i ytskiktet lika med betongens draghållfasthet.

Med detta antagande om initialspänningarnas storlek blir, enligt den traditionella linjärelastiska sprödbrotteorin, rörens bärförmåga lika med noll både vid belastning motsvarande ringbrott och vid belastning motsvarande böjbrott.

Enligt den idealplastiska teorin, där man antar att betongen kan töjas obegränsat mycket utan att spänningarna minskar, påverkas inte rörens bärförmåga av initialspänningar.

Avsnitt 6.2 och 6.3 ägnas åt initialspänningarnas inverkan enligt modellen för fiktiva sprickor. Inverkan av initialspänningar enligt den statistiska hållfasthetsteorin behandlas inte i denna skrift, men bör vara möjlig att behandla genom integration av spänningar i analogi med avsnitt 5.

## 6.2 Ringbrott.

Ringbrottlaster med beaktande av initialspänningar beräknades med i stort sett samma metodik som redovisades i 4.3. Vid bestämning av moment-vinkeländring sambandet påfördes emellertid balken en inre belastning, motsvarande de enligt 6.1 antagna initialspänningarna i rörgodsets längstvårsnitt, innan balken belastades med den yttre punktlasten. Vidare kompenserades inte för skillnaderna i normalkraft och spänningsfördelning mellan balk och rör med helt samma metodik som tidigare. Här användes förenklingen att göra den procentuella compensationen lika stor vid aktuell beräkning som vid beräkningen utan hänsyn till initialspänningar.

I Tabell 4 återges de beräknade ringbrottlaster och i Fig 18 visas, med  $l_{ch} = 380\text{mm}$ , den procentuella reduktionen i ringbrottlast orsakad av initialspänningarna, som funktion av godstjockleken,  $t$ . Medan godstjockleken visade sig ha en klar inverkan på den procentuella reduktionen i hållfasthet, är inverkan av rörets inre diameter ganska liten och utan någon helt klar trend. Därför har enskilda kurvor för olika inre diametrar inte ritats i Figuren 18, utan i stället ett gemensamt område som innefattar inre rördiametrar i intervallet 70mm till 1000mm.

## 6.3 Böjbrott.

Inverkan av de studerade initialspänningarna på böjbrottlasten uppskattas approximativt med utgångspunkt från beräkningsresultat gällande ett prisma, enligt Fig 19, utsatt för ren dragning. Om röret med radiella snitt delas upp i ett stort antal strimlor motsvarar dessa strimlor ungefärligen prisma i Fig 19, och de längsgående strimlornas reduktion i draghållfasthet kan approximativt antas motsvara rörets reduktion i böjhållfasthet. Denna approximativa uppskattning är sannolikt på säkra sidan i så måtto att en explicit beräkning av rörets brottmoment med beaktande av initialspänningarna sannolikt visat på en något mindre reduktion än den som anges i Fig 19. Denna bedömning, eller kanske snarare gissning, grundar sig

på att initialspänningarna medför inte enbart lägre bärförmåga vid ren dragnings av de längsgående strimlorna, utan strimlorna blir också "segare" i den meningen att den skenbara reduktionen i betongens draghållfasthet,  $f_t$ , medför en motsvarande skenbar ökning i materialets karakteristiska längd,  $l_{ch} = EG_F / f_t^2$ .

## 7. JÄMFÖRELSE MELLAN BERÄKNINGSMODELLERNA

### 7.1 Jämförelsemetod.

Beräkningsmodellerna jämföres i första hand med utgångspunkt från rörprovningar gjorda 1982 på uppdrag av, och i direkt samarbete med, Skånska Cementgjuteriet. Vid provningarna användes rör tillverkade i olika fabriker (i huvudsak SCG Byggelement, Staffanstorp), och provningarna gällde inte enbart böj- och ringbrottlaster utan även täthet, "skjuvhållfasthet" och hållfasthet i muff och spets. För jämförelse av beräkningsmodellerna återges emellertid enbart, och kortfattat, provningsresultat gällande böjbrott och ringbrott i KANMAX-rör (längd 1m) tillverkade i Staffanstorp. Dessa provningar är utförligare beskrivna i tidigare rapporter, se Litteraturhänvisningar: "82.07.26" och "82.11.26". De provade rören hade olika ålder vid provning, trots detta antages här att betongen i de olika rören var av samma kvalitet och hade likvärdiga mekaniska egenskaper. Eventuella initialspänningar p g a krympning beaktas inte i jämförelsen. Som ett kompletterande underlag för jämförelse mellan beräkningsmodellerna återges även några äldre försöksresultat.

Jämförelsen mellan beräkningsmodellerna göres på så sätt, se Tabell 5, att med utgångspunkt från de experimentellt bestämda brottlasterna beräknas motsvarande draghållfasthet hos betongen med hjälp av de olika beräkningsmodellerna. En bra beräkningsmodell kännetecknas härvid av att: 1) beräknad draghållfasthet bör ligga på ett ungefärligen konstant värde och 2) beräknad draghållfasthet bör ungefärligen överensstämma med betongens draghållfasthet bestämd genom ett direkt dragförsök.

För att kvantifiera i vilken mån beräknade draghållfastheter för de olika försöksserierna ligger på ett konstant värde för respektive beräkningsmodell har en variationskoefficient,  $s = \sigma / \bar{f}_t$ , beräknats, där  $\bar{f}_t = 1/5 \cdot \sum_1^5 f_t$  är medelvärde och  $\sigma = \sqrt{1/4 \sum_1^5 (f_t - \bar{f}_t)^2}$  är standardavvikelse. Det bör härvid noteras att draghållfasthetsvärdena är baserade på brottlastvärden i form av medelvärden från 4 försök (utom i ett fall där enbart 1 försöksvärde föreligger). Variationskoefficienten enligt ovan återspeglar därför inte variationen mellan enskilda rör, utan snarare variation i medelvärden mellan olika grupper av rör med olika geometri etc, där varje grupp innehåller 4 rör. Om varje rörgrupp innehållit ett mycket stort antal rör, i princip ett oändligt antal, hade variationskoefficienten, s, varit helt oberoende av förekommande slumpmässig variation i bärförmåga mellan olika rör. Med andra ord hade då s enbart berott på hur väl respektive beräkningsmodell återger

verkligheten, och en helt exakt beräkningsmodell hade då gett  $s=0$ .

Om betongens draghållfasthet bestäms indirekt via ett böj- eller ringprov och värdet enbart användes för beräkning av böj- och ringbrottlaster, är det i princip tillräckligt om beräkningsmodellen är sådan att dess variationskoefficient vid böj- och ringbelastning är liten. Men man bör ändå försöka kontrollera att den beräknade draghållfastheten är i rimlig överensstämmelse med betongens egentliga draghållfasthet. Sådan överensstämmelse är ett tecken på att beräkningsmodellen är sund, dvs att den återger rörets och betongens brottbeteende på ett riktigt sätt. Aktuell rörbetongs egentliga draghållfasthet är tyvärr okänd, emedan det är svårt att göra representativa dragprovningar. Vid försök till gjutning av speciella provkroppar är det, enligt uppgift, mycket svårt att vibrera betongen, som är mycket styv, på samma intensiva sätt som i de speciella maskiner som användes vid rörtillverkning, och vid försök att såga ut provbitar ur de färdiga rören riskerar man att skada betongen. En uppskattning av aktuell betongs draghållfasthet med utgångspunkt från dess sammansättning och via jämförelse med provningsresultat (Petersson, 1981) ger att den egentliga draghållfastheten vid 28 dygn troligen ligger i intervallet 4.1 - 4.5 MPa.

## 7.2 Resultat.

Den brottmekaniska teorin, dvs modellen för fiktiva sprickor, är enligt Tabell 5 överlägsen de övriga undersökta beräkningsmodellerna både vad gäller variation i beräknad draghållfasthet och dess överensstämmelse med en uppskattning av betongens egentliga draghållfasthet. Värdet 1% på variationskoefficienten är mycket lågt, och med tanke på att även till synes identiska rör, eller till synes identiska grupper av 4 rör, i praktiken har något olika bärförmåga lär det knappast vara möjligt att hitta någon beräkningsmodell som ger ett mera konstant värde på beräknad draghållfasthet. Variationen i beräknad draghållfasthet i försöken enligt Tabell 5 är i själva verket så liten att dess storlek antagligen till en del måste tillskrivas olika rent slumpmässiga omständigheter. Därför kan lika konstanta draghållfasthetsvärden inte rimligen förväntas vid eventuella ytterligare försök. En jämförelse mellan det beräknade draghållfasthetsvärdets storlek och uppskattningen, se 7.1, av betongens egentliga draghållfasthet, visar att den brottmekaniska teorin i aktuellt sammanhang tycks överskatta den egentliga draghållfastheten med 10-20%. Sådan överskattning är i överensstämmelse med andra erfarenheter av fiktiv sprickmodell och beror antagligen främst på att sambandet mellan

spänningar och töjningar antages vara linjärt, medan detta samband i verkligheten har en viss krökning. Men överskattningen kan också bero på hållfasthetsspridning (jämför avsnitt 5.) och kan vidare även bero på att rören var "torra" vid provningstillfällena (dvs i jämvikt med inomhusklimat), medan uppskattningen av betongens egentliga draghållfasthet baseras på försök med fuktiga provkroppar.

Även den idealplastiska teorin ger ett lågt värde på variationskoefficienten, vilket är anmärkningsvärt med tanke på det ganska realistiska grundantagande som modellen bygger på. Värdet 2.5 MPa på betongens draghållfasthet torde emellertid vara ganska mycket i underkant, och till skillnad från den brottmekaniska teorin och den statistiska hållfasthetsteorin kan den idealplastiska teorin inte förklara skillnader i hållfasthet mellan olika stora men geometriskt likformiga rör. Fördelen med den idealplastiska teorin är främst att den leder till förhållandevis enkla beräkningar, och därför kan den kanske komma till användning vid överslagsmässig analys av mera komplicerade belastningsfall och kanske även vid analys av detaljer i t ex spets och muff.

Weibulls statistiska hållfasthetsteori förmår inte förklara skillnaden i brottlast vid böjning respektive ringbelastning. Genom att välja ett annat värde än 14 på hållfasthetsspridningsmåttet  $m$  skulle emellertid denna beräkningsmodell framstå som bättre än vad som nu är fallet. Värdet  $m=14$  har dock bedömts som realistiskt och därför mest rättvisande. Resultaten från den statistiska hållfasthetsteorin kan i någon mån även justeras genom att man väljer att referera till en annan storlek på den provkropp som man tänker sig använda vid bestämning av betongens direkta draghållfasthet. Här har valts att referera till provkroppstorleken  $0.05 \times 0.05 \times 0.08 \text{ m}^3$  för att få överensstämmelse med de dragförsök och försöksresultat som utnyttjades i 7.1 vid uppskattningen av betongens egentliga draghållfasthet.

Den linjärelastiska sprödbrotteorin framstår i Tabell 5 som sämst. Denna teori kan trots detta vara bra att använda i vissa fall, t ex om man med hjälp av finita elementmetoden vill studera spänningsfördelning i röret, eller rörets last-deformationsbeteende, vid brukslast som väsentligt understiger rörets brottlast. Om man vill använda teorin för att beräkna brottlaster torde det, som ett minimum, vara nödvändigt att behandla "ringbrotthållfasthet" för sig och "böjbrotthållfasthet" för sig. Speciellt olyckligt kan det bli om rören enbart provbelastas för ringbrott, och dessa provningsresultat sedan användes tillsammans med den linjärelastiska sprödbrotteorin för att beräkna rörens böjbrottlast.

I sammanfattning är de positiva erfarenheterna från Tabell 5 att modellen för fiktiva sprickor tycks vara mest tillförlitlig, och att den idealplastiska teorin tycks ge förvånandsvärt konstanta värden på beräknad draghållfasthet.

### 7.3 Två kommentarer.

Till erfarenheter från Tabell 5 lägges två kommentarer:

De redovisade försöksresultaten gäller för rör med längden 1 m. Längre rör har sannolikt en något lägre bärförmåga, åtminstone vid böjning, dels beroende på den slumpmässiga hållfasthetsspridningen i betong, dels beroende på något olika spänningsfördelning i brottsnittet vid olika förhållande mellan rörets längd och dess yttre diameter. Den av hållfasthetsspridning orsakade troligen lägre momentkapacitet hos längre rör kan uppskattas med hjälp av den statistiska hållfasthetsteorin som, vid förändrad rörlängd men lika rörtvärsnitt, inte står i direkt strid med den brottmekaniska teorin utan kan ses som en komplettering av denna. Enligt den statistiska teorin, se 5. , ger en ändring av rörets längd med en multipel  $\alpha$  och med i övrigt lika röргеometri, storlek och belastningstyp, en ändring av rörets momentkapacitet motsvarande en multipel  $(1/\alpha)^{1/m}$ , där  $m$  är hållfasthetsspridningsmättet. På analogt sätt kan hållfasthetsspridningsberoende ändring i momentkapacitet på grund av ändrad belastningstyp, t ex jämt fördelad last istället för en punktlast, uppskattas: se avsnitt 5.2. Momentkapacitetens beroende av varierande förhållande mellan rörlängd och yttre diameter kan överslagsmässigt uppskattas via en jämförelse med uttryck givna i (Timoshenko, Goodier, 1951) för en fritt upplagd balk med rektangulärt tvärsnitt och belastad med en punktlast i symmetrisnittet.

Den andra kommentaren gäller den experimentella bestämningen av  $f_c$  vid ringbelastning. Denna är närmare redovisad i respektive försöksprotokoll, och därför påpekas här bara kort att i stället för linjelast belastades rören med punktlaster (ogynnsamt främst för långsmala rör) och vidare att KANMAX-rörens varierande godstjocklek förorsakar svårigheter vid utvärdering av försöksresultaten. Av bland annat detta skäl vore det naturligtvis bra om försöksunderlaget för värdering av de olika beräkningsmodellerna kunde kompletteras. Ett bidrag till en sådan komplettering ges i Tabell 6, som är baserad på försöksresultat som ställts till förfogande av SCG (Nygårds, Lärkfeldt, 1954). Dessa försök gällde ringbrottlasten hos jämtjocka cylindrar

vid olika betongsammansättning. Två olika cylinderdimensioner provades och samma antal prov av de olika betongkvaliteerna provades vid respektive cylinderdimension. Resultaten i Tabell 6 är i stort samstämmiga med resultaten i Tabell 5. Dock framstår den statistiska hållfasthetsteorin och den linjärelastiska sprödbrotteorin som bättre i Tabell 6 än i Tabell 5. Detta torde bero på att Tabell 6 enbart omfattar ringbrott.



LITTERATURHÄNVISNINGAR

Wästlund, G., Eggwertz, S.

Dimensionering av betongrör.

Svenska Komm. Tekn. Föreningens handlingar nr 6, 1949

Pettersson, O., Plem, E.

Byggnadsmekanik FK1-Dell (Kompendium)

LTH, Inst. f. Byggnadsstatik, 1975

Ingwersen, J. B.

Statische Berechnung von unbewehrten Betonrohren mitt Fuss auf Grund einer neuen Bruchtheorie.

Betonwerk + Fertigteil-Technik, sid 221-230, april 1982

Hjort, L.

Betonrörs holdbarhed.

Cementfabrikkernes tekn. Oplysningskontor, Aalborg, 1982

Möller, G., m.fl.

Betonghandbok. Material.

AB Svensk Byggtjänst och Cements AB, Stockholm, 1980

Hillerborg, A.

Byggnadsmateriallära FK1 (Kompendium)

LTH, Avd. f. Byggnadsmateriallära, 1979

Petersson, P. E.

Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials.

LTH, Avd. f. Byggnadsmateriallära, Report TVBM-1006, 1981

Martin, H. C.

Introduction to matrix methods of structural analysis.

McGraw-Hill Book Company, 1966

Hult, J.

Hållfasthetslära.

Almqvist & Wiksell/Gebers Förlag AB, Stockholm, 1966

Timoshenko, S., Goodier, J. N.

Theory of Elasticity.

McGraw-Hill Book Company, 1951

Dyrbye, C., m.fl.

Konstruktioners sikkerhed.

Danmarks Tekniske Højskole, København, 1979

Nygårds, J., Lärkfeldt, O.

Undersökning av betongrör.

AB Skånska Cementgjuteriet, 1954

Tidigare rapporter i samband med SCG-uppdrag rörande rör:

(Gustafsson, P. J., LTH, Avd. f. Byggnadsmateriallära):

Provning av armeringsjärn avsedda för tillverkning av armerade betongrör. Diameter, hållfasthet och töjbarhet. 82.04.13

Provning av oarmerade betongrör, "Längre KANMAX". 82.07.01

Hållfasthetsprovning av oarmerade betongrör (KANMAX),  $\phi$ 100,  $\phi$ 150 och  $\phi$ 225. 82.07.26

Hållfasthetsprovning av oarmerade betongrör: KANMAX-PLUS  $\phi$ 400 och KANMAX  $\phi$ 400. 82.11.26

(Isgren, C., SCG, Malmö):

Provning av betongrör med PG-fog, provningsresultat.

(Alfa-PG  $\phi$ 300 och  $\phi$ 400) 82.09.24

FIGURTEXTER

- Fig 1. Flödeschema med grupper av faktorer som man har att beakta om man vill förutsäga om ett rör är bra ur hållfasthetssynpunkt.
- Fig 2. Studerad rörgeometri. Beteckningar.
- Fig 3. Studerad böjbrotbelastning.
- Fig 4. a) Studerad ringbrotbelastning.  
b) Närbesläktad belastningstyp.
- Fig 5. Spänning-deformationssamband enligt studerade materialmodeller vid dragnig av betong. a) linjärelastisk sprödbrotteori, b) idealplastisk teori, c) fiktiv sprickmodell, d) Weibull-modell.
- Fig 6. Spänning,  $\sigma$ , som funktion av rörgeometri,  $d_i/d_y$ , enligt formlerna (4), (5) och (6).
- Fig 7. Funktionen  $g(b/2R)$ , se ekv (7): spänningens beroende av lastutbredning,  $b/2R$ , enligt linjärelastisk balkteori.
- Fig 8. Spänningar i brottsnitt enligt idealplastisk teori.  
a) böjbrott, b) ringbrott.
- Fig 9. Spänning-deformationssamband enligt fiktiv sprickmodell vid dragnig av ett betongprisma. Sambanden förenklade genom linjärisering enligt (Petersson,1981).
- Fig 10. Rörets 3-dimensionella geometri ersatt med en skiva med varierande tjocklek vid böjbrotberäkning.
- Fig 11. Betongrörs böjbrotmoment (vid  $l_{ch}=380\text{mm}$ ) beräknat med fiktiv sprickmodell, som funktion av godstjocklek,  $t$ , och draghållfasthet,  $f_t$ , vid olika inre rördiameter,  $d_i (= \phi)$ .

Fig 12. Spänningsfördelning över symmetrivärsnitt. 1) enl linjär-elastisk balk-sprödbrotteori vid brottl原因, 2) enl fiktiv sprickmodell när brottzon börjar bildas, eller enl linjär-elastisk skiv-sprödbrotteori vid brottl原因, 3) enl fiktiv sprickmodell vid brottl原因.

Fig 13. Rörtvärsnitt modellerad som: a) en skiva, b) en krökt balk + momentfjädrar.

Fig 14. Balk analyserad för att bestämma egenskaper hos momentfjädrar.

Fig 15. Betongrörs ringbrottl原因 (vid  $l_{ch} = 380\text{mm}$ ) enligt fiktiv sprickmodell, som funktion av godstjocklek,  $t$ , och draghållfasthet,  $f_t$ , vid olika inre rördiameter  $d_i (= \phi)$ , med tabell för approximativt beaktande av lastens eventuella utbredning.

Fig 16. Antagen hållfasthetsspridning: frekvensfunktionen för, eller derivatan av, Weibulls fördelningsfunktion vid  $m=14$ .

Fig 17. Initialspänningar.

Fig 18. Procentuell reduktion i ringbrottl原因 p g a initialspänningar. (Enl fiktiv sprickmodell.)

Fig 19. Dragning av betongprisma. Procentuell reduktion i brottl原因 p g a initialspänningar. (Enl fiktiv sprickmodell.)

Fig 20. Jämförelse mellan olika metoder att beakta "linjelasts" utbredning: ekv (7), (se Fig 7), och ekv (1a).

Fig 21. Exempel ( $t/l_{ch} = 0.10$  och  $0.40$ ) på storleken av kompensation för inverkan av normalkraft och olika spänningsfördelning, som funktion av rörageometri. Se avsnitt 4.3.

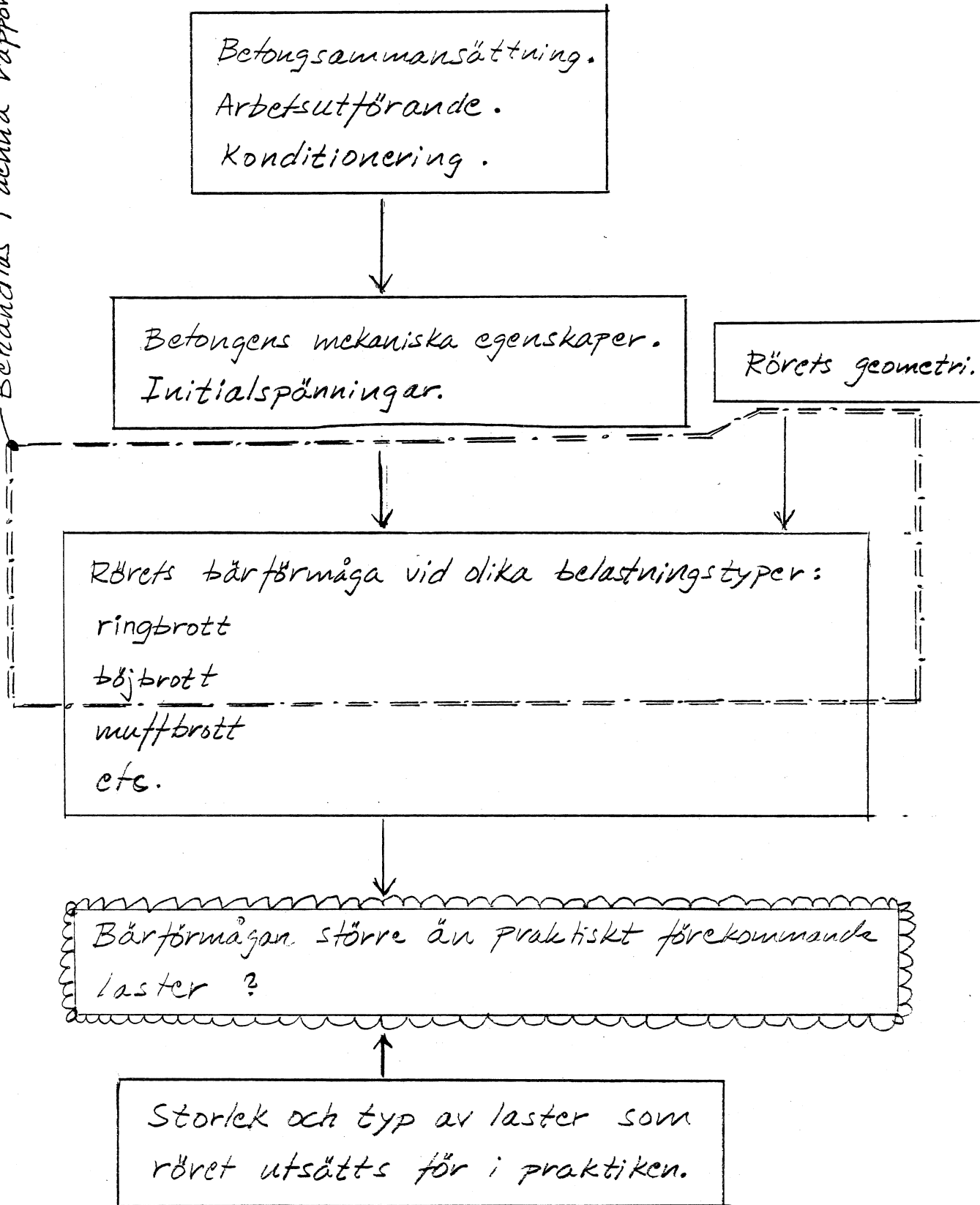
Fig 22. Betongrörs brottböjmoment vid  $m=14$  och vid punktlast i symmetrisnittet beräknat med Weibull-modell, ekv (24), som funktion av godstjocklek,  $t$ , och draghållfasthet,  $f_t$ , vid olika inre rördiameter,  $d_i (= \phi)$ . Beteckningar: se Fig 11.

Fig 23. Betongrörs ringbrottlast vid  $m=14$  beräknat med Weibull-modell som funktion av godstjocklek,  $t$ , och draghållfasthet,  $f_t$ , vid olika inre rördiameter,  $d_i (= \phi)$ . Beteckningar: se Fig 15.

Fig 24. Analytiska uttryck för brottmoment,  $M_{brott}$ , enl Weibull-modell, som funktion av hållfasthetsspridning,  $m$ , draghållfasthet,  $f_t$ , och rörgeometri,  $l$ ,  $d_i$ ,  $d_y$ , vid olika belastningstyper. Beräknat från (21) och (22). Jmf 5.2.

Fig 25. Olika böjbelastningstyper med tillhörande momentdiagram och tillhörande diagram över relativ sannolikhet för brottsnittets läge. (Enl Weibull-modell med  $m=14$ .)

Behandlas i denna rapport.



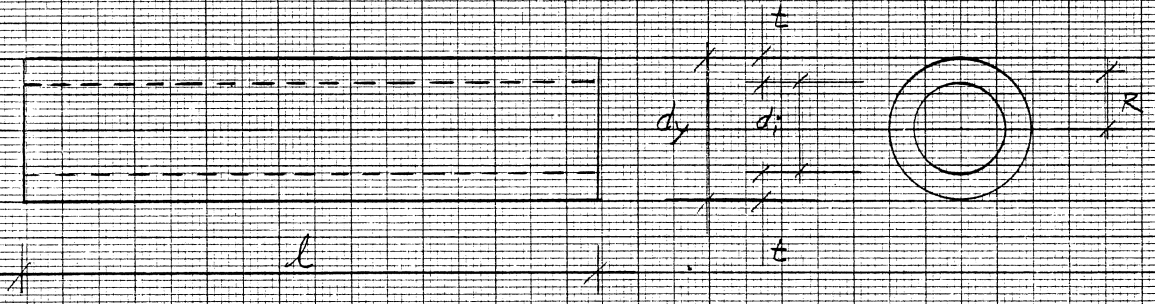



Fig. 2

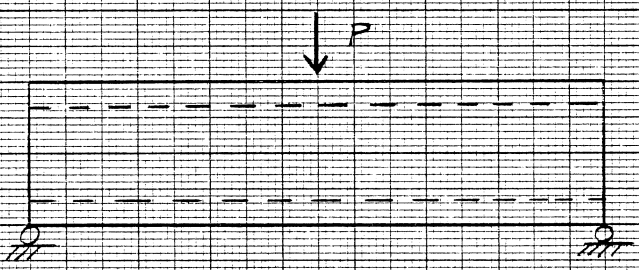


Fig. 3

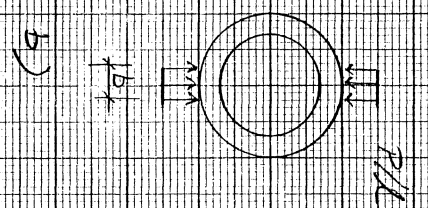
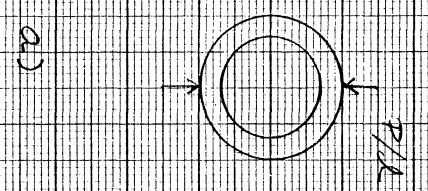
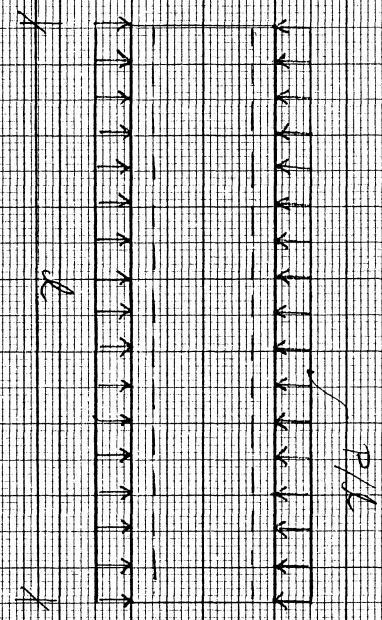


Fig 4



Fig 5

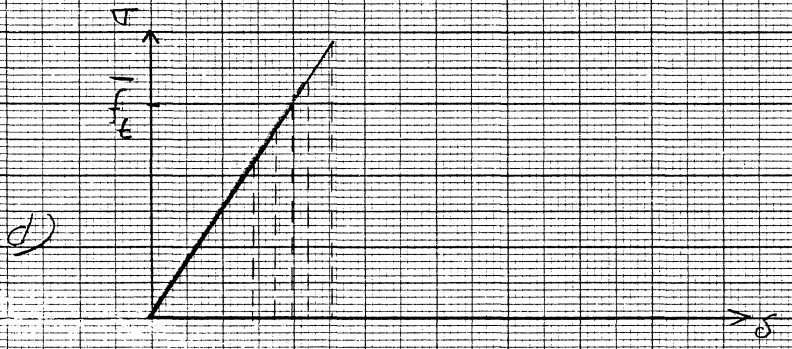
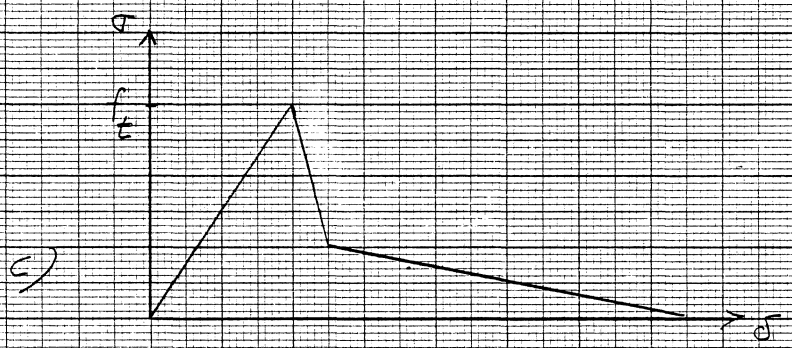
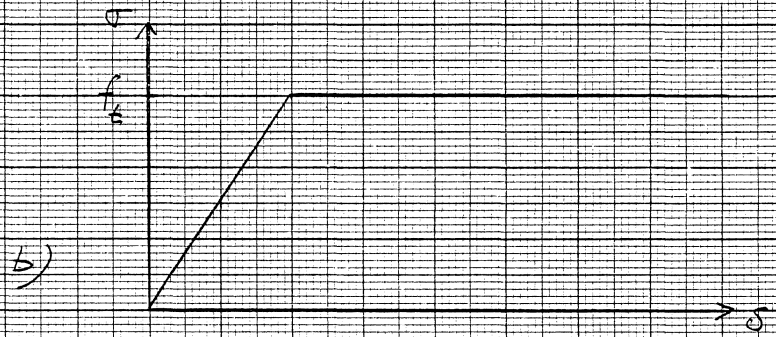
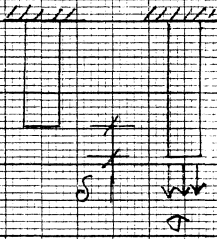
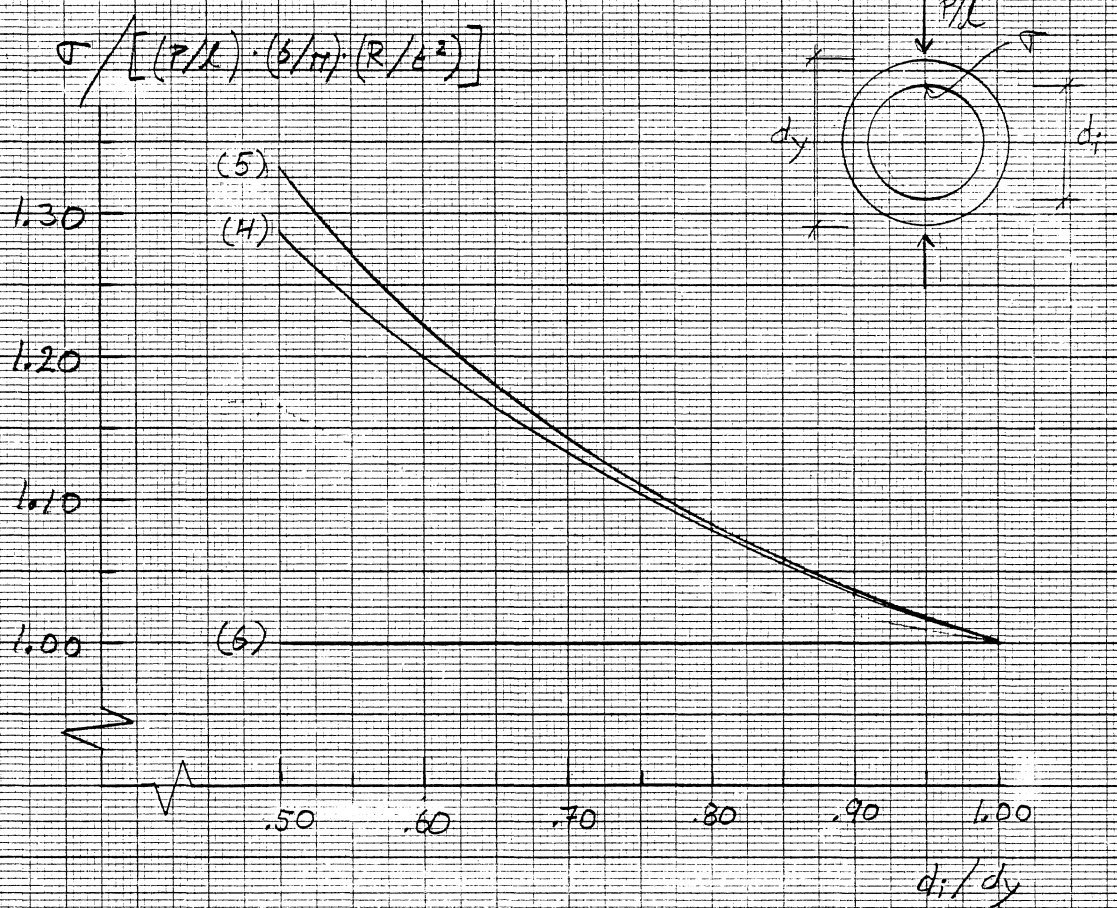


Fig 6



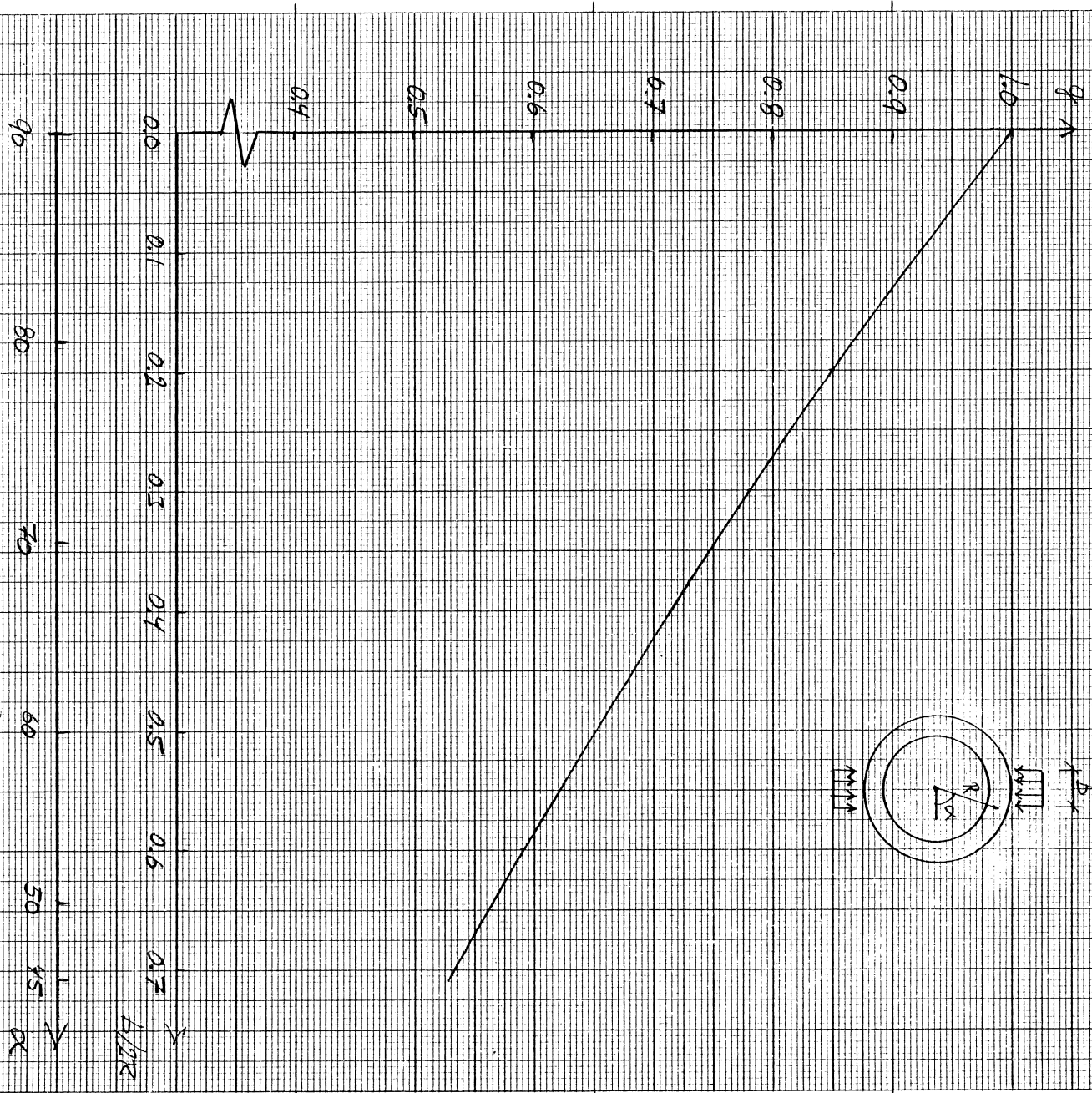
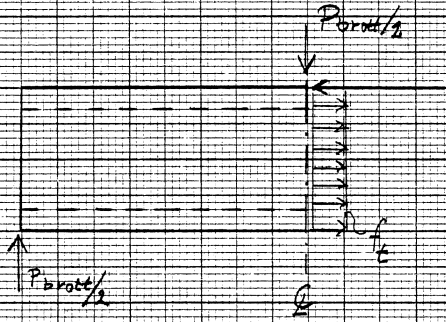


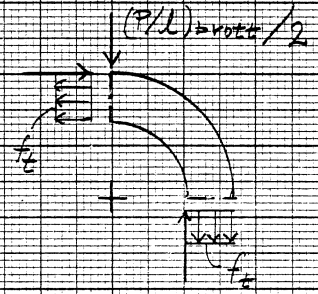
Fig 7



Fig 8

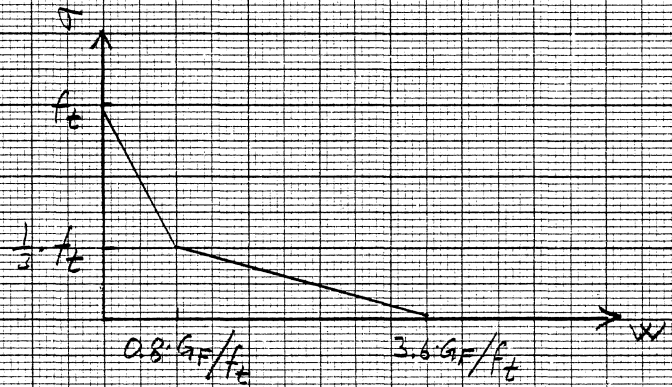
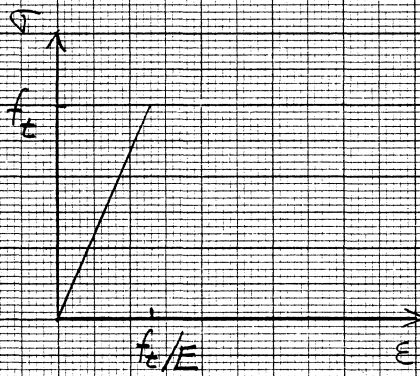
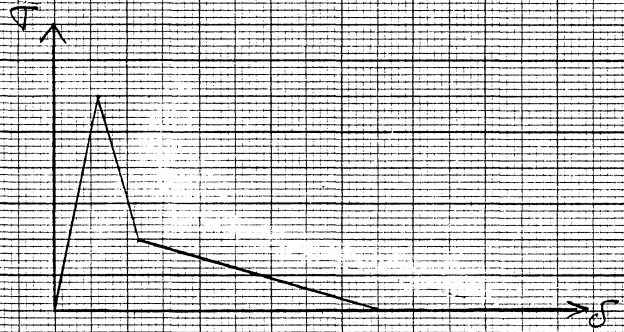
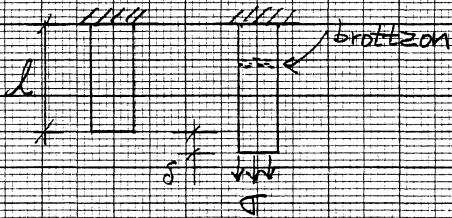


a)



b)

Fig 9



Innan brottkriteriet ( $\sigma_{max} = f_c$ ) uppnått:  $\delta(\sigma) = E(\sigma) \cdot l$

Sedan — " — :  $\delta(\sigma) = E(\sigma) \cdot l + w(\sigma)$

Fig 10

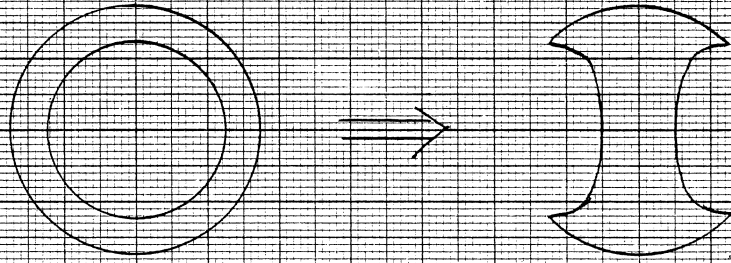
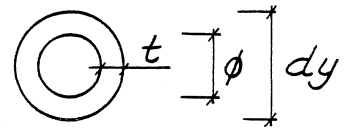
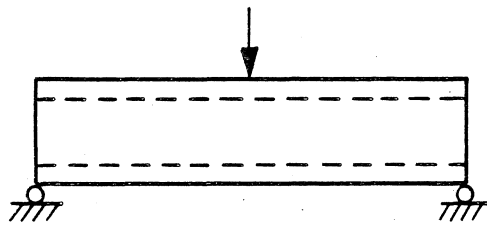


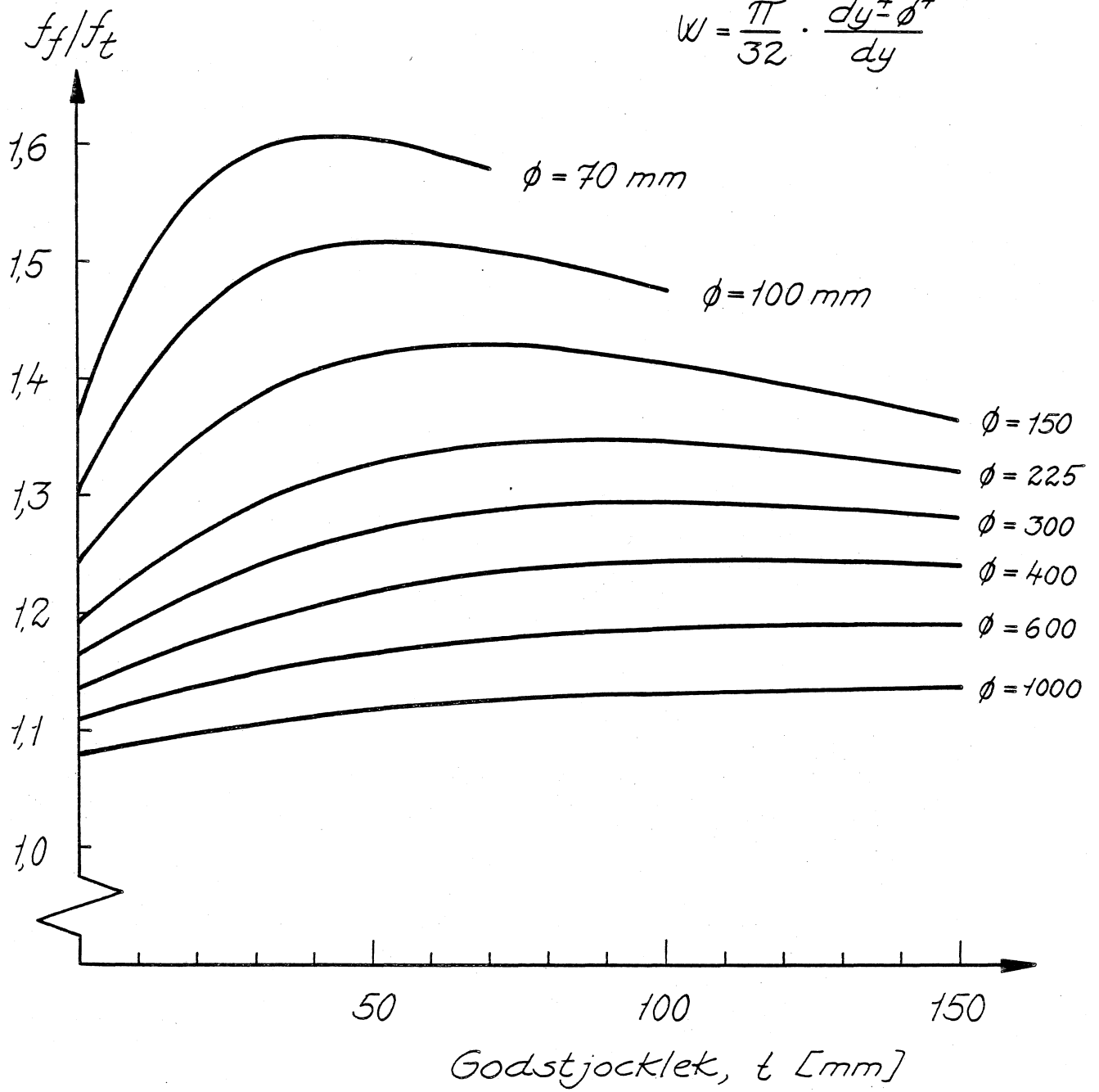
Fig. 11

$l_{ch} = 380 \text{ mm}$



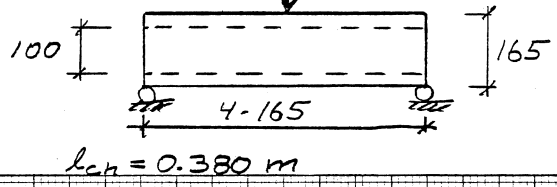
$$f_f = M_{brott} / W$$

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{dy^4 - \phi^4}{dy}$$

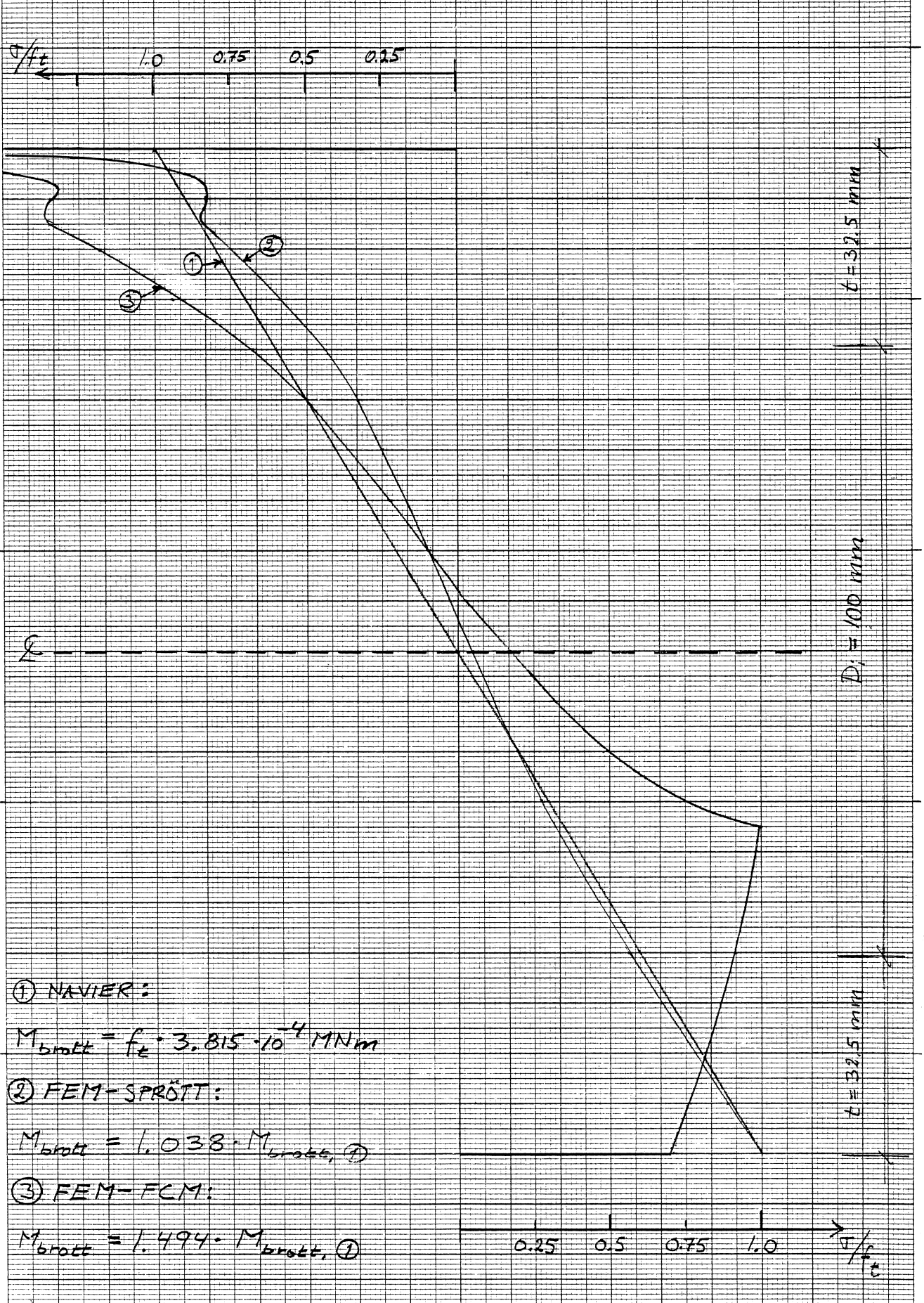




PÅKÄNNINGAR I  
BROTTSNITT.  
BROTTMOMENT.



FEM-beräkning;  
KANMAX 100



① NAVIER:

$$M_{brött} = f_t \cdot 3.815 \cdot 10^{-4} \text{ MNm}$$

② FEM-SPRÖTT:

$$M_{brött} = 1.038 \cdot M_{brött, ①}$$

③ FEM-FCM:

$$M_{brött} = 1.494 \cdot M_{brött, ①}$$



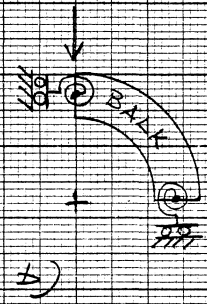
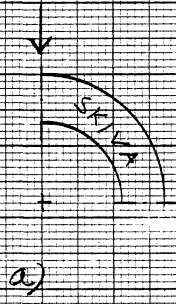



Fig 13

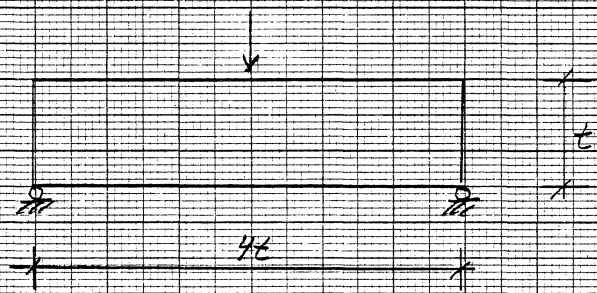


Fig 14

Fig 15

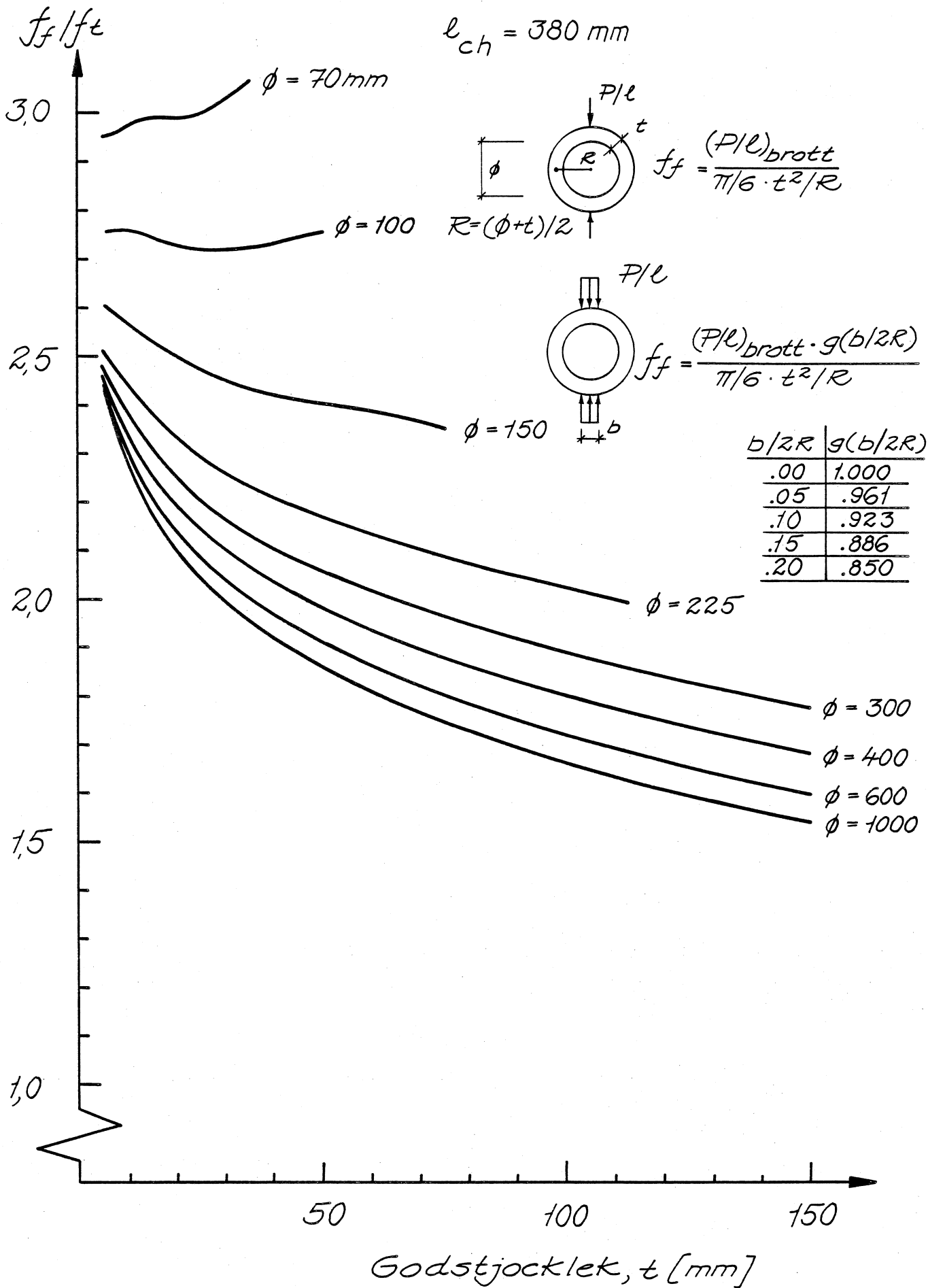


Fig 16

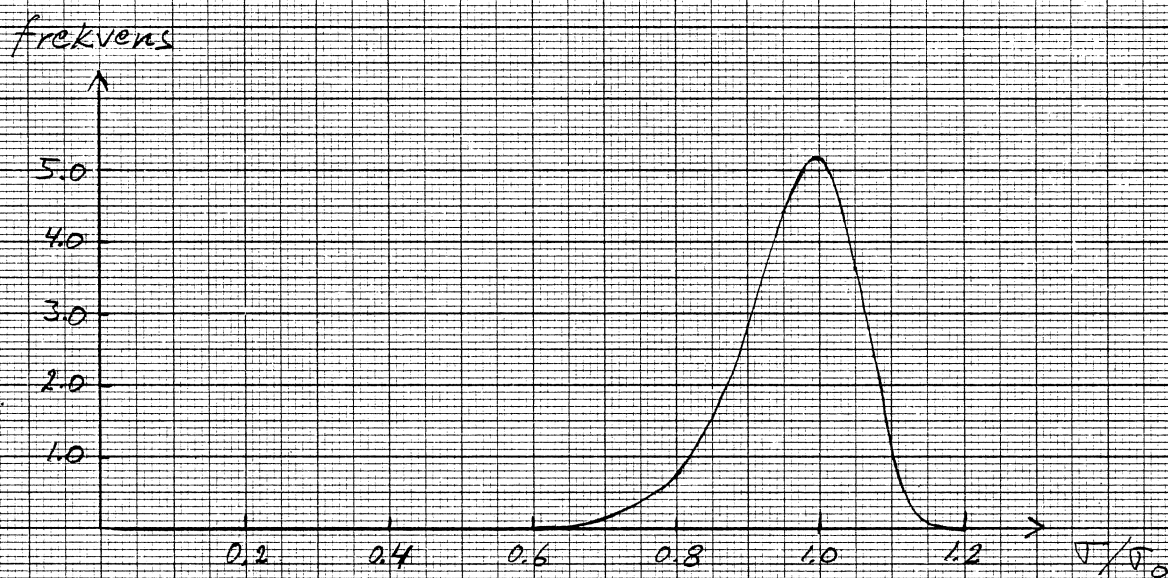


Fig 17

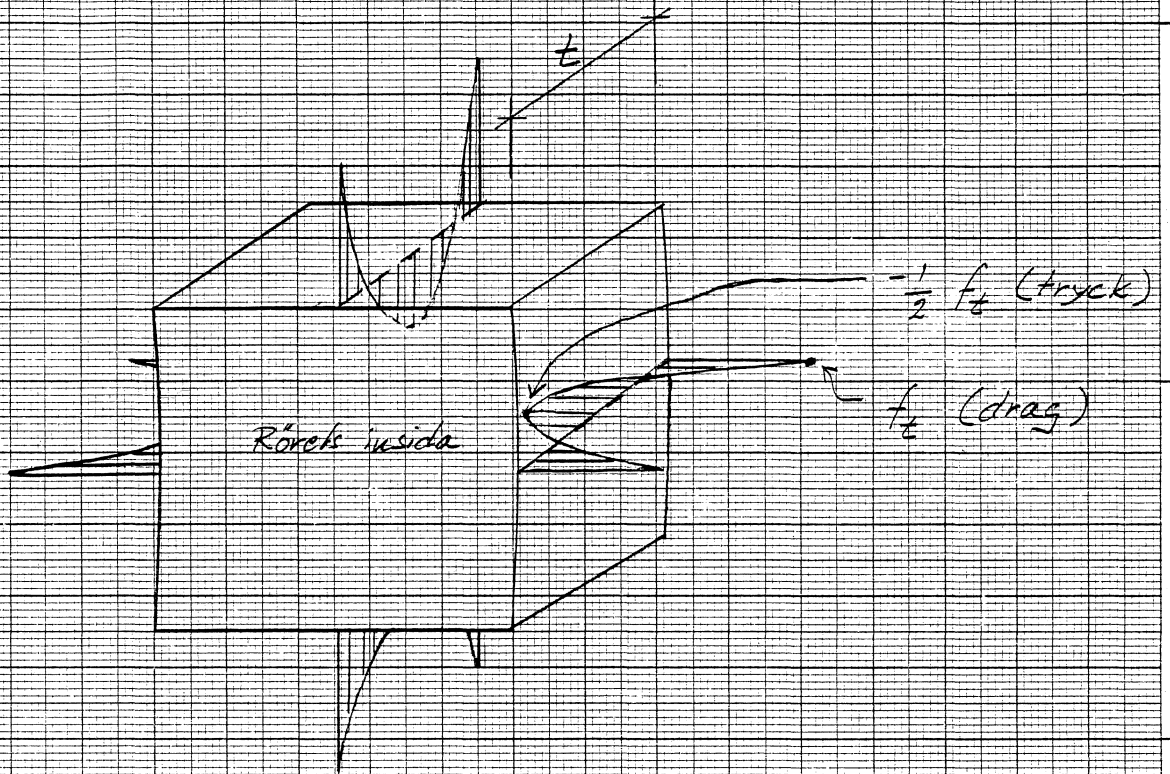
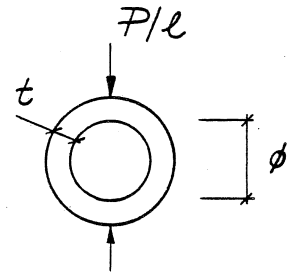


Fig 15

$l_{ch} = 380 \text{ mm}$   
 $70 \text{ mm} \leq \phi \leq 1000 \text{ mm}$   
 $t/\phi < 0,5$



Initialspänningar:

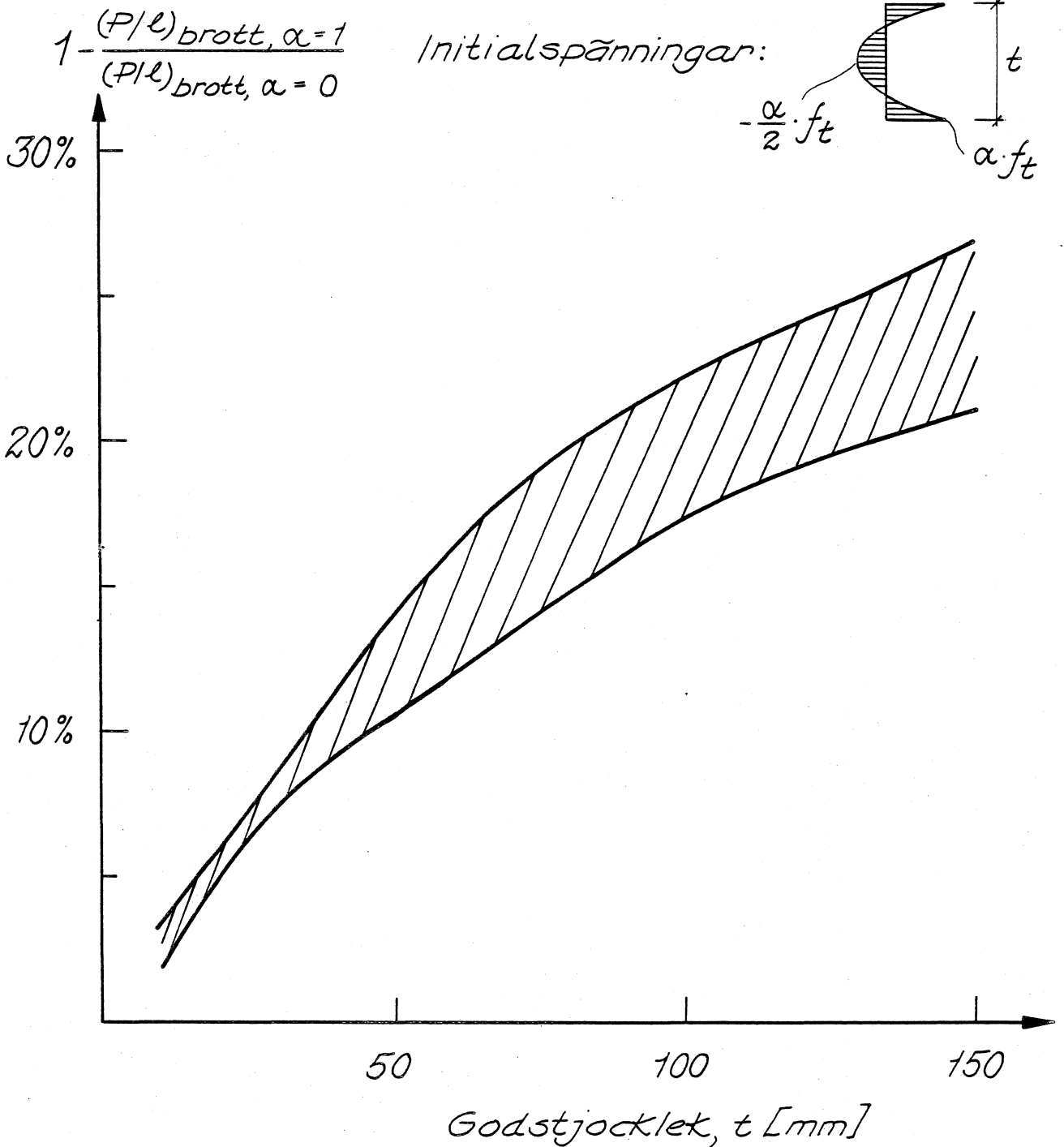
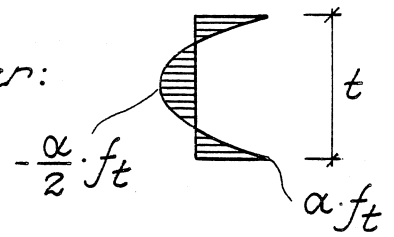




Fig 19

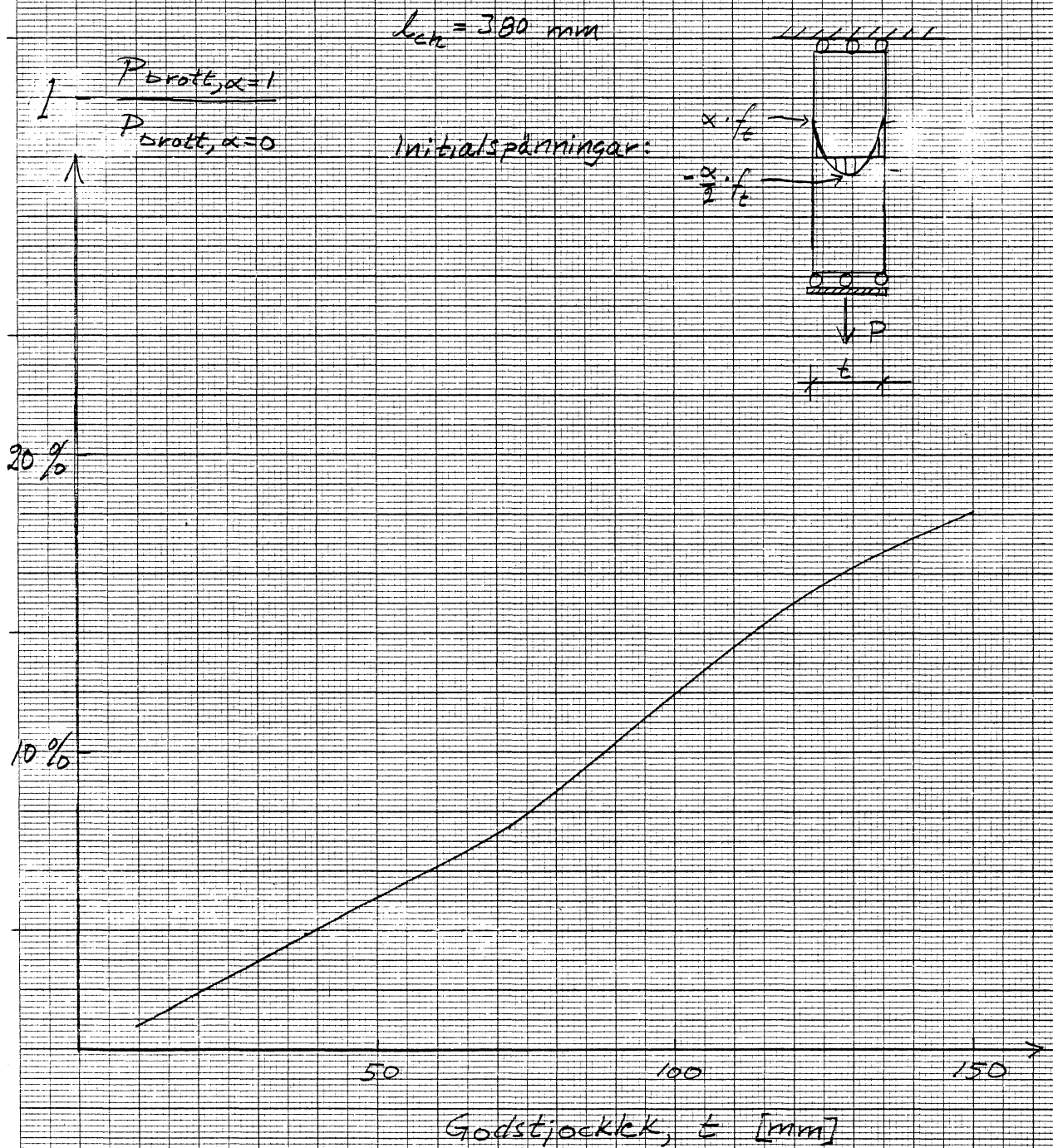


Fig 20

$$\frac{(P/L)_{brott, b/2R=0}}{(P/L)_{brott, b/2R}}$$

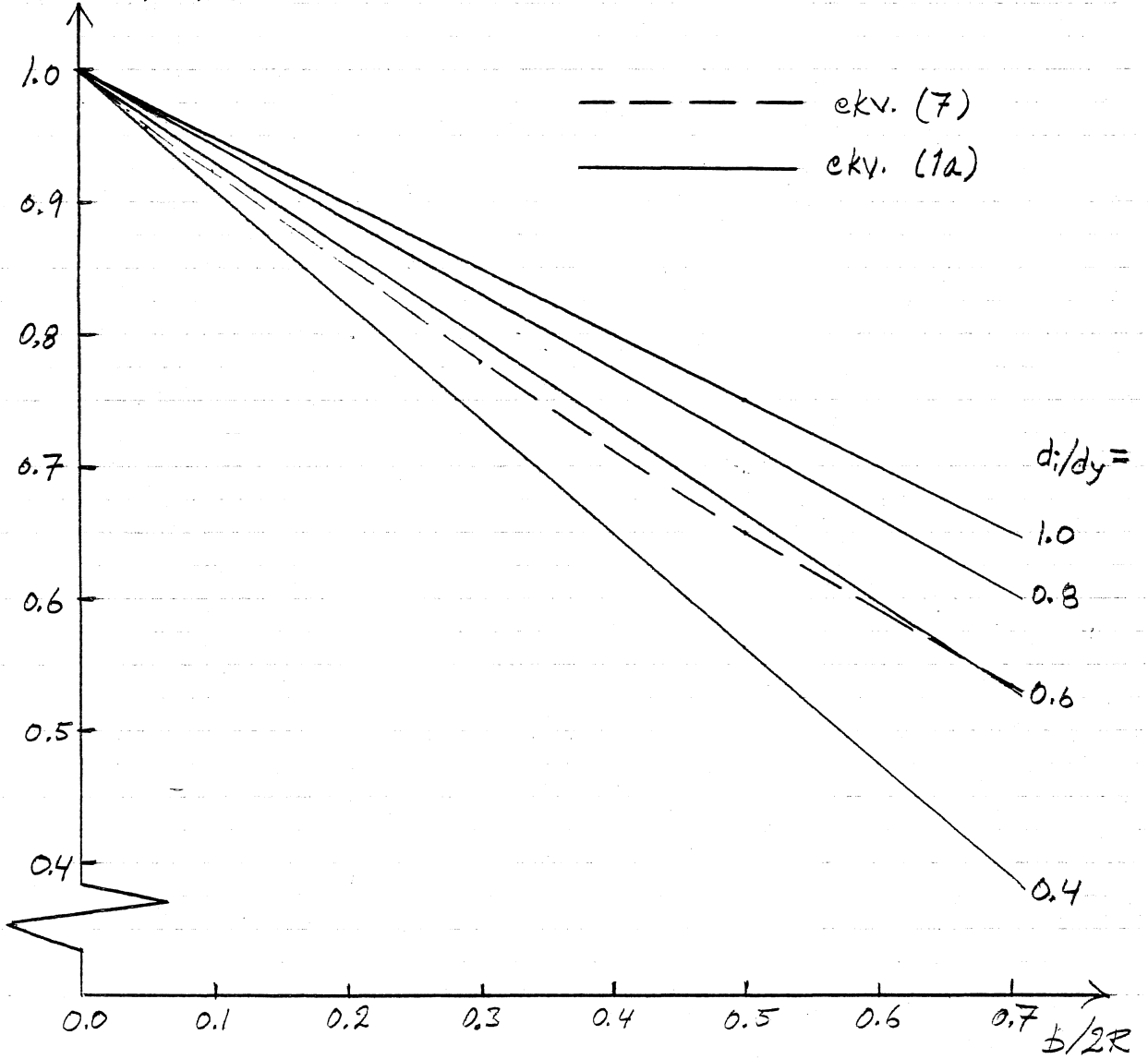


Fig 21

$(P/l)_{\text{brott}}$  efter kompensation  
 $(P/l)_{\text{brott}}$  före kompensation

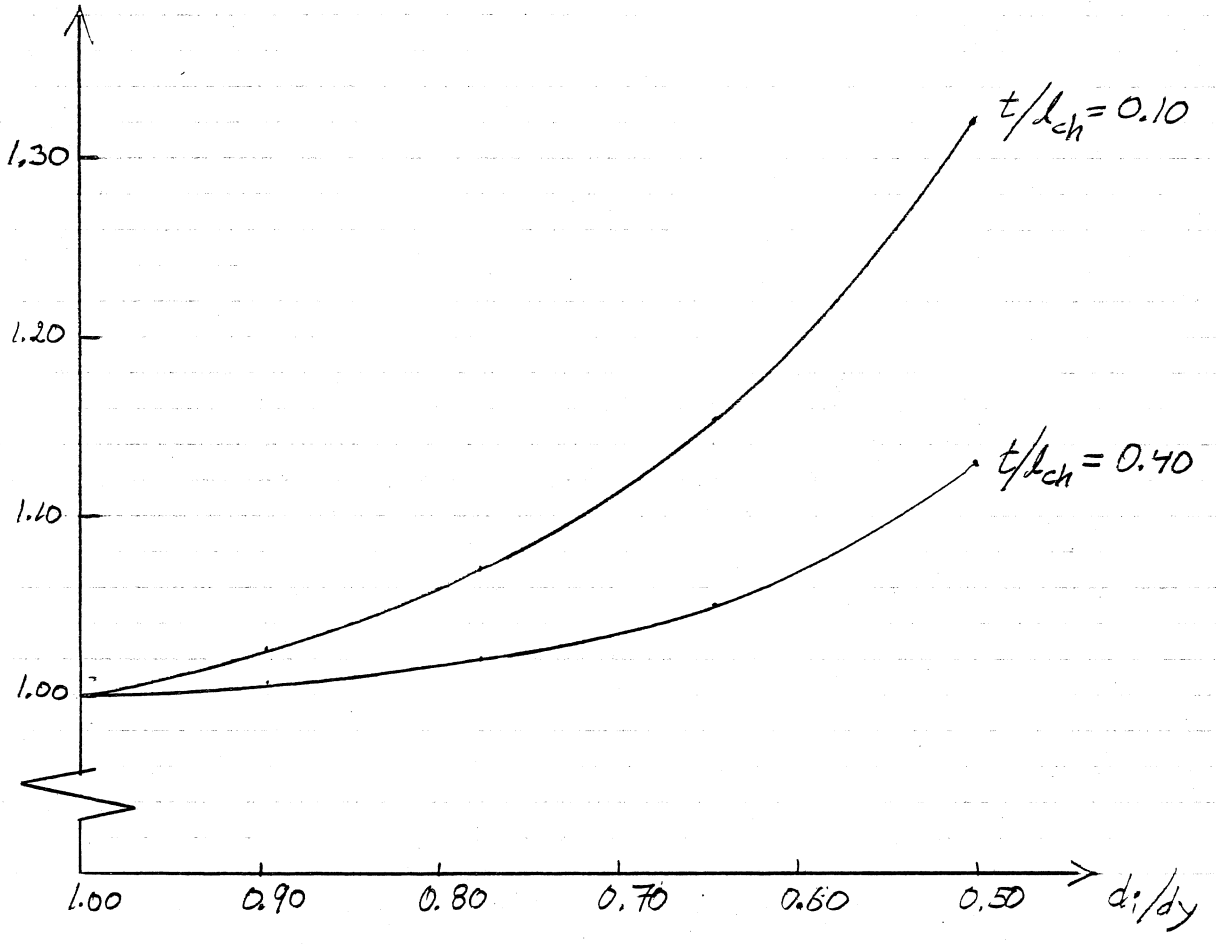




Fig 22

$m = 14$

Rörlängd = 1.0 m

$V_{\text{prisma}} = 0.05 \cdot 0.05 \cdot 0.08 \text{ m}^3$

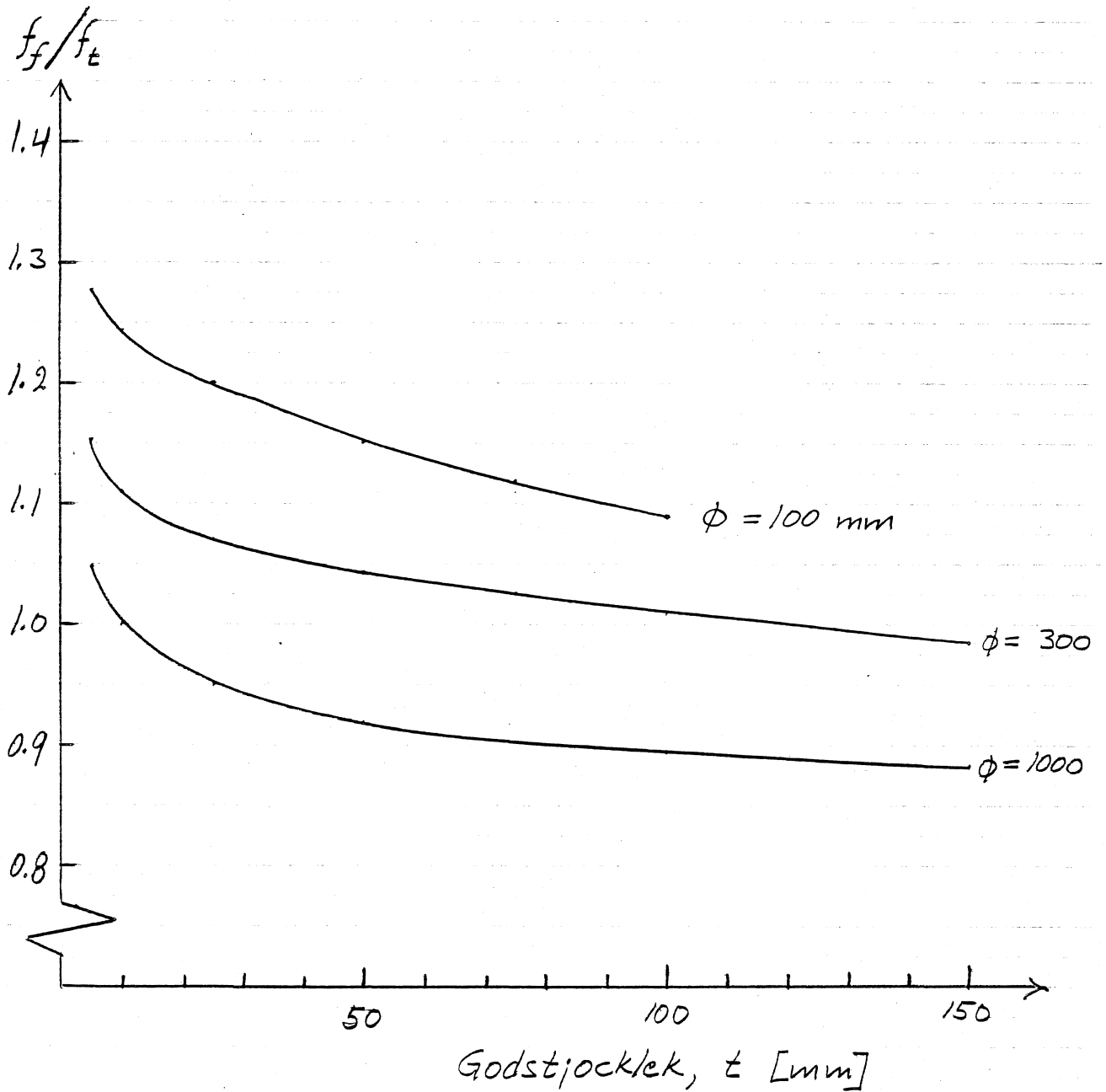


Fig 23

$f_f/f_t$

3.0

2.5

2.0

1.5

1.0

$$f_f = (P/L)_{\text{brott}} / (\pi/16 \cdot t^2/R)$$

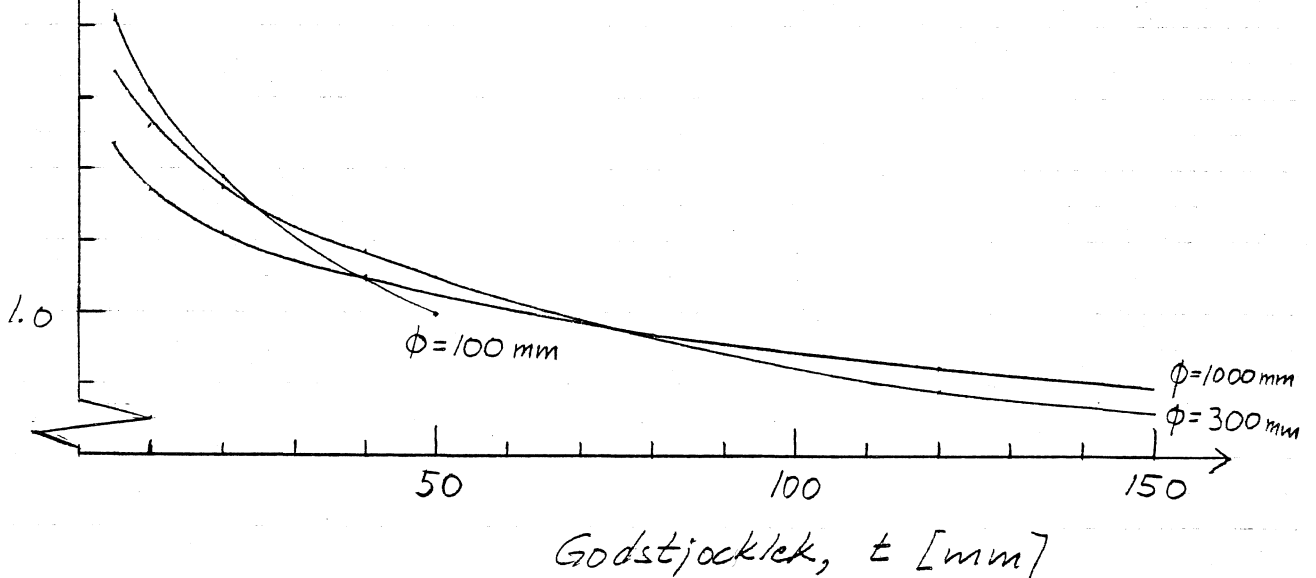
$$f_f/f_t = \frac{1}{f(R/t)} \cdot \left\{ \frac{V_{\text{prisma}}}{V_{\text{rör}}} \right\}^{1/4} \cdot \gamma^{1/4}$$

$f(R/t)$  enl. (4)

$m = 14$

Rörlängd = 1.0 m

$V_{\text{prisma}} = 0.05 \cdot 0.05 \cdot 0.08 \text{ m}^3$



$$M_{brott} = f_t \cdot W \cdot \left\{ \frac{V_{prisma}}{\int_{y_b} (\sigma/\sigma_k)^m dv} \right\}^m$$

Uppdelning av volymsintegralen ger:

$$\int_{y_b} (\sigma/\sigma_k)^m dv = 2 \int_0^{l/2} \left( \frac{M(x)}{M_{mitt}} \right)^m dx \cdot \int_{d/2}^{d_y/2} r \cdot \left( \frac{r}{d_y/2} \right)^m dr \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos \alpha)^m d\alpha$$

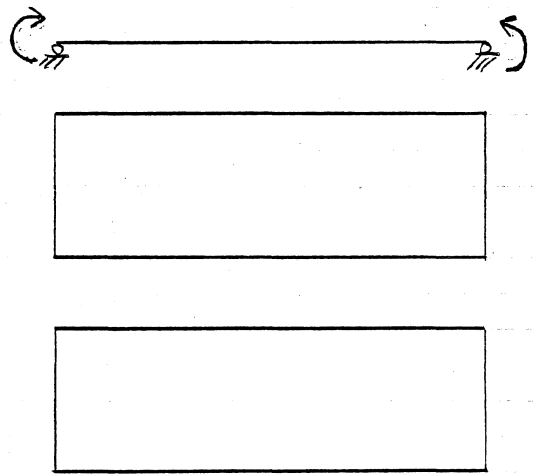
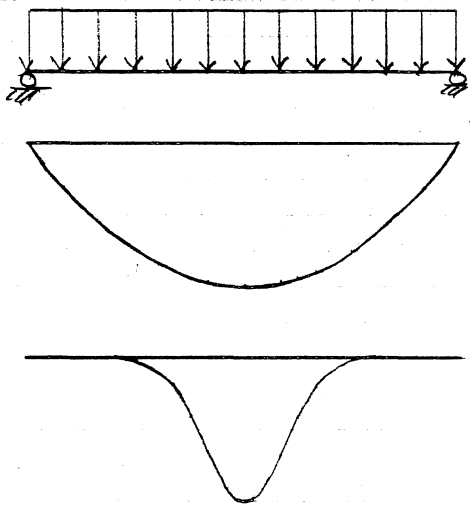
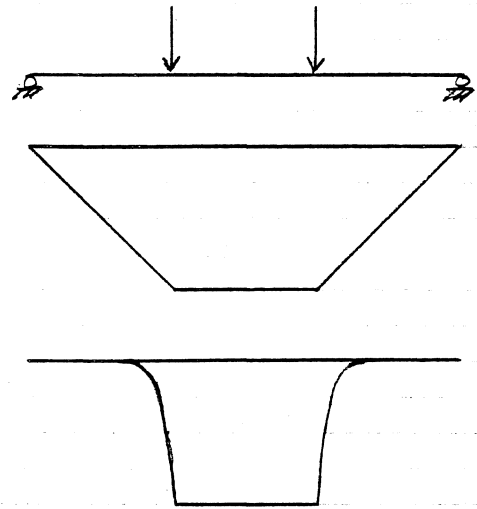
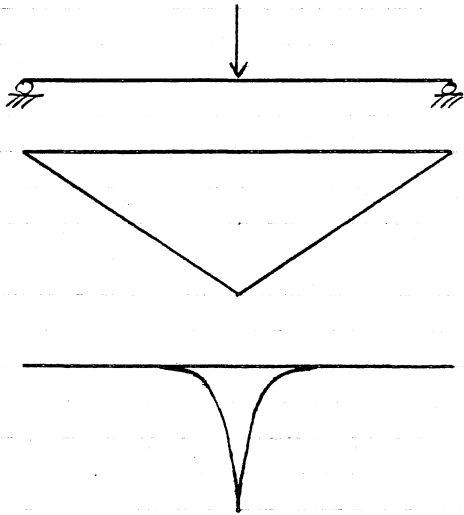
Integration ger:

$$\int_{d/2}^{d_y/2} r \left( \frac{r}{d_y/2} \right)^m dr = d_y^2 \cdot \frac{(1 - (d/d_y)^{m+2})}{4(m+2)}$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos \alpha)^m d\alpha = \begin{cases} \pi \cdot \frac{m!}{2^m \left(\frac{m}{2}!\right)^2} & \text{för } m = 2, 4, 6, 8, \dots \\ \frac{2^m \left(\frac{m-1}{2}!\right)^2}{m!} & \text{för } m = 1, 3, 5, 7, \dots \end{cases}$$

$$2 \int_0^{l/2} \left( \frac{M(x)}{M_{mitt}} \right)^m dx = \begin{cases} l \cdot \frac{1}{(m+1)} & \text{vid punktlast i symmetrisnittet} \\ l \cdot \frac{(m+3)}{3(m+1)} & \text{vid punktlaster i } 1/3 \text{ punkter} \\ l \cdot \left[ \frac{2^{2m+1}}{(2m+1)} \prod_{r=1}^m \frac{(m+1-r)}{(m+r)} - \frac{1}{(m+1)} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^m \left[ \prod_{r=1}^i \frac{(m-r+1)}{(m+r+1)} \right] \right\} \right] & \text{vid jämt fördelad last} \\ l & \text{vid punktmoment i rötets ändpunkter, dvs konstant böjmoment längs röret.} \end{cases}$$

Fig 25



$t/d_i$	$d_i/d_y$	$R/t$
0.00	1.000	$\infty$
0.10	0.833	5.50
0.20	0.714	3.00
0.30	0.625	2.17
0.40	0.556	1.75
0.50	0.500	1.50

	$R/t$	$d_i/d_y$	$t/d_i$
$R/t =$	$R/t$	$\frac{1 + d_i/d_y}{2(1 - d_i/d_y)}$	$\frac{1 + t/d_i}{2t/d_i}$
$d_i/d_y =$	$\frac{2R/t - 1}{2R/t + 1}$	$d_i/d_y$	$\frac{1}{1 + 2t/d_i}$
$t/d_i =$	$\frac{1}{2R/t - 1}$	$\frac{1 - d_i/d_y}{2d_i/d_y}$	$t/d_i$

TABELL 1. Samband mellan kvoter som beskriver ett rörtvärnsnitts geometriska form.

$$\frac{(P \cdot l/4)_{\text{brott}}}{(\pi/32 \cdot f_t \cdot (d_y^4 - d_i^4)/d_y)}$$

$d_i/d_y$	0.90909	0.83333	0.66667	0.55556	0.40000
$d_i/l_{ch}$					
0.0625	1.6035	1.6565	1.7728	1.8396	1.8935
0.125	1.4742	1.5253	1.6222	1.6745	1.7032
0.250	1.3582	1.3988	1.4817	1.5195	1.5196
0.500	1.2543	1.2919	1.3594	1.3780	1.2415
1.000	1.1793	1.2112	1.2515	1.2433	1.2053
2.000	1.1311	1.1502	1.1555	1.1375	1.1137
4.000	1.0925	1.1017	1.0848	1.0703	1.0624
8.000	1.0626	1.0525	1.0362	1.0410	1.0530

TABELL 2. Böjbrottlaster, teoretiskt beräknade enligt avsnitt 4.2.

$$\frac{(P/l)_{\text{brott}}}{(\pi/6 \cdot f_t \cdot t^2/R)}$$

$d_i/d_y$	0.99900	0.89474	.77778	.64706	.50000
$t/l_{ch}$					
0.025	2.2521	2.5476	3.0058	3.4246	4.0120
0.050	2.0700	2.2495	2.5623	2.9948	3.5490
0.100	1.8727	1.9791	2.1593	2.4771	2.9889
0.200	1.6716	1.7274	1.8210	1.9924	2.3418
0.400	1.4819	1.5007	1.5389	1.6119	1.7723
0.800	1.3177	1.3154	1.3178	1.3330	1.3815
1.600	1.1982	1.1814	1.1627	1.1453	1.1366
3.200	1.1256	1.1008	1.0712	1.0374	0.9994

TABELL 3. Ringbrottlaster, teoretiskt beräknade enligt avsnitt 4.3.

$(P/l)_{\text{brott}} / (\pi/6 \cdot f_t \cdot t^2/R)$					
$d_i/d_y$	0.99900	0.89474	0.77778	0.64706	0.50000
$t/l_{\text{ch}}$					
0.025	2.1809	2.4904	2.9217	3.3202	3.8853
0.050	1.9402	2.1395	2.4455	2.8317	3.3387
0.100	1.6552	1.7770	1.9640	2.2519	2.6832
0.200	1.3269	1.3931	1.4963	1.7006	1.9868
0.400	0.9761	1.0229	1.1149	1.2482	1.3850
0.800	0.6387	0.6442	0.6536	0.6738	0.7300
1.600	0.4271	0.4437	0.4672	0.4810	0.4918
3.200	0.2039	0.2434	0.2390	0.2356	0.2287

TABELL 4. Ringbrottlaster, teoretiskt beräknade enligt avsnitt 4.3 med hänsyn tagen till initialspänningar enligt avsnitt 6.2.

Serie nr	Brottstyp	Antal prov	Godstjocklek t (mm)	Inre diam. $d_i$ (mm)	Medelvärde <sup>1)</sup> , brottlast, $f_f$ (MPa)
1	Böj	4	34.6	100	7.38
2	Böj	4	31.3	150	6.75
3	Böj	1	33.8	225	6.56
4	Ring	4	35.0	225	11.00
5	Ring	4	55.2	400	9.62

Serie nr	Betongens draghållfasthet, $f_t$ (MPa), enligt:				
	elast., exakt <sup>2)</sup>	elast., appr. <sup>3)</sup>	Plast.	fikt.sprick.	Weibull
1	7.38	7.38	2.49	4.92	6.25
2	6.75	6.75	2.53	4.87	5.91
3	6.56	6.56	2.61	5.05	6.00
4	12.06	11.00	2.49	4.92	9.97
5	10.45	9.62	2.21	4.91	9.31
Medelv.	8.6	8.3	2.5	4.9	7.5
Spridn.	29 %	24 %	6 %	1 %	24 %

1) Brottlasterna uttryckta som  $M_{\text{brott}} / (\pi/32 \cdot (d_y^4 - d_i^4) / d_y)$  resp  $(P/l)_{\text{brott}} \cdot g(b/2R) / (\pi/6 \cdot t^2/R)$ .

2) Ringbrott enl (8)

3) " enl (9)

TABELL 5. Försöksresultat och jämförelse mellan beräkningsmodeller, se vidare avsnitt 7.



Serie nr	Brott-typ	Antal prov	Godstjocklek t (mm)	Inre diam. d <sub>i</sub> (mm)	Medelvärde <sup>1)</sup> brottlast, f <sub>f</sub> , (MPa)
1	Ring	36	33	300	7.4
2	Ring	36	22	150	8.3

Serie nr	Betongens draghållfasthet, f <sub>t</sub> (MPa), enligt:				
	elast.exakt <sup>2)</sup>	elast.,appr. <sup>3)</sup>	plast.	fiktiv. sprickm.	Weibull <sup>4)</sup>
1	7.94	7.40	1.75	3.44	6.35
2	9.05	8.30	1.90	3.33	6.70
Medelv.	8.5	7.9	1.8	3.4	6.5
Spridn.	9 %	8 %	6 %	2 %	4 %

1) Det antages att brottlasterna, i referensen uttrycktes som  $(P/2)_{\text{brott}} \cdot g(b/2R)/(\pi/6 \cdot t^2/R)$

2) Enligt (8)

3) Enligt (9)

4) Cylindrarnas längd okänd, men här antagen vara 0.5 m.

TABELL 6. Äldre försöksresultat och jämförelse mellan beräkningsmodeller, se vidare avsnitt 7.