



# LUND UNIVERSITY

## Inledande laboration i samplade system

Åström, Karl Johan

1980

*Document Version:*  
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Åström, K. J. (1980). *Inledande laboration i samplade system*. (Technical Reports TFRT-7202). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

*Total number of authors:*

1

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00

INLEDANDE LABORATION I  
SAMPLADE SYSTEM

K J ÅSTRÖM

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK  
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA  
SEPTEMBER 1980

<b>LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY</b> DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL Box 725 S 220 07 Lund 7 Sweden		Document name REPORT	
		Date of issue September 1980	
		Document number CODEN:LUTFD2/(TFRT-7202)/0-042/(1980)	
Author(s) Karl Johan Åström		Supervisor	
		Sponsoring organization	
Title and subtitle Inledande laboration i samplade system (Laboratory experiments in Digital control)			
Abstract Laboratory experiments in digital control are described. The experiments make use of a simulated motor, the ball and beam process on LSI-11 with a process interface and the MISO-regulator. The report contains the instruction to the students as well as a detailed manual for the experiments.			
Key words			
Classification system and/or index terms (if any)			
Supplementary bibliographical information			
ISSN and key title			ISBN
Language Swedish	Number of pages 42	Recipient's notes	
Security classification			

DOKUMENTATABLAD RT 3/81

Distribution: The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

# INLEDANDE LABORATION I SAMPLADE SYSTEM

## ASSISTENTANVISNING

K J Åström

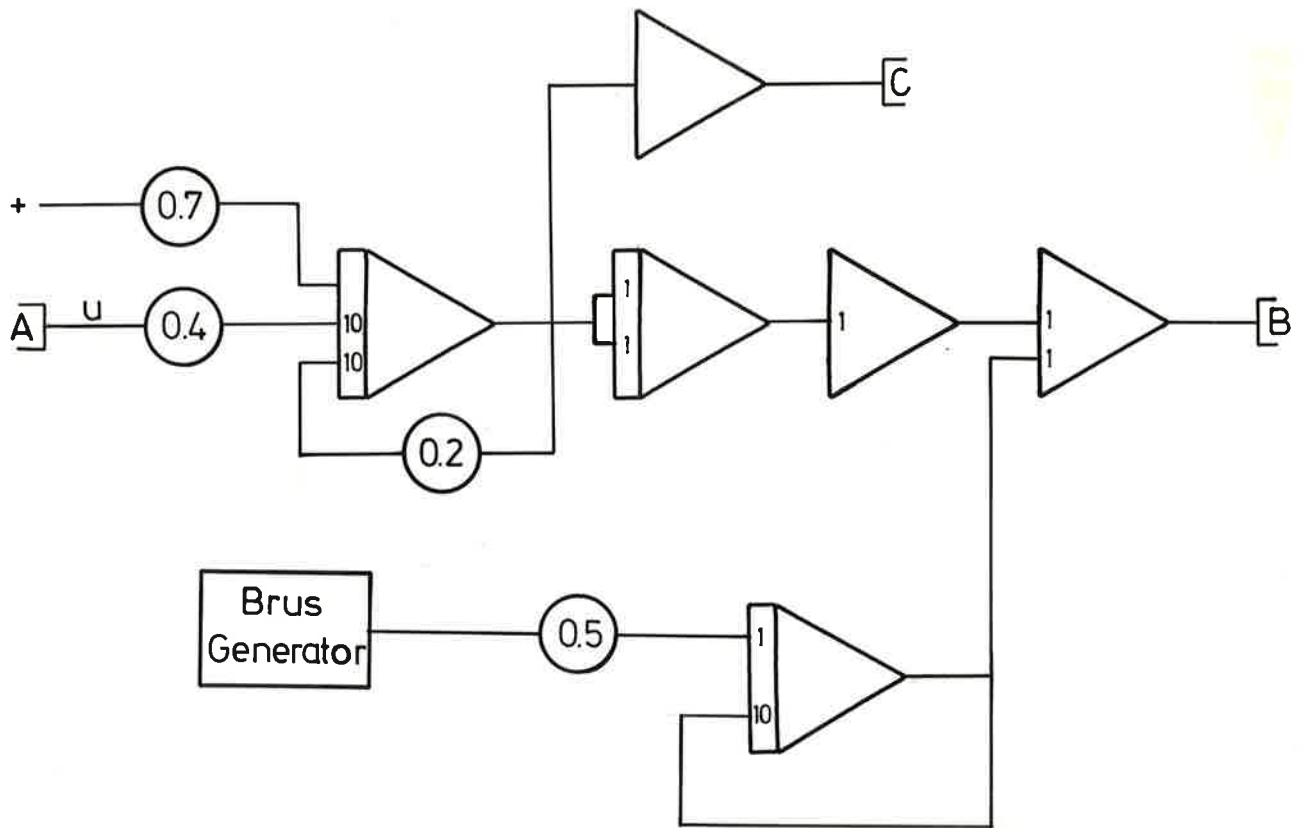
INNEHÅLLSFÖRTECKNING	Sida
1. Inledning	2
2. Kopplingsanvisningar	3
3. Sampling av modellen	4
4. Pulsöverföringsfunktionen	6
5. Kontinuerlig dimensionering - samplad realisering	7
6. Samplad dimensionering I - dead-beat styrning genom tillståndsåterkoppling	10
7. Samplad dimensionering II - dead-beat styrning endast utsignalen mätbar	13
Approximativ differentiering	13
Polynomsyntes	14
Dead-beat med förkortning av nollstället	15
Polplacering som ger ett slutet system vars poler har dämpningen $\zeta = 0.707$	16
8. Strategier med integration	19
Kontinuerlig dimensionering - samplad realisering	19
Dead-beat regulator med utsignalåterkoppling	23
9. Framkoppling	24
10. Bommen	26

## 1. INLEDNING

I denna rapport ges underlag för genomförande av den inledande laborationen i samplade system. Avsikten är att laborationen skall vara mindre bunden än laborationen i AK och det är därför nödvändigt att ha fylligare assistentanvisningar.

## 2. KOPPLINGSANVISNINGAR

Ett schema för analogmaskinkopplingen ges nedan.

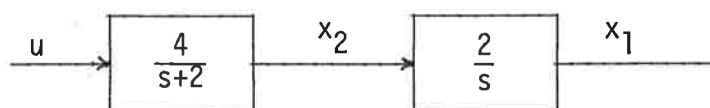


Figur 1. Analogmaskinschema för processen. Anslutningen till datorn kan göras som

$$\begin{array}{ll}
 y_r / 0 + & u / 0 \\
 y_1 / 1 + & \text{trig} / 1 \\
 y_2 / 2 + & 
 \end{array}$$

### 3. SAMPLING AV MODELLEN

Inför tillståndsvariabler enligt figuren



Figur 2

Processen kan då beskrivas med ekvationerna

$$\frac{dx_1}{dt} = 2x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -2x_2 + 4u$$

$$y = x_1$$

eller i matrisform

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Dynamikmatrisen har egenvärdena

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = -2$$

Eftersom dynamikmatrisen är av andra ordningen, gäller för en godtycklig matrisfunktion

$$f(A) = \alpha_0 I + \alpha_1 A$$

där

$$f(0) = \alpha_0$$

$$f(-2) = \alpha_0 - 2\alpha_1$$

Speciellt finner vi för exponentialfunktionen  $f(x) = e^{xt}$

$$e^0 = \alpha_0$$

$$e^{-2t} = \alpha_0 - 2\alpha_1$$

dvs

$$\alpha_0 = 1$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} (1 - e^{-2t}).$$

Således

$$e^{At} = \begin{pmatrix} 1 & 1 - e^{-2t} \\ 0 & e^{-2t} \end{pmatrix}$$

På samma sätt finner vi för funktionen

$$f(x) = \int_0^t e^{xs} ds$$

$$\int_0^t e^{As} ds = \begin{pmatrix} t & t - \frac{1}{2} (1 - e^{-2t}) \\ 0 & \frac{1}{2} (1 - e^{-2t}) \end{pmatrix}$$

Vi finner således att den samplade modellen kan skrivas som

$$x(t+1) = \begin{pmatrix} 1 & 1-a \\ 0 & a \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 4h - 2(1-a) \\ 2(1-a) \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

där

$$a = \exp(-2h).$$



#### 4. PULSÖVERFÖRINGSFUNKTIONEN

Pulsöverföringsfunktionen ges av

$$\begin{aligned}
 H(z) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z-1 & a-1 \\ 0 & z-a \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4h - 2(1-a) \\ 2(1-a) \end{pmatrix} = \\
 &= \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z-a & 1-a \\ 0 & z-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4h - 2(1-a) \\ 2(1-a) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

där

$$\det = z^2 - z(1+a) + a.$$

Vi finner således

$$\begin{aligned}
 H(z) &= \frac{b_0 z + b_1}{z^2 + a_1 z + a_2} \\
 a_1 &= -1 - e^{-2h} \approx -2 + 2h \\
 a_2 &= e^{-2h} \approx 1 - 2h \\
 b_0 &= 4h - 2(1 - e^{-2h}) \approx 4h^2 \\
 b_1 &= 2(1 - e^{-2h}) - 4he^{-2h} \approx 4h^2
 \end{aligned}$$

Numeriska värden på koefficienterna för några olika samplingsintervall ges i tabellen nedan.

Tabell 1 - Pulsöverföringsfunktionen för olika samplingsintervall

h	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>
0.02	-1.9608	0.9608	0.001579	0.001558
0.04	-1.9231	0.9231	0.006233	0.006069
0.1	-1.8187	0.8187	0.03746	0.03505
0.2	-1.6703	0.6703	0.1406	0.1231
0.3	-1.5488	0.5488	0.2976	0.2438
0.4	-1.4493	0.4493	0.4987	0.3824
0.5	-1.3679	0.3679	0.7358	0.5285
1.0	-1.1353	0.1353	2.2707	1.1880

## 5. KONTINUERLIG DIMENSIONERING = SAMPLAD REALISERING

Processen är av andra ordningen och den har inga nollställen. Genom tillståndsåterkoppling kan alltid ett system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

erhållas. Specifikationerna kan klaras med följande parameterintervall:

$$\omega = 4$$

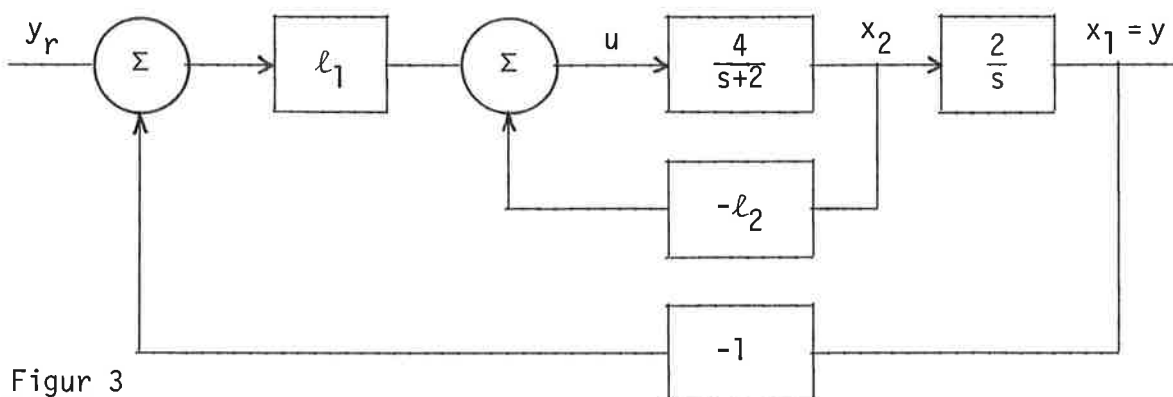
$$\zeta = 0.7$$

Detta ger enligt (KJA sid 199) en översläng på 4% och en maxtid på  $T_M = 1.1$  s.

Den önskade överföringsfunktionen från referensvärde till utsignal kan realiseras genom återkopplingen

$$u = l_1 (y_r - x_1) - l_2 x_2.$$

Blockschemat för det återkopplade systemet visas nedan.



Figur 3

Vi finner då

$$\frac{Y(s)}{Y_r(s)} = \frac{8l_1}{s^2 + s(2+4l_2) + 8l_1}.$$

En direkt jämförelse med den önskade överföringsfunktionen ger

$$8l_1 = \omega^2$$

$$4l_2 + 2 = 2\zeta\omega$$

Insättning av siffervärdena  $\omega = 4$  och  $\zeta = \sqrt{2}/2$  ger

$$l_1 = 2$$

$$l_2 = \sqrt{2} - 0.5 = 0.914$$

Om tillståndet  $x_2$  ej kan mätas direkt kan det rekonstrueras genom differensbildning, dvs

$$\hat{x}_2(t) = \frac{1}{2h} [x_1(t) - x_1(t-h)].$$

Styrlagen kan då skrivas

$$u(t) = l_1 \cdot y_r(t) - \left( l_1 + \frac{l_2}{2h} \right) y(t) + \frac{l_2}{2h} y(t-h).$$

I nedanstående tabell ges siffervärden på koefficienterna för några olika samplingsintervall.

Tabell 2

h	$l_1 + l_2/2h$	$l_2/2h$
0.02	24.86	22.86
0.04	13.43	11.43
0.06	9.62	7.62
0.08	7.71	5.71
0.10	6.57	4.57
0.20	4.286	2.286
0.30	3.524	1.524
0.40	3.143	1.143

Uppgifterna 1A och 1B kan nu lätt lösas med hjälp av experiment.

Tabell 3 - Sammanfattning av experimentresultat

$h$	$x_1, x_2$ mätes	$x_1$ mätes, $x_2$ rekonstrueras
0.02	som kontinuerliga	d:o men brus känsligt
0.10	knappt märkbar för ändring	bruset rimligt 8 %
0.20	översläng 10 %	översläng 20 %
0.30	översläng 20 %	översläng 50 %
0.40	översläng 50 %	instabilt

Diskussionsuppgifter

- Är detta en förnuftig dimensioneringsmetod?  
(Ge exempel. Det kanske finns konstruktionsunderlag för analoga regulatorer.)
- Hur ser metoden ut i det allmänna fallet?
- Kan man finna någon bra regel för att bestämma det största samplingsintervall som kan tolereras?  
(Undersök kretsöverföringarna och skärningsfrekvenserna för kretsarna. Innerloopen  $\omega_s \approx 3$  rad/s, ytterloopen med innerloopen slutet  $l_2 = 1$ ,  $\omega_s \approx 0.4$  rad/s.)
- Skulle man kunna tänka sig att ha olika samplingsperioder för de olika återkopplingarna?

## 6. SAMPLAD DIMENSIONERING I

### DEAD-BEAT STYRNING GENOM TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING

Antag att tillståndsvariablerna  $x_1$  och  $x_2$  kan mätas. Vi skall nu härleda koefficienterna för dead-beat strategin. Inför tillståndsåterkopplingen

$$u = -Lx = -[\ell_1 \quad \ell_2] x$$

Vi finner då

$$(A - BL)_{11} = 1 - \ell_1[4h - 2(1 - e^{-2h})]$$

$$(A - BL)_{12} = 1 - e^{-2h} - \ell_2[4h - 2(1 - e^{-2h})]$$

$$(A - BL)_{21} = -2\ell_1(1 - e^{-2h})$$

$$(A - BL)_{22} = e^{-2h} - 2\ell_2(1 - e^{-2h}).$$

Matrisen  $A - BL$  har egenvärdena noll om  $\det(A - BL) = 0$  och  $\text{tr}(A - BL) = 0$ . Detta ger följande ekvationer

$$0 = \text{tr}(A - BL) = 1 + e^{-2h} - \ell_1[4h - 2(1 - e^{-2h})] - 2\ell_2(1 - e^{-2h})$$

$$0 = \det(A - BL) = e^{-2h} - \ell_1[4he^{-2h} - 2(1 - e^{-2h})] - 2\ell_2(1 - e^{-2h}).$$

Dessa ekvationer har lösningen

$$\ell_1 = \frac{1}{4h(1 - e^{-2h})} \approx \begin{cases} \frac{1}{8h^2} (1 + h) & h \text{ liten} \\ \frac{1}{4h} & h \text{ stor} \end{cases}$$

$$\ell_2 = \frac{1 - e^{-2h} - 2he^{-4h}}{4h(1 - e^{-2h})^2} \approx \begin{cases} \frac{3}{8h} (1 - \frac{4}{9}h) & h \text{ liten} \\ \frac{1}{4h} & h \text{ stor} \end{cases}$$

Numeriska värden på återkopplingskoefficienterna för olika samplingsintervall ges i Tabell 4.

Tabell 4 - Dead-beat strategin

$h$	$\ell_1$	$\ell_2$
0.1	13.79	3.592
0.2	3.792	1.724
0.3	1.847	1.107
0.4	1.135	0.802
0.5	0.791	0.622
1.0	0.289	0.277

Observera att dead-beat strategin för  $h = 0.4$  s ger ett slutet system vars stegsvar är nära det system som erhålles med tidskontinuerlig tillståndsåterkoppling med  $\ell_1 = 2.000$  och  $h = 0.914$ . En bra tumregel för att få överensstämmelse är

$$h_{DB} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\omega} = 0.393 \approx 0.4 .$$

### Diskussionsuppgifter

Diskutera egenskaperna hos dead-beat strategierna med olika samplingsperioder. Fråga om

- inställningstid.

Hur beror inställningstiden av  $h$ ? Hur skall  $y$  och  $u$  se ut? Låt teknologerna själva räkna ut  $u$ ! Stämmer experimenten med beräkningarna? Skillnaden beror på beräkningsfördröjningen. Se speciell beräkning!

- styrsignalens storlek.

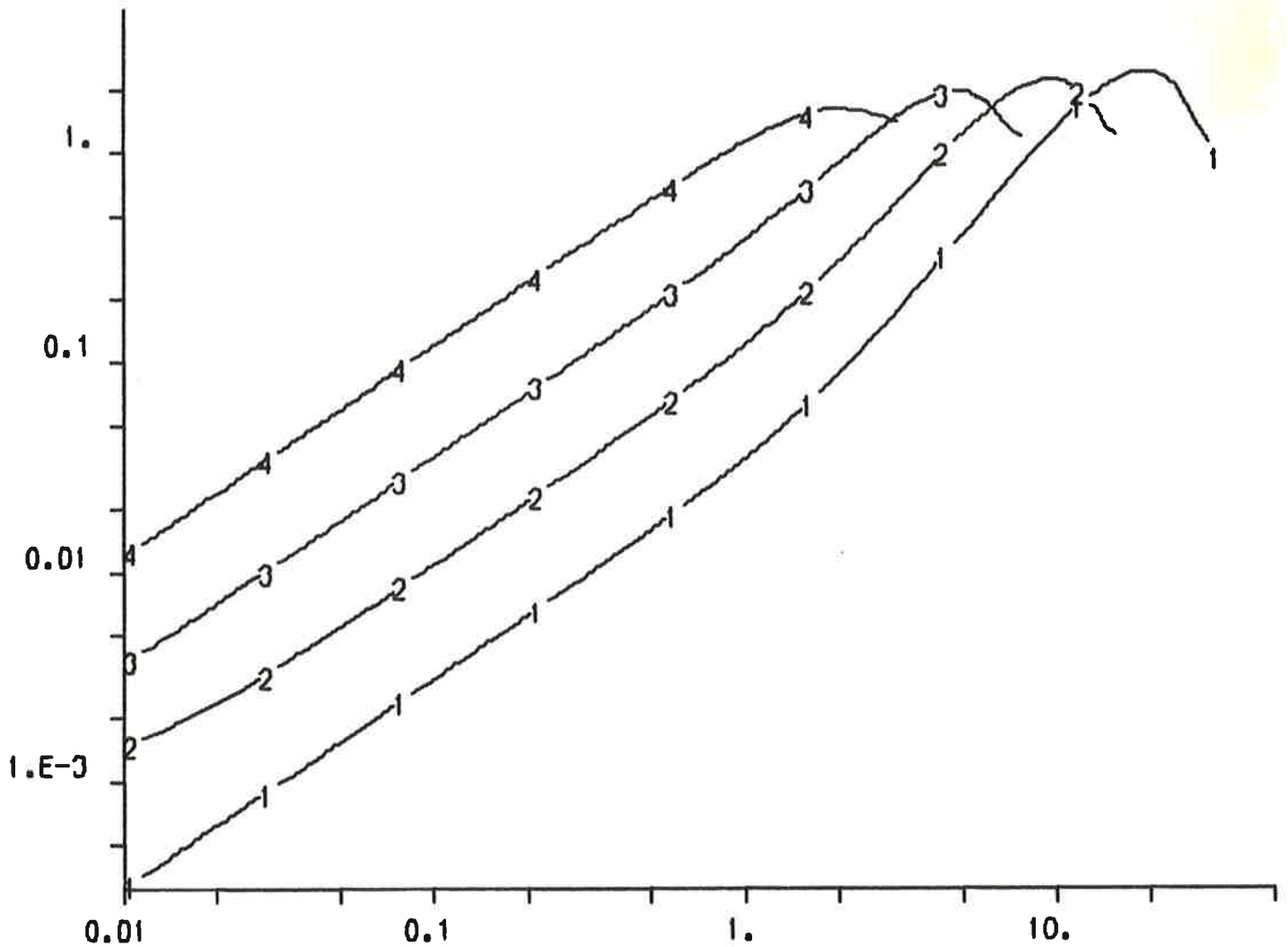
Hur varierar  $u_{\max}$  med  $h$ ? (Som  $h^{-2}$ !) Om reglerauktoriteten begränsad, vilka gränser sättes då på  $h$ ? Tex 2 V in ger 10 V ut.

- känslighet för mätbrus och processtörningar.

Hur påverkas känsligheten för mätbrus och processtörningar av samplingsintervallet? Bestäm *reglerkvoten*, dvs  $1/[1+G_0]$ , för olika  $u$  och använd denna som bas för diskussionen. Betrakta mätbrus som högfrekvent och processbruset som lågfrekvent. Stort  $h$  processbrus liten inverkan men känsligt för mätbrus.

- känslighet för parametervariationer.

Hur påverkas känsligheten för parametervariationer av  $h$ ? Kolla först empiriskt, försök sedan att få teknologerna att förstå varför genom analys. Bestäm kretsöverföringen  $G_0$  och använd den som utgångspunkt för diskussionen.



Figur 4 - Reglerkvoten  $1/[1+G_0]$  för dead-beat strategier med samplingsintervallen 0.1, 0.2, 0.4 och 1.0.

## 7. SAMPLAD DIMENSIONERING II

### DEAD-BEAT STYRNING ENDAST UTSIGNALEN MÄTBAR

Vi skall nu diskutera några olika sätt att göra dead-beat styrning då endast utsignalen är mätbar.

#### Approximativ differentiering

Om variabeln  $x_2$  ej kan mätas, så kan vi liksom i tidigare avsnitt prova med att rekonstruera  $x_2$  med differensbildning. Detta ger styrlagen

$$u(t) = l_1 y_r(t) - \left( l_1 + \frac{l_2}{2h} \right) y(t) + \frac{l_2}{2h} y(t-h).$$

Numeriska värden på återkopplingskoefficienterna ges i tabell 5.

Tabell 5 - Dead-beat strategi med rekonstruktion genom approximativ differentiering

$h$	$s_0 = l_1 + \frac{l_2}{2h}$	$s_1 = -\frac{l_2}{2h}$	$t_0 = l_1$
0.1	31.75	-17.96	13.79
0.2	8.103	-4.311	3.792
0.3	3.692	-1.845	1.847
0.4	2.138	-1.003	1.135
0.5	1.413	-0.622	0.791
1.0	0.428	-0.138	0.289

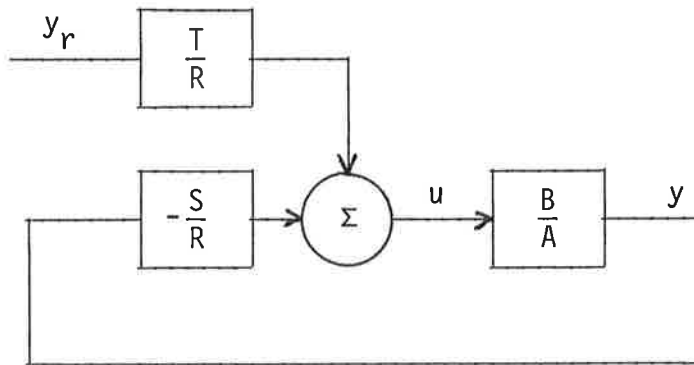
Dessa strategier fungerar mycket dåligt.

Observera att då endast utsignalen är tillgänglig blir polynomens koefficienter stora.



## Polynomsyntes

Om man endast kan mäta utsignalen, så kan man erhålla en lämplig regulator genom polynomsyntes. Ansätt en struktur enligt figuren:



Figur 5

Överföringsfunktionen från  $y_r$  till  $y$  är

$$H = \frac{TB}{AR + BS}.$$

Om vi ej vill förkorta bort polynomet  $B$ , kan vi t ex kräva att

$$H = \frac{B}{z^2},$$

vilket ger en dead-beat liknande strategi. Detta val innebär att

$$\frac{T}{AR + BS} = \frac{1}{z^2}.$$

Observerarpolynomet  $T$  kan väljas godtyckligt (stabilt). Välj t ex en dead-beat observerare, dvs  $T = z$ . Vi finner då att polynomen  $R$  och  $S$  ges som lösningen till

$$AR + BS = z^3.$$

Denna algebraiska ekvation har en lösning som ger en kausal regulator. Parametrarna för denna regulator ges i Tabell 6.

Tabell 6 - Dead-beat strategi med utsignalåterkoppling

h	$r_1$	$s_0$	$s_1$	$t_1$
0.02	0.738	774.2	-455.4	318.8
0.04	0.727	191.9	-110.6	81.32
0.1	0.694	30.01	-16.22	16.79
0.2	0.644	7.300	-3.507	3.792
0.3	0.598	3.194	-1.347	1.847
0.4	0.557	1.789	-0.654	1.135
0.5	0.520	1.153	-0.362	1.791
1.0	0.380	0.332	-0.0433	0.289

Med dessa regulatorer blir styrsignalen

$$u = \frac{B}{z^2} \cdot \frac{A}{B} y_r = \frac{A}{z^2} y_r$$

dvs

$$u(t) = y_r(t) - (1+a) y_r(t-1) + a y_r(t-2).$$

Jämför med dead-beat med tillståndsåterkoppling. Genom att  $x_2$  ej mätes direkt blir polynomens koefficienter stora.

#### Dead-beat med förkortning av nollstället

Den dead-beat strategi som härletts har egenskapen att den svänger in sig på två samplingsintervall. Det skulle vara frestande att få ännu snabbare insvängningstider genom att göra en styrlag där nollstället förkortas bort. Detta kan göras på följande sätt.

Det slutna systemets överföringsfunktion är

$$H = \frac{TB}{AR + BS}.$$

Med  $R=B$  erhålles

$$H = \frac{T}{A + S},$$

dvs

$$T = z \Rightarrow t_0 = 1, t_1 = 0$$

$$A + S = z^2 \Rightarrow s_0 = -a_1, s_2 = -a_2.$$

Värdena på regulatorcoefficientserna för olika samplingsintervall ges i Tabell 7.

Tabell 7 - Dead-beat strategier med förkortning av nollställe

h	$r_1$	$s_0$	$s_1$	$t_1$
0.02	0.987	1242	-608.5	633.3
0.04	0.974	308.5	-148.1	160.4
0.1	0.936	48.55	-21.86	26.70
0.2	0.876	11.88	-4.77	7.11
0.3	0.819	5.204	-1.844	3.360
0.4	0.767	2.906	-0.901	2.005
0.5	0.718	1.859	-0.500	1.359
1.0	0.523	0.500	-0.060	0.440

Denna styrstrategi är helt värdelös. Gör t ex experiment med styrlagen för  $h = 0.4$ .

Polplacering som ger ett slutet system, vars poler har dämpningen  $\zeta = 0.707$

Dead-beat strategin är utmärkt om samplingsintervallet kan väljas fritt. Bandbredd och kretsöverföring beror ju direkt av samplingsintervallet! I många fall bestäms samplingsintervallet på annat sätt och det kan då vara förnuftigt att välja systemets poler på annan plats än i origo. En tänkbar möjlighet är att välja det slutna systemets poler så att de svarar mot ett kontinuerligt system med dämpning  $\zeta = 0.707$ .

Betrakta ett tidskontinuerligt system med polerna

$$s_{1,2} = -\zeta\omega \pm i\sqrt{1-\zeta^2}\omega.$$

Om systemet samplas med samplingsintervallet  $h$  erhålls ett samplat system med polerna

$$z_{1,2} = e^{-\zeta\omega h} [\cos \omega h \sqrt{1-\zeta^2} \pm i \sin \omega h \sqrt{1-\zeta^2}].$$

Motsvarande karakteristiska polynom är då

$$z^2 + p_1 z + p_2 = 0,$$

där

$$p_1 = 2e^{-\zeta\omega h} \cos \omega h \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$p_2 = e^{-2\zeta\omega h}.$$

För att bestämma problemet entydigt måste också observerarpolen bestämmas. Vi väljer (godtyckligt) att placera observerarpolen i origo, dvs  $T = z$ .

Det slutna systemets pulsöverföringsfunktion från referensvärde till utsignal är

$$H = \frac{TB}{AR + BS}.$$

Om vi önskar att denna överföringsfunktion skall vara

$$\frac{B}{P}$$

finner vi att polynomen  $R$  och  $S$  ges av lösningen till

$$AR + BS = zP.$$

Eftersom specifikationerna kunde klaras med ett kontinuerligt system med  $\zeta = 0.707$  och  $\omega = 4$ , verkar det troligt att ett diskret system med motsvarande poler också skulle klara specifikationerna. Genom insättning i formlerna erhålls följande polynom för samplingsperioderna 0.1, 0.2 och 0.4:

$$P = z^2 - 1.447 z + 0.568, \quad h = 0.1$$

$$P = z^2 - 0.959 z + 0.322, \quad h = 0.2$$

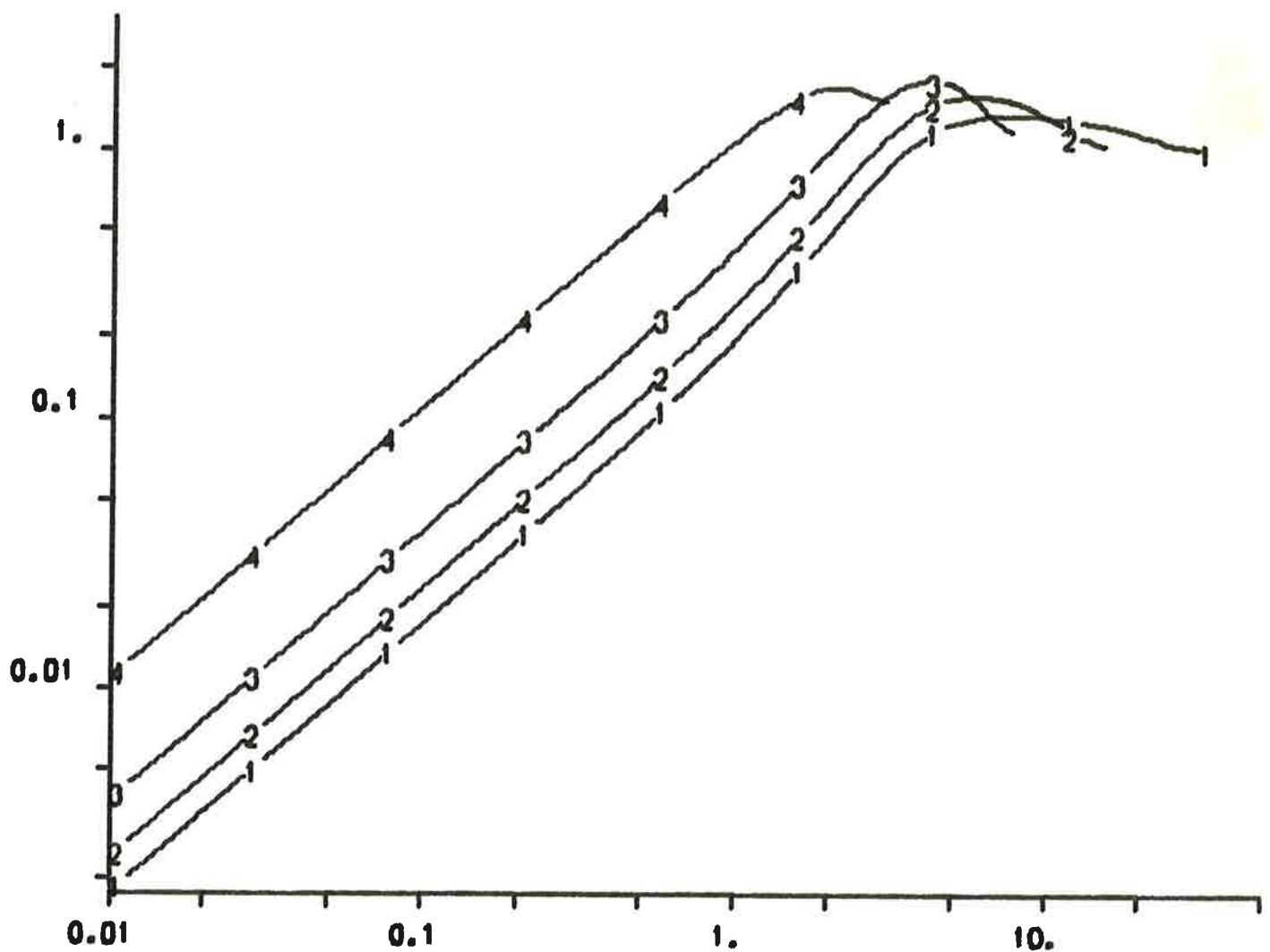
$$p = z^2 - 0.274 z + 0.104, \quad h = 0.4$$

$$p = z^2 + 0.112 z + 0.004, \quad h = 1.0.$$

Lösningarna till motsvarande polynomekvationer ges i Tabell 8.

Tabell 8 - Samplad utsignalåterkoppling som ger slutet system med poler vars dämpning är  $\zeta = 0.707$ .

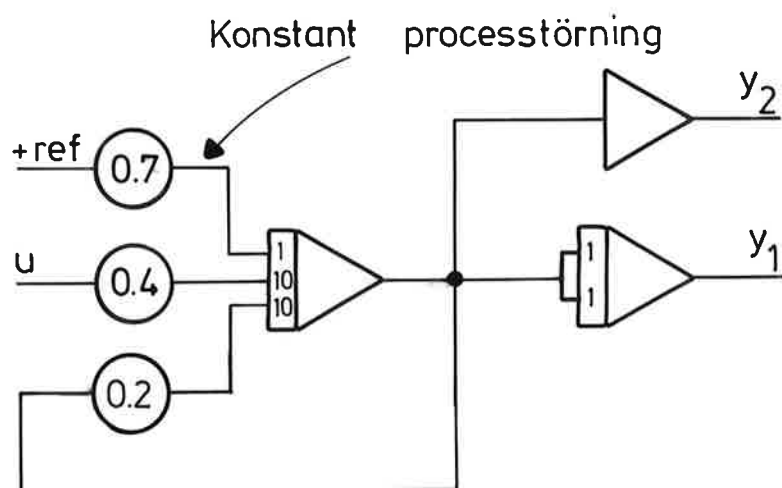
$h$	$r_1$	$s_0$	$s_1$	$t$
0.1	0.165	5.513	-3.850	1.663
0.2	0.293	2.975	-1.596	1.379
0.4	0.445	1.464	-0.522	0.942
1.0	0.404	0.361	-0.046	0.315



Figur 6 - Reglerkvoten  $1/[1+G_0]$  för system med dämpning 0.707 och samplingsintervallen 0.1, 0.2, 0.5 och 1.0.

## 8. STRATEGIER MED INTEGRATION

De regulatorer som diskuterats hittills har alla den egenskapen att en konstant processtörning ger ett bestående fel. Kolla detta genom att simulera processtörningen enligt nedanstående figur.



Figur 7 - Kopplingsschema för analog simulering av process med konstant processtörning.

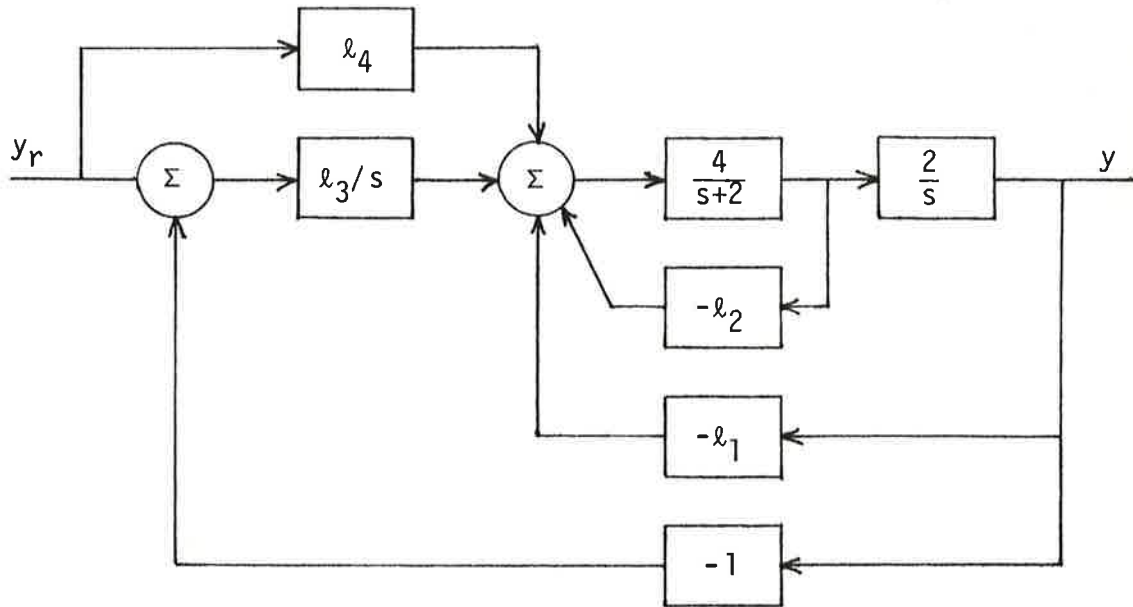
Ett stationärt fel vid en konstant processtörning kan undvikas genom att införa integration i regulatorn. Detta motsvaras av att polynomet  $R$  har ett nollställe i origo. Denna modifikation kan göras för samtliga reglerstrategier. Vi illustrerar metoden med några exempel.

### Kontinuerlig dimensionering - samplad realisering

Betrakta regulatorstrukturen enligt fig 8, vilken är den allmännaste struktur som kan fås med en integration.

Överföringsfunktionen från  $y_r$  till  $y$  blir

$$\frac{L\{y\}}{L\{y_r\}} = \frac{8l_4s + 8l_3}{s^3 + s^2[2 + 4l_2] + 8l_1s + 8l_3} \cdot$$



Figur 8 - Blockschema för regulator baserad på tillståndsåterkoppling med integration.

Utgå från att det slutna systemet skall ha polerna

$$s_{1,2} = -\zeta\omega \pm i\omega\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$s_3 = -\alpha\omega.$$

Vi finner då

$$l_1 = \omega^2(1+2\alpha\zeta)/8$$

$$l_2 = [\omega(\alpha + 2\zeta) - 2]/4$$

$$l_3 = \alpha\omega^3/8.$$

Det är också naturligt att kräva att processens nollställe skall ligga i  $s = -\alpha\omega$ , dvs

$$l_4 = \frac{l_3}{\alpha\omega} = \frac{\omega^2}{8}.$$

Detta innebär att nollstället förkortas bort mot motsvarande pol. Med detta val blir processens stegsvar identiskt med det system som erhöles då ingen integration användes. Med  $\omega = 4$  erhålles

$$l_1 = 2(1+2\alpha\zeta)$$

$$l_2 = \alpha + 2\zeta - 0.5$$

$$l_3 = 8\alpha$$

$$l_4 = 2$$

Med  $\zeta = 0.707$  erhålles följande numeriska värden för olika  $\alpha$ .

Tabell 9 - Regulatorkoefficienternas värden för tillstånds-  
återkoppling med integration

	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
$l_1$	2.2828	2.5657	3.4142	4.8284	7.6569
$l_2$	1.0142	1.1142	1.4142	1.9142	2.9142
$l_3$	0.8000	1.6000	4.0000	8.0000	16.0000
$l_4$	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000

Styrlagen har följande form

$$u = -l_1 x_1 - l_2 x_2 + \left[ l_4 y_r + \frac{l_3}{p} (y_r - x_1) \right],$$

dvs

$$\frac{du}{dt} = -\left[ l_3 x_1 + l_1 \frac{dx_1}{dt} \right] - l_2 \frac{dx_2}{dt} + \left[ l_3 y_r + l_4 \frac{dy_r}{dt} \right].$$

En differensapproximation ger

$$u(t) = u(t-h) - (l_1 + h l_3) x_1(t) + l_1 x_1(t-h) - l_2 x_2(t) + l_2 x_2(t-h) + \\ + (l_4 + h l_3) y_r(t) - l_4 y_r(t-h).$$

Numeriska värden på polynomkoefficienten för  $\alpha = 0.2$  och olika värden på samplingsintervallet  $h$  ges i Tabell 10.

De övriga återkopplingspolynomen ges av

$$S_2(z) = 1.1142 - 1.114$$

$$R(z) = z - 1.$$



Tabell 10 - Utsignalåterkoppling med integration och rekonstruktion med differensbildning. Fungerar dåligt.

h	$S1(z)$	$T(z)$
0.02	2.598 z - 2.566	2.0320 z - 2
0.05	2.646 z - 2.566	2.080 z - 2
0.10	2.726 z - 2.566	2.160 z - 2
0.20	2.886 z - 2.566	2.320 z - 2
0.40	3.206 z - 2.566	2.640 z - 2
0.50	3.366 z - 2.566	2.800 z - 2

Tabell 11 - Koefficienter för regulatorpolynomen för tillståndsåterkoppling med  $\omega = 4$ ,  $\zeta = 0.707$ ,  $h = 0.1$  och olika  $\alpha$

$\alpha$	$S1_0$	$S1_1$	$S2_0$	$S2_1$	$t_0$	$t_1$
0.1	2.363	-2.283	1.014	-1.014	2.080	-2
0.2	2.726	-2.566	1.114	-1.114	2.160	-2
0.5	3.814	-3.414	1.414	-1.414	2.400	-2
1.0	5.628	-4.828	1.914	-1.914	2.800	-2
2.0	9.257	-7.657	2.914	-2.914	3.600	-2

Tabell 12 - Regulatorpolynomens koefficienter för tillståndsåterkoppling med integration  $\omega = 4$ ,  $\zeta = 0.707$ ,  $h = 0.02$  och olika  $\alpha$

$\alpha$	$S1_0$	$S1_1$	$S2_0$	$S2_1$	$t_0$	$t_1$
0.1	2.299	-2.283	1.014	-1.014	2.016	-2.000
0.2	2.598	-2.566	1.114	-1.114	2.032	-2.000
0.5	3.494	-3.414	1.414	-1.414	2.080	-2.000
1.0	4.988	-4.828	1.914	-1.914	2.160	-2.000
2.0	7.977	-7.657	2.914	-2.914	2.320	-2.000

### Diskussionsuppgift

Prova några av dessa regulatorer. Diskutera hur regulatorns egenskaper påverkas av valet av  $\alpha$ ! (En processtörning klingar av snabbare ju större värde  $\alpha$  har, men systemet blir känsligare för mätbrus med ökande  $\alpha$ .)

### Dead-beat regulator med utsignalåterkoppling

Det slutna systemets överföringsfunktion är

$$\frac{TB}{AR + BS} = \frac{B}{P}$$

Vi finner således

$$AR + BS = PT.$$

Om vi postulerar att R skall ha en faktor  $(z-1)$ , dvs

$$R = (z-1)R',$$

gäller

$$(z-1)AR' + BS = PT$$

där

$$\deg S < \deg A + 1 = 3$$

$$\deg R' = 1.$$

Postulera nu observerarpolynomet  $T = z$ . Regulatorn kan nu lätt erhållas som lösningen till polynomekvationen. Numeriska värden för olika samplingsintervall framgår av Tabell 13.

Tabell 13 - Dead-beat regulator med integration

h	$r_1$	$r_2$	$s_0$	$s_1$	$s_2$	t
0.1	-0.181	-0.819	53.38	-58.72	19.13	13.79
0.2	-0.233	-0.767	13.53	-13.92	4.179	3.793
0.4	-0.324	-0.676	3.555	-3.214	0.794	1.135
1.0	-0.526	-0.474	0.732	-0.496	0.054	0.289

## 9. FRAMKOPPLING

Om en dead-beat strategi införes gäller följande samband mellan referensvärde och utsignal:

$$y(t) = \frac{1}{b_0 + b_1} [b_0 y_r(t-h) + b_1 y_r(t-2h)].$$

Vid följning av en ramp erhålles då i stationärt tillstånd felet

$$e = y_r(t) - y(t) = \frac{b_0 + 2b_1}{b_0 + b_1} v h.$$

Detta fel kan undvikas genom att införa en framkoppling som predikterar referensvärdet tiden

$$\tau = \frac{b_0 + 2b_1}{b_0 + b_1} h$$

framåt. En sådan prediktor ges av

$$\hat{y}_r(t + \tau) = y_r(t) + \frac{\tau}{h} [y_r(t) - y_r(t-h)]$$

och den kan realiseras av framkopplingen

$$T(q^{-1}) = \frac{2b_0 + 3b_1}{b_0 + b_1} - \frac{b_0 + 2b_1}{b_0 + b_1} q^{-1}.$$

Numeriska värden för olika samplingsintervall ges i tabell 14.

Tabell 14 - Koefficienter i framkoppling som eliminerar stationära fel vid följning av rampsignal med dead-beat strategi

h	$t_0$	$t_1$
0.1	2.483	-1.483
0.2	2.467	-1.467
0.3	2.450	-1.450
0.4	2.434	-1.434
1.0	2.343	-1.343

Om vi i stället dimensionerar kontinuerligt blir kretsöverföringen

$$G_0(s) = \frac{16}{s(s+6)}.$$

En rampsignal ger då felet

$$e = \frac{16}{6} \cdot v.$$

Detta fel kan elimineras med en framkoppling som predikterar  $16/6$  s framåt, dvs

$$T(q^{-1}) = 1 + \frac{16}{6h} - \frac{16}{6h} q^{-1}.$$

Några siffervärden ges i tabell 15.

Tabell 15

h	$t_0$	$t_1$
0.02	134.3	-133.3
0.04	67.67	-66.67
0.06	45.44	-44.44
0.08	34.33	-33.33
0.10	27.67	-26.67
0.20	14.33	-13.33

## 10. BOMMEN

Att styra bommen är en trevlig avslutning av labben. Du kan antingen låta en grupp som hunnit långt köra den eller också kan det tas som en gemensam gruppövning. Anslut t ex bommen så den har

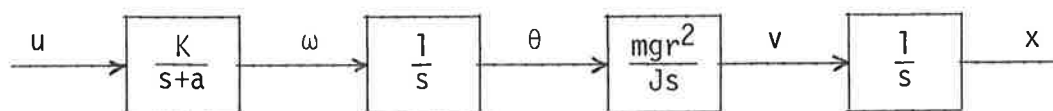
Börvärde	$y_r/3$	+	
Vinkel	$y_1/4$	+	
Läge	$y_2/5$	-	(OBS: Detta bör ändras i elektroniken)
In	$u/0$		

Försök att få teknologerna själva att resonera sig fram till en bra tillståndsåterkoppling. Gör t ex så här: Återkoppla först vinkeln så att ett bra servo erhålles. Tänk i termer av tillståndsåterkoppling och approximera vinkelhastigheten som

$$\hat{\omega} = \frac{y_2(t) - y_2(t-h)}{h}$$

Experimentera först med återkopplingen  $u = -\ell_2 y_2$  så att lagom styvhet erhålles. Lägg sedan till en approximativ derivatorterm för att få hygglig dämpning. Slut sedan på analogt sätt kretsen från kulans vinkel-läge. Observera att man kan få mycket vackra svängningar med liten eller negativ dämpning.

Ett alternativ till ovanstående resonemang är att göra en grov modell, t ex enligt nedan



Figur 9

och bestämma en tillståndsåterkoppling som ger ett slutet system med önskade egenskaper. Observera att det är fruktbart att tänka i termer av innerloopar och ytterloopar. Det är förmodligen också bra att ha olika samplingshastigheter i de olika kretsarna. En hygglig uppsättning parametervärden ges nedan.

$$n_y = 3, \quad n_x = 1$$

$$TS = 0.0$$

$$R = 1$$

$$T = 2$$

$$S1 = 25 - 20 q^{-1}$$

$$S2 = .75 - .73 q^{-1}$$

Det är bra att ta referensvärdet via potentiometern på bommen. Man kan då både ändra börvärde direkt vid bommen och genom att använda terminalen.

### Diskussionsuppgifter

1. Ge några alternativ till den gjorda dimensioneringen.
2. Visa att läget ändras då regulatorförstärkningar ändras. Förklara orsaken och ange botemedel.
3. Diskutera betydelsen av vinkelmätningen. Hur skall man gå tillväga om denna mätning saknas?

Laboration nr 2 och 3, FK

SAMPLADE SYSTEM

K J Åström

Inst för Reglerteknik  
LTH  
Januari 1980

## LABORATION 1 I SAMPLADE SYSTEM

### TIDSKONTINUERLIG SYNTES - SAMPLAD REALISERING

K J ÅSTRÖM

Avsikten med laborationen är att undersöka vad som händer om man dimensionerar en tidskontinuerlig regulator, som Du lärt i AK, och sedan överför styrlagen till en samplad regulator genom en grov approximation.

Laborationen är ej så hårt styrd som labbarna i AK. Det är meningen att Du i större utsträckning än tidigare skall tänka igenom vad som skall göras och hur Du skall gå tillväga.

Du får mycket bättre utbyte av laborationen om Du har förberett Dig genom att läsa in teorin och planerat vad som skall göras på laborationen. Det är bra att gå igenom avsnittet tidskontinuerlig dimensionering samplad realisering från föreläsningarna och lösningarna till räkneuppgifterna,

### UTRUSTNING

För att genomföra laborationen finns en mikrodator PDP 11 LSI med interface AD- och DA-omvandlare, en alfanumerisk skärm, en analogmaskin med signal- och brusgenerator för simulering av processen och ett minnesoscilloskop. Analogmaskinen är densamma som använts i AK.

I datorn finns program som realiserar regulatorn

$$R(q) u(t) = T(q) y_r(t) - S_1(q) y_1(t) - S_2(q) y_2(t) - S_3(q) y_3(t) \quad (1)$$

där  $R$ ,  $T$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  och  $S_3$  är polynom av  $n$ :e graden i skiftoperatoren  $q$ . Signalen  $u$  är regulatorns utsignal,  $y_r$  är referensvärdet och  $y_1$ ,  $y_2$  och  $y_3$  är mätvärden. Regulatorn kallas MISO regulatorn (Multi Input Single Output) därför att den beräknar en styrsignal på basis av flera mätsignaler. Ett blockschema för regulatorn visas i Fig 1.



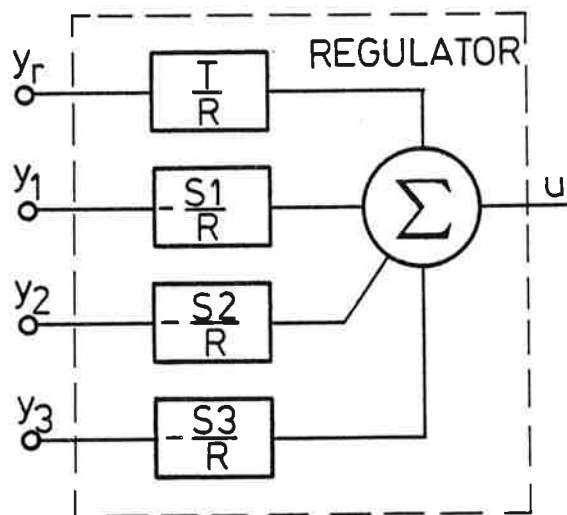


Fig 1 - Blockschema för MISO-regulatorn.

MISO-regulatorn (1) innehåller tillståndsåterkoppling som ett specialfall. Sätt  $S_1 = \lambda_1$ ,  $S_2 = \lambda_2, \dots$ ,  $T = \lambda_r$  och  $R = 1$  så erhålles

$$u(t) = -\lambda_1 y_1 - \lambda_2 y_2 - \dots + \lambda_r y_r. \quad (2)$$

I datorn finns ett program för operatörskommunikation som gör det lätt att ändra kopplingarna och koefficienterna i polynomen  $R$ ,  $S_1$ ,  $S_2, \dots$ , och  $T$ .

På bildskärmen visas den bild som framgår av Fig 2. Man kan flytta ljusfläcken på skärmen till de understrykna positionerna och direkt skriva in nya värden. Genom att sedan trycka på funktionstangenten märkt ENTER PARAMETERS kommer de nya talen in i datorn.

## DISCRETE MULTI-INPUT-SINGLE-OUTPUT REGULATOR

$$R(q) * u := T(q) * y_r - S1(q) * y1 - S2(q) * y2 \dots$$

## STRUCTURE AND CONNECTIONS

Number of measurements  $n_y = \underline{2}$   
 Degree of polynomials  $n_x = \underline{1}$   
 Variable/channel  $u / \underline{0}$   $y_r / \underline{0}$   $y1 / \underline{1}$   $y2 / \underline{2}$

SAMPLING PERIOD  $TS = \underline{1.000}$

## PARAMETERS

lolim = -1.000

hilim = 1.000

Regulator transfer function:

Coefficient  $0$   $1$

polynomial

$R(q)$   $1.0$   $0.150$

$T(q)$   $3.750$   $0.000$

$S1(q)$   $3.900$   $-0.150$

$S2(q)$   $1.350$   $-0.270$

RUN

Fig 2 - Det formulär som visas på bildskärmen för MISO-regulatorn. De understrukna talen kan ändras.

## PROCESSEN

Den process som skall regleras kan beskrivas med blockschemat i Fig 3. Du kan t ex föreställa Dig att processen representerar en liten servomotor av den typ Du sett i Lab 3 och 4 i AK, en skrivare, en dieselmotor eller rent av en stor tankbåt (u roderutslag,  $x_1$  kurs,  $x_2$  kursvinkelhastighet).

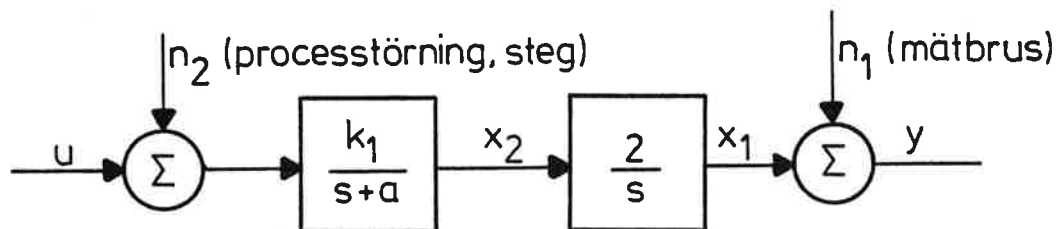


Fig 3 - Blockschema för processen. Nominella värdena är

$$k_1 = 4, a = 2.$$

Variabeln  $y$  kan alltid mätas. Ibland går det också att mäta  $x_2$ .

Mätbruset  $n_1$  är en högfrekvent störning och simuleras med brusgeneratorn på analogmaskinen. Processtörningen  $n_2$  är en lågfrekvent störning. Den simuleras genom att lägga på en konstant spänning. Vidare förekommer störningar som yttrar sig i att parametrarna  $k_1$  och  $a$  varierar (parametervariationer). Du simulerar detta genom att vrida på de potentiometrar som representerar  $k_1$  och  $a$ .

Processen är uppkopplad på analogmaskinen då Du kommer till laborationen. Det finns en enkel kuliss med processens blockschema och brytare för att koppla in mätbrus och processtörning.

#### SPECIFIKATIONER

I första hand skall servoproblemet studeras. Målet är att göra en regulator sådan att variabeln  $x_1$  kan följa referensvärdesvariationer bra. Men Du skall också undersöka om systemet är känsligt för processtörningar, mätbrus och parametervariationer.

Kraven formuleras som:

1. Lösningstid till 5 % mindre än 1 s.
2. Översläng mindre än 20 %.
3. Vid en referensvärdesändring om 2 V får styrsignalen ej överstiga 10 V.
4. Det slutna systemet skall vara måttligt känsligt för mätbrus och processtörningar.
5. Regulatorn skall fungera även om processförstärkningen  $k_1$  varierar mellan 3 och 5 och polen  $a$  varierar mellan 1.5 och 2.5.

## UPPGIFT 1 TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING

Antag att process- och mätbrus försummas och att variablerna  $x_1$  och  $x_2$  kan mätas. Du har redan lärt Dig i AK att det slutna systemets poler kan placeras godtyckligt med en återkoppling

$$u = -l_1 x_1 - l_2 x_2 + l_1 y_r = l_1 [y_r - x_1] - l_2 x_2. \quad (3)$$

Man kan t ex se till att överföringsfunktionen från  $y_{ref}$  till  $x_1$  blir

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}. \quad (4)$$

Specifikationerna kan klaras med parametrarna  $\omega = 4$  rad/s och  $\zeta = 0.707$ . I övningsuppgift 2.1 har Du beräknat vilka värden på parametrarna  $l_1$  och  $l_2$  som behövs för att erhålla dessa värden.

Anslut processen till datorn. Generera referensvärdesändringar i form av steg från fyrkantvåggeneratoren på analogimaskinen. Koppla upp oscilloskopet så att Du kan se stegsvaret.

(Tips: Använd triangelvågen och en synkpuls som genereras av D/A-omvandlare 2 på datorn).

Prova reglerstrategin (3) med de beräknade värdena på  $l_1$  och  $l_2$ . Undersök hur styrlagen (3) fungerar genom att studera styrsignal och utsignal. Besvara följande frågor:

- Hur påverkas resultatet av samplingsintervallet?
- Vid vilket samplingsintervall  $T_{crit}$  fungerar regulatorn ej?
- Kan  $T_{crit}$  bestämmas analytiskt?

Gör kortfattade anteckningar om Dina observationer. Ange speciellt regulatorparametrar och samplingsintervall för en regulator som uppfyller kraven på översläng och insvängningstid. Kolla störningskänslighet och känslighet för parametervariationer.

## UPPGIFT 2 TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING MED MODIFIERADE KOEFFICIENTER

I övningsuppgift 2.2 har Du räknat ut modifierade värden på koefficienterna i tillståndsåterkopplingen som gör det lättare att uppfylla specifikationerna för längre samplingsperioder. Undersök om de regulatorer som erhålles för samplingsperioderna 0.2, 0.3 och 0.4 s uppfyller specifikationerna.

## UPPGIFT 3 UTSIGNALÅTERKOPPLING

Antag att signalen  $x_2$  ej kan mätas. Det följer av Fig 2 att om störningarna försummas så gäller

$$x_2 = \frac{1}{2} \frac{dx_1}{dt}$$

Man skulle då kunna rekonstruera  $x_2$  med

$$\hat{x}_2(t) = \frac{x_1(t) - x_1(t-h)}{2h}$$

och prova med att använda styrlagen

$$\begin{aligned} u(t) &= k_1[y_{\text{ref}} - x_1(t)] - k_2\hat{x}_2(t) = \\ &= k_1 y_{\text{ref}} - \left(k_1 + \frac{k_2}{2h}\right)x_1(t) + \frac{k_2}{2h} x_1(t-h). \end{aligned} \quad (5)$$

Upprepa de experiment som genomfördes i uppgift 1 med regulatorn (5) och notera resultaten. Om Du hinner kan Du också prova regulatorn (5) med de modifierade koefficienterna som beräknats i uppgift 2.

## DISKUSSIONSUPPFITER

Besvara följande frågor:

- Är detta ett förnuftigt sätt att göra digitala regulatorer?
- Kan man finna en bra regel för att bestämma en lämplig samplingsperiod?

LABORATION 2 I SAMPLADE SYSTEMSAMPLAD SYNTES

K J ÅSTRÖM

Denna laboration är en direkt fortsättning på laboration 1. Du studerar samma problem som i laboration 1 men Du skall nu direkt bestämma hur den samplade regulatorn skall se ut genom att använda vad Du lärt om samplade system. Du bör förbereda Dig genom att läsa in polplacering genom tillståndsåterkoppling och genom utsignal återkoppling. I slutet av detta PM finns också några förberedelsefrågor. Vid lösning av dessa problem behöver Du lösa linjära ekvationer av typen  $Ax+By = C$ , där A, B och C är givna polynom. I lablokalen finns program för detta.

UTRUSTNING, PROCESS OCH SPECIFIKATIONER samma som i laboration 1.

UPPGIFT 4 DEAD-BEAT REGLERING GENOM TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING OCH  
REKONSTRUKTION

4A Tillståndsåterkoppling

Bestäm parametrarna  $l_1$  och  $l_2$  i regulatorn

$$u = l_1 y_r - l_1 x_1 - l_2 x_2 \quad (1)$$

så att det återkopplade systemet får alla poler i origo för samlingsperioderna  $h = 0.1, 0.2, 0.4$  och  $1.0$ . Undersök experimentellt det slutna systemets stegsvar. Kolla speciellt styrsignalens storlek, känslighet för störningar och parametervariationer.

4B Utsignalåterkoppling

Antag att endast utsignalen kan mätas. Använd styrlagen (1) där  $x_2$  ersätts med rekonstruktionen

$$\hat{x}_2 = \frac{y(t) - y(t-h)}{2h}$$

Undersök det system som erhålles.

Diskussionsuppgifter för dead-beat strategierna

1. Diskutera hur följande egenskaper beror av samplingsperioden:
  - inställningstid
  - styrsignalens storlek
  - känslighet för mätbrus och processtörningar
  - känslighet för parametervariationer.
2. Hur bör samplingsperioden väljas om man använder en dead-beat strategi?
3. Hur bör utsignal och styrsignal se ut? Stämmer detta med experimenten för alla samplingsperioder?
4. Får man en bra strategi om man först förkortar bort den samplade processens nollställe och sedan gör en dead-beat strategi? Genomför speciellt räkningarna för  $h = 0.4$ . Teoretiskt borde ett sådant system svänga in sig på ett samplingsintervall. Stämmer det?

UPPGIFT 5 POLPLACERING GENOM UTSIGNALÅTERKOPPLING

Gör en utsignalåterkoppling med en observerare av första ordningen. Välj styrlagen så att observerarpolen hamnar i origo och så att de övriga polerna ges av

$$z_{1,2} = \exp [-\zeta\omega h \pm i\omega h \sqrt{1 - \zeta^2}]$$

där  $\omega = 4$  och  $\zeta = 0.707$ . Dessa poler motsvaras av de poler som erhålles om ett tidskontinuerligt system med polerna

$$s_{1,2} = -\zeta\omega \pm i\omega \sqrt{1 - \zeta^2}$$

samplas med perioden  $h$ .

Det karakteristiska polynomet är



$$z^2 + p_1 z + p_2$$

där

$$p_1 = -2e^{-\xi\omega h} \cos \omega h \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$p_2 = e^{-2\xi\omega h}$$

De numeriska värdena av  $p_1$  och  $p_2$  framgår av nedanstående tabell

h	$p_1$	$p_2$
0.1	-1.447	0.568
0.2	-0.959	0.332
0.4	-0.274	0.104

Bestäm reglerstrategierna för  $h = 0.1, 0.2$  och  $0.4$ . Undersök experimentellt stegsvaren för de styrlagar som erhålles för de olika samplingsintervallen.

#### Diskussionsuppgifter

Hur skiljer sig de regulatorer som erhålles för olika samplingsperioder med avseende på

- insvängningstid?
- översläng?
- känslighet för processbrus och mätbrus?
- känslighet för parametervariationer?

#### Sammanfattande diskussionsuppgifter för uppgift 4 och 5

1. Jämför de utsignalåterkopplingar som erhållits under 3, 4B och 5. Hur skiljer sig de olika reglerstrategierna med avseende på de viktiga egenskaperna?
2. Hur skall samplingsperioden väljas vid de olika syntesmetoderna?

## UPPGIFT 6 ELIMINERING AV STORA PROCESSTÖRNINGAR

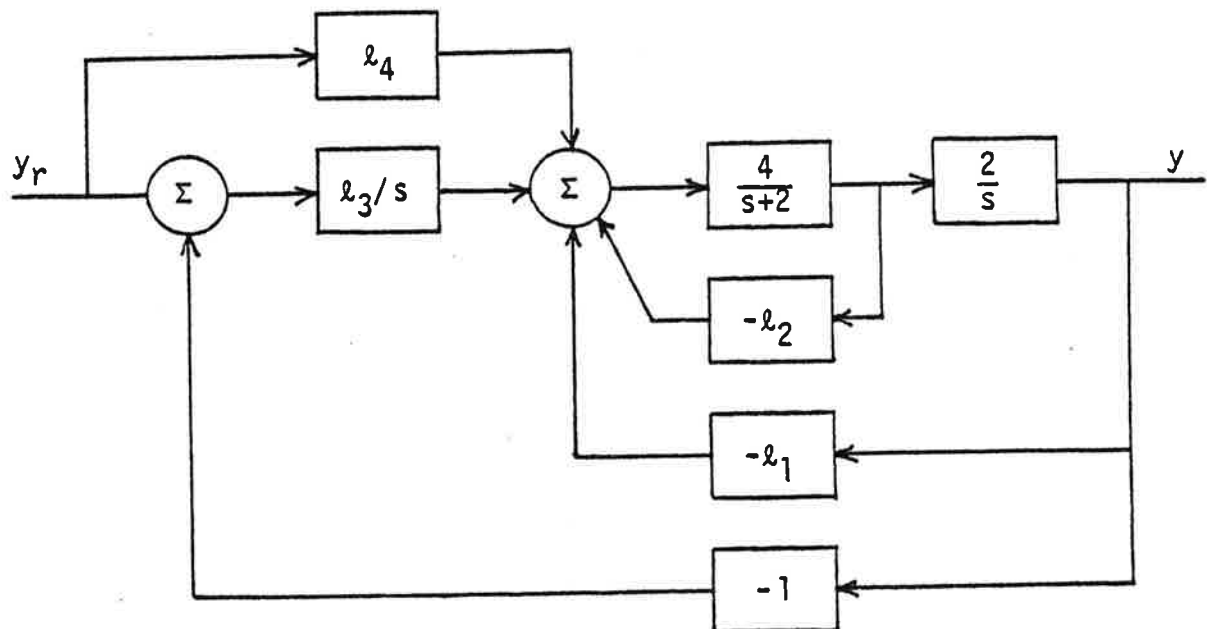
De regulatorer som diskuterats hittills har alla den egenskapen att en konstant processtörning ger ett bestående fel. Detta kan elimineras genom att införa integration i regulatorn. För att kontrollera att integrationen fungerar koppla bort referenssignalen och öka störmomentet.

6A Tillståndsåterkoppling

En möjlighet som utgår från tidskontinuerlig dimensionering visas i blockschemat i figur 3.

Överföringsfunktionen från referensvärdet  $y_r$  till utsignalen  $y$  är

$$\frac{L\{y\}}{L\{y_r\}} = \frac{8(\ell_4 s + \ell_3)}{s^3 + s^2(2+4\ell_2) + 8\ell_1 s + 8\ell_3}$$



Figur 3. Blockschemat för regulator baserad på tillståndsåterkoppling med integration.

Välj koefficienterna  $l_1, l_2, l_3$  och  $l_4$  så att överföringsfunktionen får polerna

$$p_{1,2} = -\zeta\omega \pm \omega i \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$p_3 = -\alpha\omega$$

och nollstället

$$z_3 = -\alpha\omega$$

Med  $\omega = 4$  och  $\zeta = 0.707$  erhålles då samma överföringsfunktion som i uppgift 1. Bestäm en samplad styrlag genom differensapproximation med samplingsintervallet  $T = 0.1$ . Undersök egenskaperna hos de regulatorer som erhålles med värdena  $\alpha = 0.1, 0.2, 0.5, 1.0$  och  $2.0$ .

#### Diskussionsuppgift

Hur påverkas stegsvar, känslighet för processtörningar och mätbrus av valparametern  $\alpha$ ?

#### 6B Utsignalåterkoppling

Dimensionera dead-beat strategier med utsignalåterkoppling och integration.

#### UPPGIFT 7 FRAMKOPPLING

Betrakta någon av de regulatorer som erhöles i 3 eller i 4B. Undersök hur regulatorn fungerar då referensvärdet är en triangelvåg. Visa att stationära fel erhålles. Modifiera regulatorn genom att lägga till en framkoppling så att det stationära felet försvinner.

#### Diskussionsuppgift

Vad är skillnaderna på att eliminera följfel med framkoppling respektive återkoppling?

## UPPGIFT 8 REGLERA EN LABORATORIEPROCESS (FRIVILLIG)

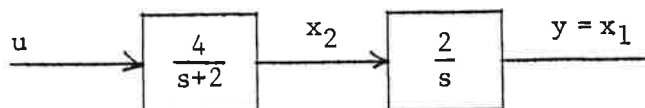
Ta en laboratorieprocess, t ex bommen eller den inverterade pendeln.  
Koppla upp en reglerstrategi som stabiliserar systemet.

Diskussionsuppgift

Vilka uppgifter om en process behöver man egentligen ha? Hur skall denna kunskap erhållas? Vilka dimensioneringsmetoder kan väljas?

## FÖRBEREDELSEUPPGIFTER FÖR LAB 2

1. Betrakta systemet



Skriv tillståndsekvationer för systemet och ange  $\Phi$ - och  $\Gamma$ -matriserna för motsvarande samplade system.

Tips: Om

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

så är

$$\exp Ah = \begin{bmatrix} 1 & 1 - \exp(-2h) \\ 0 & \exp(-2h) \end{bmatrix}$$

$$\int_0^h (\exp At) dt = \begin{bmatrix} h & h - \frac{1}{2} [1 - \exp(-2h)] \\ 0 & \frac{1}{2} [1 - \exp(-2h)] \end{bmatrix}$$

2. Härled en formel för dead-beat strategin uttryckt i  $h$  för systemet i exempel 3. Beräkna de numeriska värdena på koefficienterna för  $h = 0.1, 0.2, 0.4$  och  $1.0$  s. Vilka värden erhålls då  $h \rightarrow 0$  resp  $h \rightarrow \infty$  ?
3. Bestäm en formel för beräkning av pulsöverföringsfunktionen ( $u \rightarrow x_1$ ) för olika  $h$  för det samplade systemet. Beräkna pulsöverföringsfunktionen för  $h = 0.1, 0.2$  och  $0.4$  s.
4. Ange en återkoppling ( $x_1 \rightarrow u$ ) så att processens nollställe elimineras och det slutna systemets övriga poler ligger i origo.
5. Ange en återkoppling  $x_1 \rightarrow u$  så att det slutna systemets alla poler ligger i origo.
6. Bestäm polynomen  $R, S$  och  $T$  i en utsignalåterkoppling enligt fig 1, som ger ett system med en observerarpol i  $z = 0$  och två poler
- $$z_{1,2} = \exp[-\zeta\omega h \pm i\omega h \sqrt{1 - \zeta^2}]$$
- för  $\omega = 4, \zeta = 0.707$  och  $h = 0.1, 0.2$  och  $0.4$ .
7. Genomför de beräkningar som krävs för uppgift 3A.
8. Bestäm en dead-beat strategi baserad på utsignalåterkoppling som har integration. Genomför beräkningen för  $h = 0.1, 0.2$  och  $0.4$ .

## TRIGGANVISNINGAR FÖR MISO

1. Utgångsläge: Samtliga knappar i den vertikala raden märkt TRIG MODE skall vara ute utom DC och EXT TRIG. Vrid rattarna TRIG LEVEL och STABILITY fullt medurs. Sätt tiden till 1 ms/ruta.
2. Sätt signalgeneratoren på ca 200 Hz och triangelvågen på full amplitud. Anslut triangelvågen till både EXT TRIG och kanal 1 inställd på 2 V/ruta.
3. Skruva upp intensiteten tills triangelvågen syns. Den är då helt osynkad och driver över skärmen.
4. Vrid STABILITY moturs tills bilden försvinner. Vrid TRIG LEVEL tills en stabil bild kommer fram. Ställ triggnivån på ca 4 V.
5. Anslut triggsignal och den andra signalen och ställ in tiden och förstärkningen.

## START AV LAB PROGRAM

### 1. STARTA HUVUDMASKINEN

- 1.1 Sätt diskett märkt PASCAL & MACRO i DXØ (systemskivan).  
Etiketten uppåt och mot Dig. Stäng luckan.
- 1.2 DC OFF, ENABLE, LTC ON, POWER ON, DC ON  
Disketten slamrar och på terminalen kommer "\$" när den blivit varm.
- 1.3 Skriv "dx↓". Ingenting händer. Disketten slamrar.
- 1.4 Konversation: (datorns utskrift understruken)  

```
RT-11xx V02C-xx  
_ DATE 29-SEP-77  
_ TIME 13:05  
_ SET USR NOSWAP (Gör monitorn något större och betydligt  
snabbare.)  
_ R program
```

### 2. STARTA REMOTE I HUVUDMASKINEN

- 2.1 Sätt diskett märkt Laborationsprogram i DX1.
- 2.2 Gå över till satellitmaskinen(erna) och gör följande:
  - 2.21 Se till att terminalen inte står i BLOCK MODE.
  - 2.22 Kommunikationsinterfacet skall stå i SLAVE, 4800 Baud,  
PARITY NONE.
  - 2.23 DC OFF, ENABLE, LTC OFF  
POWER ON.
  - 2.24 DC ON. På terminalen skall komma  
000002  
@  
Om satellitmaskinen redan är igång, gör i alla fall  
DC OFF - DC ON.
  - 2.25 Skriv 175610L (OBS! versalt L)

### 2.3 Återvänd till huvudmaskinen.

2.31 Stoppa in en skiva som innehåller SABO.SAV, REMSAT.LDA och REMOTE.REL i DX1. Starta SABO.SAV. (RUN DX1:SABO.SAV). Efter någon sekund skriver programmet ut en asterisk. Kontrollera då att alla satellitmaskiner står i RUN.

2.32 Skriv DX1:REMSAT Disketten knäpper ett par gånger, och på huvudterminalen kommer monitorns punkt. På samtliga satellitterminaler skall det stå

000200

ⓐ

2.33 Starta REMOTE i huvudmaskinen. (FRUN DX1:REMOTE)

### 2.4 Gå till satellitmaskinen.

2.41 Skriv P på satellitterminalerna. På var och en skall det komma FILE:

2.42 Sätt LTC ON (dvs starta klockan).

Programmet REMOTE har nu startats och kan köras.

## 3. LADDA PROGRAMMET MISO I SATELLITERNA

3.1 Skriv ⓐR DX1:MISO↓ på satellitterminalerna. Programmet MISO läses då ner till satelliterna. Det går att läsa ner till flera satelliter samtidigt och oberoende.

Laborationsprogrammet MISO är nu laddat. Det kan köras i satellitmaskinen oberoende av huvudmaskinen. Du kan t ex dra ur sladden som förbinder satellit- och huvudmaskin om Du endast tänker köra MISO.

## 4. EKVATIONSLÖSNING FRÅN SATELLIT

4.1 Stoppa MISO med F8. På terminalen kommer diverse text som slutar med FILE:

4.2 Återställ BLOCK MODE-omkopplaren.

4.3 Skriv ⓐE↓. Du får då från satellitterminalen tillgång till huvudmaskinen.



- 4.4 Skriv RUN DX1:POLYEQ↓ Detta program är förhoppningsvis självförklarande. Extra finess: Om Du anger gradtalet för ett polynom till 99 får Du automatiskt samma polynom som förra gången.
- 4.5 Lämna POLYEQ med CTRL-C
- 4.6 Skriv R FLET för att komma tillbaka till REMOTE. På terminalen kommer då FILE:
- 4.7 Skriv @S för att komma tillbaka till MISO.

## 5. STOPP FÖR REMOTE I HUVUDMASKINEN

- 5.1 Skriv @E för att gå ut i bakgrunden.
- 5.2 Skriv CTRL-F, CTRL-C, CTRL-C. På terminalen skall komma:  
F >  
^ C  
^ C  
B >
- 5.3 Skriv UNL FG↓ (betyder Unload Foreground)