



LUND UNIVERSITY

Plask & Pys -- Projektarbete i Systemteknik VT-75

Alberg, Mats; Brismer, Claes; Granbom, Hans; Hodosi, George; Langeen, Carl Gustaf; Ohlsson, Per-Erik; Ågren, Kenneth; Sundelin, Torbjörn

1975

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Alberg, M., Brismer, C., Granbom, H., Hodosi, G., Langeen, C. G., Ohlsson, P.-E., Ågren, K., & Sundelin, T. (1975). *Plask & Pys -- Projektarbete i Systemteknik VT-75*. (Technical Reports TFRT-7079). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:
8

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

TFRT - 7079

PLASK & PYS
Projektarbete i Systemteknik VT-75

M. ALBERG
C. BRISMER
H. GRANBOM
G. HODOSI
C.G. LANGEEN
P-E. OHLSSON
T. SUNDELIN
K. ÅGREN

Rapport 7518(C) Juni 1975
Inst. för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola

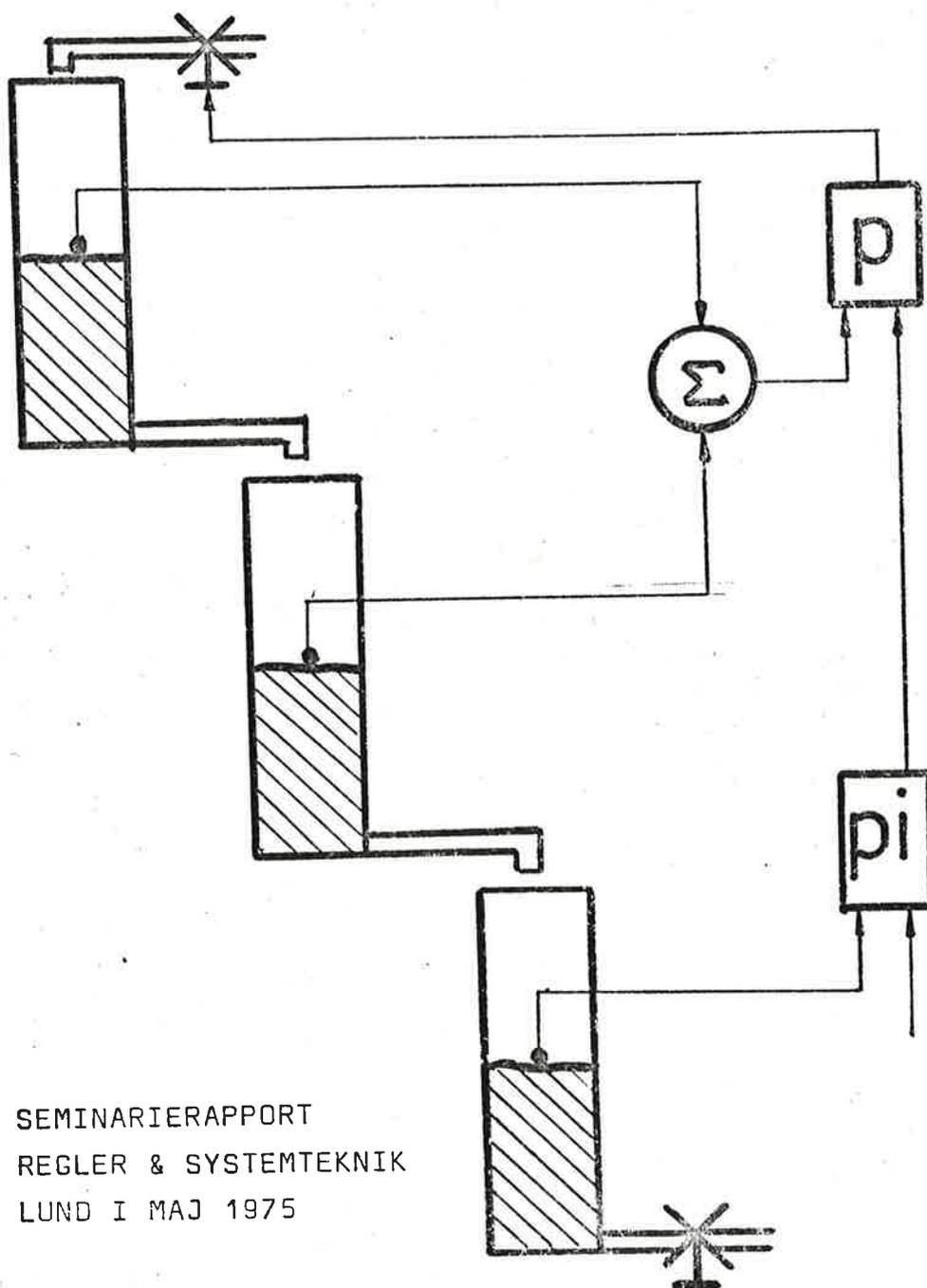
TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET

UTLÅNAS EJ

INSTITUTIONEN FÖR
REGLERTEKNIK
TEKNISKA HÖGSKOLAN I LUND



PLASK & PYS



SEMINARIERAPPORT
REGLER & SYSTEMTEKNIK
LUND I MAJ 1975

NIVÅREGLERING AV ETT TANKSYSTEM

Denna rapport utgör dokumentation av resultat och erfarenheter från projektgruppen i Regler & Systemteknik, vt 1975.

Mats Alberg

Claes Brismar

Hans Granbom

George Hodosi

Carl Gustaf Langeen

Per-Erik Ohlsson

Torbjörn Sundelin

Kenneth Ågren

SAMMANFATTNING

Projektarbetet våren 1975 var att undersöka nivågivare, ventiler, flödesmätare samt nivåreglera ett system med tre tankar (populärt kallat plask och pysen).

Plask och pysen visade sig vara olinjär i flera avseenden såsom

- a) att utströmningshastigheten ur en tank var proportionell mot kvadratroten ur vattenhöjden
- b) totaltryckförlusternas variationer på ventil
- c) olika tidskonstanter i systemet
- d) att inget flöde från ventil förrän potentiometerinställning var 45 % av maxutslag.

När övre ventil gav flödet $89 \text{ cm}^3/\text{s}$ (30 skaldelar) valdes detta som arbetspunkt. Överföringsfunktionen ges då för nivågivare tank nr 1 $G(s) = 2,47 \text{ skaldelar/cm}$, nr 2 $G(s) = 2,78 \text{ skaldelar/cm}$ och nr 3 $G(s) = 2,69 \text{ skaldelar/cm}$, samt ventil $G(s) = 5,0 \text{ cm}^3/\text{s} \times \text{skaldelar}$ och flödesmätare $G(s) = 4,0 \text{ cm}^3/\text{s} \times \text{skaldelar}$. Vid reglering av tank 1 ges överföringsfunktionen $G(s) = \frac{0,05}{s+0,1}$ och för öppna systemet $G_0(s) = \frac{6,2}{1+10s}$.

Vid reglering av tank 1 + 2 inställdes P-regulator $K_C = 50 \%$

PI-regulator $K_C = 40 \%$

$T_I = 0,45 \text{ min}$

och vid reglering av tank 1 + 2 + 3 P-regulator $K_C = 50 \%$

PI-regulator $K_C = 100 \%$

$T_I = 0,45 \text{ min}$

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	Sid.
Inledning	1
Undersökning av nivågivare	4
Undersökning av ventiler	7
Undersökning av flödesmätare	14
Matematisk modell för tankdynamiken	20
Tidskonstanter	24
Reglering av tank 1	25
Reglering av tank 1 + 2	28
Reglering av tank 1 + 2 + 3	30

INLEDNING

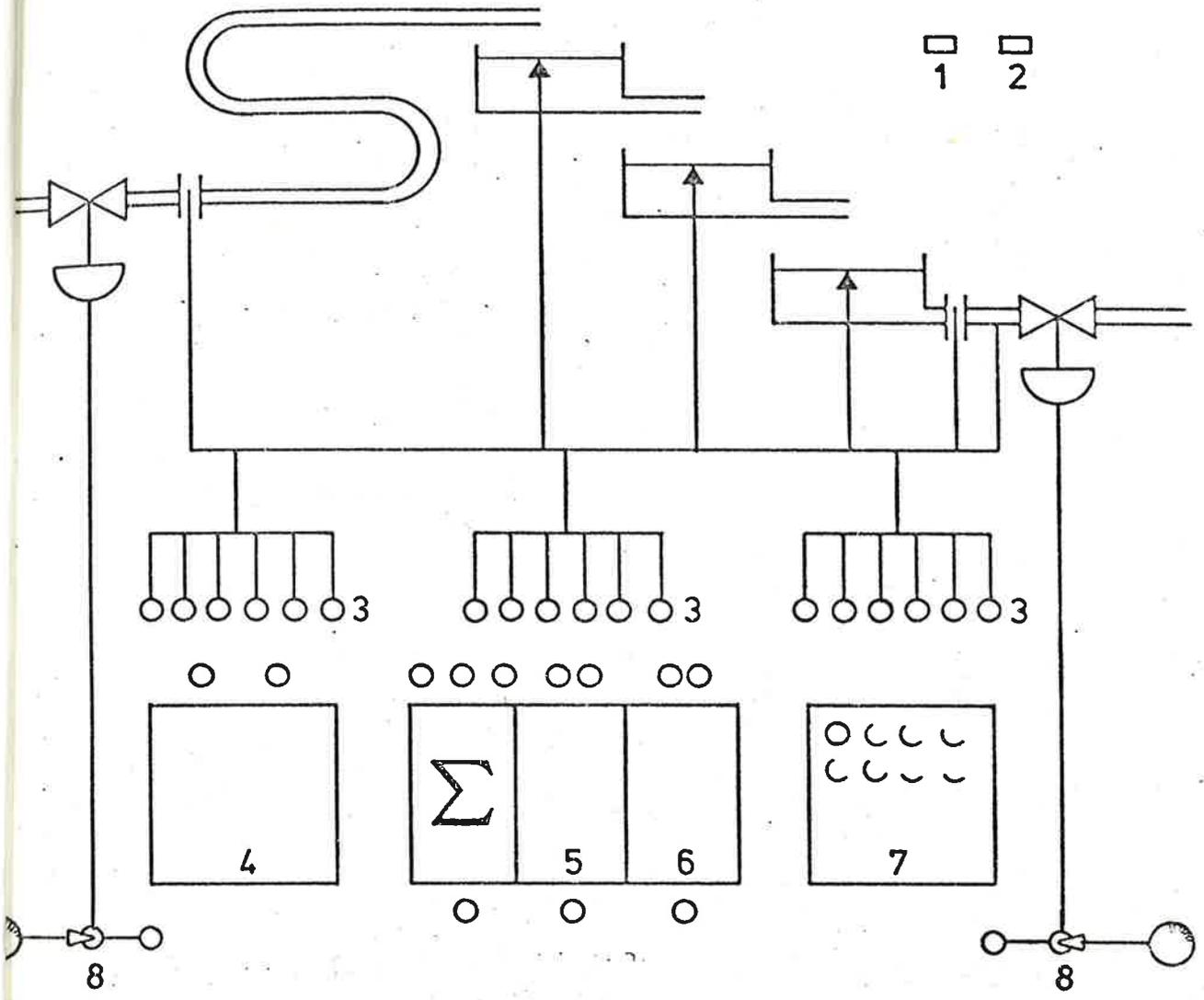
Plask och pysen består av tre tankar på olika nivå. Tankarna är förbundna med varandra så att utloppet från en tank är inlopp till närmaste lägre tank. En pump driver runt vatten i systemet. Inloppet till den översta tanken och utloppet från den understa kan styras med ventiler. Tillgängliga mätsignaler är trycket i botten på varje tank (d.v.s. i princip vattennivån i tanken) samt flödet in till den översta och ut från den understa tanken. Samtliga mät- och ställdon drivs pneumatiskt.

Till processen hör en panel enligt fig nedan. På panelen finns samtliga mätsignaler tillgängliga på tre ställen. För varje ventil finns en omkopplare som gör det möjligt att välja mellan att styra ventilen från en potentiometer eller från en signal-ingång. Panelen har också ett interface för kommunikation med dator. Detta innehåller 9 logiska ingångar, 9 logiska utgångar, 8 analoga ingångar samt 4 analoga utgångar.

För analog styrning och registrering har panelen en PID-regulator, en PI-regulator, en summator samt en skrivare för samtidig registrering av två signaler.

Mätsignalerna ligger mellan 0 V och - 10 V när de kommer in. - 10 V svarar mot full tank resp. maximalt flöde. Styrsignalerna skall ligga inom samma spänningsområde. Den övre ventilen stängs för 0 V medan den undre öppnas för 0 V. Anledningen till detta är att tankarna skall tömmas om spänningen faller ifrån.

Slutligen finns på panelen en strömbrytare för hela processen och en återställningsknapp för den skyddskrets, som stänger den övre ventilen och öppnar den undre om någon tank överfylls.



Plask-och-pysens panel

- 1. Aterställning av skyddskretsen
- 2. Nätströmbrytare
- 3. Mätutgångar
- 4. Skrivare
- 5. PID - regulator
- 6. PI - regulator
- 7. Interface
- 8. Omkopplare för ventilstyrning

Undersökning av nivågivarna

För mätning av nivå i tankarna användes tre NAF 3504-51.

Data: Mätområde	0-0,4m vattenpelare
Utsignal	10-50 mA

Kalibrering:

1. Nivågivarna inställdes så att tom tank gav utslaget noll på skrivaren.
2. Nivågivarnas mätomfång reglerades så att full tank (40 cm) gav fullt skrivarutslag (100 skaldelar).
3. Tankarna fylldes till olika nivåer, varefter signalerna mättes på i processen befintlig skrivare.

Framtagna värden redovisas i tab. 1 och diagram 2. Lutningen på kalibreringskurvorna fann vi vara 2,47, 2,78 resp. 2,69 för de olika tankarna. Överföringsfunktionerna från nivå till signal blir då :

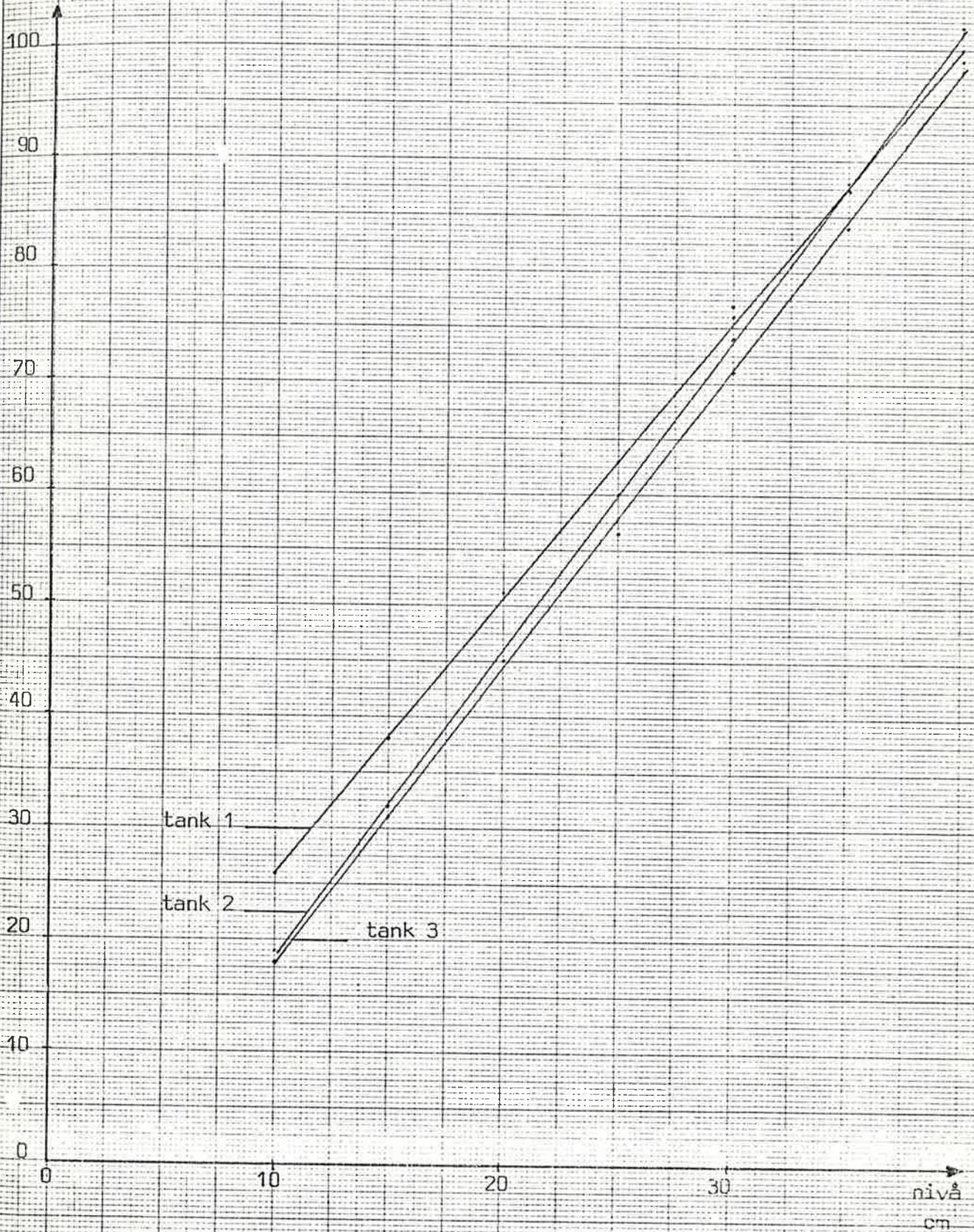
$G(s)=2,47\text{skaldelar/cm}$ tank 1

$G(s)=2,78\text{skaldelar/cm}$ tank 2

$G(s)=2,69\text{skaldelar/cm}$ tank 3

nivå cm	skrivarutslag (skaldelar)		
	tank 1	tank 2	tank 3
10	26,0	18,8	18,0
15	38,2	32,0	30,8
20	51,2	45,2	45,0
25	62,8	59,2	57,5
30	76,0	73,7	71,2
35	87,9	86,8	83,9
40	100,0	102,0	98,8

Tabell 1.



Undersökning av ventilerna

Ventilen drivs på pneumatisk väg av en yttre kompressor. Se fig 1. Styrning av flödet görs genom att man ökar strömningsförlusterna i vattenkretsen. Studera fig 2. För en given pump och vid fixt varvtal fås ett samband mellan uppföringshöjd (H) och flödet (Q). H_{sys} är kvadratisk m.a.p. flödet (Q). Genom att öka totaltryckförlusterna i kretsen fås en brantare stegring av H_{sys} och driftspunkten förskjuts mot lägre flöden. Variering av totaltryckförluster kan realiseras genom en ventil. Styrning av ventilen sker på följande sätt: En elektrisk signal styr genom signal-tryckomvandlare trycket från kompressorn. Detta tryck styr sedan läget av en nålspets i ventilen och olika strömningsmotstånd erhålles.

Trycket från kompressorn skall vara $1,4 \text{ kp/cm}^2$ men får i-
bland något lägre tryck.

Av ovan sagda förstår man att det är förknippat med stora problem att få ventilens karakteristik linjär. Man utformar därför nålspetsen på speciellt sätt som utjämnar olinjariteterna.

Ventilen har en mekanisk återkoppling från läge till tryck som säkerställer ^{att/} en viss ventilsignal inställd vid två olika tidpunkter ger samma flöde. Denna återkoppling kan dock kopplas ifrån, vilket inte rekommenderas.

Bestämning av statistiska sambandet mellan ventilsignal och flöde har gjorts med hjälp av kalibreringskurva för flödesmätare. Se fig 3. Ventil och flödessignalerna mättes genom att skicka in dem på skrivaren. Mätvärden finns redovisade i tabell och diagram.

Ventilsignal	Flödessignal	Flöde cm^3/s
0-40	4	16
50	6	33
60	13	56
65	19	83
70	31	125
75	41	143
80	52	167
85	65	200
90	73	217
95	75	250
100	76	250

Tabell 1.

Diagram 2 visar karakteristiken för ventilen. Den är grovt olinjär (förstärkningen varierar kraftigt). Upp till en ventilsignal på 40 skaldelar fås inget flöde. Detta orsakas av en matarpump med för låg kapacitet. Vi har valt en arbetspunkt där ventilen ger flödet $89 \text{ cm}^3/\text{s}$ vilket motsvaras av en flödessignal av 30 skaldelar. Förstärkningen har beräknats ur karakteristikan till $5,0 \text{ cm}^3/\text{sek} \times \text{skaldel}$. För att ta reda på ventilens dynamik har vi tagit upp stegsvar och antagit ett 1:a ordningens system. Överföringsfunktionen blir då

$$G(s) = \frac{k}{1 + sT}$$

k = förstärkning, T = tidskonstant. Stegvarsanalys har gjorts på följande sätt. Man kan på två olika ställen på panelen manuellt ställa in fixa värden på ventilsignalen:

- a) genom en separat potentiometer
- b) genom manuell inställning på regulatorm

Vilket av dessa som gäller beror av läget av en omkopplare. Man ställer nu in olika ventilsignaler och genom omkoppling fås en momentan stegändring av ventilsignalen. Man observerar då en viss tidskonstant hos ventilen. Tidskonstanten blir ungefär 0,7 sek.

Obs: Detta transientförsök innehåller stor osäkerhet då flödet observerades på skrivaren som består av ickeviktlösa, mekaniska delar, var och en med sina tidskonstanter. Dessutom är skrivarhastigheten relativt låg.

Förstärkningen i arbetspunkten har beräknats till 5,0
cm³/s x skaldel. Överföringsfunktionen från signal till
flöde:

$$G(s) = \frac{5,0}{1 + 0,7s} \text{ cm}^3/\text{s} \times \text{skaldel}$$

Här skall tilläggas att osäkerheten i förstärkningen är
betydande p.g.a. variation av kompressortrycket.

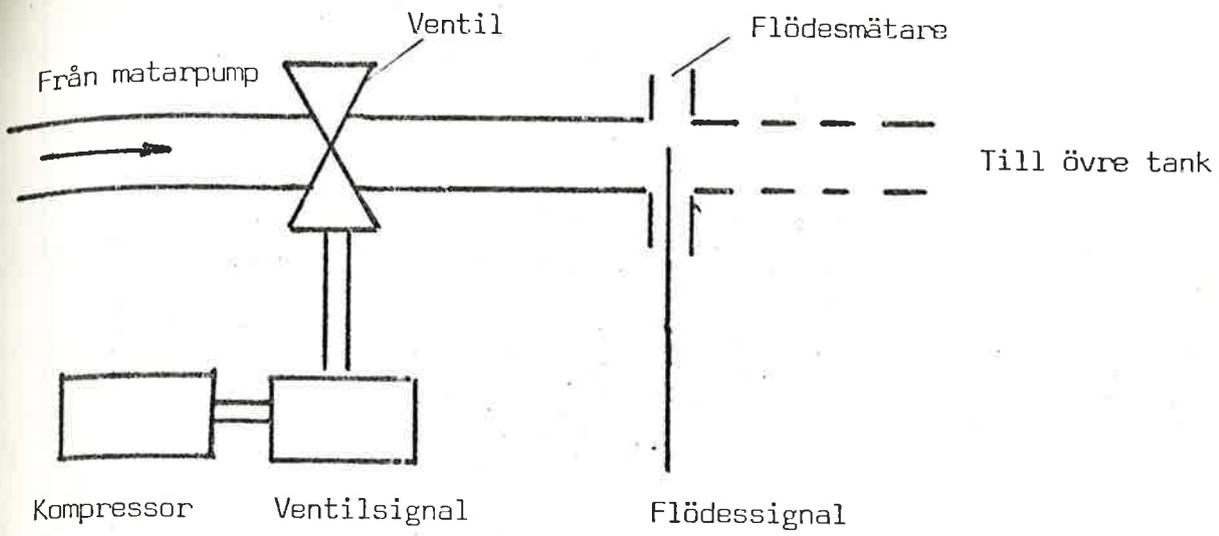


Fig 1

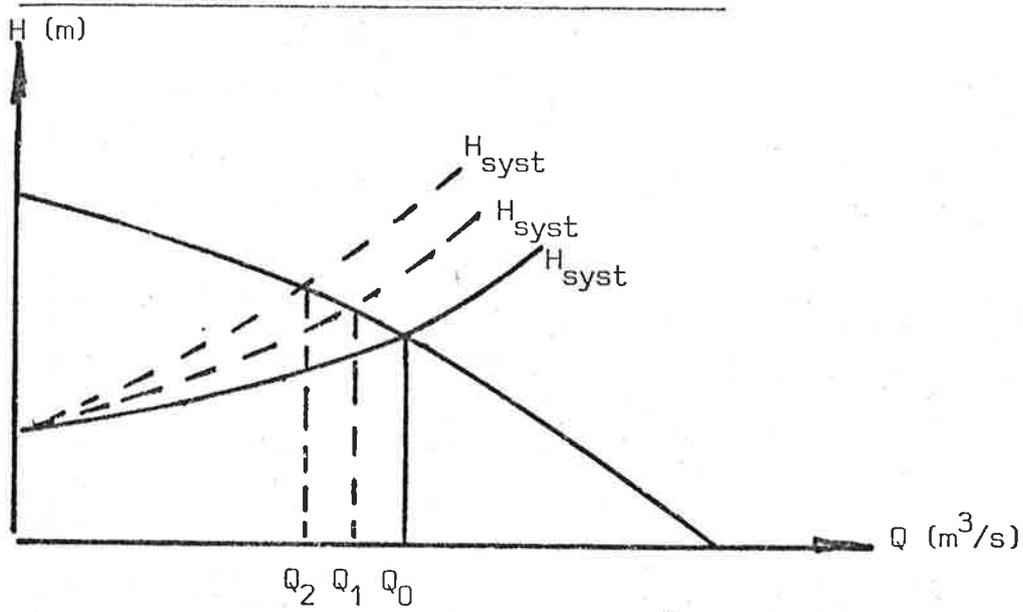


Fig 2

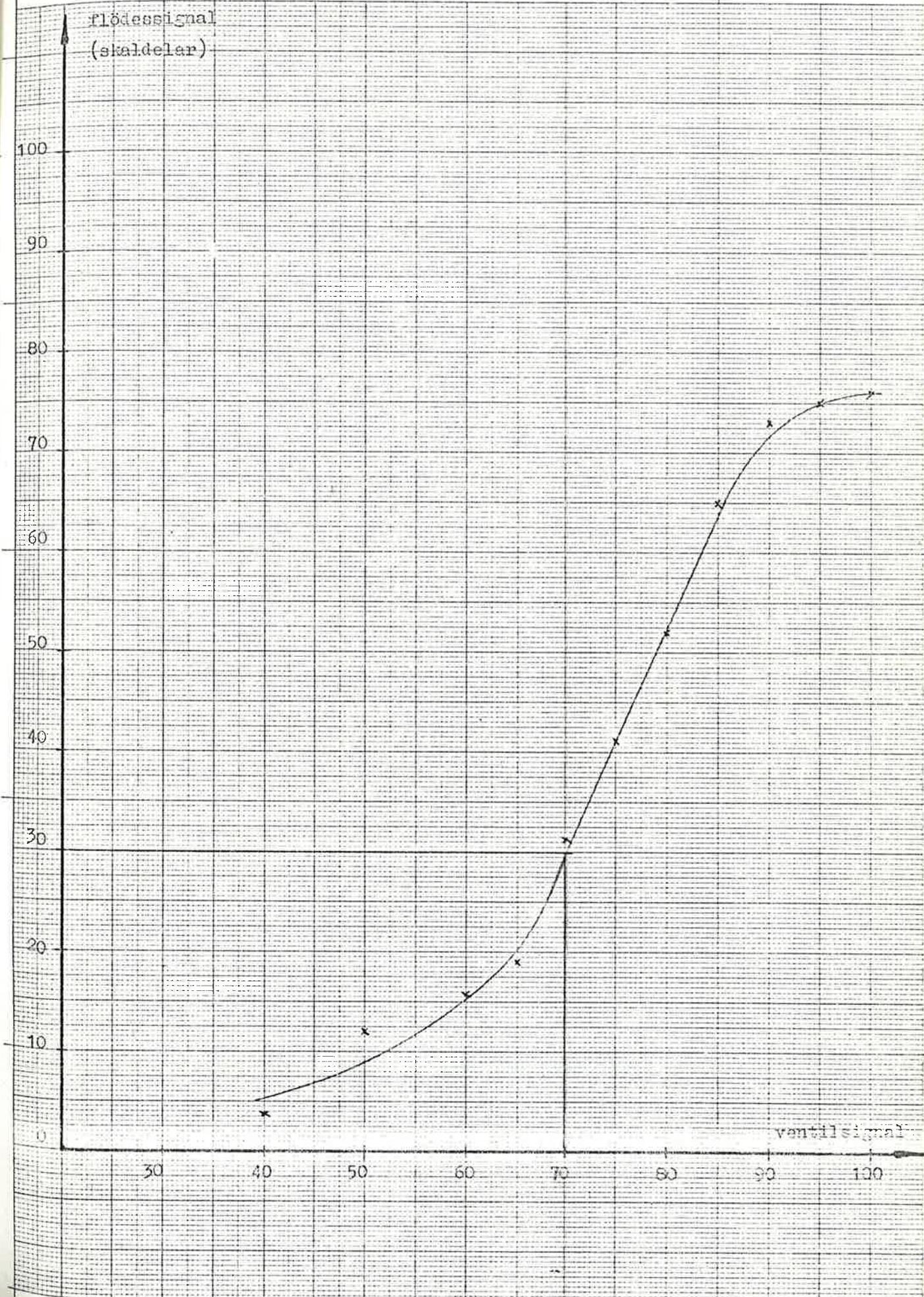


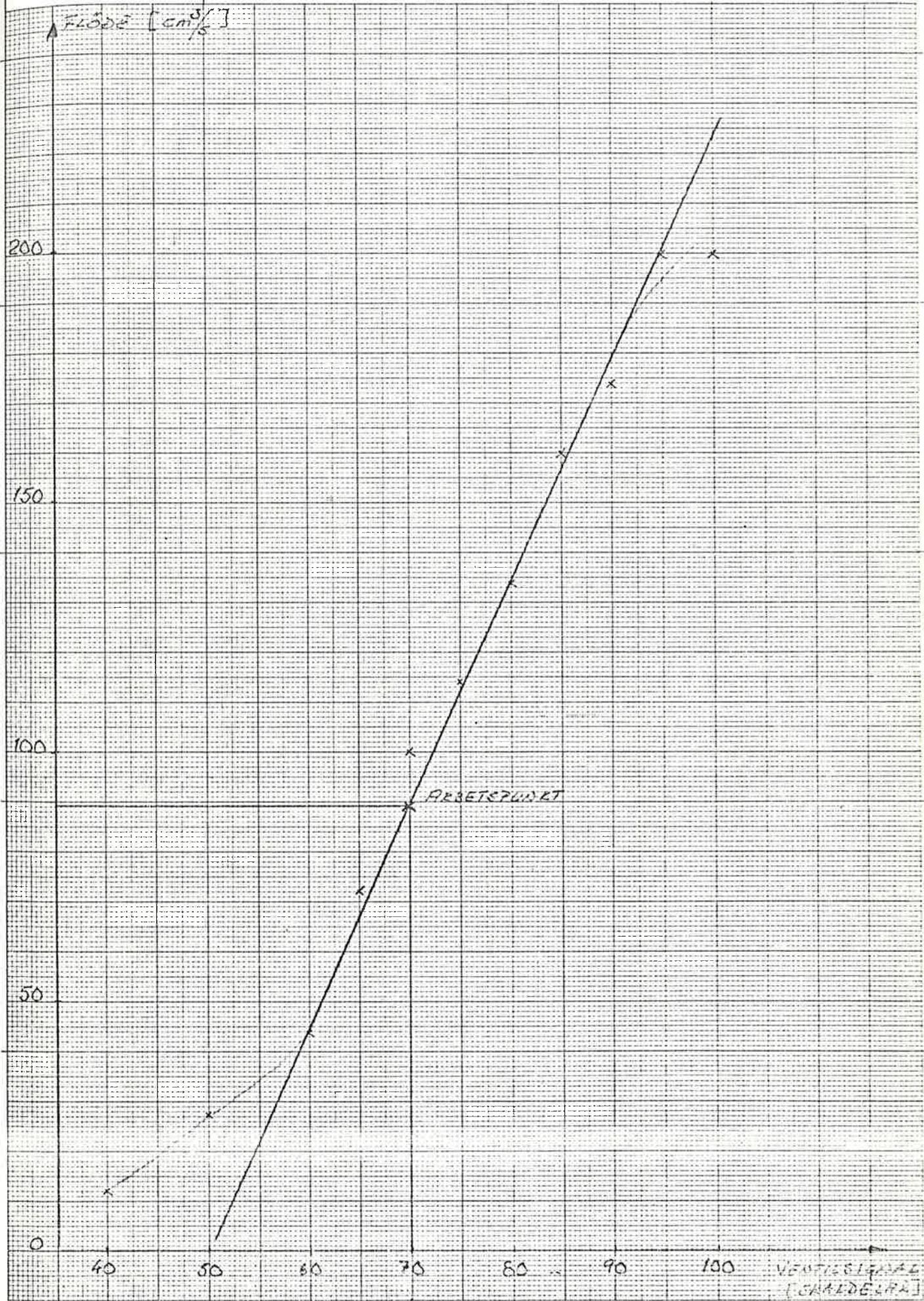
Fig 3

Diagram 1

Flödessignal som funktion
av ventilsignal.

Luftens tryck vid ventilen $1,4 \text{ kp/cm}^2$





Undersökning av flödesmätare

För mätning av flöde användes två NAF 355600 elmätgivare.

Data: Mätvärdesområde	0-415 mm vp
Utsignal	10-50 m A
Max tryck	NT 100
Max omgivningstemperatur	80°C

Dessa var monterade på plask och pysen enligt fig 1.

Elmätgivarna arbetar enligt kraftbalansprincipen med en membrankapsel och en elektrisk dykspole för motkraften. Membrankraften har inbyggd dämpningsanordning och är också överbelastningsskyddad. Vid flöde genom elmätgivarna utgör membrankapseln ett strömningsmotstånd för vätskan. Tryckdifferensen ger en kraft som transformeras om i en dykspole, varvid en elsignal erhålles. Denna elsignal omformas m.h.a. elektronik så att roten ur tryckdifferensen är proportionell mot utsignal. En skrivare registrerar utsignalen. Se fig 2.

För att kalibrera övre mätgivare utfördes följande:

Ett visst flöde genom tank 1 inställdes med övre reglerventil. Utloppet från tank 1 stängdes och skrivaren inkopplades. Därefter noterades tiden för att höja vattenytan i tank 1 20 cm.

Undre mätgivare kalibrerades något annorlunda, eftersom ut-

strömmande vattenmängd från tank 3 ej kunde registreras. Vattenslangen för inflöde flyttades från tank 1 till tank 3. Ett flöde motsvarande tidigare skrivarutslag inställdes. Därefter injusterades undre regulator så att inflöde och utflöde var lika. Undre mätgivares värde registrerades av skrivaren. Större flöden än de angivna i tabell 1 gick ej att erhålla, eftersom pumpen i så fall måste stannas och sedan startas varvid icke önskade effekter uppstod. I ett senare skede av projektarbetet ökades utloppsarean för tank 1 och tank 2 till $45,01 \text{ mm}^2$.

Ett antal flöden och tider enligt tabell 1 plottades i diagram 1 och 2. Roten ur skrivarutslaget visade sig vara direkt proportionell mot flödet. Arbetspunkten extrapolerades vilket gav överföringsfunktionen från flöde till signal $G(s) = 4,0 \text{ cm}^3/\text{s} \times \text{skaldelar}$.

tid/20 cm nivåhöjning	flöde	skrivarutslag övre flödes- mätare	$\sqrt{\text{skrivar-}}\sqrt{\text{utslag}}$	skrivarutslag undre flödes- mätare	$\sqrt{\text{skrivar-}}\sqrt{\text{utslag}}$
13,0	30,2	5,5	2,35		
9,6	40,9	8,0	2,83	7,0	2,65
8,7	45,1	9,5	3,08	8,0	2,83
7,3	53,8	12,0	3,46	10,5	3,16
6,4	61,4	15,0	3,87	13,5	3,67
5,9	66,6	17,0	4,12	16,2	4,02
5,3	74,1	19,0	4,36	17,0	4,12
4,8	81,8	22,0	4,69	20,0	4,47
4,6	85,4	23,0	4,80	23,0	4,58

Tabell 1

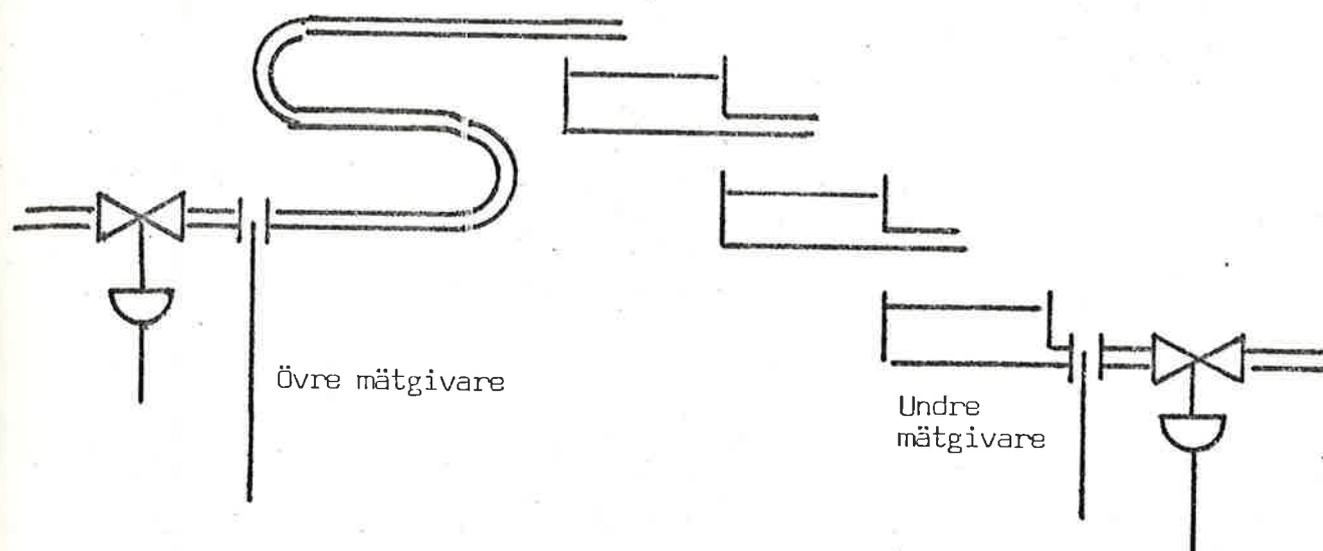
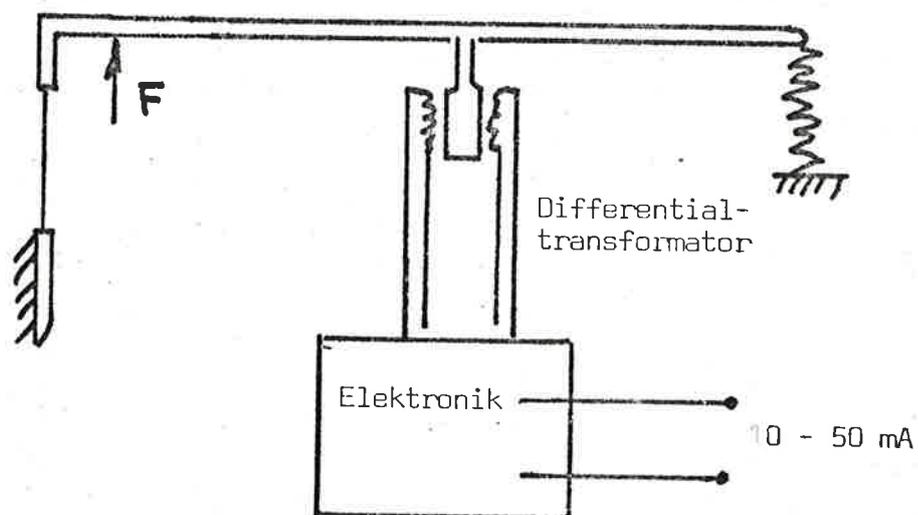
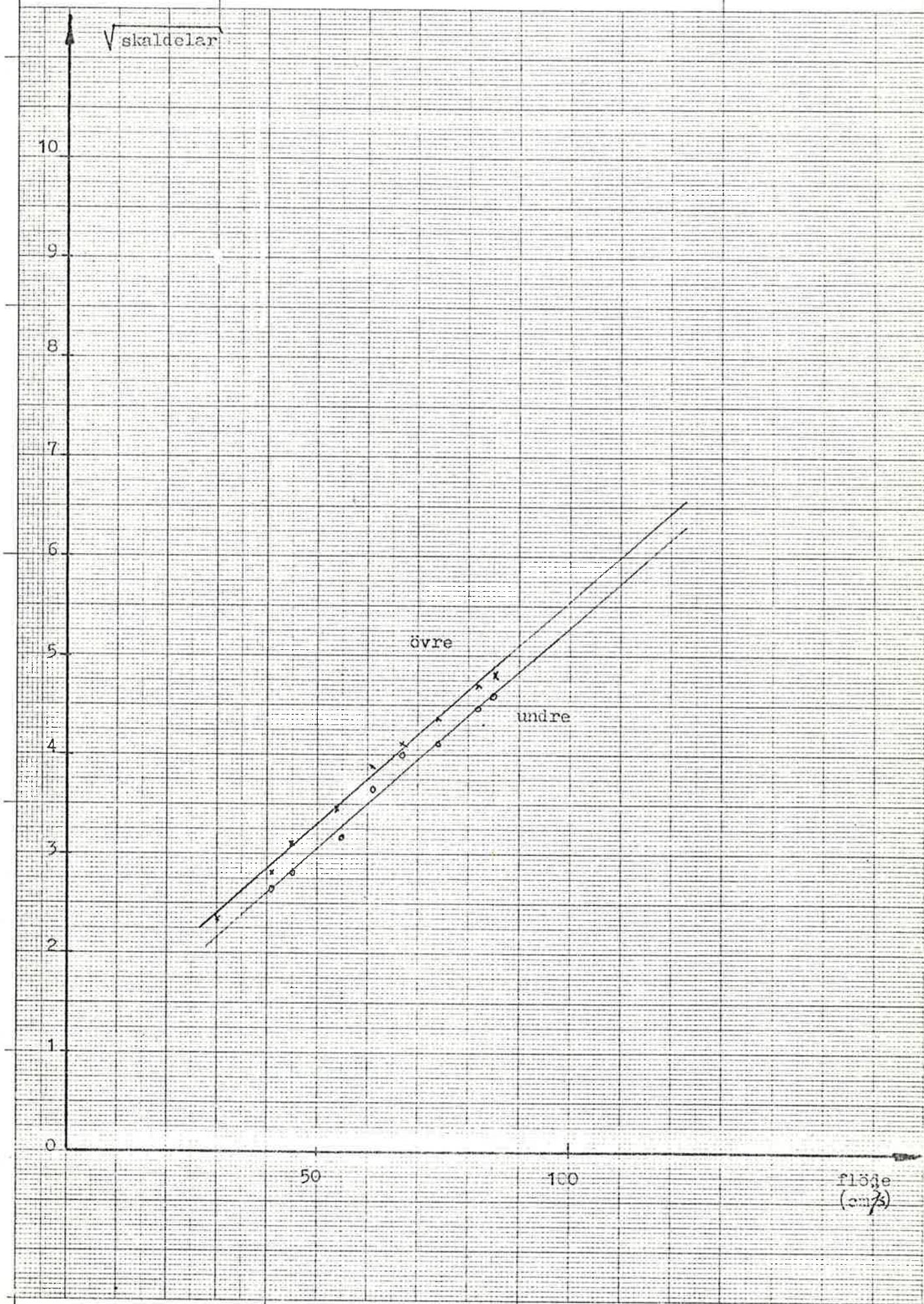


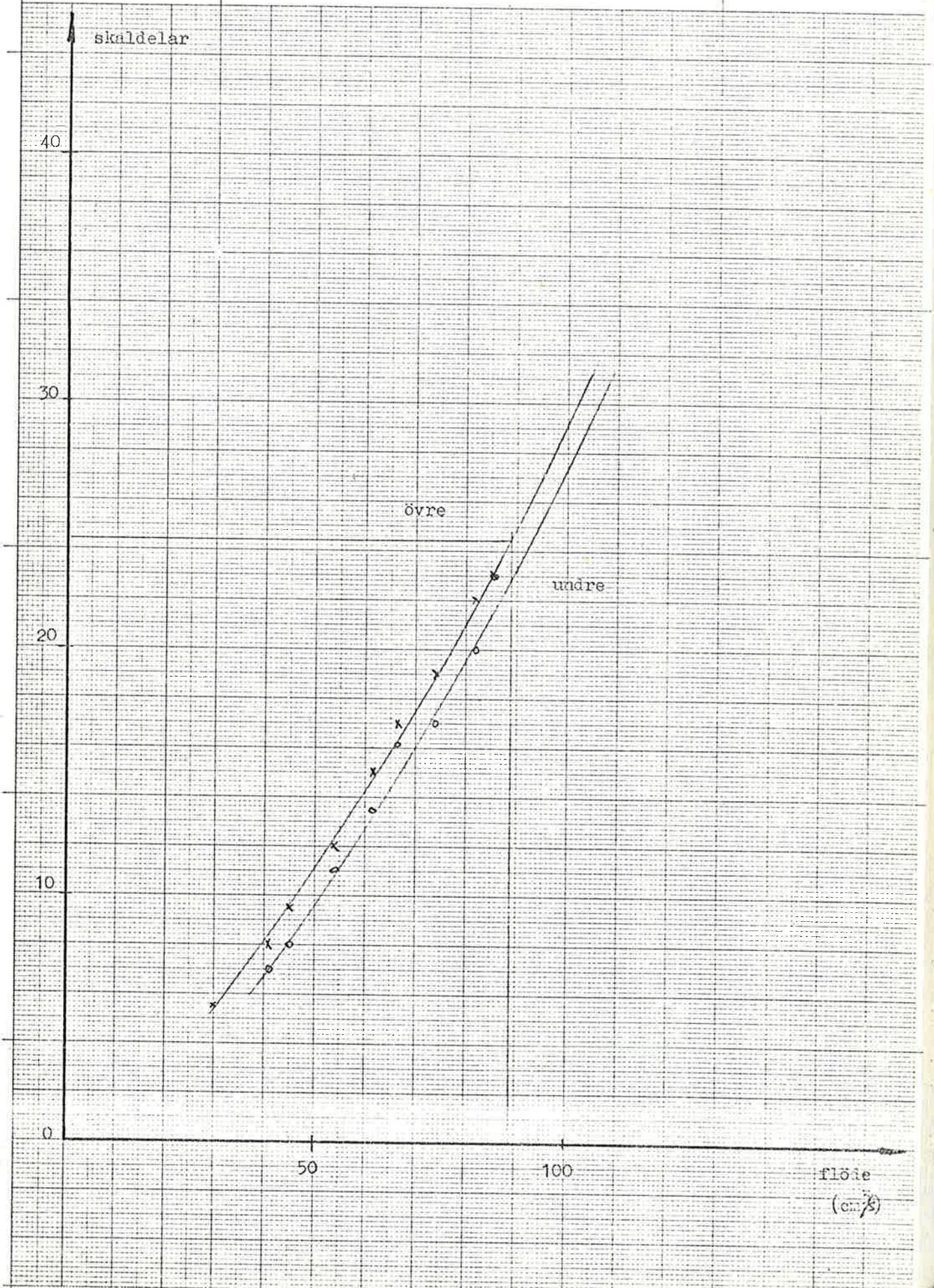
Fig 1



F = Kraft som transfererats från tryckdifferensen
 För övrigt hänvisas till bilaga elmätgivare fig 3.

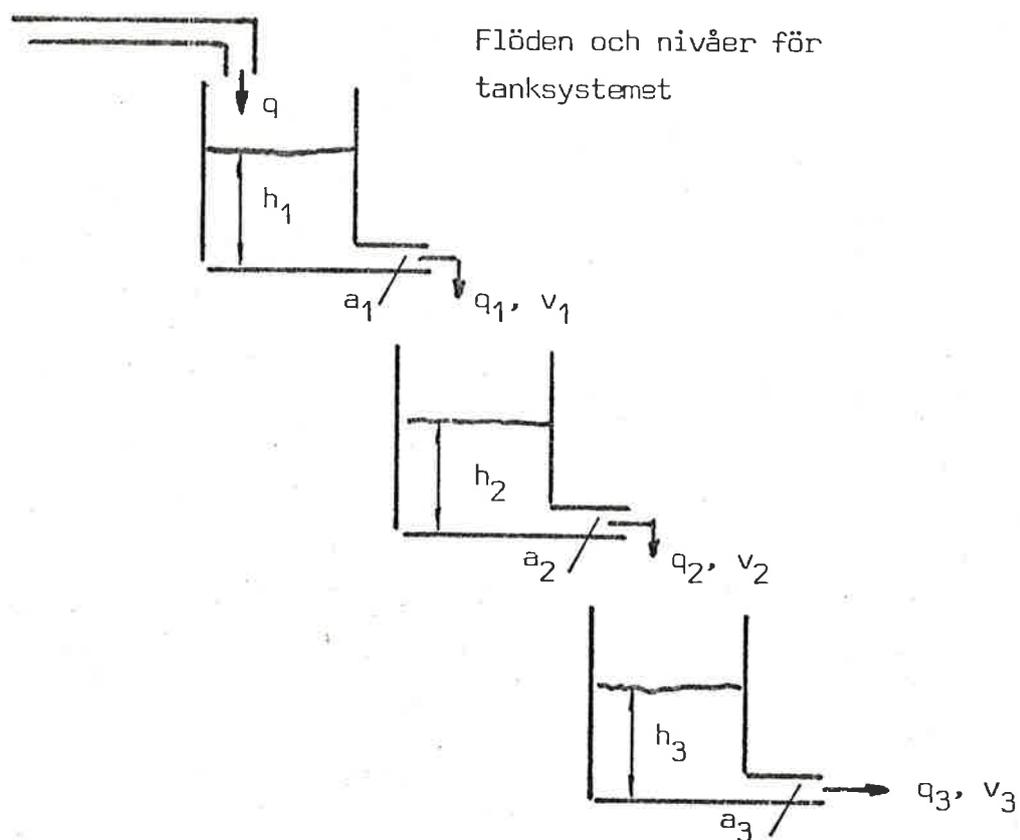
Fig 2





SELTE 441

Matematisk modell för tankdynamiken



$a_{1,2,3}$ = utloppsarean

v = utströmningsarean

A = genomsnittsarean för tank 1, 2 och 3

Energiförhållande (för en tank)

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = h \rho g \quad v = \sqrt{2gh} \quad q = a \sqrt{2gh} \quad (1.4.1)$$

Kontinuitet för tankarna ger:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \frac{dh_1}{dt} = q - q_1 = q - a_1 \sqrt{2gh_2} \\ A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2 = a_1 \sqrt{2gh_1} - a_2 \sqrt{2gh_2} \\ A_3 \frac{dh_3}{dt} = q_2 - q_3 = a_2 \sqrt{2gh_2} - q_3 \end{array} \right. \quad (1.4.2)$$

Värdet på q_3 bestäms av en pump i utloppet och är helt oberoende av höjden i tanken (h_3).

Antag en stationär lösning $h_i = h_i^0$

då $q = q_0$

Linearisering av ekv. (1.4.2) ger:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \frac{d(h_1 - h_1^0)}{dt} = q - q_0 - (h_1 - h_1^0) a_1 \sqrt{\frac{g}{2h_1^0}} \\ A_2 \frac{d(h_2 - h_2^0)}{dt} = (h_1 - h_1^0) a_1 \sqrt{\frac{g}{2h_1^0}} - (h_2 - h_2^0) a_2 \sqrt{\frac{g}{2h_2^0}} \\ A_3 \frac{d(h_3 - h_3^0)}{dt} = (h_2 - h_2^0) a_2 \sqrt{\frac{g}{2h_2^0}} \end{array} \right. \quad (1.4.3)$$

Sätt $x_1 = h_1 - h_1^0$

$x_2 = h_2 - h_2^0$

$x_3 = h_3 - h_3^0$

$U = q - q_0$

$T_1 = \frac{A_1}{a_1} \sqrt{\frac{2h_1^0}{g}}$

$T_2 = \frac{A_2}{a_2} \sqrt{\frac{2h_2^0}{g}}$

Vid mätning av A_1, A_2, A_3 erhöles $A_1 = A_2 = A_3 = A$

Ekv. (1.4.3) kan då skrivas :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{T_1}x_1 + \frac{1}{A}U \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{T_1}x_1 - \frac{1}{T_2}x_2 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_2}x_2 \end{cases} \quad (1.4.4)$$

Detta ger systemet på tillståndsform

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_1} & -\frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U \quad (1.4.5)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \quad (1.4.6)$$

Där vi valt x_1, x_2, x_3 som utsignaler

Laplacetransformering ger

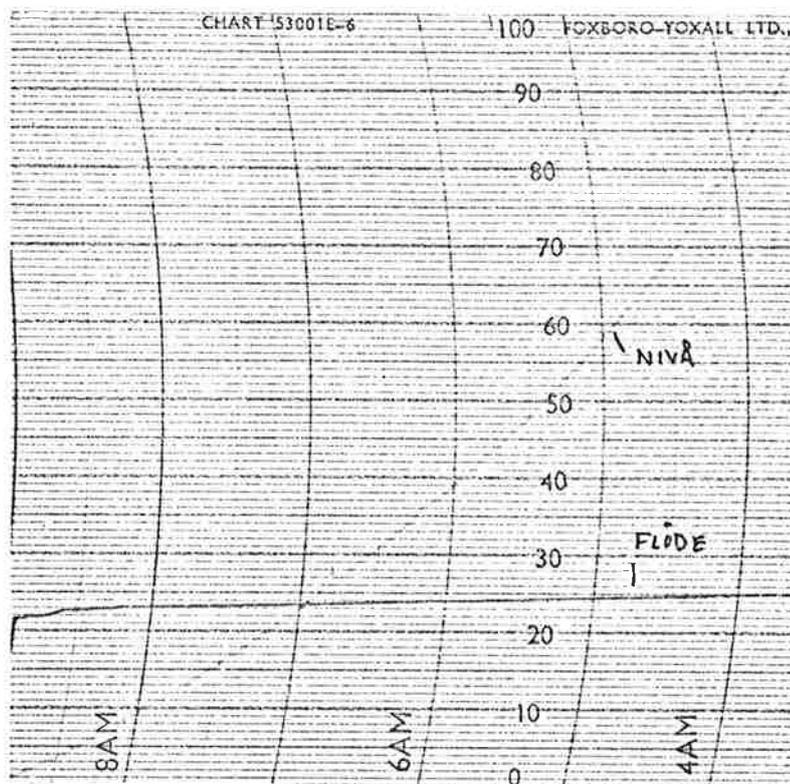
$$\begin{cases} sX_1 = -\frac{1}{T_1}X_1 + \frac{1}{A}U \\ sX_2 = \frac{1}{T_1}X_1 - \frac{1}{T_2}X_2 \\ sX_3 = \frac{1}{T_2}X_2 \end{cases} \quad (1.4.7)$$

Överföringsfunktionerna från avvikelse i insignal till resp. nivåavvikelse blir:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1(s) = \frac{\bar{X}_1(s)}{U(s)} = \frac{1/A}{s + 1/T_1} \\ G_2(s) = \frac{\bar{X}_2(s)}{U(s)} = \frac{1/AT_1}{(s+1/T_1)(s+1/T_2)} \\ G_3(s) = \frac{\bar{X}_3(s)}{U(s)} = \frac{1/A_1 T_1 T_2}{(s+1/T_1)(s+1/T_2)} \end{array} \right. \quad (1.4.8)$$

Tidskonstanter

Flödet från tank 3 beroende av höjden i tanken



Beräkning av tidskonstanterna

$$A = \frac{\pi}{4} (4,99)^2 = 19,6 \text{ cm}^2$$

$$a_1 = a_2 = (0,74)^2 \frac{\pi}{4} \text{ cm}^2 \quad \text{utloppsarean hos tank 1 och 2}$$

Linjariseringspunkt bestämdes för skrivarutslag

50 skaldelar för tank 1 och 2

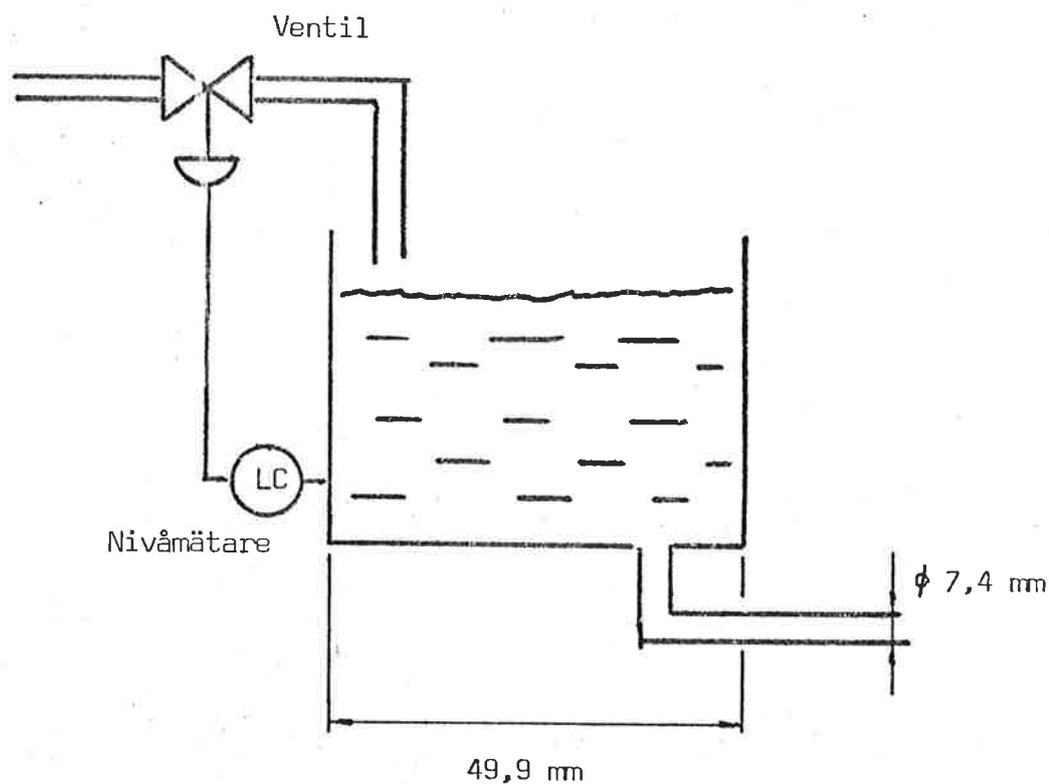
$$h_1^0 = 20 \text{ cm}$$

$$h_2^0 = 23 \text{ cm}$$

Tidskonstanterna blir då:

$$T_1 = \frac{(4,99)^2}{(0,74)^2} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,20}{9,81}} = 9,2 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{(4,99)^2}{(0,74)^2} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,23}{9,81}} = 9,6 \text{ s}$$

Reglering av tank 1

Överföringsfunktionen för ventilen inom det linjära området ges av

$$G_v = 5,0 \text{ cm}^3/\text{s} \times \text{skaldelar}$$

Överföringsfunktionen för tankdynamiken ges av

$$G_s = \frac{0,05}{s+0,1}$$

Överföringsfunktionen för nivåmätaren ges av

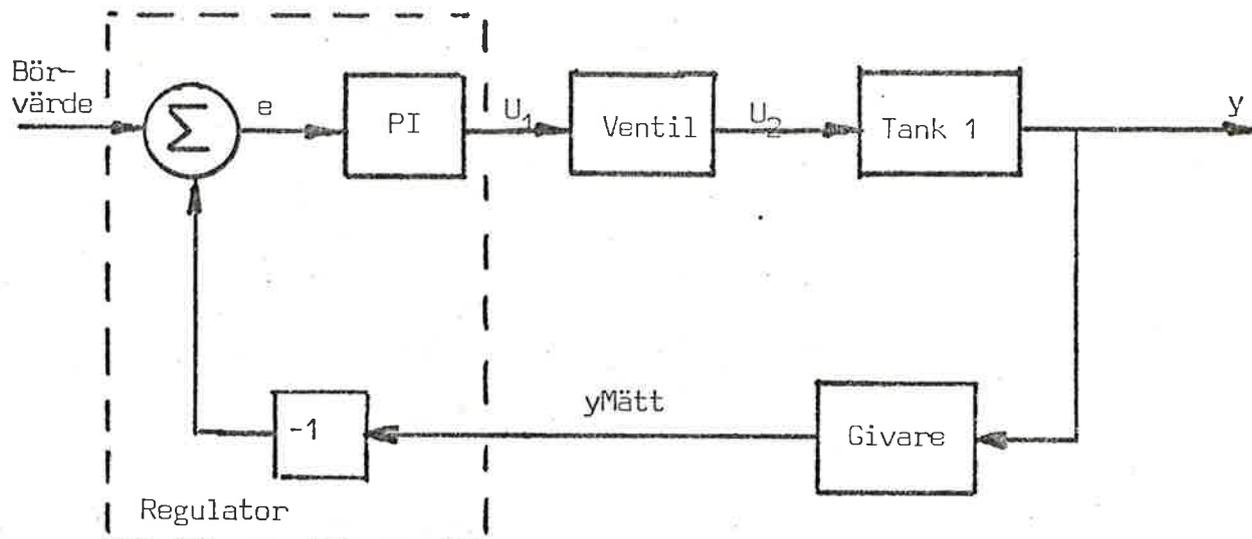
$$G_h = 2,47 \text{ skaldelar/cm}$$

Totala kretsöverföringen för det öppna systemet utan regulator

blir då

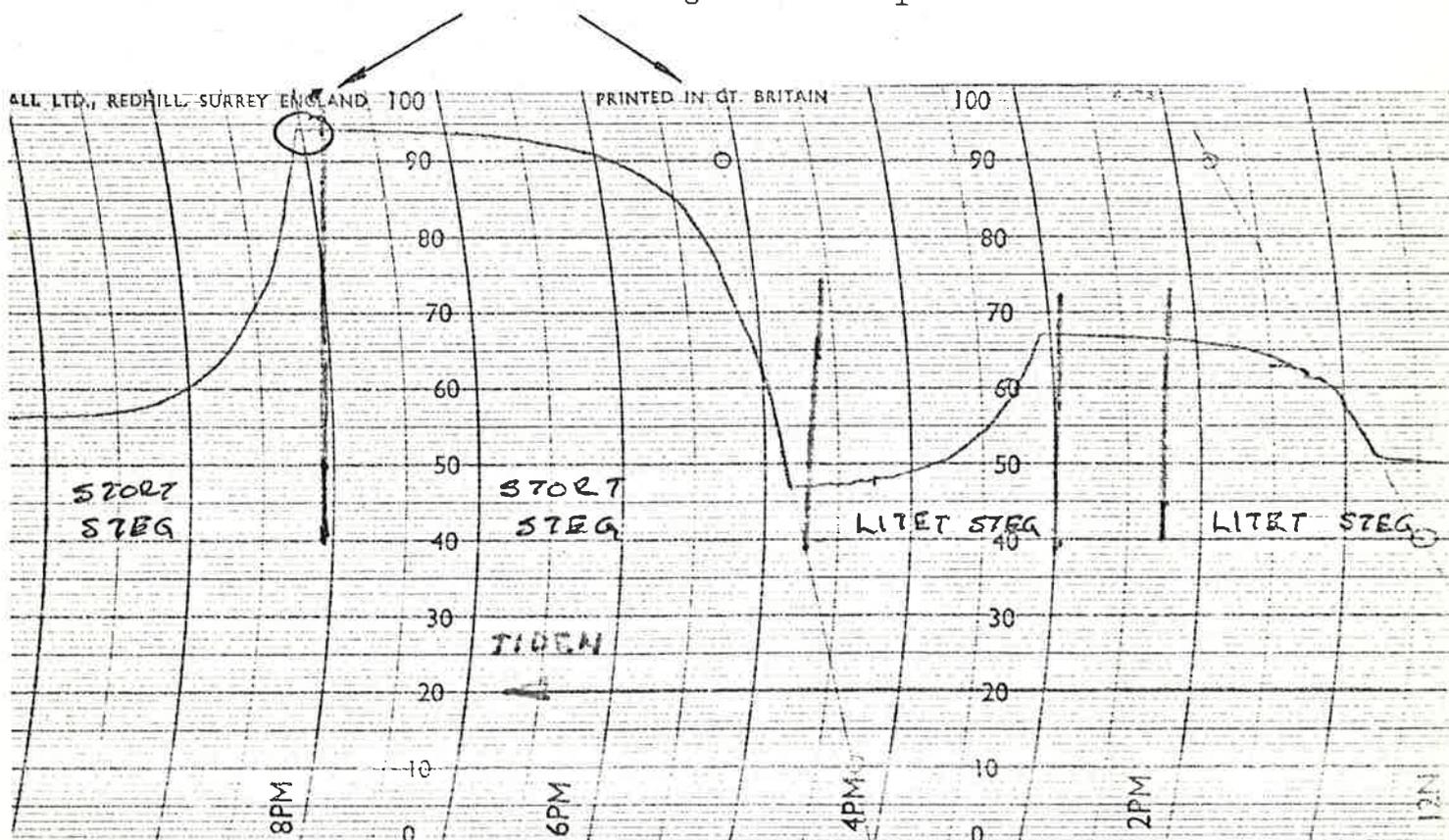
$$G_0(s) = \frac{0,62}{s + 0,1} = \frac{6,2}{1 + 10s}$$

Följande uppkoppling för att reglera 1:a tanken är lämplig



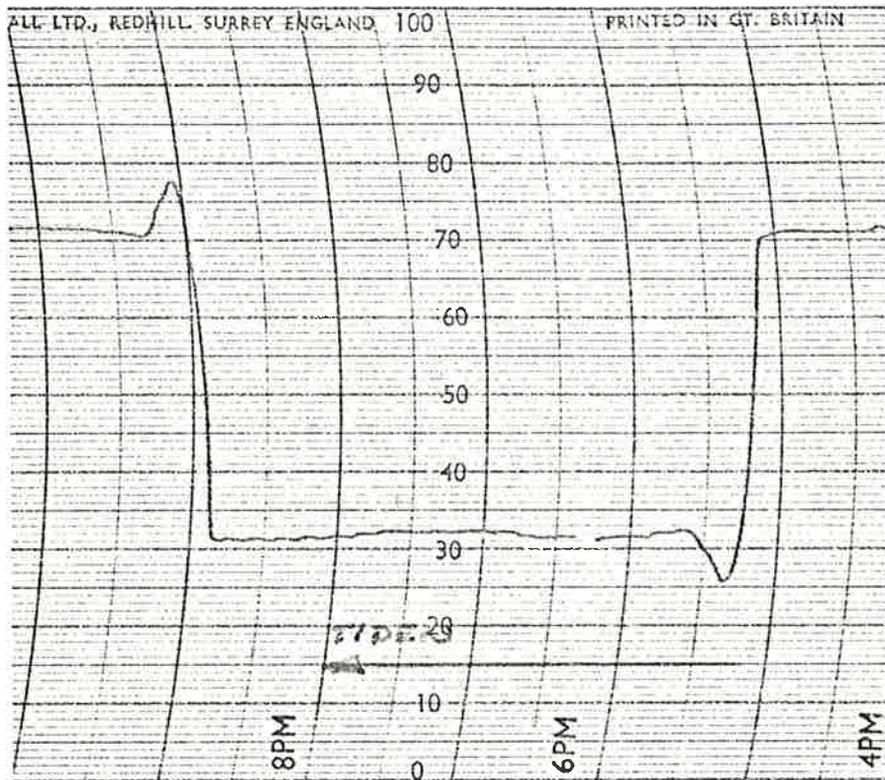
Stegsvar för tank 1 - öppet system.

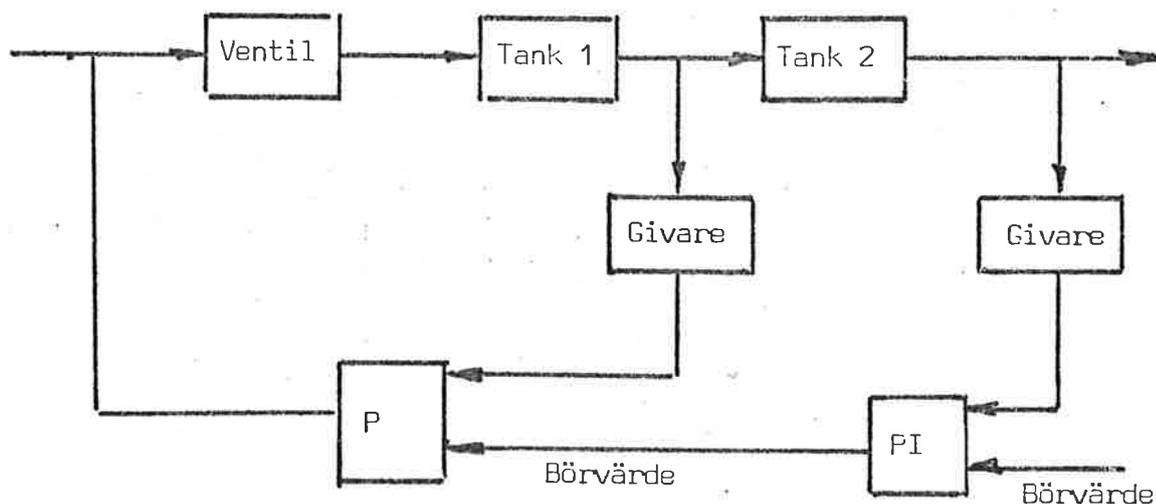
Systemet svarar snabbt. Välj K_C liten och T_I litet



Stegsvar för tank 1 som reglerats med PI - regulator.

$$K_c = 2; T_I = 0,1$$





För att inte signalen till ventilen skall svänga, återkoppla från tank 1. Signalen från tank 1 kommer att ändras mycket vid börvärdesändring av tank 2. Återkoppla därför med låg förstärkning och ingen integrering.

Det öppna systemet svarar ganska snabbt på ett steg. Välj T_I litet för optimal inställning.

P-regulatorn $K_C = 2$ (50 %)

PI-regulatorn $K_C = 2,5$ (40 %)

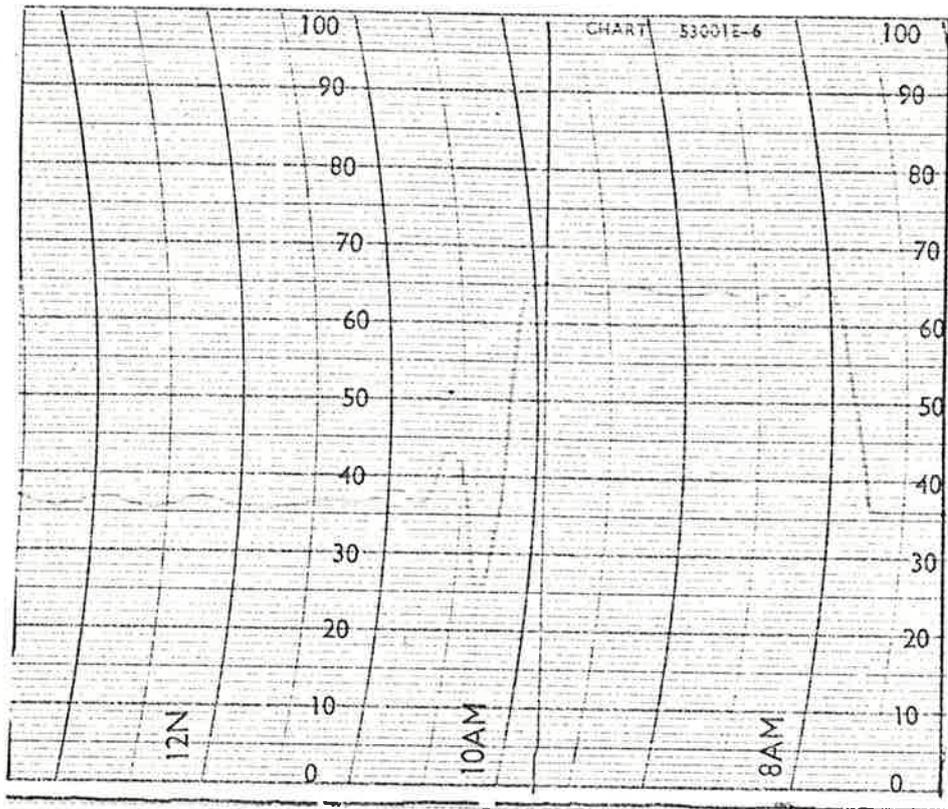
$T_I = 0,45$ min

P.g.a. att kompressorn slår ifrån och sedan skall sätta igång igen vid tömning av tanken fås ett slängigare system än när tanken fylls.

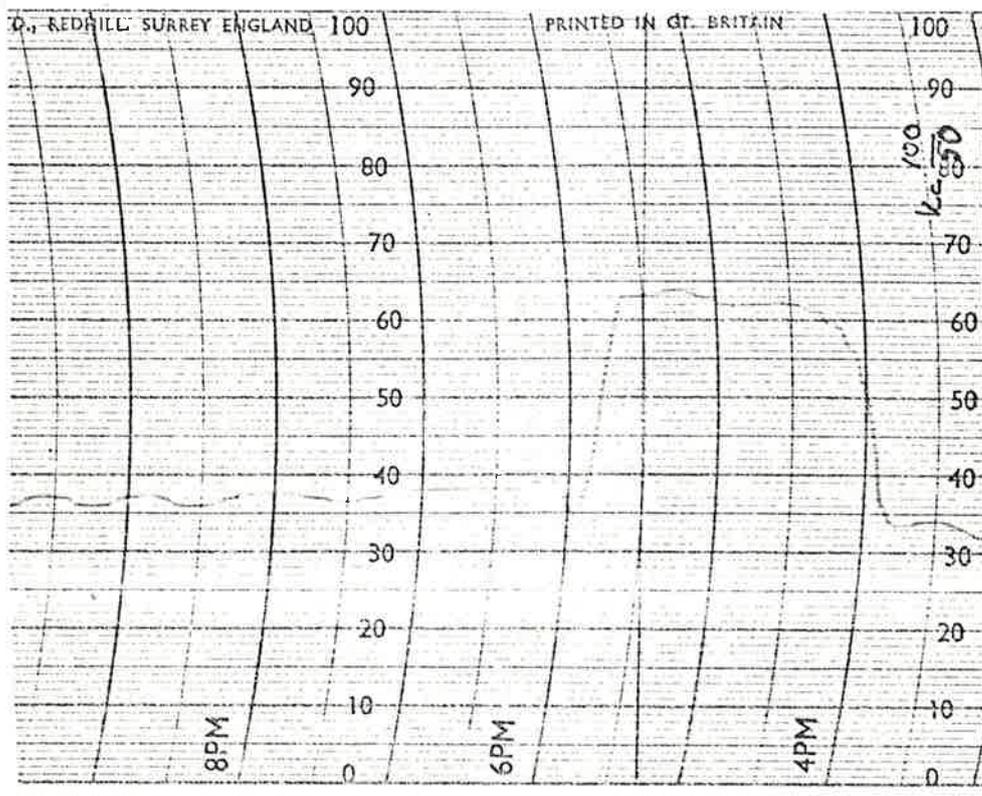
Tank 1 + 2 Stegsvar

$P - K_C = 50 \%$

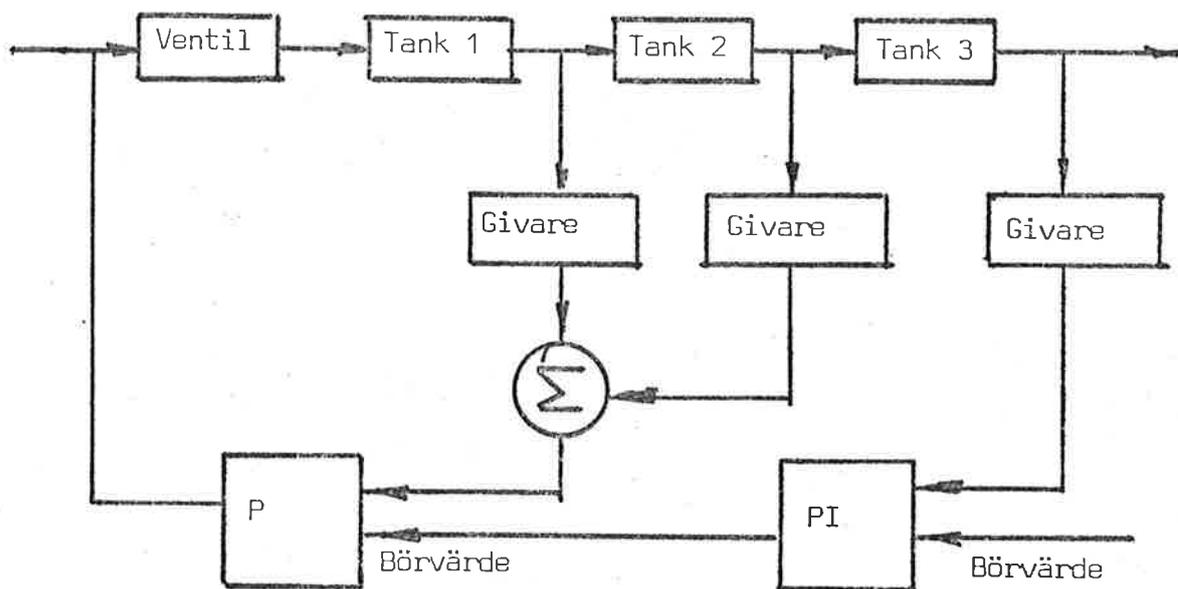
$PI - K_C = 40 \%; T_I = 0,45$



$PI - K_C = 50 \%; T_I = 0,45$



Reglering av tank 1 + 2 + 3



Vi försökte återkoppla tank 1 med P-regulatorn med liten förstärkning för att inte ge för stora signaler till ventilen. Tank 2 verkade då som en tidsfördröjning och gjorde systemet instabilt.

Återkoppling av tank 2 med P-regulator gav samma resultat. Tank 1 fungerade som tidsfördröjning. Genom att först summera signalerna från tank 1 och tank 2 lugnades förloppet.

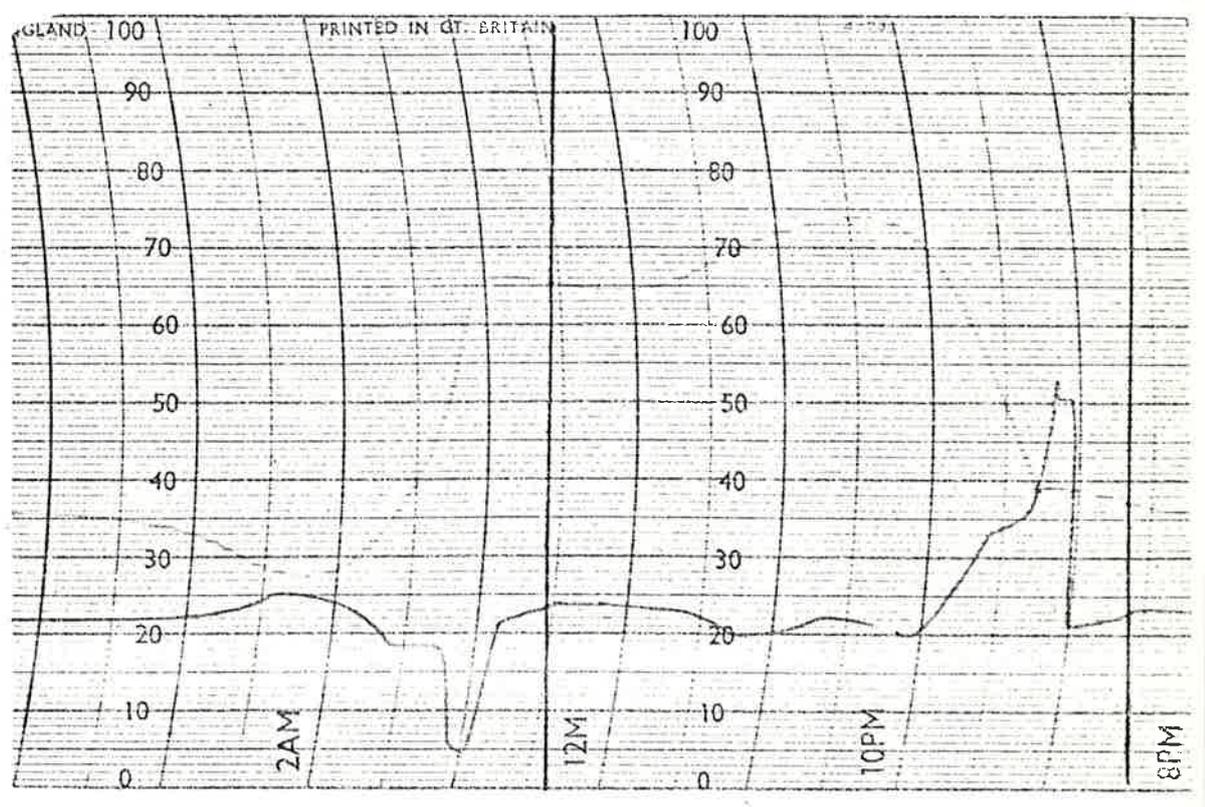
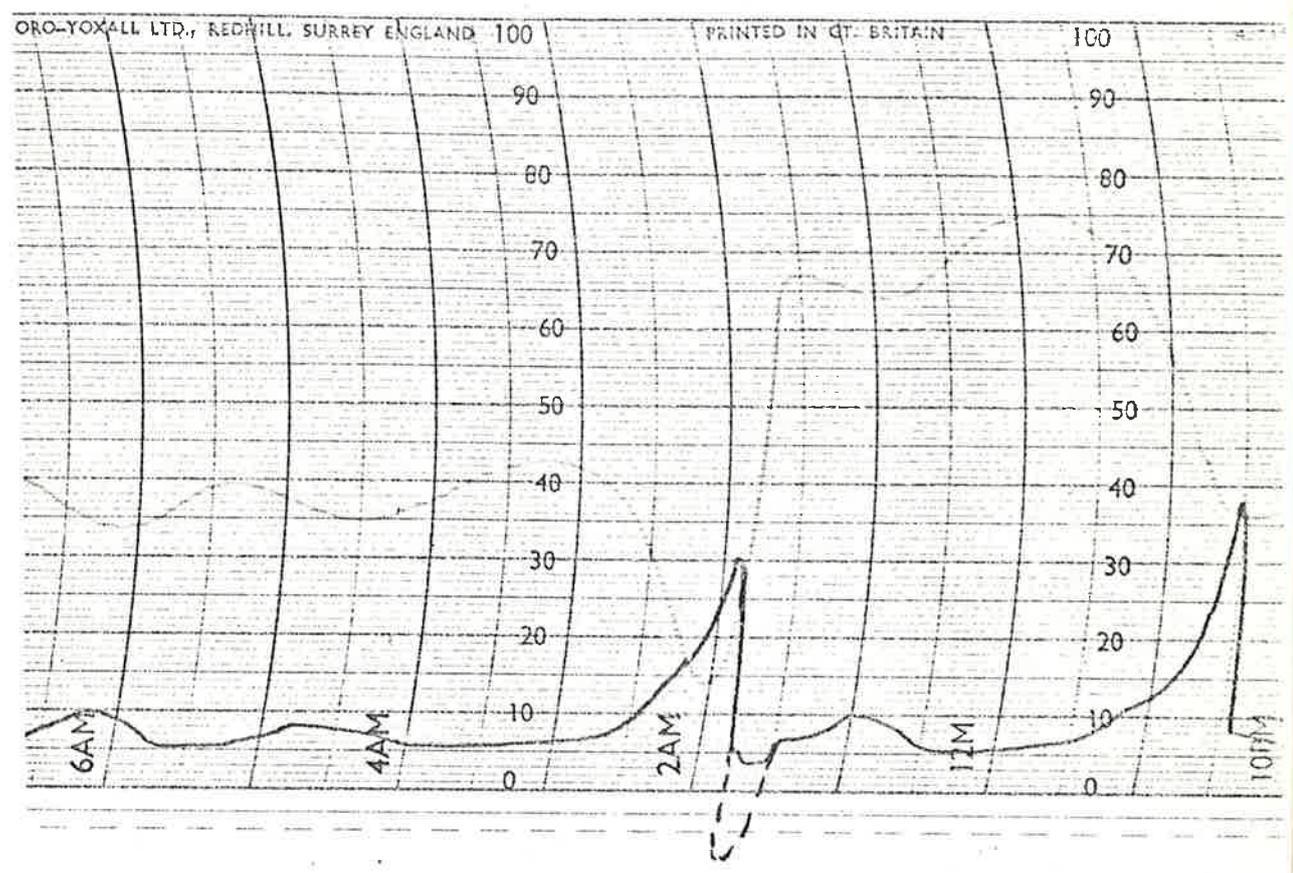
Tank 1 + 2 + 3 Stegsvar

$$P - K_C = 2 \quad (50 \%)$$

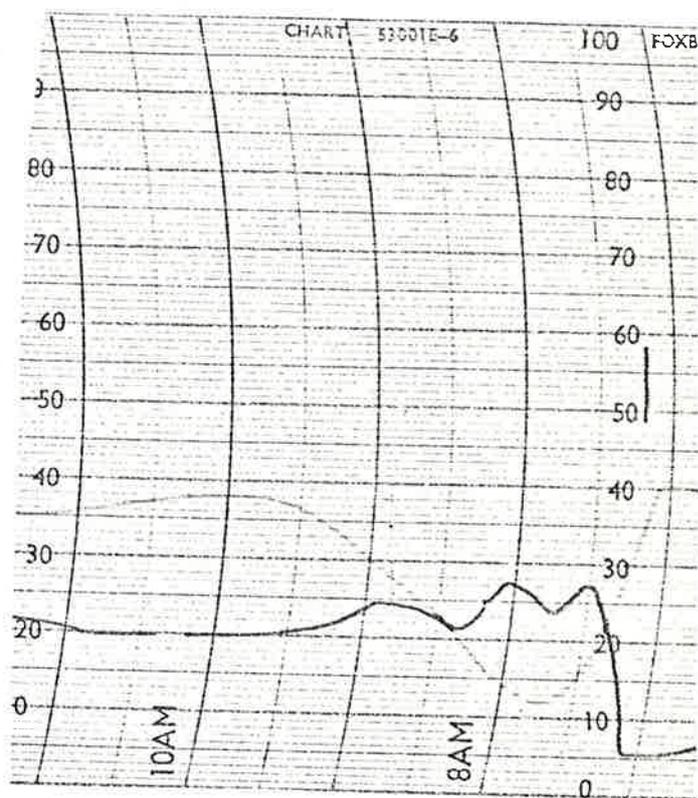
Grönt - nivån i tank 3

$$PI - K_C = 1 \quad (100 \%); T_I = 0,45$$

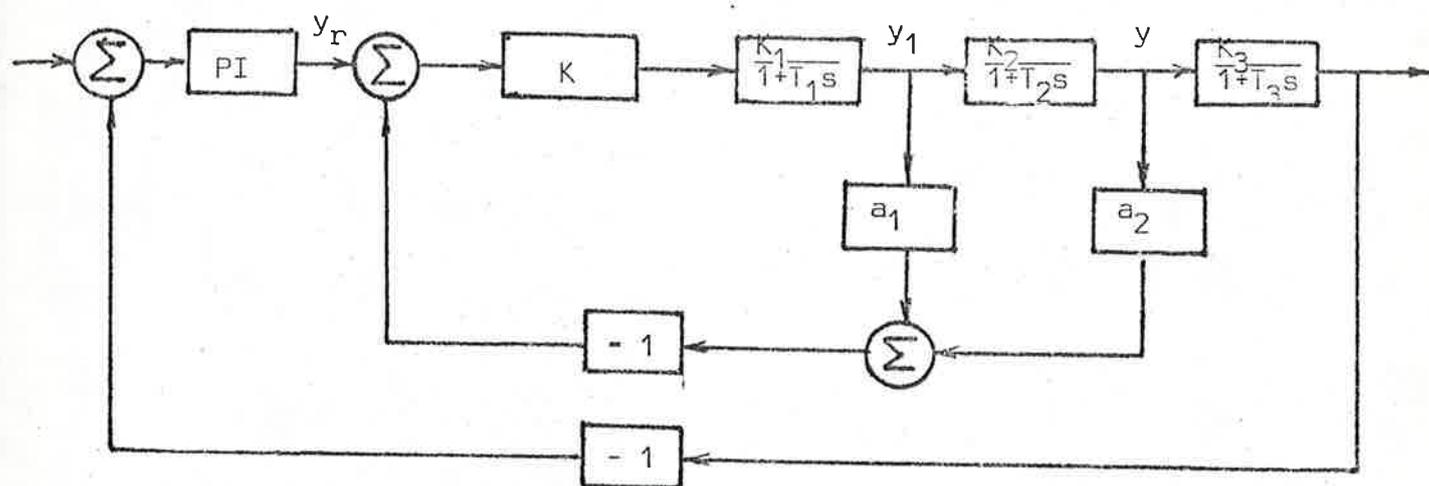
Rött - nivån i tank 1



Störning med hjälp av
ventilen i utloppet



Förklaring:



$$Y = \frac{K_2}{1+T_2s} Y_1$$

$$Y_1 = \frac{K \cdot K_1}{1+T_1s} (Y_r - a_1 Y_1 - a_2 Y)$$

$$\frac{1}{K_2} (1 + T_1s)(1 + T_2s)Y = K \cdot K_1 (Y_r - \frac{1}{K_2} a_1 (1 + T_2s)Y - a_2 Y)$$

$$(1 + T_1s)(1 + T_2s)Y = K \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot Y_r - K \cdot K_1 a_1 T_2 s Y - K \cdot K_1 (a_1 + a_2 K_2) Y$$

$$(T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1 + K \cdot K_1 a_1 T_2 s + K \cdot K_1 (a_1 + a_2 K_2)) Y = K \cdot K_1 \cdot K_2 Y_r$$

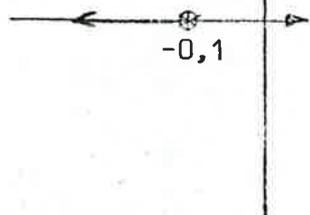
$$T_1 = T_2 = 10$$

$$s^2 + (0,2 + 0,1 K \cdot K_1 a_1) s + 0,01 K \cdot K_1 (a_1 + a_2 K_2) + 0,01 = 0$$

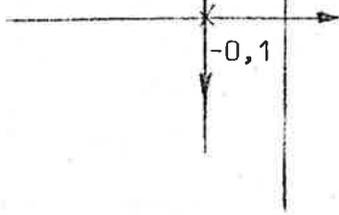
$$s^2 + 0,2s + 0,01 + K \cdot 0,01 (10 K_1 a_1 s + K_1 (a_1 + a_2 K_2)) = 0$$

$$K_1 = K_2$$

$$1) \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 0 \end{cases}$$



$$2) \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 1 \end{cases}$$



$$3) a_1 = a_2 = 1$$

