



# LUND UNIVERSITY

## Modell av torkpartiet hos en pappersmaskin

Eriksson, Peter

1973

*Document Version:*  
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Eriksson, P. (1973). *Modell av torkpartiet hos en pappersmaskin*. (Technical Reports TFRT-7046). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

*Total number of authors:*

1

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00

TFRT-7046

MODELL AV TORKPARTIET HOS EN PAPPERSMASKIN

Peter Eriksson

Report 7304 (C) january 1973  
Lund Institute of Technology  
Division of Automatic Control

**TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET  
UTLÄNAS EJ**

Avd. för Kemisk Apparatteknik  
Kemicentrum, LTH

Modell av torkpartiet hos en pappersmaskin  
(Enskild uppgift i doktorandkurs i process-  
reglering)

Lund i augusti 1972

Peter Eriksson

## Sammanfattning

Avsikten är att uppställa en modell för torkpartiet hos en pappersmaskin. Därvid har ett 20-tal artiklar studerats, som delvis har framkallat egna idéer.

Modellen har bl.a. följande förutsättningar

1. Dynamiken i ång- och condensatsystemet försummas.
2. Cylinderns yttemperatur varierar endast i tiden.
3. Pappersarkets yttemperatur, innan det når varje cylinder, är känd.
4. All förångning sker i fria draget mellan cylindrarna.

Med papperets fuktkvot som tillståndsvariabel och ångtrycket som insignal fås en första ordningens differentialekvation vid varje generell cylinder. Tidskonstanten för papperets fuktkvotsändring över cylindern blir lika med tidskonstanten för cylinderytans temperatur, som blir c:a 10 sekunder.

Papperets fukthalt efter sista cylindern fås genom addition av ändringarna över varje cylinder kopplat med en tidsfördröjning, som är löptiden mellan cylindrarna.

Innehållsförteckning

	Sid.	
1.	Inledning	3.
2.	Beskrivning av torkpartiet	4.
2.1	Torkpartiet	4.
2.2	Ångsystemet	4.
2.3	Torkningsförloppet	4.
3.	Modell av torkpartiet	9.
3.1	Modell av ångsystemet	9.
3.2	Modell av torkcylindern	9.
3.2.1	Cylindergodsets temperaturdynamik	10.
3.3	Modell av pappersarket	12.
3.3.1	Avdunstad mängd vatten över en cylinder	13.
3.4	Sammankoppling av systemen	16.
4.	Indelning i cylindergrupper	17.
5.	Blockschema för analogmaskin	20.
6.	Bestämning av konstanterna	21.
7.	Demonstrationsexempel	24.
8.	Variabellista	26.
9.	Litteraturreferenser	28.

Detta arbete ingår som ett moment inom doktorandkursen "Processreglering i pappersindustrin". Avsikten är att uppställa en modell, som är baserad på fysikaliska grunddata, för torkpartiet hos en pappersmaskin.

Kirk (1970) ger en kritisk överblick av litteraturen angående mekanismen vid torkning av papper. Här säger han bland annat: "It is quite obvious from <sup>(45)</sup> that a quantitative understanding of hot surface drying is not available. Considerably more experimental work is required to obtain sound data over a substantial range of conditions before a useful theory is likely to be formulated." Trots dessa nedslående ord har i detta arbete uppställts en modell för torkpartiet. Om den sedan är användbar är en senare fråga.

Först sker en beskrivning av hur torkpartiet ser ut och av vad som händer i pappersarket under passagen över cylindrarna. Därefter studeras en generell cylinder, för vilken modeller uppställs dels för ångsystemet, dels för temperaturen i cylindergodset och dels för pappersarket.

Slutligen erhålles en ytterligare förenklad modell genom att dela upp cylindrarna i cylindergrupper och betrakta varje cylindergrupp som en cylinder.

## 2. Beskrivning av torkpartiet

### 2.1 Torkpartiet

Mångcylindertorkning kommer att behandlas. Enligt Jender består torkpartiet vanligen av 30-40 cylindrar, men vissa kartongmaskiner har ända upp till 70 stycken. Torkcylindrarna indelas i grupper med hänsyn till ångförsörjningen. Inom gruppen matas cylindrarna parallellt med ånga, medan ångan kan gå i serie mellan grupperna. En torkcylindergrupp visas i fig. 2.1.

### 2.2 Ångsystemet

Fig. 3.2 visar cylinderns ångsystem. Ånga kommer in i cylindern, där c:a 90% kondenserar varvid den avger sitt ångbildningsvärme. Kondensatet och den okondenserade ångan går ut via sifonröret. Temperaturen beror på ångtrycket i cylindern. Inom tryckintervallet 1-4 bar gäller approximativt

$$T_A = 100 \sqrt[4]{P} \quad (1)$$

$T_A$  = ångans temperatur i  $^{\circ}\text{C}$

$P$  = ångans tryck i  $\text{kp/cm}^2$

Det frigjorda värmets skall passera kondensatfilmen och cylindergodset innan det når pappersarket. Kondensatfilmens utseende och värmeöverföring beskrives av Appel och Hong (1969). Kondensatfilmens tjocklek kan variera starkt mellan olika cylindrar och dess värmeledningsförmåga är svår att bestämma.

Vid en ändring i ångtemperaturen blir det en temperaturdynamik i kondensatfilmen. Jender får detta till en första ordningens differentialekvation med en tidskonstant på en sekund för 2.5 mm filmtjocklek. Denna dynamik kan därför försummas, under förutsättning att kondensatfilmen är tunn.

### 2.3 Torkningsförloppet

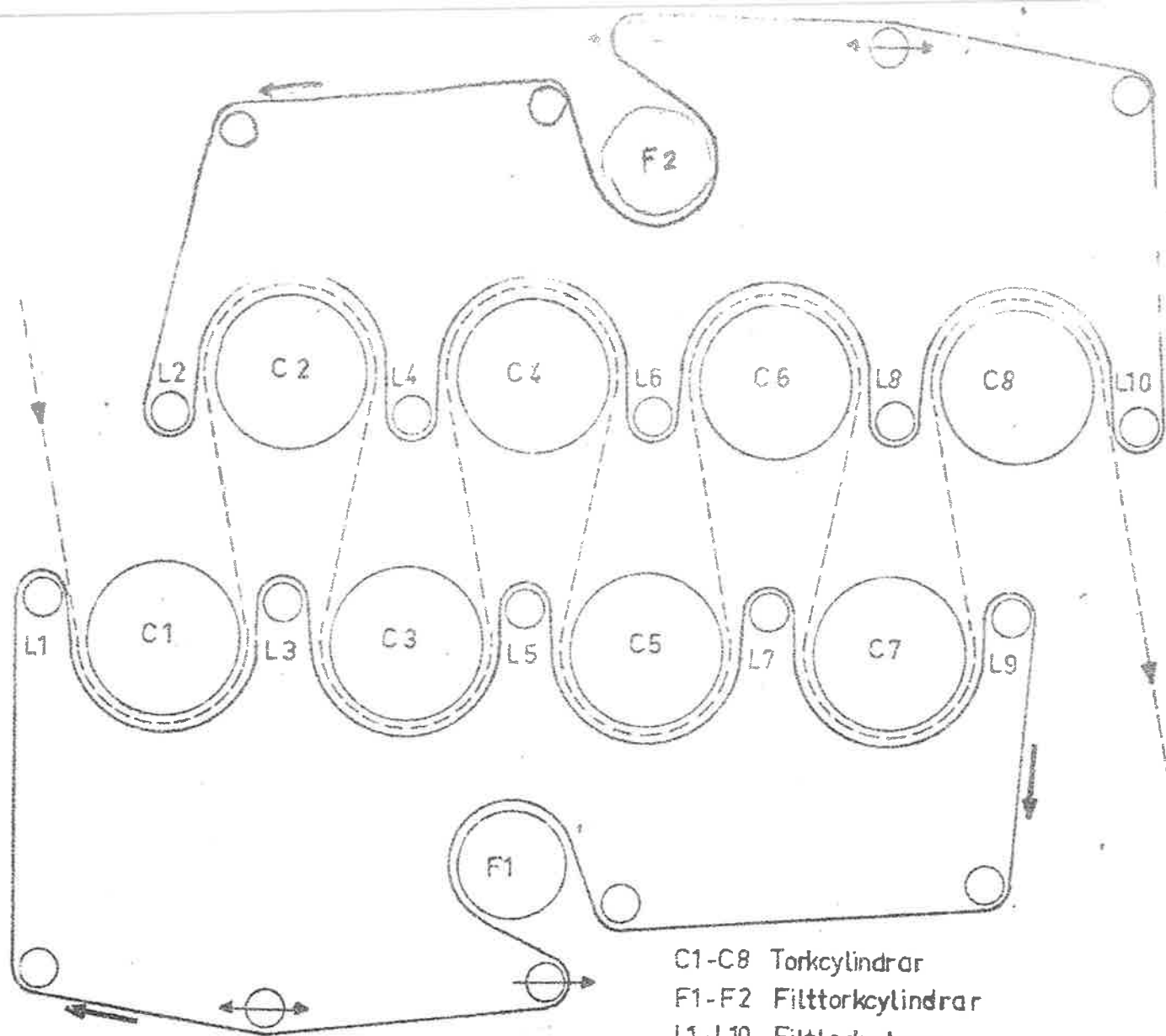
Fig. 1 visar pappersarkets gång mellan två cylindrar. Sträckan indelas i fyra zoner. Janson och Nordgren (1958) har undersökt arkets temperaturvariation i de olika zonerna hos en yankeecylinder. Resultatet synes i fig. 2. I detta fall är torkcylinderns diameter 2.8 m och pappershastigheten 50 m/min, vilket förklarar kontakttiden 6 sekunder mellan pappersark och cylinder. En mångcylindermaskin har vanligen cylindrar med 1.5 m diameter och om hastigheten väljes till 600 m/min blir kontakttiden ca 0.3 sekunder. Detta skulle motsvara ca 15 graders tem-

peraturhöjning mot drygt 40 grader för yankeecylindern.

Temperaturen är emellertid inte konstant inom pappersarket. Detta är naturligtvis varmare vid ytan mot cylindern än vid ytan mot luften eller filten. Nissan och Hansen (1960) har uppmätt denna temperaturskillnad till 20-35°C.

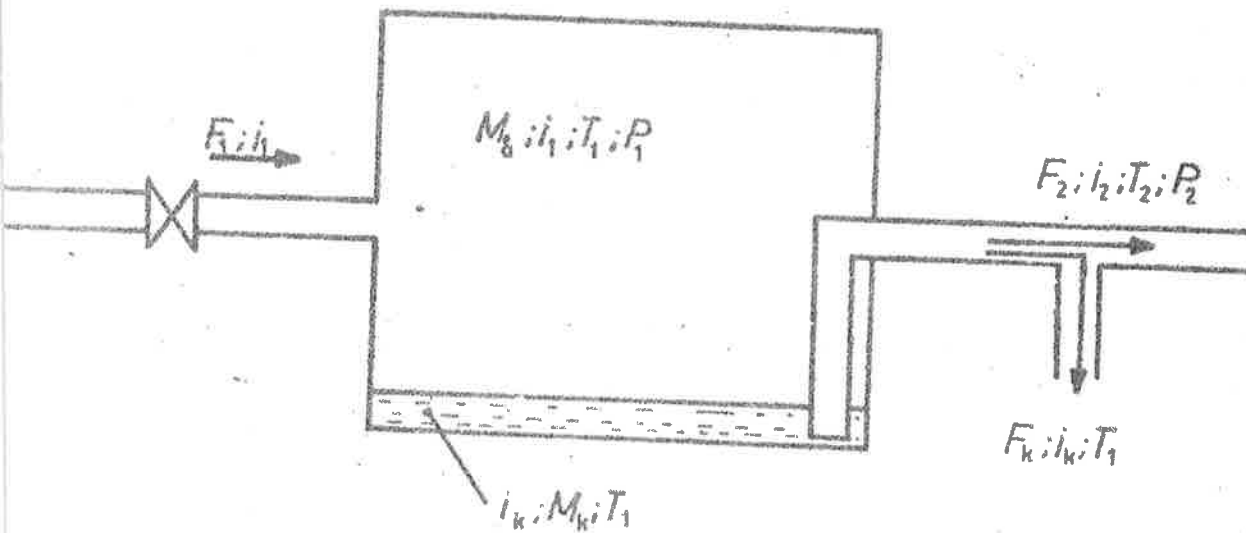
När pappersarket lämnar cylindern sker en snabb avsvälning. Detta beror på att vatten förångas snabbt och förångningsvärmets tages från pappersarket. Enligt Race (1971 b) har Baines gjort analytiska studier av de transienta effekterna vid papperstorkning. Resultat härav visas i fig. 4. Torkningshastigheten har maximum vid reell tid 0.011 sekunder och minskar sedan snabbt, vilket bekräftar Janson och Nordgrens försök.





C1-C8 Torkylindrar  
 F1-F2 Filttorkylindrar  
 L1-L10 Filttedvalsar

Fig. 2.1  
 6.

Ångsystemet

Beteckningar. ( Dessa beteckningar har ingenting att göra med textens beteckningar.)

- F flöde
- $F_1$  inkommande ånga
- $F_2$  utgående ånga
- $F_k$  utgående kondensat
- $i$  entalpi
- $i_1$  inkommande ånga
- $i_2$  utgående ånga
- $i_k$  kondensat
- T temperatur
- $T_1$  inkommande ånga, kondensat
- $T_2$  utgående ånga
- P tryck
- $P_1$  inkommande ånga
- $P_2$  utgående ånga
- M mängd
- $M_g$  ånga i cylindern
- $M_k$  kondensat i cylindern

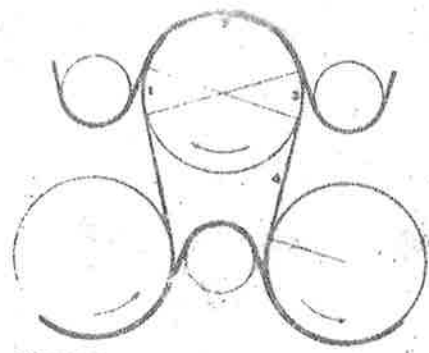


FIGURE 1. DRYING PHASES ON FELT-COVERED CYLINDERS.

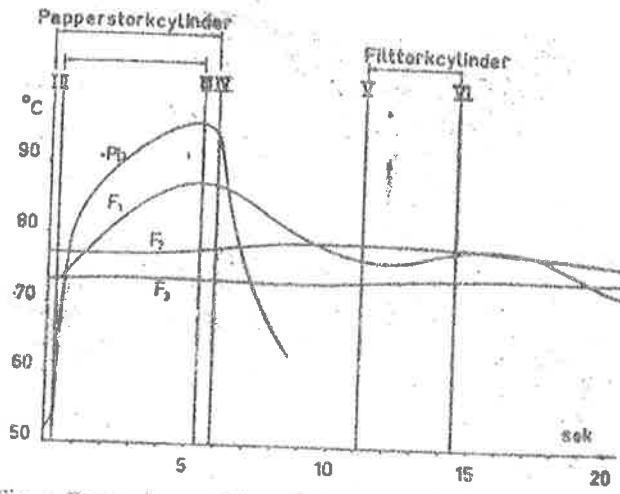


Fig. 2. Pappersbanans, Pb, och filtens, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub>, temperatur. Mellan I och IV befinner sig pappersbanan på cylinderna och mellan II och III samt V och VI befinner sig filten på pappers- resp. filtrocylinderna.

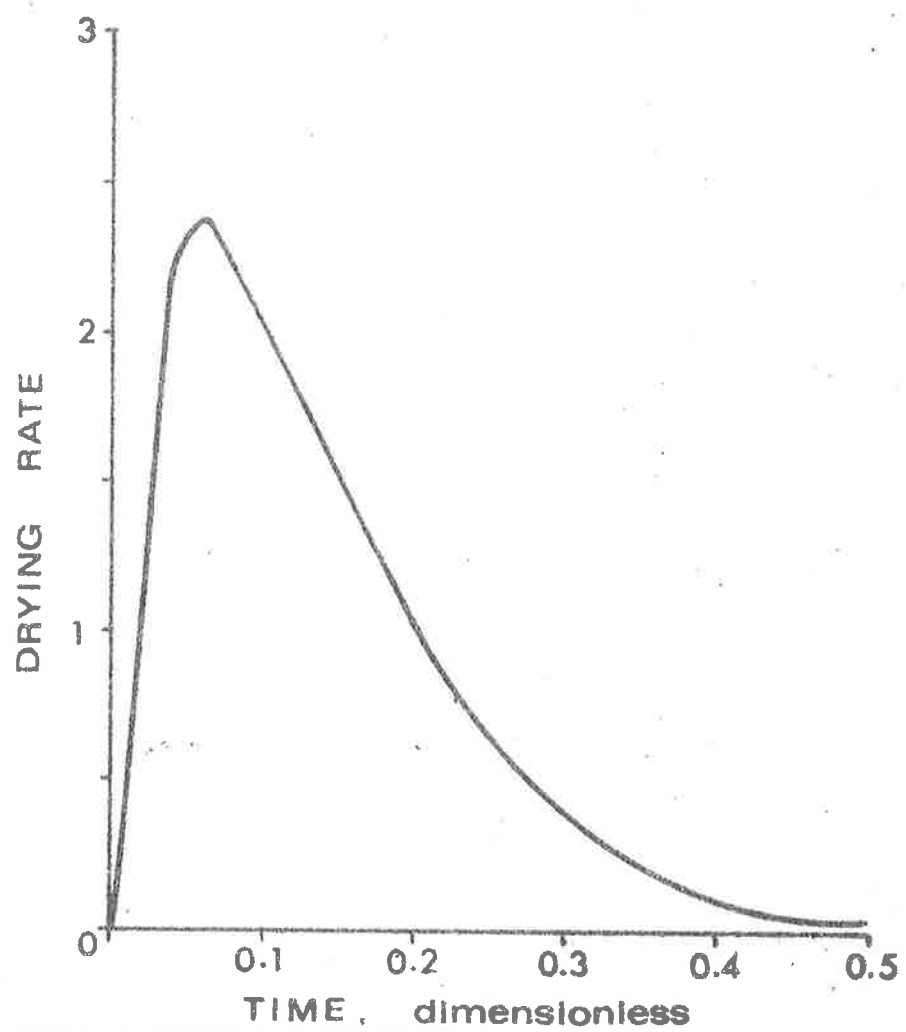


FIGURE 4. DRYING RATE OF SHEET COOLED IN THE DRAW.

3.1 Modell av ångsystemet

Vid ändring av ångtrycket antages ångtemperaturen antaga jämviktsvärdet momentant.

Temperaturen vid cylinderns innervägg (TK) antages vara ångtemperaturen minus en konstant (d).

Det första antagandet kan utan vidare accepteras då tidskonstanten mellan ångtryck och ångtemperatur bör vara mycket liten i jämförelse med andra tidskonstanter i systemet.

Det andra antagandet däremot skiljer sig mera från verkligheten. Emellertid är värmeledningen till cylinderväggen osäker i vilket fall som helst, pga okondenserbara gaser och osäker kondensatmängd, varför denna förenkling kan motiveras, av brist på bättre. Approximationerna ger följande ekvationer

$$\begin{aligned}TK &= TA - d \\TA &= 100 \sqrt[4]{P}\end{aligned}\tag{2}$$

Ångtrycket är olika i olika cylindergrupper. I denna modell antages att tryckskillnaderna mellan grupperna är konstanta i tiden.

3.2 Modell av torkcylindern

När cylindern snurrat runt ett varv har den ca halva tiden varit i kontakt med luft och halva tiden med pappersarket, vars temperatur varierar med läget. Trots detta är cylinderns yttemperatur relativt konstant. Janson och Nordgren (1958) fann att temperaturändringen under ett varv var helt försumbar, och uppger att Soinenen fann temperatursvängningarna vara av storleksordningen  $0.3^{\circ}\text{C}$ . Nissan och Hansen (1960) uppmätte temperatursvängningen till under  $1.6^{\circ}\text{C}$ . I denna modell antages att cylinderns yttemperatur är konstant över hela mantelytan.

För att kunna beräkna värmetransporten från cylinderytan måste omgivningens temperatur och värmeöverföringstal kännas till. Dessa varierar starkt under ett varv, så det är praktiskt att insätta medelvärden för dessa. Då dessutom cylinderytans temperatur har antagits konstant, är det helt korrekt att använda nämnda medelvärden. Dessa bestäms enkelt empiriskt, och är ganska konstanta inom ett rimligt fuktkvotsintervall hos pappersarket över cylindern.

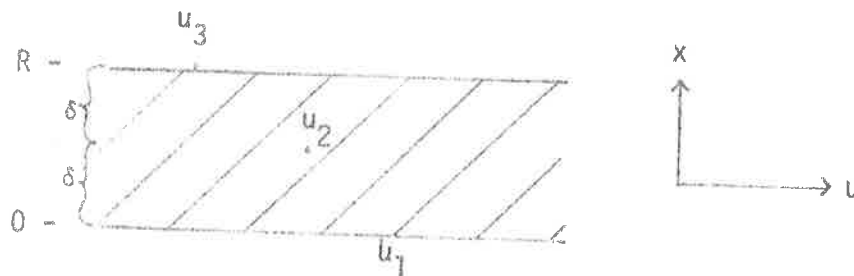
TC = yttre cylinderytans temperatur

TR = medelvärde för cylinderomgivningens temperatur

$\alpha$  = medelvärde för värmeöverföringstalet cylinderyta - omgivning

### 3.2.1 Cylindergodsets temperaturdynamik

Cylindergodset tjocklek är liten i jämförelse med radien. Då även bredden är stor kan värmetransporten genom cylindergodset approximeras med plan endimensionell värmeledning.



Cylindergodset

$x = 0$  betecknar inre cylinderytan

$x = R$  betecknar yttre cylinderytan

$u(t, x)$  betecknar temperaturen i cylindergodset vid koordinaten  $x$  och tiden  $t$ .

$$u_1 = u(t, 0) = TK(t)$$

$$u_2 = u(t, \delta)$$

$$u_3 = u(t, R) = TC(t)$$

$$\delta = \frac{R}{2}$$

Värmeledningsekvationen i en dimension ger:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

$\lambda$  = cylindergodsets värmeledningsförmåga

$\rho$  = cylindergodsets specifika vikt

$c_p$  = cylindergodsets specifika värme

Randvillkor är

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=R} = -\frac{\alpha}{\lambda} (u_3 - TR) \quad (4)$$

Grovt förenklat gäller för  $x = \delta$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_3 - 2u_2 + u_1}{\delta^2} \quad (5)$$

och för  $x = R$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=R} \approx \frac{u_3 - u_2}{\delta} \quad (6)$$

Ekv. (3) och (5) ger

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \cdot \frac{u_3 - 2u_2 + u_1}{\delta^2} \quad (7)$$

Ekv. (4) och (6) ger

$$\frac{u_3 - u_2}{\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda} (u_3 - TR) \quad (8)$$

$$u_3 = \frac{1}{1 + \frac{\delta\alpha}{\lambda}} \cdot u_2 + \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\delta\alpha}} \cdot TR \quad (9)$$

$$\frac{du_3}{dt} = \frac{1}{1 + \frac{\delta\alpha}{\lambda}} \cdot \frac{du_2}{dt} \quad (10)$$

$$\text{sätt } a = \frac{1}{1 + \frac{\delta\alpha}{\lambda}} \quad (11)$$

$$\text{Då fås } \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\delta\alpha}} = 1 - a$$

Ekv. (7) och (9) ger då  $u_1 = TK(t)$

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{\lambda}{\rho c_p \delta^2} \cdot ((a-2) \cdot u_2 + TK(t) + (1-a) \cdot TR) \quad (12)$$

Ekv. (12), (10) och (9) ger då  $u_3 = TC$

$$\frac{dTC(t)}{dt} = \frac{\lambda}{\rho c_p \delta^2} \cdot ((a-2) \cdot TC(t) + a \cdot TK(t) + 2(1-a) \cdot TR) \quad (13)$$

Som senare kommer att visas fås ungefär följande värden på konstanterna

$$\frac{\rho c_p \cdot \delta^2}{\lambda} \approx 10 \text{ sekunder}$$

$$a \approx 0.9$$

Tidskonstanten blir alltså ca 10 sekunder. Då cylindern roterar ca 2 varv i sekunden vid maskinhastighet av 600 m/min förklaras varför cylinderns yttemperatur är oberoende av läget.

### 3.3 Modell för pappersarket

När pappersarket är i kontakt med cylindern överföres värme från cylindern till papperet. Detta värme åtgår till uppvärmning av arket, värmeförluster till omgivande luft samt förångning av vatten. Pappersarkets temperatur stiger genom maskinen men dess specifika värme är lågt, vilket gör att det av pappersarket upptagna värmets kan försummas. När pappersarket lämnar cylindern sker en snabb avsvälning pga förångning av vatten varför papperstemperaturen inte skiljer sig mycket från omgivande lufttemperaturen. Därmed är värmeförlusterna små i jämförelse med förångningsvärmets.

I modellen antages, att när pappersarket är i kontakt med cylindern upptages värme utan att någon förångning av vatten eller värmeförlust sker. I det fria draget efter cylindern användes all upptagen värme till förångning av vatten, förutom en viss bråkdel  $(1-\beta)$  som utgör värmeförluster till omgivningen.

Dessa approximationer är troligen väl överensstämmande med verkligheten vid maskinhastigheter över 500 m/min. Fig. 11 är hämtad från Janson och Nordgren (1958) och visar att avdunstningen på cylindern är liten vid höga maskinhastigheter. Detta stöds även av Race (1971 b).

Dessutom antages att yttemperaturen på ingående pappersark är känd. Denna är i allmänhet lätt att empiriskt bestämma.

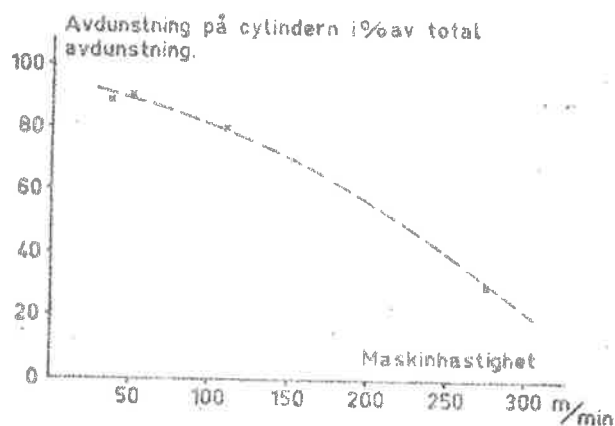


Fig. 11. Förhållandet mellan avdunstningen på cylindern och i fria draget vid olika maskinhastigheter?

### 3.3.1 Avdunstad mängd vatten över en cylinder

Betrakta längden  $\delta L$  av pappersarket vid tiden  $t$  strax före cylinder nr  $n$ . Dess yttemperatur är  $TIN_n$  och fuktkvot  $f_{n-1}$ . Om temperaturen är konstant genom pappersarket fås dess entalpi  $H_n$

$$H_n = TIN_n \cdot b \cdot \delta L \cdot W \cdot (c_a + f_n \cdot c_{H_2O}) \quad (14)$$

$b$  = pappersbanans bredd

$W$  = papperets ytvikt

$c_a$  = torra papperets specifika värme

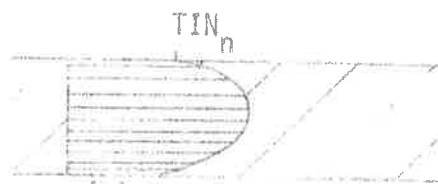
$c_{H_2O}$  = vattnets specifika värme

$$\text{sätt } E_n = W \cdot (c_a + f_n \cdot c_{H_2O}) \quad (15)$$

$$E_n = f(W, f_n)$$

Nu är inte temperaturen konstant genom pappersarket, men i jämförelse med approximationer nedan stämmer ekv. (14) väl med verkligheten.

Enligt Nissan och Kaye (1955) ser temperaturprofilen i pappersarket ut som i figuren nedan just innan papperet möter cylindern.

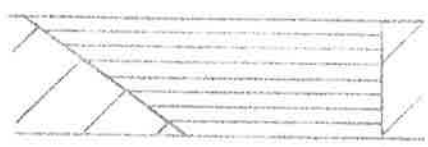


yta som just lämnat cylinder nr  $n-1$

yta som skall möta cylinder nr  $n$



När pappersarket ligger an mot cylindern blir temperaturprofilen troligen något som liknar figuren nedan



yta som ligger an mot cylindern

Som tidigare nämnts är temperaturskillnaden här i storleksordningen 20-35 grader mellan pappersarkets ytor. Det bör påpekas att papperstjockleken vanligen är av storleksordningen 0.1 - 1 mm.

Härav framgår att det är svårt att åstadkomma något medelvärde på temperaturdifferensen före och på cylindern. Då pappersarkets tempera-

tur på luft- eller filtsidan i vilket fall som helst skall beräknas, är det enklast att låta temperaturdifferensen på den sidan motsvara pappers medeltemperaturdifferens. När bättre kännedom om pappersarkets temperaturprofil finns, går det säkert att få ett bättre värde på medeltemperaturdifferensen. Till dess får detta duga, som bör ligga inom 25% ifrån rätt värde.

T = arkets ytemperatur

t = kontaktid pappersark-cylinder

$K = K(t) = \text{värmegenomgångstal cylinderyta - pappersarkets ytteryta}$

Under tiden dt överföres värmemängden  $dQ$  från cylindern till längs-

elementet  $dL$  av pappersarket.

$$dQ_n = K_n \cdot b \cdot dL \cdot (T - T_C^n) \cdot dt \quad (16)$$

Denna värmemängd gör att papperstemperaturen siger  $dt$  och papperets entalptökning  $dH$  blir.

$$dH_n = b \cdot dL \cdot E_n \cdot dt \quad (17)$$

Da värmeförlusterna till omgivningen och förångningen av vatten försummas gäller

$$dH_n = dQ_n$$

som ger

$$E_n \cdot T - T_C^n = K_n \cdot dt \quad (18)$$

Lösningen blir med konstanta  $E_n$ ,  $TC_n$  och  $K_n$

$$T_n = TC_n - (TC_n - TIN_n) e^{-\frac{K_n}{E_n} \cdot \Delta t} \quad (19)$$

Ekv. (19) finns uppritad av Janson och Nordgren (1958).

$l$  = längden av cylinderns periferi i kontakt med pappersarket.  
 $v$  = maskinhastigheten.

Då fås  $\Delta t = \frac{l}{v}$

Ekv. (19) ger

$$T_n - TIN_n = (TC_n - TIN_n) \left(1 - e^{-\frac{K_n}{E_n} \cdot \frac{l}{v}}\right) \quad (20)$$

Ekv. (17) och (20) ger

$$\Delta H_n = b \cdot \delta L \cdot E_n \cdot (TC_n - TIN_n) \left(1 - e^{-\frac{K_n}{E_n} \cdot \frac{l}{v}}\right) \quad (21)$$

Av  $\Delta H$  åtgår delen  $\beta$  för förångning av vatten

$W_d$  = mängd förångat vatten efter en cylinder

$r=r(f)$  = vattnets desorptions- plus förångningsvärme

Då fås  $\beta \cdot \Delta H_n = W_d \cdot r_n \quad (22)$

$f_n(t)$  = papperets fuktkvot vid avslutad förångning efter cylinder nr  $n$

$t_L$  = papperets löptid över de fyra zonerna

En vattenbalans över pappersarket ger

$$b \cdot \delta L \cdot W \cdot f_{n-1}(t - t_L) = b \cdot \delta L \cdot f_n(t) \cdot W + W_d \quad (23)$$

Ekv. (21), (22) och (23) ger

$$f_n(t) = f_{n-1}(t - t_L) - \frac{E_n \cdot \beta}{r_n \cdot W} \cdot \left(1 - e^{-\frac{K_n}{E_n} \cdot \frac{l}{v}}\right) \cdot (TC_n - TIN_n) \quad (24)$$

### 3.4 Sammankoppling av systemen

Kopplas systemen samman erhålles följande ekvationer runt cylinder nr  $n$  i torkpartiet.

$$f_n(t) = f_{n-1}(t-t_L) - \frac{E_n \cdot \beta}{r_n W} \cdot (1 - e^{-\frac{K_n}{E_n} \cdot \frac{\lambda}{v}}) (TC_n(t) - TIN_n) \quad (24)$$

$$\frac{dTC_n}{dt} = \frac{\lambda}{\rho C_p \cdot \delta} \cdot ((a-2) \cdot TC_n(t) + a \cdot TK_n(t) + 2(1-a) TR_n) \quad (13)$$

$$TK_n(t) = TA_n(t) - d \quad (2)$$

$$TA_n(t) = 100 \sqrt[4]{P_n(t)} \quad (1)$$

$$P_n(t) = u(t) - \Delta P_n \quad (25)$$

$u$  = ångtrycket efter ventil i stamledningen.

$E_n$ ,  $r_n$  och  $K_n$  är funktioner av papperets fuktkvot.

$TIN_n$ ,  $TR_n$ ,  $\beta$ ,  $a$ ,  $d$  och  $\Delta P_n$  bestäms empiriskt för respektive pappersmaskin, varav  $a$ ,  $d$  och  $\beta$  kan sättas lika för alla cylindrar.

Ovanstående ekvationer kan mycket väl användas för att beskriva ett torkparti. Emellertid består torkpartiet vanligen av mer än 30 cylindrar, varför räknearbetet blir omfattande. Därför kommer torkpartiet att förenklas genom att betrakta varje cylindergrupp som en enhet.

#### 4. Indelning i cylindergrupper

Inom en cylindergrupp gäller följande för cylindrarna.

$P_n(t)$  är lika.

$TR_n$  och  $TIN_n$  kan med mycket litet fel sättas lika.

Detta gör att  $TC_n$  blir lika.

Om nu ett medelvärde för papperets fuktkvot inom cylindergruppen insättes i funktionerna för beräkning av  $K$ ,  $E$  och  $r$ , samt löptiden inom cylindergruppen försummas erhålles.

$$f_i(t) = f_{i-1}(t-m_i \cdot t_L) - (TC_i(t) - TIN_i) \cdot h_i \quad (26)$$

$i$  betecknar  $i$ :te cylindergruppen

$m_i$  = antal cylindrar i cylindergrupp  $i$

$$h_i = m_i \cdot \frac{E_i \cdot \beta}{r_i \cdot W} \left( 1 - e^{-\frac{K_i \cdot \lambda}{E_i \cdot v}} \right) \quad (26 \text{ b})$$

Då  $E_i$ ,  $r_i$ ,  $K_i$  beror av fuktkvoten  $f$  erhålles

$$h = h(f, W, v)$$

$W$  och  $v$  antages konstanta. Då gäller

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial f} \cdot \frac{\partial f}{\partial t}$$

Nu gäller att  $\frac{\partial h}{\partial f}$  är liten utom då  $f$  är liten ( $< 0.1$ ), och under förut-

sättning att  $\frac{\partial f}{\partial t}$  inte är alltför stor kan  $\frac{dh}{dt}$  sättas till noll.

Då fås av ekv. (26)

$$\frac{df_i(t)}{dt} = \frac{df_{i-1}(t-m_i t_L)}{dt} - h_i \cdot \frac{dTC_i}{dt} \quad (27)$$

och

$$TC_i(t) = \frac{f_{i-1}(t-m_i t_L) - f_i(t)}{h_i} + TIN_i \quad (28)$$

Ekv. (27), (13) och (28) ger

$$\begin{aligned} \frac{df_i(t)}{dt} - \frac{df_{i-1}(t-m_i t_L)}{dt} &= \frac{(a-2)\lambda}{\rho c_p \cdot \delta^2} (f_i(t) - f_{i-1}(t-m_i t_L)) - \\ &- \frac{h_i \lambda}{\rho c_p \delta^2} (a \cdot TK_i(t) + (a-2) \cdot TIN_i + 2(1-a) \cdot TR_i) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\text{sätt } f_i(t) - f_{i-1}(t - m_i \cdot t_L) = x_i(t)$$

$$\frac{\rho_p \delta^2}{\lambda} = \theta$$

Ekv. (29) ger

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \frac{a-2}{\theta} x_i(t) - \frac{h_i \cdot a}{\theta} TK_i(t) - \frac{h_i}{\theta} \cdot ((a-2) TIN_i + 2(1-a) TR_i) \quad (30)$$

Ekv. (1), (2) och (25) ger

$$TK_i(t) = 100 \sqrt[4]{u(t) - \Delta P_i} - d \quad (31)$$

I matrisform fås om  $g(u) = TA$  och  $y = f_5$

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot g(u) + C \quad (32)$$

$$y = f_0(t - t_L \cdot \sum_{i=1}^N m_i) + \sum_{i=1}^{N-1} x_i(t - t_L \cdot \sum_{j=i+1}^N m_j) + x_5$$

$$A = \frac{a-2}{\theta} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = -\frac{a}{\theta} \begin{bmatrix} h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & h_2 & \vdots \\ 0 & \dots & h_N \end{bmatrix}$$

$$C = -\frac{1}{\theta} \begin{bmatrix} h_1 & \vdots & c_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_N & \vdots & c_N \end{bmatrix}$$

$N$  = antal cylindergrupper

$$c_i = (a-2) TIN_i + 2(1-a)TR_i - ad \quad (33)$$

Konstanterna  $c_i$  består som synes av de tre temperaturerna  $TIN_i$ ,  $TR_i$  och  $d$  som uppskattas empiriskt. Dessa empiriska bestämningar av konstanter förorsakar C-matrisen i ekv. (32). Om de tre nämnda temperaturerna hade bestämts analytiskt, hade C-matrisen troligen försvunnit. Även  $\Delta P_i$  bestäms empiriskt vilket förklarar additionen av  $\Delta P_i$ -termer i blockschemat nedan.

$h_i$  beror av fukthalterna före och efter cylindergruppen, närmare

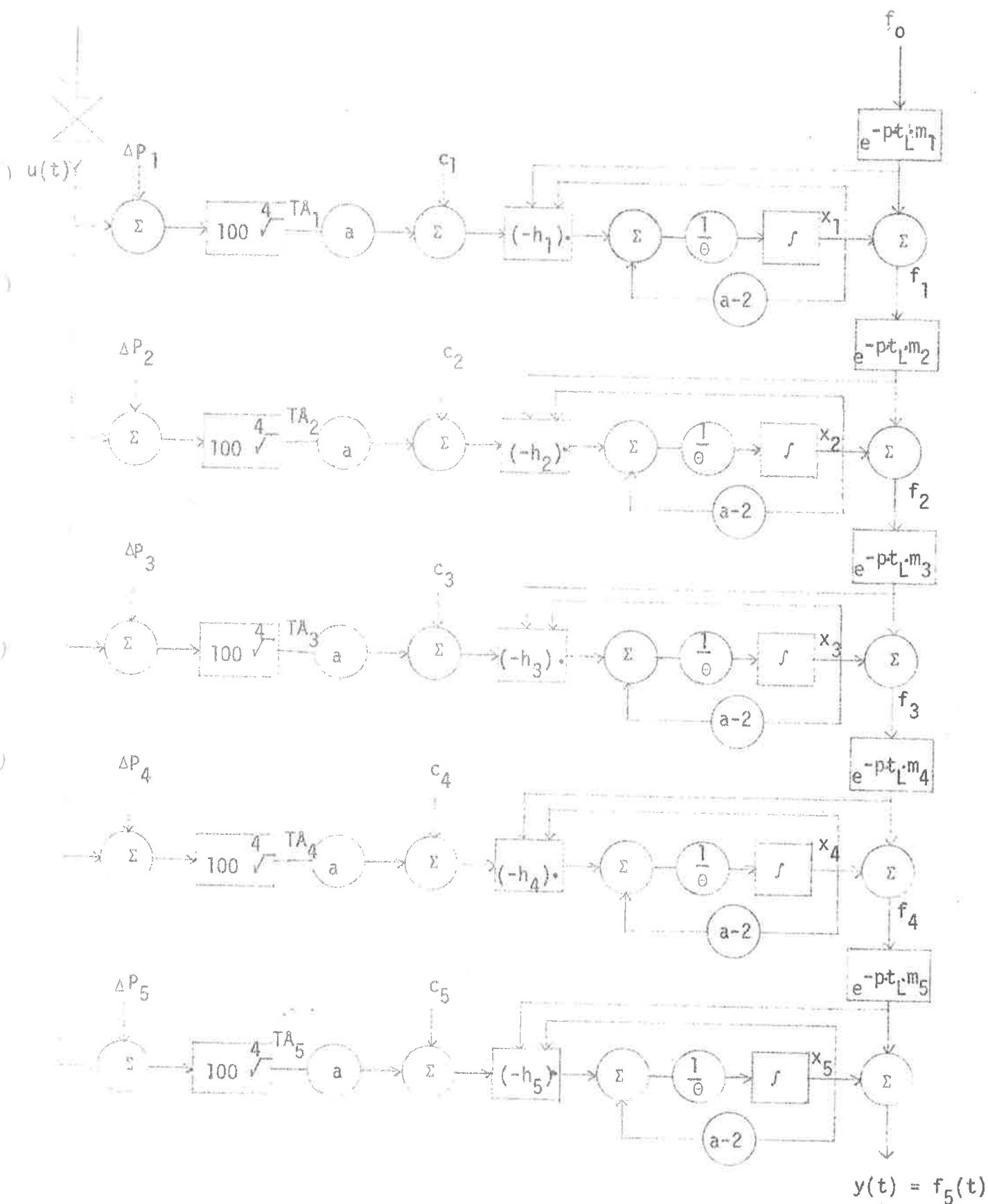
bestämt av  $(f_{i-1}(t-m_i \cdot t_L) + f_i(t)) \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} (f_{i-1}(t-m_i \cdot t_L) + f_i(t)) = \frac{1}{2} \cdot (x_i + 2 f_{i-1}(t-m_i \cdot t_L))$$

Detta som en förklaring till blockschemat nedan.

Antag att torkpartiet består av fem cylindergrupper. För att bättre passa in i ett blockschema omskrives ekv. (30) med hjälp av ekv. (2) och (33).

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{1}{\theta} \{ (a-2) \cdot x_i - h_i \cdot (a \cdot TA_i + c_i) \} \quad (34)$$



6. Bestämning av konstanterna

För en torkcylinder av gjutjärn gäller vanligen

$$\lambda \approx 50 \text{ W/mK}$$

$$\rho \approx 7000 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p \approx 500 \text{ J/kgK}$$

$$\delta \approx 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Detta ger } \theta = \frac{\rho c_p \delta^2}{\lambda} = 10 \text{ sekunder}$$

Bestämning av  $\alpha$  är betydligt svårare. Värmeövergångstalet cylinder - luft är ca  $58 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . Värmeövergångstalet cylinder - pappersark varierar starkt med bl.a. papperets fuktkvot, och värdena ligger enligt Sundberg och Österberg (1966) mellan 100 och  $5000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . Värdet för  $\alpha$  bör alltså ligga mellan 50 och  $5000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .

$$a = \frac{1}{1 + \frac{\delta \alpha}{\lambda}}$$

$$\alpha = 50 \text{ W/m}^2 \text{ K} \quad \text{ger} \quad a = 0.985$$

$$\alpha = 5000 \text{ W/m}^2 \text{ K} \quad \text{ger} \quad a = 0.455$$

Bästa sättet att bestämma  $\alpha$  är att mäta TC och TK under stationära förhållanden, samt göra en uppskattning av TR. Dessa värden insatta i ekv. (13) ger a och  $\alpha$ .

$$\frac{dT_C(t)}{dt} = \frac{\lambda}{\rho c_p \delta^2} ((a-2) \cdot TC(t) + a \cdot TK(t) + (1-a) \cdot TR) \quad (13)$$

$$TC = 94^\circ\text{C}$$

$$TK = 100^\circ\text{C}$$

$$TR = 60^\circ\text{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} TC = 94^\circ\text{C} \\ TK = 100^\circ\text{C} \\ TR = 60^\circ\text{C} \end{array} \right\} \text{ger} \quad a = 0.92 \quad \text{och} \quad \alpha = 375 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Detta värde på a ger en tidskonstant på drygt 9 sekunder för TC.

Vanliga värden på u, dvs ångtrycket i stamledningen efter reduceringsventil, är  $1.3 - 1.5 \text{ Kp/cm}^2$ .  $\Delta P$  är ofta av storleken  $0 - 0.5 \text{ Kp/cm}^2$

W är olika för olika papperssorter, men ligger vanligen mellan  $0.05 - 0.3 \text{ Kg/m}^2$ .



$c_a$  beror också av papperssorten. Ett riktvärde är 1.5 kJ/kg K

$$c_{H_2O} = 4.2 \text{ kJ/kg K}$$

$r$  finns plottad mot sluttorrhalten av Janson och Herminge (1960).  
Se fig. 12.

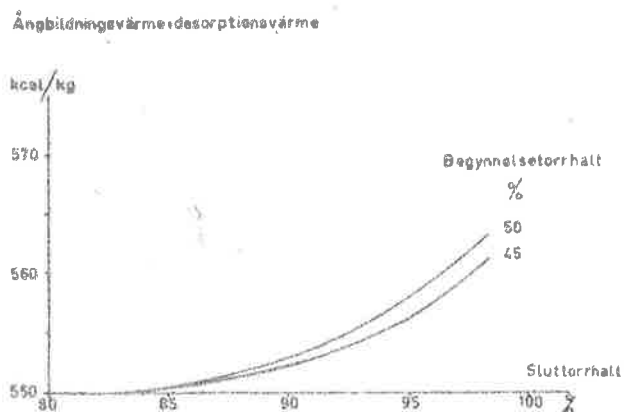


Fig. 12. Ångbildningsvärme + desorptionsvärme vid torkning till olika sluttorrhalter.

Fig. 12 kan användas för att beräkna  $r$  som funktion av fuktkvoten.  
Då fås approximativt

$$0.2 < f \quad r(f) = 2300 \text{ kJ/kg}$$

$$0.1 < f < 0.2 \quad r(f) = 2872 - 2860 \cdot f \text{ kJ/kg}$$

$$f < 0.1 \quad r(f) = 3858 - 25182 \cdot f + 124579 \cdot f^2 \text{ kJ/kg}$$

$K$  finns uppritad som funktion av fuktkvoten hos Race (1971 a).  
Se fig. 13.

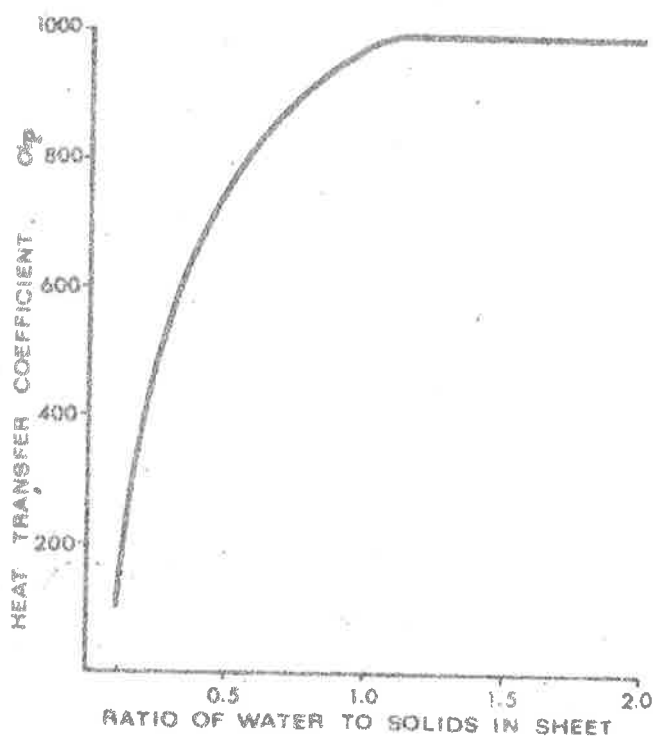


FIGURE 13—  
RELATIONSHIP  
BETWEEN HEAT  
TRANSFER  
COEFFICIENT  $\alpha_p$   
AND SHEET  
MOISTURE  
CONTENT.

Sorten på  $\alpha_p$  i fig. 13 är Kcal/h m<sup>2</sup> K

Ur fig. 13 fås approximativt

$$\begin{aligned} 1 < f & \quad K(f) = 1160 \text{ W/m}^2 \text{ K} \\ 0.5 < f < 1 & \quad K(f) = 700 + 460 f \text{ W/m}^2 \text{ K} \\ f < 0.5 & \quad K(f) = 50 + 1760 f \text{ W/m}^2 \text{ K} \end{aligned}$$

För cylindrar med diametern 1.5 m och maskinhastigheten 600 m/min  
gäller ungefär

$$\lambda = 2.5 \text{ m}$$

$$t_L = 0.5 \text{ sekund}$$

$\beta$  är troligen nära ett.

7. Demonstrationsexempel

Låt oss antaga ett torkparti bestående av fem cylindergrupper med vardera åtta cylindrar. (Om torkpartiet består av ett mindre antal grupper, kan det vara lämpligt att dela på grupperna för att få t.ex. sammanlagt fem grupper).

Papperarkets fuktkvot antages följa samma förlopp som under test nr. 36 av Montgomery(1954). Då fås om  $\bar{f}_i$  betecknar medelfuktkvoten i cylindergrupp i

$$f_0 = 2.6$$

$$\bar{f}_1 = 2.2$$

$$\bar{f}_2 = 1.6$$

$$\bar{f}_3 = 0.9$$

$$\bar{f}_4 = 0.3$$

$$\bar{f}_5 = 0.05$$

följande värden ansättes

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$L = 2.5 \text{ m}$$

$$w = 0.1 \text{ kg/m}^2$$

Då fås med givna funktionssamband och ekv.(15) och (26 b)

i	$f_i$	$E_i$ (KJ/m <sup>2</sup> K)	$K_i$ (KJ/m <sup>2</sup> k s)	$r_i$ (KJ/kg)	$h_i$ (K <sup>-1</sup> )
1	2.2	1.07	1.160	2300	0.0089
2	1.6	0.82	1.160	2300	0.0086
3	0.9	0.53	1.114	2300	0.0076
4	0.3	0.28	0.578	2300	0.0040
5	0.05	0.17	0.138	2910	0.00084

a och TR sätts till 0.92 resp. 60 °C över hela torkpartiet.  
d antages vara 2 °C.

TIN antages vara följande

$$TIN_1 = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$TIN_2 = 65 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$TIN_3 = 70 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$TIN_4 = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$TIN_5 = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Då ger ekv. (33)

$$c_1 = - 57.0$$

$$c_2 = - 62.4$$

$$c_3 = - 67.8$$

$$c_4 = - 73.2$$

$$c_5 = - 78.6$$

Det bör observeras att  $c$  beror starkt av TIN och att feluppskattningar av TR och  $d$  inverkar föga på resultatet. Därför bör TIN bestämmas noggrant i praktiska fall.

I föregående avsnitt bestämdes

$$\theta = 10 \text{ sekunder}$$

$$t_i = 0.5 \text{ sekund}$$

Samtliga  $n_i = 8$  och detta tillsammans med gällande  $\Delta P_i$  räcker nu för att bestämma systemets tillstånd.

8. Variabellista

- $A$  = matris (se ekv.(32))  
 $a$  =  $\frac{1}{1 + \frac{\delta\alpha}{\lambda}}$   
 $B$  = matris (se ekv.(32))  
 $b$  = pappersarkets bredd  
 $C$  = matris (se ekv.(32))  
 $c$  =  $(a-2)TIN + 2(1-a)TR$ -ad  
 $c_a$  = papperets specifika värme  
 $c_{H_2O}$  = vattnets specifika värme  
 $c_p$  = cylindergodsets specifika värme  
 $d$  = temperaturskillnaden ånga-inre cylindervägg  
 $E$  =  $W(C_a + f \cdot C_{H_2O})$   
 $f$  = papperets fuktkvot  
 $H$  = papperets entalpi  
 $h$  =  $m \frac{E \cdot \beta}{r \cdot W} (1 - e^{-\frac{K}{E} \frac{L}{v}})$   
 $K$  = värmeegenomgångstal yttre cylinderyta-papperets ytteryta  
 $L$  = längd av pappersarket  
 $l$  = längd av cylinderperiferi i kontakt med pappersarket  
 $m$  = antal cylindrar i en cylindergrupp  
 $N$  = totala antalet cylindergrupper i torkpartiet  
 $P$  = ångtrycket  
 $\Delta P$  = ångtrycksskillnad cylinder-stamledning efter ventil  
 $p$  = tidsfördröjningsoperator  
 $Q$  = överförd energi cylinder-pappersark  
 $R$  = cylindergodsets tjocklek  
 $r$  = vattnets desorptions- plus förångningsvärme  
 $T$  = papperets temperatur  
 $TC$  = yttre cylinderytans temperatur

- TIN = temperatur på ingående papperark till cylindern  
 TK = inre cylinderytans temperatur  
 TR = medeltemperatur på cylinderns omgivning  
 TA = ångtemperaturen  
 t = tid  
 $t_L$  = tiden för papperarket att löpa över cylinderns fyra zoner  
 u = temperaturen i cylindergodset (avsnitt 3.2)  
     f.ö. ångtrycket efter stamledningens ventil  
 v = pappersarkets hastighet  
 W = pappersarkets ytvikt  
 $W_d$  = mängd förångat vatten efter en cylinder  
 x = rumskoordinat (avsnitt 3.2)  
     f.ö.  $x_i = f_i(t) - f_{i-1}(t - t_i \cdot m_i)$   
 $\alpha$  = ett slags medelvärde på värmeövergångstalet cylinderomgivning  
 $\beta$  = den del av pappersarkets upptagna energi som används för förångning  
 $\delta = \frac{1}{2} \cdot R$   
 $\theta = \frac{\rho \cdot c_p \cdot \rho^2}{\lambda}$   
 $\lambda$  = cylindergodsets värmeledningstal  
 $\rho$  = cylindergodsets densitet

index n och i hänför sig till resp. cylinder och cylindergrupp.

## 9. Litteraturreferenser

Appel, D.W. and Hong, S.H.

Condensate Distribution and Its Effects on Heat Transfer in Steam-Heated Dryers

Pulp and Paper Magazine of Canada, 70(1969):  
feb. T51-T62 (7 ref.)

Janson, L. - Herminge

Värmetekniska aspekter på yankeetorkning

Svensk Papperstidning, 63(1960):2, 15-23 (12 ref.)

Janson, L. och Nordgren, B.

Om torkning av papper på filttäckta torkcylindrar

Svensk Papperstidning, 61(1958):19, 834-843 (10 ref.)

Jender Bo

De reglertekniska egenskaperna vid torkning av papper

Licentiatavhandling (42 ref.)

Kirk, L.A., Jones, G.T.

Hot surface drying of paper

Paper technology, 11(1970): 5, 347-348, 351-352, 397-400, 403 (47 ref.)

Montgomery, A.E.

Variation of Drying Rates of Individual Driers

Through the Drier Section

TAPPI, 37(1954): 1, 1-13 (0 ref.)

Nissan, A.H. and Hansen, D.

Heat Transfer and Water Removal in Cylinder Drying

Tappi, 43(1960):9, 753-756 (9 ref.)

Nissan, A.H. and Kaye, H.G.

An Analytical Approach to the Problem of Drying of Thin Fibrous Sheets on Multicylinder Machines

TAPPI, 38(1955):7, 385-398 (6 ref.)

Race, E.

Mechanism of Paper Drying on Steam-heated cylinders

Paper Trade Journal, (1971 a): march 1, 32-37 (21 ref.)

Race, E.

Paper Drying on Felt-Covered Cylinders-Function of the Felt  
Paper Trade Journal, (1971 b): march 29, 38-45 (29 ref.)

Sundberg, T. and Österberg, L.

Thermal Resistance Between Drying Cylinders and Paper  
Svensk Papperstidning, 69(1966):24, 854-855 (7 ref.)