



LUND UNIVERSITY

Processidentifiering - Projektarbeten hösten 1992

Johansson, Rolf; Jönsson, Ulf; Olsson, Henrik

1993

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Johansson, R. (Red.), Jönsson, U., & Olsson, H. (1993). *Processidentifiering - Projektarbeten hösten 1992*. (Technical Reports TFRT-7499). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:

3

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

ISSN 0280-5316
ISRN LUTFD2/TFRT--7499--SE

Processidentifiering Projektarbeten hösten 1992

Rolf Johansson (Red.)
Ulf Jönsson
Henrik Olsson

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Januari 1993

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden	<i>Document name</i> Internal Report	
	<i>Date of issue</i> Januari 1993	
	<i>Document Number</i> ISRN LUTFD2/TFRT--7499--SE	
<i>Author(s)</i> Rolf Johansson, Ulf Jönsson, Henrik Olsson (Red.)	<i>Supervisor</i>	
	<i>Sponsoring organisation</i>	
<i>Title and subtitle</i> Processidentifiering — Projektarbeten hösten 1992 (Term papers in Process identification — Fall 1992)		
<i>Abstract</i> <p>This volume contains some term papers of the students taking the graduate course in process identification. The following identification subjects have been studied: Concentration control, The ball-and-beam process, A compliant servo, Speed control of a DC-motor, Tritium dynamics in the atmosphere, Control of an inverted pendulum, A DC-motor drive.</p>		
<i>Key words</i>		
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>		
<i>Supplementary bibliographical information</i>		
<i>ISSN and key title</i> 0280-5316		<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 186	<i>Recipient's notes</i>
<i>Security classification</i>		

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Fax +46 46 110019, Telex: 33248 lubbis lund.

FÖRORD

Föreliggande arbete innehåller några rapporter från projektarbeten inom en kurs (ht 92) i processidentifiering vid Institutionen för Reglerteknik, LTH. Kursen *Processidentifiering* gavs första gången under höstterminen 1987 såsom reguljär fortsättningskurs och forskarutbildningskurs vid Reglerteknik, LTH. Kursdeltagarna förutsättes ha goda förkunskaper i reglerteori och stokastiska processer svarande mot institutionens kurs *Digital Reglering*. Under kursens gång har kursdeltagarna förberetts för sina uppgifter genom fyra laborationer: Frekvensanalys, Interaktiv identifiering, Realtidsidentifiering, Syntesorienterad identifiering. Vidare har kursen innehållit övningar med Matlab-uppgifter i Processidentifiering.

Uppgifterna har alla omfattat identifiering med jämförelse mellan några olika metoder. Följande identifieringsproblem har studerats:

- Saltprocessen (Per Hiselius, Mathias Morén, Anders Svensson)
- Modellbygge av bom och kula (Gustaf von Friesendorff, Stefan Gustafsson)
- Elastiskt servo (Per Tunestål, Chun-Ming Lu Jimmy)
- "Velodromen" (Jesper Jansson, Magnus Strandh, Anders Ströbeck)
- Identifiering för varvtalsreglering (Lennart Andersson, Ola Johansson)
- Identification of ASEA robot, serial number 72 74 183, link one (Arnar Gestsson, Harald Moritz-Olsen)
- Modellering av tritiums rörelser i atmosfären (Claes Tamm, Martin Hägerdal, Jörgen Rosengren)
- Identifiering av likströmsmotor (Morten Hemmingsson, Carl-Johan Ivarsson, Sven Johansson, Mikael Lekman)
- Den inverterade pendeln (Mikael Johansson, Mats Jonsson, Andreas Jakobsson)
- Identifiering av bom med kula (Jeppa Grosshög, Henrik Värendh)
- Identifiering av bom med kula (Björn Fälth, Magnus Holm, Johan Widell)
- Motor med drivrem (Pär Larsson, Niclas Olsson)
- Identifiering av flexibelt DC-servo (Mattias Gyllerup, Sven Rogdahl)

Det är vår förhoppning, att dessa projektarbeten kan tjäna som exempel på tillämpningar av identifieringsmetodik.

Rolf Johansson, Ulf Jönsson, Henrik Olsson (Red.)

**LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK
PROJEKT I PROCESSIDENTIFIERING**

SALTPROCESSEN

**INLÄMNINGSDATUM: 92-12-04
HANDLEDARE: HENRIK OLSSON
FÖRFATTARE: PER HISELIUS
MATHIAS MORÉN
ANDERS SVENSSON**

I kursen processidentifiering ingick ett projektarbete varvid man skulle studera och identifiera en verklig process. Vi tilldelades den så kallade "saltprocessen".

1 SALTPROCESSEN

1.1 LABUPPSTÄLLNING

Saltvatten injiceras i en vattenledning med vanligt kranvatten. Strax efter injektionspunkten passerar blandningen en konduktivitetsgivare som ger en utsignal proportionell mot salthalten. Efter ca en meter finns en likadan givare. Injiceringen av saltvatten sker med en pump som styrs mha en PC. Identifieringen kan antingen ske mellan pumpens styrsignal och den andra givaren eller direkt mellan givarna. Det senare alternativet blir enklare eftersom pumpen har en komplicerad dynamik.

Som alternativ kan en del av vattnet som passerat den andra givaren blandas med det till processen inkommande kranvattnet. Vi återkommer till denna "återkoppling" i avsnitt 3.1 .

I en loggerutrustad PC modell äldre registrerades tre signaler simultant. Dels registrerades pumpens styrsignal dels de två utsignalerna från mätgivarna (hädanefter kallade styrsignal, insignal och utsignal). Mätdata behandlades sedan i matlab. Vi började med att bekanta oss med processen. Utan återkoppling fungerade den, inte helt oväntat, i stort sett som ett lågpassfilter med tidsfördröjning. De för oss kontrollerbara parametrarna var vattenflödets hastighet, pumpens styrsignal samt samplingstiden. Valet av styrsignal och samplingstid påverkades av pumpens dynamik som därför föräras ett eget avsnitt.

1.2 PUMPENS DYNAMIK

Pumpen består av ett "hjul" med 4 st valsar som klämmer mot den tunna slang varigenom saltvattnet tillförs. Då hjulet roterar kommer saltvattnet att klämmas fram stötvis. Detta ger pumpen synnerligen olinjära egenskaper som försvårar en direkt identifiering mellan pumpens styrsignal och utsignal. En förändring i styrsignalens amplitud påverkar "hjulets" rotationshastighet. Om man exempelvis minskar amplituden så ökar tidsintervallet mellan de ovan nämnda stötarna. Dessa egenskaper påverkar i hög grad val av samplingstid och PRBS-signalens period.

1.3 VATTENFLÖDET

Vattnet strömmade genom en ventil som manuellt kunde regleras med en kran. Omedelbart efter ventilen satt en optiskt avläsbar flödesmätare. Tyvärr varierade vattenflödet tillräckligt för att påverka processen. För noggrann processreglering/identifiering vore det önskvärt att även kunna mäta och reglera flödet. Variationen av vattenflödet kunde ibland bli så stor som 15% av medelvärdet under mätseriens gång. Mellan mätserierna justerade vi "tillbaka" flödet mha kranen. Som riktvärde för vattenflödet använde vi 140 mm (motsvarande 1,23 l/min) . Vi valde detta riktvärde eftersom vi ville ha snabbt flöde men ändå ha möjlighet att köra en serie med ännu snabbare flöde. Det är troligt att det uppstår turbulens framförallt vid rörkrökar, kranar och dylikt. På de ställen där vi inte har turbulens bör vi ha laminär strömmning. Dessa fenomen tillsammans med diffusion komplicerar modellen och gör den förmodligen omöjlig att beskriva exakt.

1.4 PUMPENS STYRSIGNAL

Då vi bekantade oss med processen använde vi en fyrkantpuls som styrsignal men vid alla senare mätserier användes en PRBS-signal. PRBS-signalen alstrar en binär slumpvalssekvens. Med hjälp av denna samt våra val av medelvärde, amplitud och period erhåller vi styrsignalen. För att minska inverkan av pumpens dynamik valdes PRBS-perioden så att flera valsar ("stötar") hann passera innan signalen åter ändrades. Detta gör det meningsfullt att sedan lågpasfiltrera in- och utsignal för att minska mätrippelns inverkan. Styrsignalen kunde varieras mellan 0 och 10 volt.

1.5 VAL AV SAMPLINGSTID

Vi ville ha en samplingstid som kunde lösa upp både processdynamik och pumpdynamik. Från det enkla pulssvar (se nästa stycke) vi först gjorde, med samplingstiden 0,1 s, ser vi att vi nog bör sampla litet snabbare för att lösa upp pumpens dynamik. Klarar vi inte av detta får vi problem. Vid samplingstidpunkten kommer man, beroende på pumpens läge, att, på ett oförutsägbart sätt, få mätvärden från både toppar och dalar. Detta skulle en modell tvingas förklara med brus. Vi valde i fortsättningen att sampla med 0,01 s och det visade sig räcka. Den snabba samplingstiden kräver dock en högre modellordning pga av tidsfördröjningen. Vi återkommer till detta problem i avsnitt 2.3 om armaxmodellen.

2 UTFÖRANDE

2.1 ENKELT STEGSVAR

För att bekanta oss med processen tog vi upp ett enkelt pulssvar. Fyrkantpulsens längd var 5 s, mättiden 20 s och samplingstiden 0,1 s. Resultatet från mätningen finns redovisat i fig2 där heldragen linje är insignal och den streckade utsignal. Vi ser först och främst en tidsfördröjning på cirka 2 s. Även processens lågpassegenskaper framgår tydligt. Dessutom ser vi den tidigare beskrivna pumpdynamiken, som resulterar i topparna inom pulsen. Dessa förefaller inte vara helt upplösta i insignalen varför det ur denna synpunkt vore lämpligt med snabbare sampling. Vi klarar dock lätt av att lösa upp pulsen och dess stigning i utsignalen. Vi ser även en negativ bias i de båda signalerna. Denna bör tas bort innan modelluppskattning sker.

2.2 PRBS MÄTSERIER

Vi gjorde ett antal PRBS-mätserier med olika val av styrsignalens medelvärde och amplitud. Däremot använde vi alltid samma PRBS-period, 500 ms, och samma vattenflödes hastighet, 140 mm. Identifieringen gjordes med en PRBS-signal med medelvärde 3 och amplitud 3. Vi gjorde även en mätserie med lägre vattenflödes hastighet, men med samma PRBS-parametrar som vid identifieringen. I fig3 (heldragen linje insignal, streckad utsignal och prickad styrsignal) ser vi ett avsnitt av den mätserie som vi gjorde vår första identifiering på.

2.3 ARMAXMODELLEN

Vi började med att försöka anpassa en armaxmodell mellan in och utsignal med erhållna data. För att få en bra modell tvingades vi göra den stor. Det är naturligtvis önskvärt med en liten modell. Vi filtrerar för att ta bort den snabba dynamiken och på detta sätt minska antalet poler och få lägre modellordning. En nackdel med för

snabb sampling är att man i hög grad kommer att kunna förklara utsignalen vid en viss tidpunkt med närmast föregående utsignal.

2.4 FILTRERING

Vi var tvingade, på grund av pumpdynamiken, att sampla med cirka 0,01 s (se avsnitt 1.5). För att minska mätrippelns inverkan och samtidigt undvika de ovan nämnda problemen med för snabb sampling lågpasfilterade vi de snabbt samplade signalerna och tog därefter ut vart tionde värde. Filtreringen jämnade ut mätrippel och annat brus.

Filtreringen gjordes med programmet idfilt i matlab. Idfilt använder ett Butterworthfilter. Brytfrekvensen valdes så att det vi uppfattade som processdynamiken (inkl pump) förblev opåverkad. Detta gjordes genom att visuellt uppskatta topparnas "frekvens" i utsignalen, och multiplicera med tio för att få marginal. För att kunna använda idfilt omvandlades den valda brytfrekvensen till Nyquistfrekvens. Genom att prova oss fram valde vi slutligen Butterworthfiltrets grad till fem (efter att ha provat grad 1, 3, 5 och 9). Resultatet av filtreringen finns i fig4-fig8 (heldragen ofiltrerad) där vi plottat styrsignalen i fig4 insignalen i fig5 och 6 samt utsignalen i fig7 och 8.

2.5 NY ARMAX/ARX

Nu försökte vi uppskatta en armaxmodell från insignal till utsignal, där vart tionde värde av de filterade signalerna användes. För att kunna använda selstruc vid val av modellordning krävs en ren ARX-modell. Vi undersökte därför C-polynomets betydelse. Genom att uppskatta modeller med olika stort C-polynom (men i övrigt samma gradtal för A och B polynom - 15 respektive 7) och simulera dessa på en annan mätserie än den vi gjort modellen på fann vi att en modell med grad C=0 var obetydligt sämre än den med grad C=1. Dessutom var dessa modeller bättre än modeller med högre C-polynom. I fig1 ser vi den verkliga utsignalen (heldragen), simulering med gradC=7 (streckad), simulering med gradC=0 (prickad). Nu körde vi selstruc men fann att den alltid valde största tillåtna A-polynom. Uppenbarligen var detta en dålig metod i detta fallet.

2.6 MODELLREDUCERING

Vi gjorde ett par försök med att identifiera mellan styr och utsignal. Detta visade sig gå lika bra som att identifiera mellan in och utsignal och detta kändes mer meningsfullt.

Med utgångspunkt från en rejält tilltagen ARMAX-modell använde vi dbalreal i matlab. Vi reducerade den balanserade modellen mha dmodred i matlab. Detta gjordes två gånger. Ena gången behöll vi tillstånd vars egenvärden var större än 1% av det största egenvärdet. Andra gången satte vi gränsen till 10%. Vi erhöll två modeller enligt nedan. Tidsfördröjningen är inbakad i A och B polynomen.

Reducerad modell, 1 procents grammian:

This matrix was created by the command POLY2T on 11/9 1992 at 17:39

Loss fcn: 1 Akaike's FPE: 0 Sampling interval 1

The polynomial coefficients and their standard deviations are

B =

Columns 1 through 7

-0.0000	0.0004	-0.0032	0.0157	-0.0543	0.1394	-0.2743
0	0	0	0	0	0	0

Columns 8 through 14

0.4215	-0.5087	0.4795	-0.3455	0.1815	-0.0628	0.0109
0	0	0	0	0	0	0

A =

Columns 1 through 7

1.0000	-7.3609	26.2170	-59.8179	97.2751	-118.3724	109.8352
--------	---------	---------	----------	---------	-----------	----------

0	0	0	0	0	0	0
Columns 8 through 14						0
-77.4628	40.4040	-14.5353	2.9449	0.0008	-0.1544	0.0269
0	0	0	0	0	0	0

Reducerad modell, 10 procents grammian:

This matrix was created by the command POLY2T on 11/9 1992 at 17:51
Loss fcn: 1 Akaike's FPE: 0 Sampling interval 1

The polynomial coefficients and their standard deviations are

B =

-0.0206	0.1228	-0.2980	0.3672	-0.2301	0.0587
0	0	0	0	0	0

A =

1.0000	-4.2679	7.3534	-6.3937	2.8052	-0.4968
0	0	0	0	0	0

Grammianens diagonalelement=

Columns 1 through 7						
0.3899	0.2473	0.1487	0.0880	0.0568	0.0409	0.0261
Columns 8 through 14						
0.0178	0.0131	0.0119	0.0118	0.0073	0.0045	0.0035
Columns 15 through 21						
0.0024	0.0022	0.0022	0.0020	0.0017	0.0017	0.0015
Columns 22 through 28						
0.0014	0.0014	0.0011	0.0010	0.0010	0.0007	0.0006
Columns 29 through 34						
0.0005	0.0004	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	

I fig9 finns den nedre (10%) modellen utan C-polynom simulerad (streckad) på en likadan (men inte samma) mätserie som den vi gjorde modellen på.

2.7 ROBUSTHET

För att testa modellens robusthet gjorde vi mätningar med ändrad amplitud och medelvärde på styrsignalen. Dessutom gjorde vi en mätserie med 20% lägre vattenflödes hastighet. Simuleringar med 1%-modellen är prickade, 10%-modellen streckade och mätdata är heldragna linjer i fig 10 till 15. I fig10 och 11 har vi ändrat styrsignalen från 0-6 till 0-10 volt. Här fungerar modellen fortfarande tillfredsställande. Däremot blir överensstämmelsen sämre när vi minskar amplituden till 0-2 volt, se fig12 och 13. Detta beror troligen på att pumpens olinjära egenskaper blir tydligare ju långsammare pumpen snurrar. Vi provade även 2-8 volt i styrsignalen för att se om det har betydelse om pumpen aldrig stannar. Det verkar inte spela någon större roll, vilket man kan se i fig 14. Modellen är med andra ord robust så länge man inte minskar styrsignalen för mycket. Att modellen är mycket känslig för ändringar i vattenflödet framgår av fig15 där vattenflödet har minskats med 20%.

2.8 VERIFIERING (spektralanalys)

För att verifiera den erhållna modellen gjorde vi spektralanalys på samma filtrerade data som användes vid modelluppskattningen. I fig16 ser vi bodeplotten och i fig17 en bodeplot på vår modell. I dessa båda plottar skall frekvensskalan multipliceras med en faktor 10. Amplitudplottarna uppvisar en viss likhet. Fasdiagrammen avstår vi från att kommentera. Koherensspektrum mellan styrsignalen och utsignal finns i fig18 där man ser att den avtar från ca 6 rad/sek, dvs ca 1 Hz.

3 ÅTERKOPPLING

3.1 ÅTERKOPPLING

Vi tog upp två mätserier med "återkoppling", vattenflödes hastigheten 140 mm och PRBS-signal 0-6 volt. En med den sedvanliga PRBS-perioden 500 ms och en med perioden 2000 ms. Vi gjorde en modell på samma sätt som i avsnitt två som klarade av att följa data vid simulering. Vi testade även att simulera en puls i styrsignalen men kunde inte hitta en andra topp från återkopplingen i utsignalen. Vi använde den andra mätserien och tog fram ett korrelationsspektrum mellan styr och utsignal (se fig 19, den prickade linjen) men kunde inte hitta någon "andra topp" från återkopplingen. Det är omöjligt att göra en modell som får med dynamik som inte syns i korrelationsspektrum. Vi anser att återkopplingen endast ger en "bias" för saltkoncentrationen i systemet. Detta beror på att topparna i styrsignalen inte kan lösas upp en andra gång efter återkoppling utan de bidrar till en konstant koncentration. Modeller för det "återkopplade" systemet kommer att bli känslig för ändringar i insignalens medelvärde.

fig 1.

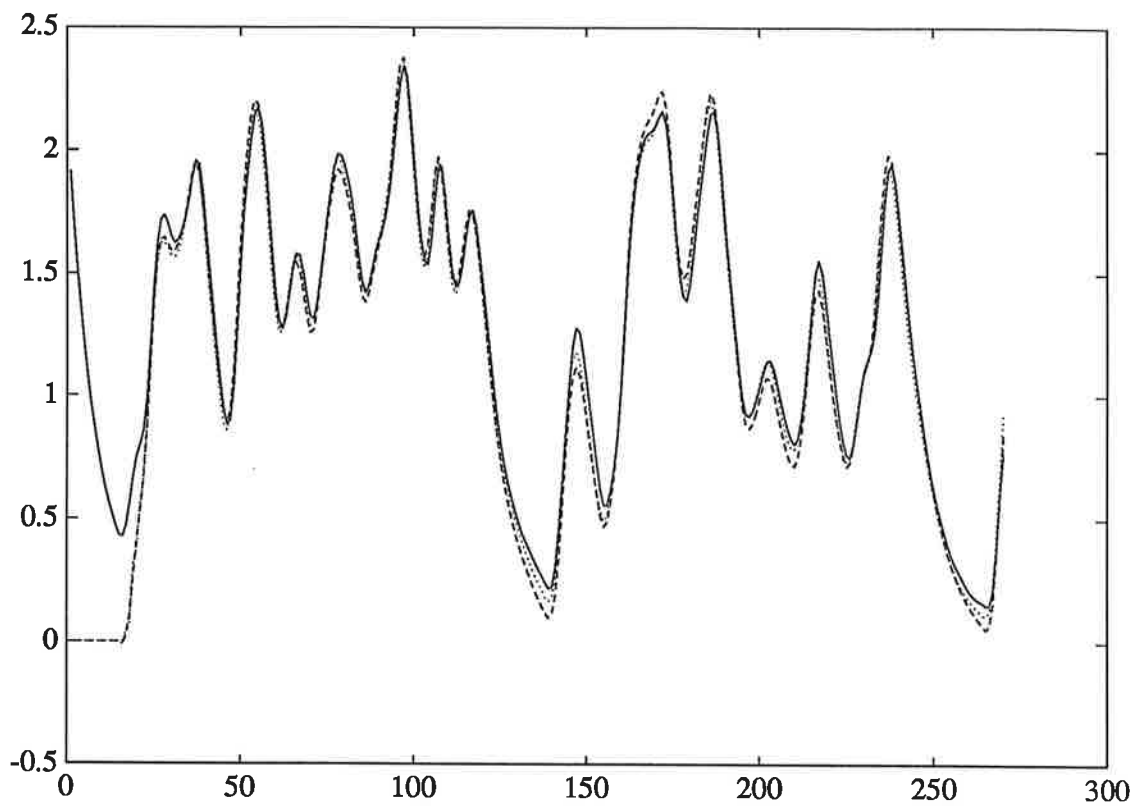


fig 2.

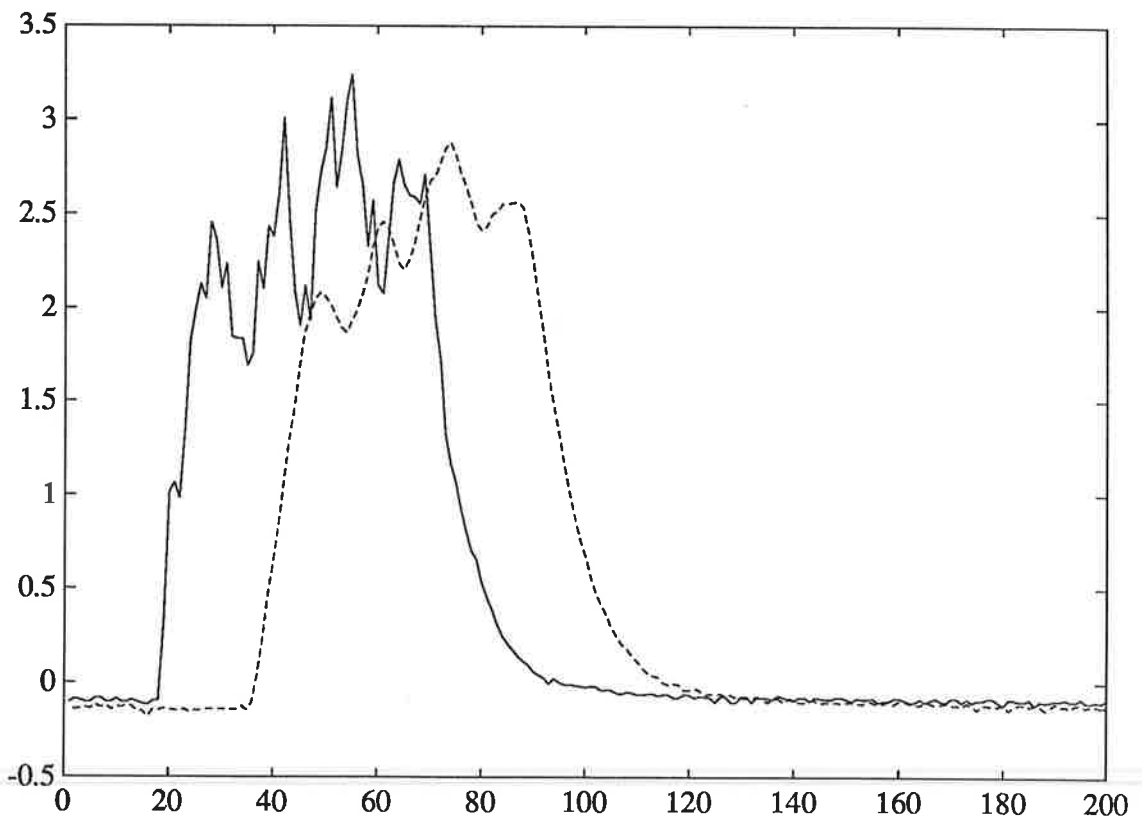


fig 3

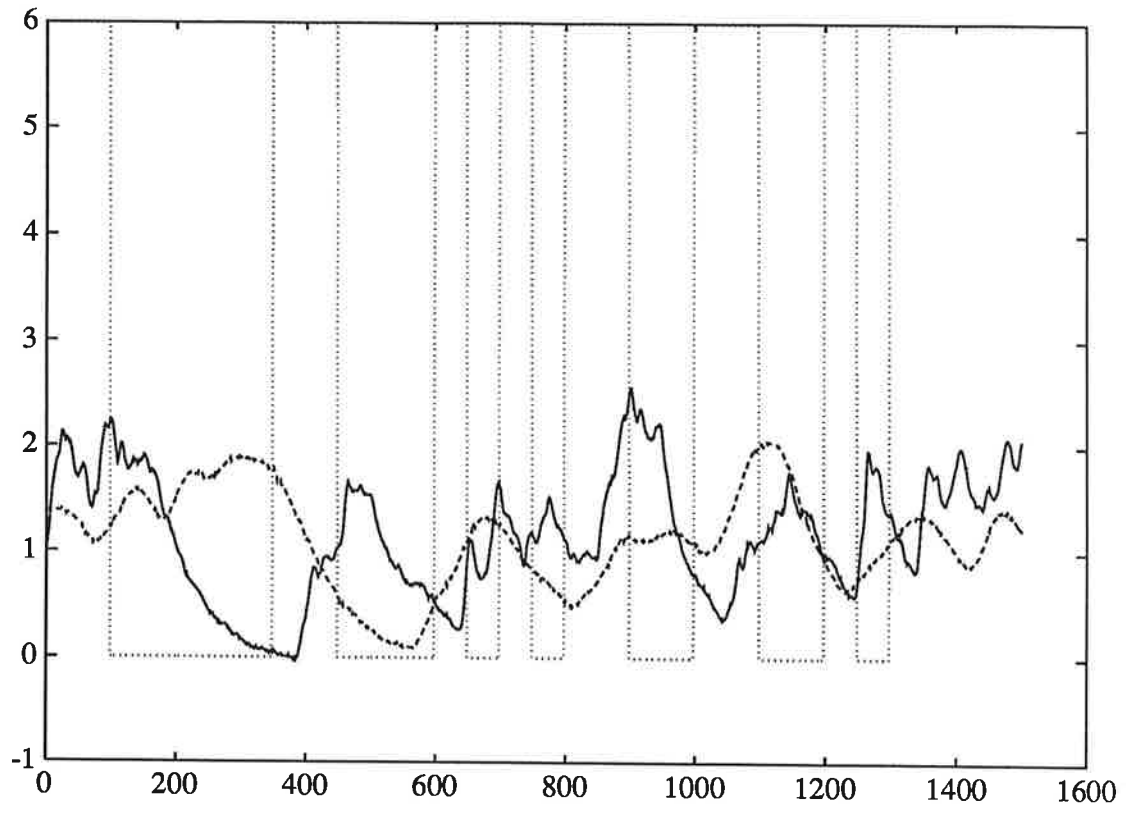


fig 4

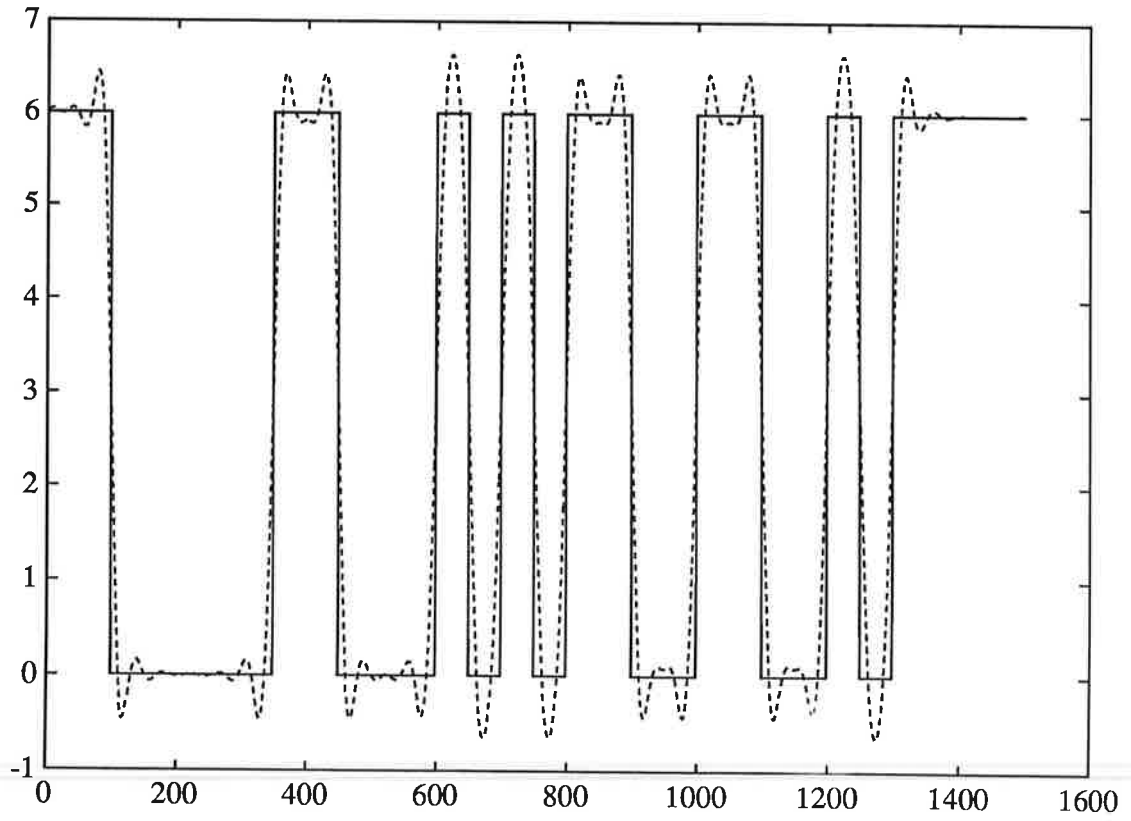


fig 5

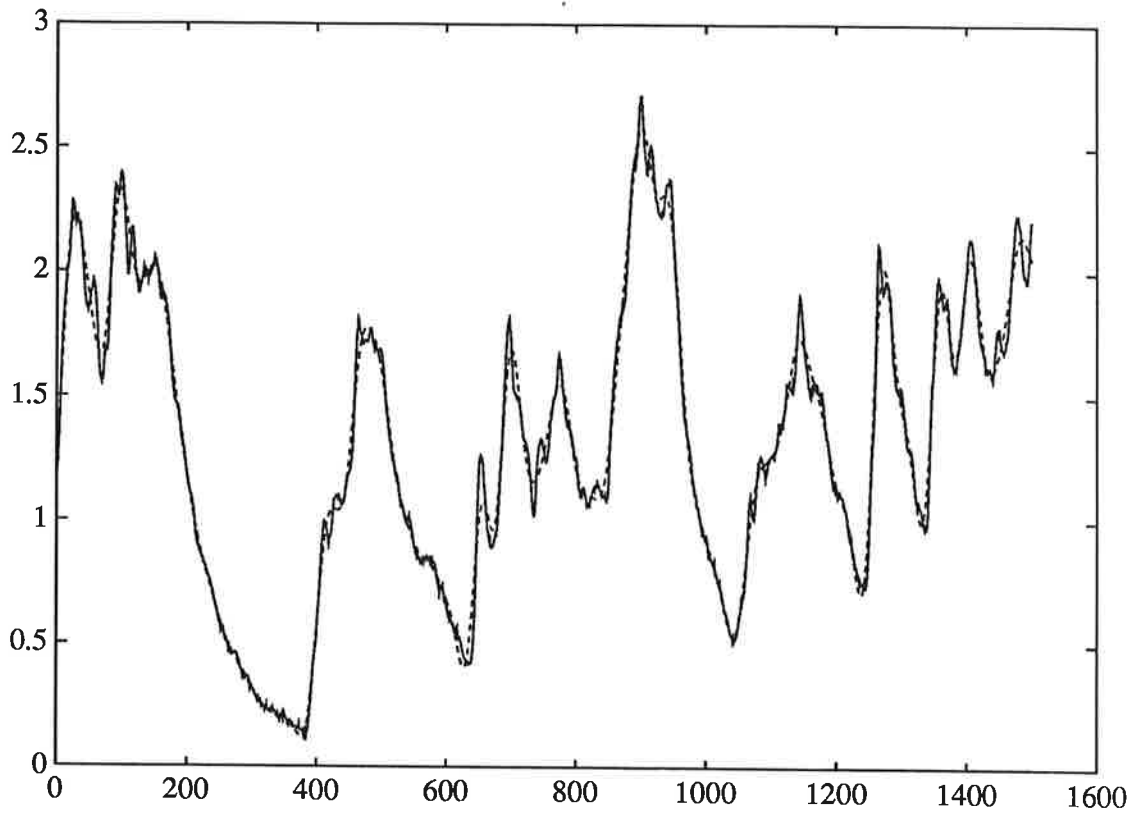


fig 6

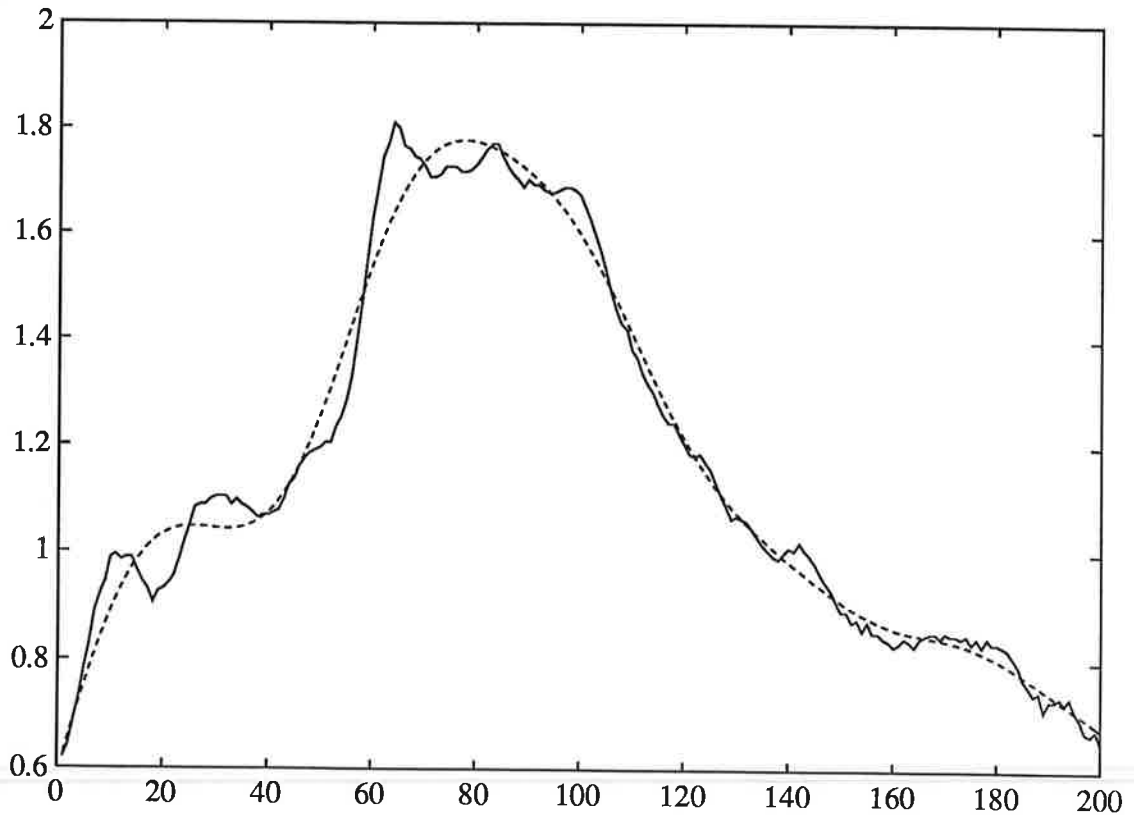


fig 7

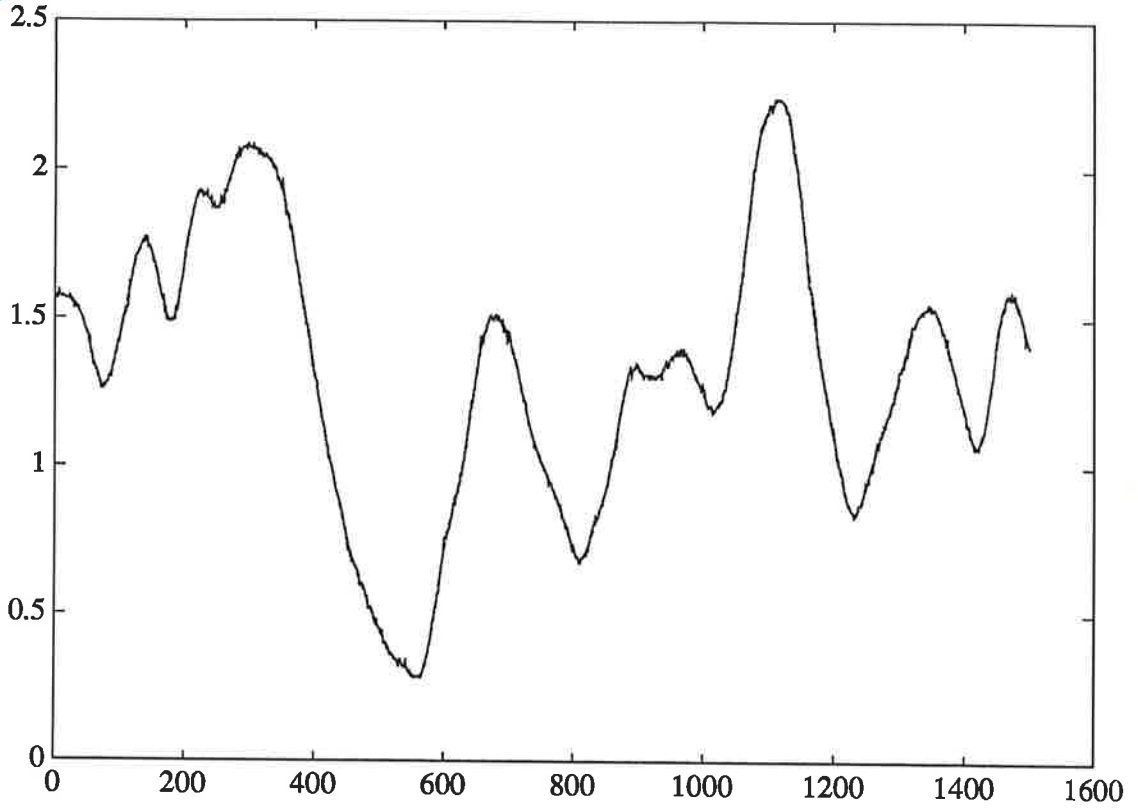


fig 8

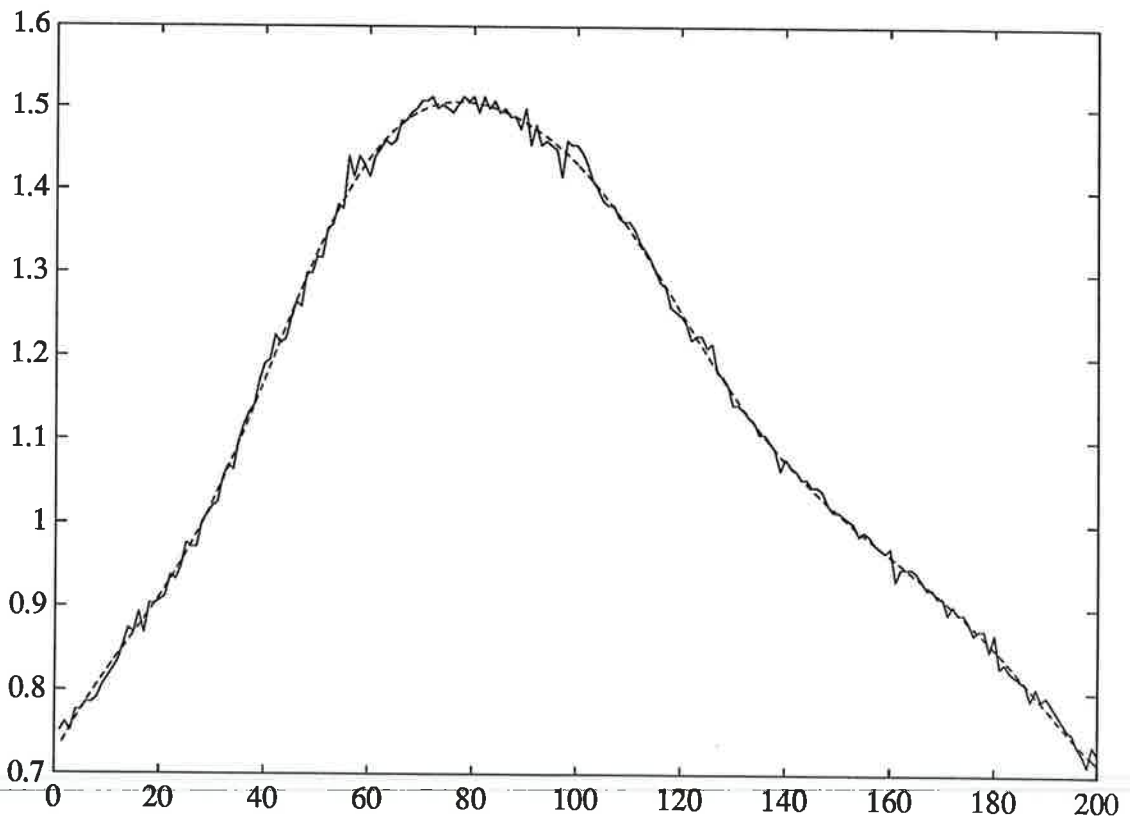


fig 9

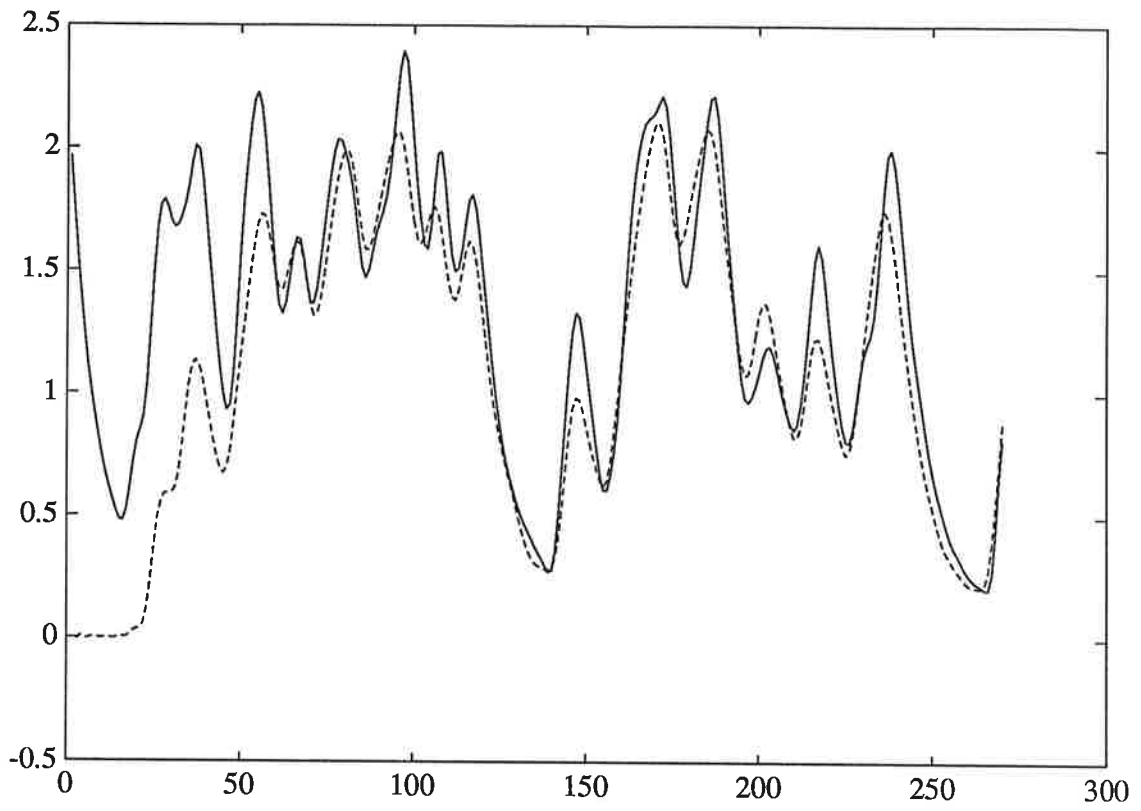


fig 10

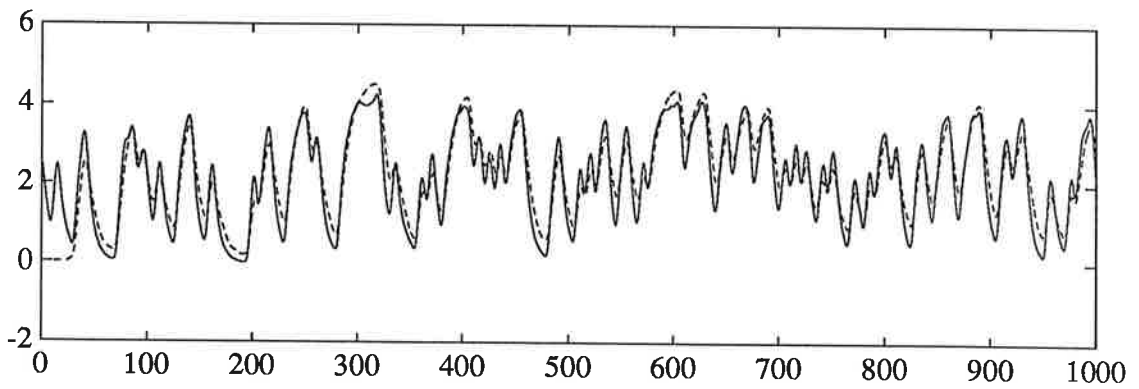


fig 11

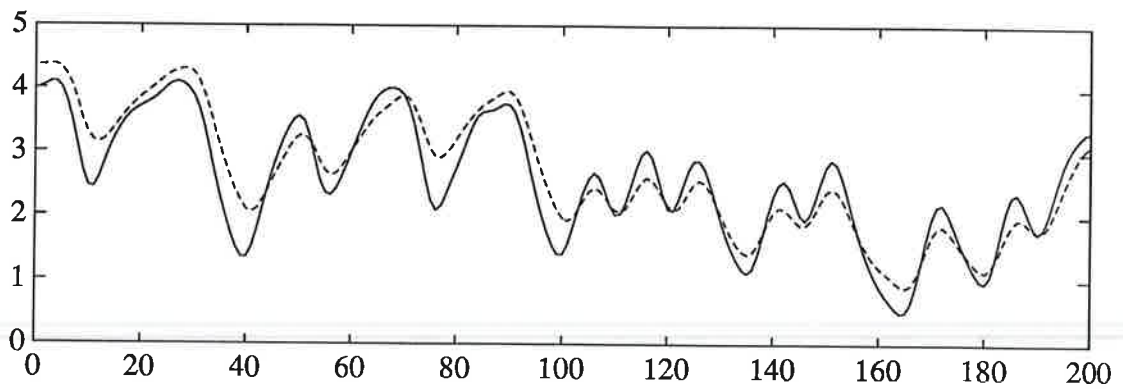


fig 12

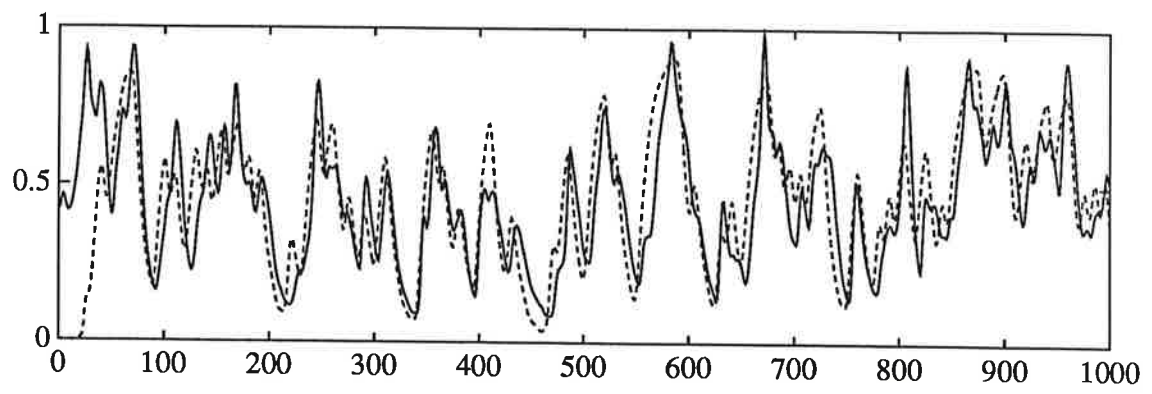


fig 13

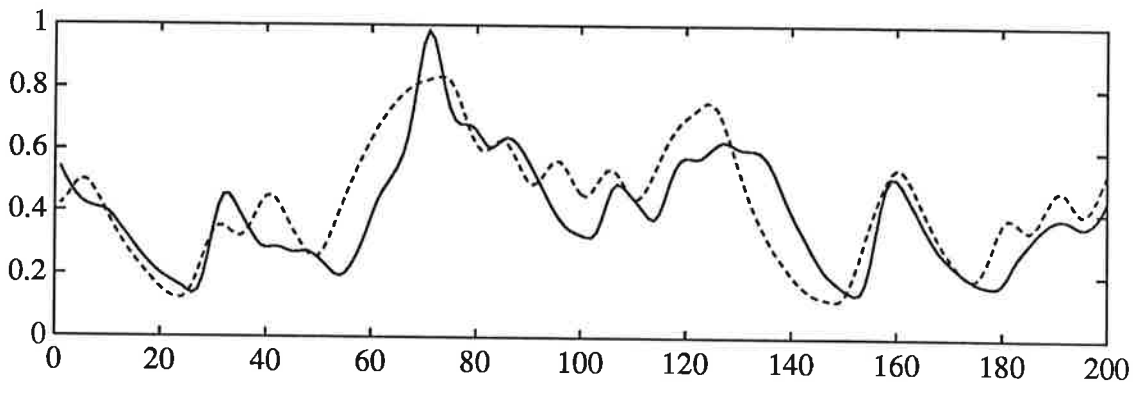


fig 14

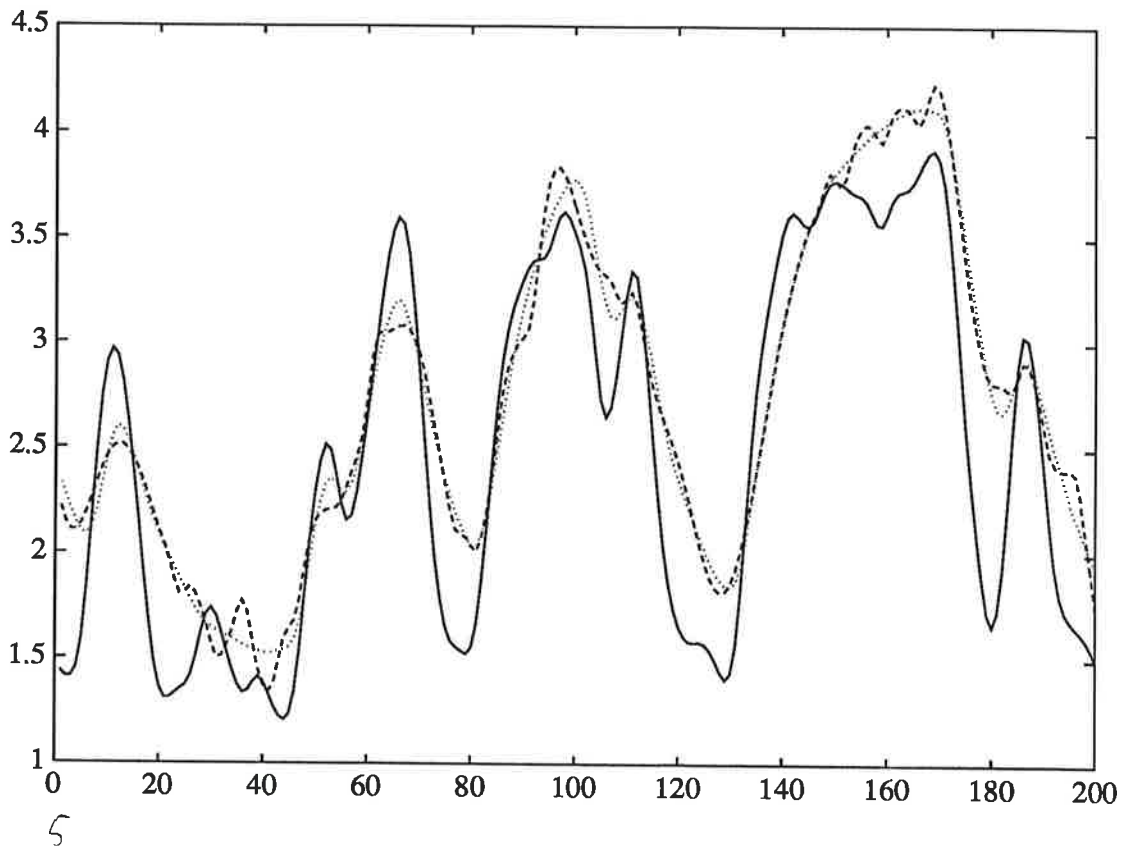


fig 15

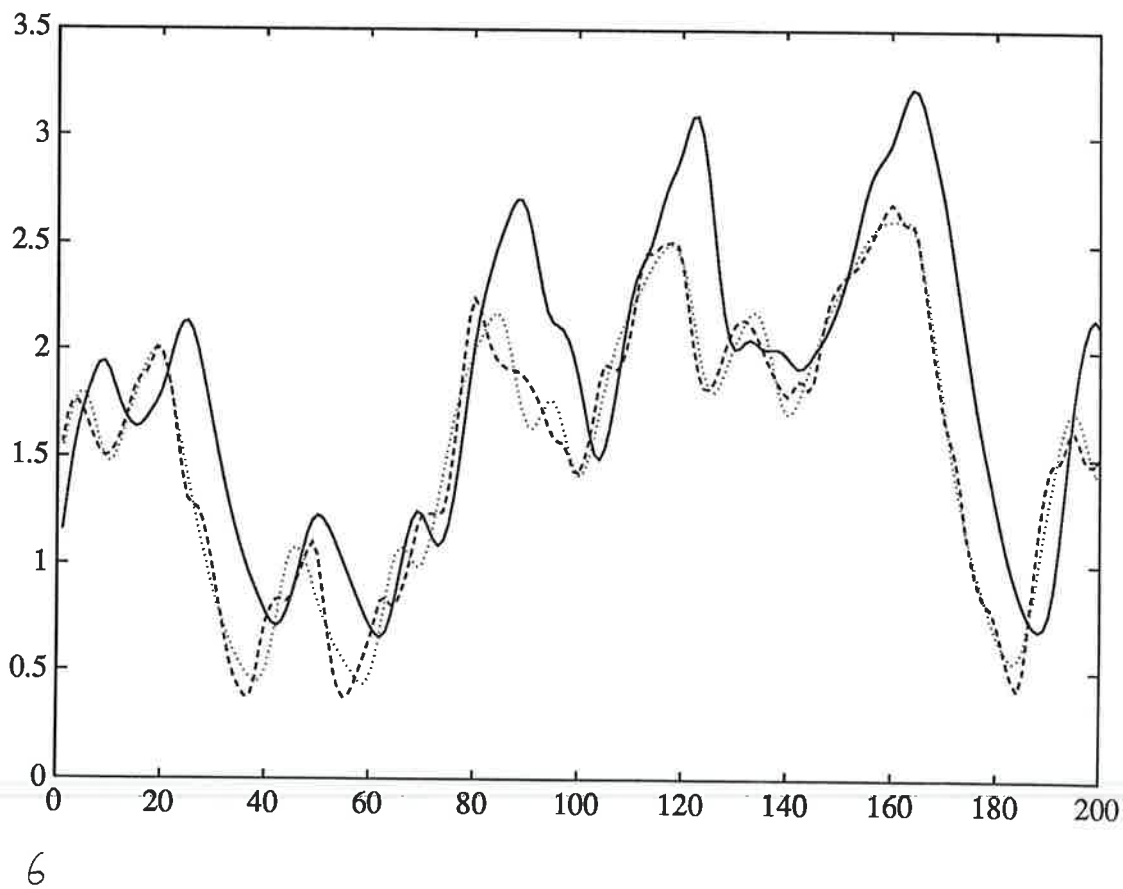


fig 16

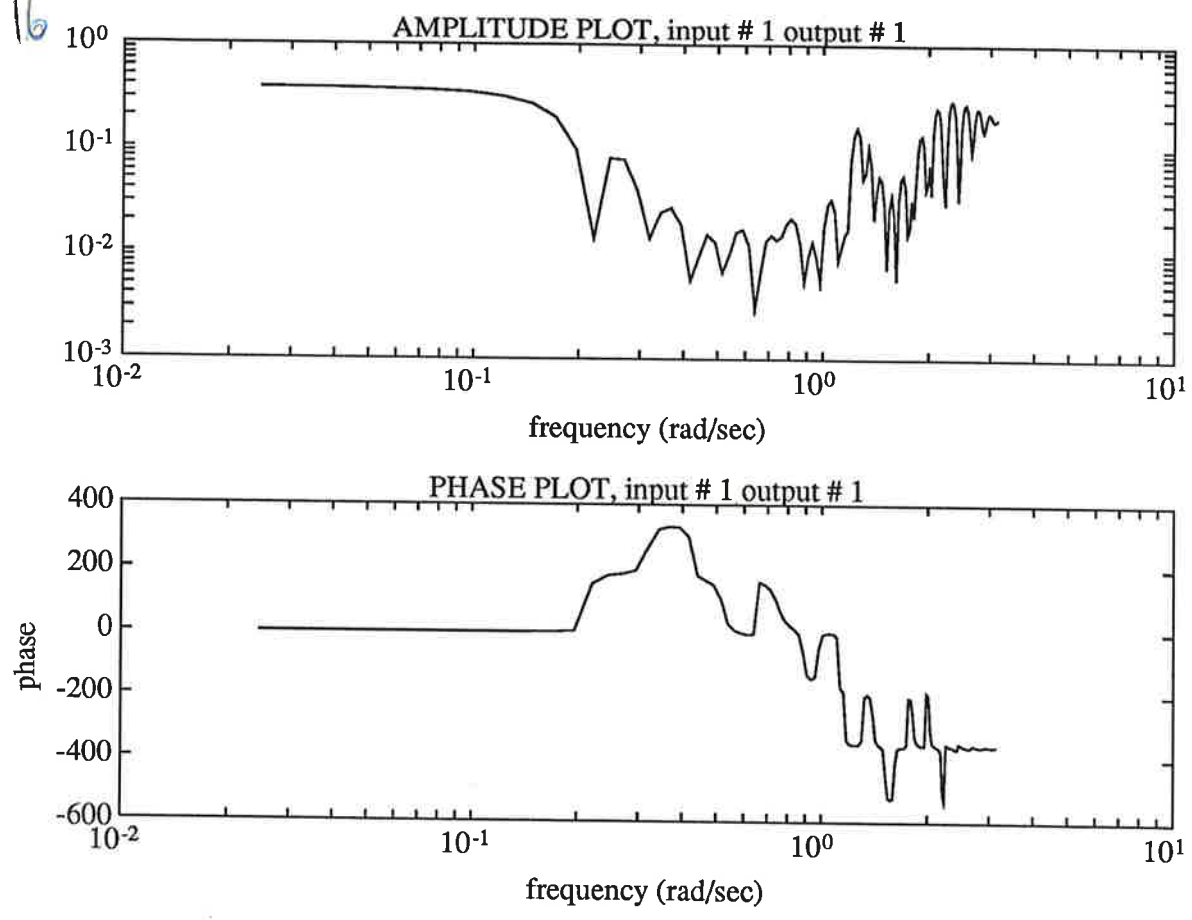


fig 17

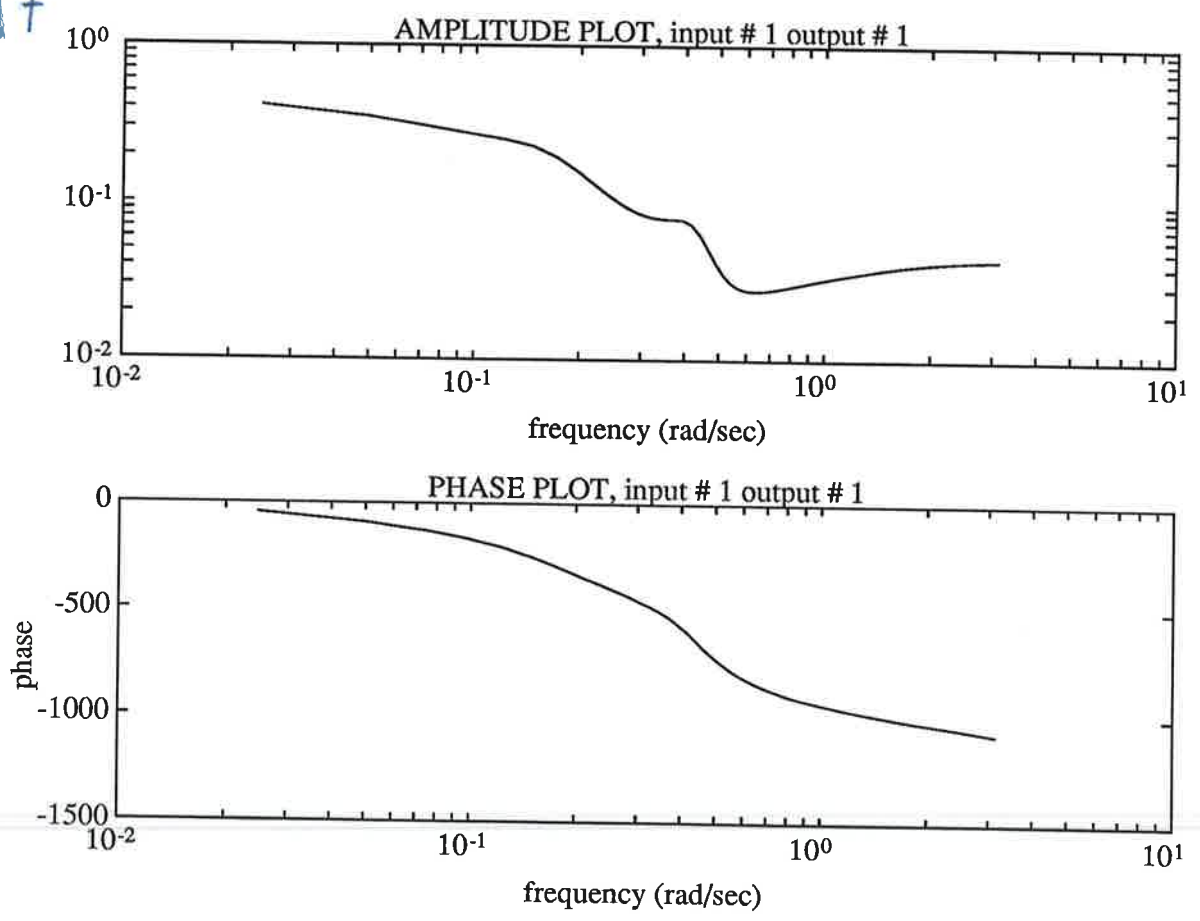


fig 18

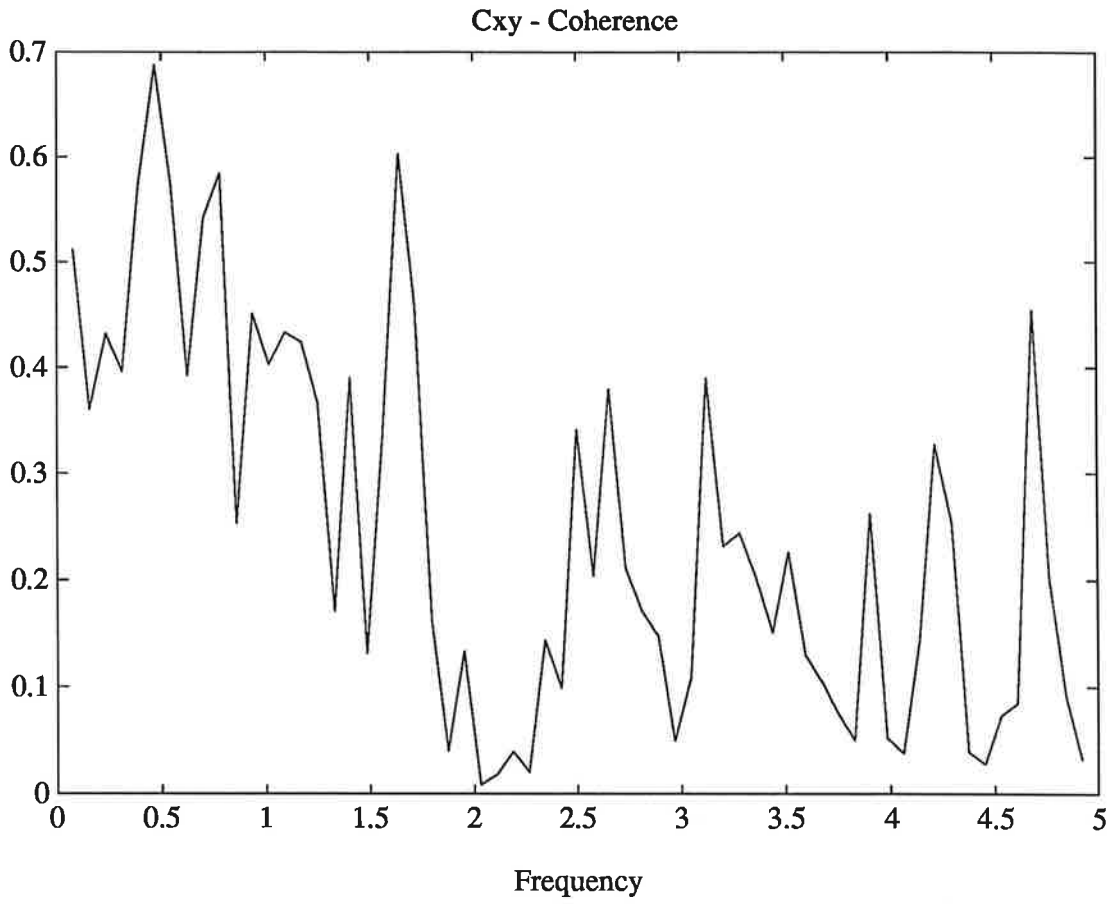
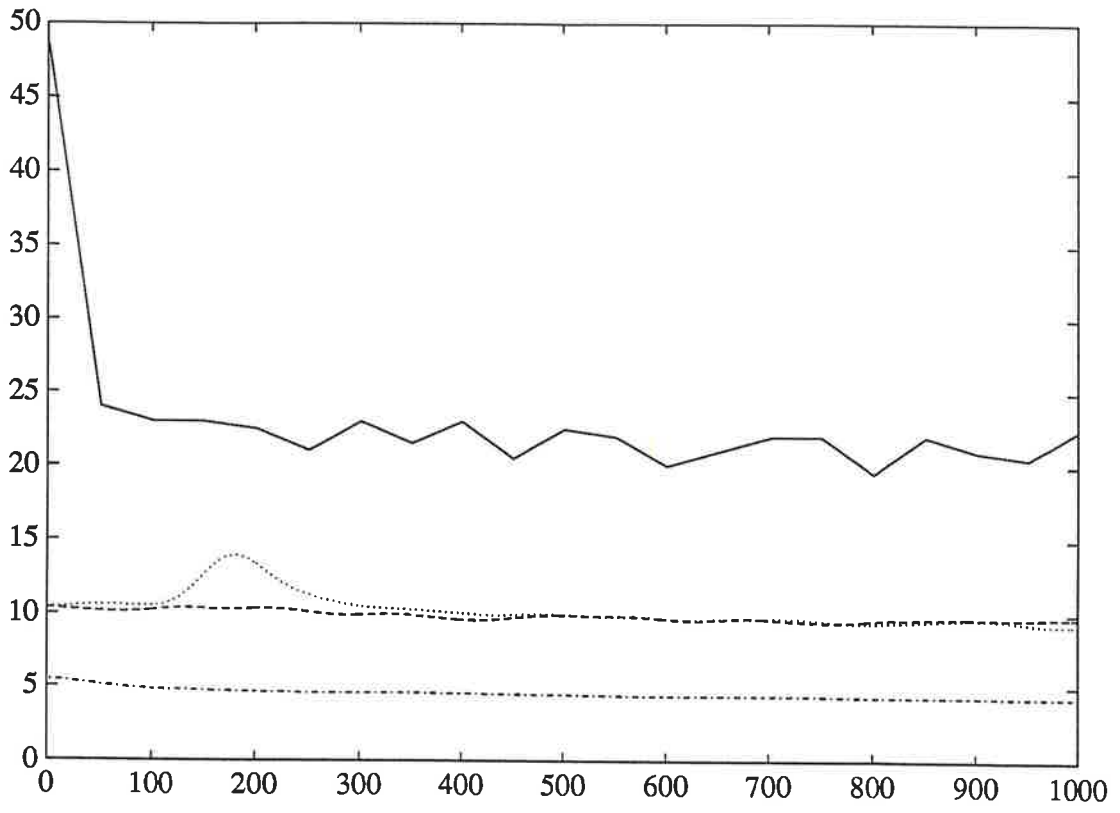


fig 19.



Modellbygge av bom och kula
Projekt i processidentifiering

Gustaf von Friesendorff, F-87
och
Stefan Gustafsson, F-87
Inst f Reglerteknik
Handledare: Henrik Olsson

Lund november 1992

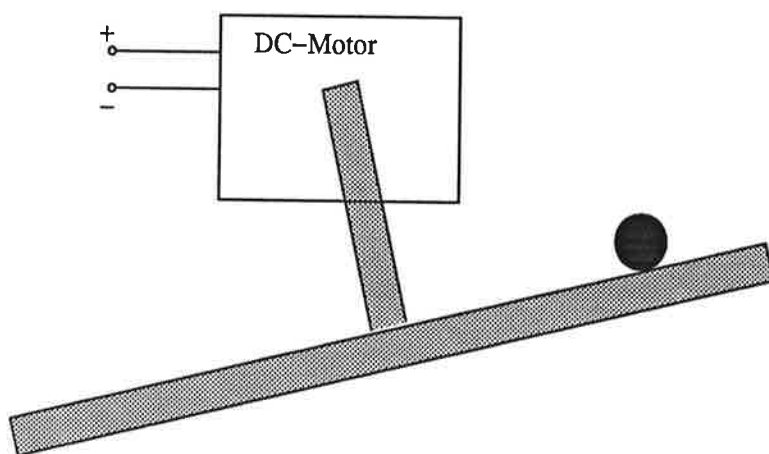
1 Inledning

Den här rapporten behandlar ett projekt i kursen processidentifiering vid institutionen för reglerteknik vid Lunds Tekniska Högskola. Projektet utfördes under några hektiska veckor, hösten 1992. Målsättningen med projektet var att både identifiera och reglera en process bestående av en bom och en, på bommen, fritt rullande kula. Vi anser att vi har lyckats identifiera processen bra, och vi kan reglera den något sänär. Att regleringen inte blev så bra beror på att vi har försökt reglera kulans position utan att använda mätning av vinkeln mellan bommen och horisontalplanet.

Rapporten är upplagd så att vi i tur och ordning redogör för processen, identifieringen och regleringen. Vi avslutar rapporten med en sammanfattning av våra erfarenheter.

2 Beskrivning av processen

Figur 1 visar en schematisk bild av processen som består av en bom och en kula som rullar fritt på bommen. Bommens vinkel ändras med hjälp av en kraftig DC-motor. Vi kan mäta kulans position på bommen och vinkeln mellan bommen och horisontalplanet. Processen kan därför delas upp i två delprocesser, se figur 2. Den ena delprocessen kan beskrivas som överföringen från spänningen till vinkeln, och den andra som överföringen från vinkeln till kulans position. Överföringen från spänningen till vinkeln beskriver DC-motorns dynamik och kan approximeras med en enkelintegrator. Överföringen från vinkeln till kulans position kan i princip approximeras med en dubbelintegrator. Med andra ord kunde vi förvänta oss en processmodell av ordning tre.

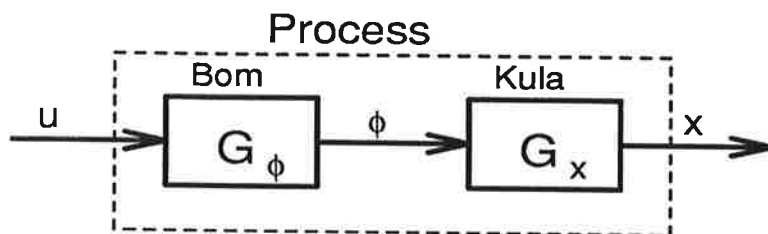


Figur 1: Schematisk bild av processen.

3 Identifiering av processen

3.1 Frekvensanalys av vinkeln

Vi började med en frekvensanalys av dynamiken från inspänningen till vinkeln på bommen för att finna ev. resonansfrekvenser. En upptagning visade att resonanser uppkommer kring



Figur 2: Blockschema av processen.

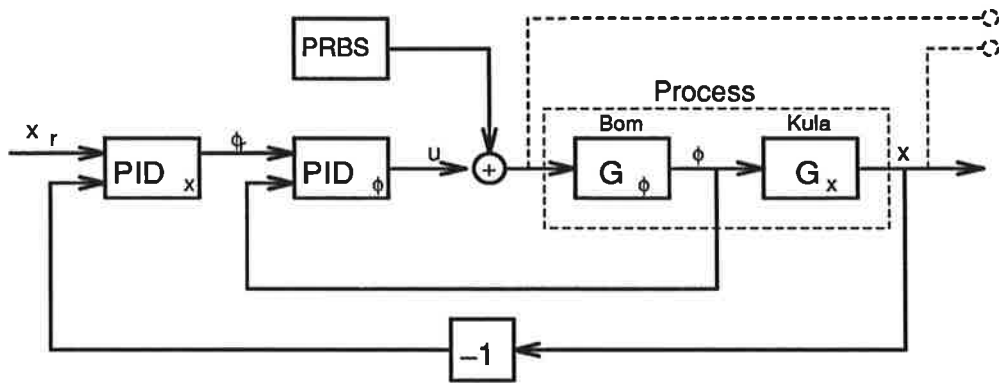
20 Hz. Enkla experiment visade dock att kulan fick svårt att ligga kvar på bommen redan vid frekvenser uppåt 10 Hz, där förstärkningen var god, varför vi beslöt att inte lägga alltför mycket tid vid frekvensanalysen. Frågan var sedan huruvida vi skulle dela upp identifieringen i två etapper - spänning till vinkel samt vinkel till kulans position. Det hade varit motiverat att göra det då förstärkningen från spänning till vinkel vid högre frekvenser är större än förstärkningen från vinkel till kulans position. För att kunna göra en identifiering av vinkeln till kulans position var vi tvungna att garantera att vi hade styckvis kontinuerliga styrsignaler vid samplingen. Detta hade blivit svårt, varför vi beslöt att göra identifiering från inspänningen till kulans position. Detta borde leda fram till en trippelintegrator (se ovan) som är betydligt svårare att reglera än en dubbelintegrator. Detta såg vi som en trevlig utmaning.

3.2 Identifiering av tidsseriemodellen

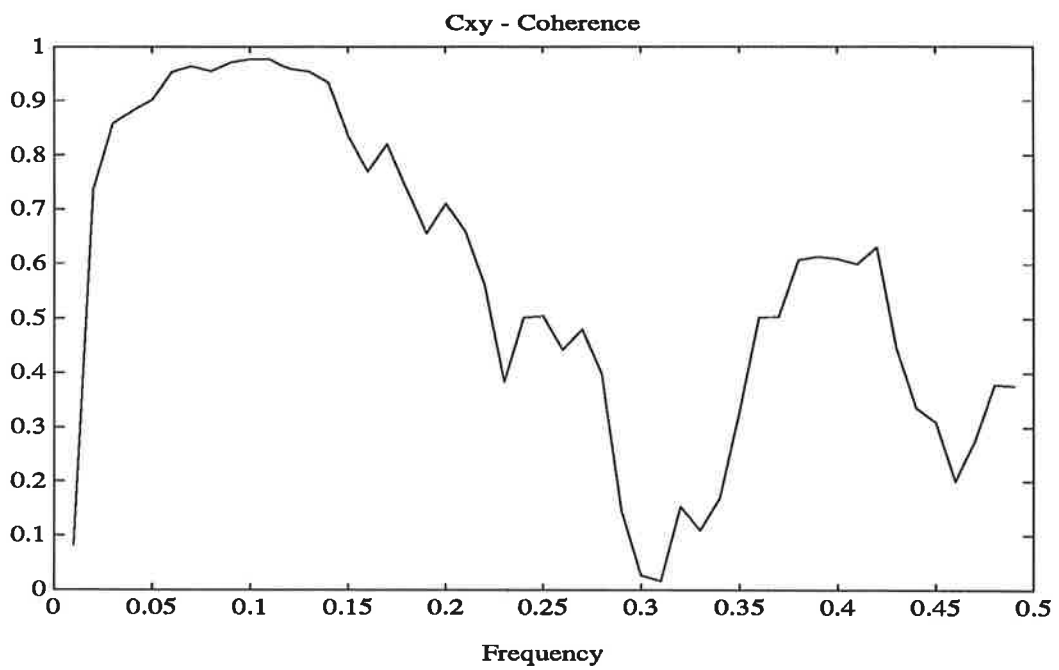
Ett speciellt problem vid identifiering av detta system är att det öppna systemet är instabilt vilket kräver identifiering i slutna loop. Detta kan enligt litteraturen leda till att man identifierar inversa regulatorn istället för processen. För att undvika detta gäller det att se till att insignalen är tillräckligt exciterande. Vi implementerade därför en PRBS med 13 skiftregister. Amplituden satte vi till 0.1 V och uppdateringsfrekvensen för skiftregistret till 1 Hz. En högre uppdateringsfrekvens hade gett oss problem med identifieringen av frekvenser lägre än 1 Hz på grund av för dålig excitation. För att få ytterligare excitation använde vi oss av en fyrkantvåg som referensvärde. Dess amplitud var 0.3 V och frekvens 0.2 Hz. För återkoppling använde vi en kaskadregulator med P-reglering av vinkeln och PID-reglering av positionen. Vi reglerade med en samplingsfrekvens av 5 Hz. Tanken var att en långsam reglering skulle även den ge ett bidrag till excitationen. Genom att såväl genereringen av PRBS-signalen som styrningen av PID-regulatorerna och loggningen gjordes i realtidssimmon undslapp vi problem med synkning. Figur 3 visar ett blockschema över hur vi loggade data.

Koherensfunktionen, insignal-utsignal, för loggade data visas i figur 4. Koherensen kan förefalla dålig vid vissa frekvenser, men i vårt intressantaste område, 0.1-1 Hz, är den mycket god. Upptagningar under andra betingelser bl.a. högre PRBS-uppdateringsfrekvens gav oss mycket sämre koherens vid låga frekvenser. Vi gjorde nu en anpassning till en armax-modell enligt

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-d) + C(q^{-1})e(k)$$



Figur 3: Blockschemat över mätdataupptagning.



Figur 4: Koherensfunktionen. Graderingen av frekvensaxeln motsvarar andelen av samplingsfrekvensen.

Vi fann att en modell av ordning fyra var bäst. Resultatet blev

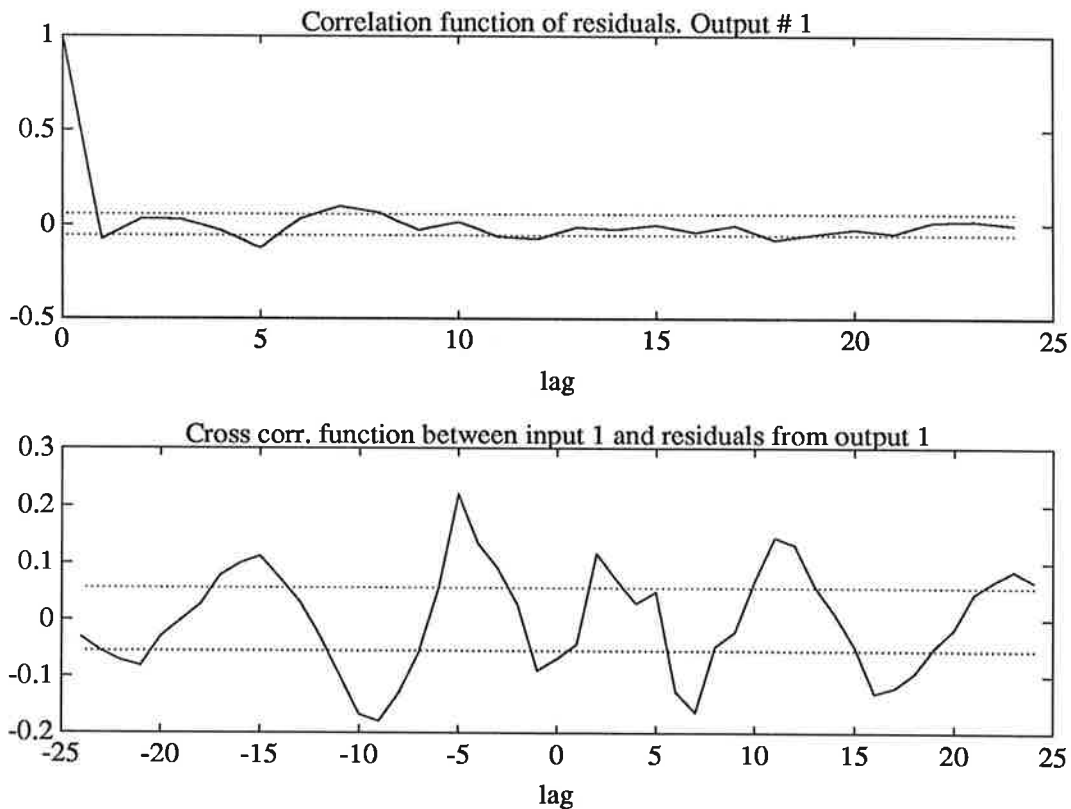
$$A(q^{-1}) = 1.0000 - 1.8522q^{-1} - 0.0874q^{-2} + 1.8446q^{-3} - 0.9022q^{-4}$$

$$B(q^{-1}) = 0.3496 - 0.1155q^{-1} - 0.4658q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1.0000 - 0.4486q^{-1} - 0.8058q^{-2} + 0.6338q^{-3}$$

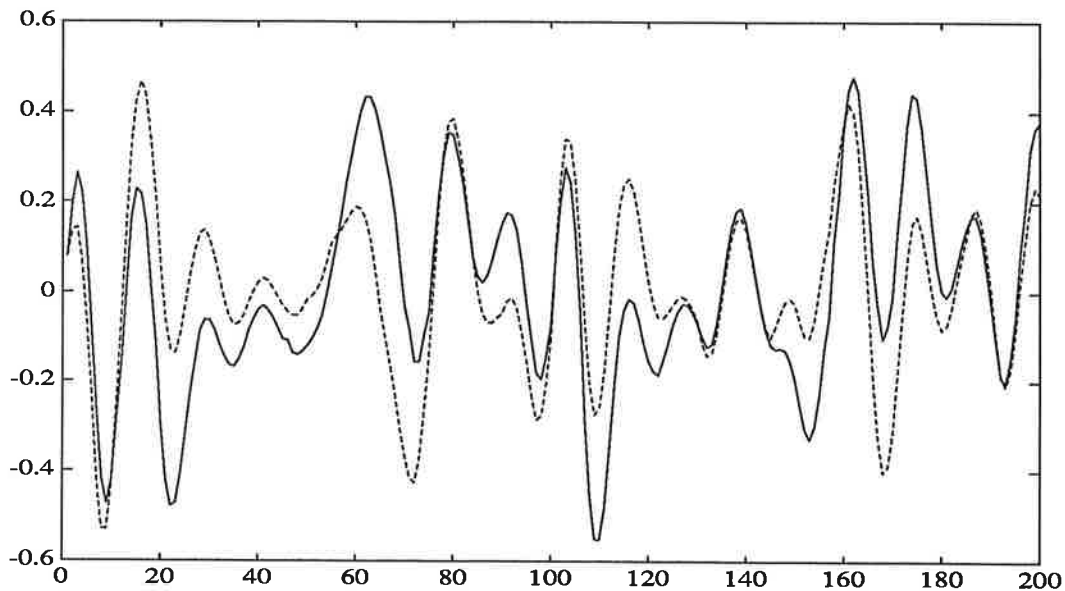
3.3 Modellvalidering

Vid valideringen tittade vi framför allt på residualernas autokorrelation och resultatet av en korsvalidering (simulering med data som inte använts vid anpassningen). Vi tittade även på standardavvikelseerna till de skattade parametrarna och korrelationen mellan residualerna och insignalen. Standardavvikelseerna fick inte vara för stora i förhållande till de skattade parametrarna. Ett mål var att inte få en för hög ordning på modellen. FPE'n hade vi kunnat få lägre genom att gå upp till t ex 15:de ordningen, men varken residualerna eller korsvalideringen såg då bättre ut. Figur 5 visar modellens autokorrelation och figur 6 en korsvalidering. Att korrelationen mellan residualerna och insignalen inte ser så bra ut beror på att vi har en återkoppling i systemet. En balanserad realisation m a p styrbarhet och



Figur 5: Korrelationsfunktionen.

observerbarhet visade att en reducering var möjlig till en tredje ordningens modell.



Figur 6: Korsvalidering.

Gramianen såg ut enligt följande

49.4365 21.9968 15.4833 0.0734

Den reducerade modellen blev

$$(1 - 2.9894q^{-1} + 2.9794q^{-2} - 0.9900q^{-3})y(k) = (0.3497 - 0.9978q^{-1} + 0.9487q^{-2} - 0.3008q^{-3})u(k)$$

Residualernas autokorrelation och en korsvalidering för den reducerade modellen såg identisk ut jämfört med den ursprungliga. Den reducerade modellens poler och nollställen i diskret tid kan studeras i figur 7.

4 Reglering av processen

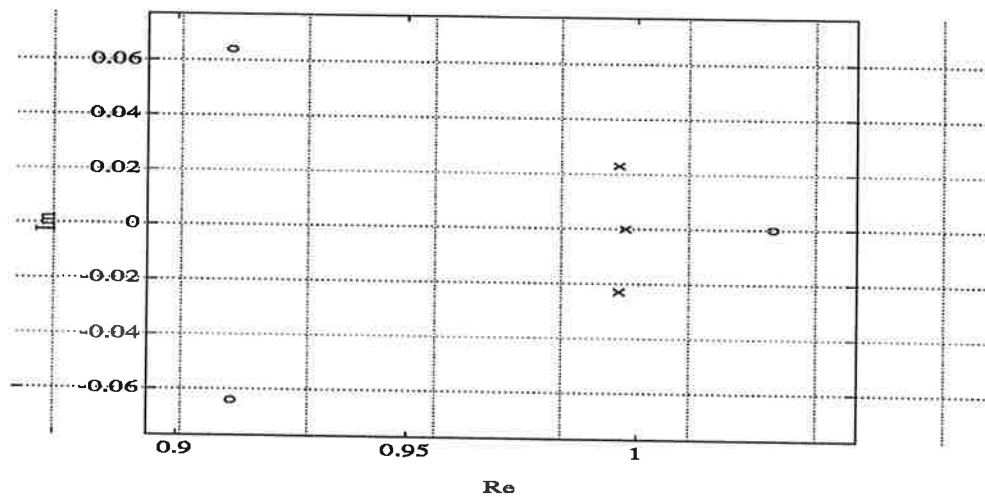
4.1 RST-regulator

I samråd med vår handledare valde vi att försöka reglera processen med en RST-regulator, enligt figur 8. Insignalerna till regulatorn är referenssignal och kulans position. Detta är naturligtvis inte det bästa sättet att reglera den här processen eftersom vi i princip försöker reglera en trippelintegrator. Projektets huvuduppgift var dock att göra en korrekt identifiering av processen och inte att reglera kulans position optimalt. Hade fallet varit det senare hade vi valt en reglerstrategi enligt figur 3.

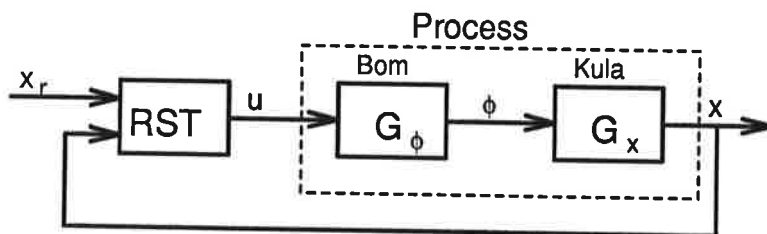
I designen av RST-regulatorn valde vi att inte förkorta några nollställen, dvs

$$B^+ = 1$$

Däremot lade vi in en extra integrator. Efter en del experimenterande valde vi att lägga det slutna systemets poler och observerarpolynomets nollställen i kontinuerlig tid enligt figur 9.



Figur 7: Poler och nollställen för den reducerade modellen i diskret tid.



Figur 8: Blockschema.

Vi fick i diskret tid

$$A_m = 1.0000 - 2.8806q^{-1} + 2.7670q^{-2} - 0.8863q^{-3}$$

och

$$A_o = 1.0000 - 2.7878q^{-1} + 2.5919q^{-2} - 0.8037q^{-3}$$

Därefter löste vi den Diofantiska ekvationen och erhöll en styrlag enligt

$$Ru = Tu_c - Sy$$

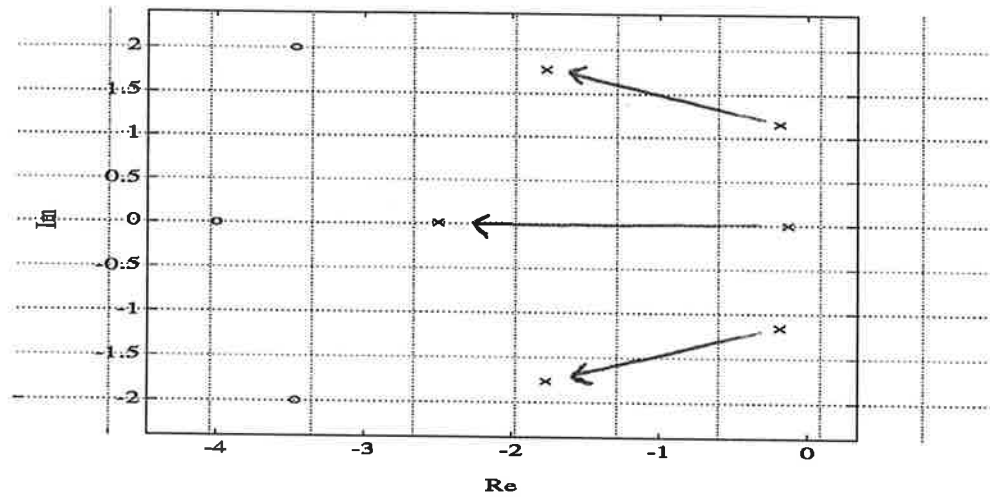
där

$$R = 1 - 2.8231q^{-1} + 2.6581q^{-2} - 0.8350q^{-3}$$

$$S = -2.6948 + 7.9993q^{-1} - 7.9168q^{-2} + 2.6123q^{-3}$$

$$T = -0.0555 + 0.1548q^{-1} - 0.1439q^{-2} + 0.0446q^{-3}$$

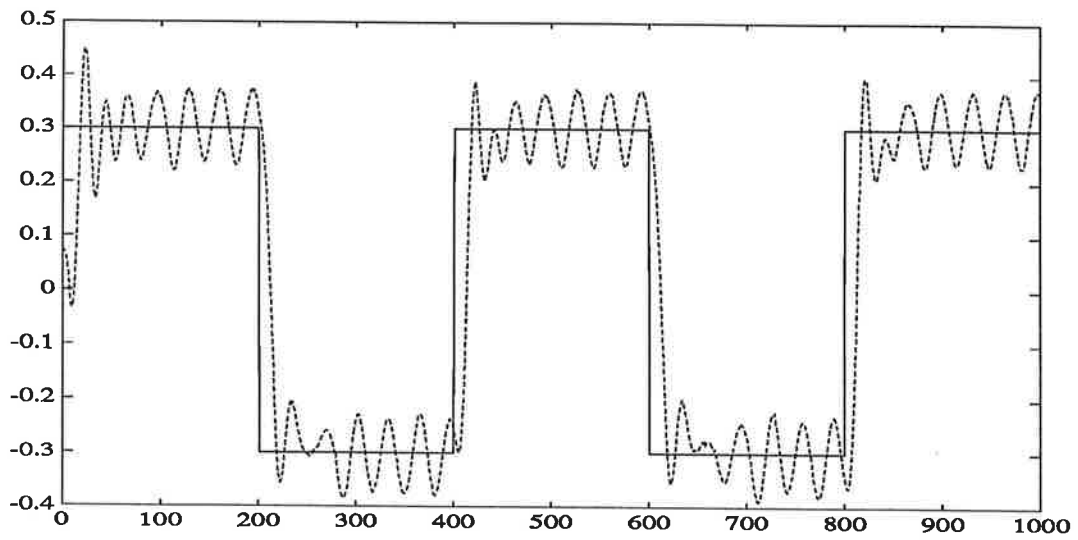
Resultatet av regleringen av processen kan studeras i figur 10 och 11. Den oscillering vi ser av kulans position är svår att reglera bort och kan bero på antingen någon form av egensvängning i systemet eller gropigheter i bommen som kulan rullar på. Det rör sig dock inte om någon instabilitet.



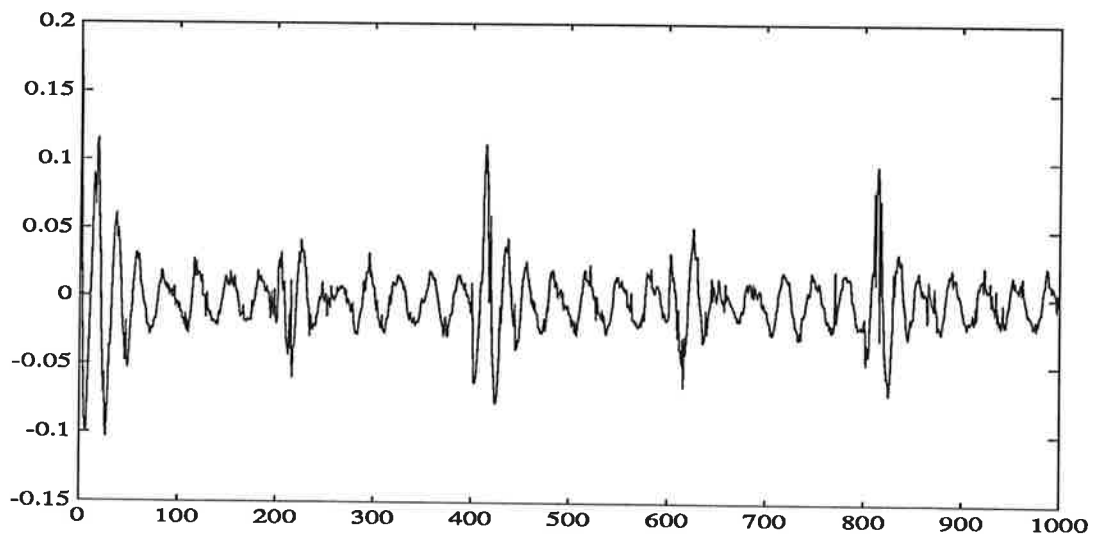
Figur 9: Slutna systemets poler och observerarpolynomets nollställen.

5 Sammanfattning

Målsättningen med projektet var att hitta en bra modell av processen i ett frekvensområde som är intressant ur reglersynpunkt. Vi anser att vi har bestämt en bra modell av processen i frekvensområdet från 0.1 Hz till 1 Hz. Regleringen av processen kan tyckas se ganska dålig ut, men med tanke på att vi reglerar på enbart kulans position så är vi ganska nöjda.



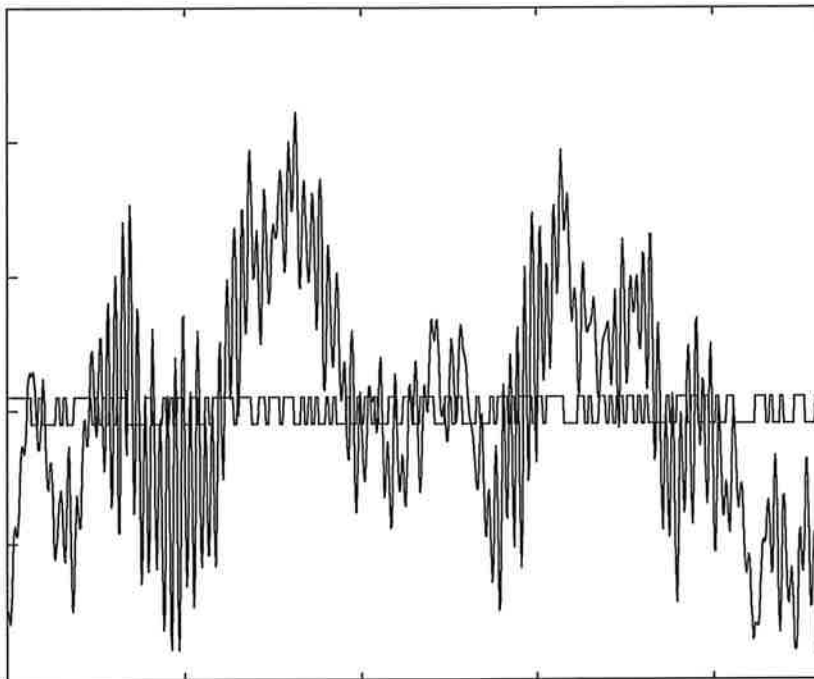
Figur 10: Reglering av processen.



Figur 11: Reglering av processen, styrsignal.

PROJEKT I **PROCESSIDENTIFIERING**

Elastiskt servo



Utförd av: Per Tunestål

Chun-Ming Lu Jimmy

Handledare: Hendrik Olsson

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	1
1.1. Processen	1
1.2. Teoretisk överläggning	1
2. Frekvensvarsanalys.....	3
2.1 Utrustning	3
2.2 Teori	3
2.3 Utförande	4
3. ARMAX-modellering.....	5
3.1 Utrustning	5
3.2 Teori	5
3.3 Utförande	5
3.4. Analys.....	7
3.4.1. Identifiering.....	7
3.4.2. Residualanalys.....	8
3.4.3. Simulering	10
3.5. Slutsats.....	12
4. Regulatordesign	13
4.1 Design.....	13
4.1.1. Icke-integrerande design.....	13
4.1.2. Integrerande design.....	15

1. Inledning

Projektet gick ut på att identifiera en dynamisk modell för ett elastiskt servo, samt att med utgångspunkt från denna designa en regulator. Identifiering gjordes med två oberoende metoder, frekvensvarsanalys samt armaxmodellering baserad på PRBS-signal.

1.1. Processen

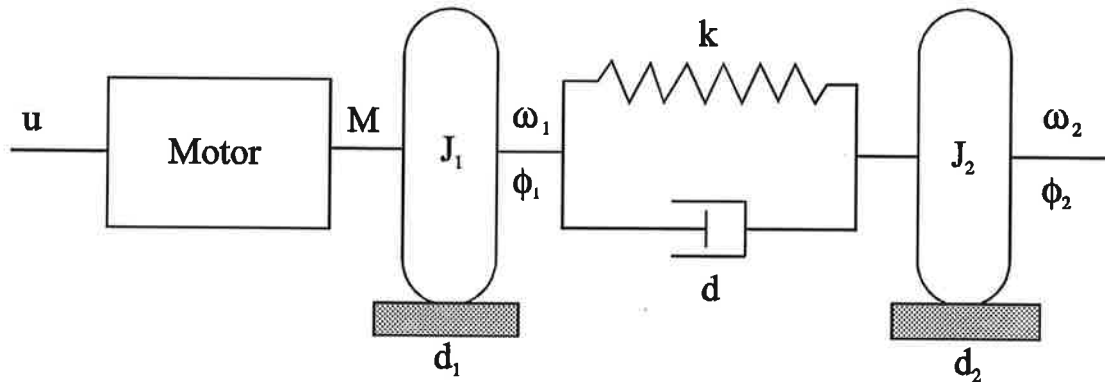


Bild 1: Schematisk modell av processen.

Bild 1 visar en schematisk modell av det elastiska servot. En inspänning u driver elmotorn. Motorn drar runt svänghjulet 1 med vinkelhastigheten ω_1 , som i sin tur vrider fjädern. Fjädern vrider svänghjulet 2 med vinkelhastigheten ω_2 .

1.2. Teoretisk överläggning

Med Lagranges ekvationer kan man få fram en teoretisk modell för processen ovan. Om man bortser ifrån friktion och dämpning i systemet fås Lagranges ekvationer enligt följande.

Den potentiella energin och den kinetiska energin är

$$V = \frac{1}{2}k(\phi_1 - \phi_2) \text{ respektive } T = \frac{1}{2}J_1\dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\phi}_2^2$$

$$\text{Då är Lagranges funktionen } L = T - V = \frac{1}{2}(J_1\dot{\phi}_1^2 + J_2\dot{\phi}_2^2 - k(\phi_1 - \phi_2))$$

$$\text{Lagranges ekvationer: } \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_1} = Q_1; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_2} = Q_2$$

Det virtuella arbetet δW_1 , som uträttas vid en förändring av ϕ_1 med $\delta\phi_1$ blir

$$\delta W_1 = M\delta\phi_1 = Q_1\delta\phi_1 \Rightarrow Q_1 = M$$

En enkel modell för motorn antas vara $M = k_m u$, där u är inspänningen till motorn.

Momentet M påverkar ej direkt ϕ_2 varför $Q_2 = 0$.

Lagranges ekvationer blir nu:
$$\begin{cases} J_1 \ddot{\phi}_1 + k(\phi_1 - \phi_2) = k_m u \\ J_1 \ddot{\phi}_2 - k(\phi_1 - \phi_2) = 0 \end{cases}$$

Som tillståndsvektor väljes:
$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \phi_1 - \phi_2 \end{pmatrix}$$

Man får då systemet på tillståndsform:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{k}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{k}{J_2} \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} k_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \Rightarrow \left(s\mathbf{I} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{k}{J_1} \\ 0 & 0 & \frac{k}{J_2} \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right) \mathbf{X} = \begin{pmatrix} k_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} U$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} s & 0 & -\frac{k}{J_1} \\ 0 & s & \frac{k}{J_2} \\ -1 & 1 & s \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} k_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} U$$

Detta ger överföringsfunktionen från u till ω_2 :

$$\Omega_2 = \frac{J_1 k k_m}{J_1 J_2 s^3 + (J_1 + J_2) k s} U$$

Systemets poler blir alltså:
$$\left\{ s = \pm i \sqrt{k \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}} \right.$$

Systemet består alltså av en integratorpol och två oscillatorpoler.

2. Frekvensvarsanalys

2.1 Utrustning

I experimentet användes ett elastiskt servo (processen), en Schlumberger Solartron 1250 frekvensvarsanalysator. Som användargränssnitt användes en IBM PC/AT med programmet PCFRA. För analysen användes programmet MATLAB™.

2.2 Teori

Metoden som användes heter korrelationsmetoden. Som insignal användes en sinussignal $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$. Vid stationaritet ges utsignalen av

$$y(t) = |G(i\omega)| u_0 \sin(\omega t + \arg G(i\omega))$$

Genom att multiplicera utsignalen med $\sin(\omega t)$ resp. $\cos(\omega t)$ och integrera över tiden T bildar man

$$Y_s(T) = \int_0^T y(t) \sin(\omega t) dt$$

$$Y_c(T) = \int_0^T y(t) \cos(\omega t) dt$$

för varje frekvens ω . Om mättiden väljes som en multipel av periodtiden för u så får man

$$Y_s(T) = \frac{T}{2} u_0 \operatorname{Re} G(i\omega)$$

$$Y_c(T) = \frac{T}{2} u_0 \operatorname{Im} G(i\omega)$$

Härur kan amplitud och fas beräknas enligt

$$|G(i\omega)| = \frac{2}{Tu_0} \sqrt{Y_s^2(T) + Y_c^2(T)}$$

$$\arg G(i\omega) = \arctan \frac{Y_c(T)}{Y_s(T)}$$

Dessa beräkningar utföres automatiskt av frekvensvarsanalysatorn.

2.3 Utförande

I frekvensintervallet [0.15, 40.0] Hz mättes fas och amplitud för ett ganska litet antal frekvenser. Genom att plotta bodediagrammet för dessa frekvenser fick man en uppfattning om vilka frekvensintervall som krävde finare indelning. Vi upptäckte en resonanstopp nära 4 Hz och delade därför in frekvensintervallet i tre delar:

[0.15, 2.0] Hz	Lågfrekvensintervall, kräver ej särskilt fin indelning
[2.0, 5.0] Hz	Resonansintervall, kräver mycket fin indelning.
[5.0, 40.0] Hz	Högfrekvensintervall, kräver ej särskilt fin indelning.

För vardera intervallet tog vi reda på vilken mättid som krävdes för tillräcklig mät noggrannhet. Därefter utfördes mätningen för hela intervallet. Mätserien laddades sedan in i MATLAB™ varefter följande bodediagram erhöles.

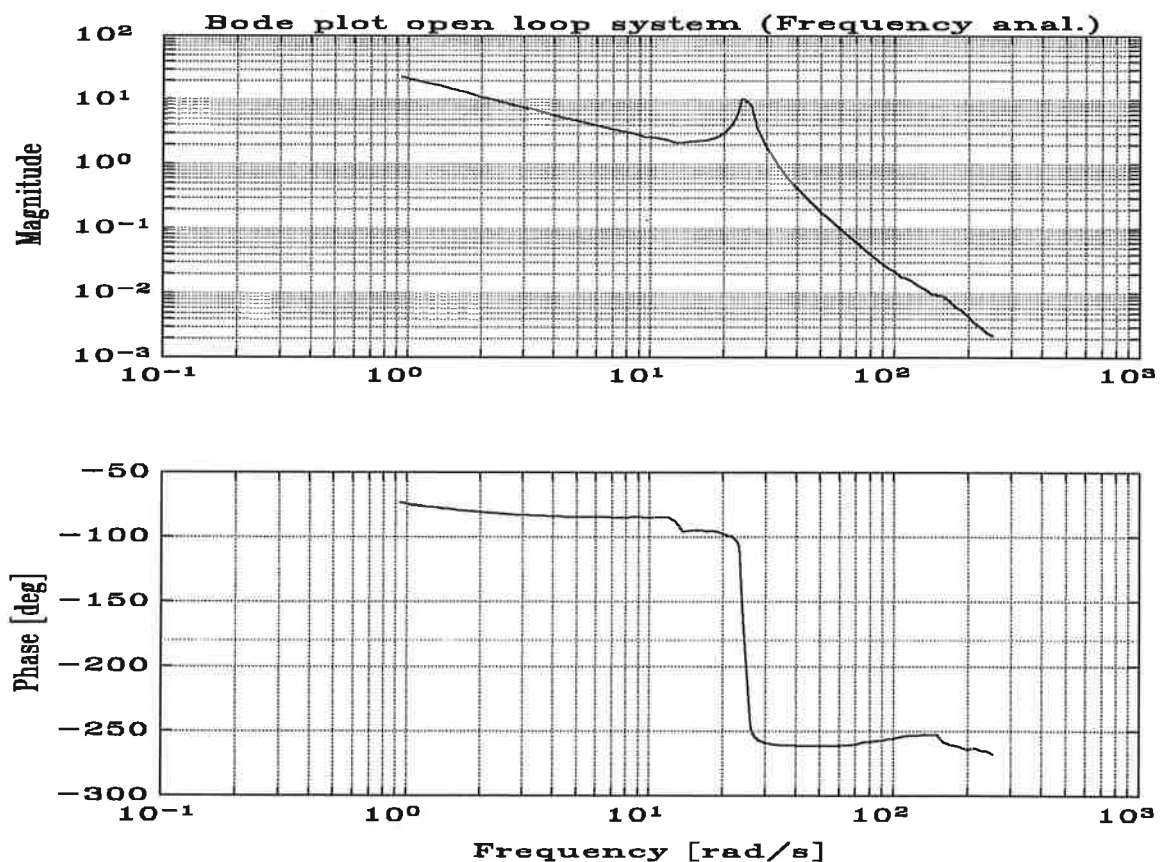


Bild 2: Bodediagram med frekvensvarsmetoden

Man finner en kraftig resonanstopp vid 25 rad/s \approx 4 Hz. För låga frekvenser uppför sig systemet ungefär som en integrator.

3. ARMAX-modellering

3.1 Utrustning

Vid experimentet användes ett elastiskt servo (processen), en kopplingsbox för in- och ut signaler, en IBM PC/AT med programmet LOGGER för generering av en PRBS-signal resp. upptagning av mätsignal. För analysen användes MATLAB™.

3.2 Teori

En ARMAX-modell kan skrivas

$$(1+a_1q^{-1}+\dots+a_{na}q^{-na})y(t) = (b_1q^{-k}+\dots+b_{nb}q^{-k-nb+1})u(t)+(1+c_1q^{-1}+\dots+c_{nc}q^{-nc})e(t)$$

Prediktionsfelsmetoden användes för identifiering av parametrarna a_i , b_p , c_i . Denna går ut på att minimera variansen av prediktionsfelet

$$\sum \left\{ \left(y_k - \hat{y}_{k|k-1} \right)^2 \right\}$$

med avseende på parametrarna a_i , b_p , c_i , där $\hat{y}_{k|k-1}$ är den optimala prediktorn av y_k baserat på data givet vid tiden $k-1$. Denna minimering utföres av funktionen ARMAX i MATLAB™. Den teoretiska modellen samt frekvensvarsanalysen leder till ansatsen $na = 3$. nb och nc får man dock prova sig fram till.

3.3 Utförande

I programmet LOGGER experimenterade vi oss fram till en passande PRBS-period som exciterade processen tillräckligt mycket. Två mätserier på 1000 sampel vardera togs upp, varav den första mätserien användes för identifiering och den andra för validering av den identifierade modellen. Bild 3 visar insignal och utsignal för den mätserie som användes vid identifieringen. Bild 4 visar koherensen mellan insignal och utsignal.

På grund av att utsignalen bottnade vid vissa tidpunkter har vi valt ut det största tidsintervallet utan bottning. Medelvärdet har även dragits ifrån vilket krävs för att parameterskattningen skall fungera. Koherensen visar att möjligheten för god identifiering är stor för frekvenser i närheten av resonansen. Man ser även att koherensen är ganska låg för låga frekvenser, vilket kan bero på att vi hade en PRBS-sekvens med relativt kort periodtid och således inte exciterar processens lågfrekvensmod särskilt mycket. Man ser även att koherensen sjunker snabbt efter resonansfrekvensen, vilket beror på att systemets förstärkning minskar snabbt efter resonansen.

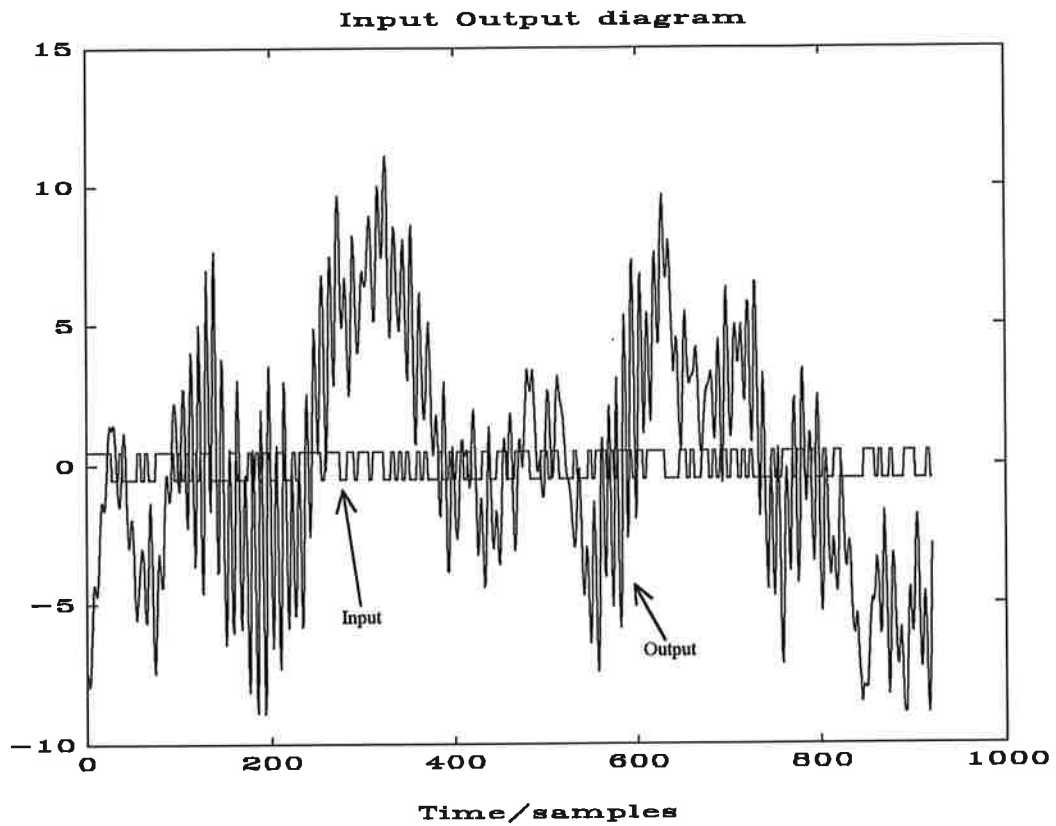


Bild 3: In- och utsignaler för identifieringssekvensen

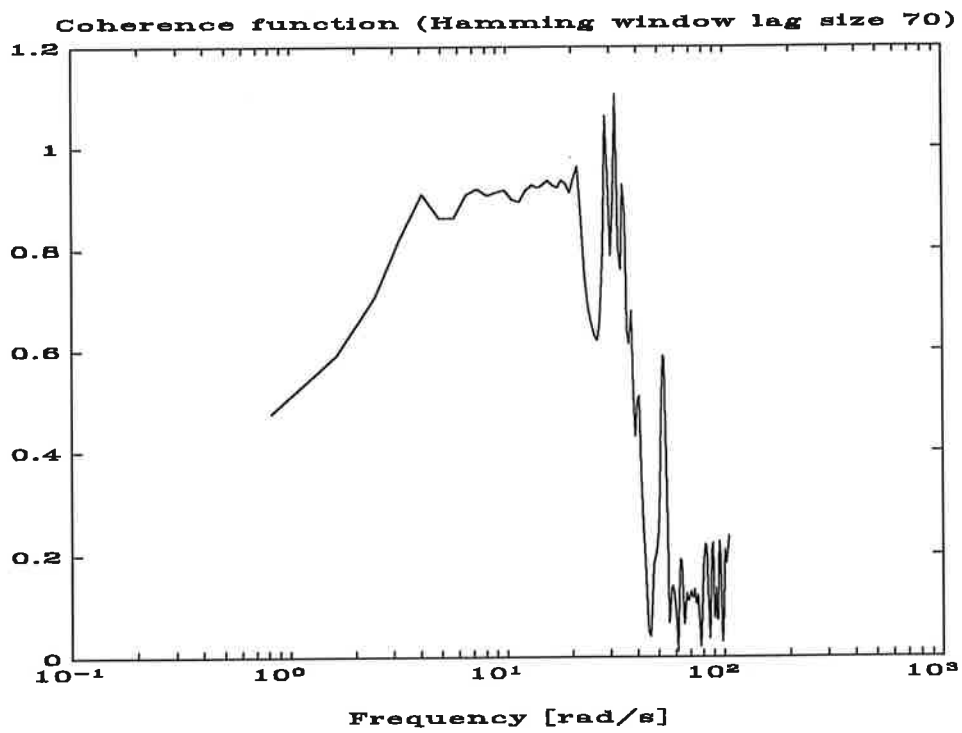


Bild 4: Koherens mellan insignal och utsignal

3.4. Analys

3.4.1. Identifiering

Genom att göra ARMAX-identifiering med olika nb , nc , och k och jämföra AIC, parametervarianser, simuleringar, residualkovarianser m.m. kom vi fram till modellstrukturen

$$\begin{aligned}na &= 3 \\nb &= 1 \\nc &= 2 \\k &= 2\end{aligned}$$

Med identifierade parametrar blir modellen

$$(1-2.43q^{-1}+2.39q^{-2}-0.96q^{-3})y(k) = 0.35q^{-2}u(k) + (1-1.48q^{-1}+0.66q^{-2})e(k)$$

Skrevet med framåtskiftoperatorn blir detta

$$(q^3-2.43q^2+2.39q-0.96)y(k) = 0.35qu(k) + (q^2-1.48q+0.66)e(k)$$

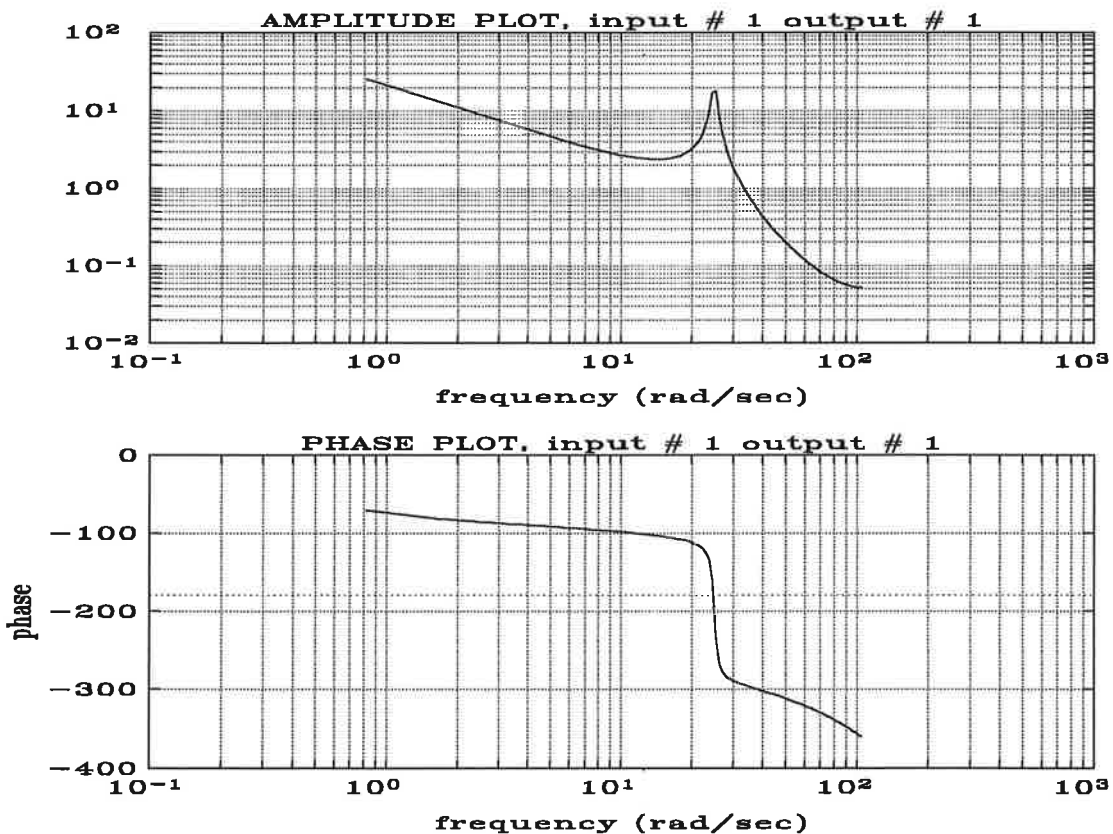


Bild 5: Bodediagram för ARMAX-modell

Detta bodediagram är mycket likt det som erhöles med frekvensvarsmetoden. Resonanstoppnen infaller vid samma frekvens, men är något högre enligt ARMAX-modellen. Detta kan bero på att antalet mätpunkter inte har varit tillräckligt stort vid frekvensvarsanalysen.

3.4.2. Residualanalys

Residualerna, dvs skillnaderna mellan prediktion och verklig utsignal beräknades för den insignalsekvens som användes vid identifieringen. Detta för att kunna avgöra om residualerna är okorrelerade samt om residualerna är korrelerade med insignalen vid olika tidpunkter. Bild 6 visar residualerna som erhålles. Bild 7 visar korrelationsfunktionen för residualerna samt korskorrelationsfunktionen mellan residualerna och insignalen.

Korrelationsfunktionen för residualerna visar att residualerna kan beskrivas av vitt brus vilket tyder på en bra modell.

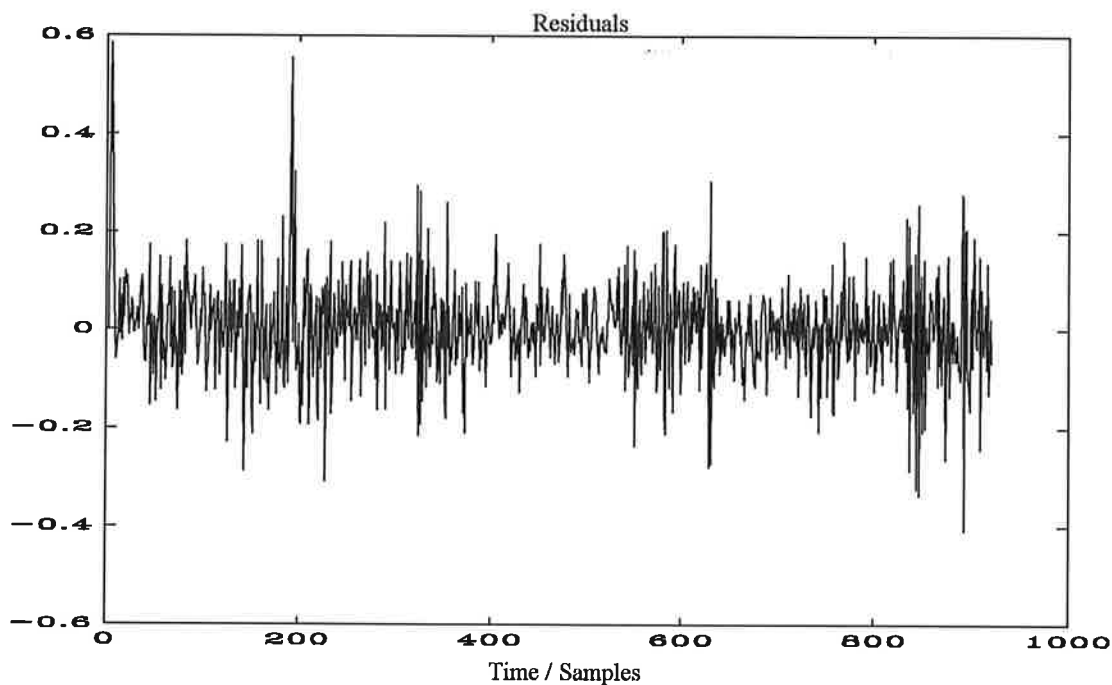


Bild 6: Residualer

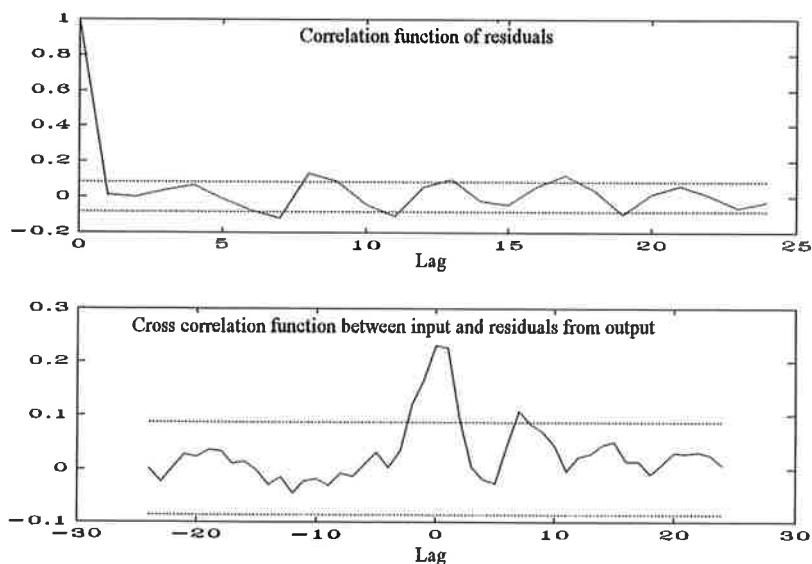


Bild 7: Residualkorrelationer

Man ser här att det är en betydande korrelation mellan insignal och residualer, vilket kan bero på att vi inte har använt tillräckligt stort B-polynom. Vi provade därför en modell med

$$\begin{aligned} n_a &= 3 \\ n_b &= 3 \\ n_c &= 2 \\ k &= 0 \end{aligned}$$

Residualkorrelationerna blir då enligt bild 8. Man ser här att vi inte längre har någon nämnvärd korrelation mellan insignal och residualer.

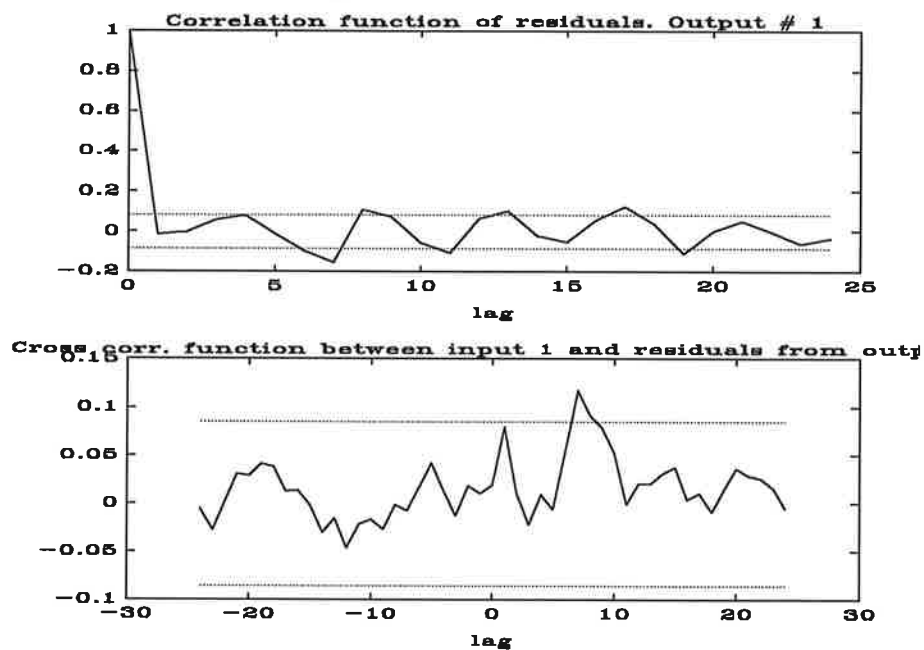


Bild 8: Residualkorrelationer för den större modellen.

För båda modellerna kan man notera en periodisk korrelation mellan residualer som ligger 4 samplintervall ifrån varandra. Detta kan bero på en omodellerad periodisk störning.

3.4.3. Simulering

Utsignalen simulerades med de identifierade modellerna dels för den insignalsekvens som använts vid identifieringen och dels för en annan sekvens.

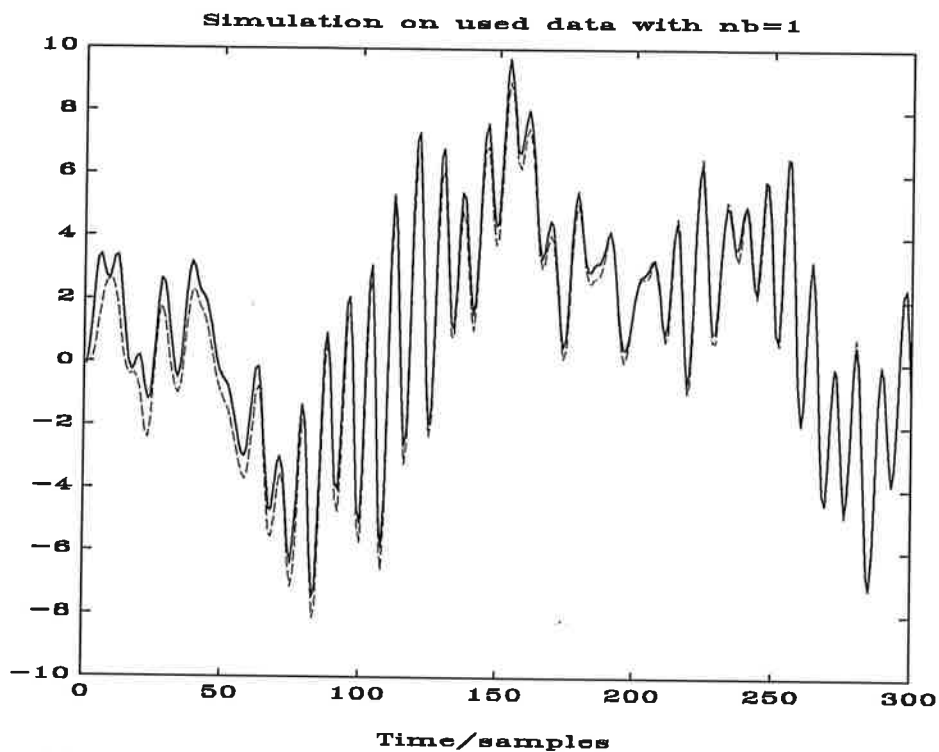


Bild 9: Simulering baserad på använda data för mindre modellen

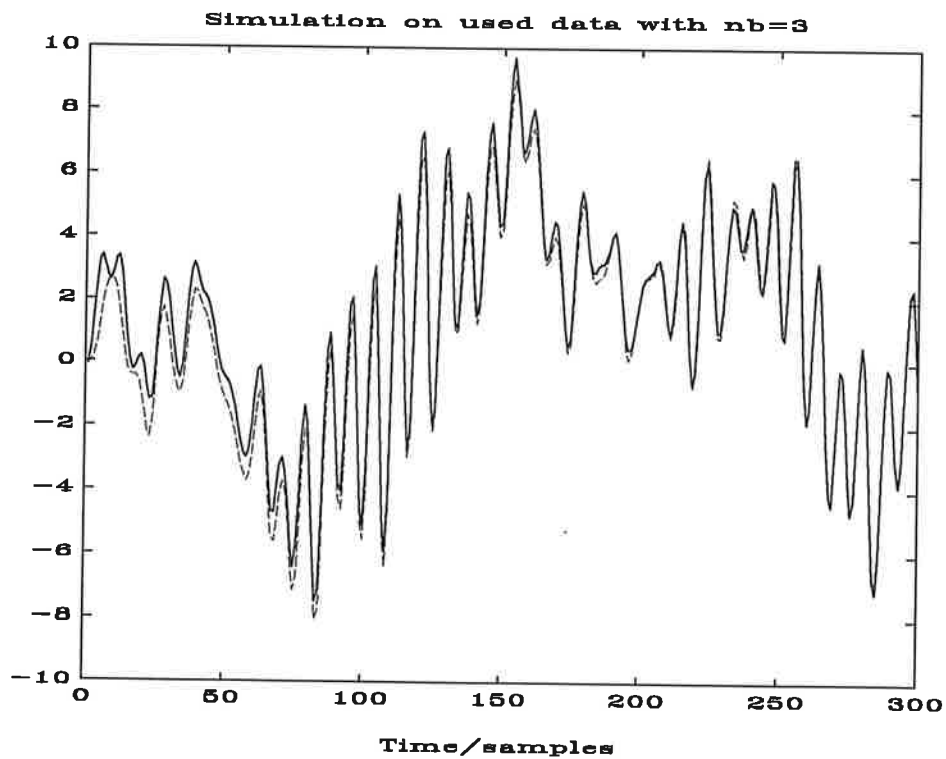


Bild 10: Simulering baserad på använda data för större modellen.

Man ser att de båda modellerna ger i stort sett identiska simuleringsresultat. De två följande bilderna visar motsvarande simuleringar för en insignalsekvens som ej använts vid identifieringen.

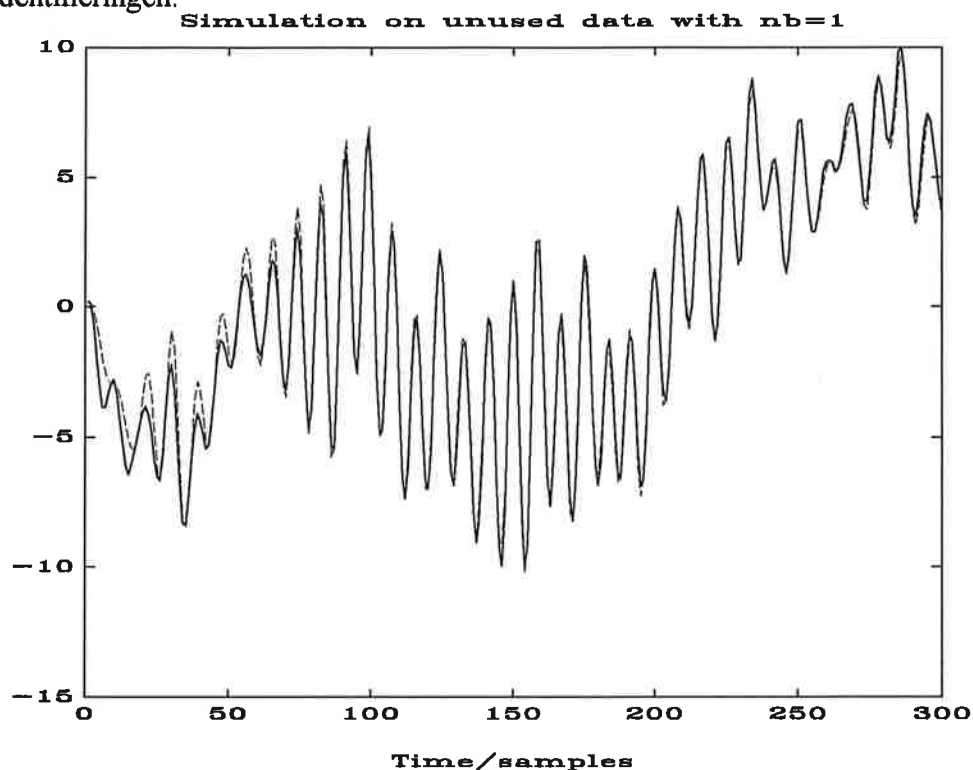


Bild 11: Simulering baserad på oanvända data för mindre modellen

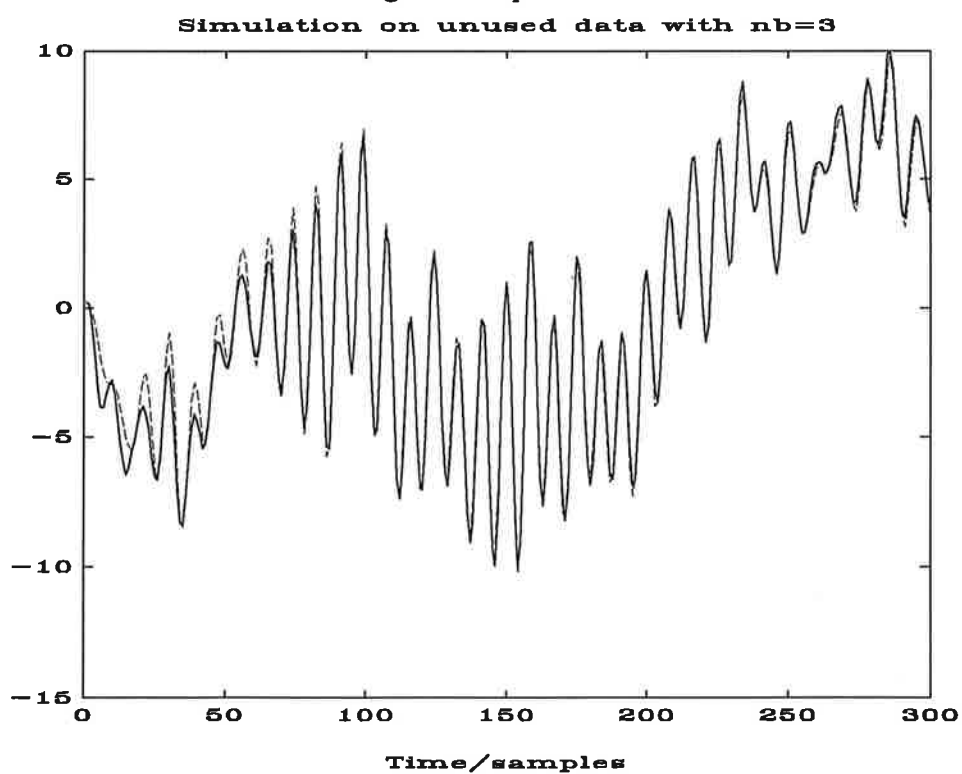


Bild 12: Simulering baserad på oanvända data för större modellen

Som synes klarar de två modellerna även att simulera utsignalen för en oanvänd insignalsekvens. Även här ger de två modellerna nästan identiska resultat.

3.5. Slutsats

Enligt föregående avsnitt har de två ARMAX-modellerna väldigt lika egenskaper. Det enda som skiljer dem åt är korrelationen mellan residualer och insignal. För regulatordesignen i följande avsnitt väljer vi därför den mindre modellen. Bild 13 visar bodediagrammen för frekvensanalys, spektralanalys och ARMAX-modellerna i samma diagram.

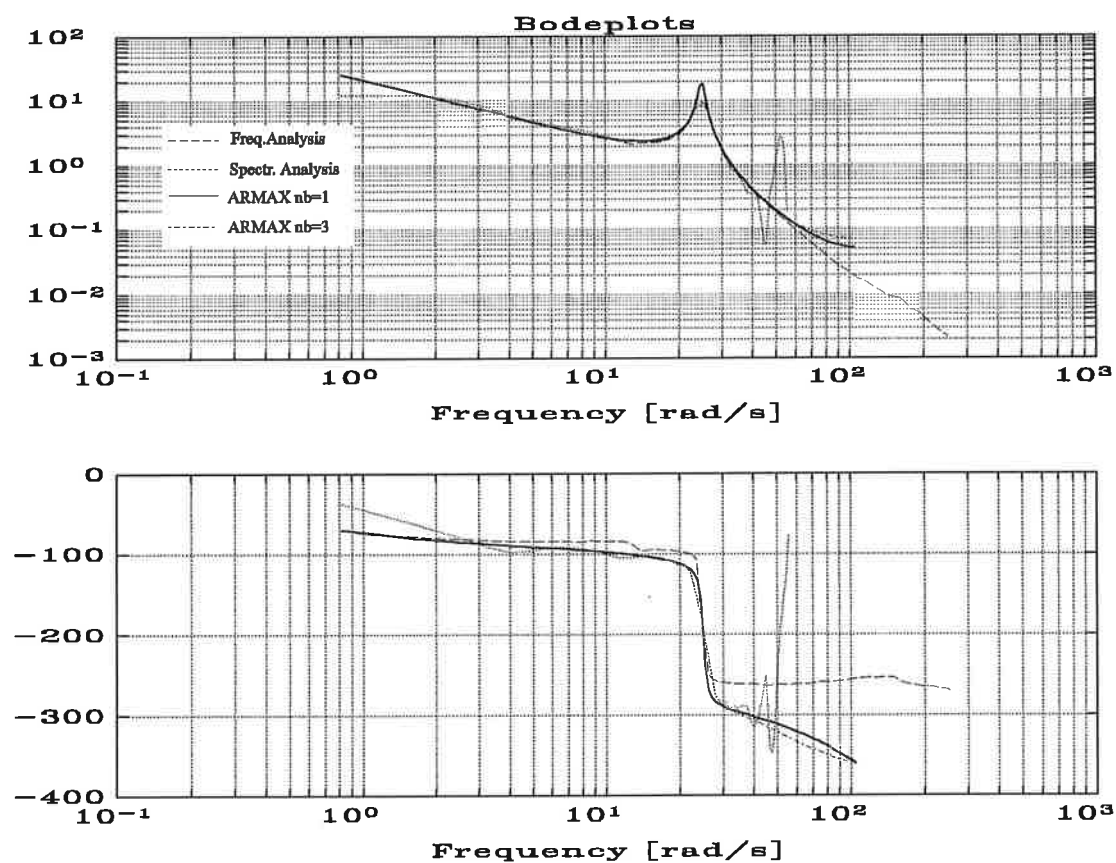


Bild 13: Diverse bodediagram.

4. Regulator design

För att verifiera att vår modell duger som underlag för reglering designade vi två stycken enkla regulatorer. Designmetoden som användes är polplacering genom polynomdesign. Som första design valde vi att placera modellpolerna i butterworth-mönster med relativ dämpning = 0.7. Observerarpolerna valdes dubbelt så snabba som modellpolerna. Bandbredden valdes ungefär lika stor som resonansfrekvensen vilket är ungefär vad som är rimligt att kräva av systemet. Bild 14 visar poler och nollställen för det oregerade systemet samt modellpolerna för regulatorn.

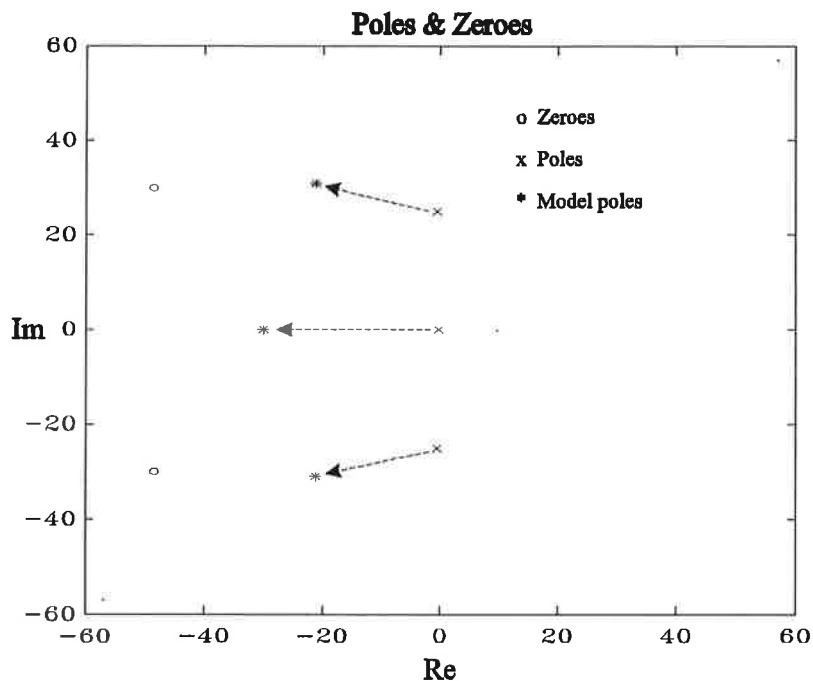


Bild 14: Poler och nollställen för regulator och system

Det regulatorn gör är alltså att dämpa de imaginära polerna och snabba upp den reella polen.

4.1 Design

4.1.1. Icke-integrerande design

En icke-integrerande design med bandbredden 30 rad/s ger följande polynom:

$$\begin{aligned}R(q) &= q^2 + 1.0075q + 0.0093 \\S(q) &= 2.7095q^2 - 4.9423q + 2.8635 \\T(q) &= 0.7206q^2 - 0.1185q + 0.0565\end{aligned}$$

Bild 15 visar nyquistdiagrammet för kretsförstärkningen.

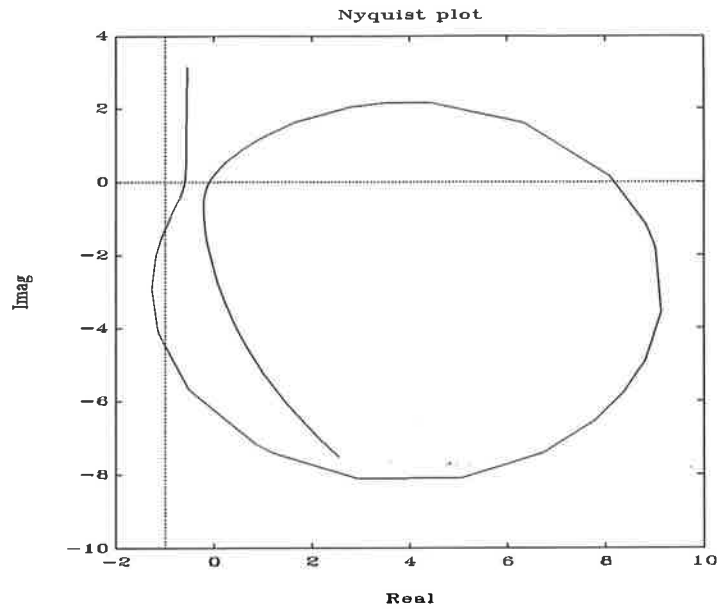


Bild 15: Nyquistdiagram för kretsförstärkningen (icke-integrerande design).

Man ser här att nyquistkurvan går en bra bit ifrån -1. Slutna systemet bör alltså ha goda förutsättningar att vara stabilt. Bild 16 visar bodediagrammet för slutna systemet, och man ser att bandbredden mycket riktigt är 30 rad/s.

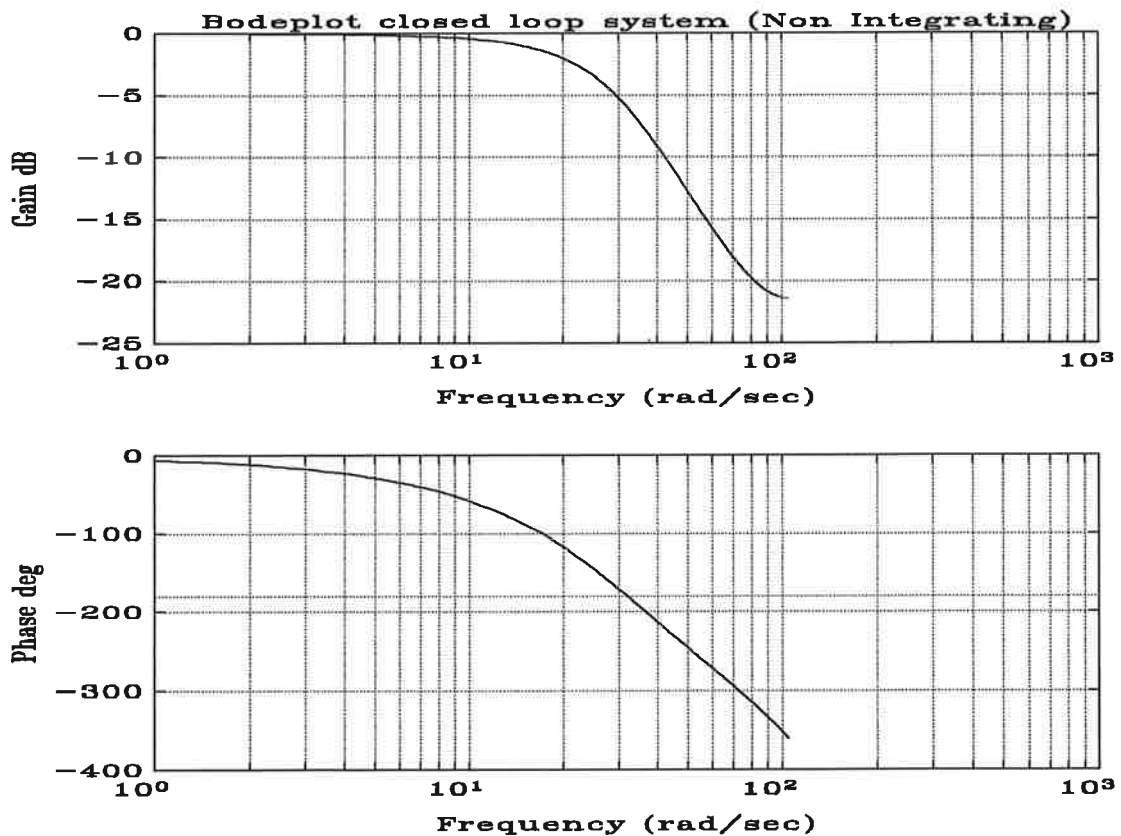


Bild 16: Bodediagram för slutna systemet (icke-integrerande design).

Testning av regulatorn med realtids-SIMNON gav ett gott resultat. Eftersom regulatorn ej har integralverkan får vi ett litet stationärt fel, se bild 17.

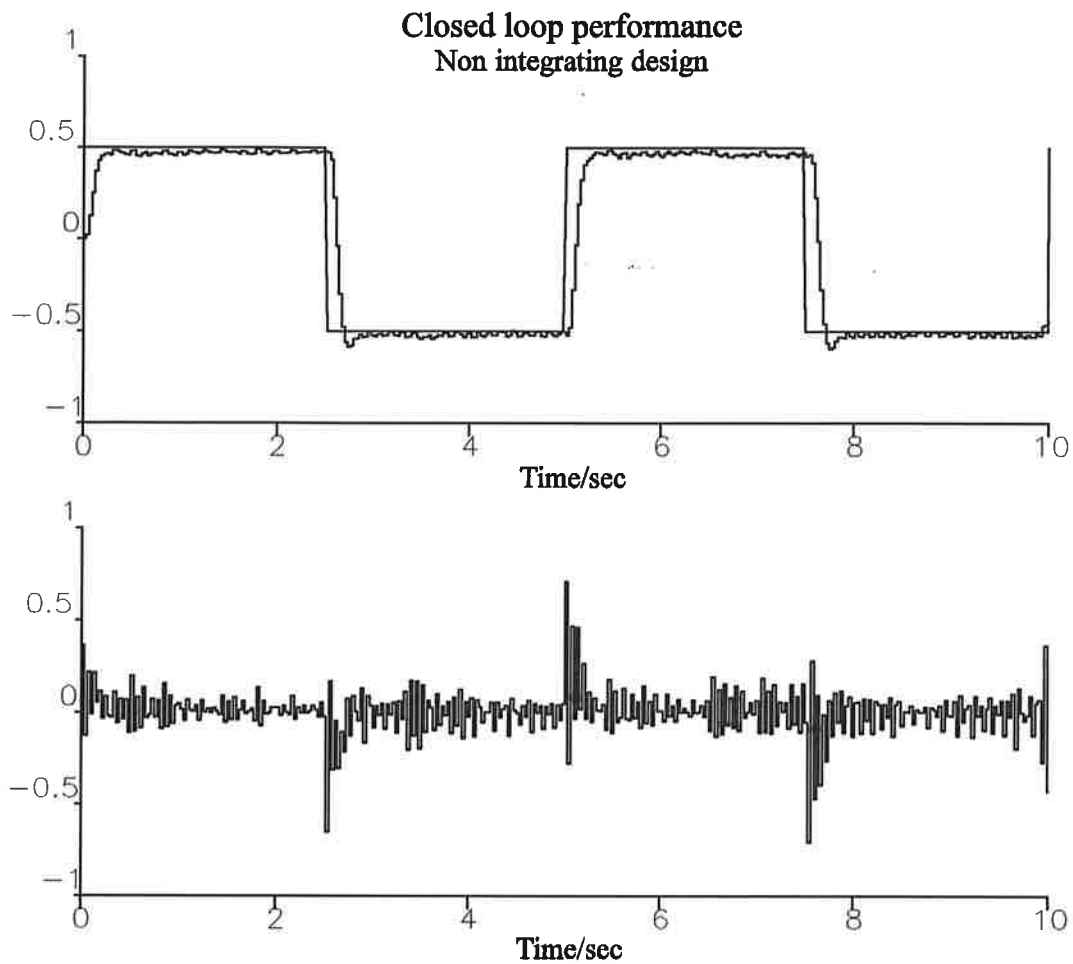


Bild 17: Test av ickeintegrerande design.

4.1.2. Integrerande design

En integrerande design med bandbredden 20 rad/s och relativ dämpning 0.7 ger följande polynom.

$$R(q) = q^3 - 0.1784q^2 - 0.8080q - 0.0135$$

$$S(q) = 2.6587q^3 - 6.8806q^2 + 6.8851q - 2.5322$$

$$T(q) = 0.3037q^3 - 0.2633q^2 + 0.1074q - 0.0168$$

Bild 18 visar nyquistdiagrammet för kretsförstärkningen.

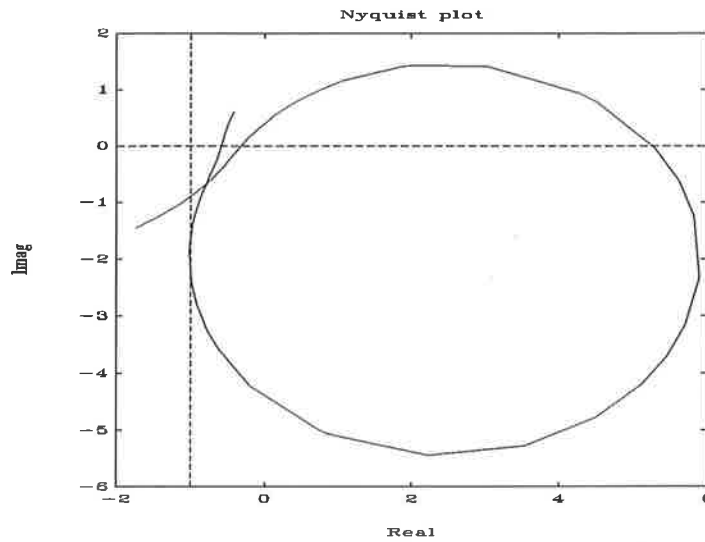


Bild 18: Nyquistdiagram för kretsförstärkningen (integrerande design).

Även här håller sig nyquistkurvan på behörigt avstånd från -1. Bodediagrammet för slutna systemet visas i bild 19.

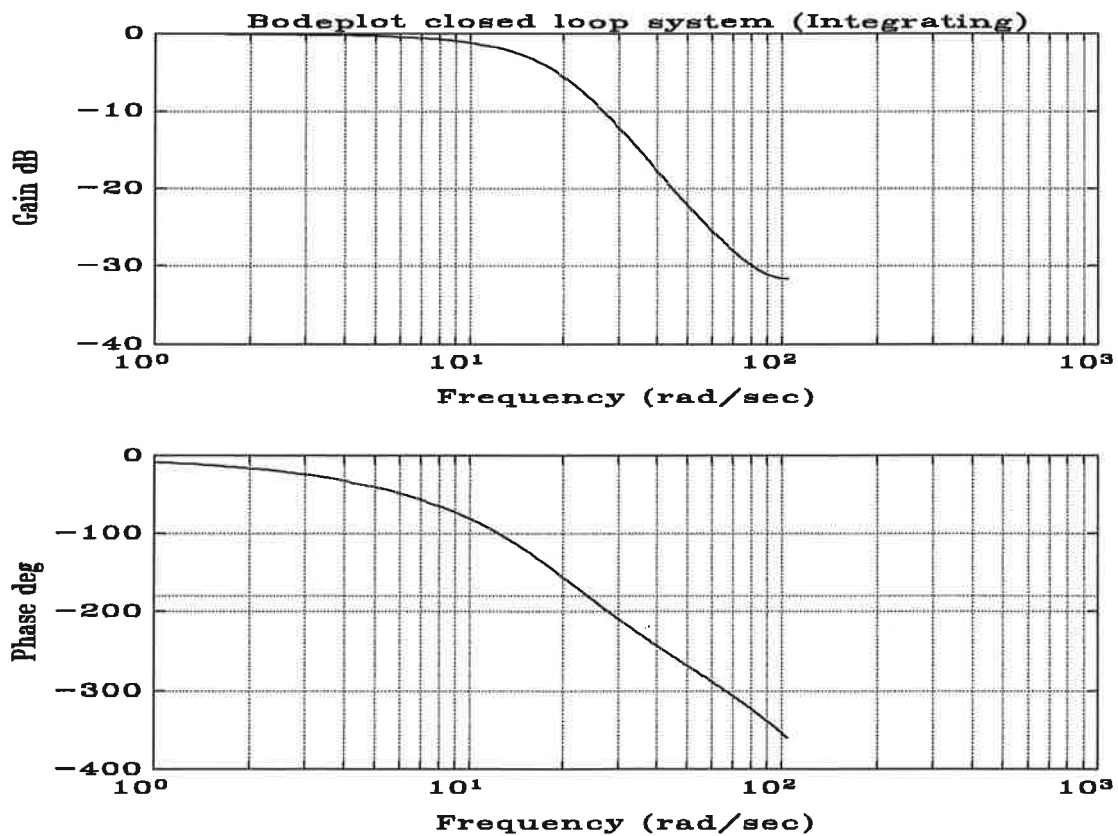


Bild 19: Bodediagram för slutna systemet (integrerande design).

Slutligen visar bild 20 hur den integrerande regulatorn uppför sig i verkligheten.

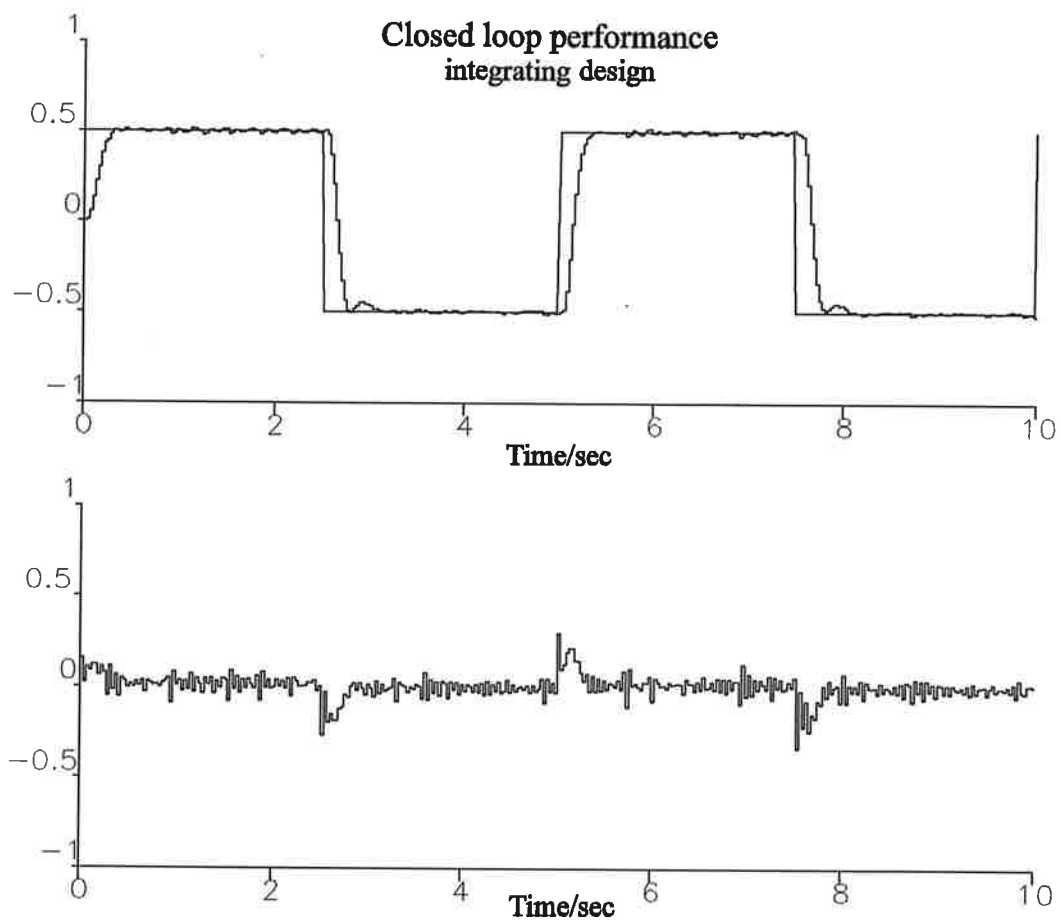


Bild 20: Test av integrerande design.

Denna design uppför sig som synes alldeles utmärkt. Man ser dock att stegsvaren skiljer sig beroende på om de är positiva eller negativa, vilket tyder på att processen inte är alldeles symmetrisk.

VELODROMEN

(eller Kulan i luften)

En i praktiken fullständigt oanvändbar process

Ett projekt i processidentifiering

Jesper Jansson, E87
Magnus Strandh, E87
Anders Ströbeck, F87

Lunds Tekniska Högskola
Institutionen för reglerteknik
November 1992

Sammanfattning

Frekvenssvarsanalys visar att velodromen har en resonanstopp vid 0.5 Hz. Vidare är systemets bandbredd ungefär 1 Hz och dess ordning 3. Vid anpassning av en ARMAX-modell erhåller vi överföringsfunktionen för modellen enligt

$$H(z) = \frac{0.3054z + 0.1287}{z^3 - 2.2138z^2 + 1.6359z - 0.3609}$$

En reducering av denna ger ett andra ordningens system med överföringsfunktionen

$$H(z) = \frac{0.6870z^2 - 1.8808z + 1.9013}{z^2 - 1.8200z + 0.9197}$$

Genom polplacering konstrueras en RST-regulator innehållande en integrator. Den reducerade processen kan då tillfredställande regleras med polynomen

$$R(z) = z^2 - 0.4159z - 0.5841$$

$$S(z) = 0.4661z^2 - 0.9168z + 0.4706$$

$$T(z) = 0.1925z^2 - 0.2728z + 0.1002$$

Innehåll

1	Inledning	1
2	Processen	1
3	Identifiering	3
	Frekvensvarsanalys	3
	Generering av mätserie	3
	ARMAX-modeller	5
	Box-Jenkins modell	5
	Korsvalidering	6
	Reducering	8
4	Reglering	9
	RST-regulator	9
	Polplacering	10
	Strategi 1 applicerad på det reducerade systemet	10
	Strategi 1 applicerad på det ickereducerade systemet	11
	Strategi 2	11
	Inverkan av störningar	12

1. Inledning

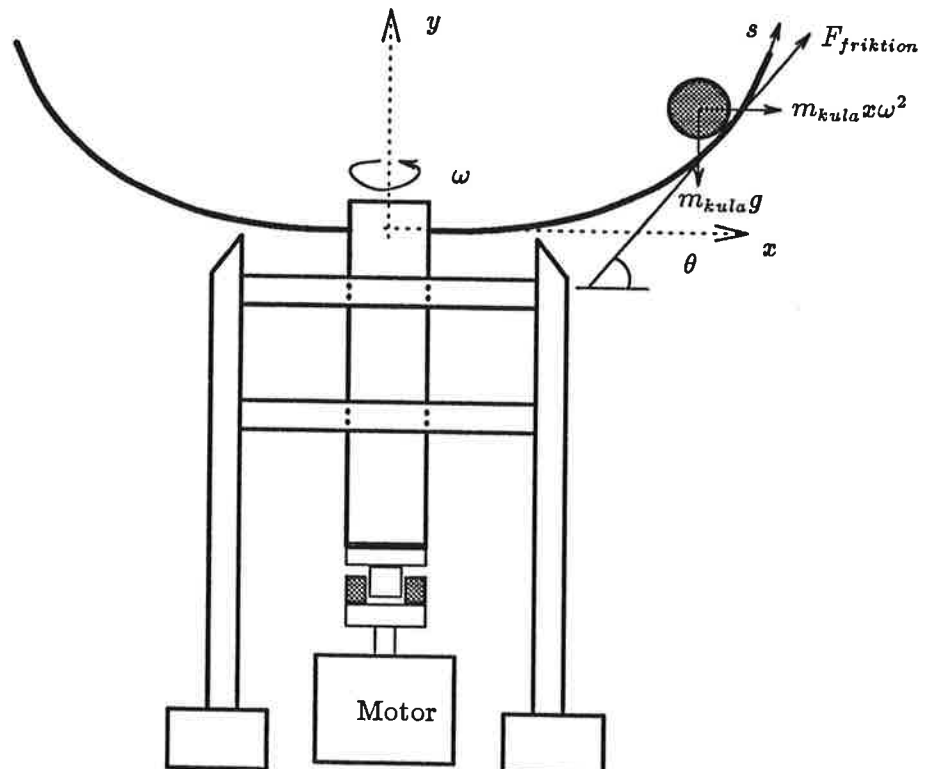
I kursen processidentifiering ingår ett moment, i form av ett projekt, där teorin ska omsättas i praktiken. Vårt projekt går ut på att identifiera en process, vilken består av en kula som ligger på en roterande böjd skena (figur 1). Kulans läge, s , bestäms av skenans rotationshastighet. Målet med identifieringen är att skatta en modell av processen som vi kan använda då vi konstruerar en regulator för att positionera kulan längs skenan.

Vi vill här passa på att tacka för en trevlig och mycket givande kurs. Samtidigt riktar vi ett stort tack till vår handledare, doktorand Henrik Olsson, som kommit med glada tillrop och goda idéer under arbetets gång.

2. Processen

Skenan roterar kring sin symmetriaxel och drivs av en 24V likströmsmotor. Kulbanan beskrivs av kurvan, $y(x) = 5.1x^3$ där x och y är angivna i meter, se figur 1. Kraftekvationerna i banans riktning för en rullande kula ges av

$$\begin{cases} F_{kula} = m_{kula}x\omega^2 \cos \theta - m_{kula}g \sin \theta + F_{friktion} = m_{kula} \frac{d^2s}{dt^2} \\ F_{friktion} = -\frac{J_{kula}}{r_{kula}^2} \frac{d^2s}{dt^2} = -\frac{2}{5}m_{kula} \frac{d^2s}{dt^2} \end{cases} \quad (1)$$



Figur 1. Velodromen

Läget, $s(x)$, utefter banan beror på x -koordinaten enligt

$$s(x) = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2} d\tau = \int_0^x \sqrt{1 + 234.09\tau^4} d\tau \quad (2)$$

Ekvationerna (1) ger tillsammans att

$$\ddot{s} = \frac{5}{7}(x\omega^2 \cos\theta - g \sin\theta)$$

och vid stationaritet (då $\dot{s} = \ddot{s} = 0$) blir

$$x_0 = \frac{gy_x(x_0)}{\omega_0^2} = \frac{15.3gx_0^2}{\omega_0^2}$$

där y_x betecknar den partiella derivatan $\frac{dy}{dx}$. Man ser att om $y(x) = cx^2$ får vi ett stationärt läge, x_0 , endast då $\omega_0^2 = 2cg$. Ekvationen är då dessutom uppfylld för alla x_0 !

Ur ekvation (2) kan vi nu beräkna \ddot{s} och får då följande:

$$\ddot{x} = \frac{1}{1 + y_x^2} \left(\frac{5}{7}x\omega^2 - \frac{5}{7}gy_x - y_x y_{xx} \dot{x}^2 \right) = f(x, \dot{x}, \omega) \quad (3)$$

Vi kan nu lineärisera ekvation (3) och får då ett andra ordningens system. Dock beror ω ganska komplicerat på motorspänningen, U , vilket vi kan se i ekvationerna för likströmsmotorn (4).

$$\begin{cases} U = E + R_a i_a + L \frac{di_a}{dt} \\ E = K_e \omega \\ M = K_m i_a \\ \frac{d\omega}{dt} (J_{bana} + m_{kula} r^2) = M \end{cases} \quad (4)$$

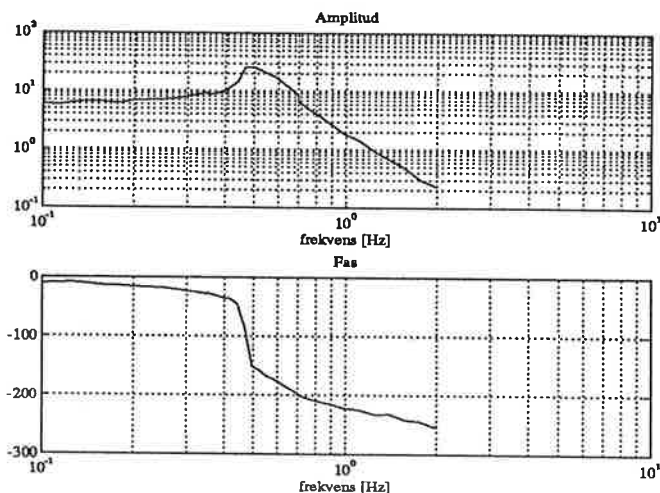
Insignalen till processen är just motorspänningen och utsignalen är kulans läge på skenan, s , och inte x som vi har beräknat ovan. Därför väntar vi oss en ordning på modellen som är större än två.

Kulans läge detekteras med en resistansbana och ger en utsignal mellan 0 och 10 V. Ekvationerna visar att velodromen är olineär till sin natur. När identifieringen genomförs, låter vi kulans läge variera kring en punkt mitt på skenan. Modellen blir då en lineärisering av processen kring denna punkten.

3. Identifiering

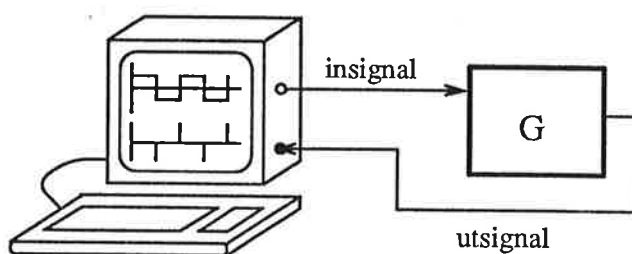
Frekvenssvarsanalys

Analysen gjorde vi med en *Solartron 1250* frekvenssvarsanalysator. Processens naturliga fysiska begränsningar gör att frekvenser över 10 Hz inte är intressanta, varför vi gjorde en grovanalys i området 0.1 till 10 Hz. Analysen visade att det för identifieringen intressanta frekvensområdet är 0.1 till 2 Hz och att det finns en resonanstopp i närheten av 0.5 Hz. En slutlig analys med dubbel upplösning i området kring resonansen gav oss amplitud- och faskurvorna i figur 2.



Figur 2. Amplitud- och faskurva från frekvenssvarsanalys

Amplitudkurvan visar en tydlig resonans vid 0.5 Hz och har en lutning på -3 för höga frekvenser, vilket tyder på ett 3:e ordningens system. Faskurvan går ner mot -270 grader för höga frekvenser, vilket ökar misstanken om att vi har med ett 3:e ordningens system att göra.



Figur 3. Loggning av processen

Generering av mätserie

Med en PC och programmet *Logger* exciterade vi processen med en PRBS som insignal, se figur 3 och tabell 1. För att kunna skatta överföringsfunktionen i hela området måste processens och insignalens bandbredder vara av samma storleksordning.

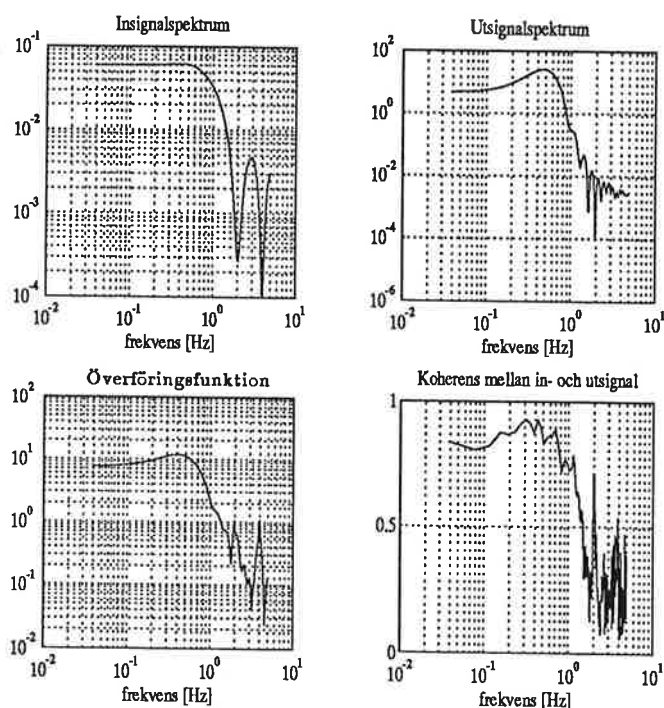
Tabell 1. Parameterinställning för PRBS

sampeltid (s)	period (sampelintervall)	amplitud (V)	medelvärde (V)
0.1	5	0.15	2.5

Figur 4 visar insignalens och utsignalens spektra. Eftersom insignalen anses okorrelerad med eventuella störningar kan överföringsfunktionen mellan in- och utsignal uttryckas som

$$G(\omega) = \frac{\Phi_{yu}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)}$$

där Φ är fouriertransformen av kovariansfunktionen.



Figur 4. Överst till vänster: Insignalens energi är jämnt fördelad över frekvensintervallet 0.1 till 1 Hz. Överst till höger: Utsignalens spektrum. Nederst till vänster: Överföringsfunktion beräknad som Φ_{yu}/Φ_{uu} . Nederst till höger: Bilden visar på bra koherens i det intressanta frekvensintervallet.

Koherensfunktionen

$$\psi_{uy}(\omega) = \frac{|\Phi_{uy}(\omega)|}{\sqrt{\Phi_{uu}(\omega)\Phi_{yy}(\omega)}}$$

visar upp värden nära 1 upp till knappt 1 Hz, vilket innebär att vi har ett lineärt och relativt störningsfritt samband mellan in- och utsignal för dessa frekvenser. Alltså bör vi kunna få en bra skattning av processens överföringsfunktion i detta intervallet, som innefattar resonanstoppen.

ARMAX-modeller

Den första modellen vi provade var en ARMAX enligt

$$A(z^{-1})y_k = z^{-d}B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})w_k$$

där w_k är vitt brus och d är systemets tidsfördröjning.

Frekvenssvarsanalysen ovan visade att vi har ett 3:e ordningens system, och för att bekräfta denna misstanke provade vi ett flertal ARMAX-modeller med olika ordning. Ett enkelt F-test på dessa modeller resulterade också i att vi bör välja ett tredje ordningens system.

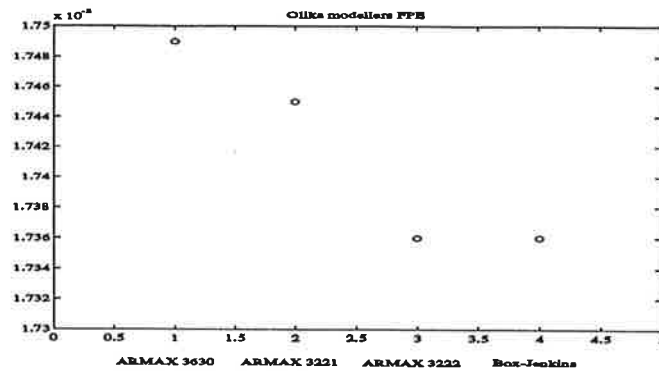
För att ta reda på vilken tidsfördröjning som finns i systemet ansatte vi till att börja med ett 6:e ordningens B-polynom och valde C-polynomets gradtal lika med A-polynomets. Eftersom de två första koefficienterna i B-polynommet är nära noll och variansen är större än koefficientvärdet så har vi en tidsfördröjning på två samplingsintervall, se tabell 2. Vidare tester med olika gradtal på polynomen gav oss B- och C-polynom av 2:a graden. I figur 5 har vi jämfört några olika modellers FPE-värden och kommer fram till att ARMAX 3222 är bäst i test.

Tabell 2. Tabell över olika ARMAX-modeller och deras FPE-värden. Det första värdet anger polynomkoefficienten och det andra dess varians. Med beteckningen ARMAX $n_A n_B n_C d$ avses gradtalen för respektive polynom samt tidsfördröjningen.

ARMAX	A		B		C		FPE
3630	1	0	0.0547	0.0478	1	0	0.01749
	-0.9611	0.0618	-0.0373	0.0506	0.3906	0.0685	
	-0.6567	0.1128	0.2980	0.0546	-0.1284	0.0439	
	0.7993	0.0574	0.5148	0.0565	0.2672	0.0342	
			0.2702	0.0568			
		0.2045	0.0504				
3432	1	0	0	0	1	0	0.01744
	-2.0979	0.2674	0	0	-0.6965	0.2686	
	1.4253	0.4886	0.3244	0.0463	0.3437	0.1248	
	-0.2544	0.2475	0.1441	0.1234	0.0079	0.0796	
			0.0150	0.0957			
		0.0421	0.0685				
3222	1	0	0	0	1	0	0.01736
	-2.2138	0.0601	0	0	-0.7975	0.0627	
	1.6359	0.1109	0.3054	0.0356	0.3753	0.0340	
	-0.3609	0.0565	0.1287	0.0585			
3221	1	0	0	0	1	0	0.01745
	-2.3080	0.0392	-0.0426	0.0375	-0.8775	0.0470	
	1.8088	0.0730	0.4127	0.0482	0.3943	0.0318	
	-0.4487	0.0375					

Box-Jenkins modell

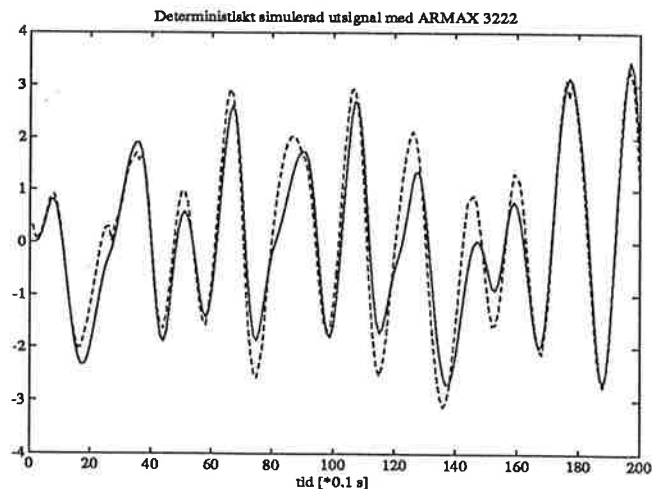
För att inte stirra oss helt blinda på ARMAX-modeller provade vi också en Box-Jenkins modell. Vi valde de båda nämnarpolynomets gradtal till 3. Signalens och brusets nämnarpolynom skattades lika och FPE-värdet, 0.01736, blev inte bättre än för ARMAX 3222, figur 5. Därför finns det ingen anledning att använda den mer komplicerade Box-Jenkins modellen, utan vi håller oss till ARMAX.



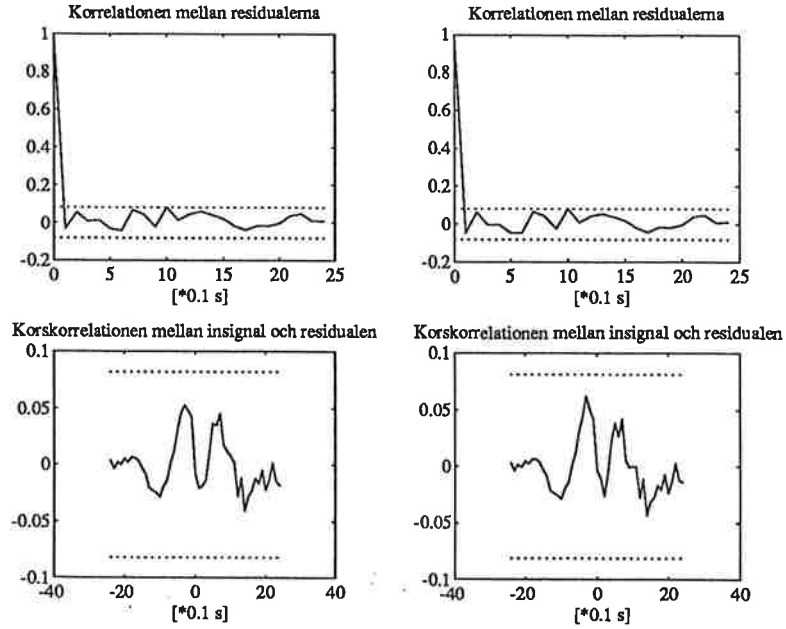
Figur 5. Jämförelse av Akaike's Final Prediction Error för olika modeller.

Korsvalidering

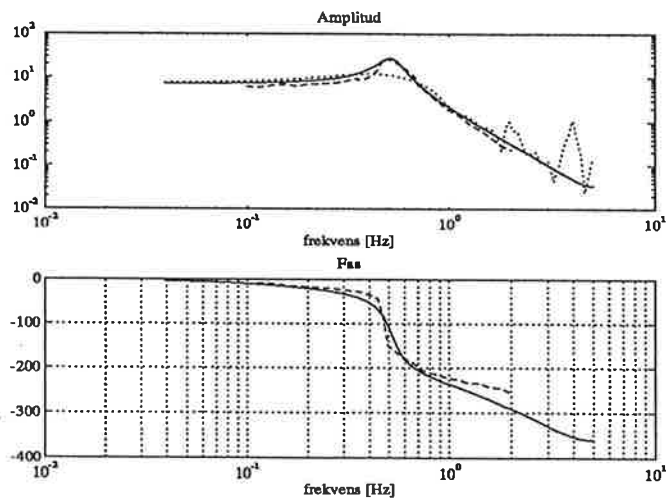
För att verifiera att den valda modellen uppför sig på ett sätt som liknar processen simulerade vi systemet med en mätserie som vi inte hade använt vid identifieringen, se figur 6. Modellen reproducerar utsignalen tillfredsställande. Dessutom utförde vi ett residualtest på ARMAX 3222 och 3221 för att kontrollera att residualerna är okorrelerade med sig själva och med insignalen, jfr. figur 7. Båda modellerna klarade testet. En jämförelse mellan fas- och amplitudkurvorna från ARMAX 3222 och frekvensvarsanalysen finns i figur 8, och där ser man att de stämmer bra överens. Slutsatsen blir att ARMAX 3222 borde gå att använda som underlag till en regulator.



Figur 6. Figuren visar simulerad utsignal (heldragen kurva) från ARMAX 3222 och processens utsignal (streckad kurva). Simuleringen är gjord med en mätserie som inte användes vid identifieringen.



Figur 7. Residualernas autokorrelationsfunktion och korskorrelationen mellan insignalen och residualerna ligger både för ARMAX 3222 (till vänster) och ARMAX 3221 (till höger) inom det 95%-iga konfidensintervallet för okorrelerade residualer.



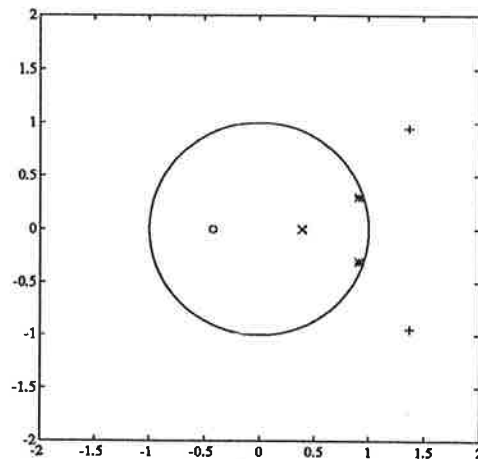
Figur 8. Bodediagrammet för ARMAX 3222 (heldragen kurva) visar god överensstämmelse med uppmätt amplitud och fas från frekvenssvarsanalysen (streckad kurva). Som en jämförelse visas även den skattade överföringsfunktionen från frekvenssvarsanalysen (prickad kurva).

Reducering

Eftersom vi ska använda vår modell för att reglera velodromen, ville vi ha så få tillstånd som möjligt. Betrakta ett system \mathcal{S} och dess styrbarhets- och observerbarhetsgramianer, P och Q . Dessa är ett kvalitativt mått på styrbarheten resp. observerbarheten för systemet. Genom att transformera \mathcal{S} erhåller vi P_z och Q_z . Med en lämplig transformation får vi $P_z = Q_z = \Sigma$ och vi erhåller lika egenskaper (balanserade) för gramianerna. Det transformerade systemet blir en balanserad realisering av modellen. Egenvärdena till den diagonala gramianen

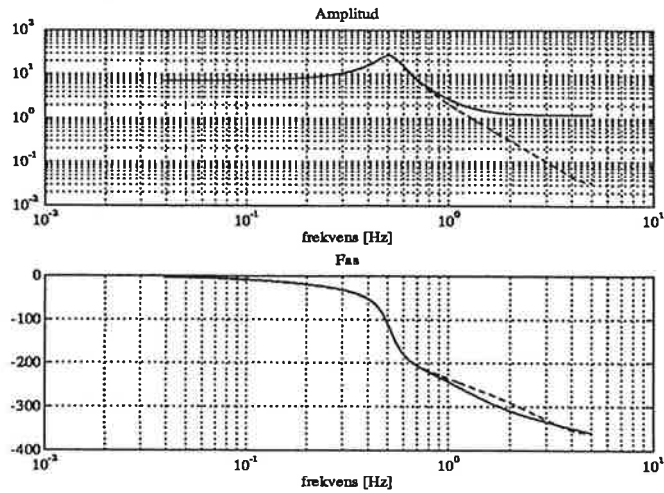
$$\Sigma = \begin{pmatrix} 16.2670 & 0 & 0 \\ 0 & 13.3162 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5806 \end{pmatrix}$$

för den balanserade realiseringen av modellen visar att det tredje tillståndet kan elimineras. En jämförelse av poler och nollställen för det ursprungliga och det reducerade systemet visar att den snabbaste polen har försvunnit, medan de andra två ligger kvar på samma ställe. Vi har fått två nollställen istället för ett och de ligger dessutom utanför enhetscirkeln, se figur 9.

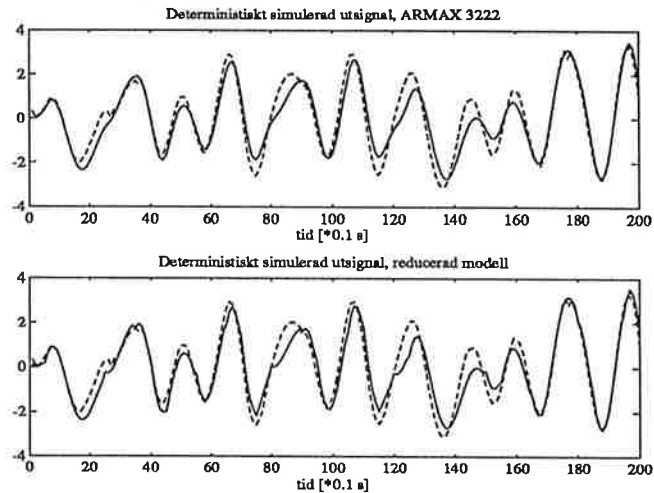


Figur 9. Poler och nollställen för ARMAX 3222 (kryss resp. cirklar) och det reducerade systemet (asterisker resp. plustecken). Lägg märke till att det reducerade systemet är icke-minimumfas, och att de två nya polerna täcker de gamla.

Efter elimineringen får vi överföringsfunktionen i figur 10. Amplitudkurvas avvikelser över 1 Hz förklaras med att den snabba polen i ARMAX-modellen har tagits bort. I figur 11 finns en jämförelse mellan modellernas simulerade ut signaler. Den reducerade modellen reproducerar ut signalen lika bra som ARMAX 3222.



Figur 10. Bodediagram för den reducerade modellen (heldragen kurva) och ARMAX 3222 (streckad kurva). Den reducerade modellen överensstämmer med ARMAX 3222 upp till 1 Hz.



Figur 11. Bilderna visar simulerad utsignal (heldragen kurva) och processens utsignal (streckad kurva) från ARMAX 3222 respektive reducerad modell. Simuleringen är gjord med en mätserie som inte användes vid identifieringen.

4. Reglering

Regleringen har vi gjort med programpaketet Toolbox och dessutom har vi implementerat en diskret RST-regulator i Simnon. Regulatordesignen utfördes både på den reducerade modellen och på den ickereducerade.

RST-regulator

Överföringsfunktionen för det öppna systemet ges av:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Det önskade slutna systemet ges av:

$$H_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$$

Med en regulator på formen

$$R(q)u(k) = T(q)u_c(k) - S(q)y(k)$$

erhålls sambanden

$$\begin{aligned}\frac{BT}{AR + BS} &= \frac{B_m}{A_m} \\ B_m &= B^- B'_m \\ T &= B'_m A_o\end{aligned}$$

och det slutna systemets karakteristiska ekvation blir

$$AR + BS = B^+ A_o A_m$$

där B^+ är den strukna, stabila delen av B , B^- återstoden av B och A_o är observerarpolynomet.

Genom att inkludera en integrator i designen och sedan lösa ekvationerna ovan erhåller vi regulatorpolynomen R , S och T .

Polplacering

Det finns minst två strategier att i kontinuerlig tid placera polerna för det slutna systemet. Ett alternativ är att vika ner polerna mot den negativa reella axeln och det andra sättet vi provade är att flytta polerna parallellt med den reella axeln in i vänster halvplan. Vi började med att bygga regulatorn baserad på det reducerade systemet.

Strategi 1 applicerad på det reducerade systemet : Överföringsfunktionen för det reducerade systemet är

$$H_{red}(z) = \frac{B_{red}(z)}{A_{red}(z)} = \frac{0.6870z^2 - 1.8808z + 1.9013}{z^2 - 1.82z + 0.9197}$$

B_m valde vi lika med B_{red} , $B^+ = 1$ och dessutom $A_o = A_m$, eftersom regulatorn inte fungerade bra när vi försökte snabba upp observerarpolynomet. Vi placerade polerna i 45 graders vinkel mot den negativa reella axeln (i kontinuerlig tid) och behöll avståndet till origo. Detta gav oss

$$A_m(z) = z^2 - 1.5622z + 0.6413$$

Denna regulatorn fungerade bra, men en minskning av vinkeln till den reella axeln till 30 grader gav ett ännu bättre resultat, figur 12. I det här fallet hade vi

$$A_m(z) = z^2 - 1.4174z + 0.5205$$

vilket gav regulatorn

$$\begin{aligned}R(z) &= z^2 - 0.4159z - 0.5841 \\ S(z) &= 0.4661z^2 - 0.9168z + 0.4706 \\ T(z) &= 0.1925z^2 - 0.2728z + 0.1002\end{aligned}$$

Överslängen som syns i samma figur, ökar då regulatorn snabbas upp. Följaktligen minskar överslängen med en långsammare regulator, figur 13. För denna gäller att

$$A_m(z) = z^2 - 1.5048z + 0.5803$$

och motsvarande regulator blir

$$R(z) = z^2 - 0.9366z - 0.0634$$

$$S(z) = 0.1999z^2 - 0.4229z + 0.2322$$

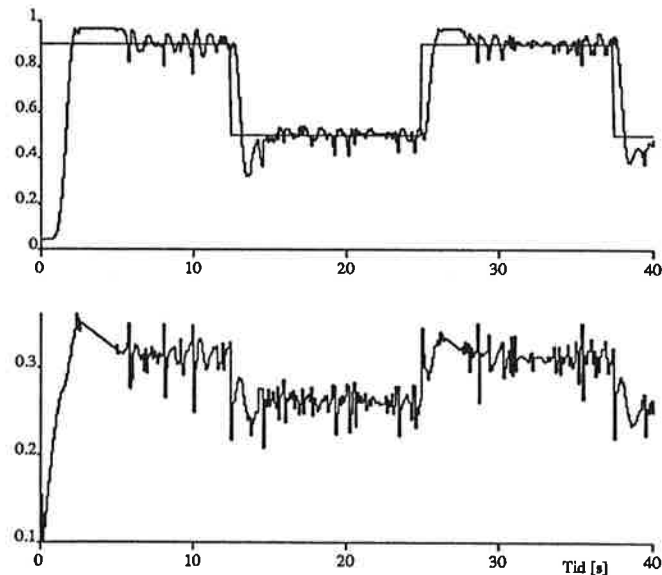
$$T(z) = 0.1214z^2 - 0.1826z + 0.0704$$

Strategi 1 applicerad på det ickereducerade systemet : Överföringsfunktionen för det ickereducerade systemet blir

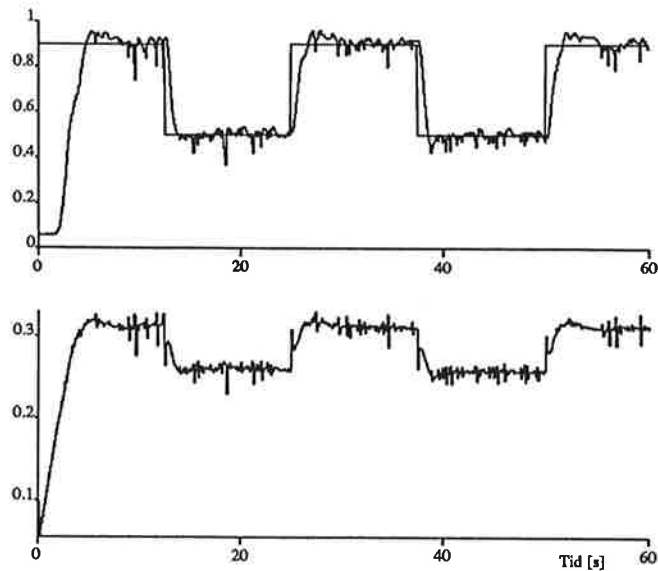
$$H(z) = \frac{0.3054z + 0.1287}{z^3 - 2.2138z^2 + 1.6359z - 0.3609}$$

Vi konstruerade också en regulator från det ickereducerade systemet. Den tredje polen placerades på den negativa reella axeln. Då den placerades långt från origo, uppstod kraftiga överslängar och vi fick problem att följa referenssignalen. Om polen däremot lades närmare origo oscillerade regulatorn.

Strategi 2 : Denna metod fungerade inte alls bra. Kulan kastades av banan i ett huj (kulan i luften).



Figur 12. Processens stegsvar och styrsignal med en RST-regulator baserad på den reducerade modellen, $\zeta = 0.65$, $\omega_o = 1.2\pi$.



Figur 13. Processens stegsvar och styrsignal med en RST-regulator baserad på den reducerade modellen, $\zeta = 0.65$, $\omega_o = \pi$.

Inverkan av störningar

Velodromen måste stå på ett jämnt underlag, annars uppstår periodiska störningar i utsignalen. Vissa periodiska störningar syns ändå, beroende på asymmetri i axel eller skena. Det verkar som om kontakten mellan kulan och resistansbanan ibland upphör. Då borde egentligen mätvärdet bli 0 V, men eventuella kapacitanser kan göra att spänningen inte hinner sjunka. En spik på 0.1 V motsvarar en förflyttning av kulan med ca en centimeter. Några sådana rörelser förekommer inte och därför kan vi konstatera att det rör sig om en typ av mätbrus.

För att bli av med bruset provade vi också att reglera på en lågpasfiltrerad mätsignal. Systemet blev långsamt och visade dålig följsamhet. Här finns säkert mycket att göra, men det får bli ett annat projekt.

Modellering av tritiums rörelser i atmosfären

*Projekt i kursen Processidentifiering
vid Institutionen för reglerteknik, LTH.*

*Handledare: högskolelektor Rolf Johansson
HT 1992*

Claes Tamm
Martin Hägerdal
Jörgen Rosengren

Sammanfattning

Vi utgick från mätningar av tritiumkoncentrationen i nederbörden sammanställda av IAEA och försökte att på olika sätt modellera tritiums rörelser i atmosfären. En första modell, en compartmentmodell, visade sig olämplig pga för stor komplexitet. Istället ställde vi upp en enklare modell för att bestämma tiden för vattnets omsättning i den lägre stratosfären. Själva skattningen utfördes mha minstakvadratmetoden. Erhållna värden stämmer väl med etablerade resultat.

1. Inledning

1.1. Bakgrund

Grunden till vårt projekt är mätvärden av koncentrationen tritium i nederbörden för perioden 1953 - 1987. Mätvärdena har insamlats och sammanställts av IAEA. Dessa mätvärden har en direkt koppling till provsprängningar med fusionsladdningar där tritium ingår eller skapas vid explosion. Kraftiga ökning av tritium i regnvatten har uppmätts sedan starten av vätebombstester 1954. Enheten som allmänt används är en Tritium Unit, TU, vilket motsvarar en atom ^3H per 10^{18} atomer ^1H . Innan starten 1954 innehöll regnvatten 1-10 TU.

Tritium används och har blivit mycket använd i väder- och vattenstudier¹ eftersom tritium ger utmärkta tecken på vattenrörelse. Tritium är den tyngsta isotopen av väte och den enda som är radioaktiv med en halveringstid på 12.3 år.

Under de 45 år kärnvapen funnits har provsprängningar genomförts intensivt, fram till den 1:a januari 1990 hade 1700 kärnladdningsprov genomförts i världen. Innan det Partiella provstoppsavtalet trädde i kraft 1963 (där Frankrike och Kina inte skrev på), skedde de flesta proven i atmosfären, detta på grund av att de är lättast och billigast att utföra och värdera. Dessa intensiva atmosfärsprängningar innan provstoppsavtalet innebar en ökning av koncentrationen tritium i atmosfären som inte hann att försvinna genom normal ursköljning. Tydliga toppar kan här märkas av koncentrationen tritium i nederbörden. Totalt har det sprängts ca 550 Mt i atmosfären vilket motsvarar 40000 Hiroshimabomber. Härav har 220 Mt varit fissionsenergi och 330 Mt fusionsenergi.

Varje kärnladdnings explosion i atmosfären sprider radioaktivt stoff över nästan hela det halvklot där den ägt rum. Kretsloppen i de båda halvkloten är avskärmade från varandra längs ekvatorn. Den varma luften vid ekvatorn stiger upp och trängs tillbaka mot polerna, vilket leder till två virvlar, en på vart halvklot. Pga jordens rotation har dessa motsatt riktning².

1.2. Mål

Att med koncentrationen tritium i nederbörden bestämma en modell för flöde och upplagring i stratosfär och troposfär och om möjligt även mellan norra och södra halvklotet.

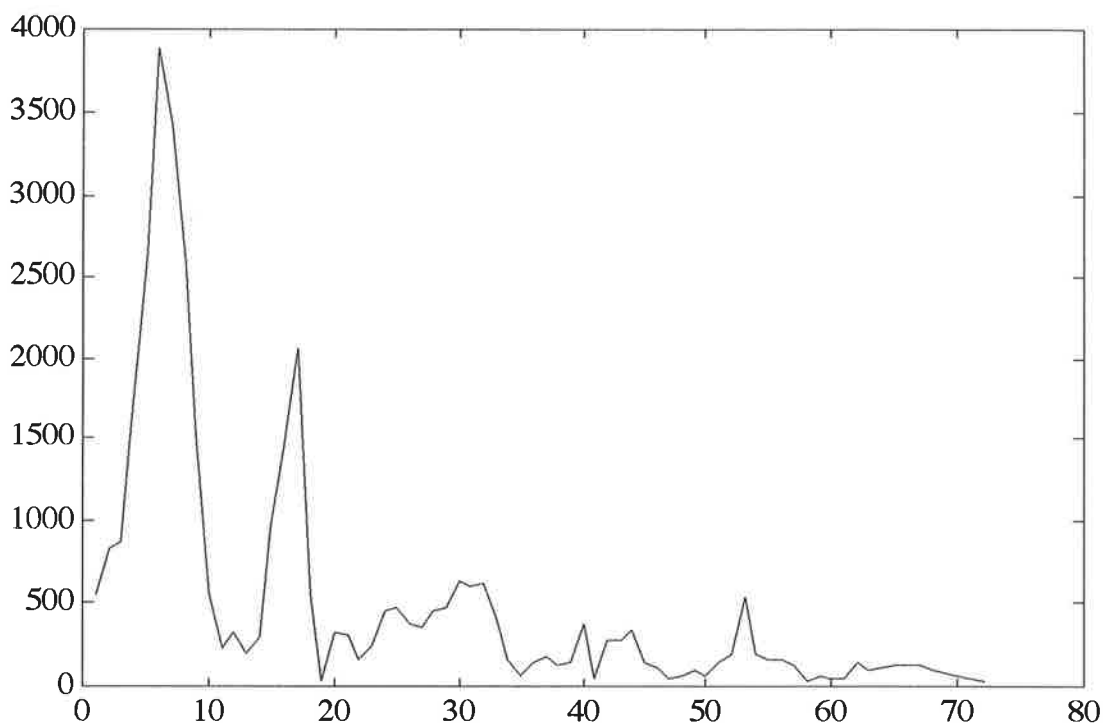
¹ Mason och Östlund, s. 5349.

² Se Nationalencyklopedin, Band 2, s. 80ff.

2. Metod

2.1. Val och förbehandling av mätdata

De mätdata vi hade tillgängliga omfattade stora delar av världen och sträckte sig över tre årtionden, varför det blev nödvändigt att koncentrera sig på ett mindre område för att inte helt förlora överblicken. Vi valde den nordamerikanska kontinenten av två skäl: dels var mätserierna här fullständiga och omfattande, så att man kunde jämföra olika platser över långa tidsintervall, dels var värdena intressanta eftersom USA tillhörde de nationer som under sent femtiotal utförde intensiva provsprängningar. Helst skulle vi velat ha data även från södra hemisfären, eftersom de båda hemisfärerna utgör mer eller mindre meteorologiskt skilda områden.³ Tyvärr var detta inte möjligt p.g.a. sämre kvalitet på mätserierna från andra länder än USA. Av liknande skäl koncentrerade vi oss på perioden 1963 till 1968. Utseendet hos en typisk mätserie framgår av figur 1.



Figur 1. Typisk tidsserie. Tidsaxeln är graderad i månader från januari 1963. Enheten på y-axeln är tritium units, TU. Observera periodiciteten!

De ursprungliga mätserierna innehöll ofta ett antal månader som saknade mätvärden. Detta är problematiskt, eftersom många existerande identifieringsmetoder bygger på antaganden om periodisk sampling. För att komma tillrätta med problemet använde vi MATLABs kommando SPLINE, som interpolerar saknade mätvärden genom att anpassa en kubisk funktion till existerande dito. Detta fungerade bra, utom när de saknade mätvärdena låg i intervalllets ändpunkter.

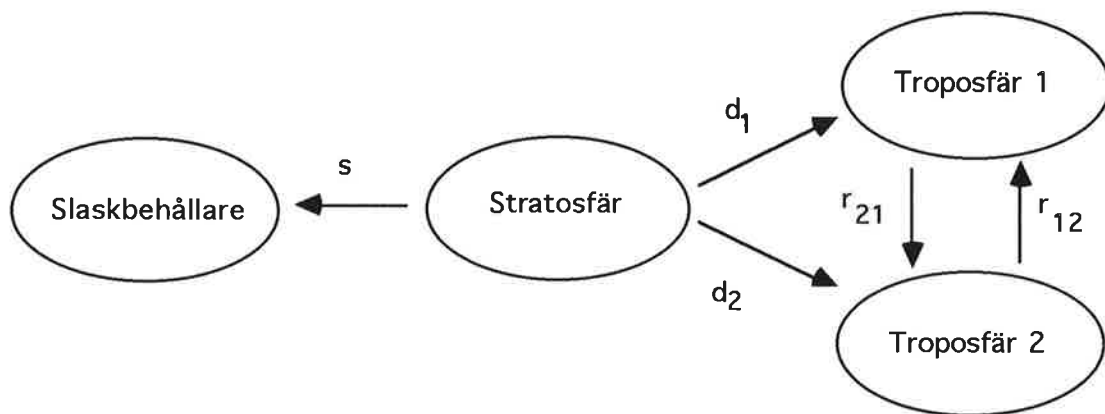
Totalt hade vi 24 fullständiga tidsserier som gick att använda efter interpolering.

³ Se Mason, s. 5913.

2.2. Compartmentmodell

2.2.1. Modellbygge

Vår första ansats var att försöka modellera spridningen av tritium från stratosfären till troposfären och även inom troposfären med en s.k. *compartmentmodell*, där olika geografiska och meteorologiska system betraktas som slutna compartments eller behållare, som har väldefinierade utbyten med omgivningen. En kärnvapensprängning i atmosfären kan då modelleras som en insignal, t.ex. i form av en deltapik, till den behållare som representerar stratosfären. För att hålla modellbygget på en så enkel nivå som möjligt antog vi inledningsvis att troposfären över närliggande orter kan föras samman till en sådan behållare. Vidare behövs en behållare för stratosfären, samt en "slaskbehållare". Den sistnämnda får modellera troposfären över alla orter som inte ingår i undersökningen. Modellen illustreras av figur 2.



Figur 2: *Compartmentmodellens principiella utseende. "Troposfär 1" och "Troposfär 2" kan t.ex. representera troposfären över norra resp. södra hemisfären.*

Om vi döper de två behållarna i troposfären till x_1 och x_2 , stratosfären till x_3 och slaskbehållaren till x_4 och t.ex. antar att vi har tio mätserier från x_1 och tio från x_2 , får man med matriserna

$$\Phi = \begin{pmatrix} -k_1 - r_{12} & r_{21} & d_1 & 0 \\ r_{12} & -k_2 - r_{21} & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & -d_1 - d_2 - s & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = (k_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \text{ och } C_2 = (0 \quad k_2 \quad 0 \quad 0)$$

modellen

$$\begin{cases} qx = \Phi x + \Gamma u \\ y_i = C_1 x & i = 1 \dots 10 \\ y_i = C x & i = 11 \dots 20 \end{cases}$$

Överföringsfunktionerna mellan in- och utsignal blir alltså av två typer: utsignaler som tillhör områdena x_1 och x_2 får överföringsfunktioner H_1 respektive H_2 , som skiljer sig åt bara på en faktor k_1/k_2 . Dessa överföringsfunktioner blir

$$H_i = C_i \frac{1}{\det R} \text{adj } R \Gamma = B_i(q)/A(q),$$

där

$$R = (qI - \Phi).$$

Både B och A innehåller en faktor q som kan förkortas. Efter förkortningen kan man skriva $A(q) = q^3 + a_1q^2 + a_2q + a_3$ samt $B_i(q) = b_{1i}q + b_{2i}$. Totalt har vi alltså sju parametrar som skall identifieras:

$$\theta = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ b_{11} \ b_{21} \ b_{12} \ b_{22})^T.$$

Identifiering av dessa parametrar kan fås som minstakvadratlösningen till systemet

$$\Psi\theta = Y,$$

där

$$Y = (y_1(4) \dots y_1(N) \ y_2(4) \dots y_2(N) \ \dots \ y_2(4) \dots y_{20}(N))^T$$

och

$$\Psi = \begin{pmatrix} y_{1,3} & y_{1,2} & y_{1,1} & u_2 & u_1 & 0 & 0 \\ & & & \dots & & & \\ y_{5,N} & y_{5,N-1} & y_{5,N-2} & u_{N-1} & u_{N-2} & 0 & 0 \\ & & & \dots & & & \\ y_{6,N} & y_{6,N-1} & y_{6,N-2} & 0 & 0 & u_{N-1} & u_{N-2} \end{pmatrix}$$

Minstakvadratlösningen blir $\theta_{MK} = \Psi^+ Y$, där Ψ^+ betecknar pseudoinversen av Ψ . Ur de sju parametrarna i θ_{MK} kan man sedan eventuellt lösa ut de ursprungliga sju parametrarna.

2.2.2. *Nackdelar med compartmentmodellen*

Compartmentmodellen visade sig vara mindre bra på att beskriva spridningen. Detta beror främst på tre saker:

- spridningen i troposfären, dvs. mellan x_1 och x_2 , är starkt beroende av väderfaktorer och alltså inte tidsinvariant.
- modellen tar inte hänsyn till eventuellt långtidberoende. Vi upptäckte ett periodiskt utbyte mellan stratosfär och troposfär som inte kan förklaras med den uppställda modellen.
- vår samplingstid, en månad, ger för dålig upplösning för att kunna modellera spridning i troposfären med tillräcklig noggrannhet.
- bland våra data fanns inte tillräckligt långa och samtidiga mätserier från norra och södra hemisfären.

Förutom ovanstående nackdelar finns det även andra svårigheter, t.ex. valet av insignal. Sammantaget innebär detta att vi fick överge denna modell till förmån för en enklare, som beskrivs i nästa avsnitt.

2.3. *Bestämning av tidskonstant*

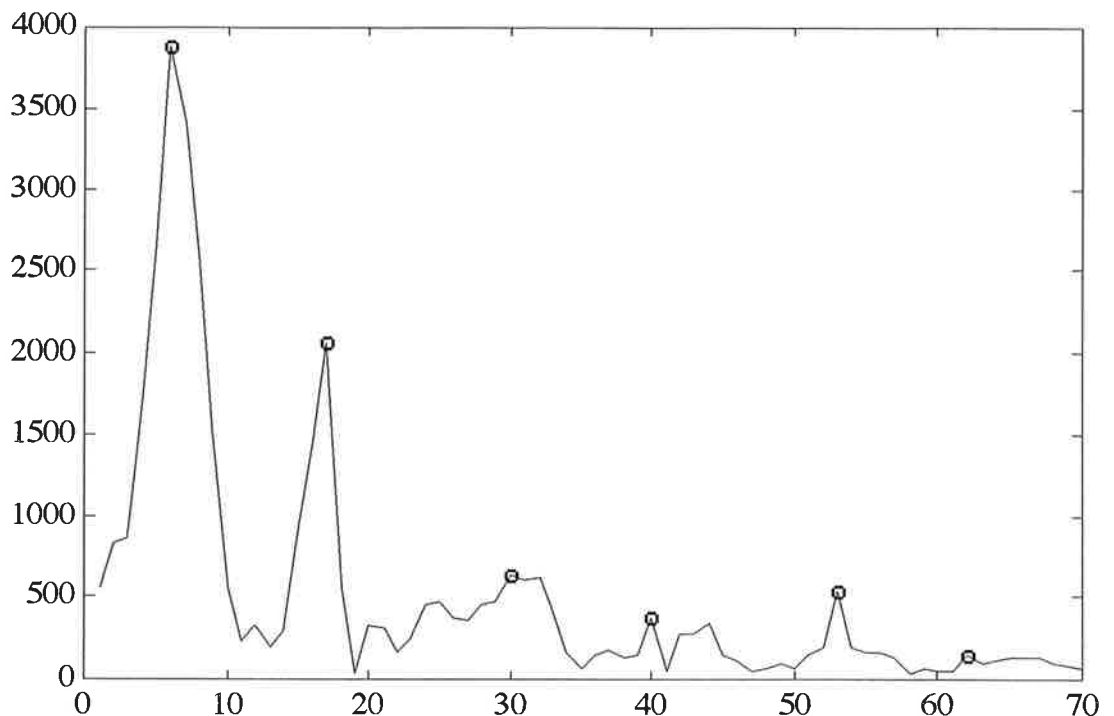
2.3.1. *Modellantagande*

Genom kontakter med meteorologiska institutionen i Stockholm och IAEA i Wien fick vi bekräftat att det förekommer ett utbyte mellan stratosfär och troposfär varje vår.⁴ Detta periodiska utbyte sker i maj - juni varje år och stämmer väl överens med våra data, se fig 4.

Vi har valt att ta det högsta värde, varje år, som ett mått på koncentrationen av tritium i troposfären. Anledningen till att man får dessa toppar är att tritium regnar ner på marken relativt snabbt och därefter inte syns i våra mätningar, som registrerar koncentrationen i regnvattnet. Vi har antagit att vi har en exponentiell process. Detta antagande grundar vi på att mängden luft som byts mellan stratosfär och troposfär är relativt konstant. Vi använder basen e eftersom detta är en kontinuerlig process.⁵

⁴ se faxmeddelande i appendix.

⁵ Jönsson, s. 216.



Figur 3: Typisk tidsserire (sp1) med använda årsmaxima markerade med cirklar.

2.3.2. Modellen

Vi har mot ovanstående bakgrund valt att modellera tritiumkoncentrationen i nederbörden $y(t)$ som en med tiden exponentiellt avtagande process.

$$y(t) = a e^{-bt}$$

och ur den bestämma halveringstiden T_2 . T_2 kan bestämmas ur ovanstående uttryck som

$$T_2 = \frac{1}{b} \ln 2$$

där b skattas med minsta kvadratmetoden enligt nedan.

2.3.3. Identifiering

Vi använder oss av minsta kvadratmetoden. Den klarar bara av att skatta linjära uttryck, vi linjäriserar därför vårt uttryck enligt,

$$y(t) = \ln a - bt$$

Vi får följande utseende på θ -matrisen,

$$\theta = (\ln a \quad -b)$$

och följande utseende på ϕ -matrisen,

$$\phi(t) = (1 \ t)^T,$$

Med insatta värden i $\phi(t)$ får man

$$\Phi^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 6 & 17 & 30 & 40 & 6 & 17 & 28 & 41 & 6 & \dots \end{pmatrix}.$$

Av de insatta värdena framgår de att periodisiteten är nästan 12 månader. Man får en topp i maj - juni. Y matrisen får ett utseende enligt nedan,

$$Y^T = (\ln y_1(6) \ \ln y_1(17) \ \ln y_1(30) \ \ln y_1(40) \ \ln y_2(6) \ \dots)$$

Efter att ha multiplicerat matriserna enligt nedanstående uttryck erhålls följande värden på parametrarna $\ln a$ och b :

$$\theta_{MK} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y = (8,4568 \ -0,0490)^T.$$

Vi får tidskonstanten,

$$\tau = - \frac{1}{-0,0490} = 20,39 \text{ (månader)}$$

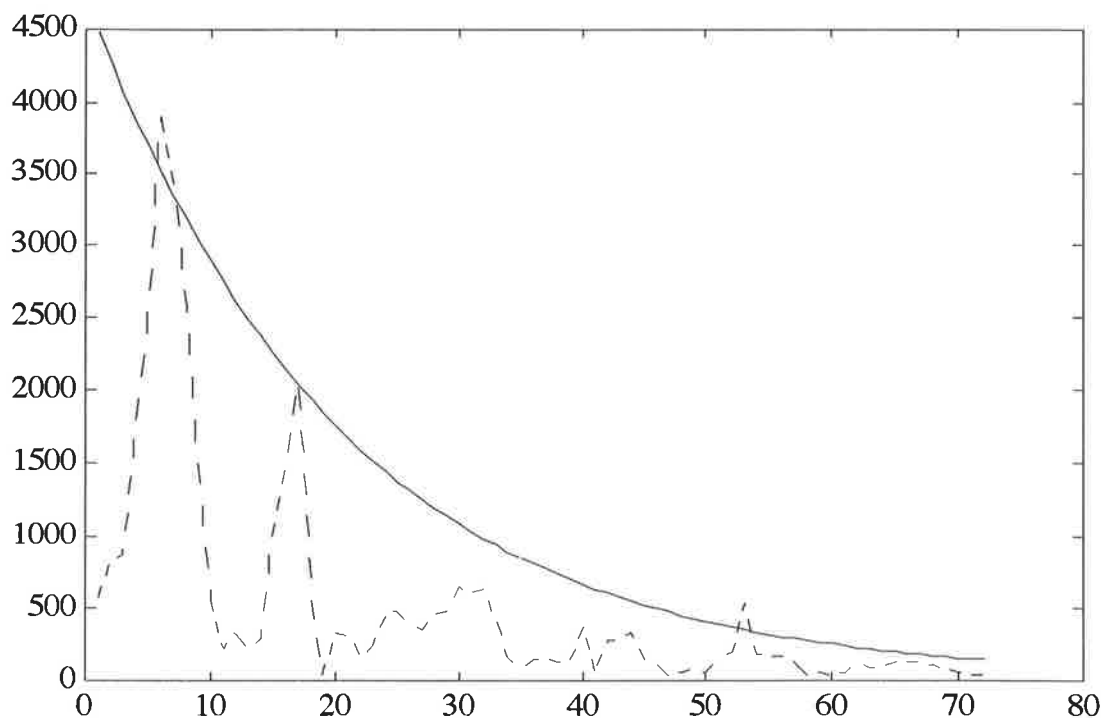
och halveringstiden,

$$T_2 = \tau \ln 2 = 14,1 \text{ (månader)}$$

När vi sätter in våra skattade värden i vårt antagna uttryck

$$y(t) = a \exp(-bt)$$

och ritar upp det i samma diagram som några av våra tidsserier ser vi att den ansluter väl till topparna, se fig 4.



Figur 4: Sp_1 samt den skattade kurvan

Problem med modellen

Modellen bygger på två antaganden som egentligen inte är riktiga:

- att det inte har skett något tillskott av tritium till stratosfären under den undersökta perioden. Att vi trots allt gjorde detta antagande beror på att antalet provsprängningar i *atmosfären* avtog dramatiskt i och med provstoppsavtalet⁶. Man gick över till att spränga under jord.
- att halveringstiden för ursköljningen är liten i förhållande till halveringstiden för tritium. Vi har funnit att det skiljer en tiopotens mellan dessa två halveringstider. Efter 14 månader har mängden tritium i stratosfären sjunkit till

$$\exp\left(-\frac{14,3 \ln 2}{149}\right) = 93,7\%$$

detta ger att vår skattning av halveringstiden genom luftombyte blir något för hög, men resultatet ligger förmodligen inom felmarginalerna.

⁶ se appendix.

Rapport

Processidentifiering
Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola

av

Ola Johansson, E88
Lennart Andersson, E88

LUND, November 1992

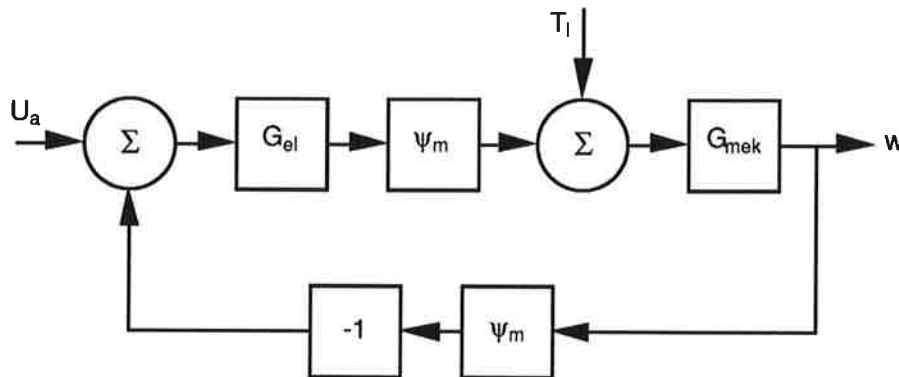
Identifiering för varvtalsreglering

Inledning

Syftet med detta projekt har varit att identifiera och ta fram en bra modell för att varvtalsreglera ett DC-servo. Vi har tagit fram vår modell genom studier av teorier över likströmsmaskiner samt genom stegsvarsanalys, frekvensanalys och PRBS-experiment på en befintlig likströmsmotor. Utifrån vår modell har vi sedan byggt en varvtalsregulator och testat den på likströmsmotorn med ett mycket gott resultat. Problemen med identifieringen har berott på den stora tyngd som suttit fast i motoraxeln och som gett systemet en stor tidskonstant genom ett stort rörelsemängdsmoment.

Teorier kring likströmsmotorer

En studie över teorin kring likströmsmaskiner ger följande teoretiska modell över vårt system [ELMASKINSYSTEM].



Figur 1. Likströmsmaskin

Rotorkretsen har följande ekvation:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = u_a - k \cdot w - R_a \cdot i_a$$

Ekvationen för mekaniken har följande utseende:

$$J \frac{dw}{dt} = T_d - T_L = k \cdot i_a - T_0 - d \cdot w$$

Överföringsfunktionerna blir:

$$G_{el} = \frac{1}{L_a s + R_a} \quad G_{mekl} = \frac{1}{J s + d}$$

Det återkopplade systemets överföringsfunktion blir:

$$\frac{G_{el} \cdot G_{mek} \cdot k}{1 + G_{el} \cdot G_{mek} \cdot k^2} = \dots = \frac{k}{R \cdot d + k^2} \cdot \frac{R \cdot d + k^2}{J \cdot L} \cdot \frac{1}{s^2 + \left(\frac{d+R}{J}\right) \cdot s + \frac{R \cdot d + k^2}{J \cdot L}} = K \cdot \frac{w_0^2}{s^2 + 2\zeta w_0 s + w_0^2}$$

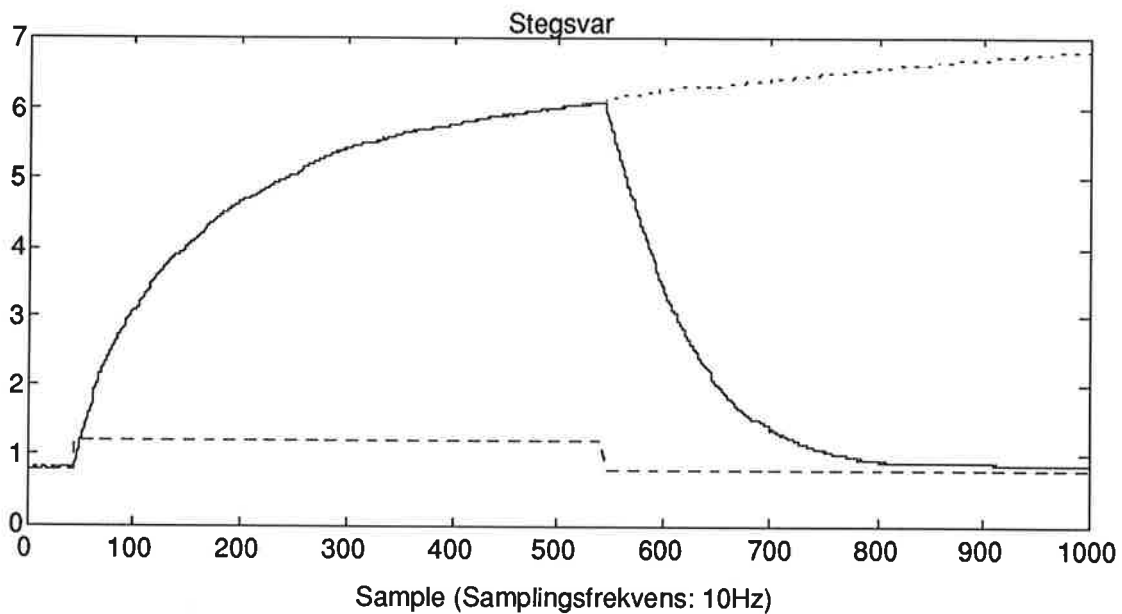
Sampling av ovanstående system ger följande överföringsfunktion:

$$H(z) = K \cdot \frac{b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}}$$

Genom att anta rimliga värden på motorparametrar samt mätningar av tyngdens dimensioner beräknade vi att systemets tidskonstant borde ligga i intervallet 5-25 sekunder vilket stämmer med det uppmätta värdet på 9 sekunder.

Stegsvarsanalys

Efter våra teoristudier genomförde vi en stegsvarsanalys för att snabbt få ett grepp om processen. Det karakteristiska med stegsvaret, som syns nedan, är den långa tidskonstanten, ca 9 sekunder. Man ser även att tidsfördröjningen är mycket liten.

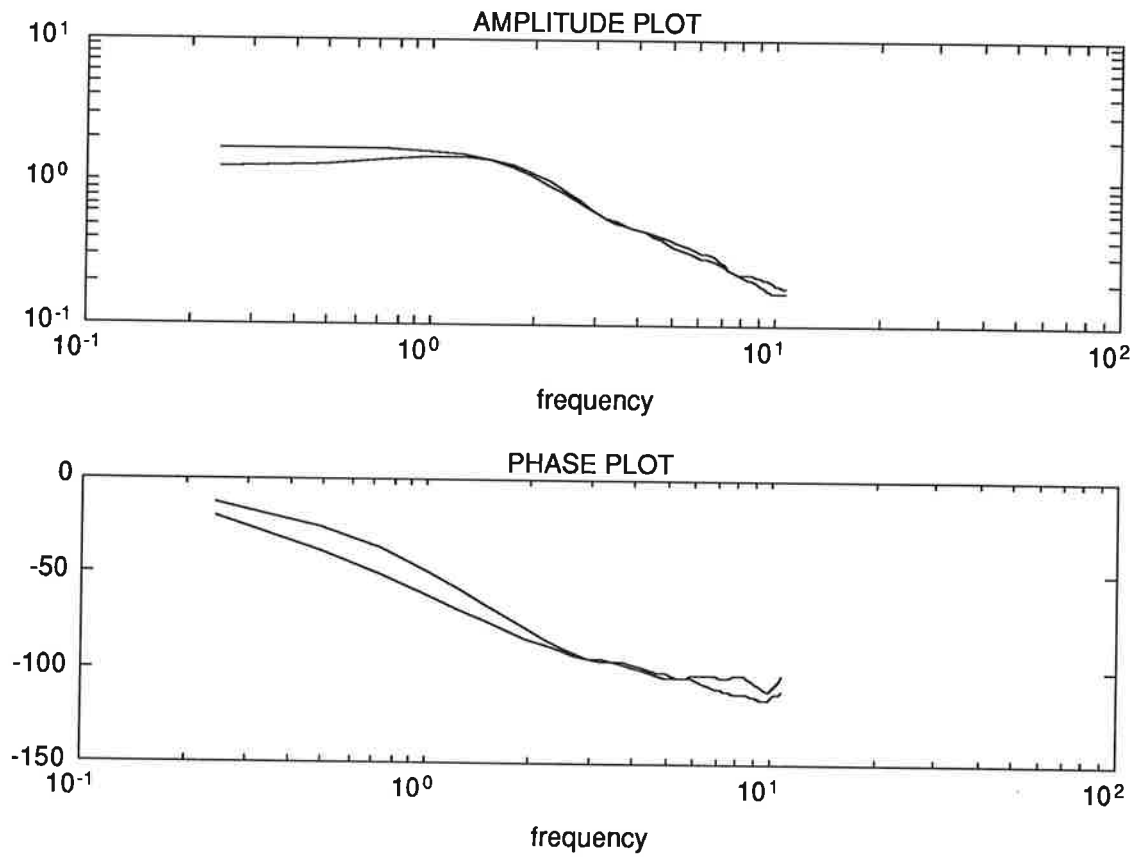


Figur 2. Stegsvär

För att undersöka hur snabbt systemet kunde göras lät vi en P-regulator styra systemet med en förstärkning precis under förstärkningen för självsvängning. Vi fick fram en förstärkningsfaktor $k=4$. Med en samplingsfrekvens på 10 Hz fick vi då en stigtid hos det återkopplade systemet på ca 5 sample eller 0.5 sekunder.

Linjäritet

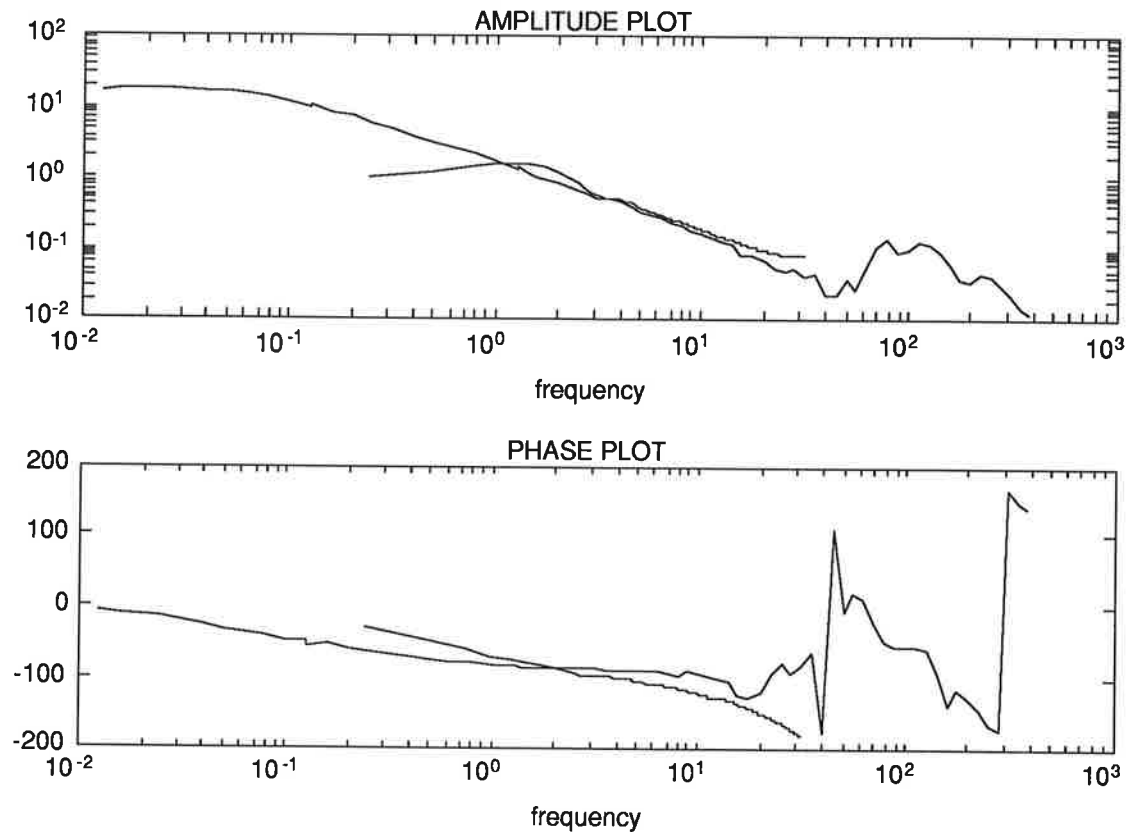
För att kontrollera systemets linjära egenskaper utförde vi två PRBS-experiment med vitt skilda medelvärden för PRBS-signalen. Resulterande skattade bodediagram visas nedan. Eftersom kurvorna överlappar varandra väl drar vi slutsatsen att systemet kan betraktas som linjärt vilket även styrks av koherens-spektrum, se figur 5.



Figur 3. Bodekurvor för test av linjäritet

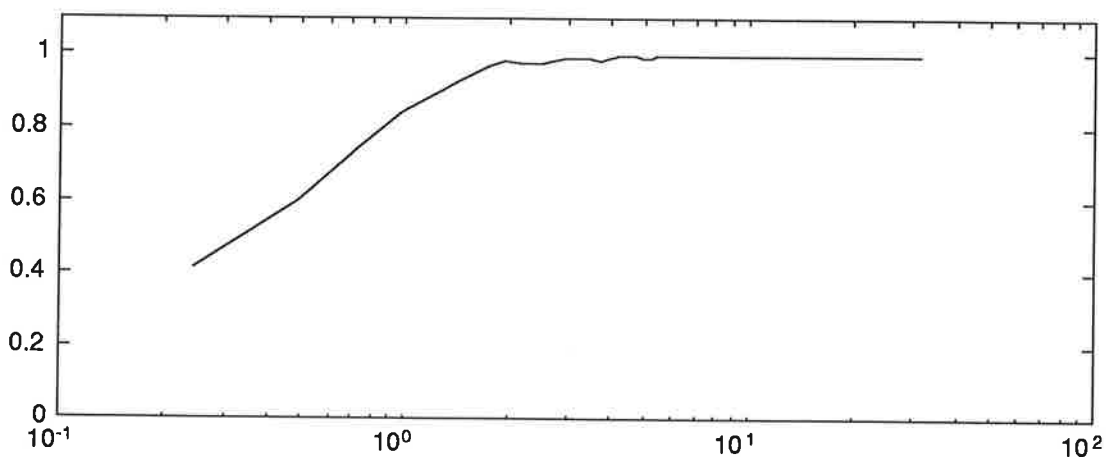
Frekvensanalys och PRBS-experiment

Vi utförde också en frekvensanalys över systemet. Våra resultat syns i bodediagrammet nedan. Den kortare kurvan är spektralskattningen från vårt PRBS-experiment (förklaras mer lite senare).



Figur 4. Bodekurvor för frekvensanalys- och PRBS-experiment

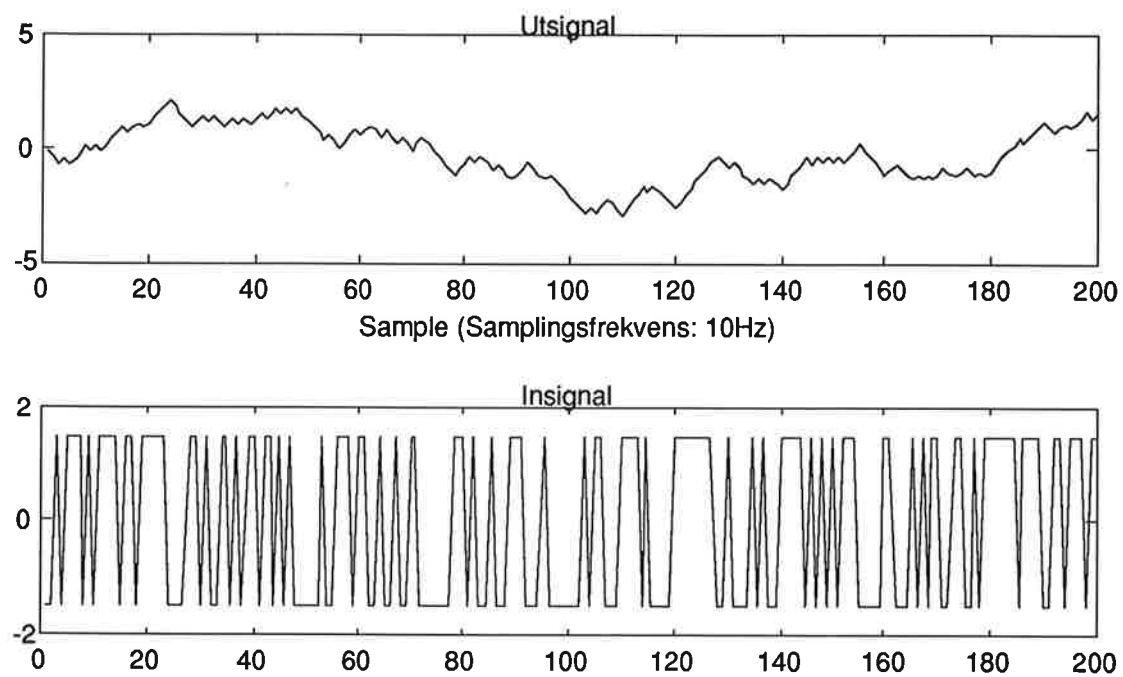
Man ser i diagrammet att spektralskattningen och resultatet från frekvensanalysen avviker vid frekvenser under 10^0 rad/s. Förklaringen ges av PRBS-experimentets koherensfunktion:



Figur 5. Koherensspektrum för PRBS-signal

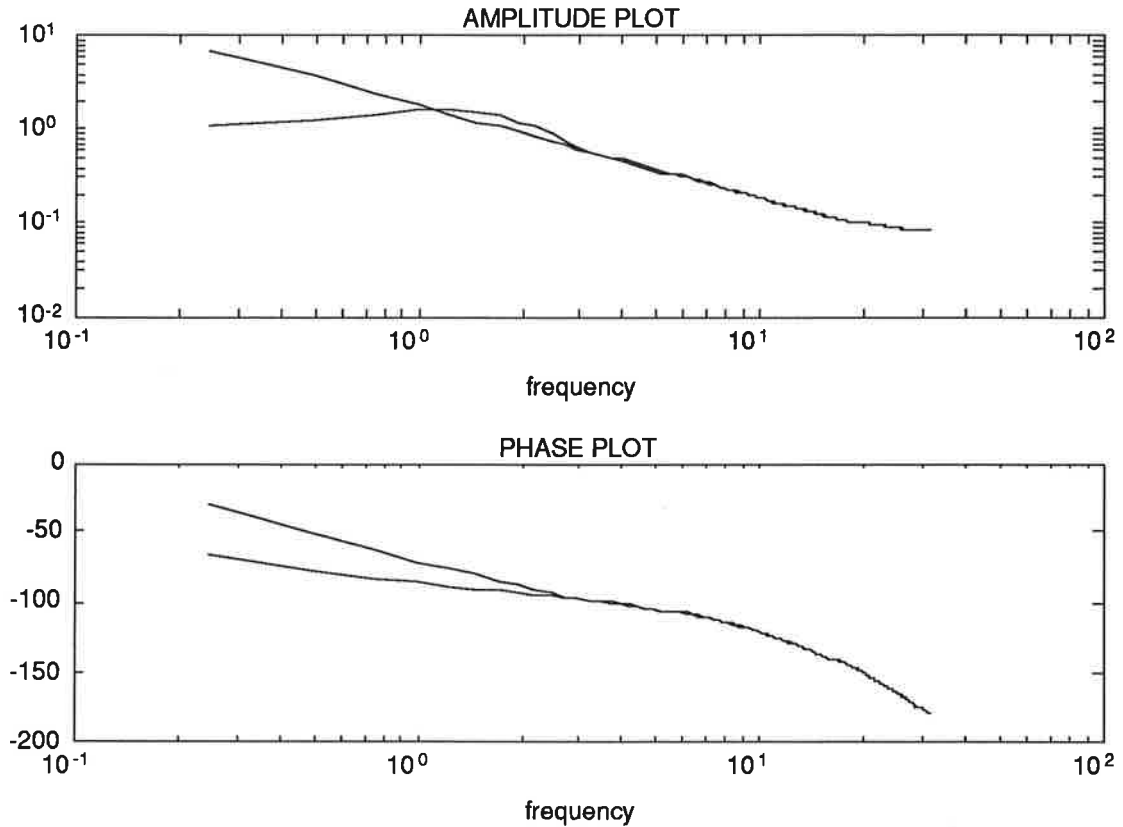
Man ser att koherensen först vid $2 \cdot 10^0$ rad/s kommer nära 1, sedan ligger värdet högt upp till $3 \cdot 10^1$ rad/s, halva samplingsfrekvensen, dvs det är mellan dessa frekvenser som vi kan lita på spektralskattningen av bodekurvan. Vid dessa frekvenser har vi också en god överensstämmelse med frekvensanalys resultatet. Frekvensanalysen visar vidare att vi tack vare en liten fasförskjutning skall kunna pressa tidskonstanten rejält genom återkoppling.

Begränsningarna sätts av styrsignalens begränsningar och modellens noggrannhet. För att ta fram en bättre modell började vi undersöka systemet med PRBS-signaler. Vi försökte excitera systemet runt frekvenserna för uppnådd stigtid med hjälp av kraftig styramplitud och hög frekvens hos PRBS-signalen. Detta för att uppnå en bra modell kring de "farliga" frekvenserna. Nedan visas utsignal och PRBS-signal vid ett av experimenten.



Figur 6. Utsignal och insignal vid ett PRBS-experiment

Vi har tagit fram ARX-, ARMAX respektive Box-Jenkins modeller för systemet
Nedan presenterar vi Box-Jenkins modellens bodediagram tillsammans med
spektralskattningens bodediagram.



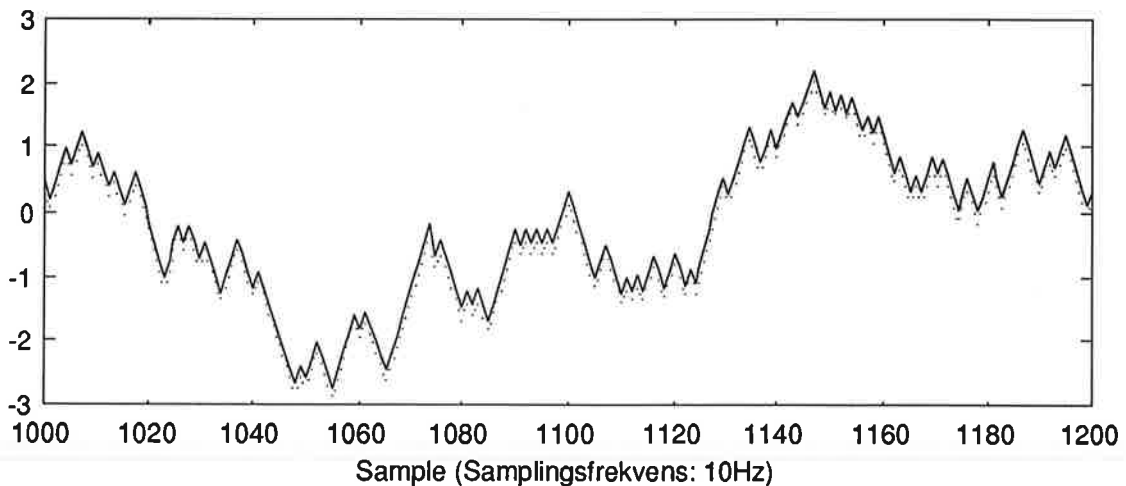
Figur 7. Bodekurvor för modell respektive spektralskattning

Vi ser att kurvorna överlappar varandra bra vid de högre frekvenserna, dvs de frekvenser som är intressanta för regulatorn. Överföringsfunktionen blir

$$H(z) = \frac{0.1711*z^{-1} - 0.0151*z^{-2}}{1 - 1.1397*z^{-1} + 0.1588*z^{-2} - 0.0092*z^{-3}}$$

Systemets poler blir: 0.9985, 0.0756±0.0603*i, Nollstället: 0.0880

Nedan visas en simulering av modellen tillsammans med valideringsdata.



Figur 8. Simulering av modellen tillsammans med valideringsdata

En undersökning av residualerna ger att prediktionsfelets standardavvikelse är 0.08.
Transformation av systemet till kontinuerlig tid ger följande överföringsfunktion:

$$H(s) = \frac{1.5*s^2 + 79.1*s + 1081}{s^3 + 46.8*s^2 + 596*s + 68.4}$$

Systemets poler blir: -0.1157 , $-23.36 \pm 6.735*i$, Nollställen: $-27.0 \pm 3.0*i$

Polen vid -0.1157 ger systemets karakteristiska tidskonstant $\tau = 8.6$ sekunder.

När vi arbetade med Box-Jenkins modellerna visade FPE på en tredje ordningens modell. Vid jämförelser mot den teoretiska modellen har vi upptäckt vissa skillnader. Den största skillnaden utgörs av den fjäderverkan som finns mellan motorn och tyngden, denna skillnad ger två extra poler som är väsentligt långsammare än den elektriska polen som därigenom är försumbar, $G_{el} = 1/R_a$. Detta leder alltså till ett system av tredje ordningen. Det bör också tilläggas att vi vid våra experiment försummat varvtalsmätarens dynamik. En undersökning av gramianen för den balanserade modellen, se nedan:

$$\begin{array}{ccc} 8.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{array}$$

visar att systemet kan reduceras till ett första ordningens system:

$$H_{red}(z) = \frac{-0.0102 + 0.1920*z^{-1}}{1 - 0.9885*z^{-1}} \quad H_{red}(s) = \frac{-0.0102*s + 1.8283}{s + 0.1157}$$

Som vi ser är fjädningen så pass snabb jämfört med mekaniken att de polerna kan försummas.

Regulatorer

Vi byggde vår regulator på det reducerade systemet med hjälp av RST-polplacering. Vi har utfört alla våra experiment och byggt vår modell på samplingsperioden 0.1 sekund. Modellen har vi sedan överfört till kontinuerlig tid för att därefter återföra den till tidsdiskret form med den önskade samplingstiden. Vi är medvetna om att det vore bättre att utföra experimentet direkt med den önskade samplingsfrekvensen eftersom den kontinuerliga modellen inte beskriver alla frekvenser så bra.

Med hjälp av reglering av systemet kan vi pressa tidskonstanten till 0.1 sekunder, dvs cirka 90 gånger snabbare än det öppna systemet. Begränsningar i styrsignalen gör att vi inte kan köra systemet snabbare. Denna snabbhet kräver en samplingsperiod kring 0.04 sekunder. Alltså bestämde vi oss för samplingsperioden 0.04 sekunder. Nollställen hos systemet kan inte förkortas via regulatorn ty då de är instabila. Vi valde observerarpolen dubbelt så snabb som det återkopplade systemet, dvs 0.05 sekunder. Detta ger följande regulator:

$$R = [1 \ -1]; \quad S = [14.3 \ -11.0]; \quad T = [3.86 \ -0.54].$$

Regulatorn hanterar laststörningar mycket bra under förutsättning att det finns styrsignal att ta av, detsamma gäller stegsvar.

Kommentarer

Vi inser naturligtvis att vi borde göra om experimenten med samplingsintervallet 0.04 sekunder för att uppnå optimal reglering, men då modellen är väldigt okänslig har vi sett någon nytta med att göra detta.

Referenser

R. Johansson, Processidentifiering, KF-Sigma, Lund 1992
K-J Åström, B. Wittenmark, Computer Controlled Systems, Prentice-Hall, 1990
Elmaskinsystem, Kompendium, IEA, Lunds Tekniska Högskola, 1990

Identification of ASEA robot
serial number 72 74 183, link one
A project in System Identification

Arnar Gestsson and Harald Moritz-Olsen
Department of Automatic Control
Lund Institute of Technology
Supervisor: Rolf Johansson
27. november 1992

Contents

1 Abstract	2
2 Modeling	2
3 Equipment, Experimental planning and The Experiments	3
3.1 Equipment	3
3.2 Experimental planning	4
3.3 The experiments	4
4 Identification	5
5 Validation	6
5.1 ARMAX model	6
5.2 Instrument variable model	7
6 Conclusions	8
A Analysis of the input-signals	9
B Coherence between input and output	10
C Additional plots	11
D Parameters of the estimated models	12
E Model reduction	13

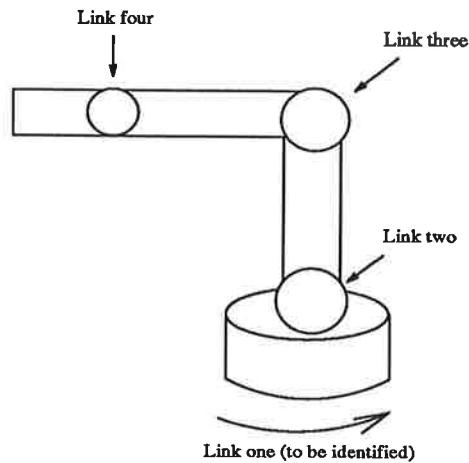


Figure 1: Simple physical model of the robot

1 Abstract

This report reveals identification of a robot link. The theoretical model for a robot link is given and also a numerical model for a specific robot link. The report also gives a description of the input signal which the identification is based on.

2 Modeling

The aim of the project was to identify parameters to a suitable model of one link of robot arm (See fig 1). This joint has as an actuator DC-motor and the arm is connected to the motor through a gearbox.

According to [2] we can use as a description on gears the following

$$\tau(t) = K(\theta_1(t) - \theta_2(t))$$

which is in fact, physical model of *rotational spring* where K is the spring constant. *The moment of inertia*, is defined by the relationship

$$\tau(t) = J\ddot{\theta}(t)$$

where J is the moment of inertia, θ the angle of rotation and τ applied torque. We used this relationship to model all inertia connected to the motor. For friction in ball bearings following model was used

$$\tau(t) = D(\dot{\theta}_1(t) - \dot{\theta}_2(t))$$

where D is the damping coefficient and $\tau(t)$ applied torque. θ_1 and θ_2 are angles. This gave us the following model of the robot arm link

$$J_1 \ddot{\theta}_1(t) = K(\theta_2(t) - \theta_1(t)) + u(t)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2(t) = -K(\theta_2(t) - \theta_1(t)) - D\dot{\theta}_2(t)$$

where θ_1 is the angle of the motor, θ_2 is the angle of the arm, D represents damping caused by friction in bearings, J_1 and J_2 are the moments of inertia of the motor and arm, respectively. We omit friction in the motor, because we assume it neglected compared to friction in ball bearings of the arm. In our experiment we measured the angle-position of the motor, $y = \theta_1$. Then the transfer function will be

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{J_2 s^2 + Ds + K}{s(J_1 J_2 s^3 + D J_1 s^2 + (J_1 + J_2) K s + D K)}$$

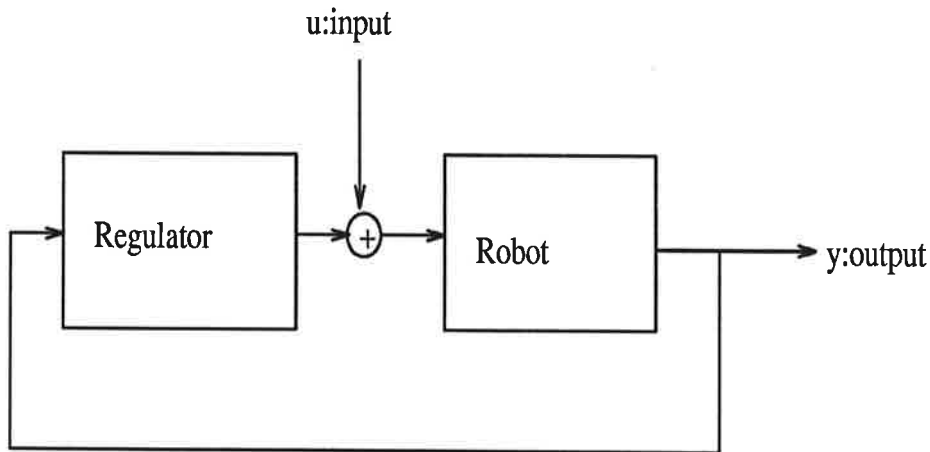


Figure 2: The block model of the robot with input and output. During the experiment the regulator was set to zero.

3 Equipment, Experimental planning and The Experiments

3.1 Equipment

The equipment that was available to the experiment consisted of the ASEA robot which was to be identified. This robot was connected to the computer through a "Black box" configuration from Motorola called VME-console. At

the computer we used Matlab to generate proper input sequences. These data series we sent to the robot (see fig 2, input) directly from Matlab and we received the measurements (see fig 2, output) in Matlab as well. We were not supposed to do any adjustments on the equipment other than adjusting parameters of PI-controller which was done in Matlab.

3.2 Experimental planning

We planned to have two different types of input signal, swept-frequency sinusoid and PRBS (Pseudo Random Binary Sequence). We wrote two functions in Matlab for this purpose (For analysis of the input-signals see Appendix A). According to the operator, the time constants of the robot were rather short. We planned to send a 8 to 10 seconds long sequence into the robot. We thought that this would be a long enough sequence for detecting all time constants.

3.3 The experiments

We made series of experiments on the robot with basically two input-signals, swept sinusoid and PRBS. For each type of input signal we had two different lengths of experiments, one with 400 samples and one with 3000 samples. The latter length for eventually discover a longer time constant in the robot than expected.

We tested the robot with three different angles on the robot arm. The "zero"-position ie. the position to the robot arm as in fig 1, a "plus 30 degrees" ie. the arm leaned forwards 30 degrees and a "minus 30 degrees" ie. the arm leaned backwards 30 degrees.

The following experiments were made :

1. Simple input, output test. This for getting familiar with the system and testing the programs to be used.
2. Using PRBS input with 400 samples and the arm in all three positions and the same with swept sinusoid input.
3. Using PRBS input with 3000 samples and the arm in all three positions and the same with swept sinusoid input.

The sampling time was 20 ms during the whole experiment. The coherence between PRBS input and output was good (close to one) in the frequency band between 1Hz to 25 Hz (see appendix B for figure). This told us that it would be good linearity between input and output. The coherence between swept sinusoid and output was not good and all our further analyses of the system are built on PRBS input.

4 Identification

The experiments showed up that the output-signal drifted away (see figure4). Probably caused by an open integrator in the system . This led us to try to detrend¹ the data. But the models we got with detrended data were not better than the models we got without detrending, in fact the models were worse. This because detrending of data caused by white noise into an open integrator are not easily revealed. So, our models are based on original data. Another better alternative would be to measure angular velocity, at least in sense of identification.

We tested several different model structures like ARX, ARMAX, Box-Jenkins, Instrument variable method(IV) etc (for theoretical background of this models see [1]). We chose to use ARMAX and IV because they gave resonable results. We tried in Matlab different model orders (from 2nd to 8th order model) for both the methods. Below we present two models, one 6th order ARMAX and one 5th order IV compared with the transfer function from the original data.

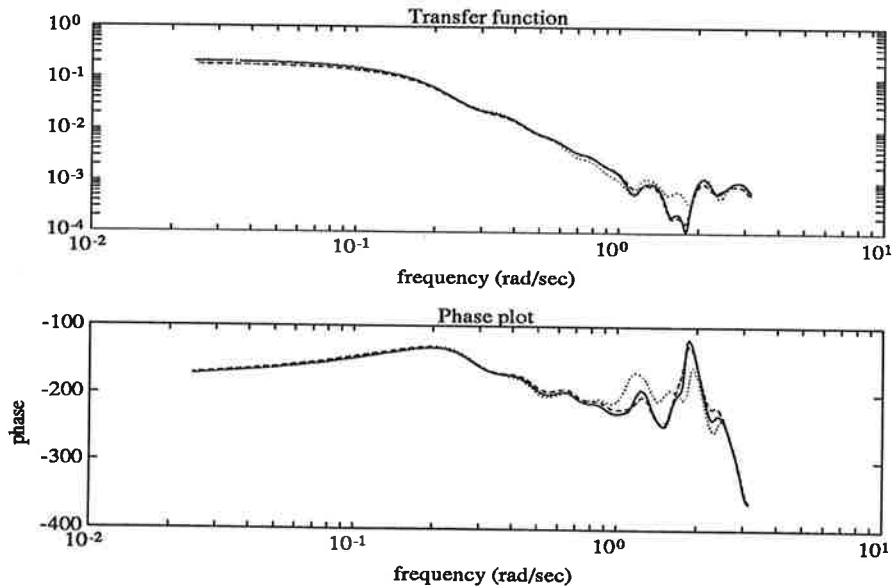


Figure 3: Bode diagram for original data(solid) and simulated data from ARMAX(dashed) and IV(dotted)

¹To take away linear trends and subtract the mean value from the data before estimation

5 Validation

We used different methods for validation of the models. The ARMAX model was selected on FPE (the Akaike finale prediction error), residual tests and deterministic simulation. The IV model was selected on AIC (Akaike information criterion), MDL (minimum description length) and deterministic simulation.

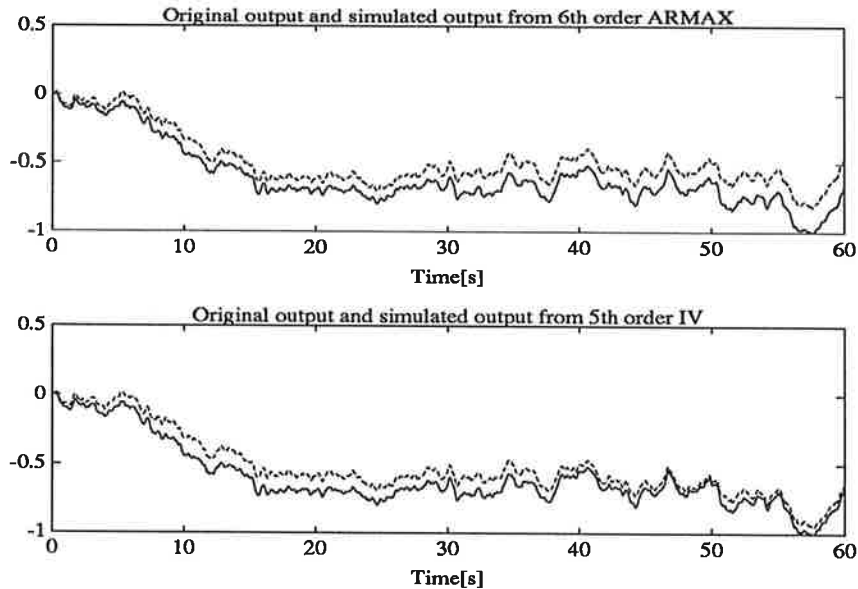


Figure 4: Original output(solid) and simulated data from 6th order ARMAX model(upper) and 5th order IV model(lower)

5.1 ARMAX model

The residual test (see figure 5) indicates that the 6th order model is our minimum chose. As seen in figure the crosscorrelation is rather bad for model order lower than 6, but on the other hand by looking at the autocorrelation of the residuals (see figure 9) one might accept 5th order model. The deterministic simulation of this 6th order model that we chose shows good overall result in spite of constant difference between original data and the simulation. The high frequency properties are very good. This all reveals that the 6th order model should be good chose.

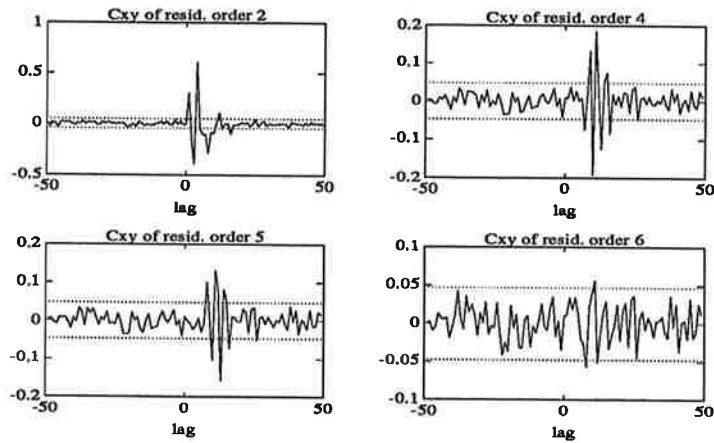


Figure 5: Cross correlation of the residuals and the input for various ARMAX model orders

5.2 Instrument variable model

We tested all IV model orders from two upto eight and chose the best model according to AIC and MDL, which was a 5th order model. We simulate this model and took a residual test on it (see fig 6). The test result was not so good, but in contrast to this the deterministic simulation (see fig 4) showed to be good. In fact it showed to be even better than the 6th order ARMAX model.

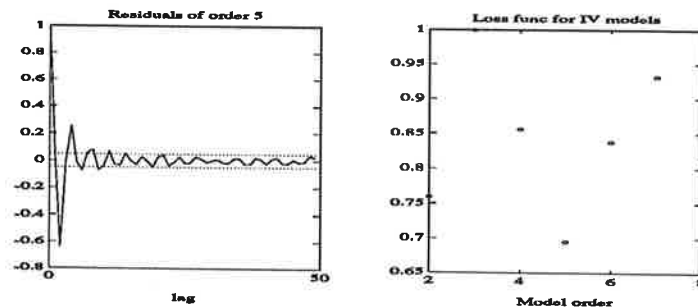


Figure 6: Residual test and loss function for the IV models

6 Conclusions

In this project we have tried to estimate the parameters in the transfer function of link one of the robot arm. In the modeling we concluded that the model would be at least of 4th order. The identification has indicated that this order has to be excided. This have led us to two models one ARMAX of order 6 and one IV of order 5 (see Appendix D for numerical values). Each of them has its pros. and cons. and in fact they do very well on speparate validation tests. The ARMAX on residual test and IV on deterministic simulation. We have also a subresult which gives arise to prefer 2nd order model reduction of the system (see Appendix E), but we didn't have time to consider this alternativ. Neither we had time to treat the measurements we did with the robot arm in another positions.

Lund, 27. november 1992
Arnar Gestsson and Harald Moritz-Olsen

References

- [1] Rolf Johansson. *System Modeling and Identification*. KF-Sigma, Lund, 1992.
- [2] C.L. Phillips and R.D. Harbor. *Feedback Control System*. Prentice-Hall, New Jersey 1988.

A Analysis of the input-signals

We had two different types of input-signals, swept sinusoid and PRBS (Pseudo Random Binary Sequence) which both was made in Matlab (See fig 7).

PRBS was made with a random square-wave with period 20ms and mean value zero. The number of samples was 400 and 3000.

Swept sinusoid was made according to [1]. It consist of the real part of the signal produced by $(u_k)_{k=0}^{N-1} = (e^{i\omega_0 k^2/2})_{k=0}^{N-1}$ with $\omega_0 = 1$ i.e the lowest frequency in the sweep was 1 Hz. We increased k in the formula every 20ms up to the number of samples 400 or 3000.

The PRBS input-signal had good white noise spectrum properties in the frequency band from 1Hz to half the sampling frequency 25Hz (see fig 7) while the swept-frequency sinusoid had not that good properties. We chose to make our model based on data from PRBS input and the output from this signal.

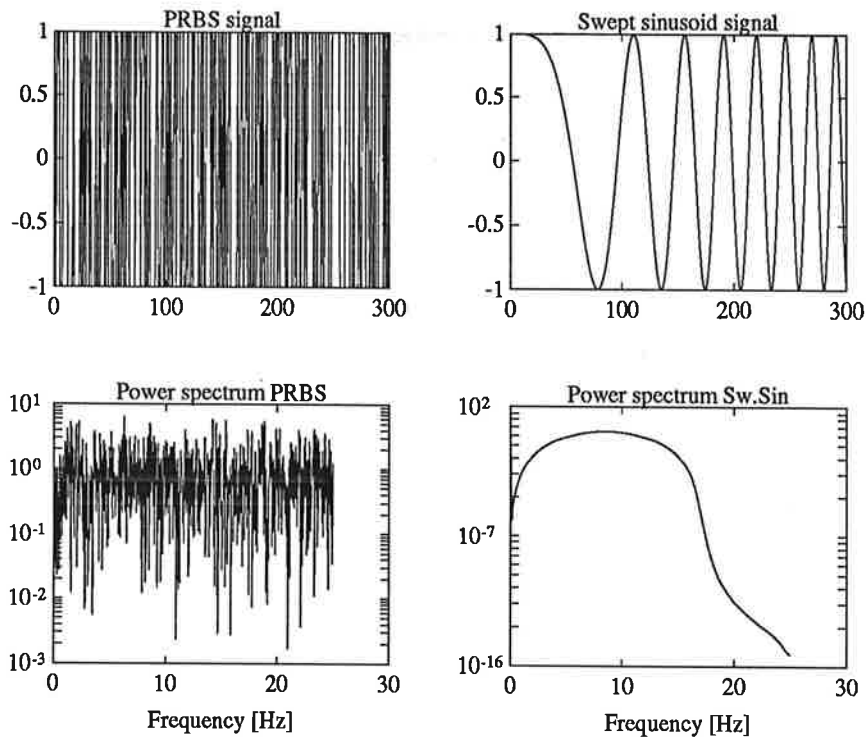


Figure 7: The input-signals with power spectrum made on FFT (N in FFT = 2048)

B Coherence between input and output

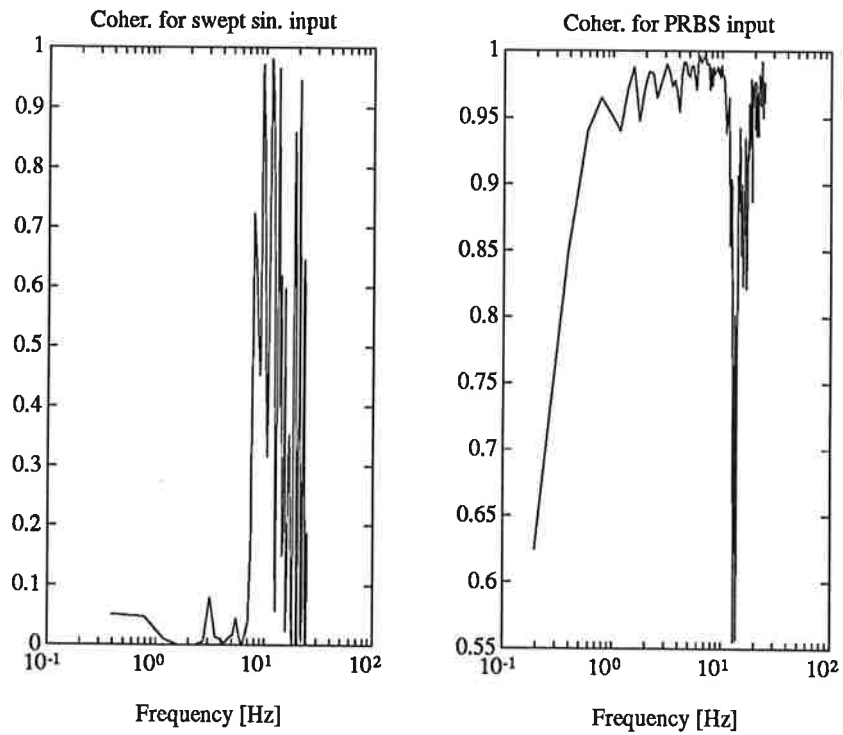


Figure 8: Coherence function between the two types of input and output. The coherence for PRBS is good while it is bad for swept sinusoid.

C Additional plots

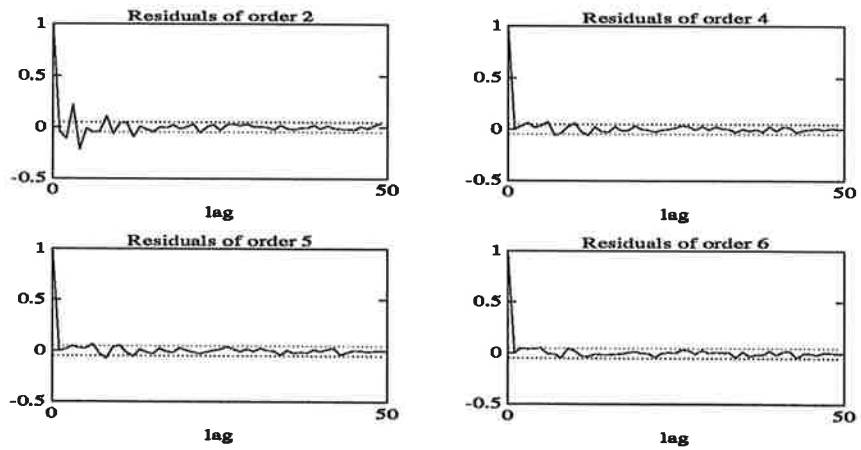


Figure 9: Autocorrelation of the residuals for various ARMAX model orders

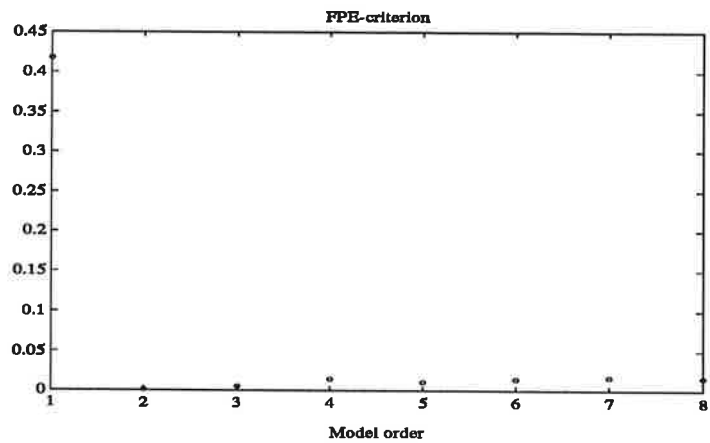


Figure 10: Final prediction error for various ARMAX models

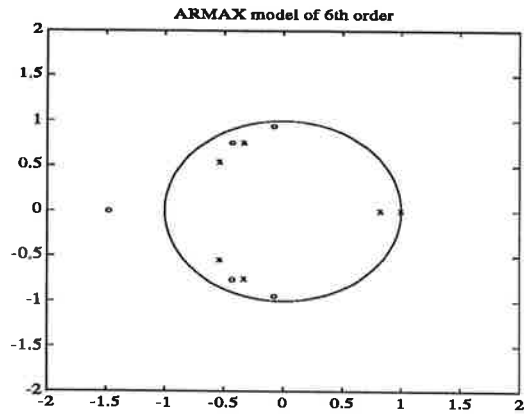


Figure 11: Zero pole plot of 6th order ARMAX model

D Parameters of the estimated models

n	A	Std	B	Std	C	Std
6	1.0		0		1.0	
	-0.1100	0.0218	0.0009	0.0000	1.3444	0.0283
	-0.3639	0.0204	0.0022	0.0000	1.5545	0.0412
	-1.0409	0.0254	0.0030	0.0000	1.1382	0.0428
	-0.0036	0.0092	0.0032	0.0000	0.6383	0.0421
	0.1953	0.0089	0.0018	0.0000	0.3070	0.0317
	0.3227	0.0072	0.0009	0.0000	0.0636	0.0187

Table D.1: The estimated coefficients of 6th order ARMAX model and their standard deviations

n	A	Std	B	Std
5	1.0		0	
	-1.1081	0.0052	0.0010	0.0000
	-0.7488	0.0082	0.0015	0.0000
	0.7087	0.0076		
	0.5000	0.0079		
	-0.3519	0.0051		

Table D.2: The estimated coefficients of 5th order IV model and their standard deviations

E Model reduction

System of a complex structure often have certain dominating dynamic. It can be valuable to seek this dynamic to get as simple model as possible and hopefully also good reconstruction of the original system.

In this experiment we detected that the system had two very slow poles (see figure 11), which probably dominated all other dynamic in the system. In order to verify this we tried an 2nd order ARMAX model on the data. As seen on figure 12 deterministic simulation of 2nd order model this gave much better result than for the 6th order. 2nd order model can also been derivated from FPE (see figure 10).

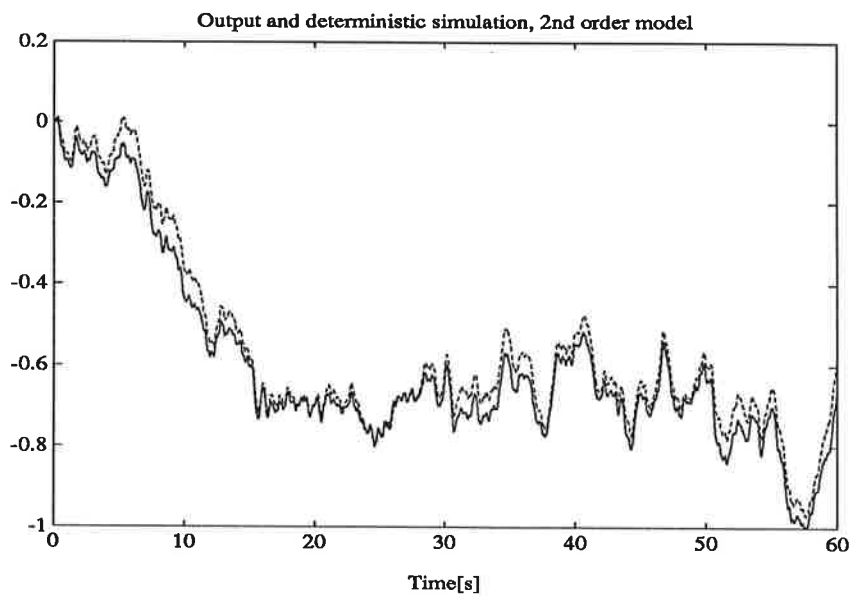


Figure 12: Original data(solid) and deterministic simulation of 2nd order ARMAX model(dashed)

3. Resultat

3.1. *Compartmentmodell*

Tyvärr visade sig våra mätdata inte vara tillräckligt bra för att kunna genomföra modelleringen på det sätt vi hade önskat. Att det går att göra en sådan analys har visats bl.a. av Mason, men det kräver samtidiga data längs en nord-sydaxel som går över ekvatorn samt data med kortare samplingsintervall än en månad. Alltså övergav vi compartmentmodellen till förmån för en enklare modell.

Under arbetets gång har det visat sig att det kanske trots allt hade varit möjligt att modellera nord-sydutbytet genom att välja data på ett begåvat vis, men av tidsskäl fick vi avstå.

3.2. *Ursköljningsmodell*

Denna modell bygger på antagandet att det sker ett årligt utbyte genom det köldlås på c:a 20 km höjd som tropopausen utgör. Direkt efter utbytet avtar halten i nederbörden mycket snabbt (c:a en månad). Alltså kan vi använda den maximala koncentrationen i nederbörden under varje år som mått på koncentrationen i stratosfären. Vi visar att denna koncentration avtar ungefär exponentiellt under åren -63 till -68.

Genom minstakvadratanpassning av data till modellen har vi fått fram en tidskonstant samt ett mått på begynnelsevärdet, vilket eventuellt kan tolkas som ett mått på koncentrationen i stratosfären i januari -63. Halveringstiden visade sig vara 14 månader och begynnelsevärdet 4700 TU. Eftersom halveringstiden för ursköljningen är kort i förhållande till halveringstiden för det radioaktiva sönderfallet så kan detta användas som ett mått på cirkulationen av luftmassor⁷ mellan stratosfär och troposfär.

En jämförelse med aktuell forskning på området ger vid handen att det erhållna värdet på tidskonstanten är mycket rimligt: Mason och Östlund anger tiden som vatten uppehåller sig i stratosfären till omkring två år, men citerar också andra källor som kommer fram till 1,5 år⁸, vilket ju stämmer väl överens med vårt resultat.

⁷ Alltså inklusive vatten.

⁸ Den källa som avses är Elsaesser, 1974.

4. Litteraturlista

ELSAESSER, H W: *Water budget of the stratosphere. Paper presented at the Third Conference on the Climatic Impact Assessment Program*, US Dept. of Trans., Cambridge, Mass., 1974.

FOA: *FOA orienterar om kärnvapen*. Ljungföretagen, Örebro 1990.

JOHANSSON, R: *Processidentifiering*. KF-Sigma, Lund 1992.

JÖNSSON, B och REISTAD, N: *Experimentell fysik*. Studentlitteratur, Lund 1987.

MASON, A S: *Atmospheric HT and HTO. 4. Estimation of Atmospheric Hydrogen Residence Time from Interhemispheric Tritium Gas Transport*. In: *J. of Geophysical Research*, Vol. 82, No 37, 1977, s 5913ff.

MASON, A S och ÖSTLUND, H G: *Vertical Transport of Water in the Stratosphere*. In: *J. of Geophysical Research*, Vol. 81, No 30, 1977, s. 5349ff.

Nationalencyklopedin, Bokförlaget Bra böcker, Höganäs, 1992.

620717	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	SURFACE
620727	210000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	4.3	0.0	UG
620805	90900.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620807	93000.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620810	90000.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620820	90214.1	USSR	NZ	6	74.300	51.500	0.0	0.0	
620822	90000.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620824	150000.2	USA	NTS	6	37.130	-116.009	0.0	0.0	
620824	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	4.0	0.0	UG
620825	54000.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620825	90000.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620827	90000.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620901	124000.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620902	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620906	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
620908	101800.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620914	171000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
620915	80213.9	USSR	NZ	6	74.400	51.500	0.0	0.0	
620916	105900.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620918	82902.7	USSR	NZ	6	73.200	54.700	0.0	0.0	
620919	110056.4	USSR	NZ	6	73.800	53.800	0.0	0.0	
620920	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
620921	80100.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620925	130300.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
620927	80316.4	USSR	NZ	6	74.300	52.400	0.0	0.0	
620929	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621002	161700.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621005	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621006	160200.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621007	163200.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621012	150000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621012	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621014	0.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621018	160100.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621018	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621019	180000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621020	83000.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621022	34100.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621022	90600.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621026	100000.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621027	73500.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621027	150000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621027	154600.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621028	0.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621028	44100.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621029	73500.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621030	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621030	160200.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621101	63000.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621101	92000.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621101	121000.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621103	83100.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621103	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621104	0.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621104	73000.0	USA	JOHNSTON	1	16.450	-169.320	0.0	0.0	ATMOSPH
621109	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621115	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621117	0.0	USSR	SEMI	1	50.000	78.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621127	180000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621204	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG

621207	190000.0	UK	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621212	172500.1	USA	NTS	6	74.300	52.400	0.0	0.0	
621212	184500.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621214	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
621218	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621218	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621220	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621222	0.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621223	111500.0	USSR	NZ	1	73.000	55.000	0.0	0.0	ATMOSPH
621224	104421.9	USSR	NZ	6	74.200	52.300	0.0	0.0	
621224	111142.0	USSR	NZ	6	73.600	57.500	0.0	0.0	
621225	133557.2	USSR	NZ	6	73.400	56.500	0.0	0.0	
630208	160000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630208	183000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	4.5	0.0	UG
630208	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630208	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630215	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630221	194700.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630221	194700.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630301	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630315	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630318	100159.4	FRANCE	SAHARA	6	24.100	5.100	0.0	0.0	
630329	154900.1	USA	NTS	6	37.000	-116.000	0.0	0.0	
630330	95900.0	FRANCE	SAHARA	1	0.000	0.000	0.0	0.0	UG
630405	175200.0	USA	NTS	6	37.000	-116.000	0.0	0.0	
630410	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630411	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630424	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630424	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630509	0.0	USA	NTS	1	0.000	0.000	0.0	0.0	SHAFT
630517	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630517	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630522	154000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	4.8	0.0	UG
630529	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630605	170000.1	USA	NTS	6	37.200	-116.200	0.0	0.0	
630606	140000.1	USA	NTS	6	37.000	-116.000	0.0	0.0	
630606	0.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630614	141000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630625	230000.1	USA	NTS	6	37.100	-116.100	0.0	0.0	
630812	234500.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630815	130000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630823	132000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
630913	135300.2	USA	NTS	6	37.200	-116.100	0.0	0.0	
630913	170000.1	USA	NTS	6	37.100	-116.000	0.0	0.0	
631011	140000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
631011	210000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
631016	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	5.3	0.0	UG
631020	125958.6	FRANCE	SAHARA	6	24.100	5.100	0.0	0.0	
631026	170000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
631114	160000.1	USA	NTS	6	37.000	-116.000	0.0	0.0	
631115	150000.0	USA	NTS	6	37.100	-116.000	0.0	0.0	
631122	173000.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
631204	163800.0	USA	NTS	1	37.000	-116.000	0.0	0.0	UG
631212	160200.9	USA	NTS	6	37.100	-115.900	0.0	0.0	
630515	0.0	USA	BOMB.RANGE	1	0.000	0.000	0.0	0.0	SURFACE
630525	0.0	USA	BOMB.RANGE	1	0.000	0.000	0.0	0.0	SURFACE
630531	0.0	USA	NTS	1	0.000	0.000	0.0	0.0	SURFACE
630609	0.0	USA	BOMB.RANGE	1	0.000	0.000	0.0	0.0	SURFACE
640116	160000.1	USA	NTS	6	37.100	-116.000	0.0	0.0	
640123	160000.2	USA	NTS	6	37.100	-116.000	0.0	0.0	

Vienna, 29 October 1992

Dear Martin, Jurgen and Claes:

I will try to answer the questions raised in your fax and give some basic information about the database "Isotopes in precipitation".

This programme is conducted by the IAEA in co-operation with the WMO and became operational in 1961, although for some stations, the data available goes back to 1953. This survey of hydrogen and oxygen isotopes in precipitation was designed to collect information on the temporal and spatial variations of environmental isotopes in precipitation, and therefore, to provide basic isotopic data for hydrological investigations. Although this objective is still important, this data set has become more important in connection with the improvement and verification of existing atmospheric circulation models and climatological investigations. The data is provided by the IAEA/WMO network and other national networks. Since the variability in the concentration depends on some climatic parameters, basic meteorological information is included, although the quality of the record is far from perfect for some stations.

Tritium is the radioactive isotope of hydrogen, with a half life of 12.43 years. This isotope is produced in the upper atmosphere and is oxidized and converted to water vapour entering the water cycle. Since it is chemically hydrogen, its behaviour is identical to the rest of water molecules, and therefore, can be considered an almost perfect tracer. The natural abundance of tritium in meteoric waters is less than 10^{-15} T/H (i.e. less than 1 atom of tritium in 10^{15} atoms of ^1H). The tritium content in water is expressed as Tritium Units. One TU is defined as one atom of ^3H per 10^{18} atoms of ^1H , which is equivalent to 0.118 Bq or 3.193 pCi per litre of water. Such low contents in natural waters are determined by liquid scintillation counting or gas counting. Due to the low levels in nature it is necessary to increase the tritium concentration in the water samples by electrolytical enrichment.

Natural production of tritium is more important at high latitudes, due to higher cosmic fluxes towards the poles. This fact, combined with the distribution of water content in the atmosphere, leads to higher tritium contents at high latitudes. Natural tritium levels are assumed to be between 2-5 TU in tropical areas and 15-25 TU and high latitudes and continental areas. However, the natural contents observed in precipitation were disturbed by the atmospheric nuclear tests during the 50s and 60s. The explosion of these bombs increased the tritium levels several orders of magnitude, especially in the northern hemisphere, where these explosions took place. The history of atmospheric tests is responsible for the major trend in the tritium concentration during the last 30 years. Since

1963, when the Ban Treaty of atmospheric tests was signed, the tritium content has been decreasing towards natural levels. The injection of tritium in the stratosphere represented an unintended tracer experiment to study the interaction of the atmosphere with other systems, as well as the circulation between hemispheres. There are many papers dealing with this topic.

In addition to this general trend, there is a seasonal component (which you have observed in several stations). The seasonality observed in both hemispheres is related to the injection of stratospheric air (with higher tritium contents) during spring time into the troposphere.

If you are interested on this topic the following publications of the IAEA contain several interesting papers:

- Behaviour of tritium in the environment, IAEA, 1979. STI/PUB/498
- Physical behaviour of radioactive contaminants in the atmosphere, IAEA, 1974. STI/PUB/354

Other basic papers on these topics are:

- Ehhalt (1971). J. Geophys. Res. 76: 75-84
- Eriksson (1966). Tellus 17: 118-130
- Gat (1980). Chapter 1 in "Handbook of environmental isotope geochemistry", Vol. I. Pub. Elsevier.

More recently, with my colleagues R. Gonflantini and K. Rozanski, we discuss the seasonality observed in the years 1963-1967 (higher levels in precipitation) and in recent years. (J. Physics B: Nucl. Part. Phys., 17 (1991) S523-S536)

I hope this basic information is sufficient to clarify some points, but you may also read more detailed handbooks on the topic, and other specific papers related to the topic of your course. The two IAEA publications may be useful in this regard.

Yours sincerely,



Luis Araguás Araguás

Identifiering av Likströmsmotor Projekt i Processidentifiering

Morten Hemmingsson
Carl-Johan Ivarsson
Sven Johansson
Mikael Lekman

Inst. för Reglerteknik

Handledare : Ulf Jönsson

25 november 1992

Sammanfattning

Vår uppgift har varit att ta fram modeller av en likströmsmotor användbara för reglering. Enkelt kan en likströmsmotor skrivas som

$$G(s) = \frac{K}{Js + D}$$

om man avser överföringsfunktionen från insignal till vinkelhastighet.

Vi har arbetat med tre former av identifiering. Först gjorde vi en frekvensanalys genom att excitera motorn med sinussignaler. Resultatet bekräftar den teoretiska överföringsfunktionen ovan.

Andra formen av identifiering var tidsdiskreta modeller. Nu använde vi en PRBS-signal som insignal. Utifrån upptagna mätdata har vi konstruerat modeller av typerna ARX, ARMAX och Box-Jenkins. Denna analys har gjorts för två frekvensintervall, ett för låga frekvenser och ett för höga. Orsaken till detta förfarande är att PRBS-signalen bara exciterar inom ett relativt smalt frekvensområde. Både i det låga och i det höga frekvensintervallet har det visat sig att ARX-modeller är fullt tillräckliga. Fördelarna med de andra två uppväger ej det ökande antalet parametrar.

Den tredje identifieringen har varit kontinuerlig identifiering. Denna form ger en möjlighet att, om man har kännedom om en teoretisk modell av den process man önskar reglera, identifiera parametrar i den teoretiska modellen. Detta går t ex ej via tidsdiskreta modeller eftersom alla parametrar blir beroende av samplings tiden.

Avslutningsvis har vi utifrån den bästa modellen konstruerat en fungerande RST-regulator.

Inledning

Avsikten med projektet har varit att ta fram en modell användbar för reglering. Arbetet har delat upp sig i två delar. Först en del då vi tagit upp mätdata och därefter en del då vi försökt anpassa våra mätdata till användbara modeller. Vi har tagit upp två typer av mätdata. Mätdata att använda vid frekvensanalys och mätdata av PRBS-typ för att göra tidsdiskreta modeller. Vi inleder med en teoretisk härledning av processens överföringsfunktion. Därefter presenterar vi ett antal olika modeller, både tidsdiskreta och kontinuerliga. Utifrån den bästa modellen har vi konstruerat en fungerande regulator för vinkelreglering.

Teoretisk härledning

Den teoretiska härledningen görs bara till vinkelhastighet eftersom de flesta modeller är gjorda till vinkelhastighet. Dessutom är skillnaden mellan vinkelhastighet och vinkel definitionsmässigt en integration.

Den elektriska dynamiken i likströmsmotorn kan beskrivas av

$$U = Ri + L \frac{di}{dt} + e \quad (1)$$

Motorns momentekvationen är

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_{driv} - T_{last}$$

Det är dessa ekvationer vi har utgått ifrån när vi gjorde vår teoretiska härledning. I ekvation 1 ingår e , det motsvarar den inducerade spänningen i rotorn. Spänningen e är proportionell mot vinkelhastigheten, $e = k \cdot \omega$, där k är en motorkonstant. Mekaniken i systemet beskrivs av J som är systemets totala tröghetsmoment, det drivande momentet T_{driv} som är proportionell mot strömmen och det totala belastningsmomentet, T_{last} . Lastmomentet består av konstant friktion, T_o , och viskös dämpning, $d \cdot \omega$, som är proportionell mot vinkelhastigheten. Eventuellt skulle även en term motsvarande torrfraktionen tas med, men den bortser vi ifrån.

$$T_{driv} = k \cdot i$$

$$T_{last} = T_o + d \cdot \omega$$

Laplacetransformering av ekvationerna ovan och insättning av e , T_{last} och T_{driv} ger följande ekvationer

$$U = Ri + sLi + k\omega$$

$$Js\omega = ki - T_o - d\omega$$

Överföringsfunktionen från rotorspänning respektive last till vinkelhastighet kan skrivas som

$$\omega(s) = \frac{k}{(Js + d) \cdot (Ls + r) + k^2} U(s) - \frac{Ls + R}{(Js + d) \cdot (Ls + r) + k^2} T_o(s)$$

Det elektriska systemet får man anse vara betydligt snabbare än det mekaniska systemet. Detta medför att induktansen kan försummas och följden blir att strömmen ändras momentant. Den förenklade överföringsfunktionen blir

$$\omega(s) = \frac{k}{(Js + d) \cdot R + k^2} U(s) - \frac{R}{(Js + d) \cdot R + k^2} T_o(s)$$

Vi inför nu de nya konstanterna

$$J_1 = J \cdot R$$

$$D = d \cdot R + k^2$$

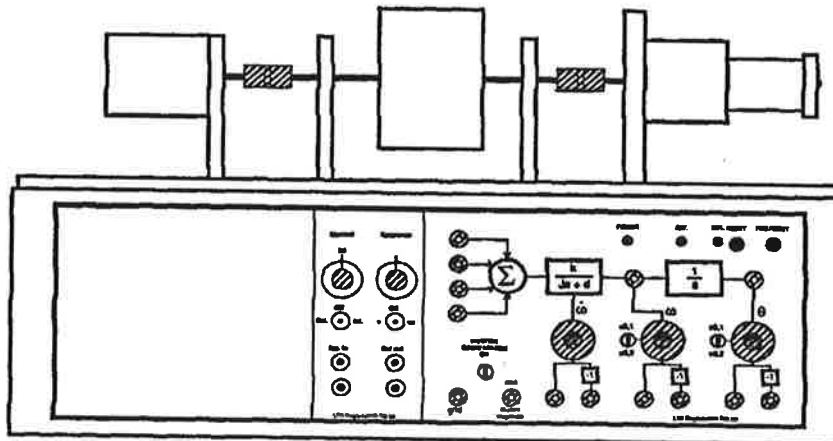
och erhåller slutligen följande överföringsfunktion för systemet

$$\omega(s) = \frac{k}{J_1 s + D} U(s) - \frac{R}{J_1 s + D} T_o(s) \quad (2)$$

Mätuppställning

Processuppställningen visas av figur 1. Processen består av en likströmsmotor med ett stort svänghjul och integrerad hjälputrustning i låda. Lådan innehåller kraftelektronik för motorns drivning och mätkretsar. Vinkelhastigheten mäts med en tachometer. Vinkeln integreras fram av mätkretsarna.

Ett av våra problem har varit att mätkretsarna bara kunnat hantera vinklar upp till ca 3 varv. Konsekvenserna av detta blev att identifieringarna vid låga frekvenser nödvändigtvis fick göras till vinkelhastighet. Givetvis har utsignalen från mätningen av vinkelhastigheten också en övre begränsning, denna har också vållat oss problem. Problemen gör sig gällande vid låga frekvenser då det är tvunget att motorn får rotera med samma riktning en längre stund. Mätningarna har därför fått en undre frekvensgräns och en övre amplitudgräns. Högre amplitud hade i vissa av mätningarna varit önskvärt för att förbättra signal-brus förhållandet och minimera inverkan av torrfriktion.



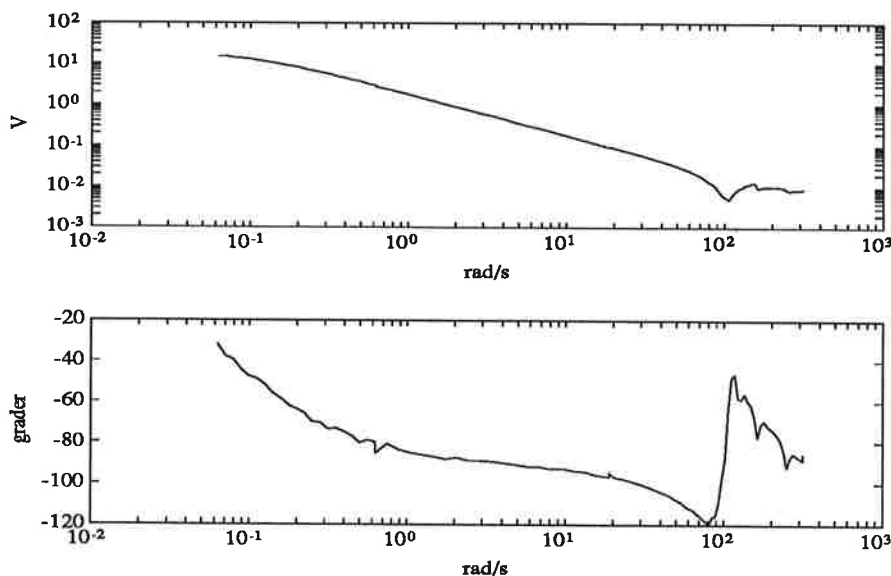
Figur 1: Processuppställning

Frekvensanalys

Första problemet vi stötte på var att vi var tvugna att ge motorn en styrsignal på minst 0.8 V för att vi skulle övervinna friktionen. Detta betydde att vi i de intressanta frekvensområdet inte kunde mäta till vinkel eftersom mätkretsarna blev

mättade efter ungefär 3 varv. Därför fick hela frekvensanalysen göras till vinkelhastighet. För att minska torrfriktionens inverkan ville vi använda stor amplitud på vår styrsignal. Detta var omöjligt för lägre frekvenser. Botemedlet var att använda bias för att ta bort friktionen och sedan använda en liten amplitud för att inte åter mäta mätkretsarna.

Resultatet presenteras i figur 2. Som väntat erhåller vi en överföringsfunktion av första ordningen med en brytpunkt vid låg frekvens. Varifrån de resonansliknande fenomenen vid 80 rad/s kommer ifrån vet vi ej.



Figur 2: Bodeplot från frekvensanalys i intervallet 0.06–300 rad/s.

Tidsdiskreta modeller

Här kommer vi att behandla olika tidsdiskreta modeller. Vi presenterar dels modeller för olika frekvensintervall och dels identifieringar gjorda utifrån flera olika modeller.

Mätdata

Mätdata har tagits upp med hjälp av programmet logger. Insignalen har varit en PRBS-signal. Vi insåg tidigt att vi skulle bli tvugna att dela upp identifieringen i flera delar. Då processens intressanta områden är utspridda i frekvens och PRBS-signalen exciterar inom ett relativt snävt frekvensintervall är det ej möjligt att få med hela frekvensintervallet i en mätserie.

Processens brytpunkt finns långt ner i frekvens, och en modell framtagen för detta område fungerar bara för reglering om man väljer liten bandbredd. Modeller har därför gjorts för nedanstående två mätserier. Från båda mätserierna har vi dragit bort medelvärdet. Notera att modellerna för lägre frekvenser enbart gäller för vinkelhastighet på grund av de tidigare nämnda problemen med mätkretsarna. För all

identifiering har den första halvan av respektive mätserie använts. Den andra halvan har använts för korsvalidering. Vid korsvalidering simulerar man utsignalen, med hjälp av den framräknade modellen, genom att använda icke tidigare utnyttjade indata.

1. 6000 punkter. Samplingstid 5 s. PRBS-frekvens 0.01 Hz. Upptagen till vinkelhastighet. amplitud 1.1 V.
2. 2000 punkter. Samplingstid 20 ms. PRBS-frekvens 5 Hz. Upptagen till vinkelhastighet och vinkel. Amplitud 1.5 V.

Den första mätseriens långa samplingstid har resulterat i brus. För att få stabila modeller vid identifieringarna har mätdata, både insignal och utsignal, filtrerats med ett Butterworth lågpasfilter.

Låga frekvenser

Metod

Oavsett vilken modell vi har velat anpassa har vi följt följande arbetsschema:

1. Anpassa en stabil modell av hög ordning.
2. Gå över på tillståndsform och omforma till en balanserad modell. Studera gramianen och försök reducera till låg ordning.
3. Prova att göra modell av den lägre ordningen. Är det möjligt att reducera en modell borde det gå bra att skatta en väl fungerande modell av låg ordning direkt.

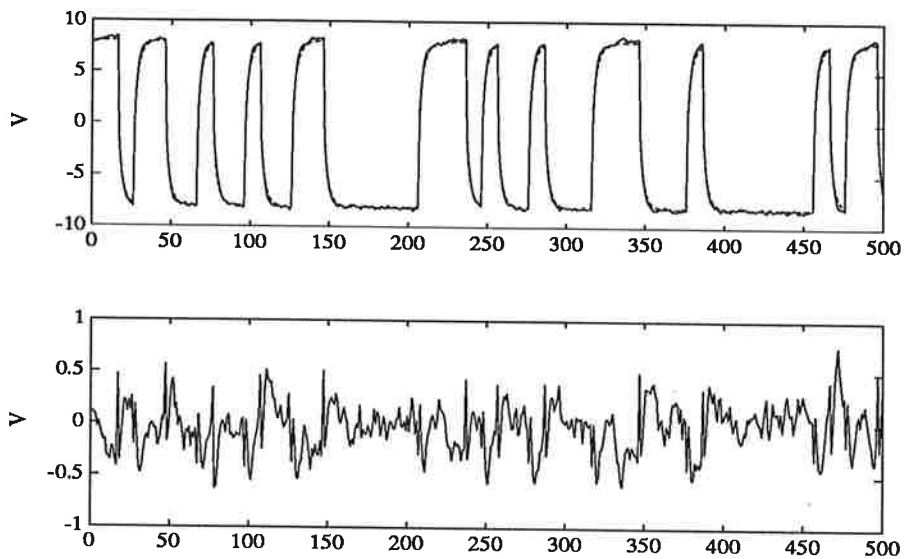
För ARX och Box-Jenkins modeller kan man göra övergången till tillståndsform utan informationsförluster. ARMAX modellen förlorar sitt c -polynom, d v s efter reduktion och återgång från tillståndsformen är det bara en ARX modell kvar. Vissa fördelar har dock erhållits då c -polynomet har modellerat störningar och brus. Dessa delar är vi, i alla fall för reglering, ej intresserade av så förlusten gör inget.

Modeller

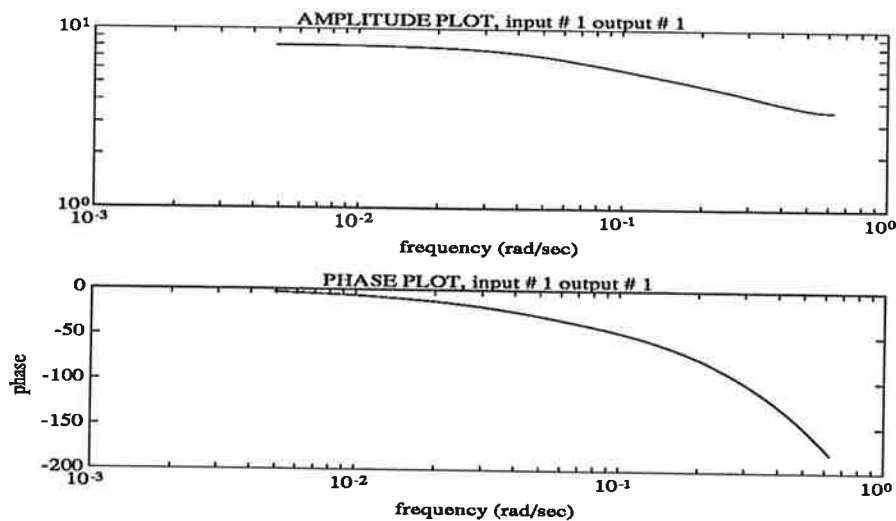
För låga frekvenser har vi tagit fram tre olika modeller, en ARX, en ARMAX och en Box-Jenkins. Framtagningen har i huvudsak varit densamma för de tre modellerna och alla modeller är gjorda till vinkelhastighet p g a de tidigare nämnda problemen med mätkretsarna, se sidan 3. ARMAX och Box-Jenkins modellerna ger bättre möjligheter att modellera brus. Därför förväntade vi oss bättre resultat från dessa modeller. Resultaten blev dock i princip identiska och därför presenterar vi bara ARX-modellen. Denna är att föredra eftersom den ger ett, i princip, lika bra resultat som de andra men innehåller färre parametrar.

Först tog vi fram en modell av hög ordning (28). Denna utvaldes av Matlab enligt AIC kriteriet. Denna modell ger ett bra resultat vid korsvalidering och residualernas autokorrelation är bra. Modellordningen är däremot oacceptabelt hög.

Reducering ner till en andra ordningens modell ger en modell som uppför sig bra. Efter reduktionen tog vi fram en andra ordningens modell direkt. Resultatet visas i figur 3. Modellen klarar väl av att följa de väsentliga delarna av den verkliga utsignalen. Det som fattas är de snabba svängningarna, men detta är vi bara glada för, då det är brus. Korrelationen för residualerna är tyvärr mindre bra, men också det beror till stor del på bruset. I figur 4 visas överföringsfunktionen. En modell av första ordningen ger tyvärr lite väl stora fel. En första ordningens modell hade annars varit motiverat utifrån vår teoretiska härledning.



Figur 3: ARX-modell (2:a ordningen). Överst visas verklig signal (heldragen) och simulerad med korsvalidering (streckad). Underst visas felet.

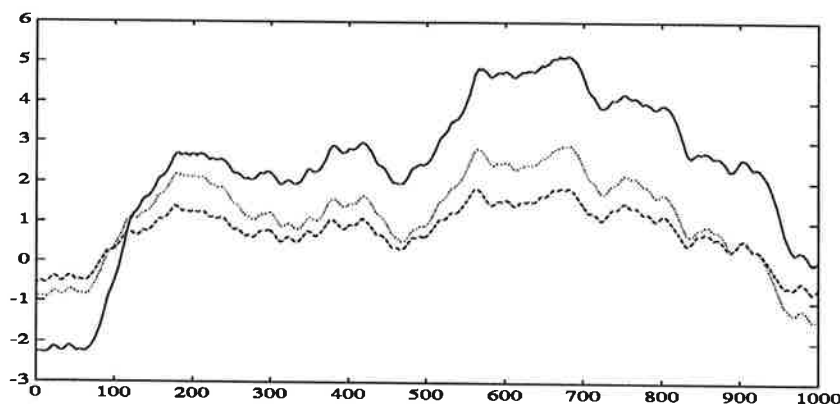


Figur 4: Överföringsfunktion för låga frekvenser. ARX-modell (2:a ordningen).

Högre frekvenser

Med den process vi har haft är det mest intressant att identifiera modeller till vinkeln, och modellerna nedan är gjorda till vinkeln. För att kunna jämföra med tidigare resultat har vi även tagit fram modeller till vinkelhastigheten. Det har gått bra att ta fram modeller med låg ordning direkt och omvägen via reducering har ej varit nödvändig. Den högre amplituden som mätserie två har medfört lägre inverkan av torrfriktions. Tre olika koncept har provats:

- ARX-modeller. En andra ordningens modell fungerar tillfredställande, men det blir naturligtvis bättre med en tredje ordningens. Se figur 5 där resultat från båda modellordningarna presenteras.



Figur 5: Simulerade utsignaler från ARX-modeller. Verklig signal (heldragen), andra ordningens modell (streckad) och tredje ordningens modell (prickad).

- ARMAX-modeller. Dessa ger lite bättre resultat än motsvarande ARX-modell, men ökningen av antalet parametrar är inte värt det förbättrade resultatet. Dessutom hade vi problem med instabilitet för ARMAX-modeller av högre ordning än 2.
- ARX-modell framtagen med instrumentvariabelmetoden. Matlab har valt ut instrument. En andra ordningens modell ger mycket bra resultat, se figur 6. Överföringsfunktionen blir

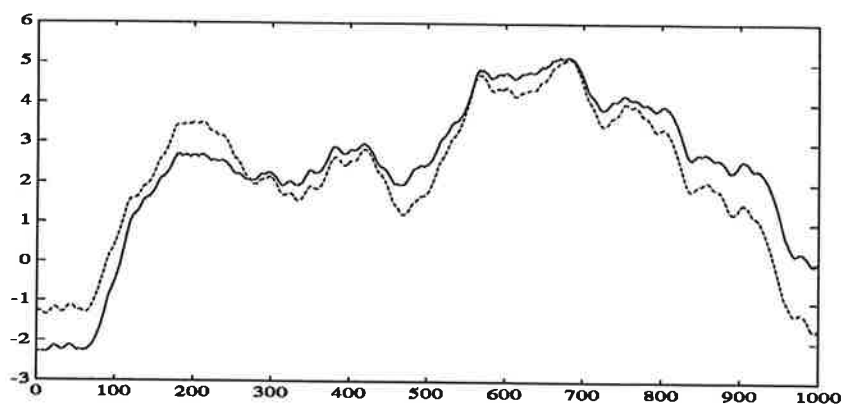
$$H(q) = \frac{0.003q + 0.0007}{q^2 - 1.94q + 0.94}$$

Korrelation m m för residualerna visas i figur 7

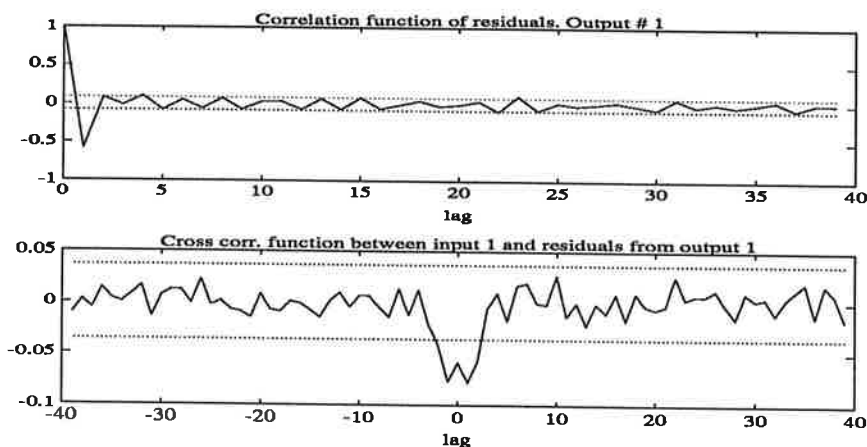
Modeller till vinkelhastigheten ger också bra resultat. Genomgående går det att uppnå liknande resultat som till vinkeln men med en modellordning mindre. Detta stämmer bra då skillnaden mellan vinkel och vinkelhastighet definitionsmässigt är en integration.

Resultat

Modellerna vi har tagit fram har alla uppvisat bra resultat, framförallt om man studerar korsvalideringen. Förutom att de uppvisar bra egenskaper har det gått



Figur 6: Simulerad utsignal från andra ordningens ARX-modell enligt instrumentvariabelmetoden. Verklig signal (heldragen) och med korsvalidering simulerad signal (streckad).



Figur 7: Residualernas autokorrelation respektive korskorrelation för ARX-modell erhållen från instrumentvariabelmetoden (2:a ordningen).

att hålla modellordningen låg. Jämför man med frekvensanalysen är skillnaderna rimliga. Det stora problemet har varit att vi, med hjälp av PRBS-mätdata och tidsdiskreta modeller, ej har kunnat finna den puckel som enligt frekvensanalysen uppträder vid ca 80 rad/s.

Kontinuerlig identifiering

Tidsdiskret analys ger oss en diskret modell som är anpassad till PRBS-signalen. Vid identifiering behövs antivikningsfilter före sampling, detta för att ta bort högre frekvenser som annars bidrar till vikning. Detta är ett problem vid realtids identifiering, ty man vill ej ha med antivikningsfiltret i modellen. När man är intresserad av den fysikaliska modellen går det ej att använda tidsdiskreta modeller, eftersom de fysikaliska parametrarna överförs olinjärt till den tidsdiskreta modellen, t ex e^{ah} .

För att komma förbi dessa problem kan man använda sig av kontinuerlig identifiering. Det är då viktigt att man har klart för sig hur den fysikaliska modellen är uppbyggd. DC-motorns överföringsfunktion $G(s) = \frac{K}{Js+D}$ kan representeras med differentialoperatoren $p = \frac{d}{dt}$, $G(p) = \frac{K}{Jp+D}$. Hur skall man då representera differentialoperatoren p ? Det är ej möjligt att derivera direkt på ett problem med att bruskomponenter förstärks. Ett sätt är att ersätta differentialoperatoren p genom att införa en lågpasoperator $\lambda = \frac{a}{p+a} = \frac{1}{1+p\tau}$ där $\tau = \frac{1}{a}$.

Kontinuerlig Identifiering av DC-motorn

Likströmsmotorns överföringsfunktion kan enligt ekvation 2 förenklat skrivas

$$G(s) = \frac{K}{Js + D}$$

Transformation med hjälp av ett lågpasfilter

$$\lambda = \frac{1}{s\tau + 1} \Leftrightarrow s = \frac{1 - \lambda}{\tau\lambda}$$

ger den filtrerade överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{K}{Js + D} = \frac{K}{J\frac{1-\lambda}{\lambda\tau} + D} = \frac{\frac{K}{J}\lambda\tau}{1 + \lambda(\frac{D}{J}\tau - 1)}$$

Relationen mellan utsignal och insignal kan nu skrivas

$$y(t) = G(s)u(t) = \frac{\frac{K}{J}\lambda\tau}{1 + \lambda(\frac{D}{J}\tau - 1)}u(t) \Leftrightarrow y(t)(1 + \lambda(\frac{D}{J}\tau - 1)) = \frac{K}{J}\tau\lambda u(t)$$

$$y(t) = \frac{K}{J}\tau\lambda u(t) - \lambda y(t)(\frac{D}{J}\tau - 1)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} -\lambda y(t) & \lambda u(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{D}{J}\tau - 1 \\ \frac{K}{J} \end{pmatrix} = \varphi^T \theta$$

Nu kan vi använda vanlig minsta kvadrat skattning och erhålla

$$\hat{\theta} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{pmatrix}$$

Ur $\hat{\theta}$ kan vi lösa ut kvoterna $\frac{K}{J}$ och $\frac{D}{J}$.

$$\frac{D}{J} = \frac{\hat{\alpha} + 1}{\tau}$$

$$\frac{K}{J} = \frac{\hat{\beta}}{\tau}$$

Observera att vi endast kan identifiera kvoterna $\frac{K}{J}$ och $\frac{D}{J}$. Om man vill skatta alla parametrar är det nödvändigt att ha mer kännedom om DC-motorns inre tillstånd.

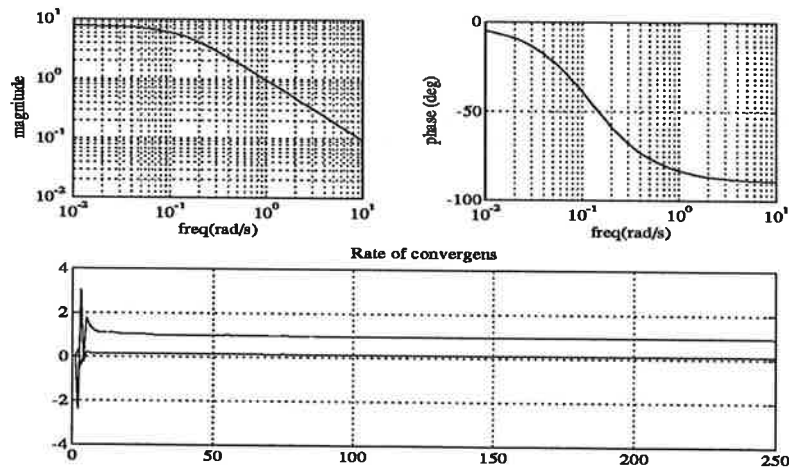
Hur skall man välja τ ? Det första man skall tänka på är att få med det intressanta frekvensområdet så man inte filtrerar bort nödvändig information. Parametrarna skall konvergera så snabbt som möjligt utan att man får problem med transienter. Stort τ ger långsammare konvergens och större stabilitet mot transienter, litet τ ger snabbare konvergens och större känslighet mot transienter.

När vi identifierade kontinuerligt använde vi en PRBS-signal med mest excitation kring lägre frekvenser, detta för att få god noggrannhet kring brytpunkten som förväntas ligga kring 0.02 Hz. Vi använde både rekursiv minsta kvadratskattning och icke rekursiv. Rekursiv minsta kvadrat användes mest för att se hur snabbt parameterskattningarna konvergerar.

Bäst resultat fick vi när $\tau = 10$ och modellen blev

$$G(s) = \frac{0.9654}{s + 0.1239}$$

i figur 8 kan man se att parametrarna konvergerar snabbt mot sina värden. I figuren visas även överföringsfunktionen. Alltså kan vi vara säkra på att valet av τ är bra.



Figur 8: Överst visas överföringsfunktionen, amplitud och fas, erhållen vid kontinuerlig identifiering. Underst visas konvergenstakten för parametrarna.

Regulator

Vi har gjort två regulatorer. En utifrån instrumentvariabelmodellen och en utifrån den kontinuerliga identifieringen. Vi har implementerat båda regulatorerna med polynomsyntes(RST) i Toolbox¹.

Som första processmodell har vi använt modellen från instrumentvariabelmetoden, se sidan 7. Resultatet måste anses lyckat då vi har kunnat göra en snabb och stabil regulator. Detta tyder på att vår modell stämmer bra överens med verkligheten.

Som andra modell använda vi den från kontinuerlig identifiering. Försöket visade att modellen är god nog, men vi fick en del små problem som tycks bero på vickning i datorn.

¹Program för implementering av digitala regulatorer. Framtaget av Michael Lundh, tillgängligt på PC.

Slutsatser

Vår teoretiska härledning gav en modell (från insignal till vinkel) av andra ordningen. Frekvensanalysen, som vi tyvärr på grund av mätproblem bara kunde göra till vinkelhastigheten, bekräftar att DC-motorn, till vinkel, har en andra ordningens överföringsfunktion.

Det har också varit möjligt att ta fram tidsdiskreta modeller av andra ordningen som väl approximerat mätdata. Genomgående har vi funnit att ARX-modeller har gett tillräckligt bra resultat. Det har ej varit nödvändigt att använda modeller med fler parametrar.

För att kunna identifiera parametrarna i den teoretiska härledda överföringsfunktionen har vi utnyttjat kontinuerlig identifiering. Vi har dock bara kunnat identifiera kvoterna $\frac{K}{T}$ och $\frac{D}{T}$. För att explicit lösa ut alla tre parametrarna krävs mer information.

Utifrån den instrumentvariabelmodell vi har tagit fram har vi kunnat konstruera en snabb och stabil regulator. Detta pekar på att modellen väl approximerar den verkliga processen.

Våra modeller har visat god överensstämmelse med den modell som använts vid tidigare laborationer i digital reglering.

Referenser

- [1] Rolf Johansson. *Processidentifiering*. KF-Sigma 1992.
- [2] Karl J Åström och Björn Wittenmark. *Computer Controlled Systems*. Prentice-Hall 1990.
- [3] Lennart Olbjer. *Tidsserieanalys*. Lunds Universitet Reprocentralen 1989.
- [4] Per-Olof Källén. *Laborationer på servo motor, reglerteknik AK för M*. KF-Sigma 1992.
- [5] Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology. *Computer Controlled Systems, Laboratory Experiments*. KF-Sigma 1990.
- [6] IEA-LTH *Elmaskinsystem*. KF-Sigma 1992.

Den inverterade pendeln Projekt i Processidentifiering

Mikael Johansson, E-89 Mats Jonsson, E-89
Andreas Jakobsson, D-89

Handledare: Ulf Jönsson

26 november 1992

Sammanfattning

Syftet med projektet har varit att identifiera den inverterade pendeln och bestämma en regulator för att reglera den i sitt inverterade läge.

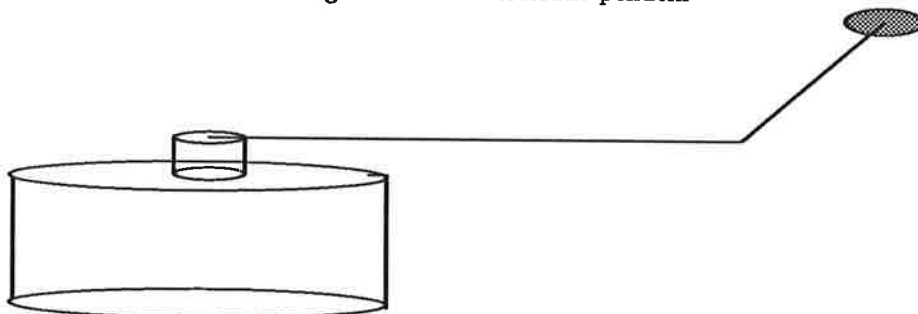
Innehåll

1 Inledning	3
2 Experimentuppställning	3
3 Matematisk modell	3
3.1 Modellering	4
3.2 Utvärdering av modellen	4
3.3 Poler och nollställen	5
4 Ett inledande försök	6
5 Datainsamling	6
5.1 Problem med pendeln	6
5.2 Modellering enligt Euler-Lagrange	6
5.3 Identifiering i slutna slinga	8
5.4 Problem med Simnon	8
6 Identifiering	10
6.1 Parametrisk identifiering	10
6.2 Kontinuerlig identifiering	12
7 Regulatorn	13
7.1 Reglering av vinkelutslaget	13
7.2 Reglering av motorarmens hastighet	13
7.3 Resultat av regleringen	14
8 Sammanfattning	14
A Simnonfiler	15
A.1 Ident.t	15
A.2 Estim.t	15
A.3 PReg.t	16
A.4 PRBS.t	16
B Matlabfiler	17
B.1 ctid.m	17
B.2 tet.m	18
C Maplefil	19
C.1 Pendel.map	19

1 Inledning

Som ett av de obligatoriska momenten i kursen Processidentifiering ingår att genomföra ett projekt. Vi har valt att modellera och identifiera den inverterade pendeln.

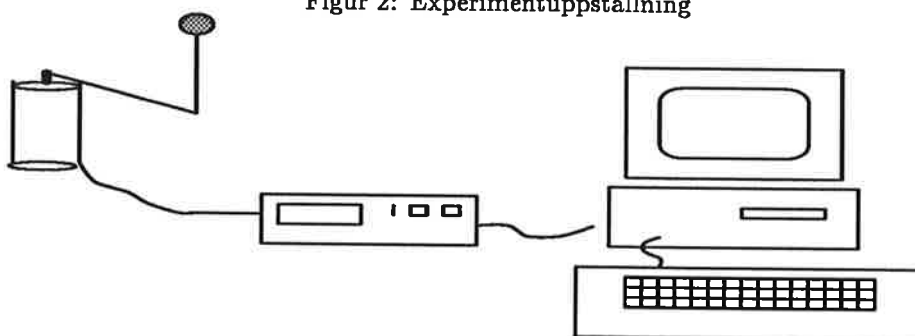
Figur 1: Den inverterade pendeln



2 Experimentuppställning

Vi hade till vår hjälp en PC, som anslöts till pendeln via ett interface med förstärkare. Detta användes som kontroll- och mätenhet.

Figur 2: Experimentuppställning



3 Matematisk modell

För att få en uppfattning om pendelns uppförande tog vi fram våra mekanikböcker. Vi valde att utgå från en momentbetraktelse och satte upp våra ekvationer utifrån att summan av vridmomenten runt en axel i jämvikt är noll.

Vi har i vår modellering gjort följande antaganden :

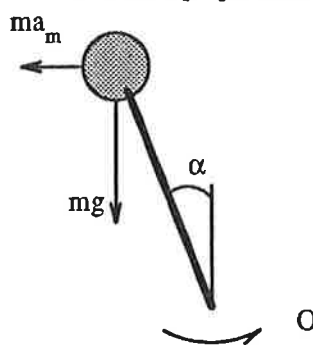
- Motorn kan leverera ett vridmoment proportionellt mot spänningen
- Hela pendelns massa är punktformigt placerad i "klumpen" i ändan av pendeln

Modellen nedan beskriver pendeln i inverterat läge.

3.1 Modellering

Enligt figur 3, som visar kraftpåverkan på pendelarmen, definierar vi vårt system. Tyngdkraften mg strävar efter att driva pendeln ur sitt (instabila) jämviktsläge och för att kompensera denna kan vi via motorn lägga på en kraft $F_m = ma_m = mk_0U$.

Figur 3: Kraftpåverkan på pendeln



Vridmomentets jämviktsekvation kring leden O ger

$$O : J\ddot{\alpha} + \zeta\dot{\alpha} - mgl \sin \alpha - ma_m l \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

där vi tagit hänsyn till linjär friktion i leden O genom termen $\zeta\dot{\alpha}$. Tröghetsmomentet J beskrivs som

$$J = \begin{cases} ml^2 & \text{om massan antages punktformig} \\ ml^2 + \frac{1}{3}m_l l^3 & \text{om hänsyn tas till pendelarmens massa} \end{cases}$$

Om vi stödjer oss på antagandet att pendelarmens massa kan försummas och antar små vinkelutslag kan vi skriva om ekvation 1 på följande sätt

$$ml^2\ddot{\alpha} = -\zeta\dot{\alpha} + mgl \sin \alpha + ma_m l \cos \alpha = [\text{Taylorutveckling}] \approx -\zeta\dot{\alpha} + mgl\alpha + ma_m l$$

En omskrivning ger

$$\ddot{\alpha} = -\frac{\zeta}{ml^2}\dot{\alpha} + \frac{g}{l}\alpha + \frac{a_m}{l} = -\frac{\zeta}{ml^2}\dot{\alpha} + \frac{g}{l}\alpha + \frac{k_0U}{l}$$

Efter Laplacetransformering fås

$$\frac{\mathcal{L}\{\ddot{\alpha}\}}{\mathcal{L}\{U\}} \Rightarrow G(s) = \frac{k_0}{l(s^2 + \frac{\zeta}{ml^2}s - \frac{g}{l})}$$

3.2 Utvärdering av modellen

Det inverterade lägets instabilitet verifieras av att modellen har poler i högra halvplanet, vilket var vad man kunde förvänta sig. Vi observerar att pendeln även har ett stabilt jämviktsläge ("icke-inverterat"). Här verkar tyngdkraften för att återföra pendeln till jämviktsläget. Det som skiljer modellen för den inverterade pendeln från modellen för den icke-inverterade är tecknet på konstanttermern $\frac{g}{l}$. Modellen för den "icke-inverterade" läget blir alltså

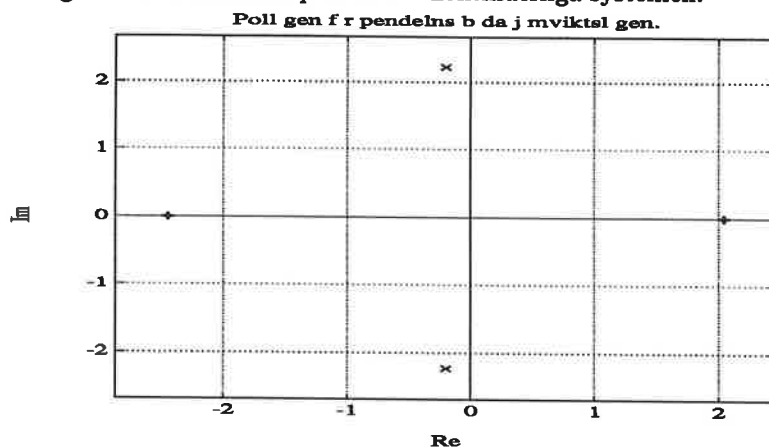
$$G(s) = \frac{k_0}{l(s^2 + \frac{\zeta}{ml^2}s + \frac{g}{l})}$$

Detta enkla samband gör att vi bör kunna identifiera pendeln kring sitt stabila jämviktsläge och sedan transformera det.

3.3 Poler och nollställen

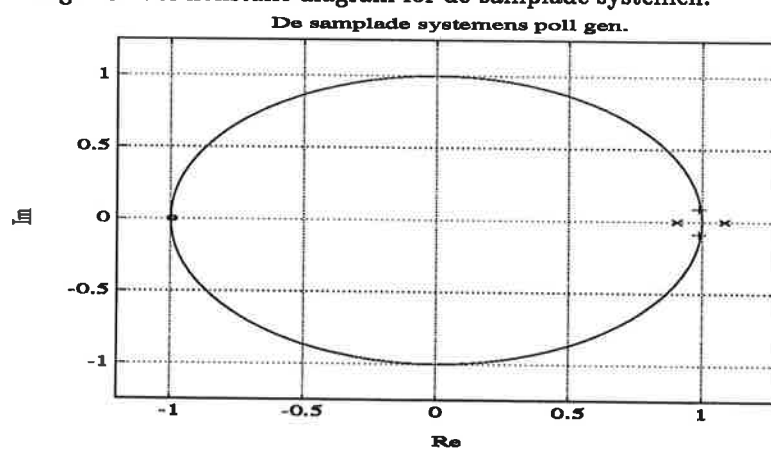
I figur 3 noterar vi det stabila lägets dåligt utdämpade poler (markerade med 'x'). Det inverterade lägets poler är markerade med '+'. Här ser vi att den instabila polen ligger på positiva reella axeln.

Figur 4: Pol-nollställe plot för de kontinuerliga systemen.



I samplad tid tillkommer ett nollställe nära $z=-1$ för de båda systemen.

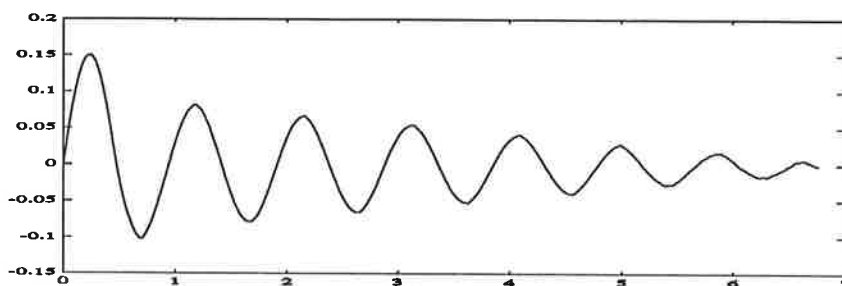
Figur 5: Pol-nollställe diagram för de samplade systemen.



4 Ett inledande försök

För att få en uppfattning om huruvida vår modell överrensstämde med systemets beteende, släppte vi pendeln och lät den svänga kring sitt stabila jämviktsläge. Bilden nedan visar pendelns vinkelutslag som funktion av tiden. Oscillationen liksom dämpningen i leden syns tydligt. Svängningen har enligt bild 6 en frekvens strax under 1 Hz.

Figur 6: Den fritt svängande pendelns vinkelutslag som funktion av tiden.



5 Datainsamling

Vi ansåg oss nu ha en god uppfattning om systemets beteende, och övergick till att börja samla in data för identifieringen. Under denna fas uppstod de flesta och största av våra problem.

5.1 Problem med pendeln

I ett första försök använde vi programmet *Logger* för att ta upp experimentdata. Vi fick då genast problem med den linjära friktionen som motorn måste övervinna för att sätta pendeln i svängning. Vid för små insignaler övervanns ej friktionen och pendeln stod stilla. När sen väl den linjära friktionen släppte blev pendelns vinkelutslag orimligt stora och vår linjäriserade modell var ej giltig längre.

För att komma runt problemen med linjär friktion försökte vi med att lägga på en bias så att motorarmen hela tiden roterade åt samma håll. Tanken var att motorarmens hastighet skulle varieras så att pendeln sattes i svängning. Detta lät sig dock inte göras med mindre än att motorarmen började rotera ohämmat. Redan vid måttliga hastigheter blev luftmotståndet betydande och pendeln fann ett jämviktsläge för ett stort vinkelutslag, α , skilt från noll. För att få en uppfattning om hur insignalen påverkar motorarmen återvände vi till mekanikteorin.

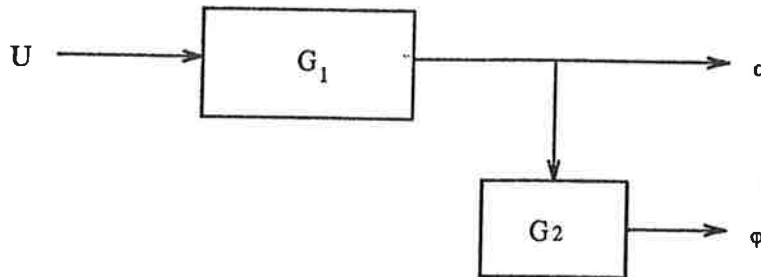
5.2 Modellering enligt Euler-Lagrange

För att få en överskådlig modell införde vi följande idealiseringar, som förenklar beräkningarna betydligt.

- Pendelns och motorarmens massa anses punktformigt utbredda
- Vi bortser ifrån eventuell friktion i pendelleden

Vi satte upp motorarmens och pendelarmens kinetiska och potentiella energier. I uttrycken för dessa ingår fyra tillstånd: motorarmens och pendelarmens respektive hastigheter och lägen. Med hjälp av programmet *Maple* beräknade vi en systemmodell på tillståndsform. Modellen linjäriserades varefter vi bestämde överföringsfunktionen från motorspänning till motorarmens vinkelutslag.

Figur 7: Bilden visar systemet på blockschemaform



Där enligt beteckningarna i figuren

$$G_1 = \frac{1}{(l_2 m_1 s^2 + g m_1 + g m_2) l_1}$$

$$G_2 = \frac{s^2 l_2 + g}{l_1 s^2}$$

För förklaring av ingående variabler hänvisas till appendix C, *Maple*filen. Index ett betecknar storheter (massa och längd) tillhörande motorarmen, och index två motsvarande för pendelarmen.

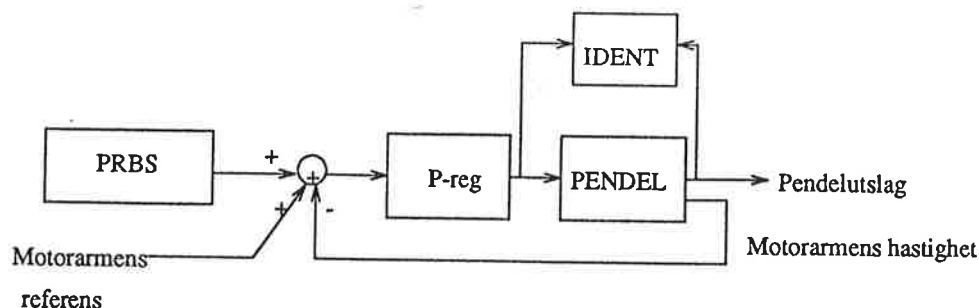
Överföringsfunktionen är i huvudsak en dubbelintegrator, vilket stämmer väl överens med det vi postulerade i modelleringen. Intressant att notera är att pendelns resonans syns i motorarmens vinkelutslag.

Den statiska friktionen tillsammans med systemets intressanta lågfrekvensinnehåll försatte oss i en tillsynes omöjlig situation. Samtidigt som vi ville excitera frekvenser kring pendelns resonans kunde vi inte tillåta att motorarmen accelererades upp till för stora hastigheter. Motorarmens hastighet måste alltså regleras och identifieringen ske i slutna slinga.

5.3 Identifiering i sluten slinga

Regleringens syfte var att hålla motorarmens hastighet under kontroll utan att aktivt dämpa ut pendelns svängningar. Inga krav fanns på att hålla en jämn vinkelhastighet, snarare tvärtom. Med andra ord borde en enkel P-regulator klara denna uppgift fullt tillfredsställande. Ett problem som vi först i ett senare skede kom underfund med var att regulatorn dämpade ut pendelsvängningarna alltför effektivt. Så långt komna gjordes nästa intressanta erfarenhet : *Realtids.Simnon*.

Figur 8: En principskiss av vår modell

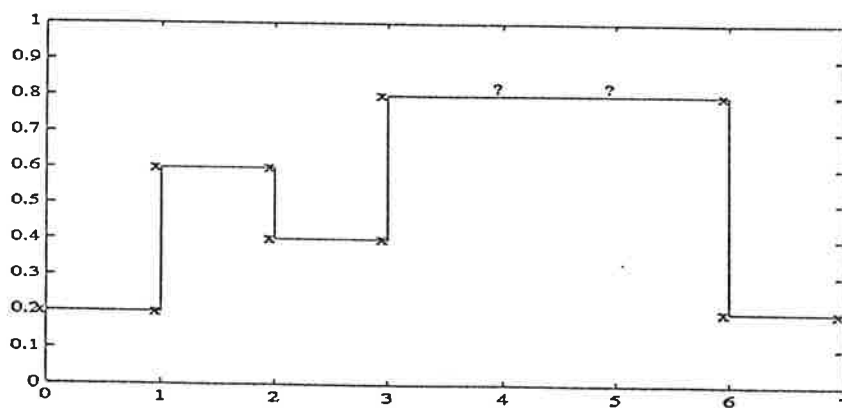


Efter en kort inlärningsperiod och diverse igångkörningsproblem lyckades vi till slut ta upp en serie mätvärden, men vi blev tvungna att förkasta dessa. Försöket gav för stora vinkelutslag, vilket innebar att pendeln inte uppförde sig enligt vår linjärt approximerade modell. Efter justeringar av regulatorns parametrar erhöles dock acceptabla värden.

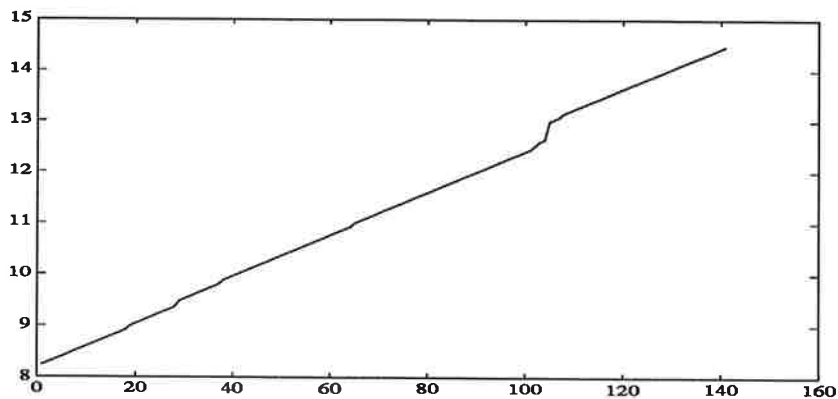
5.4 Problem med Simnon

Att programmet *Simnon* inte är avsett för loggning av data insågs ganska snart. Av 4000 förväntade mätvärdespar erhöles vi ca 7500, detta beroende på att *Simnon* endast sparar de data som behövs för grafisk presentation. Eftersom våra mätsystem jobbar i diskret tid, är deras utsignaler diskontinuerliga i samplingspunkterna, vilket innebär att värden sparas från både början och slutet av samplingsintervallet, dvs vi får dubbelt så många värden som förväntat. Vidare utesluts de senare av flera på varandra följande lika värden.

Figur 9: *Simnon* sparar endast de data som behövs för grafisk presentation.



Figur 10: Bilden visar hur tidskalan "flyter" ojämnt - plötsligt går tiden snabbare - mätdata saknas!



Vi kom fram till några tänkbara lösningar till problemet med utelämnade mätvärden:

- Ignorera de utelämnade värdena
- Infoga de värden som saknades
- Utgående ifrån intilliggande värden interpolera fram de utelämnade.

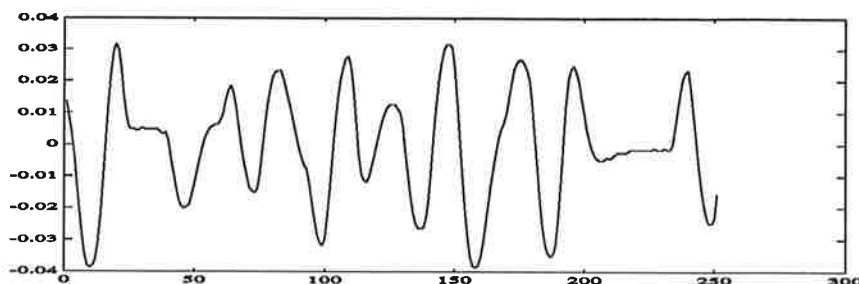
Interpolation verkade tilltalande, men våra långa dataserier gjorde att de beräkningar som krävdes hade blivit för omfattande. Att helt enkelt bortse ifrån den förlorade informationen är visserligen en enkel lösning, men ger ingen rättvis bild av systemets uppförande. Vi valde därför att infoga de värden som saknades.

Anledningen till att vi fick problem med lika (och därmed utelämnade) värden tror vi främst hade två orsaker. Dels fanns friktion i lederna som därmed gav pendeln en viss tröghet, dels var signalnivåerna från pendeln så låga (ner till tusendelar av full utsignal) att upplösningen på ingångskortets A/D-omvandlare spelade in. För att komma runt det senare problemet försökte vi att koppla in en analog förstärkare mellan pendeln och ingångskortet, men förstärkaren klarade inte av att förstärka signalen tillräckligt.

6 Identifiering

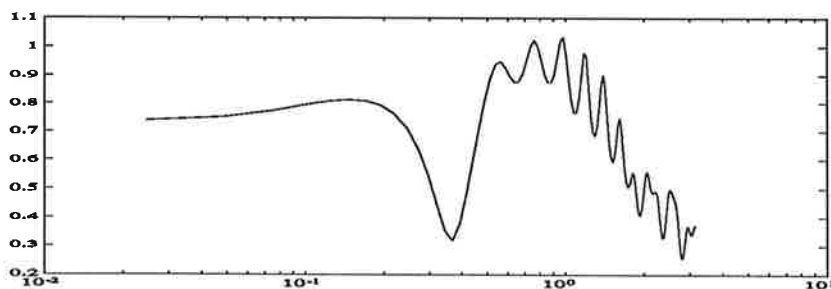
Identifieringen av processen baserade vi på de 2000 första av våra 4000 mätpunkter. Detta för att vi skulle kunna använda vår skattade modell för korsvalidering av resterande värdena och på så sätt jämföra modellen med verkligheten.

Figur 11: 250 punkter ur våra mätdata. Olinjäriteterna syns tydligt.



Figuren ovan visar 250 punkter ur våra mätdata, och man kan här tydligt se hur *Simnon* har missat mätvärden som vi fått fylla i själv. Bilden visar även att vi drog bort medelvärdet för mätserierna.

Figur 12: Koherensfunktionen för våra mätdata



Figur 12 visar koherensfunktionen för våra mätdata. Som synes har vi ganska bra koherens upp till resonansfrekvensen.

6.1 Parametrisk identifiering

Bearbetningen av de upptagna mätdata bestod till stor del i att försöka minska residualerna. Ganska snart blev det uppenbart att de problem vi hade haft med datainsamlingen även ställde till bekymmer här.

Den generella *ARMAX* modellen beskrivs av :

$$A(z^{-1})y_k = z^{-d}B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})\omega_k$$

Vi ansåg det rimligt att processen kunde beskrivas med en *th2210*-modell (namnet efter *ARMAX*-kommandot) :

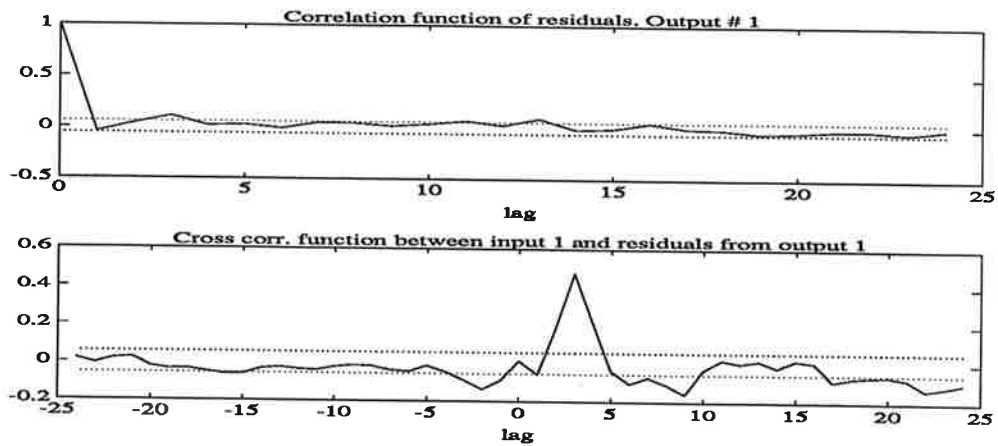
$$y_t + a_1y_{k-1} + a_2y_{k-2} = b_1u_{k-1} + b_2u_{k-2} + \omega_k + c_1\omega_{k-1}$$

Denna modell gav ett *FPE* på $1.112 \cdot 10^{-6}$ och följande modell :

$$y_t - 1.8786y_{k-1} + 0.9664y_{k-2} = -0.0097u_{k-1} + 0.0716u_{k-2} + \omega_k - 0.2232\omega_{k-1}$$

Vi övergick sedan till att studera modellens residualer.

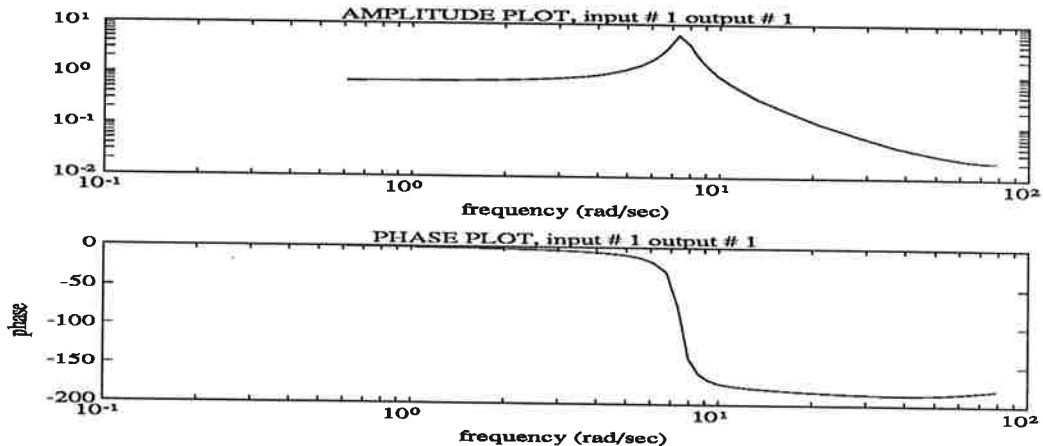
Figur 13: Residualerna för th2210 modellen



För att undersöka om en högre ordningens modell möjligen skulle ge oss en bättre modell provade vi att skatta en mycket större modell (th8880), och sedan studera gramianen med hjälp av kommandot *BALREAL*. Denna visade att vårt grundantagande att det endast erfordrades en andra ordningens modell var helt riktigt, då de resterande tillstånden utan vidare kunde förkortas.

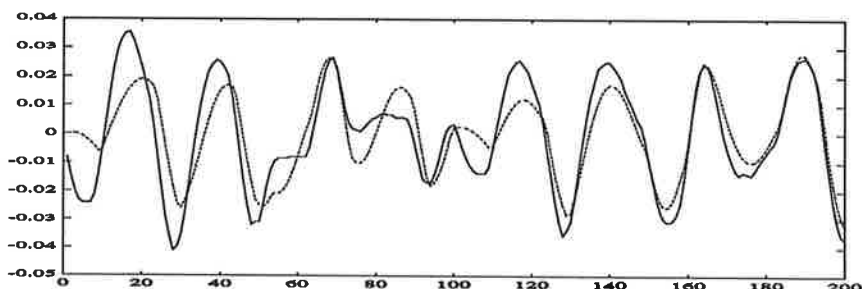
Modellens resonans vid 6-8 rad/s syns mycket tydligt i bodekurvan.

Figur 14: Bodekurvan för vår modell



Vidare studerade vi de simulerade värdena som vi kunde få fram med hjälp av den andra halvan av vår styrsignal och den skattade modellen *th2210*.

Figur 15: Korsvalidering med *th2210*-modellen



Simuleringen (streckad) ger som synes ganska goda värden. Detta tillsammans med de övriga beräkningarna gör att vi anser vår modell vara acceptabel.

6.2 Kontinuerlig identifiering

Eftersom pendeln uppvisar ett intressant förhållande vad de gäller de kontinuerliga överföringsfunktionerna var det av intresse att härleda en algoritm för direkt identifiering av dessa. Vi följer de ideer som presenteras i kurskompendiets kapitel 12.

Antag att pendelns uppförande kring det stabila jämviktsläget beskrivs av överföringsfunktionen :

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_2}{p^2 + a_1 p + a_2}$$

Genom operator-transformationen $\lambda = \frac{1}{1+p\tau}$ fås

$$G(p) = -\frac{b_2 \tau^2 \lambda^2}{(a_1 \tau - 1 - a_2 \tau^2) \lambda^2 + (2 - a_1 \tau) \lambda - 1}$$

λ -operatoren är i själva verket en lågpasfiltrering och skattningar av önskade parametrar fås ur minsta-kvadrat-lösningen till

$$Y = (Y_{f1} \quad Y_{f2} \quad U_{f2}) * \begin{pmatrix} 2 - a_1 \tau \\ a_1 \tau - a_2 \tau^2 - 1 \\ b_2 \tau^2 \end{pmatrix}$$

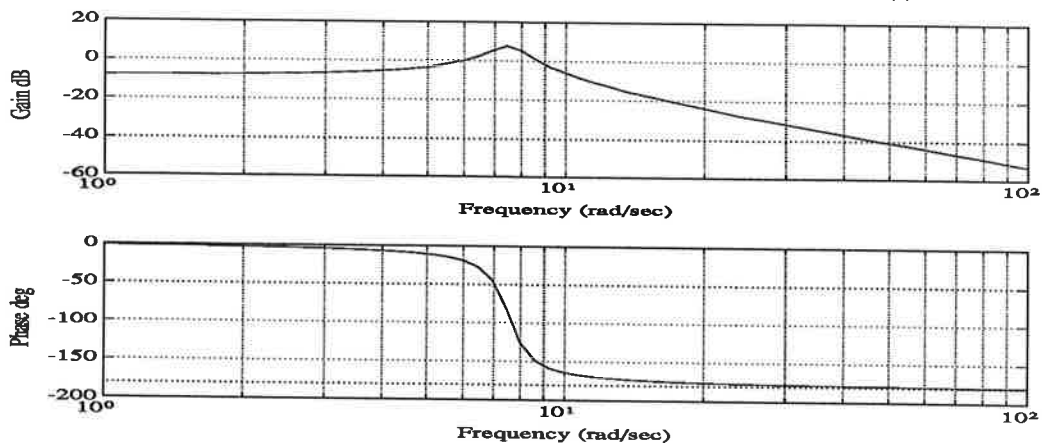
Där Y_{fi} betecknar Y filtrerad i gånger genom λ . Filtrets tidskonstant τ måste väljas så att vi inte filtrerar bort systemets intressanta egenskaper, och väljs här till 0.1 .

Metoden skattar överföringsfunktionen till

$$\frac{23.1644}{p^2 + 1.1198p + 52.1210}$$

och i ett Bodediagram syns systemets karaktäristiska resonans, väl placerad kring ca 7 rad/s.

Figur 16: Systemet karakteristiska resonans ligger placerad kring 7 rad//s



7 Regulatorn

Med de kunskaper vi nu fått om processen borde vi kunna designa en regulator för att stabilisera pendeln i inverterat läge. Alla som försökt balansera en pekpinne i handen har själva fått en känsla för problemet, det är ju möjligt att reglera den för hand.

Egentligen är SIMO-problemet upplagt för en LQG-design där vi straffar pendelvinkeln α hårdast och tillåter motorarmens hastighet variera något mer. Vi valde emellertid att göra en kaskadreglering med en snabb inre loop som kompenserar för pendelns vinkelavvikelser och en yttre, långsammare, för att hålla motorarmens hastighet under kontroll.

7.1 Reglering av vinkelutslaget

Systemets instabila natur jämte de friktionsproblem vi tidigare stött på motiverade en hög samplingshastighet. Utgående från den skattade kontinuerliga överföringsfunktionen för stabila läget fick vi en systemmodell för det inverterade läget. Baserat på denna struktur, placerade vi det slutna systemets poler. Transformerings till diskret tid gav oss därefter en regulator på RST-form.

7.2 Reglering av motorarmens hastighet

Regleringen av motorarmens hastighet har ingen högre prioritet, men bör ändå tillfogas. I annat fall kan vi få problem med att armen börja driva. Detta skulle då medföra samma problem som vi tidigare hade vid identifieringen.

7.3 Resultat av regleringen

Eftersom processen är mycket känslig för störningar är den svår att reglera. Dels krävs att modellens poler är väl skattade, dels krävs gott om tid för att trimma in regulatorparametrarna.

Eftersom vi hamnade i tidsbrist försökte vi lösa problemet med en RST-regulator. Detta kanske inte är den bästa möjliga regulatorn, och följdaktligen lyckades vi aldrig reglera pendeln.

8 Sammanfattning

Den inverterade pendeln är en i många avseenden intressant process. Det är ganska lätt att ställa upp en matematisk modell. Genom att helt enkelt släppa pendeln och låta den svänga fritt kan man sedan skaffa sig en god uppfattning om systemets dämpning och resonans. Ur pendelns uppförande kring det stabila jämviktsläget kan vi direkt se hur systemet kommer att bete sig i inverterat läge.

Goda mätdata är grunden till en bra identifiering. Pendeln uppvisade flera egenskaper som medförde stora problem under projektets gång. Lösningar på tidigare problem skapade nya. Mätdatainsamling kom att bli den vägg mot vilken vi stötte våra pannor blodiga.

Identifieringen visade sig trots allt ge fullt godtagbara resultat. Trots alla motgångar så tycker vi att den tid vi lagt ner på projektet har varit väl investerad. Vi har hämtat erfarenheter utanför böckernas värld och blivit varse hur teorin ofta kommer till korta.

Denna rapport är ett försök att beskriva vår arbetsgång och dela med oss av de erfarenheter vi fått. Förhoppningsvis kan det komma till användning för kommande projekt i Processidentifiering.

A Simnonfiler

Under denna rubrik har vi lagt de simnonfiler som vi ansåg vara av intresse. De är

1. Ident.t, knyter ihop delsystemen nedan.
2. Estim.t, plockar ut identifieringsdata.
3. Preg.t, P-reglering av motorarmens hastighet.
4. PRBS.t, generering av PRBS-signal.

A.1 Ident.t

```
CONNECTING SYSTEM ident
" Control of thetadot and logging of data for identification use.
" 1992-11-10:17.08
" Connections:
"   alpha      : AIO
"   thetadot   : AI1
"   VMotor     : A00

TIME t

"Connections:
  thdotref[preg] = u[prbs]
  styr[estim]    = cont[preg]
  SafeOut        = SDAout(motorch,0) "Ramp down motor voltage at
                                     "end ofsimulation

"Paramters:
  motorch:0
END
```

A.2 Estim.t

```
DISCRETE SYSTEM estim
" Extracts data for identification.

"Declarations:
INPUT styr
TIME t
TSAMP ts
STATE alpha sp
NEW nalpha nsp

"Dynamics:
nalpha = Adin(alphach, t)
nsp    = styr
ts     = t+h

"Parameters:
h      :0.04
alphach:0
END
```

A.3 PReg.t

DISCRETE SYSTEM PReg

" Proportional control of DC-servo velocity thetadot.

"Declarations:

INPUT thdotref
OUTPUT cont
TIME t
TSAMP ts

"Dynamics:

thdot = Adin(thetach,t)
err = (sc*thdotref+thbias-thdot)
cont = k*err
VMotor = Daout(motorch,cont)
ts=t+h

"Parameters:

k: 2 " Proportional gain
h: 0.2 " Sampling period
thbias:0.026
sc :0.008
thetach:1 " Adin1
motorch:1 " DaIn1

END

A.4 PRBS.t

DISCRETE SYSTEM prbs

"Implementation of feedback shift register

"cf Rolf Johansson, Processidentifying, fig 8.5, p181

"Declarations:

OUTPUT u
STATE s1 s2 s3 s4 s5 s6 s7 s8 s9 s10 s11 s12 s13
NEW ns1 ns2 ns3 ns4 ns5 ns6 ns7 ns8 ns9 ns10 ns11 ns12 ns13
TIME t
TSAMP ts

"Dynamics:

x1=IF s13 < s4 THEN 1 ELSE IF s13 > s4 THEN 1 ELSE 0
x2=IF x1 < s3 THEN 1 ELSE IF x1 > s3 THEN 1 ELSE 0
x3=IF x2 < s1 THEN 1 ELSE IF x2 > s1 THEN 1 ELSE 0
u=s13
ns1=x3
ns2=s1
ns3=s2
ns4=s3
ns5=s4
ns6=s5
ns7=s6

```

ns8=s7
ns9=s8
ns10=s9
ns11=s10
ns12=s11
ns13=s12
ts=t+5*h

"Parameters:

h:0.04

"Initial states
s1:1
s2:1
s3:0
s4:1
s5:0
s6:0
s7:0
s8:0
s9:0
s10:0
s11:0
s12:0
s13:1
END

```

B Matlabfiler

Under denna rubrik har vi lagt de matlabfiler som vi ansåg vara av intresse. De är

1. ctid.m, för identifiering av kontinuerlig överföringsfunktion.
2. tet.m, för att korrigera brister i Simnon.

B.1 ctid.m

```

function [be, ae] = ctid(u,y,tau,h);
% function [be,ae] = ctid(u,y,tau,h);
% - Continuous time identification of the inverted pendelum.
% cf section 6.2.
% u,y - time-series
% tau - time constant of filter
% h - sampling period
% Be, Ae - estimated b- and a-polynomials.
%
%
% 
$$G(s) = \frac{B_e(s)}{A_e(s)} = \frac{b_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

%
[bd,ad] = sample([1],[tau 1],0,h); % ZoH-sampling od lambda operator

```

```

yf = filter(bd, ad, y);
yff = filter(bd, ad, yf);
uff = filter(bd, ad, filter(bd, ad, u));

yls = y;
phi = [ yf yff uff ];
theta = inv(phi'*phi)*phi'*yls;

a1 = (theta(1,1)-2)/tau;
a2 = (a1*tau-theta(2,1)-1)/(tau*tau);
b2 = (theta(3,1)/(tau*tau));
be = [b2];
ae = [1 a1 a2];

poles = roots(ae)
bode(be,ae);

end

```

% Now apply Least Squares

% to obtain parameter vector

% Derive coefficients

% and return estimated

% polynomials

% Display Bodeplot

B.2 tet.m

```

function [u,y,time,NewU,NewY,NewTime] = tet(res,h)
% function [u,y,time,newu,newy,newtim] = tet(res,h)
% - removes duplicate data and inserts missing data.
% res          : the result matrix from SIMNON logging
% h            : sampling time
% u, y, t      : original data obtained from SIMNON
% NewU, NewY, NewTime: corrected time-series

res(:,2)=dtrend(res(:,2));
res(:,3)=dtrend(res(:,3));
y = [];
u = [];
prevtime = res(1,1);
index = 1;
length = size(res);
for i = 1:round(length(1,1)),
    if res(i,1) ~= prevtime,
        prevtime = res(i,1);
        time(index) = res(i,1);
        y(index,1) = res(i,2);
        u(index,1) = res(i,3);
        index = index+1;
    end
end

NewTime = [];
NewY = [];
NewU = [];
index = 1;

for i=1:4000,
    if i*h > time(index)
        index = index + 1;
    end
end

```

"Remove mean values from data series

"Remove duplicate data

"cf section 5.4

"Insert missing data

```

end
NewY(i) = y(index);
NewU(i) = u(index);
NewTime(i) = i * h;
end

```

end

C Maplefil

Kommandosekvensen nedan härleder en idealiserad systemmodell för den inverterade pendeln.

För en kort men utmärkt introduktion till Maple rekommenderas "A Quick Manual to Maple version V" av Krister Forsman, LiTH.

C.1 Pendel.map

```

# Modeling of pendulum based on Euler-Lagrange mechanics.
#
# This script derives a system description linearized around the
# stable equilibrium.
#
# q1' = angular velocity of motor shaft
# q2' = angular velocity of pendelum

# Cartesian coordinates of pendulum masses

x1 := l1*cos(q1(t));
y1 := l1*sin(q1(t));
z1 := 0;

x2 := x1 - l2*sin(q2(t))*sin(q1(t));
y2 := y1 + l2*sin(q2(t))*cos(q1(t));
z2 := - l2*cos(q2(t));           # Change sign for inverted model !

# Velocity is the derivative of position

dx1 := diff(x1,t);
dy1 := diff(y1,t);
dz1 := diff(z1,t);

dx2 := diff(x2,t);
dy2 := diff(y2,t);
dz2 := diff(z2,t);

# The kinetic energy T:

T := 1/2*(m1*(dx1^2 + dy1^2 + dz1^2) + m2*(dx2^2 + dy2^2 + dz2^2));
T := simplify(T);
T := subs(diff(q1(t),t) = dq1,diff(q2(t),t) = dq2,
          q1(t) = q1, q2(t) = q2,T);

```



```

T := simplify(T);

# The potential energy V:

V := m2*g*l2*cos(q2);

# Manipulating the Lagrangian L= T-U

dVdq1 := diff(V,q1);
dVdq2 := diff(V,q2);

dTddq1 := diff(T, dq1);
dTddq2 := diff(T, dq2);

dTdq1 := diff(T, q1);
dTdq2 := diff(T, q2);

slask := subs(q1 = q1(t), q2 = q2(t), dTddq1);
slask2 := subs(dq1 = diff(q1(t), t), dq2 = diff(q2(t), t), slask);
slask3 := diff(slask2, t);
slask4 := simplify(slask3);
ddtdTddq1 := subs(diff(q1(t), t, t) = ddq1, diff(q2(t), t, t) = ddq2,
                  diff(q1(t), t) = dq1, diff(q2(t), t) = dq2,
                  q1(t) = q1, q2(t) = q2, slask4);

dyn1 := ddtdTddq1 - dTdq1 + dVdq1;
dyn1 := simplify(dyn1);
dyn1 := collect(dyn1, ddq1);

dyn2 := ddtdTddq2 - dTdq2 + dVdq2;
dyn2 := simplify(dyn2);

h11 := coeff(dyn1, ddq1);
h12 := coeff(dyn1, ddq2);
h21 := coeff(dyn2, ddq1);
h22 := coeff(dyn2, ddq2);

v1 := dyn1 - h11*ddq1 - h12*ddq2 - dVdq1;
v2 := dyn2 - h21*ddq1 - h22*ddq2 - dVdq2;

H := array([[h11, h12], [h21, h22]]);
v := array([[v1], [v2]]);
gv := array([[dVdq1], [dVdq2]]);

# Linearization about q1=q2=dq1=dq2=0
# Translate H*ddq + v(q, dq) + gv = [V, 0]' to
# H1*ddq + M1*dq + g1*q
# where q=[q1, q2]', dq=[dq1, dq2]', ddq=[ddq1, ddq2]'
# Use sin(q)=q, cos(q)=1, sin(q)*sin(t)=t*q=0 and dq*sinq=0 ==>

with(linalg);
H1 := subs(cos(q2)=1, sin(q2)=0, evalm(H));
M1 := array([[0, 0], [0, 0]]);
g1 := array([[0], [0]]);

```

```

g12 := subs(sin(q2)=1,evalm(gv));
g1 := concat(g11,g12);

#state space equations (state vector = [q1,q2,dq1,dq2]')
#dx/dt = A*x + B*v

zeromatr := array([[0,0],[0,0]]);
Id := array([[1,0],[0,1]]);
slask := concat(-1*inverse(H1)&*evalm(g1),-1*inverse(H1)&*evalm(M1));
A := stack(concat(zeromatr,Id),evalm(slask));

B := stack(array([[0],[0]]),inverse(H1)&*array([[1],[0]]));
C := array([[0,1,0,0]]);
Id := array([[1,0,0,0],[0,1,0,0],[0,0,1,0],[0,0,0,1]]);
G := evalm(C&*inverse(s*Id-A)&*B);

```

Identifiering av bom och kula-process Projektarbete i Processidentifiering, HT 1992

Jeppa Grosshög, F89
Henrik Värendh, F89
Reglerteknik, LTH

26 november 1992

Sammanfattning

Detta är en rapport av ett projekt i kursen Processidentifiering vid Institutionen för Reglerteknik, LTH, hösten 1992. Projektet behandlar identifiering av en motordriven bom med en rullande kula. Vi har kommit fram till följande överföringsfunktioner för processen:

$$G_{\phi}(s) = \frac{225s + 46900}{s^3 + 103s^2 + 10100s + 833}$$

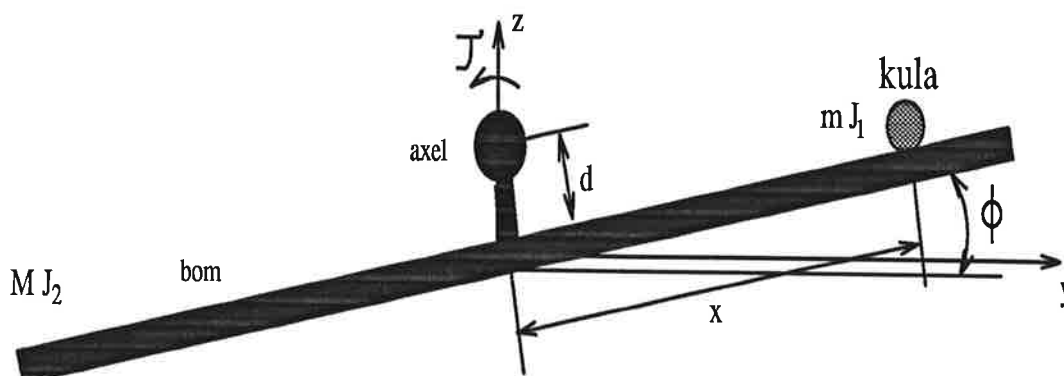
$$G_X(s) = \frac{0.1541s^2 - 6.6997}{s^2}$$

Innehållsförteckning

1 Inledning	3
2 Modellering	3
2.1 Modellering av överföringsfunktion mellan motor och bom	3
2.2 Modellering av överföringsfunktion mellan bom och kula	3
3 Experiment	4
4 Identifiering	6
4.1 Identifiering av överföringsfunktion mellan motor och bom	6
4.2 Identifiering av överföringsfunktion mellan bom och kula	7
5 Validering	7
5.1 Validering av överföringsfunktion mellan motor och bom	7
5.2 Validering av överföringsfunktion mellan bom och kula	9
6 Val av modell	11
6.1 Val av överföringsfunktion mellan motor och bom	11
6.2 Val av överföringsfunktion mellan bom och kula	11
7 Referenser	12

1 Inledning

I kursen Processidentifiering vid LTH ingår ett projekt. Vi har valt att studera en motordriven bom med en rullande kula. Den bom vi gjort försök på är märkt med nummer tre. Systemet har två mätbara storheter, nämligen bommens vinkel, ϕ , och kulans läge, x , enligt figur 1.



Figur 1: Bom och kula-processen med beteckningar

2 Modellering

2.1 Modellering av överföringsfunktion mellan motor och bom

I laboration 1 i kursen undersöktes överföringsfunktionen från styrsignal till vinkel med hjälp av frekvensvarsanalys. Denna undersökning gav en ungefärlig överföringsfunktion med -1 -lutning fram till 10 - 20 Hz och därefter -3 -lutning på amplitudkurvan i bodediagrammet. Vid brytpunkten finns också en resonans. Vi förväntar oss följande modell:

$$G_{\phi}(s) = \frac{b_0}{s(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)}$$

2.2 Modellering av överföringsfunktion mellan bom och kula

För att modellera överföringsfunktionen mellan bom och kula ställde vi upp kraftekvationer för kulan och antog att d , avståndet bom till motoraxel, var försumbart. Tröghetsmomentet för kulan är

$$J_1 = \frac{2mR^2}{5}$$

där m är kulans massa och R är kulans radie. Under förutsättning att kulan inte glider blir den totala kraften i bommens riktning

$$F_{total} = ma + \frac{J_1\alpha}{R}$$

där a är kulans linjära acceleration och α är vinkelaccelerationen. Det gäller att $\alpha = a/R$. Insättning i formeln för F_{total} av uttrycket för J_1 och α ger

$$F_{total} = ma + \frac{J_1 a}{R^2} = ma + \frac{\frac{2mR^2}{5} a}{R^2} = \frac{7ma}{5}$$

Vidare gäller att

$$F_{total} = mg \sin \phi$$

Identifierar vi ekvationerna och approximerar sin $\phi \approx \phi$ då ϕ är litet fås

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{5g\phi}{7}$$

Laplacetransformering ger överföringsfunktionen

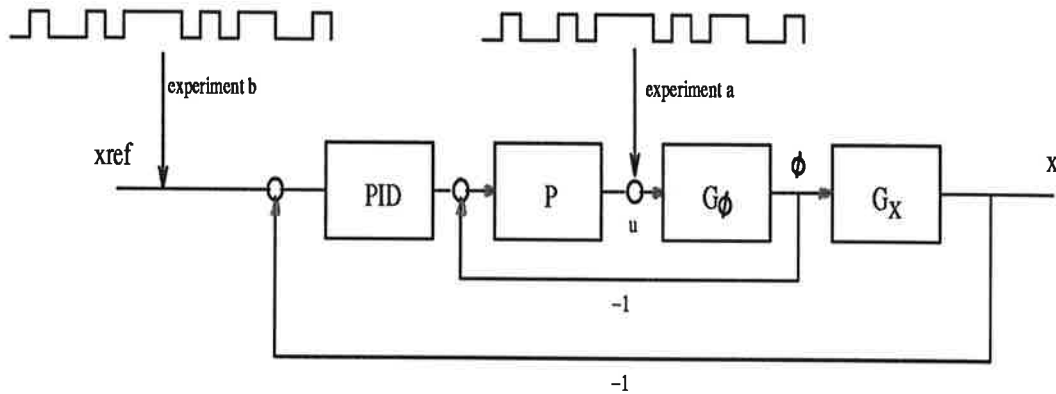
$$G_X = \frac{5g}{7s^2} \approx \frac{7}{s^2}$$

Om man tar hänsyn även till d visar det sig att en s^2 -term tillkommer i täljaren. Vi förväntar oss alltså följande modell:

$$G_\phi(s) = \frac{b_0s^2 + b_2}{s^2}$$

3 Experiment

Eftersom kulan påverkar bommen mycket lite kan vi dela upp identifieringen på två överföringsfunktioner, G_X och G_ϕ , enligt figur 2. Med denna metod är det möjligt att identifiera snabbare



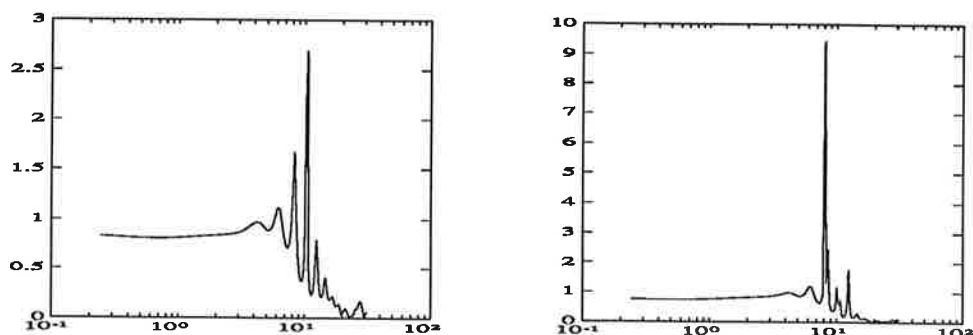
Figur 2: Experiment för identifiering av G_X . PRBS-signalen i endera av lägena.

förlopp hos bomprocessen, som annars hade dolts av den långsammare kulprocessen. Att vi delar upp och identifierar processerna var för sig innebär också fördelar senare vid design av regulatorer. Vi gjorde därför experiment med respektive utan kula. Eftersom systemet med kula är instabilt måste den sistnämnda mätserien ske med reglering. Upptagande av experimentdata har vi gjort med programmet logger.

Experiment för identifiering av G_ϕ gjordes med en PRBS-signal som insignal och vinkeln ϕ mättes. Vi provade oss fram med olika amplitud på insignalen. Slutligen använde vi samplingstid 5 ms, PRBS-period 25 ms, amplitud 1.5 V och offset -0.015 V. Därmed blev den högsta frekvensen på PRBS-signalen 40 Hz, dvs vi får med brytpunkten och resonansen kring 10 - 20 Hz.

Vid försöken med kula försökte vi först använda en PID-regulator där vi bara mätte läget. Detta för att kunna identifiera från en PRBS-signal som insignal till systemet till läget på kulan, för att sedan identifiera systemets totala överföringsfunktion. Det visade sig dock svårt att ställa in en regulator för att få ett stabilt system på detta sätt, beroende på att vi ej kan få tillräcklig fasavancering med PID-regulator. Vi försökte då använda vinkelmätningen vid regleringen. En återkoppling av vinkeln mellan de båda mätsignalerna för identifieringen, PRBS-signalen och läget x , hade förmodligen stört systemet för mycket och därmed påverkat identifieringen. Om vi däremot identifierar från ϕ till x bör återkopplingen av läget störa identifieringen mindre. Vi inför dock ett fel eftersom insignalen då blir kontinuerlig och ej en PRBS-signal. Detta är möjligt att åtminstone reducera genom att använda identifieringsalgoritmer som utgår från first order hold-sampling och inte zero order hold-sampling. Vi återkopplade vinkeln med en P-regulator och läget med en PID-regulator enligt figur 2. För implementeringen av reglerstrukturen använde vi realltidssimmon, som

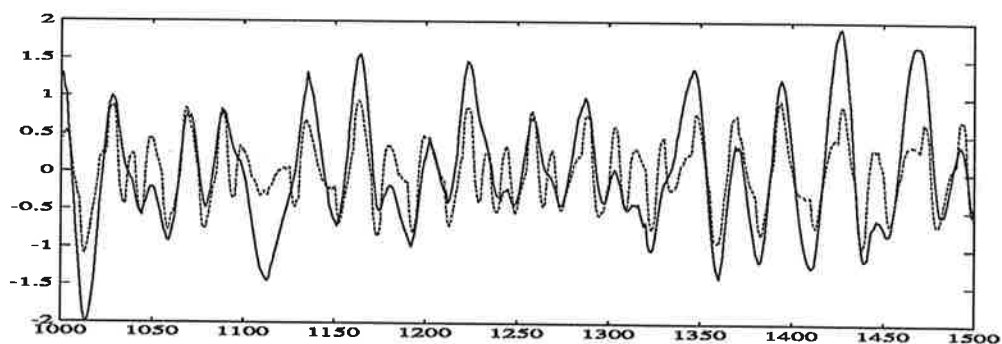
vi körde på en dator och logger på en annan. Vi gjorde dels mätserie med PRBS-signalen som en störning enligt experiment a och en med PRBS-signalen som referensvärde enligt experiment b i figur 2. Med PRBS-signalen som en störning satte vi referensvärdet till 0. Läget och vinkeln mättes. I logger satte vi PRBS-signalen till amplitud 0.5 V, samplingsid 100 ms och PRBS-period 500 ms. I



Figur 3: Korrelationsfunktionen för experiment för G_X med PRBS-signalen som störning (tv) respektive referensvärde (th).

regleralgoritmen i simnon hade vi 20 ms samplingsid. Vi mätte ϕ och x , vilka är insignal respektive utsignal för identifieringen. I figur 3 visas experimentens korrelationsfunktioner. Bra identifiering bör vara möjlig för frekvenser upp till 5 Hz eftersom korrelationsfunktionen då är nära 1. Vi valde att arbeta vidare med mätningen med PRBS-signalen som störning. Detta eftersom PRBS-signalen ligger närmare G_ϕ och dess korrelationsfunktion ser aningen bättre ut. Med PRBS-signalen som referensvärde kommer regulatorerna emellan och detta bör ge sämre excitation. Del av mätdata visas i figur 4.

Logger och simnon är ej synkroniserade, men det gör inget eftersom vi mäter ϕ och x . Vid identifieringen har vi använt identifieringsalgoritmer som ger ZOH-samplade metoder, vilket som nämnts tidigare innebär ett fel pga att insignalen är kontinuerlig. Vi hoppas dock att detta fel är förhållandevis litet.



Figur 4: Del av experimentdata för identifiering av G_X med PRBS-signal som störning. x heldragen, ϕ streckad

Vid upptagningarna gjordes 4000 mätningar. Av dessa använde vi sedan de 2000 första till identifiering och de 2000 sista till validering och simulering.

4 Identifiering

4.1 Identifiering av överföringsfunktion mellan motor och bom

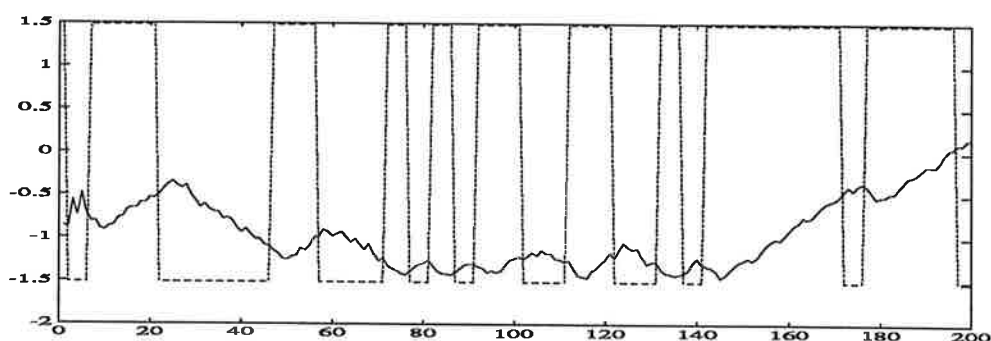
Identifieringen av överföringsfunktionen mellan motor och bom gjordes med utgångspunkt från de i laboration 1 erhållna resultaten. Således förväntade vi oss en överföringsfunktion med tre poler. En pol bör hamna i $+1$, och de övriga en liten bit innanför enhetscirkeln, med symmetrisk placering kring reella axeln, och med realdelar strax under 1.

Modellens bodediagram bör överensstämma med det experimentella bodediagrammet i laboration 1, det vill säga:

Amplitudkurvan skall ha -1 -lutning vid låga frekvenser. Vid resonansfrekvensen (c:a 20 Hz) förväntar vi oss en resonansstopp, och därefter bör lutningen vara -3 .

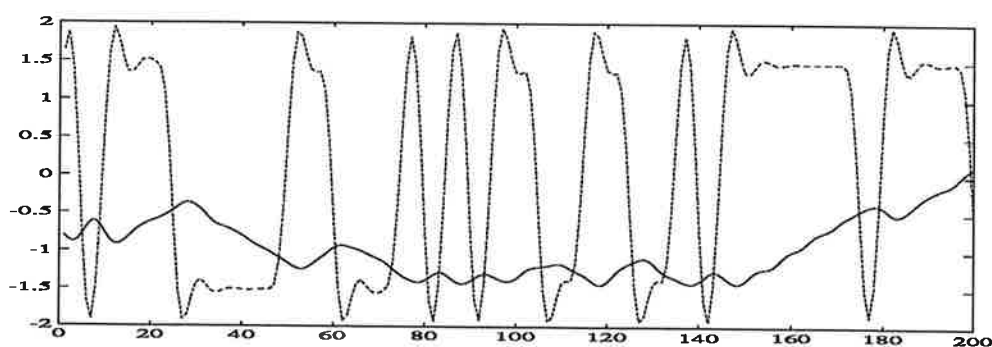
Faskurvan bör börja i -90° , för att efter resonansstoppen i 20 Hz minska till -270° .

Om man antar att de störningar som förekommer i våra mätdata är vitt brus bör dessutom kovariansfunktionen för modellens residualer vara nära noll överallt utom i nollan. Korskovariansfunktionen mellan insignal och residualer bör ligga nära noll, om modellen beskriver systemet väl.



Figur 5: Mätdata från motor-bomprocessen (heldragen-utsignal, streckad-insignal)

De mätdata som användes vid identifieringen syns i figur 5. I figur 5 ser man att en högfrekvent signal av något slag har smugit sig in i våra mätdata. Eftersom vi inte har anledning att misstänka att processen genererar någon så högfrekvent signal kan det vara lämpligt att filtrera ut- och insignal med ett lågpasfilter. Filtrets brytfrekvens bör väljas så att den intressanta resonansstoppen vid 20 Hz inte dämpas ut. Vi valde att använda ett 4:e ordningens butterworth-filter, med brytfrekvensen



Figur 6: Filtrerad utsignal (heldragen) och insignal (streckad) från motor-bomprocessen

30Hz. I figur 6 ser vi den filtrerade ut- och insignalen.

Vi provade att anpassa dels arx-modeller, med hjälp av iv-metoden, och dels Box-Jenkins-modeller, av olika modellordningar. Arx-modellerna visade sig beskriva systemet dåligt. Så vi koncentrerade oss på Box-Jenkins-modeller. Eftersom vi redan viste en del om processen kunde vi redan från början anta att F-polynomets gradtal skulle vara 3. I in-ut-signalplottarna ser man att det föreligger en mindre fördröjning mellan in- och utsignal. 2-3 sampel verkar vara en rimlig fördröjning. Vi provade ett stort antal kombinationer av gradtal på B-, C- och D-polynomen, och fann att bäst resultat erhöles med $nB = 1$ och $nC = nD = 2$. Vi valde slutligen fördröjningen till 2 sampel (skillnaden mellan fördröjningarna 2 och 3 var marginell)

4.2 Identifiering av överföringsfunktion mellan bom och kula

Identifieringen av överföringsfunktionen mellan bom och kula gjordes med utgångspunkt från vår teoretiska modell. Enligt denna bör vi ha två poler ungefär i +1. A-polynomets bör sålunda vara av andra ordningen. Direkttermen bör vara liten och eventuellt försumbar. Detta ger ett B-polynom med en till tre termer.

Vid identifieringen använde vi FPE, kovariansfunktionen, korskovariansfunktionen, pol-nollställedagram och bodediagram som urvalskriterier. Vi provade att anpassa arx-modeller, armax-modeller och även Box-Jenkins-modeller till våra data. Box-Jenkins-modeller visade sig beskriva systemet sämre så vi koncentrerade oss på arx- och armax-modeller. Med värdena på förlustfunktionen för dessa modeller gjorde vi F-test av ordningen.

$$\tau_F(p_2, p_1) = \frac{V^1 - V^2}{V^2} * \frac{N - p_2}{p_2 - p_1}$$

Urvalskriteriet är att om $\tau_F \geq F_\alpha(N - p_2, p_2 - p_1)$ så kan hypotesen att den större modellordningen ger större förklaring ej förkastas. Genom att variera ordningen för en variabel och hålla övriga konstanta gav testet följande modellordningar på nivån $\alpha = 0.01$

$$\begin{aligned} \text{armax-modell: } nA = 2, nB = 1, nC = 1 \\ \text{arx-modell: } nA = 2, nB = 1 \end{aligned}$$

för både fördröjning $nk = 0$ och $nk = 1$.

Vi ansatte även en stor modellordning, armax(10,10,0,0), genomförde balanserad realisering och beräknade grammanen. Vi fann att $\sigma_3 - \sigma_{10}$ var mer än 10000 gånger mindre än σ_1 och σ_2 . Tillstånd 3 - 10 kunde därför reduceras.

Genom att införa ett filter

$$\lambda = \frac{1}{1 + p\tau}$$

kan man identifiera i kontinuerlig tid. Vi ansatte den teoretiska modell vi kommit fram till och identifierade med minsta kvadrat-metoden:

$$Y = (y - 2[\lambda y] + [\lambda^2 y]), \Phi = (u - 2[\lambda y], [\lambda^2 y])$$

$$\theta = [b_0, b_2]' = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$$

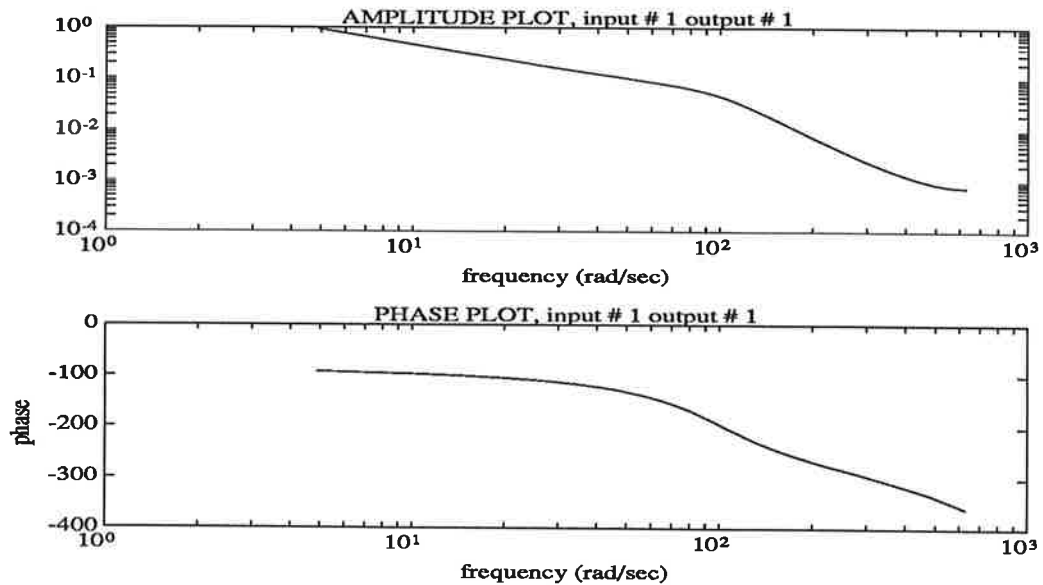
5 Validering

5.1 Validering av överföringsfunktion mellan motor och bom

För att kontrollera hur bra vår modell beskriver erhållna mätvärden från processen gjorde vi en serie valideringsexperiment. I en perfekt modell bör residualernas autokorrelationsfunktion vara 1 för lag 0, och 0 för övrigt. Vidare bör korrelationsfunktionen mellan insignal och residualer vara 0. Enligt dessa kriterier är vår modell inget vidare, men eftersom våra resultat i övrigt är bra så känner vi oss modiga nog att bortse från detta.

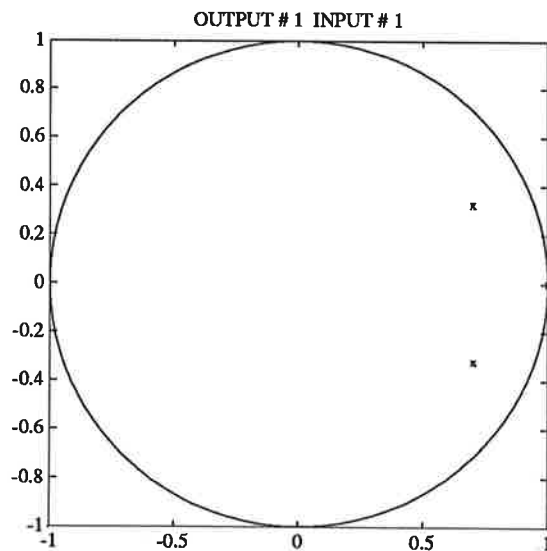
I figur 7 visas modellens bodediagram. Bodeplotten har i stora drag det utseende vi förväntar oss för bomprocessen. Vi har lutningen -1 och fasen -90° för låga frekvenser, vid c:a 16 Hz har vi en

brytpunkt, och vid höga frekvenser får vi -3 lutning och fasen -270° . Man hade väntat sig en något mera markant resonanstopp vid brytfrekvensen, eftersom en sådan uppträdde vid frekvensanalys-experimentet i laboration 1. Det visade sig dock att en sådan topp uteblev i alla de modeller vi testade.



Figur 7: Motor-bom modellens bodediagram

I figur 8 finns ett pol-nollställediagram för modellen. Eftersom nB valdes till 1 finns inga nollställen. En av polerna ligger, som väntat, i ettan. Detta svarar mot integratorn som gav oss -1

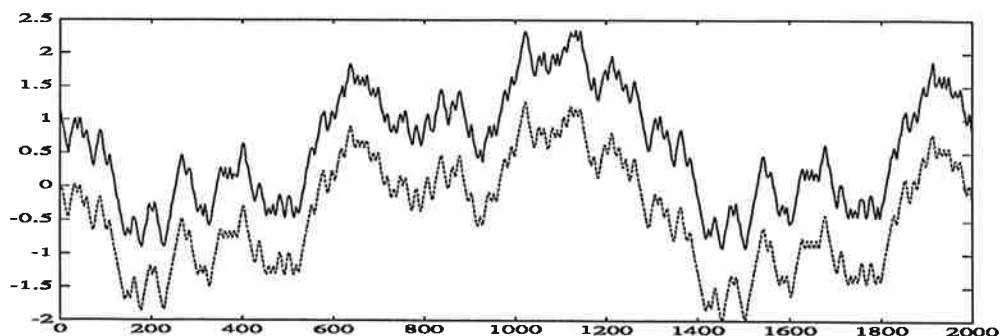


Figur 8: Motor-bom modellens pol-nollställediagram

lutning i början av bodediagrammet. De två övriga nollställena ligger symmetriskt kring reella axeln strax innanför enhetscirkeln. Om det hade funnits en mera markant resonanstopp vid brytfrekvensen

hade dessa poler legat närmre enhetscirkeln. Enligt pol-nollställediagrammet är systemet stabilt, sånär som på integratorn.

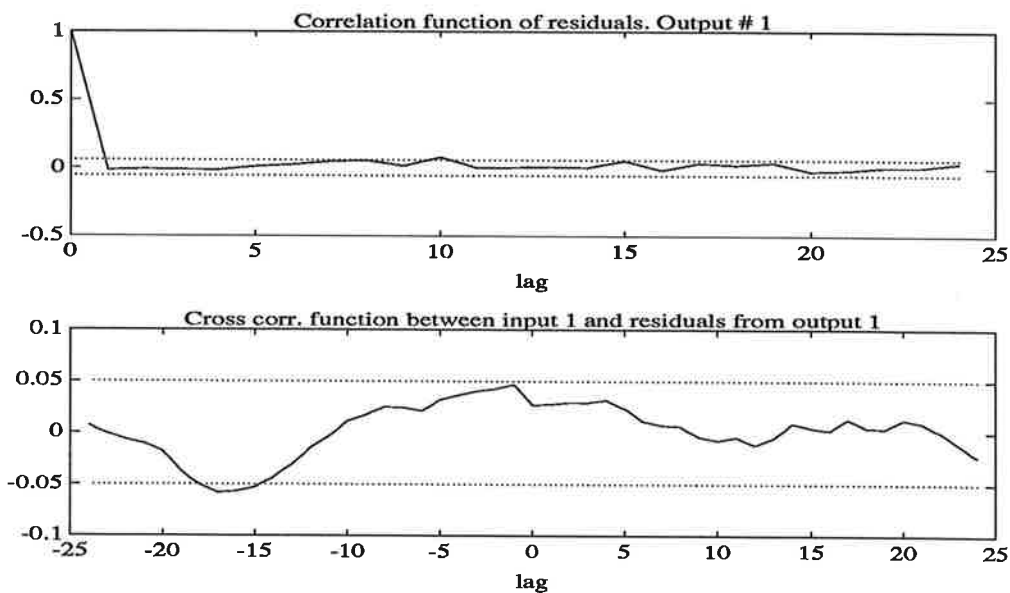
För att kontrollera modellens förmåga att följa mätdata använde vi de 2000 mätpunkter som inte använts vid identifieringen för att simulera systemet med hjälp av modellen, och jämföra simuleringen med systemets verkliga utdata. I figur 9 ser man hur väl simulerade data från vår modell, och verkliga mätdata stämmer överens. Man ser i figuren att så när som på en konstant förskjutning i höjddled av de simulerade värdena har vi en modell som följer data mycket bra.



Figur 9: Simulering med bom modellen (streckad linje) och mätdata (heldragen linje)

5.2 Validering av överföringsfunktion mellan bom och kula

Grundregeln vid modellval är att ta så enkel modell som möjligt. Våra enklaste modeller är arx-modellerna och av dessa var $arx(2,1,1)$ och $arx(2,2,0)$ de som verkade mest rimliga. Båda hade dock två värden för $\tau = 1$ och 2 som ligger utanför 95%-intervallet för residualernas kovarians-



Figur 10: Kovarians- resp korrelationsfunktion för $armax(2,2,2,1)$, bom-kulaprocessen

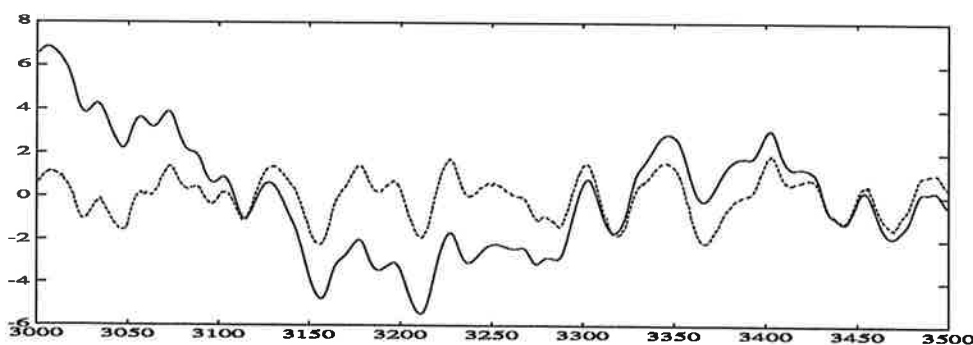
funktion. Korskovariansfunktionen mellan insignal och residualer var dålig för alla arx-modellerna. Med armax-modeller med ett C-polynom kunde vi få alla värden innanför konfidensintervallet. $armax(2,1,2,1)$ gav bra kovariansfunktion och med större B-polynom, $armax(2,2,2,1)$, så fick vi även

bra korskovariansfunktion, se figur 10. Dock använder man oftast inte C-polynomet vid reglering, eftersom det är okänt hur felen kommer in i modellen. Därför är det osäkert om modellen blir bättre för reglering med eller utan C-polynom.

För den reducerade armax-modellen blev kovariansfunktionen som för arx-modellerna, men med en mycket bra korrelationsfunktion.

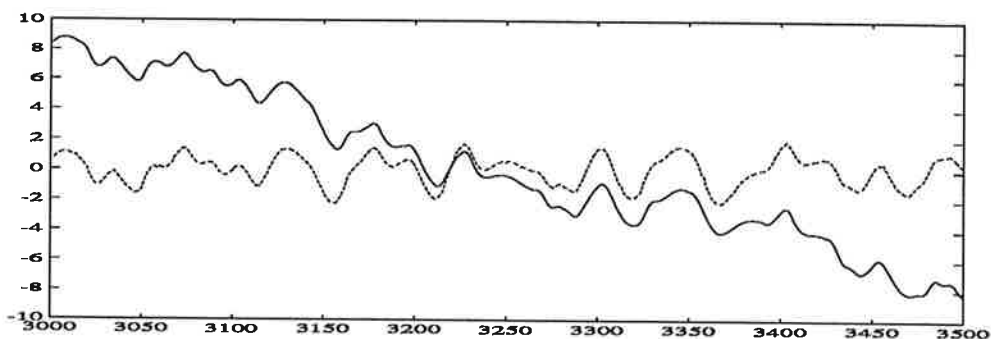
För kontinuerlig tid-modellerna testade vi några olika τ mellan 0.1, som är samplingstiden, och 1. Dock är PRBS-signalens periodtid 0.5 ms och τ bör vara större. Bäst resultat fick vi med $\tau = 0.6$.

Vid simuleringsförsök använde vi data som vi ej använt vid identifieringen. Vi fann att utdata från arx-modeller och armax-modeller utan C-polynom följer experimentdata bra storleksmässigt. Armax-modeller med C-polynom, reducerade armax-modeller, kontinuerlig tid-modeller driver.



Figur 11: Simulering med armax(2,2,2,1) (simuleringsdata - heldragen, experimentdata - streckad), bom-kulaprocessen

Dock följer de sistnämnda modellerna förändringar i experimentdata bättre. I figur 11 visas simuleringen av armax(2,2,2,1)modellen och i figur 12 kontinuerlig tid-modellen. Båda två följer förändringar i experimentdata mycket bra. Kontinuerlig tid-modellen har dock en betydande drift beroende på att den har en direktterm. Armax-modellen driver också men åt båda hållen. An-

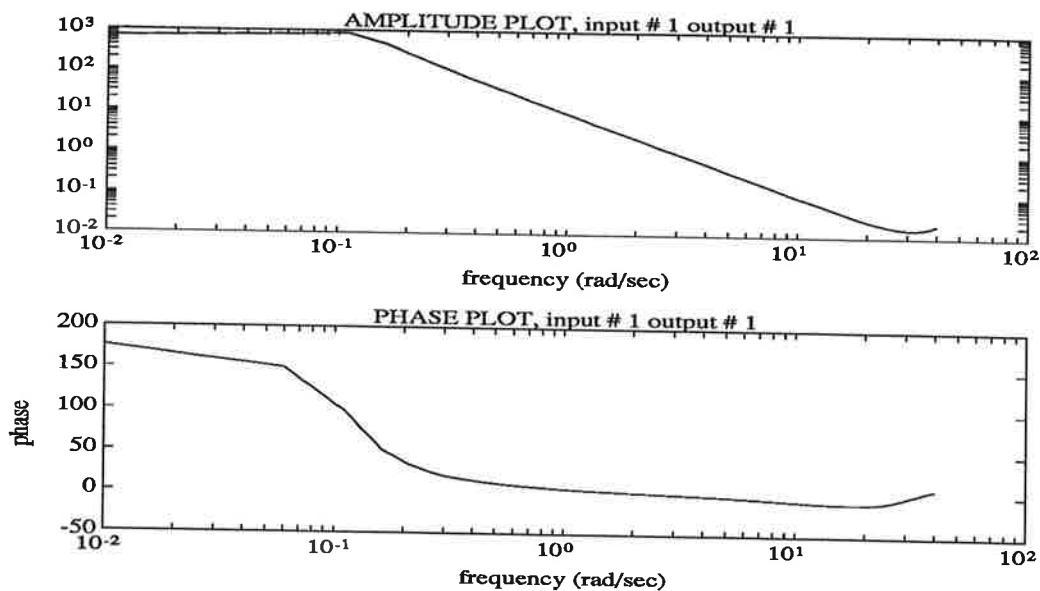


Figur 12: Simulering med kontinuerlig tid-modell, $\tau = 0.6$, (simuleringsdata +67 - heldragen, experimentdata - streckad), bom-kulaprocessen

ledningen till driften är att modellerna inte klarar av att modellera lågfrekventa insignaler.

Bodediagrammet för armax(2,2,2,1) visas i figur 13. Armax-modellens faskurva är positiv i början i figuren, men den ska egentligen börja i -180° för att därefter gå upp mot 0° . Felet beror på experimentetuppställningen: ökande vinkel på bommen ger minskande acceleration på kulan, se figur 2.

Polerna för armax(2,2,2,1)-modellen i diskret tid hamnar precis intill +1 innanför enhetscirkeln som förväntat.



Figur 13: Bodediagram för $\text{armax}(2,2,2,1)$, bom-kulaprocessen

Valet av modell står mellan $\text{armax}(2,2,2,1)$ - och kontinuerlig tid-modellen. armax -modellen har bra kovariansfunktion, men det beror på C-polynomet, som ej används vid reglering. Simuleringsresultaten är bra för båda med fördelen för kontinuerlig tid-modellen att den bara driver åt samma håll till skillnad från armax -modellen. Dock driver den mycket. Kontinuerlig tid-modellen är även identifierad utifrån den teoretiska modell vi kommit fram till med god överensstämmelse av b_2 -termen. Vi väljer därför kontinuerlig tid-modellen.

6 Val av modell

6.1 Val av överföringsfunktion mellan motor och bom

Vi valde en box-jenkins modell med $nB = 1$, $nC = 2$, $nD = 2$ och $nF = 3$. Vidare hade vi en fördröjning på två sampel. Samplingstiden vid våra mätningar var fem millisekunder. Efter omräkning av vår diskreta modell till en kontinuerlig dito erhöles följande överföringsfunktion :

$$G_{\phi}(s) = \frac{225s + 46900}{s^3 + 103s^2 + 10100s + 833}$$

6.2 Val av överföringsfunktion mellan bom och kula

Vi har kommit fram till två modeller, som vi tycker verkar bra, nämligen: $\text{armax}(2,2,2,1)$:

$$G_X = \frac{-0.3239s - 9.1493}{s^2 + 0.0965s + 0.0137}$$

kontinuerlig tid modell:

$$G_X = \frac{0.1541s^2 - 6.6997}{s^2}$$

Av dessa väljer vi kontinuerlig tid-modellen.

7 Referenser

Rolf Johansson, Processidentifiering, KF-Sigma, 1992

Karl J. Åström och Björn Wittenmark, Computer Controlled Systems, Prentice-Hall, 1990

Projekt

i

Processidentifiering FRT 040

1992-12-04

av

Björn Fälth
Magnus Holm
Johan Widell

Inledning

Som arbetsobjekt valde vi **bom med rullande kula**. Projektet omfattade modellbygge, experimentplanering, design och implementering av enkel regulator, insamling av mätdata, identifiering av processen, validering samt eventuellt design och implementering av regulator med utnyttjande av erhållna kunskaper om processen.

Modellbygge

Uppställningen *bom med rullande kula* består av en motor som vrider en bom. På bommen rullar en kula i en ränna. Insignalen till processen är styrsignalen till motorn och utsignalerna är (1) signal från en vinkelgivare som anger vinkeln på bommen i förhållande till horisontalplanet och (2) signal från en lägesgivare som anger var på bommen kulan befinner sig i förhållande till en manuellt inställd referenspunkt.

Från Lab 1 i kursen visste vi att överföringsfunktionen mellan insignalen och vinkeln är av första ordningen upp till resonansfrekvensen, som låg vid ca 17 Hz, och därefter av tredje ordningen. Eftersom vi endast ville identifiera lågfrekvens dynamiken betraktade vi vinkelkretsen som en process av första ordningen.

Därefter resonerade vi enligt följande: ett konstant vinkelutslag ger kulan en konstant acceleration, vilket gav att överföringsfunktionen mellan vinkeln och kulans läge borde vara av andra ordningen, ty accelerationen är andra-derivatan av läget.

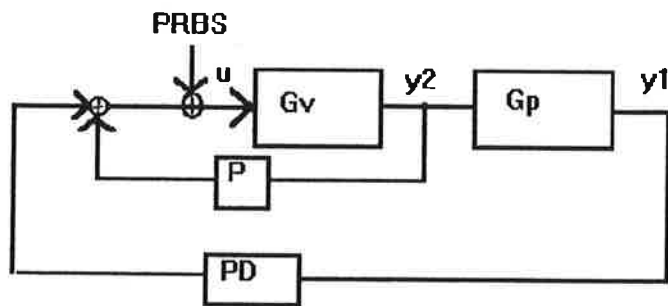
Totala överföringsfunktionen mellan insignalen och kulans läge bör för lägre frekvenser (frekvenser under resonansfrekvensen) kunna beskrivas av en tredje ordningens modell.

Experimentplanering

Eftersom man genom att enbart excitera bommen med en lämplig signal får ett instabilt system, var vi tvungna att identifiera processen i slutna loop, dvs konstruera en regulator som höll kvar kulan på bommen. Regulatorn skulle tillåta att man exciterade bommen med en lämpligt vald PRBS-signal.

Design av enkel regulator för identifiering

Vi valde att implementera regulatorn i programmet 'logger' som normalt används för insamling av mätdata. I 'logger' fanns redan moduler för generering av PRBS-signal samt variabler för in- och utsignaler. Efter en inlärningsperiod på Modula-2, som är programspråket för 'logger', började vi design och trimning av regulatorn. Det visade sig vara svårt att konstruera en regulator som gav ett stabilt system men ändå inte reglerade systemet för hårt. Tre signaler var tillgängliga från bommen: en signal från vinkelgivaren, en signal från lägesgivaren (kulans läge) samt insignalen till motorn. Efter en del initial hjälp från handledaren samt ett stort antal experiment enades vi om följande utseende på regulatorn:



Den inre loopen (vinkelkretsen) består av en enkel P-regulator medan den yttre loopen (lägeskretsen) består av en PD-regulator. Programimplementeringen fick följande utseende:

```

WITH loggParam DO
  {
    y1 := ADIn(0);
    y2 := ADIn(1);
    yref:=Float(mean+2*amp*getPRBS())/2048.0;
    K1:=1.0;K2:=0.0;K3:=0.1;K4:=2.0;
    u:=-K1*y2-K2*(y2-y2g)-K3*(-y1)-K4*(y1g-y1)+yref;
    DAOut(0,u);
    y1g:=y1;
    y2g:=y2;
  }
  IF count >= per THEN
    updatePRBS;
    count := 1;
  ELSE
    count := count + 1;
  END;
  IF sqcount >= 200 THEN
    square:=(-1)*square;
  
```

Efter en längre tids trimning av parametrarna, antog de följande värde:

$$K1= 1,0 \quad K3=0,1 \quad K4=2,0$$

Dessa parametervärde visade sig gav ge en stabil process även om bommen exciterades med en lämplig vald PRBS-signal enligt nedan.

Datainsamling

Eftersom regulatoren var implementerad i 'logger', kunde vi välja lämplig amplitud och period på den exciterande PRBS-signalen i menyn på 'logger'. Genom att prova oss fram med olika värde hittade vi en kombination där kulan blev kvar på bommen samtidigt som processen exciterades tillräckligt. Med tanke på systemets bandbredd tyckte vi att lämpliga värde på PRBS-signalens period borde var 1 -3 Hz. Vi valde PRBS-signalens period till 1 Hz och samplingsperioden till 25 ms och samlade därefter in 10000 datapunkter från var och en av signalerna y1 (position), y2 (vinkel) och u (insignal). 5000 av dessa tänkte vi använda för identifiering och de andra 5000 för validering. Genom att studera insignalens spektrum (bilaga 1) och koherensspektrat mellan insignal och kulas läge (bilaga 2) drog vi slutsatsen att vi hade exciterat systemet tillräckligt.

Identifiering

Vår ansats var att identifiera hela processen, dvs från insignalen u till motorn till utsignalen y_1 från lägesgivaren. Första steget var att dela upp data i identifierings- och valideringsdel enligt ovan. Nästa steg var att ta bort trender i datan med funktionen 'DETREND' i MatLab. Därmed tyckte vi att vi var färdiga att försöka anpassa en modell till identifieringsdata.

Första ansatsen var en tredje ordningens ARMAX-modell med gradtalen 3 på A, B och C-polynomen, och fördröjningen 0. Därefter provade vi att minska gradtalet på C-polynomet och prova med olika fördröjningar. Även lägre och högre ordningens modeller provades. Som ett första kriterium på god anpassning använde vi Akaikes FPE. Med utgångspunkt från detta kunde vi sortera ut ett antal modeller för noggrannare validering. Vi provade även ett antal Box-Jenkins modeller.

Validering

För att validera de olika modellerna gjorde vi först residualanalys på de intressanta modellerna, se bilaga 3, 4 och 5. Vi gjorde även en korsvalidering med hjälp av MatLab funktionen 'IDSIM' där vi använde de sista 5000 datapunkterna från u som indata och jämförde resultatet med de sista 5000 datapunkterna från y_1 . Utskrift av simuleringarna från de två ARMAX-modellerna finns i bilaga 6 och 7 där den röda kurvan är uppmätt utsignal och den svarta är simulerad utsignal från respektive modell.

I bilaga 3, 4 och 5 ser man att korskorrelationsfunktionen har vitt-brus utseende för tidigare insignaler, medan den för kommande insignaler påverkas av regulatören. Residualanalysen och simuleringen visar att förbättringen med 4:e ordningens ARMAX-modell jämfört med 3:e ordningen är väldigt liten och att det bästa valet därför borde vara 3:e ordningens modell. Detta bekräftas av pol-nollställe diagrammen som finns i bilaga 8 och 9, där man ser att det extra pol-nollställe-paret i 4:e ordningens modell är väldigt snabba och nästan tar ut varandra. En intressant iakttagelse i pol-nollställe diagrammet för 3:e ordningens ARMAX-modell är att en pol är väsentligt snabbare än de övriga. Den härrör förmodligen från vinkelkretsen som är hårdare återkopplad, och därmed snabbare än lägeskretsen.

Residualanalysen (bilaga 5) och simuleringen (ej plottat) av 3:e ordningens Box-Jenkins modell visade exakt samma egenskaper som 3:e ordningens ARMAX-modell, vilket verkar vettigt eftersom processen är relativt brusfri.

Den modell vi tyckte representerade processen bäst var en 3:e ordningens ARMAX-modell med följande utseende:

$$A(z^{-1})y_{1k} = B(z^{-1})u_k + C(z^{-1})w_k$$

$$A = 1 - 2,4288z^{-1} + 1,8797z^{-2} - 0,4508z^{-3}$$

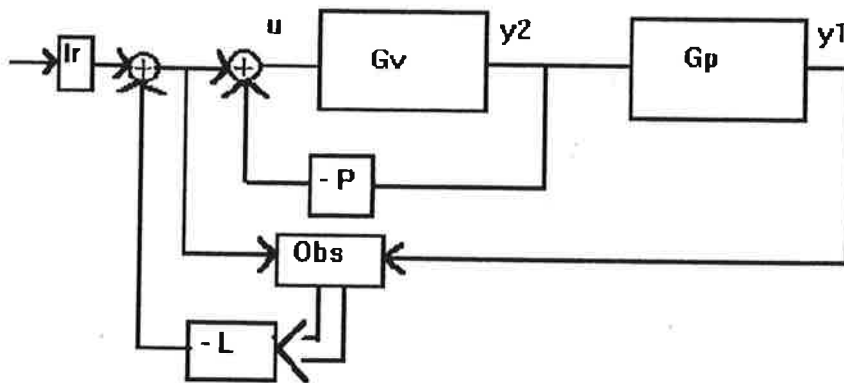
$$B = 0,4412 - 0,6618z^{-1} + 0,2387z^{-2}$$

$$C = 1 - 0,6169z^{-1} - 0,0212z^{-2}$$

Design och implementering av regulator

Trots de fina resultaten från valideringen, misslyckades vi med regulatordesignen.

Vår ansats var att konstruera en regulator med följande utseende:



Troliga förklaringar till att designen misslyckades är:

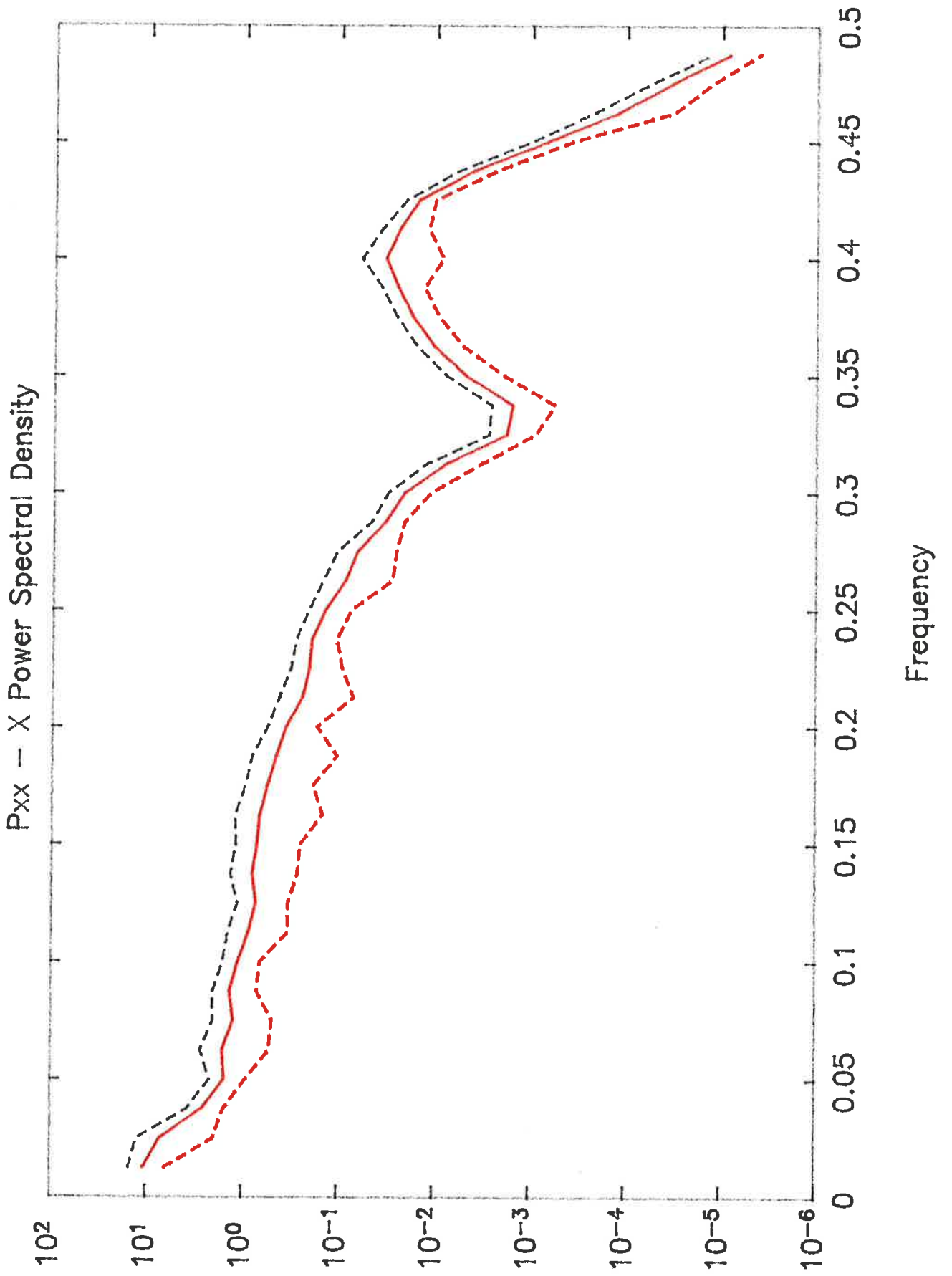
- (1) PRBS-signalen skulle placerats utanför inre reglerloopen i samband med loggning av data, vilket hade medfört att vinkelkretsens inverkan hade kunnat approximeras med en fördröjning.
- (2) Vi samplade för snabbt vilket fick till följd att PRBS-signalen reglerades ut för snabbt. Detta bekräftas av insignalens brusiga utseende.
- (3) På grund av programkonstruktionen i 'logger' var vi tvungna att logga i varje sampel, vilket medförde att förändringen i utsignalen blev alldeles för långsam.

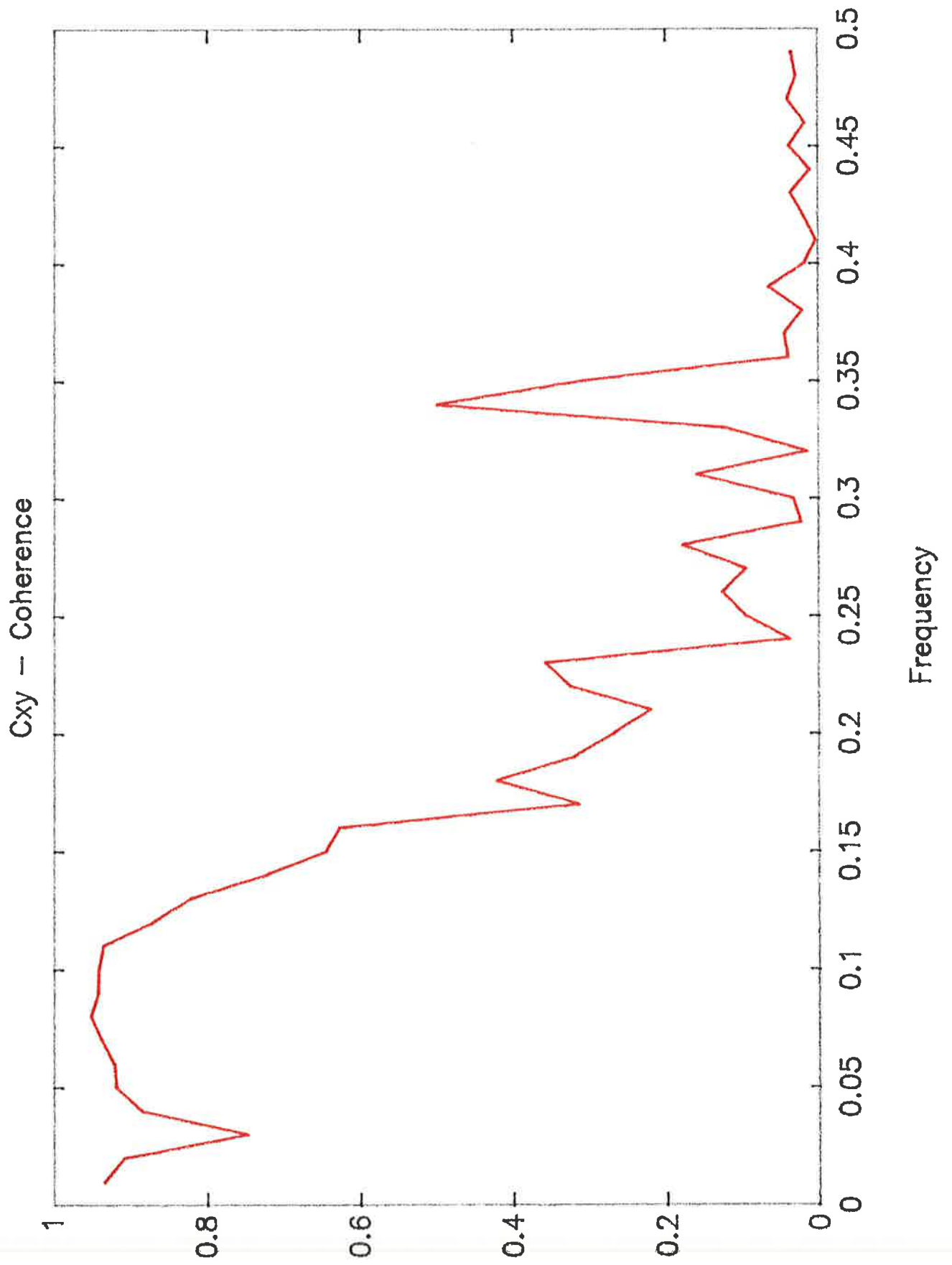
Med detta i åtanke försökte vi att göra en ny identifiering med (i) PRBS-signalen utflyttad från inre reglerloopen, (ii) högre frekvens på PRBS-signalen men bibehållen samplingshastighet och (iii) decimering av data före identifiering. I och med decimeringen så identifierades endast egenskaperna under 4 Hz.

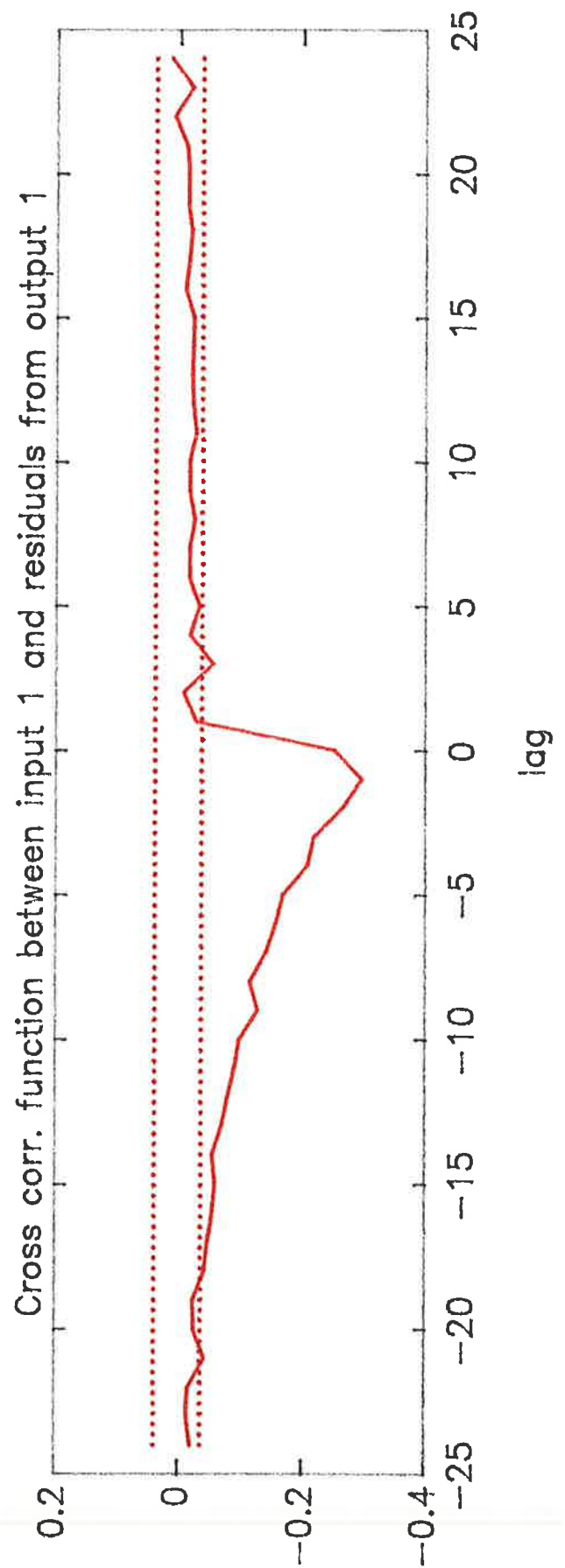
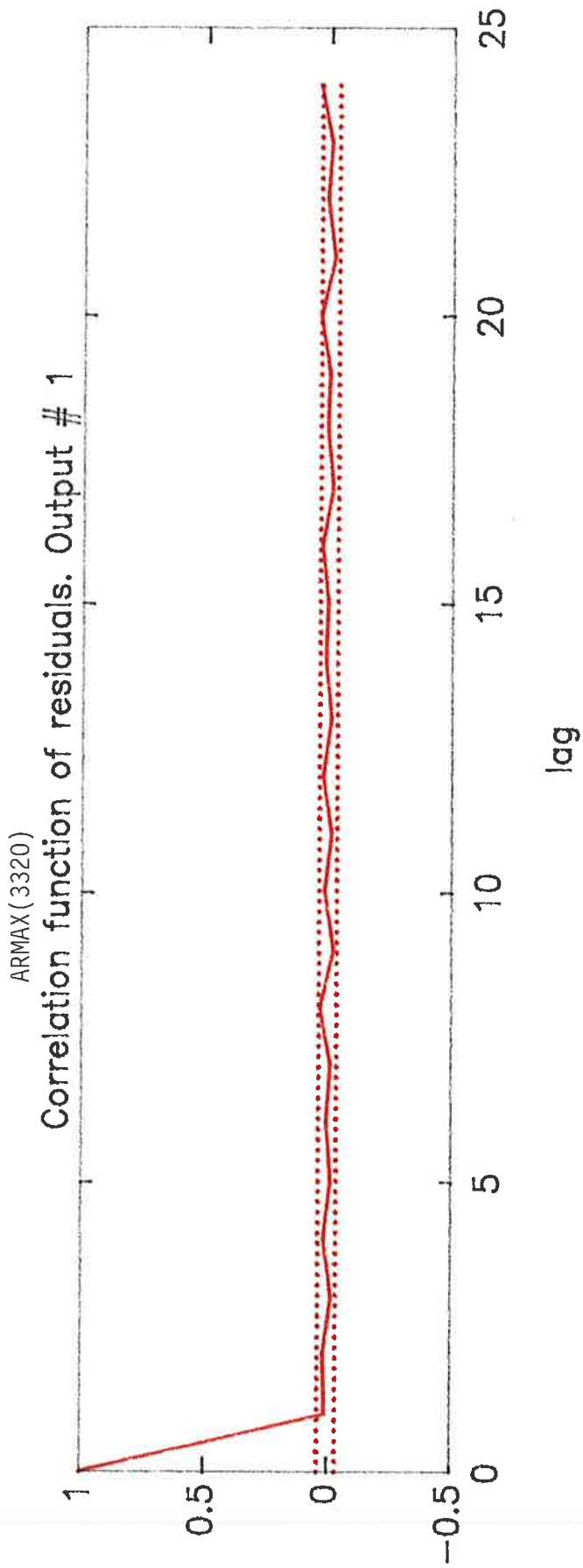
Resultaten från denna nya identifiering finns i bilaga 10 och 11. Regulatordesignen misslyckades tyvärr även med dessa identifieringsdata.

Kommentar till projektet

Trots mycket och hårt arbete upplevde vi projektet som väldigt lärorikt, sannolikt beroende på att vi gjorde ett antal misstag, och därför fick göra om flera av momenten. Vi drar även slutsatsen att identifiering i sluten loop är besvärligt.

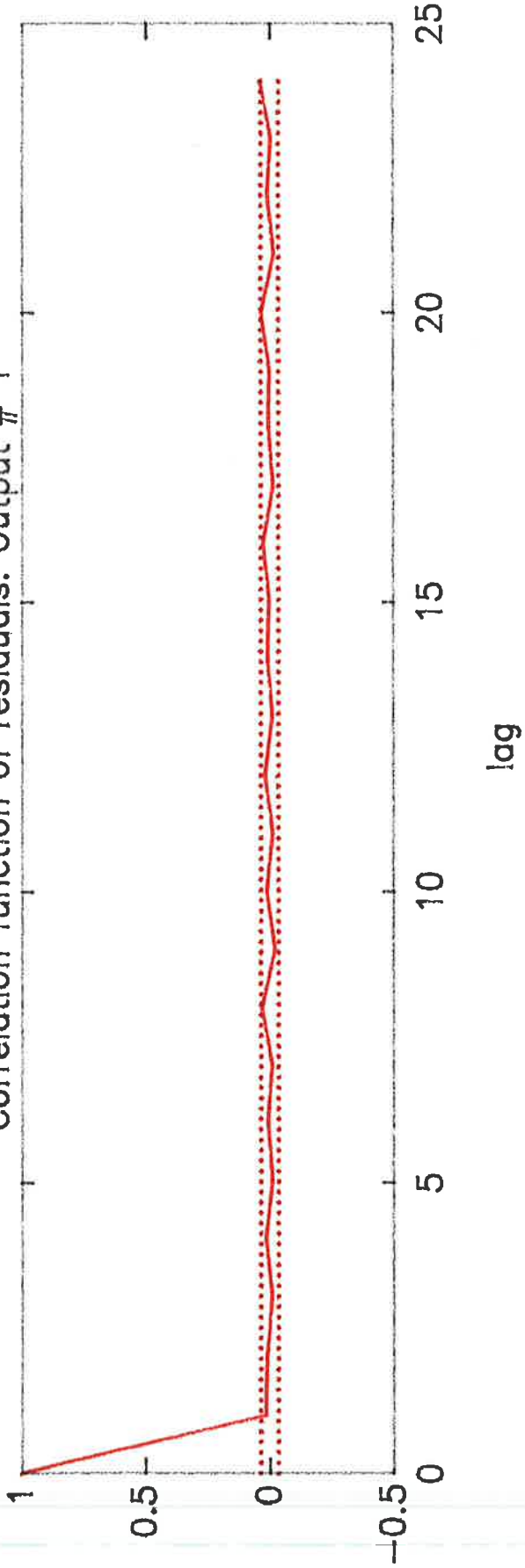




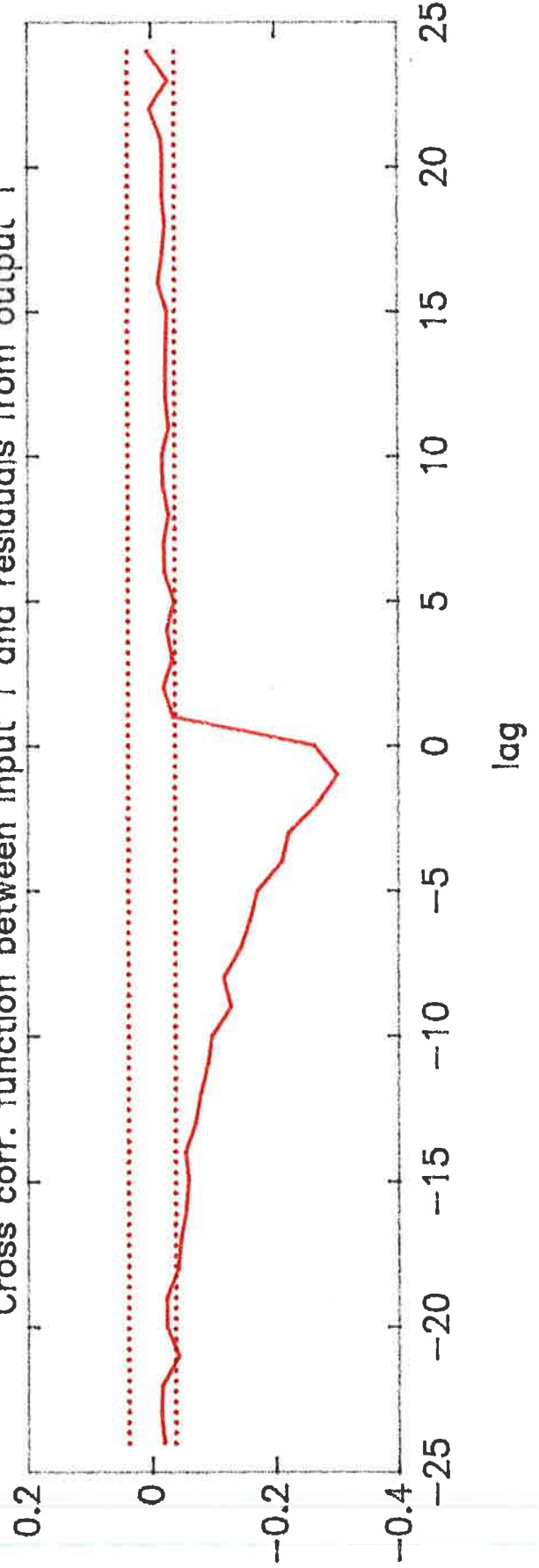


ARMAX(4420)

Correlation function of residuals. Output # 1

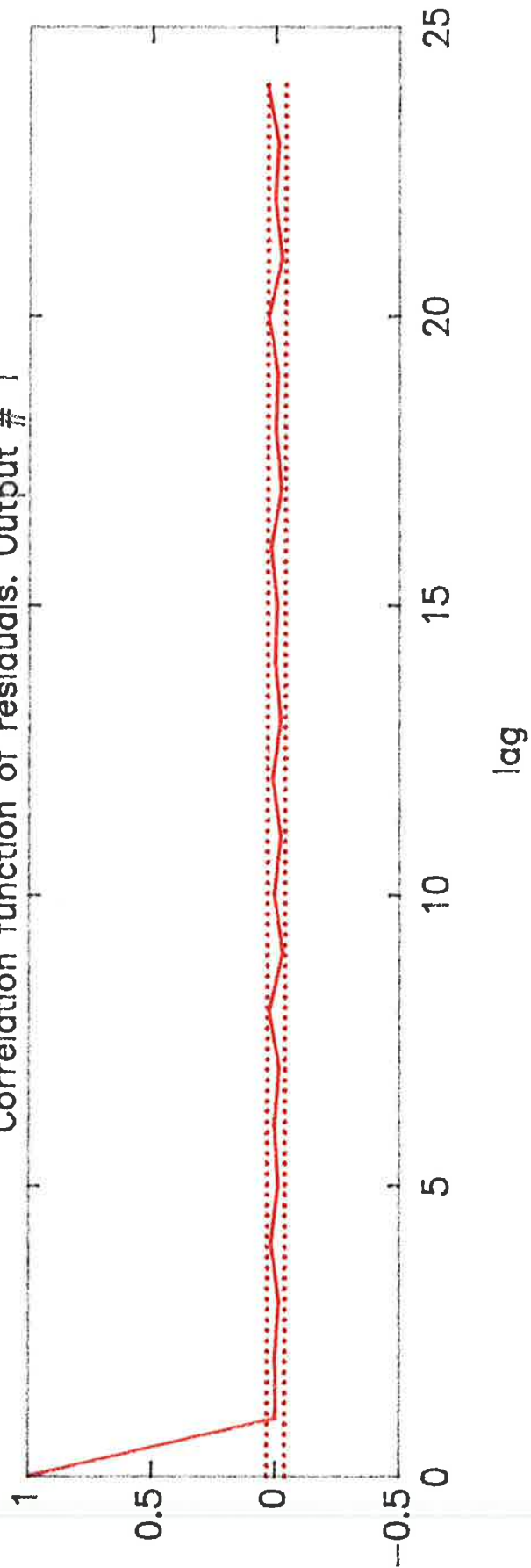


Cross corr. function between input 1 and residuals from output 1

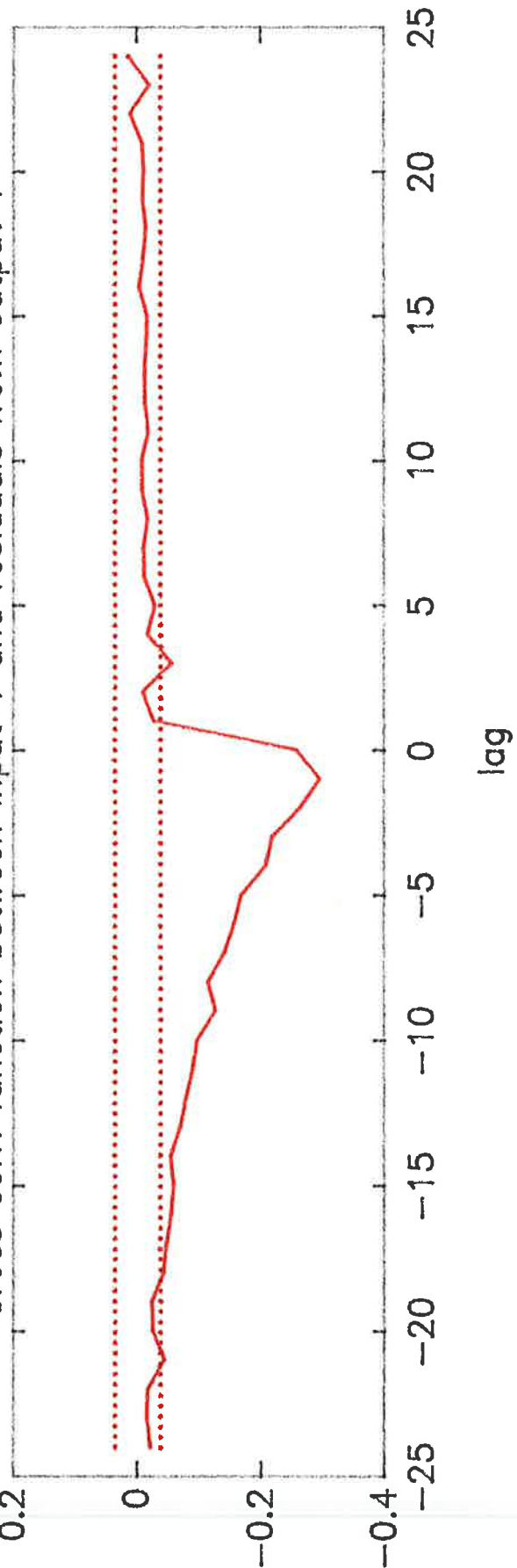


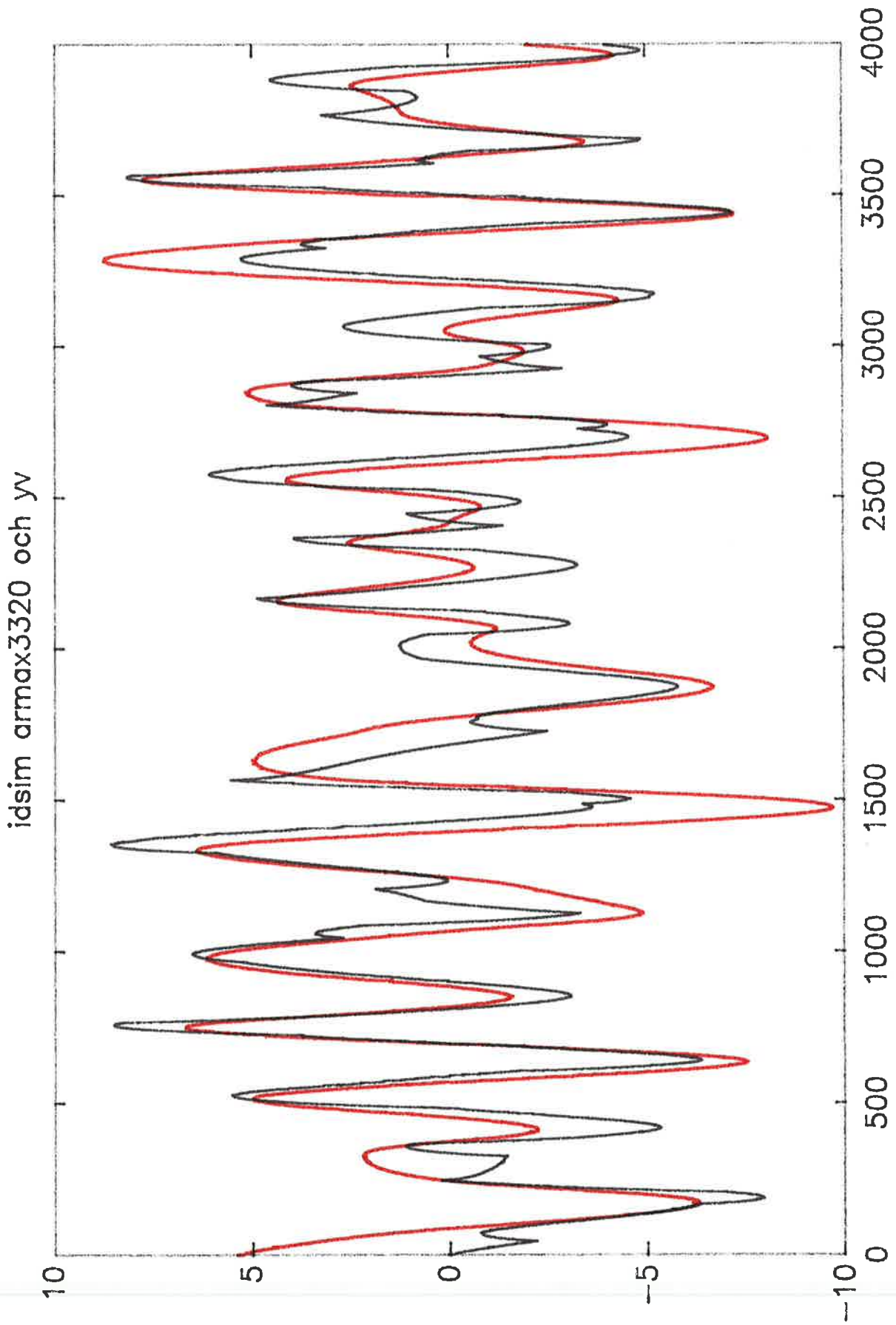
3:e ord Box-Jenkins

Correlation function of residuals. Output # 1

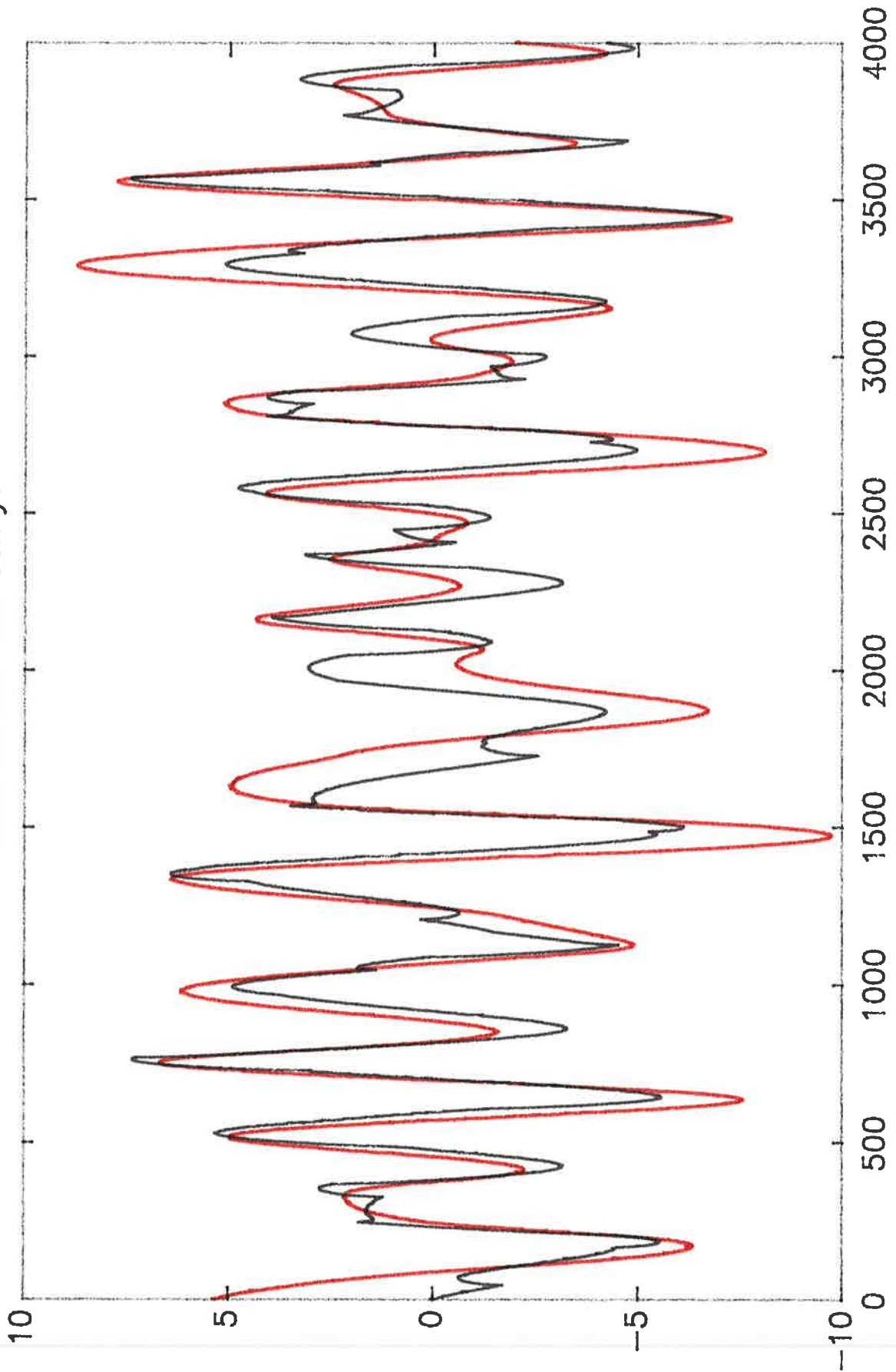


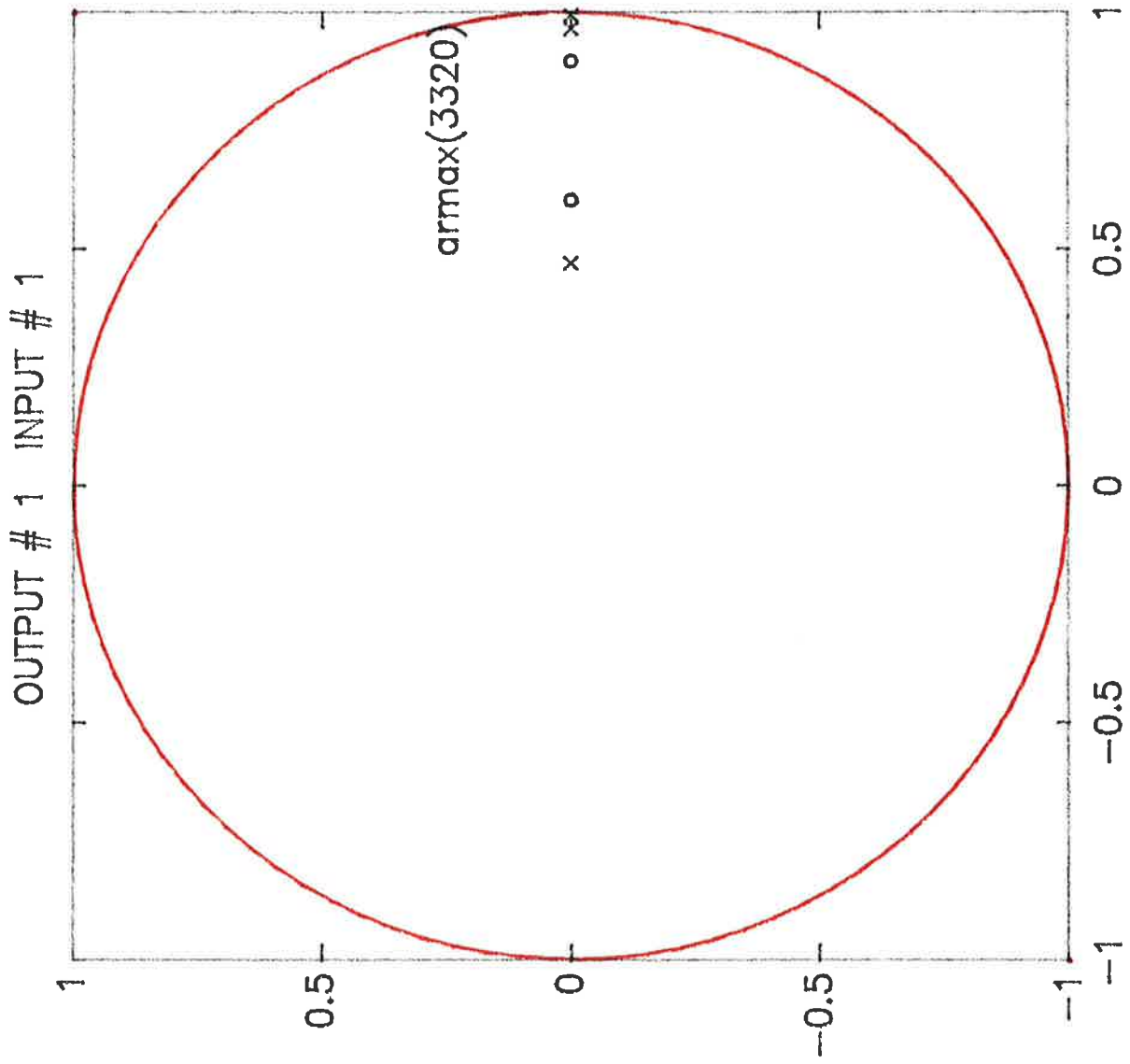
Cross corr. function between input 1 and residuals from output 1

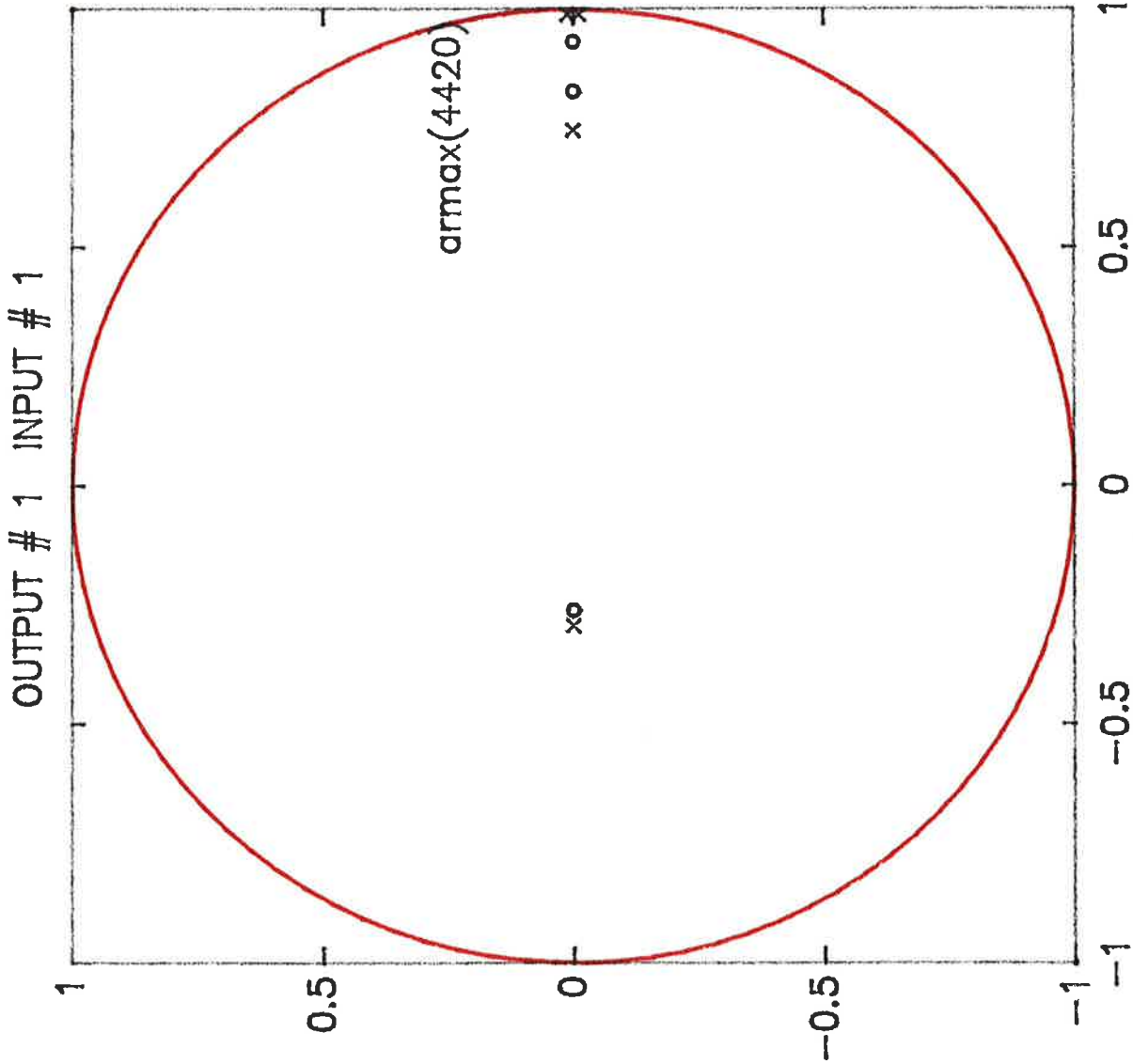




idsim armax4420 och yv

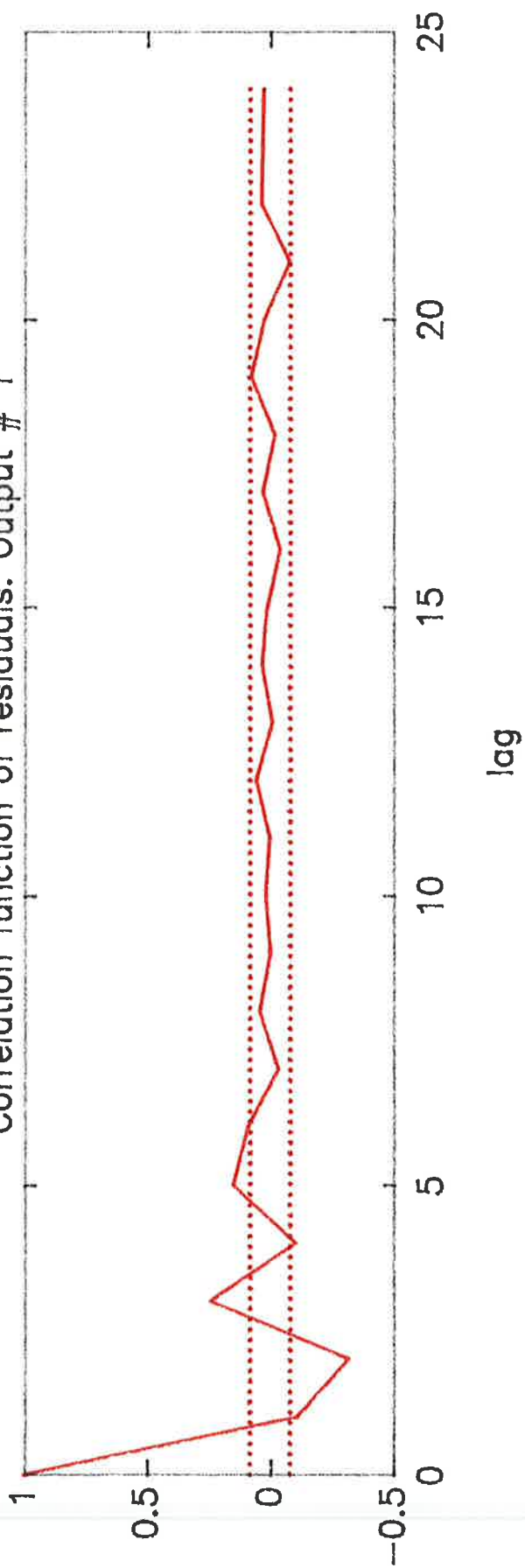




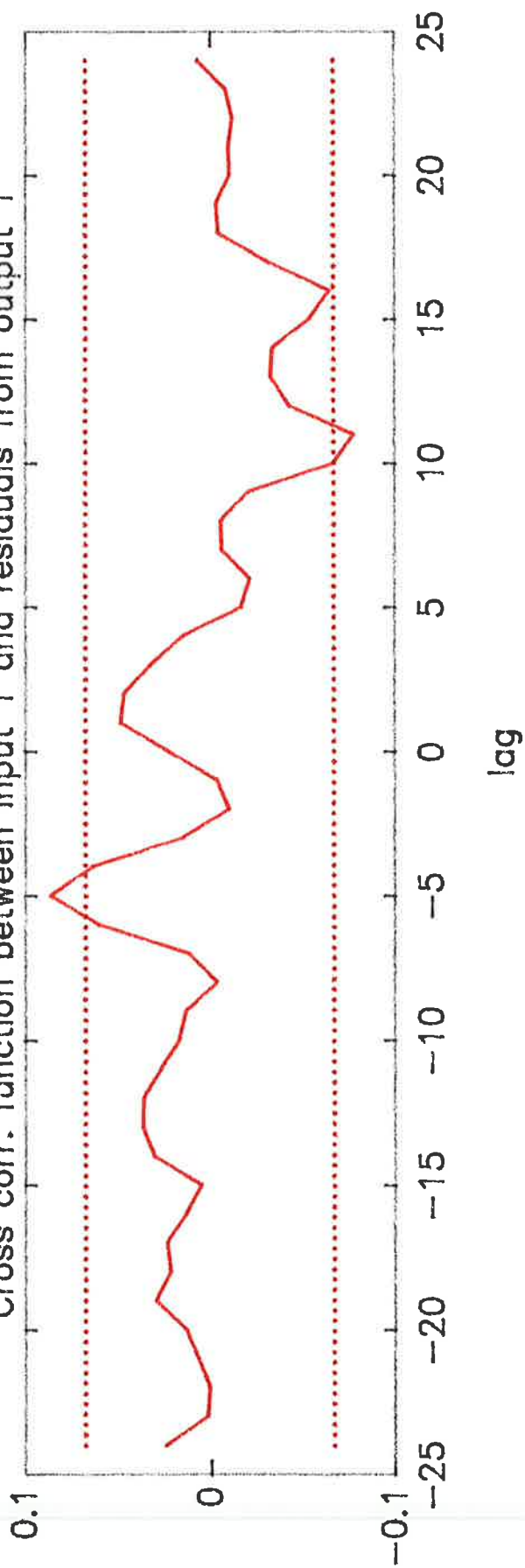


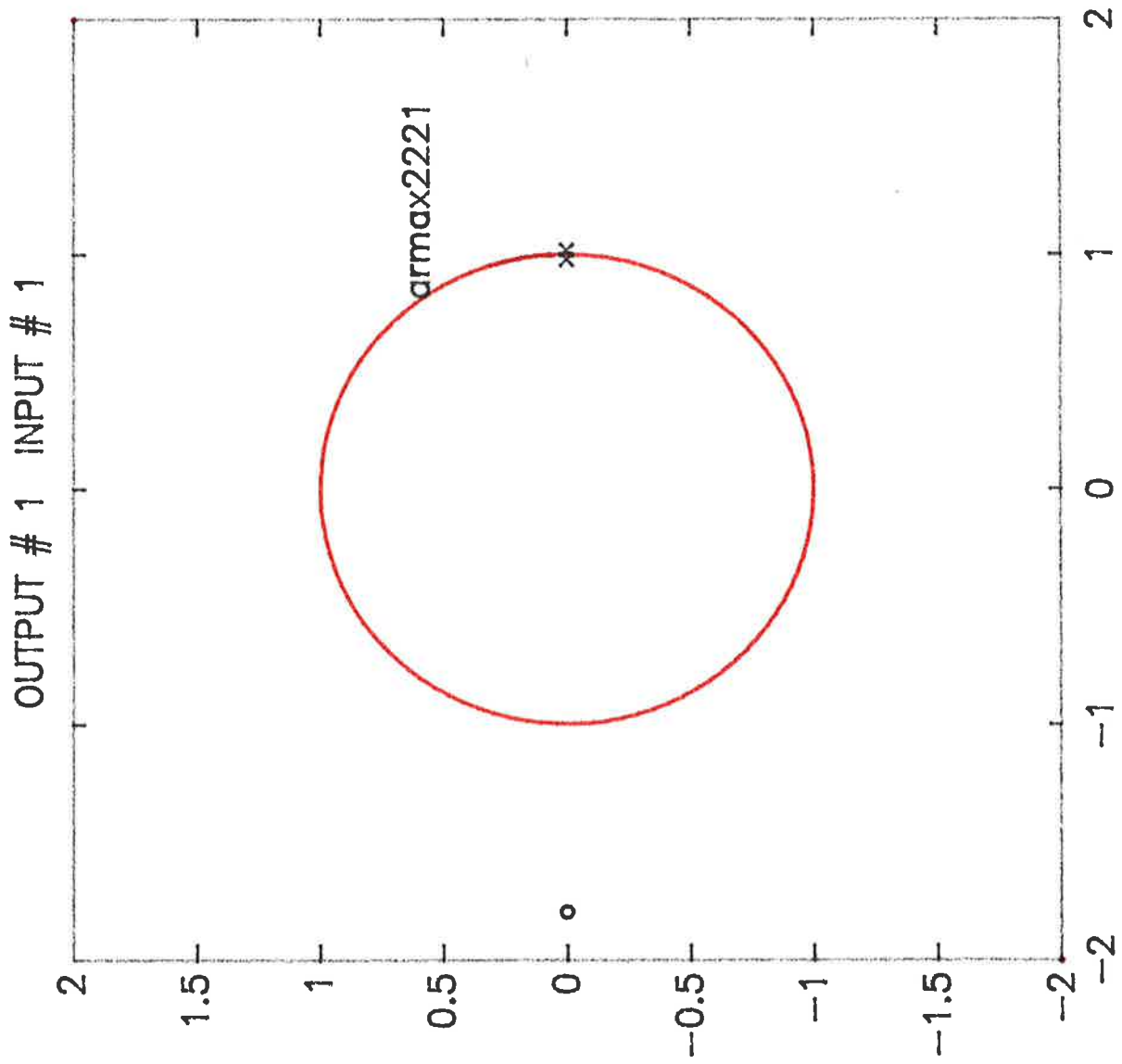
ARMAX(2221)

Correlation function of residuals. Output # 1



Cross corr. function between input 1 and residuals from output 1





Motor med drivrem

25 november, 1992

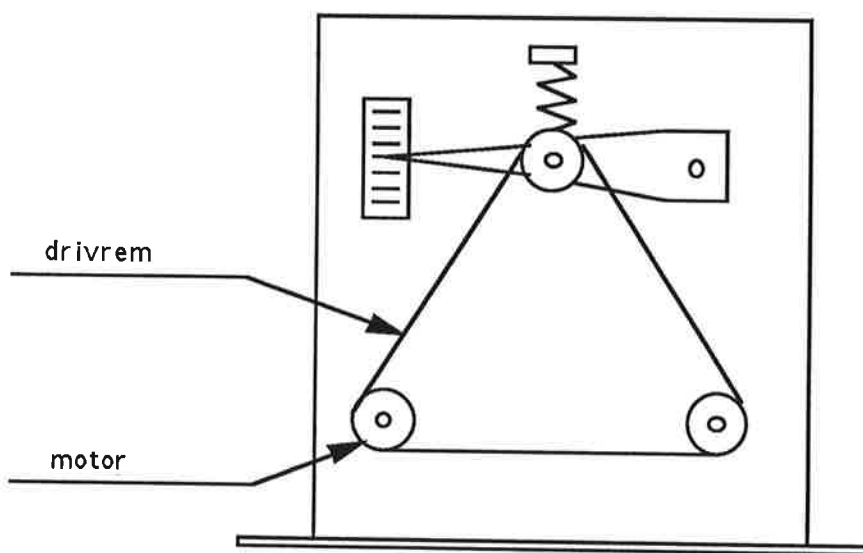
Pär Larsson, d88p1
Niclas Olsson, d88no

Handledare: Ulf Jönsson

1 Inledning

Det är inte alltid så lätt att härleda en bra modell för en process. En lösning kan då vara att använda sig av någon identifieringsmetod som skattar en modell. Denna modell kan man sedan använda t.ex. för att prediktera och simulera processen eller som underlag för att designa en regulator. I kursen Processidentifiering ingår det ett projekt med uppgift att identifiera en process. Vi redovisar i denna rapport resultaten av denna identifiering. Avslutningsvis gör vi även ett försök att reglera processen. De verktyg vi har använt oss av är MATLAB (identifiering och regulatordesign) och SIMNON (simulering och testning av regulatorn).

2 Identifierad process



Den verkliga processen som ska identifieras.

Processen vi valt att identifiera får sägas ha en hel del verklighetsanknytning. Den består av två motorer och ett fjäderupphängt hjul. Runt dessa löper ett band av gummi. När man ökar och minskar hastigheten på motorerna, uppstår det

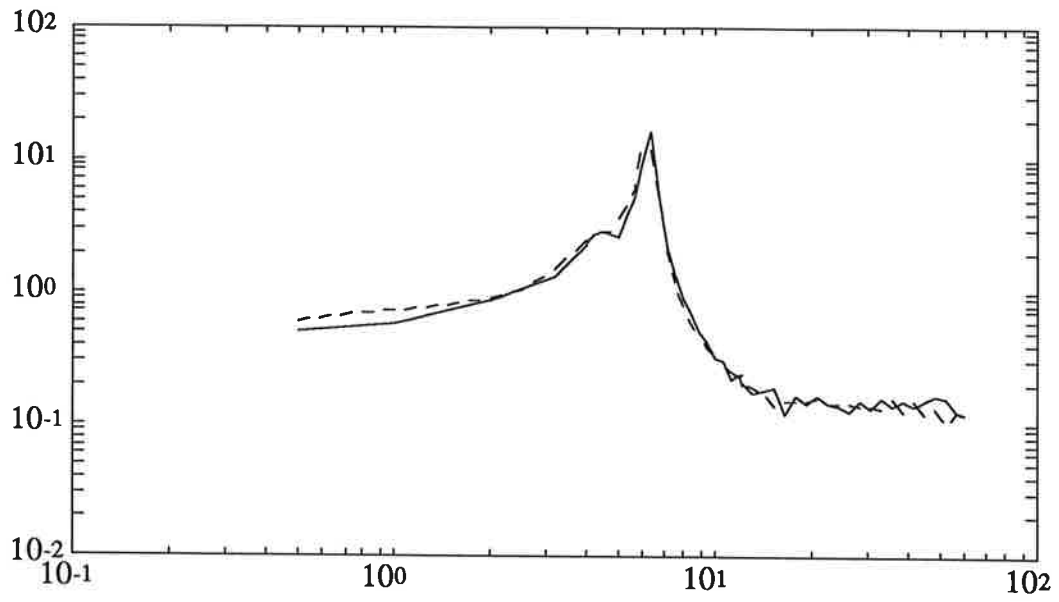
spänningar i bandet. Dessa spänningar mäter man med en potentiometer som är kopplad till det fjäderupphängda hjulet. Det gäller alltså att reglera så att spänningen i bandet inte blir för stor. Vi valde att bara använda en drivande motor. Den andra fick fungera som en ren last (tröghetsmoment). Dessutom valde vi att identifiera vid en pålagd offset-hastighet. På så sätt slapp vi problem med friktion och andra olinjäriteter. Ute i industrin kan denna process motsvara en pappersbana på ett pappersbruk. Genom att reglera spänningen i bandet får man olika tjocklek på pappret. Naturligtvis gäller det att reglera spänningen så att man får en jämn och fin tjocklek och dessutom se till så att spänningen aldrig blir så stor att pappersbanan går av.

3 Modellbygge

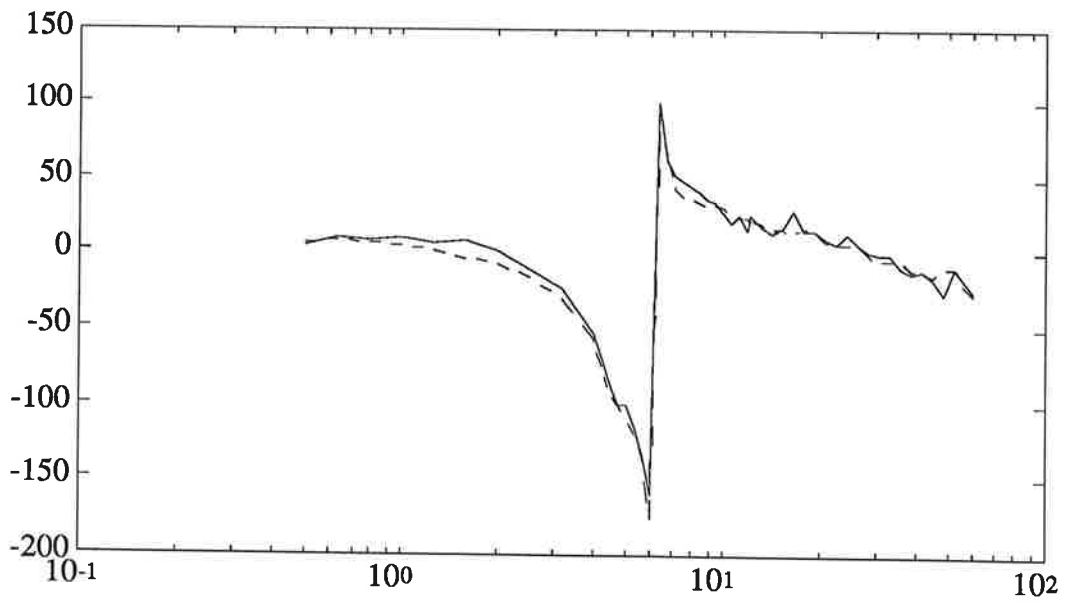
Här var det egentligen meningen att vi skulle presentera en matematisk modell för processen. Tyvärr visade det sig vara för svårt att härleda en modell, åtminstone med de mekanikkunskaper vi har. De försök vi gjorde ledde aldrig fram till något vettigt resultat. Synd, det hade nämligen varit väldigt intressant att jämföra en härledd och en skattad modell med varandra.

4 Identifiering

Vårt mål med identifieringen var att hitta en modell som skattade den verkliga processen på ett bra sätt. Vi ville dock ha en modell av så låg ordning som möjligt för att inte få onödiga numeriska problem vid designen av vår regulator. Det första vi gjorde var att göra en frekvensvarsanalys med korrelationsmetoden som finns beskriven i kompendiet "PROCESSIDENTIFIERING" av Rolf Johansson. I nedanstående figurer finns frekvenssvaret för två olika amplituder på signalen. Man kan se att både amplitud- och faskurvorna stämmer bra överens över hela frekvensområdet (0.5-60 Hz), vilket visar att man kan förvänta sig god linearitet kring arbetspunkten. Den stora toppen hos amplitudkurvan kring 6 Hz visar också på en dominerande resonansfrekvens.

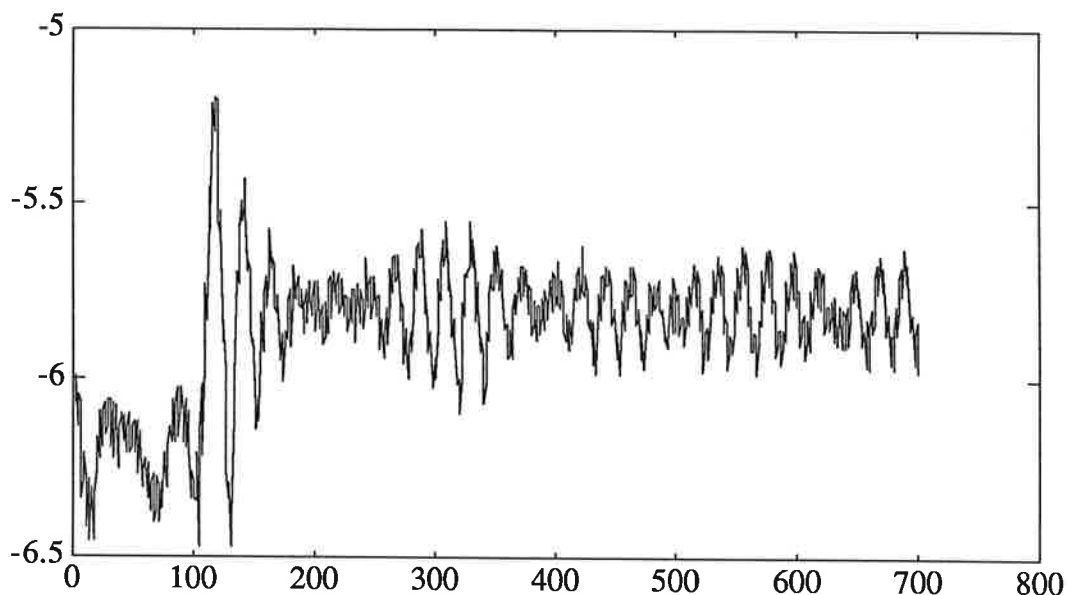


Amplitudkurvor för två olika amplituder hos insignalen.

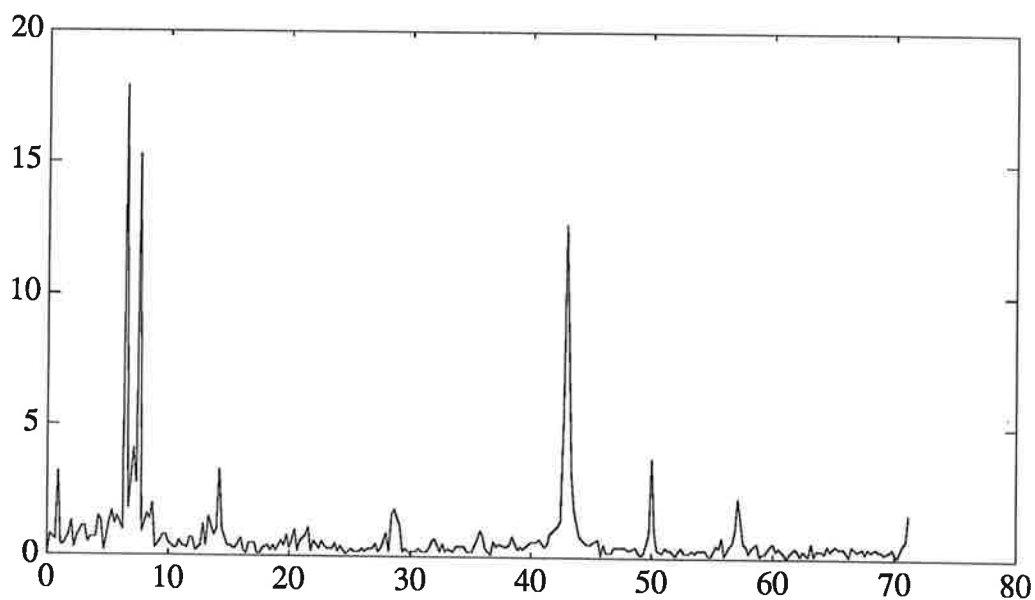


Faskurvor för två olika amplituder hos insignalen.

Vi tog även fram ett stegsvar för det öppna systemet. Man kan i nedanstående figur se en kraftig översläng och dessa svängningar dör heller aldrig ut helt. Av den stationära delen i stegsvaret gjorde vi sedan en FFT-analys som också visas i figur. Här ser man en kraftig topp vid 6 Hz vilket vi hade förväntat oss. Man ser dessutom en topp vid ca. 42 Hz. Detta kan vara någon form av överton till 6 Hz-toppen ($7 \cdot 6 = 42$).

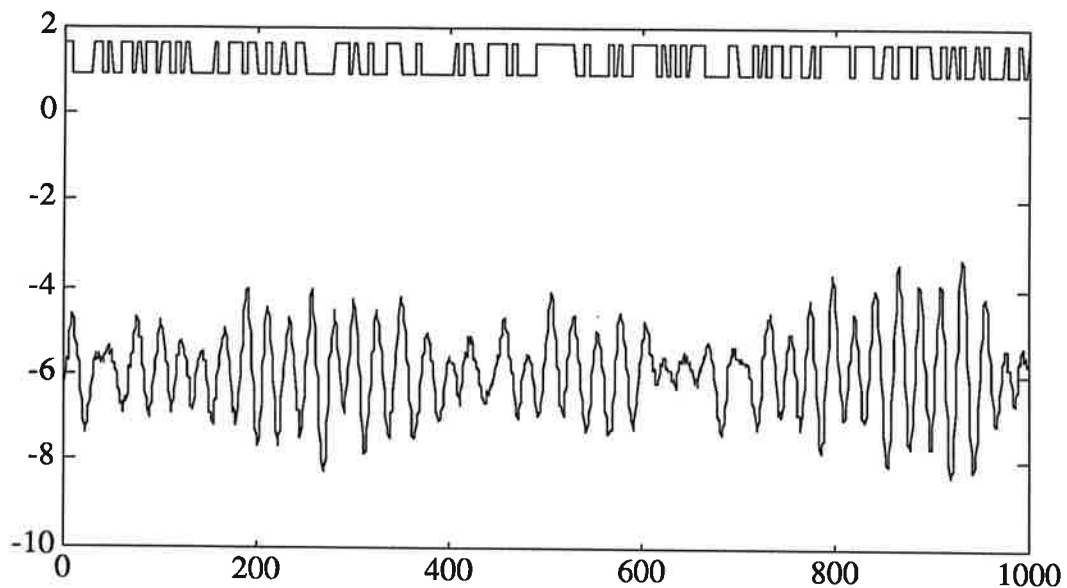


Det öppna systemets stegsvar för den verkliga processen.



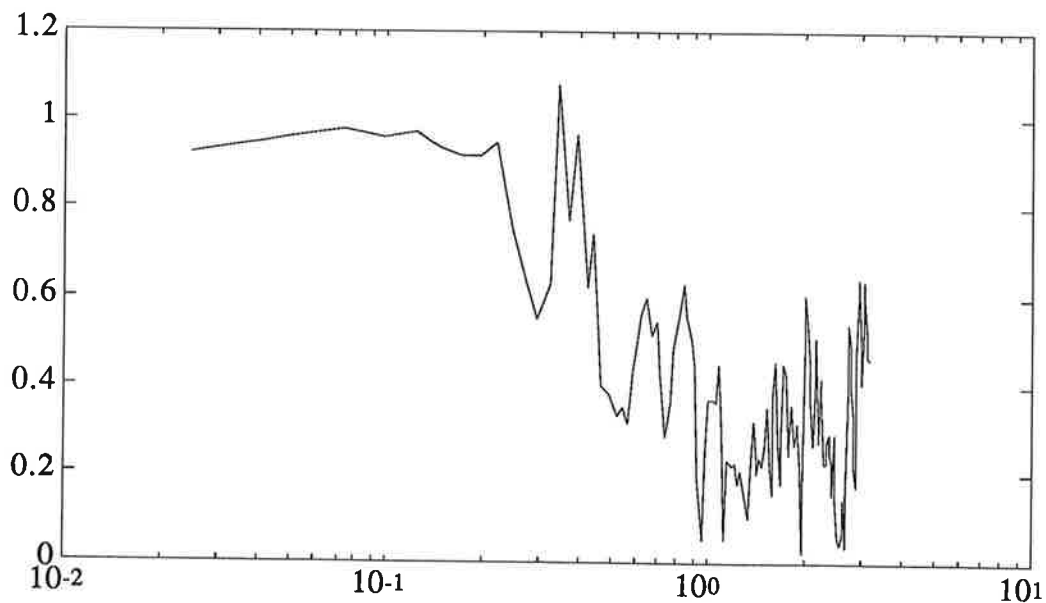
FFT-analys av utsignalen från det öppna systemet.

Därefter lät vi en PRBS-signal påverka processen, och mätte då utsignalen. Se de första 1000 mätvärdena i figuren nedan.



In- och motsvarande utsignal hos den verkliga processen.

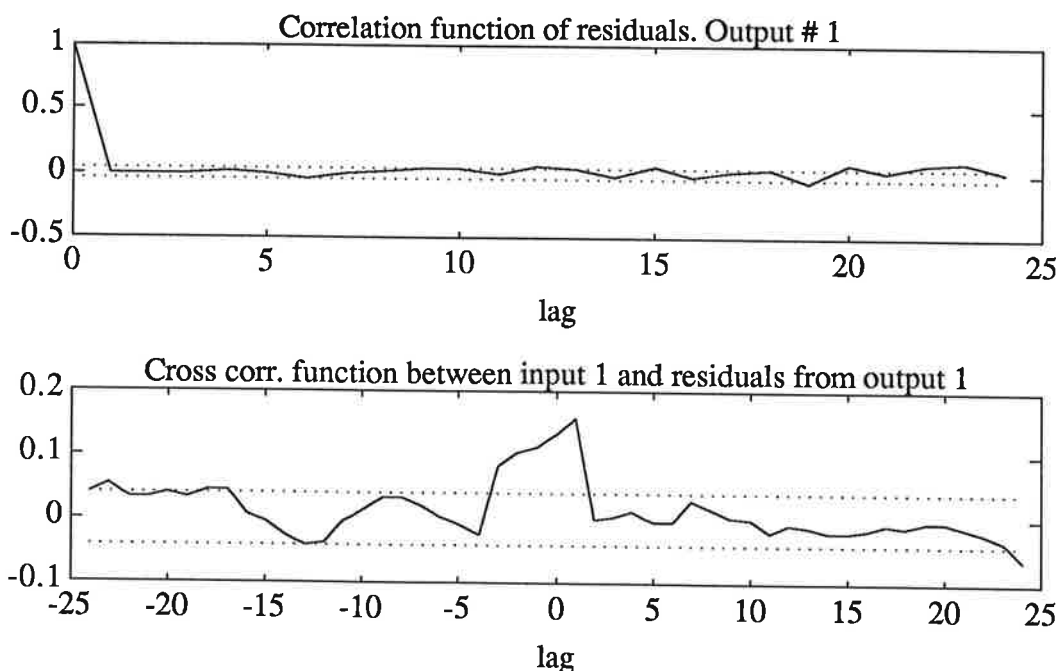
Dessa data användes sedan vid skattningen av vår modell. Det första man då gör är att subtrahera medelvärdet från mätvärdena. Därefter är det lämpligt att skatta koherensspektrat mellan in- och utsignal för att se hur mycket brus som påverkar utsignalen.



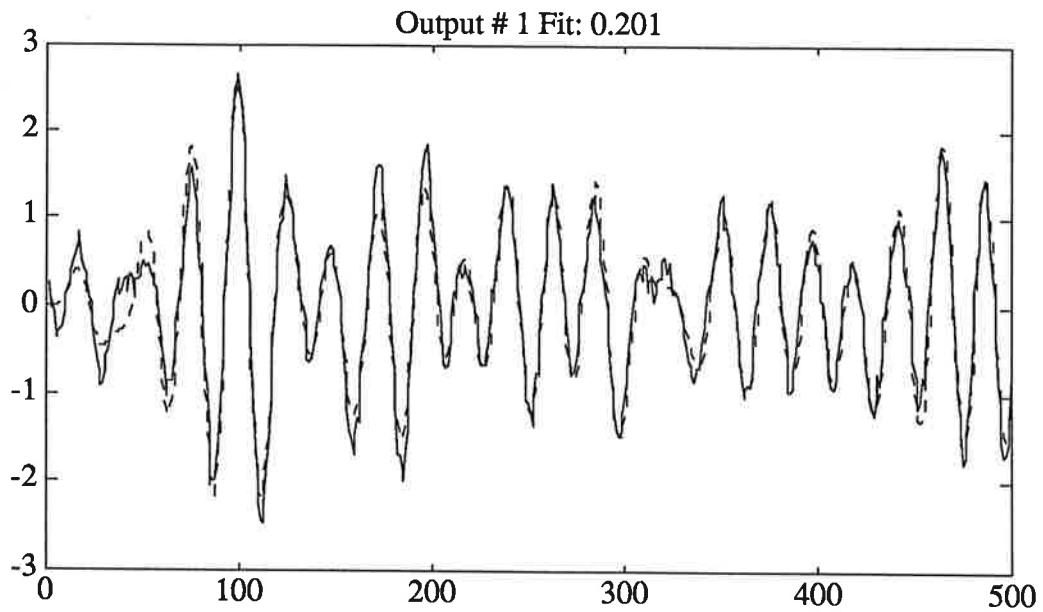
Skattat koherensspektrum mellan in- och utsignal.

Ett värde nära ett visar liten inverkan av brus. I ovanstående figur visas koherensen som funktion av frekvensen normerad med samplingsfrekvensen, i vårt fall ca. 140 Hz, vilken vi bestämde med någon lämplig tumregel för att kunna ta hand om processens resonansfrekvens. Kurvan ser ganska dålig ut för höga frekvenser, men eftersom det är svårt att erhålla en bra skattning av koherensen ska man inte nedslås av detta. Man kan dock se en kraftig nedgång kring 6 Hz där ju processens resonans ligger.

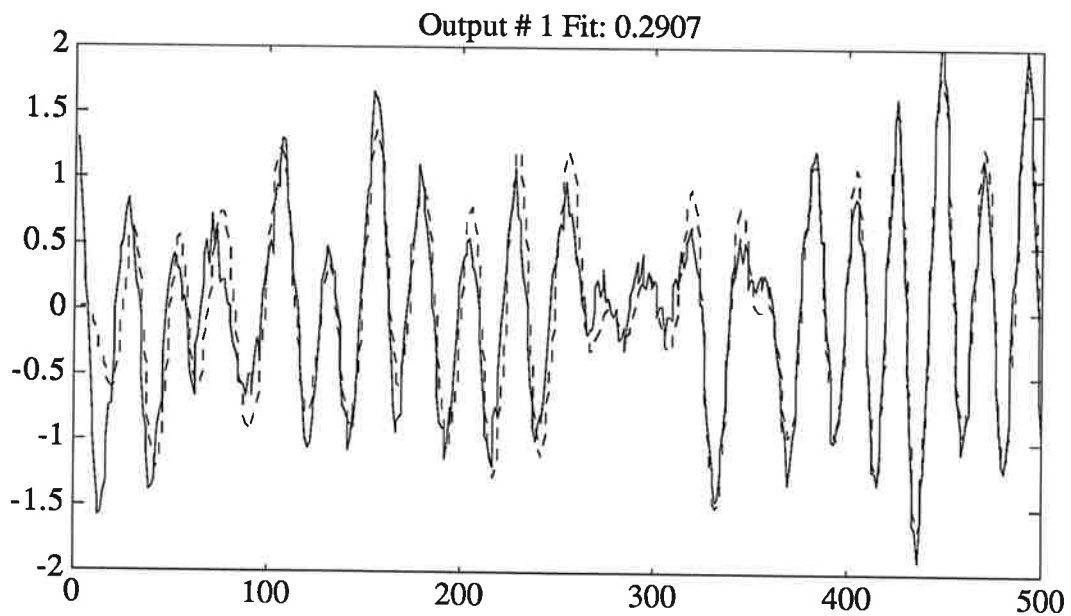
Vi provade sedan ett antal olika armax-modeller, skattade med hjälp av 4096 mätvärden. Som kriterie på en bra modell använde vi oss av Akaike's "final prediction error", FPE. En modell av tolfte ordningen hade $FPE=0.008844$ och visade bra passning mellan uppmätta och simulerade mätvärden. Vi gjorde sedan en balanserad realisering av denna modell. Denna realisering visade att vi kunde reducera modellordningen till sex. Simulering både med data använda vid identifieringen och andra data visade på bra passning med uppmätta värden. Nedan visas residualer och korskovarians för tolfte ordningens modell samt simulering, bodediagram och pol- nollställeplacering för sjätte ordningens reducerade modell. I bodediagrammet kan man även urskilja en tydlig topp vid ca. 42 Hz.



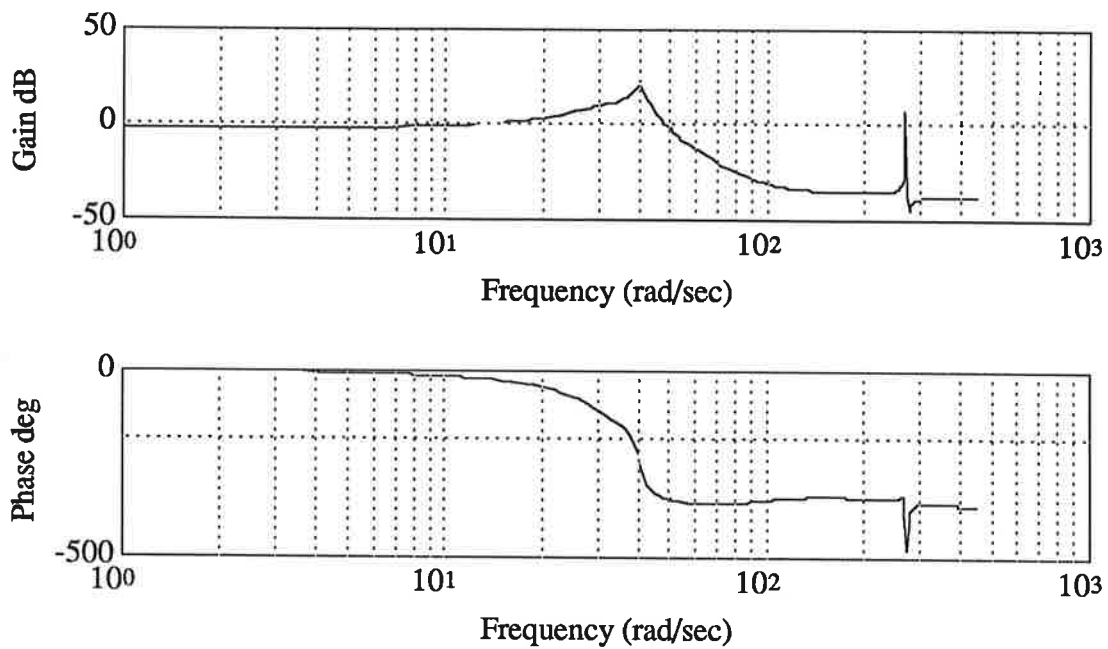
Residualer och korskovarians mellan insignaler och residualer av ut-signaler, med inlagda 3-sigmagränser, för tolfte ordningens modell.



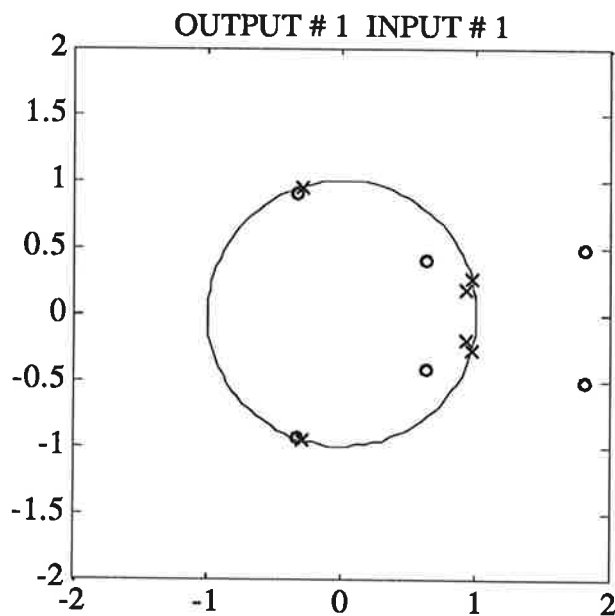
Jämförelse mellan uppmätta (heldragen) och simulerade (streckad) ut-sig-naler för sjätte ordningens reducerade modell. Simuleringen gjor-des med 500 av de data som användes vid identifieringen.



Jämförelse mellan uppmätta (heldragen) och simulerade (streckad) ut-sig-naler för sjätte ordningens reducerade modell. Simuleringen gjor-des med 500 data som inte användes vid identifieringen.



Bodediagram för sjätte ordningens reducerade modell. Jämför med kurvorna från frekvensvarsanalysen.

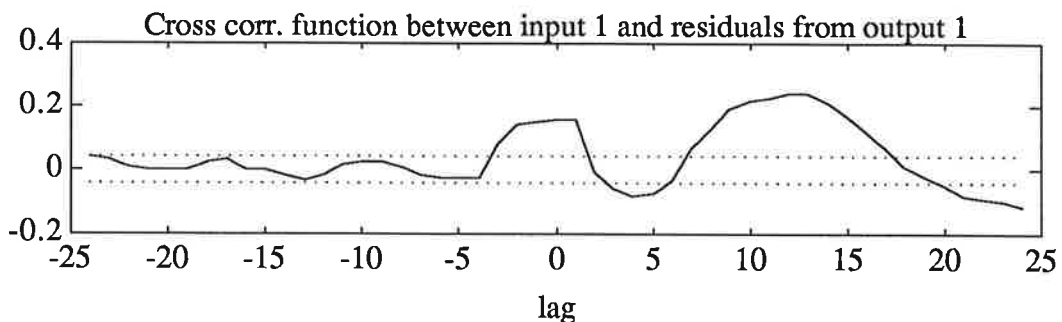
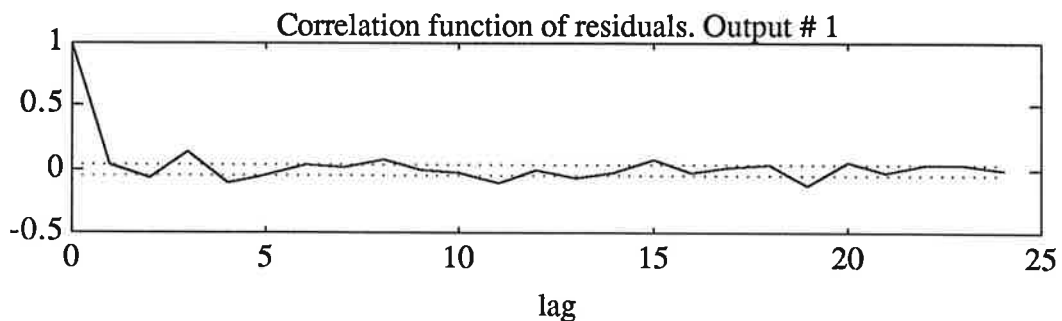


Pol- nollställeplacering för den reducerade modellen.

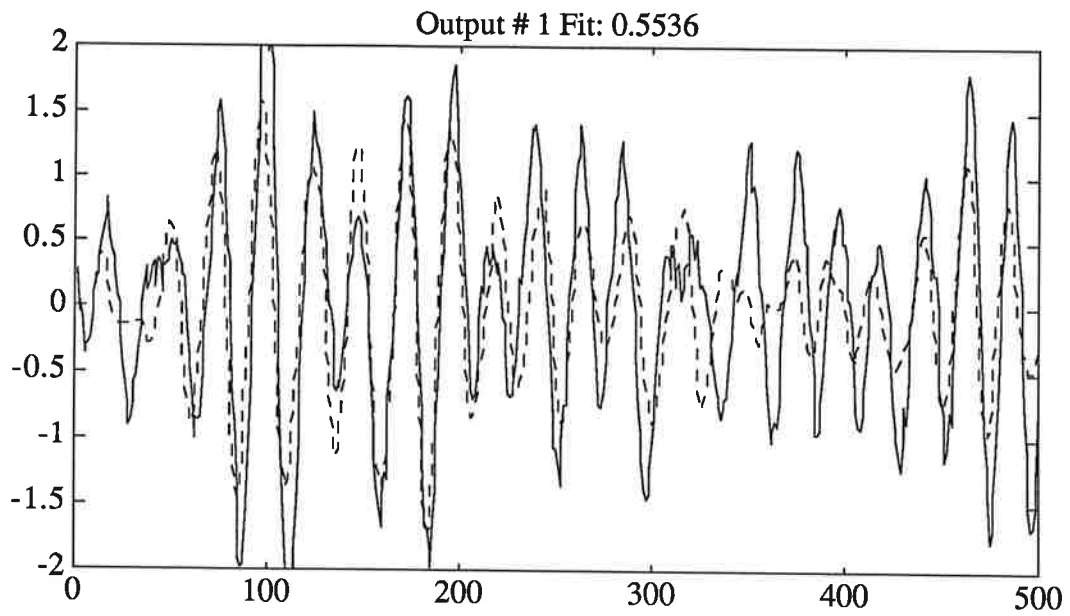
Studerar man bodediagrammet kan man se en klar överensstämmelse med amplitud- och faskurvorna från frekvensvarsanalysen.

Vilket tidigare påpekats ville vi hitta en modell av så låg ordning som möjligt att använda vid regleringen av processen. Vi provade därför flera olika armax-modeller och bestämde oss till slut för en femte ordningens modell med en pol i origo (tidsfördröjning). Denna modell hade Akaike's FPE=0.01367. Se nedanstående figurer och jämför med figurerna ovan för den reducerade 6:e ordningens modell. Man ser att simuleringen visar lite sämre passning mellan uppmätta och simulerade värden, men då man studerar bodediagrammet ser man en tydlig topp vid ca. 6 Hz, precis som vid frekvensvarsanalysen. Även en liten topp vid 42 Hz kan märkas. Vi gjorde även en balancerad realisering av denna modell, men denna gav ingen möjlighet till reducering av modellordningen. Överföringsfunktionen för vår modell är:

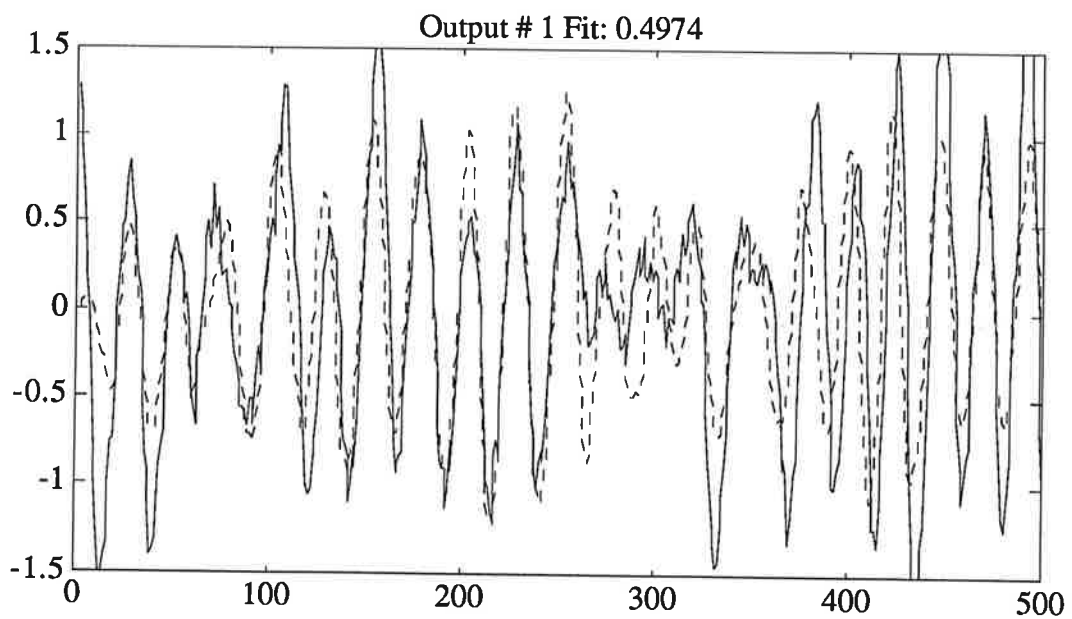
$$G_p(z) = \frac{-0.1060z^3 + 0.0669z^2 - 0.0244z + 0.1324}{z^5 - 1.3018z^4 + 0.8061z^3 - 1.3111z^2 + 0.9811z}$$



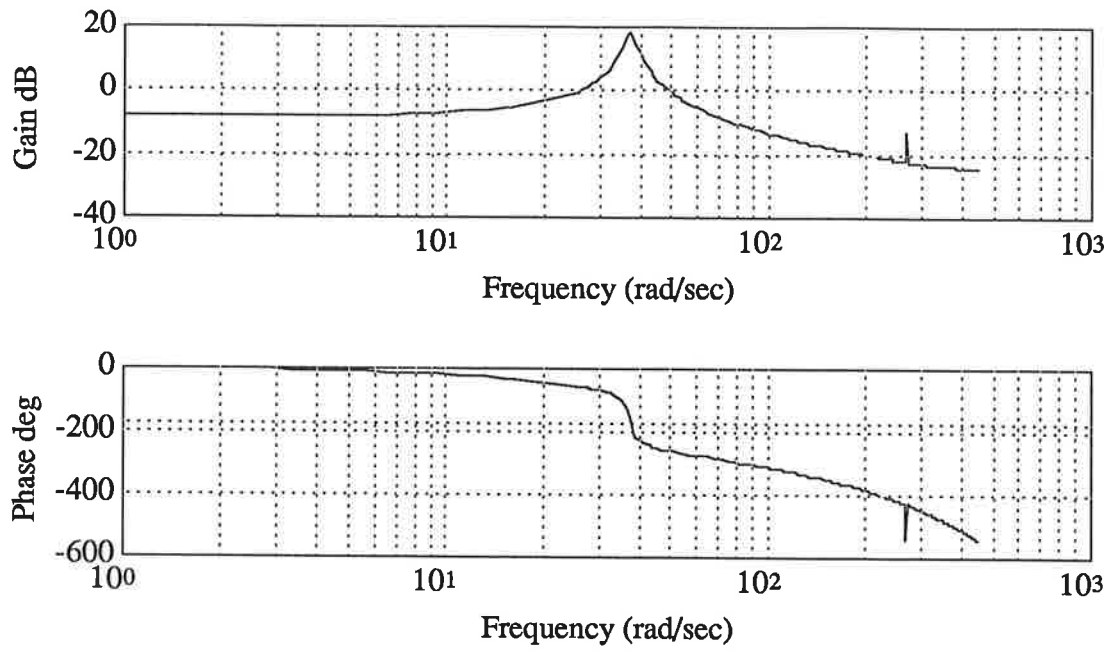
Residualer och korskovarians mellan insignaler och residualer av ut-signal, med inlagda 3-sigmagränser, för femte ordningens modell.



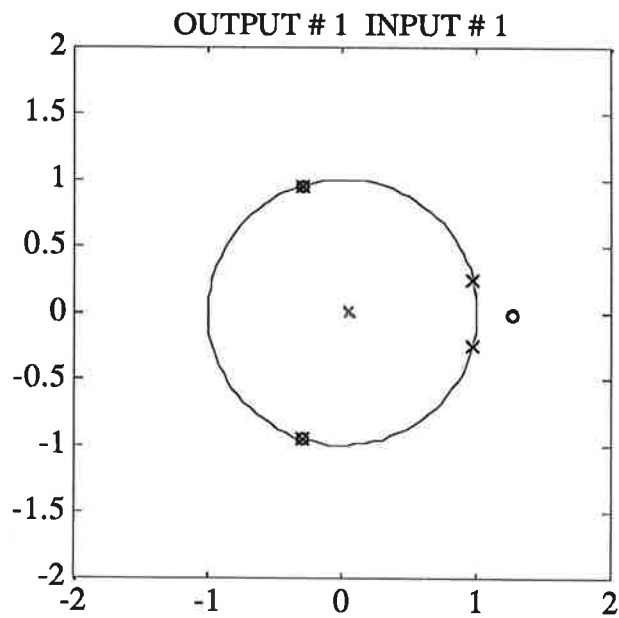
Jämförelse mellan uppmätta (heldragen) och simulerade (streckad) ut-sig-naler för femte ordningens modell. Simuleringen gjordes med 500 av de data som användes vid identifieringen.



Jämförelse mellan uppmätta (heldragen) och simulerade (streckad) ut-sig-naler för femte ordningens modell. Simuleringen gjordes med 500 data som inte användes vid identifieringen.



Bodediagram för femte ordningens modell. Jämför med kurvorna från frekvenssvarsanalysen.



Pol- nollställeplacering för femte ordningens modell.

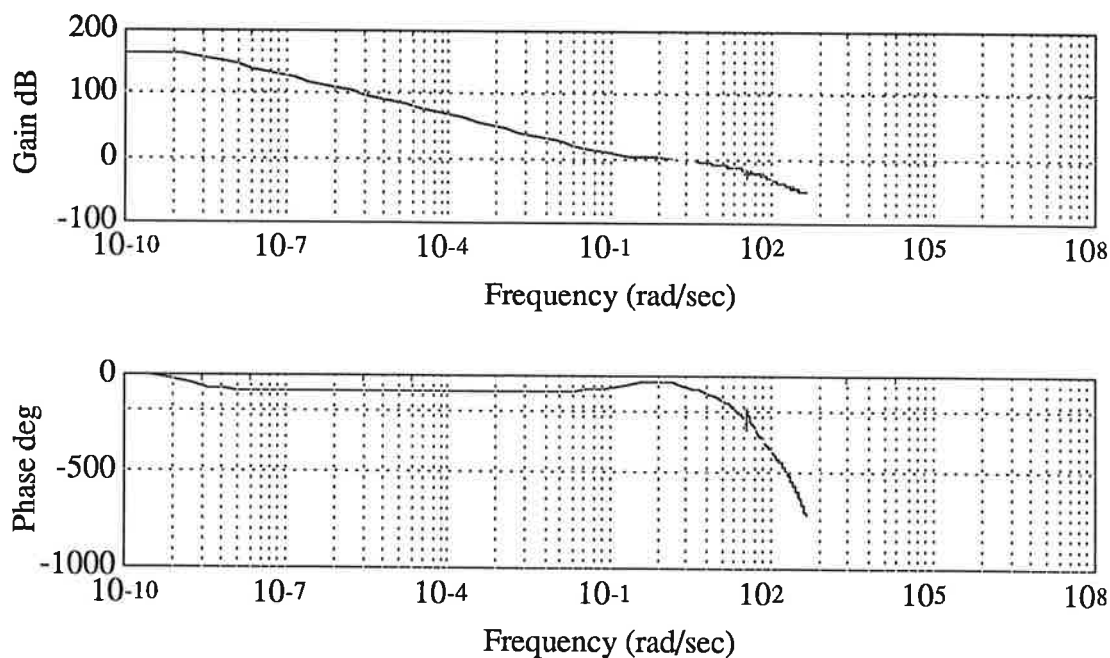
5 Reglering

Avslutningsvis tänker vi nu visa ett förslag till reglering. Vilket tidigare nämnts ville vi reglera spänningen i bandet. Utsignalen från processen är ett mått på denna spänning. För att kunna designa och simulera regulatorn, skattade vi, vilket redan påpekats, en 5:e ordningens ARMAX-modell av processen.

Vi använde oss sedan av följande reglerstrategi:

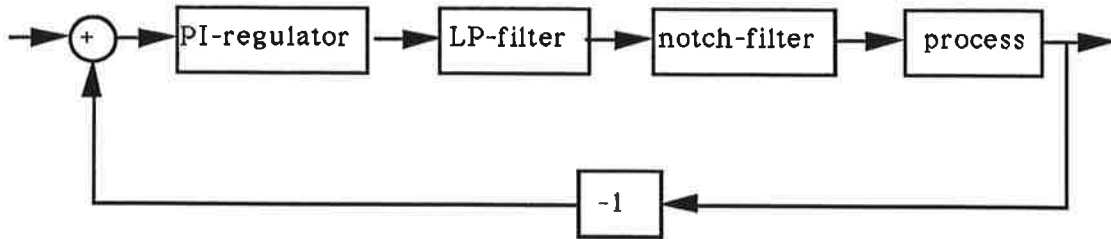
- ett notchfilter bestående av två poler och två nollställen för att trycka ner resonansen vid 6 Hz
- ett lågpasfilter för att dämpa resonanserna ytterligare (brytfrekvens ca. 4 Hz)
- en PI-regulator för att erhålla rätt förstärkning och undvika stationära fel (anledningen till att vi inte valde en PID-regulator var att vi inte ville förstärka höga frekvenser då man ju inte vet hur processen ser ut ovanför nyquistfrekvensen)

6 Hz-resonansen är väldigt kraftig. Det krävs därför egentligen mer avancerade filter för att "släcka ut" denna, men för att undvika numeriska problem prioriterade vi även här låga ordningar. Detta sätter vissa begränsningar vad gäller bandbredden, som i vårt fall blev ca. 6 Hz. Vad gäller 42 Hz-resonansen försökte vi därför bara dämpa denna så mycket som möjligt med lågpasfiltret. Nedan visas bodediagrammet för det öppna kompenserade systemet med regulator.

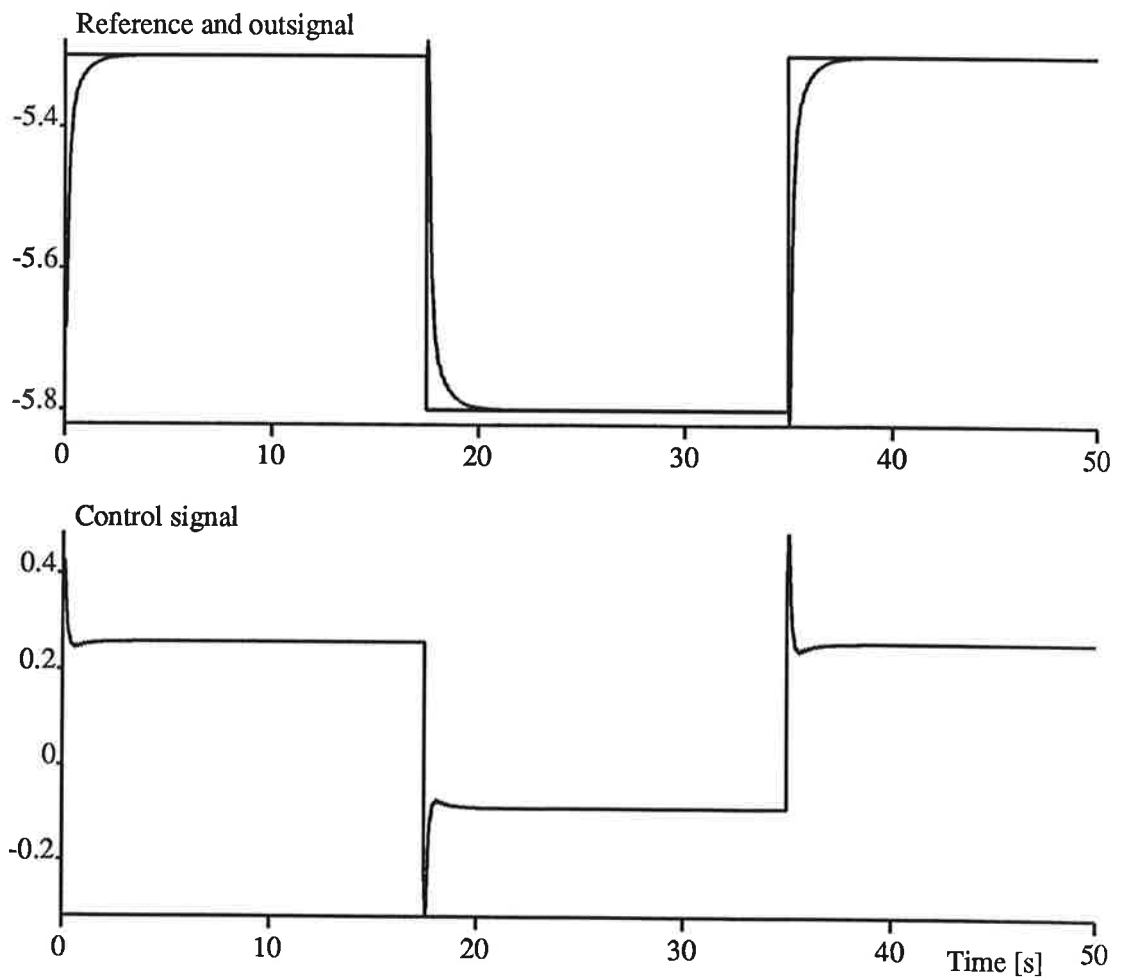


Bodediagram för det totala kompenserade systemet med regulator.

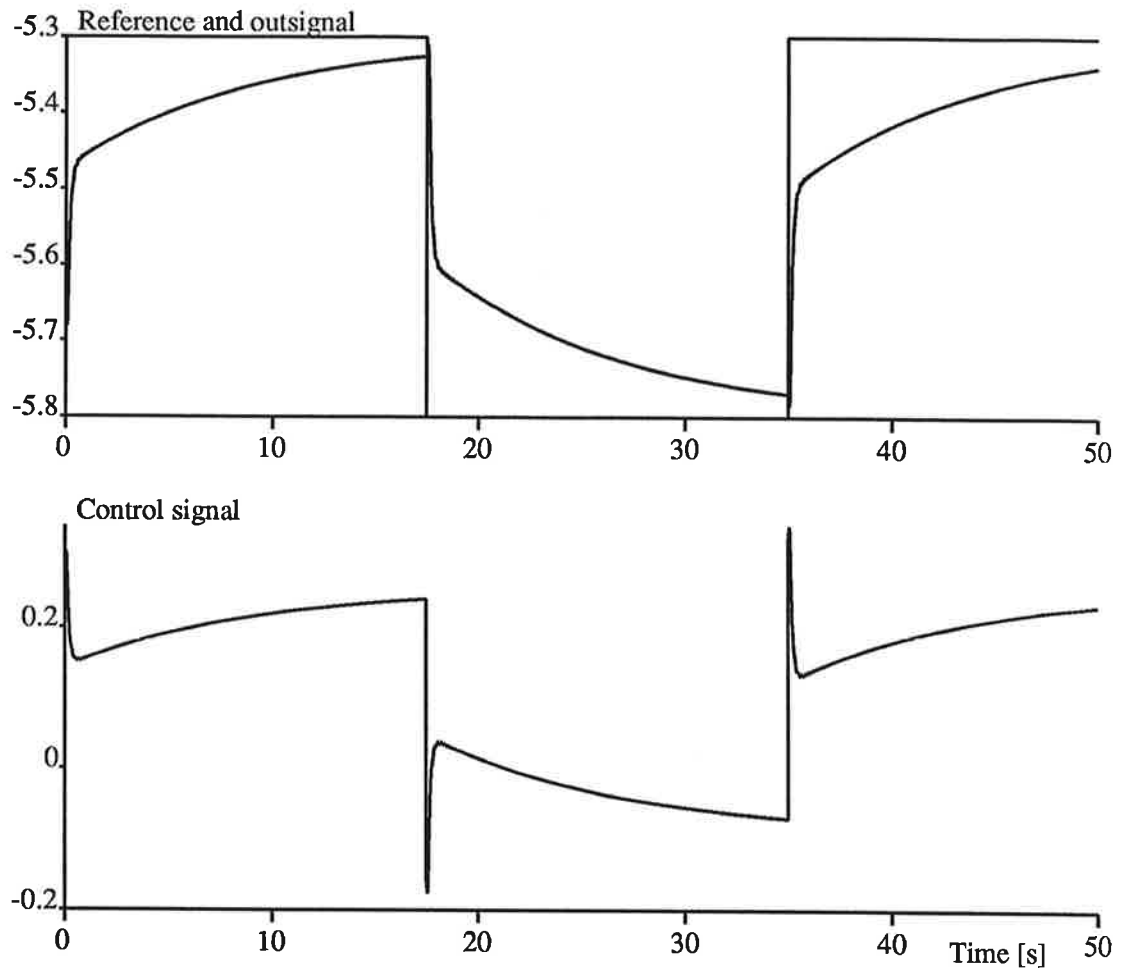
Vi visar även ett blockschema över hela det återkopplade systemet:



Systemet simulerades därefter i SIMNON. Bilderna visar reglering med två olika PI-regulatorer, en snabb regulator med så lite översläng som möjligt och en långsammare regulator som vi provade på det verkliga systemet.

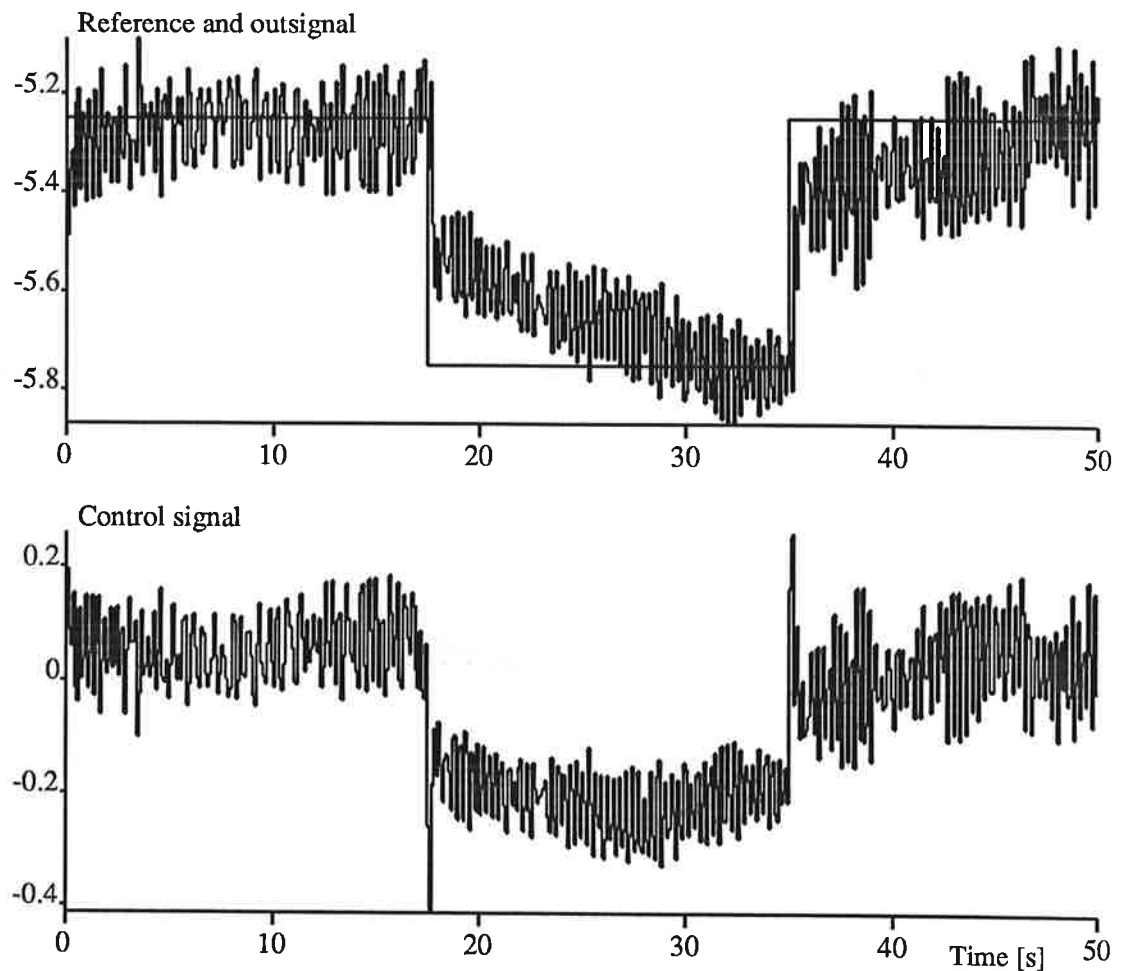


Simulering med snabb regulator.



Simulering med den regulator vi provade på den verkliga processen.

Man skall komma ihåg att simulering bygger på skattade modeller som alltid har en viss osäkerhet. Man måste därför ta till ganska stora marginaler för att vara säker på att man inte hamnar för nära stabilitetsgränsen. Den långsammare regulatorn uppfyller dessa krav. Den är dock kanske i långsammaste laget och borde kunna snabbas upp genom ytterligare arbetsinsats. Det återstår nu att prova regulatorn på den verkliga processen. Resultatet visas i figur.



Reglering av verklig process.

Vi måste tillägga att regleringen ser sämre ut än vad den var. För att inte avvika för mycket från den arbetspunkt, kring vilken vi hade identifierat, hade referenssignalen liten amplitud. Detta gör att svängningarna - 42 Hz-resonansen - ser stora ut. Jämför man med stegsvaret för det öppna systemet ser man dock att amplituden ungefär har halverats. Man hade troligen kunnat dämpa dessa ytterligare med mer avancerade filter, men dessa fenomen är säkert till viss del olinjära och låter sig inte modelleras med linjära modeller.

6 Sammanfattning

Detta har varit ett mycket lärorikt projekt, inte minst som en repetition av de gamla Reglerteknik AK kunskaperna. Flera gånger var vi beredda att ge upp regleringen, men tack vare en bra handledare som hela tiden kom med bra tips och manade på oss att fortsätta, så blev resultatet klart bättre än vad vi från början trodde var möjligt. Det gällde att tillämpa de kunskaper man har.

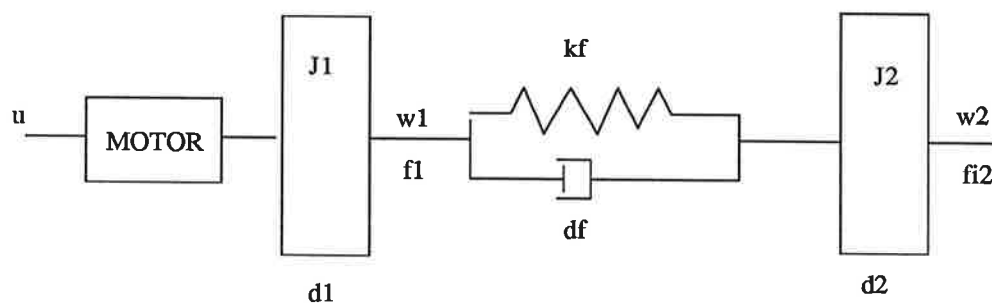
Referenser

Rolf Johansson (1992) : System Modeling and Identification,
Institutionen för Reglerteknik, LTH

Identifiering av flexibelt DC-servo

Institutionen för reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Mattias Gyllerup
Sven Rogdahl

3 december 1992



Innehåll

1	Modellordning	3
2	Frekvensanalys	4
3	Parametriska identifieringsmetoder	5
3.1	Datainsamling	5
3.2	ARMAX-modellen	7
3.3	Box-Jenkins modellen	9
4	Sammanfattning	10

1 Modellordning

Processen består av två roterande massor som är sammankopplade med en elastisk fjäder. En motor driver den ena massan direkt.

De båda massorna har tröghetsmomenten J_1 och J_2 . Fjäderkopplingen mellan massorna har en fjäderkonstant k_f och en dämpkonstant d_f . Friktionen, som antas linjär, karakteriseras av dämpkonstanterna d_1 och d_2 .

Om φ_1 och φ_2 betecknar massornas vridningsvinkel samt $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$ och $\omega_2 = \dot{\varphi}_2$ betecknar vinkelhastigheten kan följande momentekvation ställas upp:

$$J_1\dot{\omega}_1 = -k_f(\varphi_1 - \varphi_2) - d_1\omega_1 - d_f(\omega_1 - \omega_2) + k_m k_i u \quad (1)$$

$$J_2\dot{\omega}_2 = k_f(\varphi_1 - \varphi_2) - d_2\omega_2 + d_f(\omega_1 - \omega_2) \quad (2)$$

Observera här att k_m och k_i är skalkonstanter från spänning till vridmoment.

För att erhålla överföringsfunktionen, $G(s)$, från ankarspänningen till svänghjulets vinkelhastighet införs följande tillståndsvektor:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \varphi_1 - \varphi_2 \end{bmatrix}$$

Därefter bildas tillståndsmodellen för systemet:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{d_1+d_f}{J_1} & \frac{d_f}{J_1} & -\frac{k_f}{J_1} \\ \frac{d_f}{J_2} & -\frac{d_2+d_f}{J_2} & \frac{k_f}{J_2} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{k_m k_i}{J_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_a(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Denna modell ger att $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$, där

$$\begin{aligned} A(s) &= J_1 J_2 s^3 + [J_1(d_2 + d_f) + J_2(d_1 + d_f)]s^2 + \\ &\quad + [k_f(J_1 + J_2) + d_1 d_2 + d_1 d_f + d_f d_2]s + k_f(d_1 + d_2) \\ B(s) &= (J_2 s + d_2)k_m k_i \end{aligned}$$

Härur drar vi slutsatsen att åtminstone ett tredje ordningens system bör erhållas vid processidentifieringen.

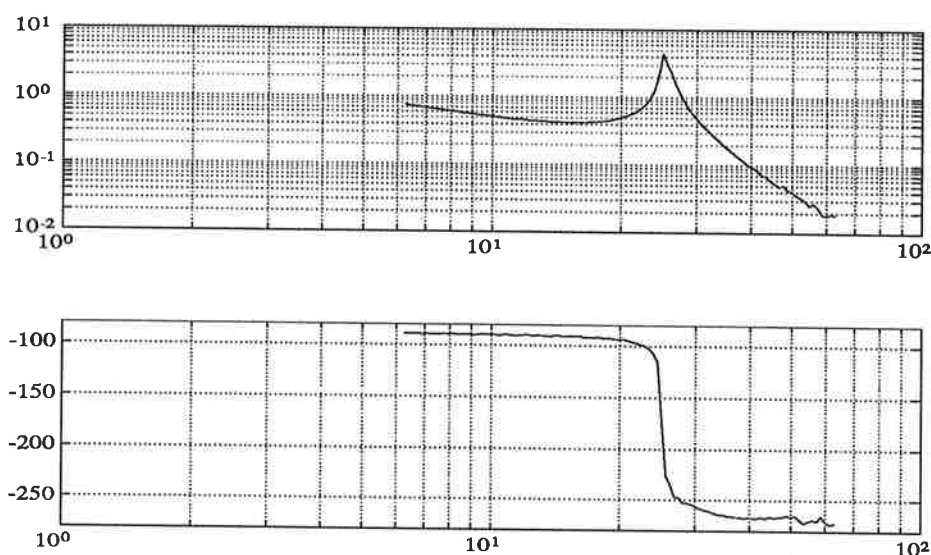
2 Frekvensanalys

Med hjälp av en PC-styrd frekvensanalysator estimerade vi förstärkning och fasvridning vid 100 olika frekvenser mellan 1 - 10 Hz . Analysatorn integrerade under 5 perioder med en tidsfördröjning på 5 s mellan varje enskild testfrekvens. Tidsfördröjningen medförde att eventuella transienta förlopp förhindrades inverka på våra mätningar.

Vi gjorde offset i signalen med en likspänningsnivå på 0.1 V för att undvika statisk friktion.

För att inte tachometerens högfrekventa brus skulle påverka estimeringen alltför mycket valde vi den matande sinusspänningens amplitud tillräckligt hög så att hela tachometerens utstyringsområde utnyttjades.

I figur 1 visas det resulterande bodediagrammet. En klar resonans vid cirka 4 Hz uppvisas.



Figur 1: Amplitud och fasdiagram som resultat av frekvensanalytmätningarna. Observera att frekvensaxeln är skalad i rad/s.

3 Parametriska identifieringsmetoder

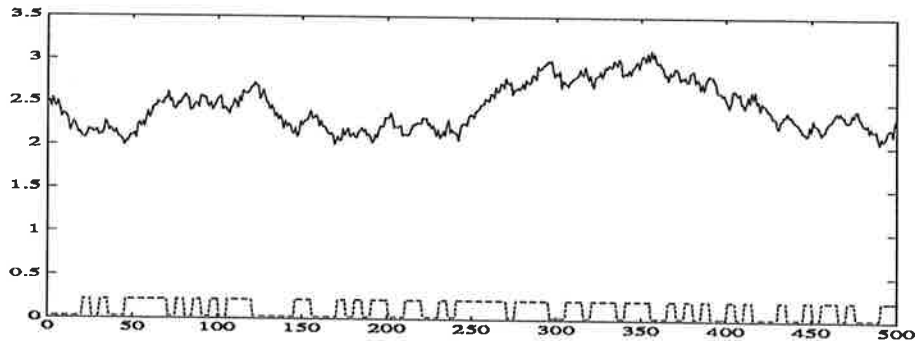
Vi testade en mängd parametriska identifieringsmetoder varav vi valt att här presentera de två bästa, en armaxmodell och en Box-Jenkins modell. Men först följer en kort beskrivning av datainsamlingsproceduren.

3.1 Datainsamling

Med hjälp av PC-programmet "logger" exciterade vi processen. En PRBS-signal med perioden 250ms användes som insignal. Utgången samplades med en periodtid på 50ms.

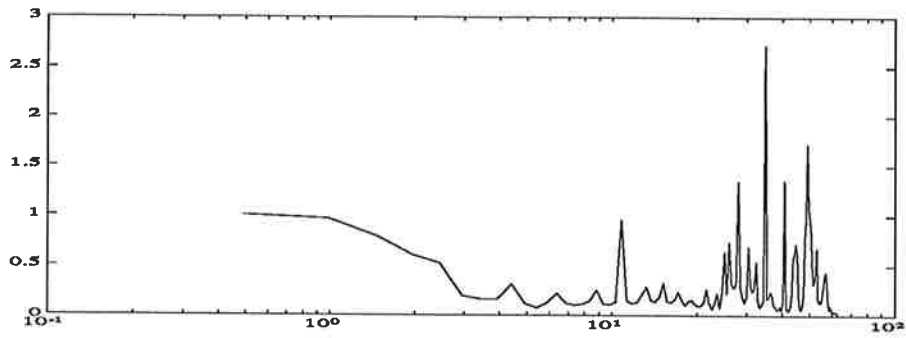
I figur 2 visas dels PRBS-signalen och dels den av processen genererade utsignalen. Utsignalen uppvisar relativt mycket brus vilket kommer att slå igenom vid våra identifieringsresultat¹. För att överkomma det högfrekventa brus som finns i utsignalen har vi efterbehandlat mätdataserien genom att filtrera både in- och utsignal med ett femte ordningens butterworthfilter med brytfrekvensen $9.5Hz$.

Dessutom är inte koherensspektrat det mest önskvärda, se figur 3. I figur 4 återges PRBS-signalens spektrum, vilket visar på en hyfsad excitation kring resonansfrekvensen $4Hz$ (se avsnitt 1).

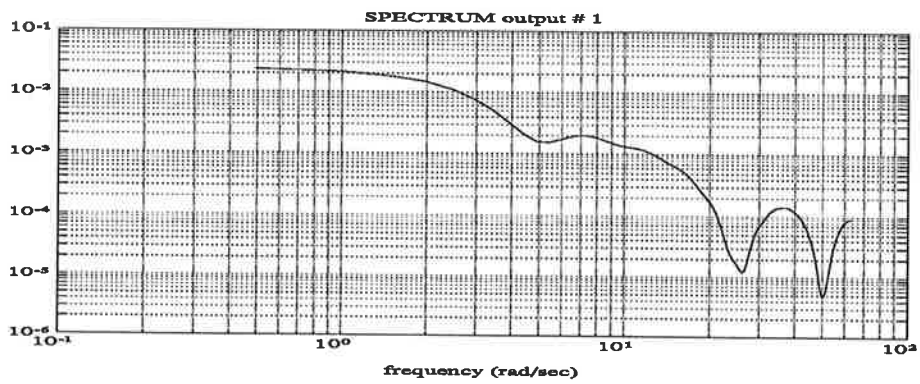


Figur 2: Mätdataserien som användes vid identifiering.

¹Detta faktum upptäcktes allt för sent i projektstadiet varför inga korrigerande åtgärder hann sättas in. Lämpligt hade varit med ett LP-filter på utsignalen redan vid mätningen.



Figur 3: Mätdata seriens koherensspektrum



Figur 4: PRBS-signalens spektrum

3.2 ARMAX-modellen

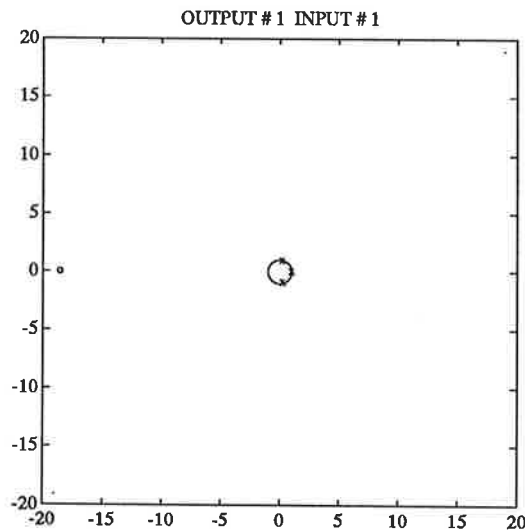
Vi testade ett stort antal modellordningar, i vilka vi systematiskt varierat ARMAX-modellens parameterordningar. Slutresultatet, den bästa modellen, blev en tredje ordningens modell. Detta är helt i överensstämmelse med vårt inledande teoretiska resonemang i avsnitt 1.

Polynomen blev:

$$\begin{aligned}A &= q^3 - 1.4350q^2 + 1.3548q - 0.9055 \\B &= 0.0167q + 0.3098 \\C &= q^3 - 1.4299q^2 + 1.3665q - 0.8623\end{aligned}$$

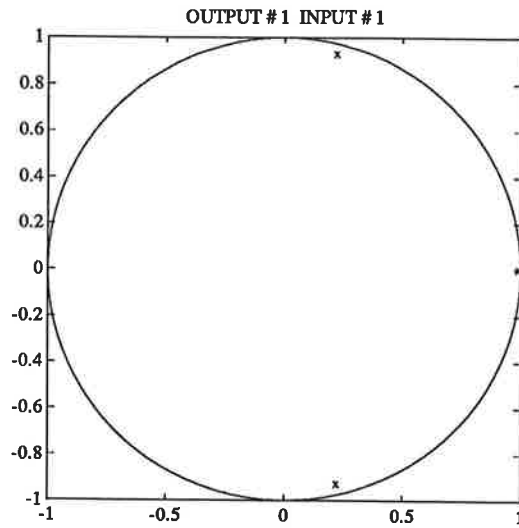
Polerna och nollställena till överföringsfunktionen visas i figur 5 och figur 6.

Som framgår har vi två komplexkonjugerade poler vilka motsvarar resonansfrekvensen. Nollstället på negativa reella axeln tyder på att vi har identifierat ett icke-minfas system.

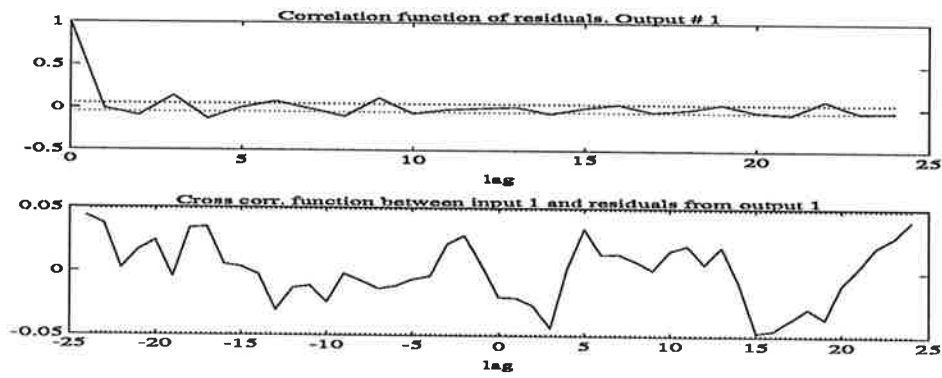


Figur 5: Alla poler och nollställena i ARMAX-modellen

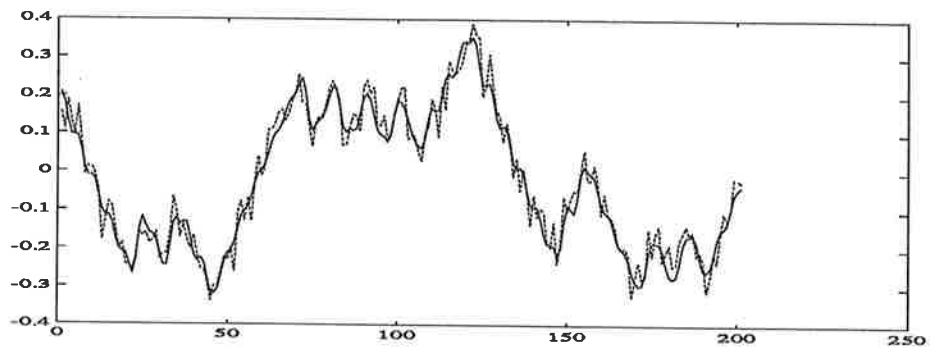
För att kunna övertyga oss om modellens rimlighet har vi tittat på korrelationsfunktioner, se figur 7, och korsvalidering, se figur 8, samt gjort en jämförelse mellan modellens bodediagram och spektralskattningens bodediagram (framtagen med spa), se figur 9. De heldragna linjerna i korsvalideringen respektive i bodediagrammet tillhör ARMAX-modellen. De streckade linjerna tillhör den filtrerade uppmätta utsignalen.



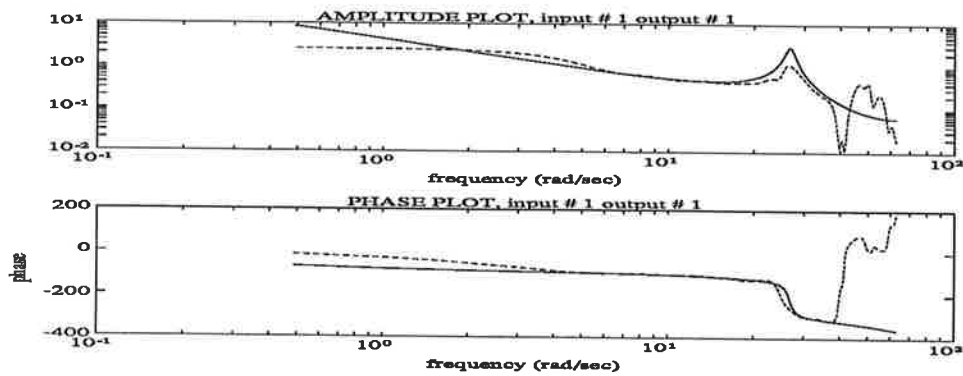
Figur 6: Delförstoring av pol/nollställe diagrammet



Figur 7: ARMAX-modellens korrelationsfunktioner



Figur 8: Korsvalidering mellan ARMAX-modellens signal och den uppmätta, filterade, utsignalen.



Figur 9: Jämförelse mellan ARMAX-modellens och spektralskattningens bodediagram.

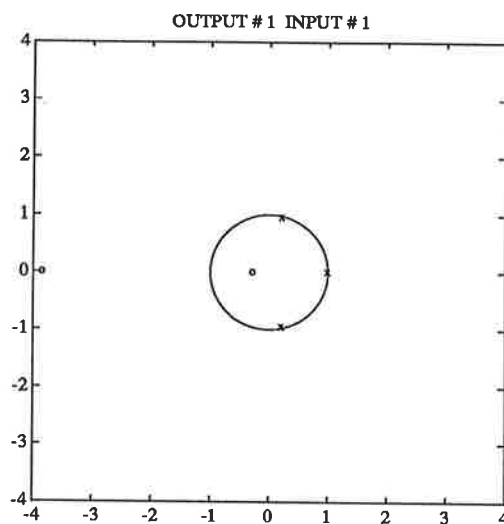
Den resonanstopp som ARMAX-modellen uppvisar ansluter väl till den som frekvensanalysen uppvisar.

3.3 Box-Jenkins modellen

Efter att ha ansatt ett antal olika modeller och jämfört dessa med varandra erhöll vi en slutgiltig modell. Dess polynom blev:

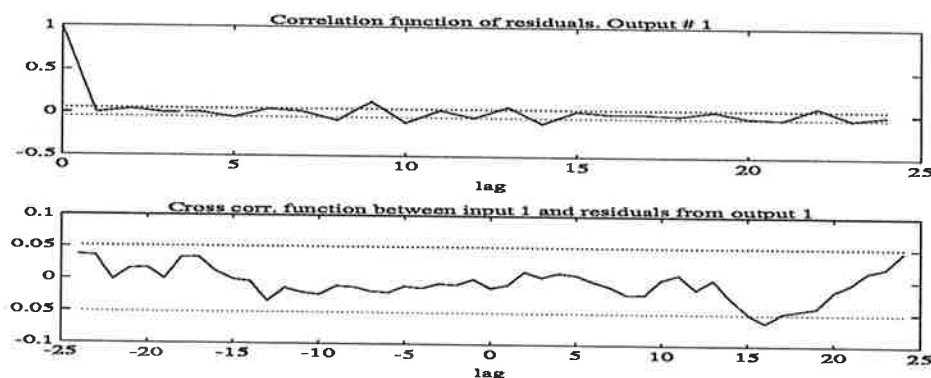
$$\begin{aligned}
 B &= 0.0538q^2 + 0.2234q + 0.0610 \\
 F &= q^3 - 1.4252q^2 + 1.3819q - 0.9418 \\
 C &= q^3 - 0.1543q^2 - 0.9430q + 0.1832 \\
 D &= q^4 - 0.2886q^3 - 0.6994q^2 - 0.0997q + 0.1034
 \end{aligned}$$

Poler och nollställen, se figur 10:



Figur 10: Box-Jenkins modellens pol-nollställediagram

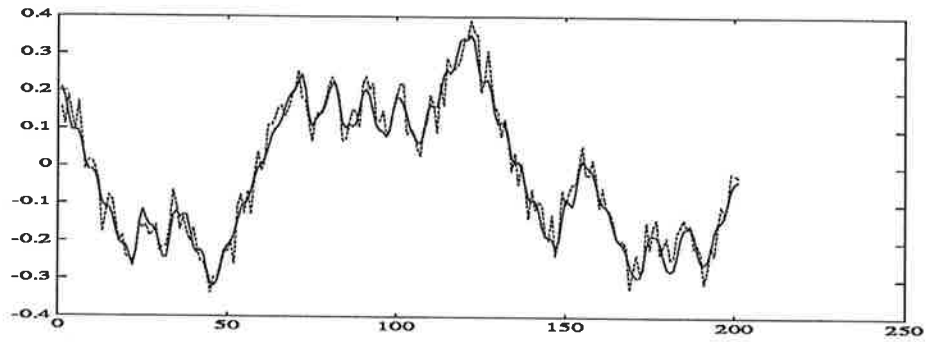
På samma sätt som för ARMAX-modellen har vi genomfört korrelationstester, se figur 11, korsvalidering, se figur 12, och jämförelse i bodediagram, se figur 13.



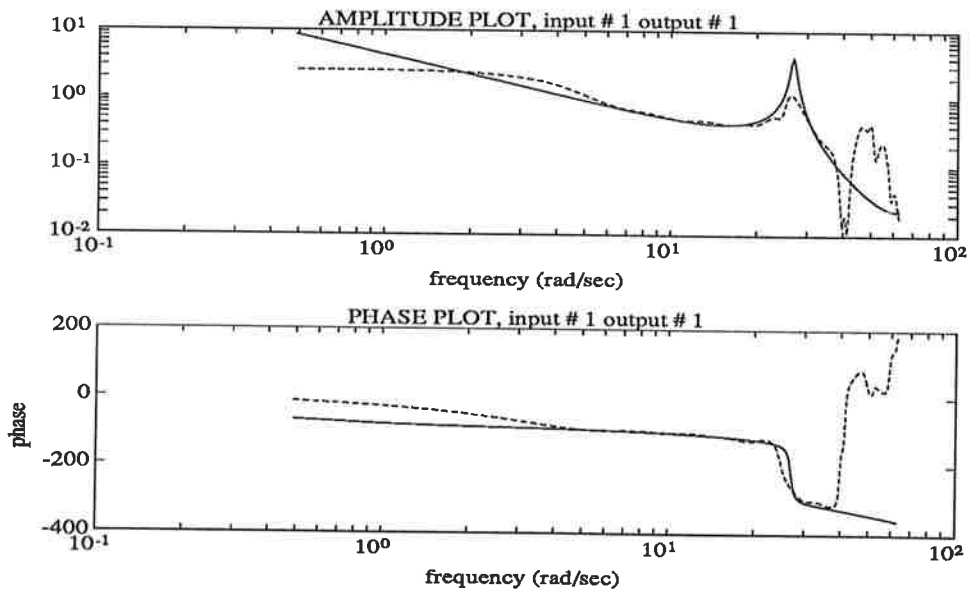
Figur 11: Box-Jenkins modellens korrelationsfunktioner

4 Sammanfattning

Vi har anpassat två modeller, ARMAX och Box-Jenkins, till den uppmätta in/ut-signaldataserien från ett flexibelt DC-servo. Beträffande korsvalidering, jämförelsen med spektralskattningens bodediagram och polerna och nollställenas placering skiljer det inte så mycket mellan de båda modellerna. Den stora skillnaden märks för korrelationsfunktionerna där Box-Jenkins uppvisar ett bättre beteende, låt vara marginellt. Totalt sett består dock intrycket av att ett val mellan de båda modellerna är godtyckligt.



Figur 12: Korsvalidering mellan Box-Jenkins modellens signal och den uppmätta, filtrerade, utsignalen.



Figur 13: Jämförelse mellan Box-Jenkins modellens och mätdataseriens bodediagram.

Referenser

- [1] Rolf Johansson. *Processidentifiering*. KF-Sigma, LTH, LUND, 1992.
- [2] The MathWorks. *Matlab Primer*. Department of Mathematics, University of Florida, 1991.