



LUND UNIVERSITY

Ett exempel på numeriska svårigheter vid beräkning av nollställen

Mannerfelt, Carl Fredrik

1977

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):
Mannerfelt, C. F. (1977). *Ett exempel på numeriska svårigheter vid beräkning av nollställen*. (Technical Reports TFRT-7123). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:
1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

ETT EXEMPEL PÅ NUMERISKA SVÅRIGHETER
VID BERÄKNING AV NOLLSTÄLLEN

CARL FREDRIK MANNERFELT

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Oktober 1977

Oktober 1977
Lunds Tekniska Högskola
Institutionen för Beräkningsvetenskap

САРГ РРЕРВРК МАИИЕРЕРГТ

AND BERÄKNING AV NOGGRÄTTEN
ETT EXEMPEL PÅ NUMERISKA SVÄNGBRETT

Dokumentutgivare
Lund Institute of Technology
Handläggare Dept of Automatic Control
06T0
Författare
08T0 Fredrik Mannerfelt

Dokumentnamn
06T4
REPORT
Utgivningsdatum
06T4 1977

Dokumentbeteckning
LUTFD2/(TFRT-7123)/1-7/(1977)
Ärendebeteckning
06T6

10T4

Dokumenttitel och undertitel

18T0
Ett exempel på numeriska svårigheter vid beräkning av nollställen.

(An Example of Numerical Difficulties Associated with the Computation of System Zeros.)

Referat (sammandrag)

26T0
This report describes a problem which gives rise to numerical difficulties. A computer program, HZEROS, which computes the zeros and the maximal (A,B)-invariant subspace contained in $\ker C$ for a given system is used on a drum boiler model. Due to incorrectly chosen test quantities and numerical difficulties the program sometimes gives faulty results.

Referat skrivet av

Author

Förslag till ytterligare nyckelord

44T0

Klassifikationssystem och -klass(er)

50T0

Indextermer (ange källa)

52T0

Omfång

8 pages

Övriga bibliografiska uppgifter

56T2

Språk

Swedish

Sekretessuppgifter

60T0

ISSN

60T4

ISBN

60T6

Dokumentet kan erhållas från

Department of Automatic Control
Lund Institute of Technology
Box 725, S-220 07 LUND 7, Sweden

Mottagarens uppgifter

62T4

Pris

66T0

Blankett LU 11:25 1976-07

UPPGIFTER I DOKUMENTDATABLADET

Nedanstående uppgifter motsvaras av ledtext i blanketten. Beteckningarna består av radgångsnummer och tabuleringsläge (T-läge). De anger startläge, dvs var textrad normalt skall börja.

04T0 DOKUMENTUTGIVARE ISSUING ORGANIZATION

Fullständigt namn för den organisation (motsv) som utgivit dokumentet (uppgiften kan vara förtryckt).

04T4, 04T6

DOKUMENTNAMN OCH -BETECKNING DOCUMENT NAME AND REF.NO.

Dokumentnamn anger dokumentets typ och ändamål och då dokumentet har ett dokumentnamn utsätts detta (med versaler). Exempel: PM, RAPPORT, KOMPENDIUM, BESKRIVNING, INSTRUKTION, UTREDNING, ANBUD, STANDARD. Dokumentnamnet följs av en dokumentbeteckning som anger dokumentets plats i en serie, tex rapportnummer, protokollnummer. Är dokumentet i första hand framställt för spridning utanför den egna organisationen bör beteckningen utformas så att utgivande institution kan identifieras med uppgift om enbart dokumentbeteckningen.

Exempel härpå är rapportnumrering enligt amerikansk nationell standard (ANSI Z39-23) och det av ISO tillämpade beteckningssystemet för dokument i olika utvecklingskedan.

06T0 HANDLÄGGARE

Person som sakbearbetar ärendet hos dokumentutgivaren.

06T4 UTGIVNINGSDATUM DATE OF ISSUE

Dokumentbladet förses med dokumentets utgivningsdatum. Datum skall anges enligt SIS 01 02 11, dvs numeriskt i ordningen år, månad, dag (exempel 1975-07-03) eller alfa-numeriskt med de tre första bokstäverna av månadens namn (exempel Aug 1975).

06T6 ÄRENDEBETECKNING PROJECT NO. ETC

Exempel på ärendebeteckning är diarienummer, projektnummer, kontonummer, kort sakord eller annan beteckning som hänför sig till det i dokumentet behandlade ärendet ("sak").

08T0 FÖRFATTARE AUTHOR(S)/CORPORATE AUTHORS

I första hand anges dokumentets författare. Vid kollektivt författarskap (tex kommitté) anges för dokumentet ansvarigt organ. Även projektledare, redaktör eller annan "handläggare" kan anges. Namn bör anges i följden (1) hela förnamn (2) efternamn. Titel erfordras ej.

10T0 (RESERV)

Fältet (motsv v2 i standardiserad brevblankett) kan utnyttjas då flera författarnamn förekommer. Fältet kan även användas för namn och adress på mottagare av dokumentdatabladet, tex dokumentationscentral.

10T4 ANSLAGSGIVARE SPONSORING ORGANIZATION

Fältet (motsv h2 i standardiserad brevblankett) bör reserveras för namn och postadress på anslagsgivare eller annan institution som i egenskap av finansierande organ (för ett projekt) återopas i dokumentet.

18T0

DOKUMENTTITEL OCH UNDERTITEL DOCUMENT TITLE AND SUBTITLE

Fältet används för dokumentets titel och (ev) undertitel. Antalet bilagor anges inom parentes efter den första titeluppgiften. Titeluppgifterna får ej förkortas eller på annat sätt förändras, men de kan kompletteras med exempelvis översättning till engelska.

26T0

REFERAT (SAMMANDRAG) ABSTRACT

Texten i fältet skall bestå av ett sammandrag av dokumentets innehåll. Nyckelord skall understrykas.

Det bör uppmärksammas att sammandraget bör kunna återges i reproduktion på kort i format A6L eller i förminskning. Detta motiverar att referatet skrivs med början i tabuleringsläget T2. (Vid början i TO iaktas en radlängd av högst 125 mm).

Anm: ISO 214 - Documentation - Abstracts ger ledning vid utformning och redigering av referat.

42T0 REFERAT (SAMMANDRAG) SKRIVET AV ABSTRACT WRITTEN BY

Det förutsätts att sammandraget i första hand skrivs av dokumentets författare. Härvid anges "förf" i rutan. Om annan än författaren är ansvarig för referatet (sammandraget) kan initial och efternamn eller enbart initialer anges.

44T0 FÖRSLAG TILL (YTTERLIGARE) NYCKELORD KEY WORDS

Med nyckelord avses ord som författaren finner bäst karakteriserar innehållet i det refererade dokumentet. Antalet nyckelord bör vara minst 5 och högst 15.

55T0

KLASSIFIKATIONSSYSTEM OCH KLASS(ER) CLASSIFICATION SYSTEM AND CLASS(ES)

I fältet anges beteckningar för dokumentets ämnesinnehåll enligt något klassifikations-system.

52T0 INDEXTERMER INDEX TERMS

Härmed avses innehållsbeskrivande termer om de hämtats från en kontrollerande vokalbulär (tesaurus). Indextermerna kan avvika från nyckelorden (jfr 44T0) som kan fritt väljas. Den tesaurus eller motsv från vilken

indextermerna har hämtats skall anges efter sista indextermen.

56T2

ÖVRIGA BIBLIOGRAFISKA UPPGIFTER

Uppgifterna kan avse impressum (förlagsort, förlag, utgivningstid, tryckeri etc), upplaga, serietillhörighet och liknande.

56T0

OMFÅNG NUMBER OF PAGES

Uppgiften anges med antal sidor i det refererade dokumentet inkl bilagor, förekommande (särpagnerade) bilagor.

58T0

SPRÅK LANGUAGE

Dokumentets språk i det fall det är annat än svenska.

60T0

SEKRETESSUPPGIFTER SECURITY CLASSIFICATION

Uppgift om begränsad tillgänglighet hos dokumentet med hänsyn till sekretess och andra av myndighet (genom lagstiftning eller på annat sätt) eller av dokumentutgivaren gjorda inskränkningar.

60T4

ISSN

International Standard Serial Number. Anges endast för serier åsatt ISSN.

60T6

ISBN

International Standard Book Number. Anges endast för dokument med åsatt ISBN.

62T0

DOKUMENTET KAN ERHÅLLAS FRÅN DISTRIBUTION BY

Namn och (om möjligt) postadress på distributör av det refererade dokumentet.

62T4

MOTTAGARENS UPPGIFTER RECIPIENT'S NOTES

Fält som kan disponeras av mottagaren.

66T0

PRIS

Priset anges i svenska kronor såvida ej dokumentets spridning motiverar annan valuta.

För att möjliggöra maskinell läsning av text i dokumentdatabladet har teckensnitt ORC-B använts vid ifyllning av förlageblanketten. Teckensnittet behandlas i SIS 66 22 42 (under arbete 1976).

ETT EXEMPEL PÅ NUMERISKA SVÄRIGHETER
VID BERÄKNING AV NOLLSTÄLLEN

Carl Fredrik Mannerfelt

INTRODUKTION

Vid utnyttjande av numeriska metoder för problemlösning uppträder ofta svårigheter om ett problem är illa konditionerat. Följande exempel belyser detta.

Det har visat sig att vid användandet av Gunnar Bengtssons program HZEROS ibland erhålles felaktiga resultat. Programmet beräknar nollställena och det maximala (A,B)-invarianta underrummet i $\text{Ker } C$ för ett system $S(A,B,C)$. En modifierad version av programmet planeras ingå i MODPAC.

EXEMPEL

De felaktiga resultaten erhöles vid körning av Kalle Eklunds dompanna [1], [2].

Modellen är på standardform

$$\dot{x} = Ax + Bu + Fv$$

$$y = Cx$$

där

x_1 = domtryck (bar)

x_2 = domnivå (m)

x_3 = vätsketemperatur i domen ($^{\circ}\text{C}$)

x_4 = stigtubernas temperatur ($^{\circ}\text{C}$)

x_5 = ångkvalitet (%)

Styrvariablerna är

u_1 = värmeflödet till stigtuberna (kJ/s)

u_2 = matarvattenflöde (kg/s)

v = turbinventilens pådrag

$$A = \begin{pmatrix} -0.129 & 0.000 & 0.396 \cdot 10^{-1} & 0.250 \cdot 10^{-1} & 0.191 \cdot 10^{-1} \\ 0.329 \cdot 10^{-2} & 0.000 & -0.779 \cdot 10^{-4} & 0.122 \cdot 10^{-3} & -0.621 \\ 0.718 \cdot 10^{-1} & 0.000 & -0.100 & 0.887 \cdot 10^{-3} & -3.851 \\ 0.411 \cdot 10^{-1} & 0.000 & 0.000 & -0.822 \cdot 10^{-1} & 0.000 \\ 0.361 \cdot 10^{-3} & 0.000 & 0.350 \cdot 10^{-4} & 0.426 \cdot 10^{-4} & -0.743 \cdot 10^{-1} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.139 \cdot 10^{-2} \\ 0.000 & 0.359 \cdot 10^{-4} \\ 0.000 & -0.989 \cdot 10^{-2} \\ 0.249 \cdot 10^{-4} & 0.000 \\ 0.000 & -0.543 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0.995 \cdot 10^{-1} \\ -0.318 \cdot 10^{-2} \\ -0.232 \cdot 10^{-1} \\ 0.000 \\ -0.381 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Uppgift

Beräkna maximala (A,B)-invarianta underrummet i Ker C och nollställena med hjälp av G Bengtssons program HZEROS för Kalle Eklunds ångpanna:

- o dels med u som insignal och dels med $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$
- o Återkoppla sedan med $u = \begin{pmatrix} 0.569 \cdot 10^3 & -0.286 \cdot 10^6 \\ 0.870 \cdot 10^1 & -0.601 \cdot 10^3 \end{pmatrix} y = Ly$
och gör samma sak för
 $\dot{x} = [A + BLC]x + Fv$
 $y = Cx$

Resultat

Programmet beräknar nollställena till systemet $S(A,B,C)$. Om systemet är vänster-inverterbart beräknas dessutom en bas för det maximala (A,B) -invarianta underrummet i $\text{Ker } C$. Som en beräkningskontroll beräknas samtidigt nollställena till det duala systemet $S(A^T, C^T, B^T)$. Dessa skall överensstämma med nollställena till det ursprungliga systemet.

I programmet finns två parametrar, EPS och GAM, som skall anges. Dessa utgör teststorheter i vissa subrutiner. Det minsta värdet som kan användas är $\text{EPS} = \text{GAM} = 1\text{E-}10$.

a) System:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Teststorheter:

$$\text{EPS} = \text{GAM} = 1\text{E-}6$$

Nollställena:

$$Z = \{ -0.065, -0.370 \}$$

Det maximala (A,B) -invarianta underrummet i $\text{Ker } C$ är:

$$V^* = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.31 & -0.58 \\ -0.95 & 0.81 \\ 0.25 \cdot 10^{-3} & 0.34 \cdot 10^{-3} \end{array} \right\}$$

Systemet är vänsterinverterbart. Det duala systemet hade samma nollställena som det ursprungliga. Korrekt resultat.

b) System:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Fv$$

$$y = Cx$$

Teststorheter:

$$\text{EPS} = \text{GAM} = 1\text{E-6}$$

Nollställena:

$$Z = \{ 0.018 \}$$

Systemet är inte vänsterinverterbart. Det duala systemet hade nollställena

$$Z' = \{ -0.049 \pm i \cdot 0.086, 0.0 \} \neq Z$$

Resultatet tyder på att teststorheterna EPS och GAM var felaktigt valda för det aktuella problemet. En ändring till

$$\text{EPS} = \text{GAM} = 1\text{E-10}$$

gav

$$Z = \{ \emptyset \} \text{ (inga nollställena).}$$

Systemet är inte vänsterinverterbart. Nollställena till det duala systemet blev

$$Z' = \{ 0.0 \} \neq Z$$

Resultatet ändrades markant vid en ändring av teststorheterna, men trots att dessa till absolutbeloppet är så små de kan väljas erhöles felaktigt resultat, vilket indikerar att numeriska problem föreligger.

c) System:

$$\dot{x} = (A + BLC)x + Fv$$

$$y = Cx$$

Teststorheter:

$$\text{EPS} = \text{GAM} = 1\text{E-10}$$

$$Z = \{ \emptyset \} \text{ (inga nollställena)}$$

Systemet är vänsterinverterbart. Nollställena till det duala systemet, $Z' = \{ \emptyset \}$, överensstämmer med Z . Korrekt resultat.

SAMMANFATTNING

Enligt föregående avsnitt kan G Bengtssons program HZEROS ge felaktiga resultat om den systembeskrivning, $S(A,B,C)$, som anges är på en illa konditionerad form, eller om teststorheterna EPS och GAM är illa valda.

Programmet HZEROS bör, innan det medtas i MODPAC, modifieras med subrutiner som kan testa och eventuellt skala om vissa variabler så att en "beräkningsvänlig" systembeskrivning erhålles.

REFERENSER

- [1] Eklund, Karl: Multivariable Control of a Boiler - An Application of Linear Quadratic Control Theory. TFRT-3007, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, January 1968.
- [2] Eklund, Karl: Linear Drum Boiler-Turbine Models. PhD-thesis, TFRT-1001, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1971.

