Systemteknik, prognosmetoder

Projektarbete Vt-73

Axelsson, Bo; Nordh, Bengt; Bramsmark, Göran; Casenberg, Kjell; Nilsson, Hans-Göran; Jeppsson, Håkan; Edberg, Karl; Bredenfeldt, Lars; Sandberg, Erik

SYSTEMTEKNIK, PROGNOSMETODER

BO AXELSSON
GÖRAN BRAMSMARK
LARS BREDENFELDT
KJELL CASENBERG
KARL EDBERG
HÅKAN JEPPSSON
HANS-GÖRAN NILSSON
BENGT NORDH
ERIK SANDBERG

Rapport 7335(C) December 1973
Lunds Tekniska Högskola
Inst. för Reglerteknik

7335 C

SYSTEMTEKNIK, Projektarbete Vt -73

PROGNOSMETODER

Bo Axelsson
Göran Bramsmark
Lars Bredenfeldt
Kjell Casenberg
Karl Edberg
Håkan Jeppsson
Hans-Göran Nilsson
Bengt Nordh
Erik Sandberg

Handledare: Jan Holst

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1. INLEDNING.

Detta projektarbete syftar till att studera egenskaperna hos ett antal metoder för prognosticering av en tidsserie.

Arbetet har utförts på tre olika datamängder

1/ Antal passagerare per månad på internationella flyglinjer 1949-1960,

2/ Omsättningen per månad för den träbearbetande industrin i Västtyskland 1958-1967,

3/ Omsättningen per månad för ett företag i Sverige 1959-1972.

Var och en av dessa datamängder har predikterats en eller flera månader framåt med

1/ Glidande medelvärde

2/ Enkel exponentiell utjämning

3/ Dubbel exponentiell utjämning

4/ Optimal prediktion.

Den sista metoden kräver en modell för tidsserien och som sådan har för samtliga tidsserier ansatts

$$z(t) = A_0 + A_1 t + (A_2 + A_3 t) y(t)$$

där z(t) är observerade dataoch där y(t) ges av den blandade autoregressiva-glidande medelvärdes processen

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = \lambda \{ e(t) + c_1 e(t-1) + \dots + c_n e(t-n) \}$$

Parametrarna $a_1,\ldots,a_n,c_1,\ldots,c_n,\lambda$ har ML-identifierats på PDP-15. Prognosarbetet har gjorts på UNIVAC 1108.

I det följande redogöres för prognosmetoder och programmering av algoritmerna i kapitel 2. I kapitel 3 redovisas de erhållna modellerna för tidsserien och i kapitel 4 presenteras och diskuteras prediktionsresultatet.

2. PROGNOSMETODER. PROGRAMMERING.

2.1. Glidande Medelvärde

Som prediktionsmetod betraktat är glidande medelvärdet en av de enklaste. För att erhålla värdet för nästkommande period tar man helt enkelt medelvärdet av ett förut bestämt antal perioder just före den period man önskar prediktera. Om man sätter P till predikterat värde och låter S utgöra de gamla periodernas värden erhåller man den önskade prediktionen genom

formeln $$P_{i+1} = \frac{S_i + S_{i-1} + \ldots\ldots + S_{i-N+1}}{N}$$

Metoden används oftast vid jämn efterfrågan eftersom den är ganska trög och inte tar hänsyn till ens regelbundna variationer.En ytterligare nackdel med metoden är att ingen viktning av de gamla värdena sker. Utförligare beskrivning av metoden finns på sid.15,16 i kap Lagerstyrning och prognosmetoder.

Vid predikteringen av glidande medelvärdesmetoden använde vi oss av en subrutin (GLIME) iFORTRAN. Till rutinen behövdes 5 parametrar IT,S,P,K och N varav S och P är vektorer.

För varje fullständig prediktion genomlöpes subrutinen NDATA-L gånger, där NDATA är antalet månader i datamängden och L numret för första predikterade månaden.

2.2 EXPONENTIELL UTJÄMNING

(Mer teori om dubbel exp.utj. då den ej beskrivs i komp.)

Allmänt kan processen skrivas

$$X(t) = \varsigma(t) + \mathcal{E}(t)$$

där

$$\varsigma(t) = \sum_{k=0}^{n} a_k t^k \quad \text{är deterministisk komponent}$$

och

$$\mathcal{E}(t) = \text{stokastisk komponent}$$

Om vi antar att $\mathcal{E}(t)$ är ett vitt brus kan vi inte räkna att det ska kunna predikteras, däremot vill vi kunna följa $\varsigma(t)$ så bra som möjligt.

Man kan visa med fundamentalsatsen för exponentiell utjämning att för

$$\begin{cases} S_t^n = \left(\dfrac{\alpha}{1-(1-\alpha)\ q^{-1}}\right) S_t^{n-1} \\ S_t^1 = \left(\dfrac{\alpha}{1-(1-\alpha)\ q^{-1}}\right) X_t \end{cases}$$

där α=utjämningskoefficienten

kan man ur $S_1 \ldots S_n$ skatta $a_0 \ldots a_{n-1}$

I ekv.systemet ovan är

$$S_t^1 = \left(\frac{\alpha}{1-(1-\alpha)\ q^{-1}}\right) X_t$$

ekvationen för enkel exponentiell utjämning. Vi ser också att S^n är exponentiell utjämning på S^{n-1}. Man kan se S^n som ett dynamiskt system med den observerade processen som insignal.

Om vi ser speciellt för n=1 får vi

$$X(t) = a_0 + a_1 t + \varepsilon(t)$$

För att skatta a_0 och a_1 räcker det att titta på S_t^1 och S_t^2

Genom att bestämma steg- och rampsvar för de dynamiska systemen H^1 och H^2 får vi de stationära felen som

insignal \ system	H^1	H^2
a	0	0
$a_0 + a_1 t$	$-\frac{1-\alpha}{\alpha} a_1$	$-2\frac{1-\alpha}{\alpha} a_1$

Dvs. $S_t^1 - S_t^2 = \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1$

Skattat värde på a_1 blir då

$$\hat{a}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t^1 - S_t^2)$$

och $\hat{X}_t$ blir

$$\hat{X}_t = 2S_t^1 - S_t^2$$

Med prediktionen

$$\hat{X}_{t+\tau} = \hat{X}_t + \hat{a}_1 \tau$$

där $\hat{a}_1$ och $\hat{X}_t$ bestämms enligt ovan, kan vi följa ett steg- och rampsvar utan fel.

Programmet finns i appendix 1

2.3 OPTIMAL PREDIKTION.

Enligt kompendiet kapitel 5 sid. 21 kan vår modell beskrivas av sambandet

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = \lambda\left[e(t) + c_1 e(t-1) + \right.$$
$$\left. + \dots + c_n e(t-n)\right]$$

där

$y(t)$ = efterfrågan vid tidpunkten t.

$e(t)$ = störningar vilka tillhör $N(0,1)$.

Ovanstående samband kan även skrivas:

$A^* y(t) = \lambda C^* e(t)$;

där

$A^* = (1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n})$

$C^* = (1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n})$

q^{-1} = skiftoperator.

$$y(t+k) = \frac{C^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} e(t+k) = \lambda\left[e(t+k) + f_1 e(t+k-1) + \dots\right.$$
$$\left. \dots + f_{k-1} e(t+1)\right] + \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} y(t)$$

där

$e(t+k) + f_1 e(t+k-1) + \dots + f_{k-1} e(t+1) = \tilde{y}(t+k|t)$ = prediktionsfelet.

$\frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} y(t) = \hat{y}(t+k|t)$ = optimala prediktionen.

Polynomen $F^*(z)$ och $G^*(z)$ definieras av identiteten

$$C^*(q^{-1}) = A^*(q^{-1})\, F^*_{k-1}(q^{-1}) + q^{-k}\, G^*_{n-1}(q^{-1}).$$

Angående program se Appendix 1.

P.g.a. den speciella karaktären hos vissa data t.ex. genomgående avvikande månad, kan dessa predikteras separat med enkel exponentiell utjämning.

2.4. Huvudprogrammet för prediktering

Huvudprogrammet för den databehandling som gjordes av resp. gruppers material inom prediktionsgruppen är liksom all övrig programmering gjord i FORTRAN.

Fodringarna på huvudprogrammet kan man i korthet sätta upp i 5 punkter

1. Kunna läsa in data.
2. Kunna kalla på tre olika subprogram.
3. Kunna räkna ut prediktionsfelet,ackumulerade felet,variansen samt medelfelet.
4. Kunna skriva ut prediktionsfelet,ackumulerade felet,variansen, medelfelet och de korrekta värdena i tabellform.
5. Kunna lägga prediktionsvärdena,prediktionsfelet,ackumuleradefelet, variansen,medelfelet och de korrekta värdena i var sin fil på FASTRAND för att därifrån sedan hämtas av ett ritprogram.

Inläsningen av respektive gruppers data vid exikveringen av programmet sker från en fil på FASTRAND. För detta krävdes när väl datan låg på filen två särskilda styrkort och en READ-sats (rad 3,app) som tilldelade variabeln LU det önskade filnumret.

IT i programmet är den parameter som anger i vilken månad man befinner sig,när en prediktion om k steg framåt görs.Parametern kan variera från värdet på den månad man befinner sig i vid första prediktionen till ordningstalet för den NDATA-k:te månaden.

Om IT<N skulle inträffa,fick man förfara på ett speciellt sätt i början av prediktionen med GLIME. Att IT<N innebär nämligen att det inte finns tillräckligt med gamla värden för att prediktera ett nytt. För att klara dessa fall har vi satt de felande gamla värdena lika med det äldsta kända värdet.

Varje prediktionsmetod kräver speciella koefficienter och variabler. För att slippa läsa in en mängd olika variabelvärden som sedan kanske inte behövdes vid körningen,valde vi att bygga upp programmet med ett väljarstyrt hopp (rad8,app).Programmets uppbyggnad blev då istort enl. fig. 1.Efter hoppet läste vi så in de förden speciella metoden nödvändiga variablerna (rad 11,21,35 för resp. pred.metod).

När den valda prediktionsmetoden hade gjort en fullständig prediktion skedde ett hopp till en del av programmet där olika uträkningar utföres (hopp till rad 56,app). Programmet räknar ut prediktionsfelet (FEL( ), rad 66) och det ackumulerade felet (FEL2( ),rad 68,app). Därefter sker också en uträkning av de för värderingen av prediktionen intressanta värdena på variansen (VAR,rad 72,app)och medelfelet (FMED,rad 73,app) hos prediktionsfelet.

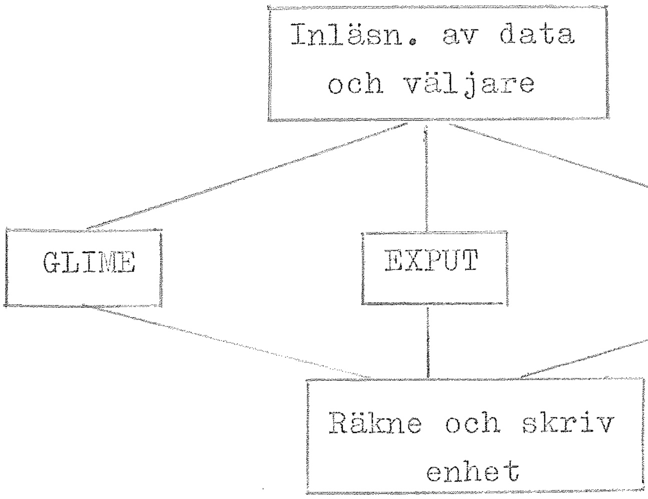


fig. 1

Det som programmet därefter skulle ombesörja var en utskrift i tabellform av de förut uträknade värdena på predikterat värde,prediktionsfelet,ackumulerade felet,variansen och medelfelet samt som jämförelse utskrift av de korrekta värdena. Till varje tabellutskrift skedde även en utskrift av ett tabellhuvud vari ingick upplysningar om metod och däri använda värden på de olika styrvariablerna.Då vi också önskade rita de bästa prediktionerna så ville vi att programmet samtidigt som det utförde utskriften också skulle kunna lägga upp alla värdena på förut numrerade filer på FASTRAND (inläsn.av filnr. rad 78,app).Långt ifrån allt skulle ju läggas på FASTRAND varför en styrvariabel ISKRI infördes (rad 7,10,app).

När en prediktionsomgång är färdig kan man genom att läsa in ett nytt värde på styrvariabeln IVAL (rad 7,app)göra en ny prediktion med önskad metod. På detta sätt kan man hålla på "hur länge som helst".

2.5 RITNINGSPROGRAMMET

Ett särskilt huvudprogram, kallat RITAM, skrevs för plottning av kurvor. Det ritar fyra kurvor:

korrekta värden
prediktion
prediktionsfel
ackumulerad förlust

De två första kurvorna ritas i samma koordinatsystem.

RITAM utnyttjar ett av institutionens subprogram som kallas RITA. Vid anrop av RITA anges som argument de data som skall plottas, var de skall plottas, linjetyper m. m. RITA anropas en gång för var och en av ovanstående kurvor, d.v.s. 4 ggr för varje uppsättning data.

De data som skall plottas finns lagrade på UNIVACs Fastrand~~kurva~~trumma. Genom inläsning från hålkort (samt styrkort) anges på vilken fil data finns lagrade. Från hålkort läses också in antal data, max- och minvärden på y-axlarna samt texten på enav y-axlarna. Detta sista används för att markera prediktionsme tod och värdena på parametrarna.

Programmet finns i appendix 1.

3. PRESENTATION AV DATA. MODELLBYGGE.

3.1 FLYGDATA

Vår grupp studerade antalet passagerare per månad på de internationella flyglinjerna 1949 - 1960. Se tabell 1.

Vi deladeupp data i två delar, skurna data som bestod av de första 11 åren (det 12:e året användes som facit) samt oskurna data som bestod av alla 12 åren.

Vi antog att våra data kunde beskrivas som en trend + någon svängning:

$$\begin{cases} z(t) = c_o + c_1\ t + y(t) \\ A^{*}\ y(t) = \lambda \cdot C^{*} e(t) \end{cases}$$

med A^{*} och C^{*} enligt ovan kap. 2.3.

a_o och a_1 bestämdes med linjär regression, varefter denna trend togs bort. Fig 1 visar skurna data och dess trend.

	c_o	c_1
skurna data	91.6085	2.57267
oskurna data	87.1060	2.66850

Våra data ML-identifierades (se appendix 2) ur modeller av 0:e till och med 5:e ordningen:

Oskurna data

n	$V\ 10^{-5}$	$\Delta V\ 10^{-5}$	λ
2 x 0	1.506309	0.9472	45.74
2 x 1	0.5591	0.0671	27.87
2 x2	0.4920	0.1232	26.14
2 x 3	0.3688	0.0123	22.63
2 x 4	0.3565	0.0597	22.25
2 x 5	0.2968		20.30

Skurna data

n	$V\ 10^{-5}$	$\Delta V\ 10^{-5}$	λ
2 x 2	0.3908	0.1007	24.33
2 x 3	0.2901	0.0071	20.97
2 x 4	0.2830		20.71

Residualerna såg ganska bra ut med avseende på normalfördelning och oberoende.

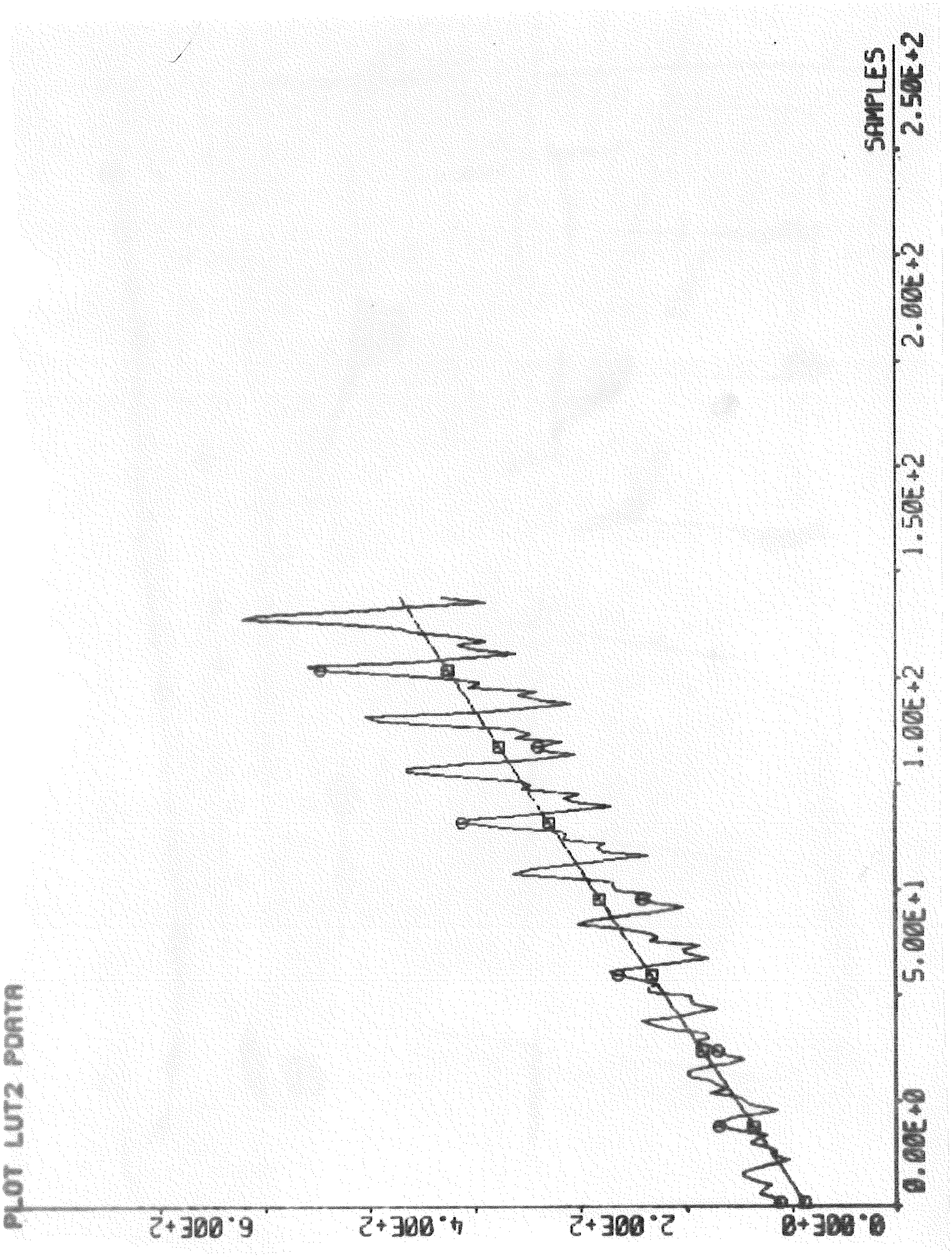
Table C.10 INTERNATIONAL AIRLINES PASSENGERS*

(thousands omitted)

Month	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
Jan.	112	115	145	171	196	204	242	284	315	340	360	417
Feb.	118	126	150	180	196	188	233	277	301	318	342	391
Mar.	132	141	178	193	236	235	267	317	356	362	406	419
Apr.	129	135	163	181	235	227	269	313	348	348	396	461
May	121	125	172	183	229	234	270	318	355	363	420	472
June	135	149	178	218	243	264	315	374	422	435	472	535
July	148	170	199	230	264	302	364	413	465	491	548	622
Aug.	148	170	199	242	272	293	347	405	467	505	559	606
Sept.	136	158	184	209	237	259	312	355	404	404	463	508
Oct.	119	133	162	191	211	229	274	306	347	359	407	461
Nov.	104	114	146	172	180	203	237	271	305	310	362	390
Dec.	118	140	166	194	201	229	278	306	336	337	405	432
Total	1520	1676	2042	2364	2700	2867	3408	3939	4421	4572	5140	5714

* *FAA Statistical Handbook of Civil Aviation* (several annual issues).

Tabell 3.1.1 - Antalet passagerare per månad på internationella flyglinjer 1949-1960. (Från (2))


PLOT LUT2 PORTA
SAMPLES
0.00E+0
5.00E+1
1.00E+2
1.50E+2
2.00E+2
2.50E+2
2.00E+2
4.00E+2
6.00E+2

Figur 3.1.1.

Ändringen av förlustfunktionen från 3:e till 4:e ordningen var inte signifikant och vi valde därför 3:e ordningens modeller, både till de skurna och de oskurna data. Även periodiciteten beräknades:

	Oskurna	Skurna
a_1	-1.7650 ± 0.1925	-1.5963 ± 0.1214
a_2	1.0352 ± 0.3411	0.7327 ± 0.2149
a_3	-0.009523 ± 0.002009	0.1700 ± 0.1275
c_1	-1.0066 ± 0.1753	-0.8572 ± 0.0735
c_2	-0.3290 ± 0.2837	-0.5782 ± 0.1106
c_3	0.7350 ± 0.1599	0.8777 ± 0.0642
V	$0.3688\ 10^5$	$0.2901\ 10^5$
λ	22.63	20.97
T (A^*)	12 mån	12mån
T (C^*)	13	13

För beräkning av F^* och G^* användes ett av institutionens standardprogram. I övrigt se kap 2.3. Som exempel visas värdena för K = 2:

	f_1	g_o	g_1	g_2
skurna	0.7391	-0.1316	0.1662	-0.126
oskurna	0.7584	0.0322	-0.0406	0.0072

3.2 PRESENTATION AV DATA. MODELLBYGGE. FÖRETAGSDATA

Utgångsdata för vårt modellbygge har varit de 144 första data i fig. 3.2.1. Anledningen till att inte alla data användes vid modellbyggandet, var att ett företag inkorporerades sept. 1971 (månad 153). Prognosstudierna gjordes emellertid för 168 data, för att utröna hur olika prognosmetoder reagerar för ett"steg".

Då julivärdena avvek kraftigt från övriga månader, ersattes julivärdet med medelvärdet av juni- och augustivärdet.

Juli predikterades separat, vid optimal prediktion, med enkel exponentiell utjämning.

Våra data är av formen:

$$z(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + (a_3 + a_4 t)y(t) ;$$

där

$y(t)$ är den interessanta delen vid modellbyggandet.

$a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ är trenddelen och $a_3 + a_4 t$ är amplituden hos den stokastiska delen av data.

Vi erhöll $a_0 = 7183,57$

$a_1 = 25,1741$

$a_2 = 0,465503$

Vi valde $a_3 = 1$

$a_4 = 0$

$y(t)$ visas i fig. 3.2.2.

Den sökta modellen har utseendet:

$$A^*(q^{-1})y(t) = \lambda C^*(q^{-1})e(t)$$

A och C polynomens utseende erhölls m.h.a. ML-metoden (se appendix 2).

Residualerna blev i stort sett vitt brus, om man bortser från sex- och tolvmånadersvariationerna.

Vi testade normalitet och oberoende m.h.a. hypotesprövning. Resultatet blev att vi inte kunde förkasta att detta gällde.

Vi provade också en andra ordningens modell, men hade stora svårigheter att bestämma denna. Vi fick sadelpunkter som förlustfunktionsminimum och instabilt C-polynom. Detta orsakades troligtvis av instationaritet i data.

Detta exemplifierades genom att i de första 100 data fanns sex-månaders variationer och att trenden i de redan avtrendade värdena hade negativ startpunkt och positiv

Företagsdata.

JAN	FEB	MAR	APR	MAJ	JUN	JUL	AUG	SEP	OKT	NOV	DEC	
5258	5866	5720	7362	6130	6746	4451	6838	4954	11210	8078	8091	1959
6722	7896	9357	7390	7511	9270	4430	9872	6063	10054	8095	9390	1960
7060	7421	9471	7236	9210	8174	4011	9160	6497	10858	10424	8067	1961
8754	7705	8767	7610	9774	9191	3813	9571	6519	11061	12176	8385	1962
8925	9044	10093	8434	9726	9572	4449	10319	9464	11063	10223	8655	1963
10106	10695	10801	12402	10896	12492	5939	10695	12401	11355	12912	10865	1964
11065	12079	12979	11554	11057	14115	4635	12078	13484	12197	13266	10864	1965
10871	11692	14847	11360	12400	15505	3190	13526	12318	13189	13200	11051	1966
12026	11897	13925	13127	13894	17060	2487	16125	14912	14415	14491	13181	1967
12162	13186	14154	14102	15656	16359	4685	17462	15781	15958	15915	13605	1968
13690	16424	17841	17664	16589	19060	10732	19081	19026	20167	20220	16863	1969
16854	17452	18609	23447	19452	21433	7404	19258	21048	22032	19910	15535	1970
16544	16562	19857	17290	18559	22977	6205	19534	23863	26819	23579	23232	1971
21027	24403	27655	25198	27426	29400	13100	25189	29170	30850	32124	23288	1972
19544	19662	23937	20590	21559	26977	7305	23334					

Fig. 3.2.1

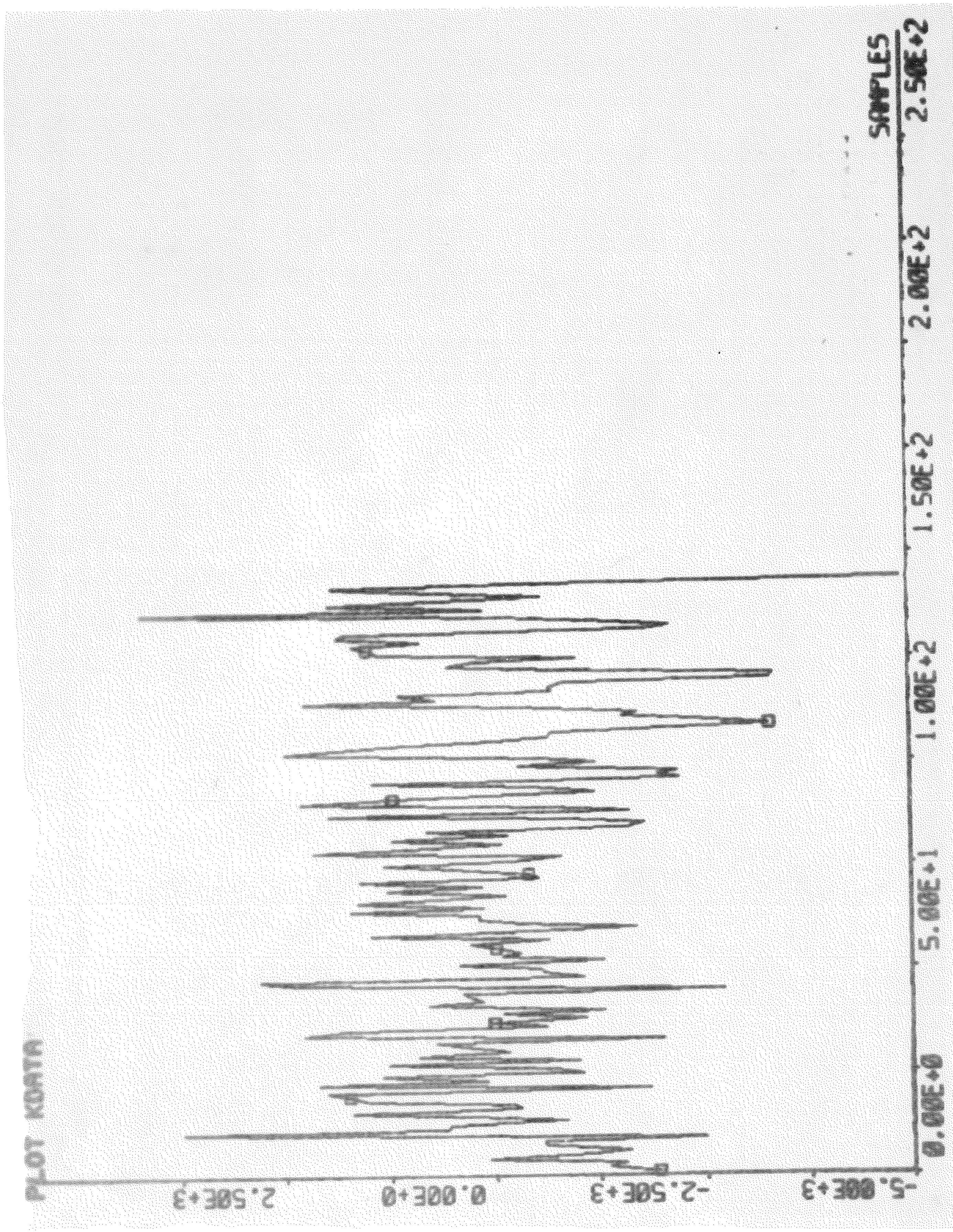

PLOT KDATA
SAMPLES
0.00E+0
5.00E+1
1.00E+2
1.50E+2
2.00E+2
2.50E+2
-5.00E+3
-2.50E+3
0.00E+0
2.50E+3

Fig. 3.2.2

riktningskoefficient, medan de 100 - 140 data hade elvamånadersvariationer, positiv startpunkt och negativ riktningskoefficient.

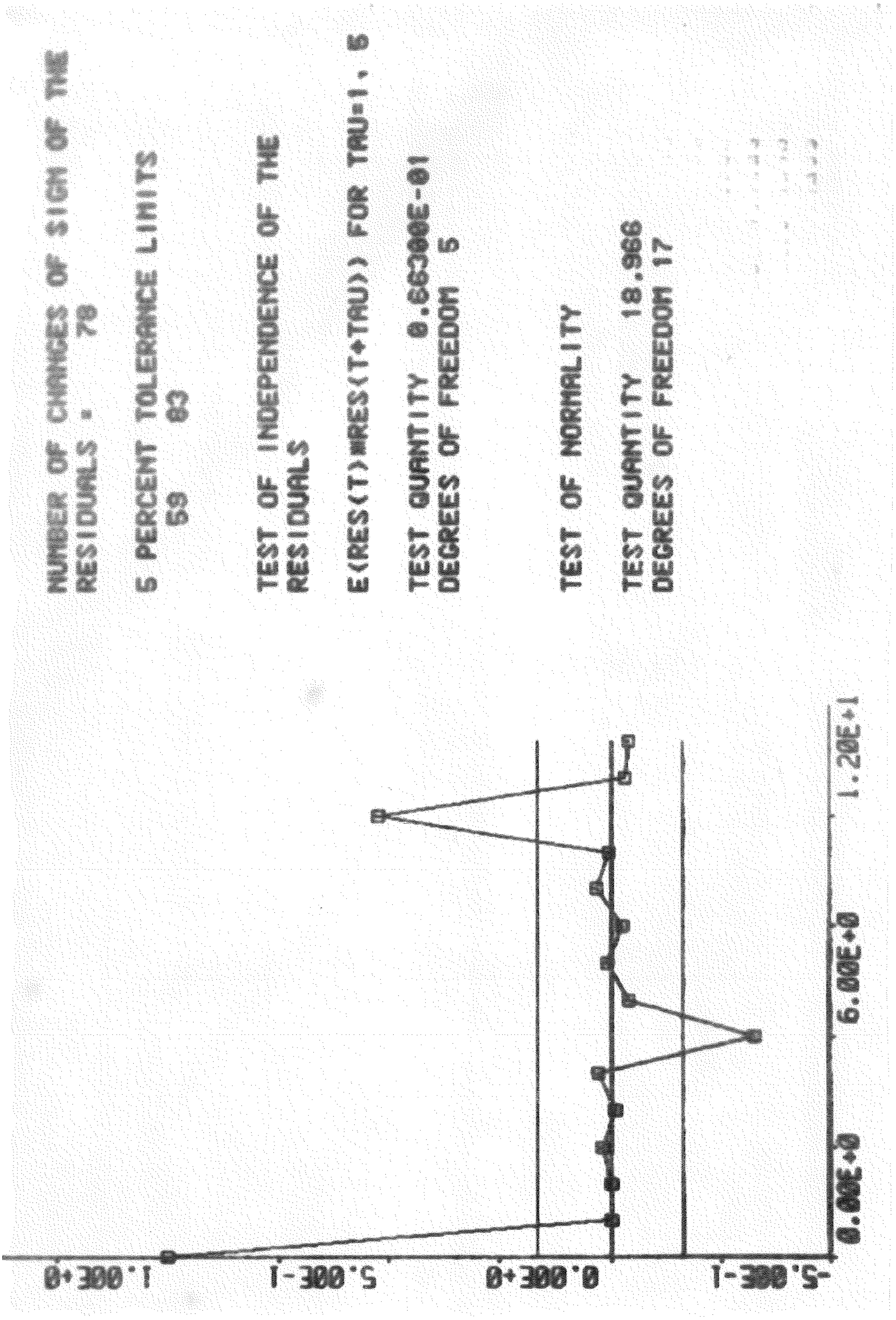
Då residualerna från första ordningens modell (fig. 3.2.3) hade tydliga sex- och tolvmånadersvariationer, provade vi en tredje ordningens modell. Förlustfunktionens värde blev emellertid inte lägre än för första ordningens.

Tabell

Ordning	λ	Förlustfunktionen
0	1483	$1{,}583 \; 10^8$
1	1452	$1{,}517 \; 10^8$
2	1447	$1{,}508 \; 10^8$
3	1423	$1{,}458 \; 10^8$

För att förbättra ingångsvärdena till modellen för hela tidsserien, gjorde vi försök med ett mindre antal data och använde resultatet som ingångsvärden till den kompletta tredje ordningens modell, men C-polynomet blev instabilt.

Vid körning i UNIVAC 1108 användes en första ordningens modell $y(t)(1 - 0{,}115q^{-1}) = 1452(1 + 0{,}100q^{-1})e(t)$, samt en tredje ordningens modell $y(t)(1 - 0{,}625q^{-1} + 0{,}960q^{-2} - 0{,}078q^{-3}) = 1423(1 - 0{,}425q^{-1} + 0{,}895q^{-2} + 0{,}172q^{-3})e(t)$.



Residualerna för första ordningens modell.

Fig. 3.2.3

3.3 Skogsdata

Data har hämtats från (1) och utgöres av omsättningen i MILL DM inom den träbearbetande industrin i Västtyskland.

YEAR	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC
1958	306.4	295.7	351.6	342.2	341.0	329.8	351.8	338.2	387.8	430.1	403.4	395.5
1959	303.5	302.0	344.5	372.2	337.4	370.9	371.8	371.8	424.0	456.8	457.0	448.6
1960	337.4	344.2	419.6	406.7	427.8	400.5	417.1	432.2	485.0	504.7	521.1	507.6
1961	411.0	401.4	482.4	436.5	456.6	459.1	443.2	466.0	512.0	549.6	562.0	522.0
1962	428.3	430.2	491.8	479.3	533.2	497.3	509.3	521.2	555.5	644.3	532.4	548.1
1963	451.6	410.8	461.7	489.1	535.2	453.3	528.2	510.5	591.0	669.0	618.1	574.3
1964	475.8	494.9	557.0	609.4	540.0	596.7	627.7	532.2	680.4	742.0	728.3	692.9
1965	545.7	583.9	671.1	660.4	660.8	649.5	658.9	617.3	758.9	775.3	787.2	764.3
1966	589.8	610.7	755.2	697.3	727.6	723.9	708.2	646.4	806.3	824.2	824.4	768.5
1967	607.8	601.8	679.3	665.7	637.6	700.4	660.8	615.6	755.7	815.8	813.7	855.1

<u>Tabell 3.3.1</u> Omsättningen i den träbearbetande industrin i Västtyskland.

Med hjälp av maximumlikelihood identifiering (appendix 2) tog vi fram matematiska modeller för de i tabell 3.3.1 visande data. Vid körningen på PDP-15 användes dels alla 10 årens försäljning (120 data), dels 9 års försäljning (skurna data) Vi ansätter för data modellen:

$$y(t)=A_0+A_1 t+(A_2 t+1)\frac{C^+(q^{-1})}{A^+(q^{-1})}\, e(t)\cdot\lambda$$

$A_2 t+1$ bestämmer amplituden på bruskomponenten. Vi satte den till 1. (dvs. $A_2 = 0$). Modellen gjordes för såväl 120 som 108 värden.

Med hjälp av vanlig minsta kvadratanpassning kunde vi bestämma A_0 och A_1, dels när 120 data användes och dels när 108 data användes. Tabell 3.3.2 visar resultatet.

Antal data	A_0	A_1
120	316,7	3,68
108	306,4	3,95

Tabell 3.3.2 Uträknade värden på A_0 och A_1 i trenden A_0+A_1t.

I figur 3.3.1 (sid21) visas 10 års försäljning med den framräknade trenden inlagd. Figur 3.3.2 (sid22) visar försäljningen med trenden borträknad. Liknande kurvor erhölls för de skurna data (9 års försäljning).

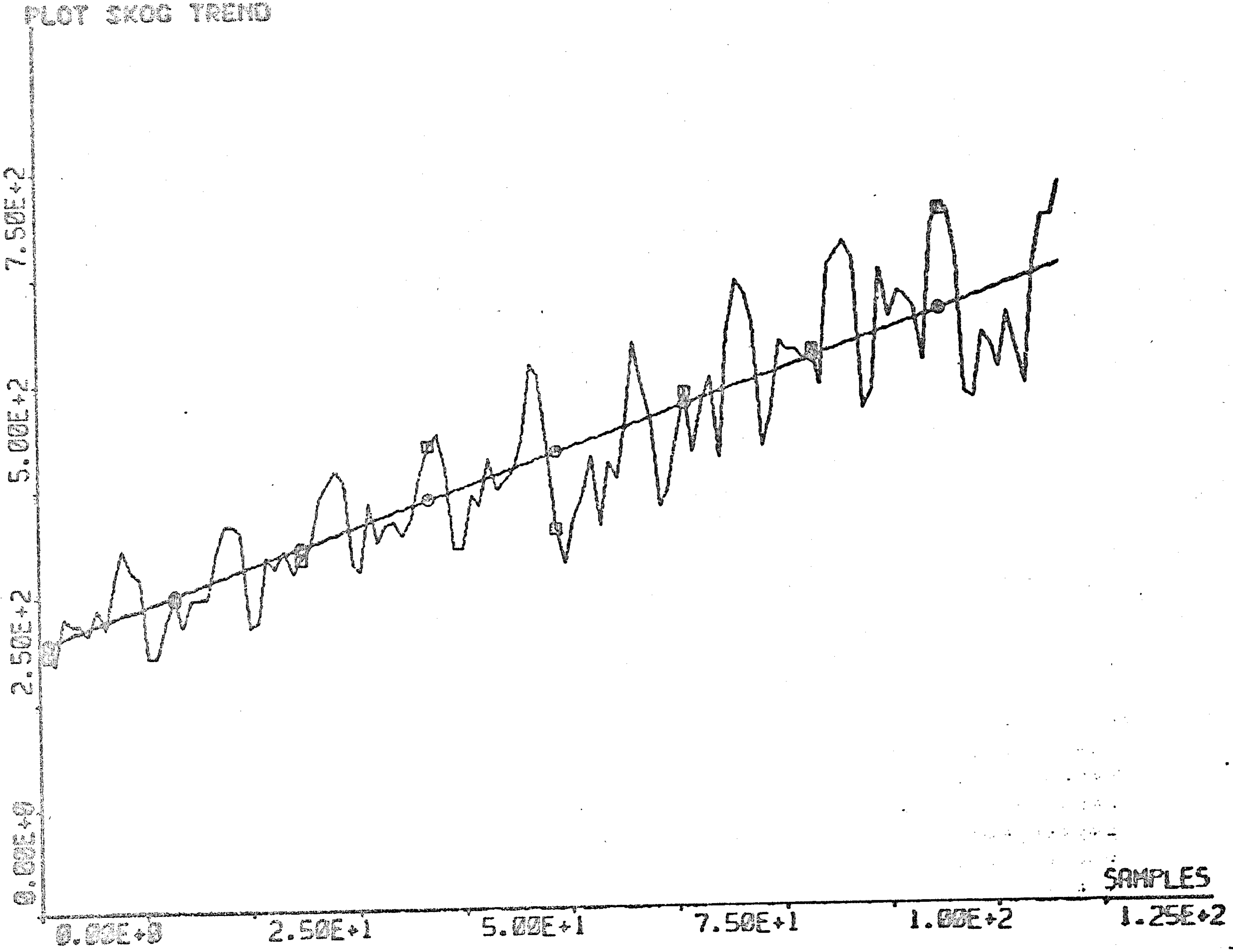
Vi började med att bestämma modeller för tidsserien baserade på 120 data (teorin bakom beskrivs i appendix 2). Först bestämde vi A^+ och C^+ för ett första ordningens system. Vid bestämningen av högre ordningens system utnyttjade vi bl.a. det en grad lägre systemets A^+ och C^+.

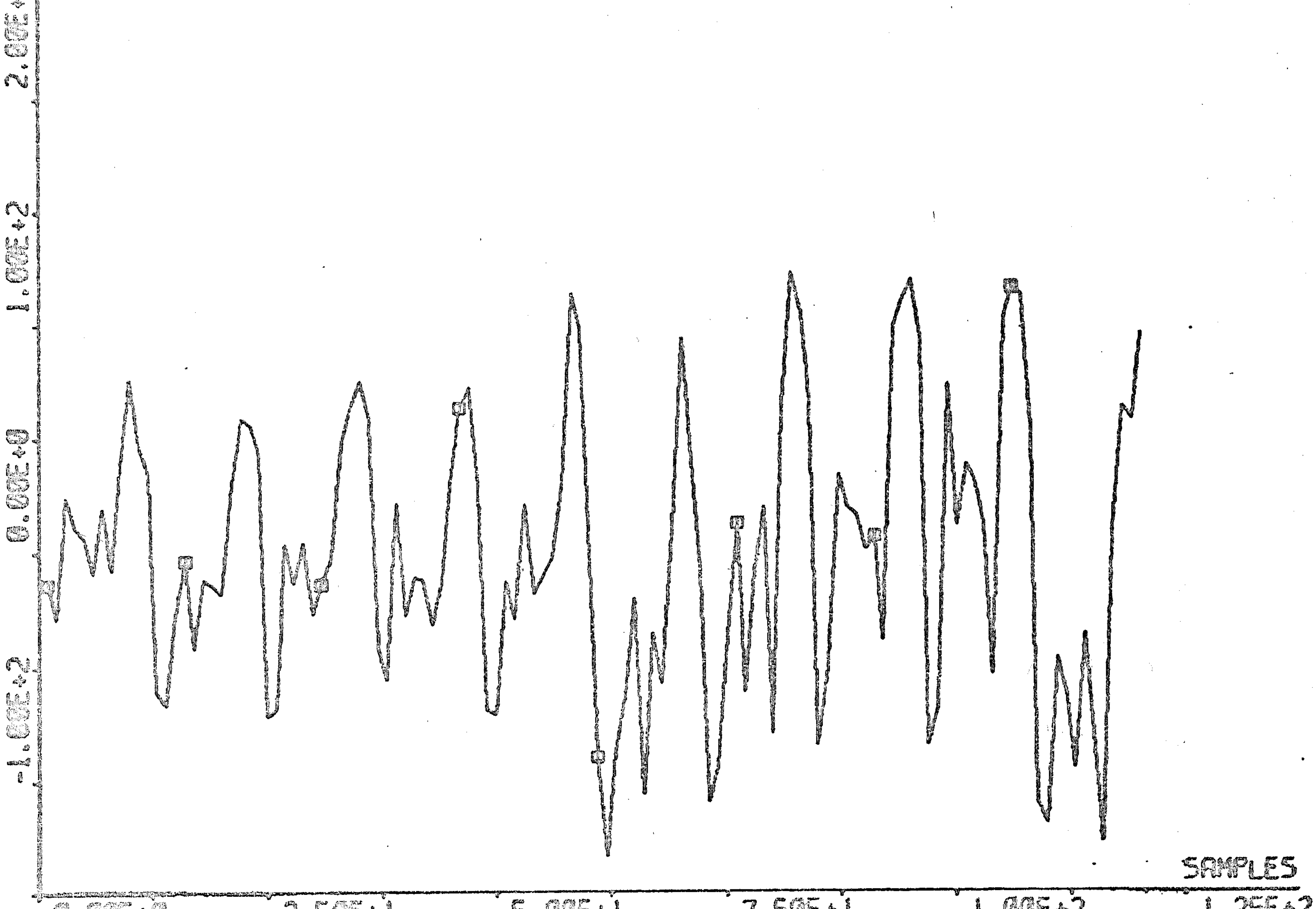
V= förlustfunktionen
n= ordningstal i systemet
ΔV= ändring i förlustfunktion

n	V 10^5	ΔV
0	2.252	
1	1.557	0.735
2	1.282	0.235
3	1.148	0.134
4	1.096	0.052

Tabell 3.3.3 Förlustfunktion och ändring i förlustfunktion för olika gradtal på modellen.

Figur 3.3.1 10 års försäljning med trend inlagd.





Figur 3.3.2 10 års försäljning med trenden borträknad

Med hjälp av hypotestest undersökte vi om vi erhöll någon signifikant förbättring i modellen, när ordningstalet ökades. Vid utförandet av testet utnyttjade vi förlustfunktionen. Tabell 3.3.3 sid visar förlustfunktionen för modeller av olika gradtal. Tabellen gäller för de modeller där 120 data utnjttjades. Liknande tabell erhölls även för 108 data

Ytterligare ett sätt att se om ordningstalet är tillräckligt i systemet är att undersöka residualerna beträffande oberoende och normalitet. För detta utnyttjar man residualernas kovariansfunktion. I figur 3.3.3 sid finns kovariansfunktionen uppritad för samtliga data vid olika gradtal på modellen. Standardavvikelsen är inlagd i diagrammen. Man ser att residualerna är periodiska med en period på 12 månader oberoende av modellordningen. Noteras kan också att en 6 månaders periodicitet finns i residualerna. Vidare så är amplituden växande och ej konstant som vi antagit.

Med hjälp av ovan beskrivna metoder fick vi fram att en tredjeordnigens modell för 120 data och 108 data var fullt acceptabel.

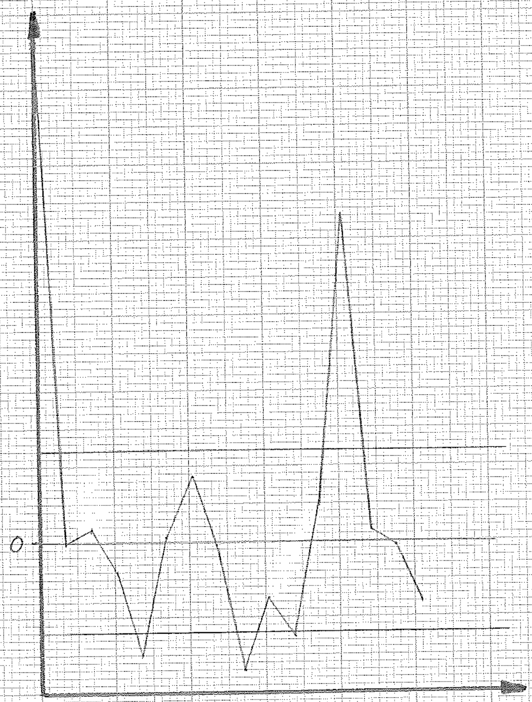
Tabell 3.3.4 visar de erhållna modellerna för 120 data och tabell 3.3.5 visar modellerna för 108 data.

n	A_1	A_2	A_3	A_4	C_1	C_2	C_3	C_4	λ
1	-0.21	-	-	-	0.48	-	-	-	50.3
2	-0.94	0.84	-	-	-0.61	0.94	-	-	46.2
3	-0.50	0.51	0.33	-	0.11	0.50	0.70	-	43.8
4	-0.97	0.61	0.38	-0.37	-0.40	0.32	0.69	0.24	42.7

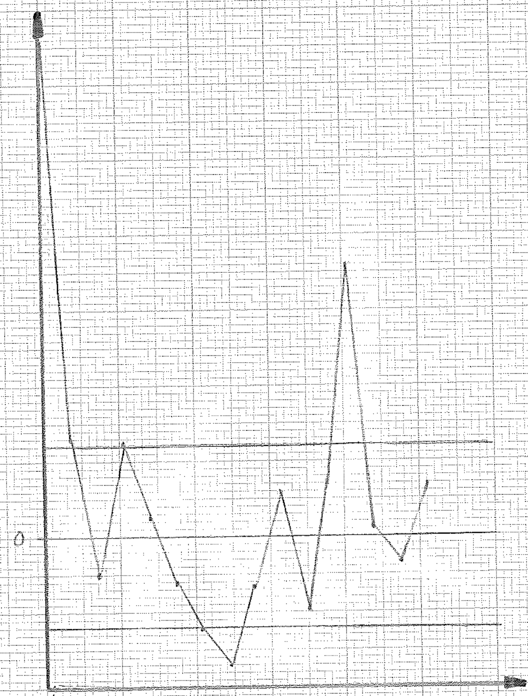
<u>Tabell 3.3.4</u> Erhållna modeller vid 120 data

Kovariansfunktionerna för residualerna vid 120 data.

Figur 3.3.3

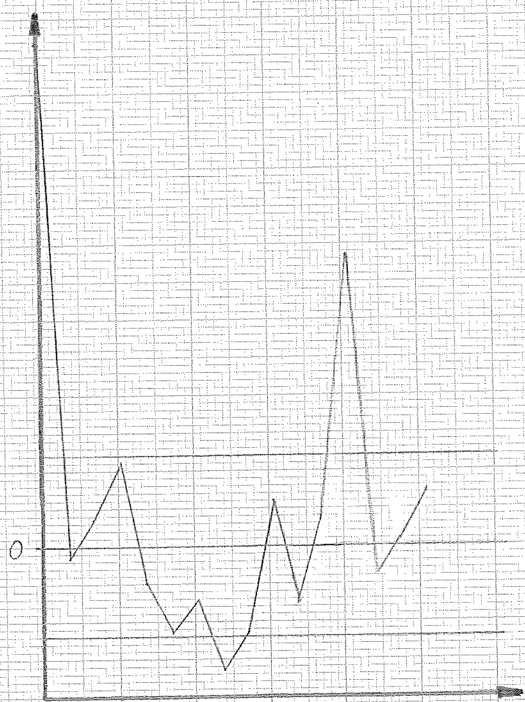


Första ordningens system



Andra ordningens system

Tredje ordningens system



Fjärde ordningens system

n	A_1	A_2	A_3	A_4	C_1	C_2	C_3	C_4	λ
1	-0.22	-	-	-	0.40	-	-	-	48.5
2	-0.96	0.92	-	-	-0.64	0.92	-	-	43.6
3	-0.47	0.49	0.41	-	0.07	0.49	0.07	-	42.0
4	-0.91	0.53	0.48	-0.40	-0.40	0.32	0.68	0.24	40.1

Tabell 3.3.5 Erhållna modeller vid 108 data.

Vid körningen på PDP-15 med ML-metoden bestod svårigheterna främst i att hitta de globala minima punkterna.En av svårigheterna med ML är just att man ej vet om man befinner sig i lokalt minimum el. giobalt.Vi började sökandet efter minimipunkter för modeller byggda på 120 data.Efter en stunds körning hade vi fått modeller av olika gradtal men dessa hade ej acceptabela kovariansfunktioner.Genom att sedan skaffa fram modeller för 108 data erhöll vi nya start värden som användes för skapandet av modeller byggda på 120 data. pådetta sätt lyckades vi finna nya minimipunkter som gav bättre resultat.

4. PREDIKTION

4.1 FLYGDATA

4.1.1 GLIDANDE MEDELVÄRDE

Som bekant innebär denna metod att man sätter prognosen för den kommande perioden lika med medelvärdet av efterfrågan av de N stycken senaste perioderna. Ett stort N ger en trögt reagerande prognos och tvärtom. Vilket N man skall välja var alltså föremålet för vår undersökning. I figur 4.1.1 har vi jämfört två prediktioner för olika N. Prediktionssteget (K) är 2 och månaden vi startar i (L) är också 2. Den övre kurvan är för N=10 medan den undre är för N=20. Man ser tydligt att den övre hänger bättre med. Härnedan följer en tabell för några olika K-värden.

TABELL

N	K	L	Prediktionsfelets Varians	Prediktionsfelets Medelvärde
10	1	2	2670	14,43
14	1	2	1863	19,36
15	1	2	1941	20,50
16	1	2	2057	21,80
20	1	2	2398	26,60
25	1	2	2060	32,42
30	1	2	2261	37,80
2	2	2	2989	5,15
5	2	2	3247	9,83
10	2	2	2319	16,34
15	2	2	2254	27,89
10	6	2	1920	27,4
15	6	2	2592	33,60

Då metoden är enkel blir kanske inte resultatet så lysande. De N senaste perioderna får ju samma vikt.

4.1.2. EXPONENTIELL UTJÄMNING

Här studerade vi utjämningskonstantens alfas inverkan. Ett högt alfa prioriterar det gamla verkliga värdet mer medan ett lågt prioriterar mer den gamla prognosen. Det var intressant att jämföra enkel och dubbel exponentiell utjämning.Vi jämförde för låga alfa de bägge metoderna (se figur 4.1.2.).För dessa alfa är variansen liten medan medelfelet är högt.Observera att K är lika med 6.Man ser att den dubbla följer trenden bättre.I figur 4.1.3 övre bilden ökade vi alfa ordentligt för enkel exp. utj.Tyvärr hann vi inte fullfölja och rita för den dubbla med högt alfa.Här nedan följer en tabell för några körda värden.

TABELL

Alfa	K	L	Prediktionsfelets Varians	Prediktionsfelets Medelvärde
Enkel exp. utj.				
0,05	2	2	2557	46,22
0,10	2	2	2549	26,63
0,15	2	2	2705	19,02
0,20	2	2	2863	14,93
0,25	2	2	2996	12,34
0,60	2	2	2714	5,67
0,80	2	2	2696	4,59
Dubbel exp. utj.				
0,05	2	2	2536	9,50
0,10	2	2	3039	2,56
0,15	2	2	3538	0,72
0,20	2	2	3985	-0,24
0,25	2	2	4344	-0,86
0,60	2	2	4368	-1,50
0,80	2	2	4775	-0,95

Denna metod synes bättre än den föregående då det tages större hänsyn till de sista värdena.En annan fördel är att datamaskinen endast behöver lagra den sista prognosen.

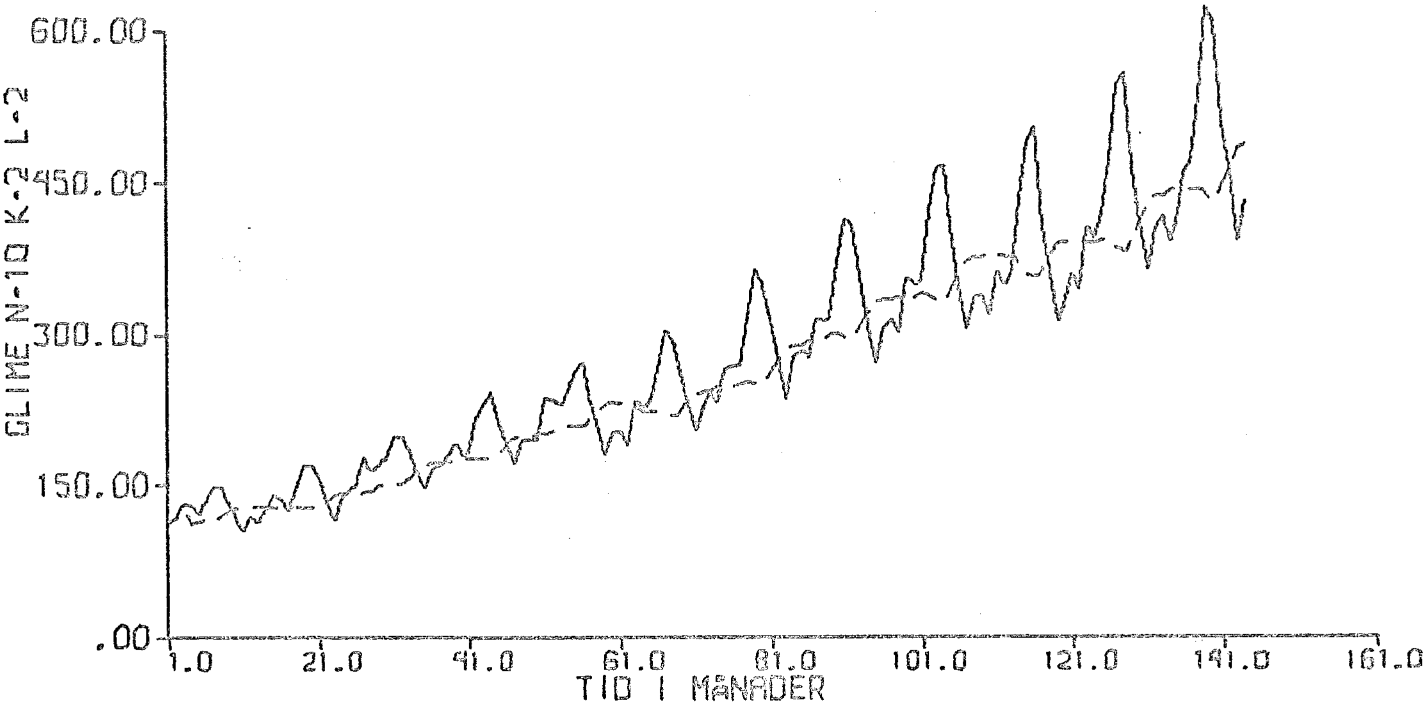
4.1.3 OPTIMAL PREDIKTION

Då våra data såg hyggliga ut med något som såg ut som en 12 månaders svängning väntade vi oss mycket av denna metod.Efter arbetet på PDP:n,där vi fick fram två tredje ordningens modeller,en gjord på 132 data och en på 144, räknade vi ut ur våra identifierade a och c parametrar respektive F och G-vektor.(Se avsnitt 3.1)Figur 4.1.4 visar prediktionsresultatet för K =1 för de bägge datamängderna. Då vi gjorde en modell på bara 132 data hade vi de sista 12 månaderna som facit.Figur 4.1.5. visar resultatet för K=2 för den skurna mängden.Figur 4.1.6 visar prediktionsfelens varians för de olika metoderna.Speciellt märks att för våra värde den optimala prediktionen lyckats plocka bort den växande amplituden.På de andra metoderna syns tydligt en 12 månaders svängning.
Figur 4.1.7 visar ackumulerade förlusten för de olika metoderna. Noteras bör att för den optimala prediktionen den ackumulerade förlusten växer linjärt med antalet data.För de bägge övriga två ökar förlusten itakt med amplituden för de riktiga värdena.

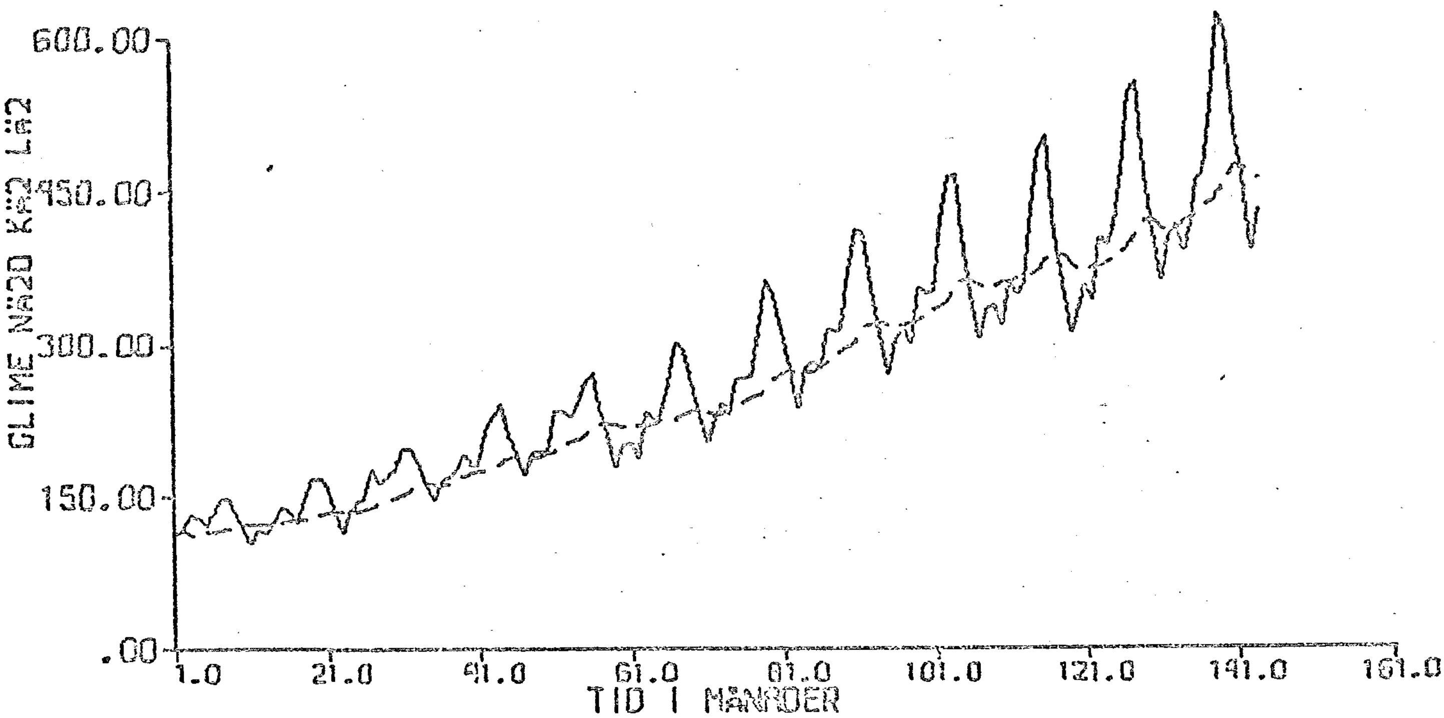
TABELL

K	L	Prediktionsfelets Varians	Prediktionsfelets Medelfel
Alla data			
1	2	563,4	1,25
Skurna data			
1	2	599,5	-0,5898

GLIDANDE MEDELVÄRDE



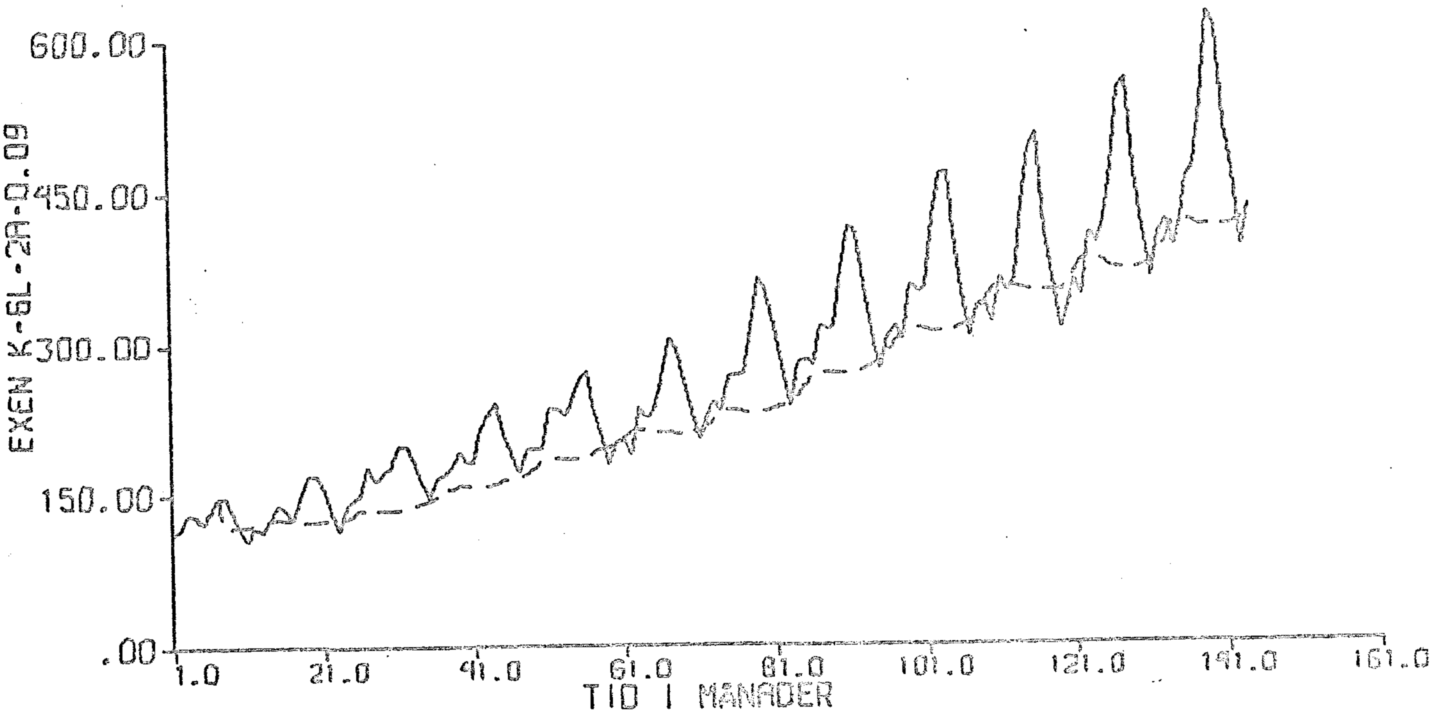
N=10



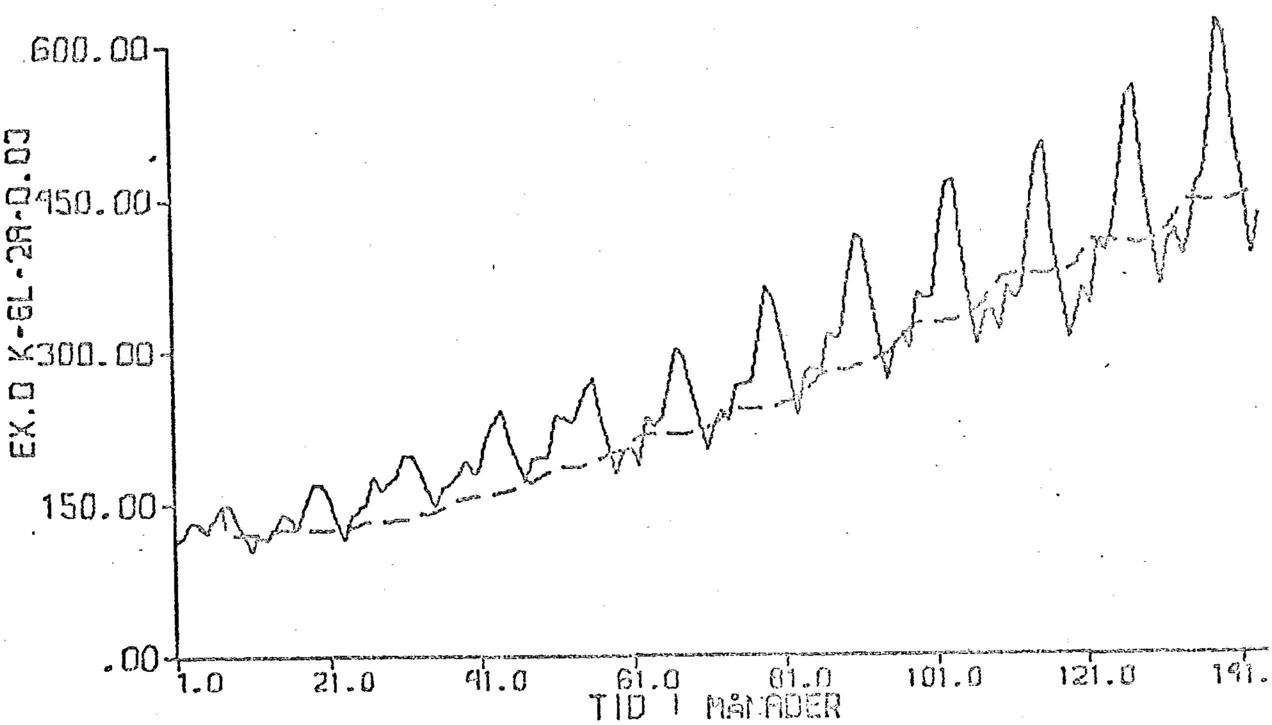
N=20

FIGUR 4.1.1

ENKEL EXP UTJ

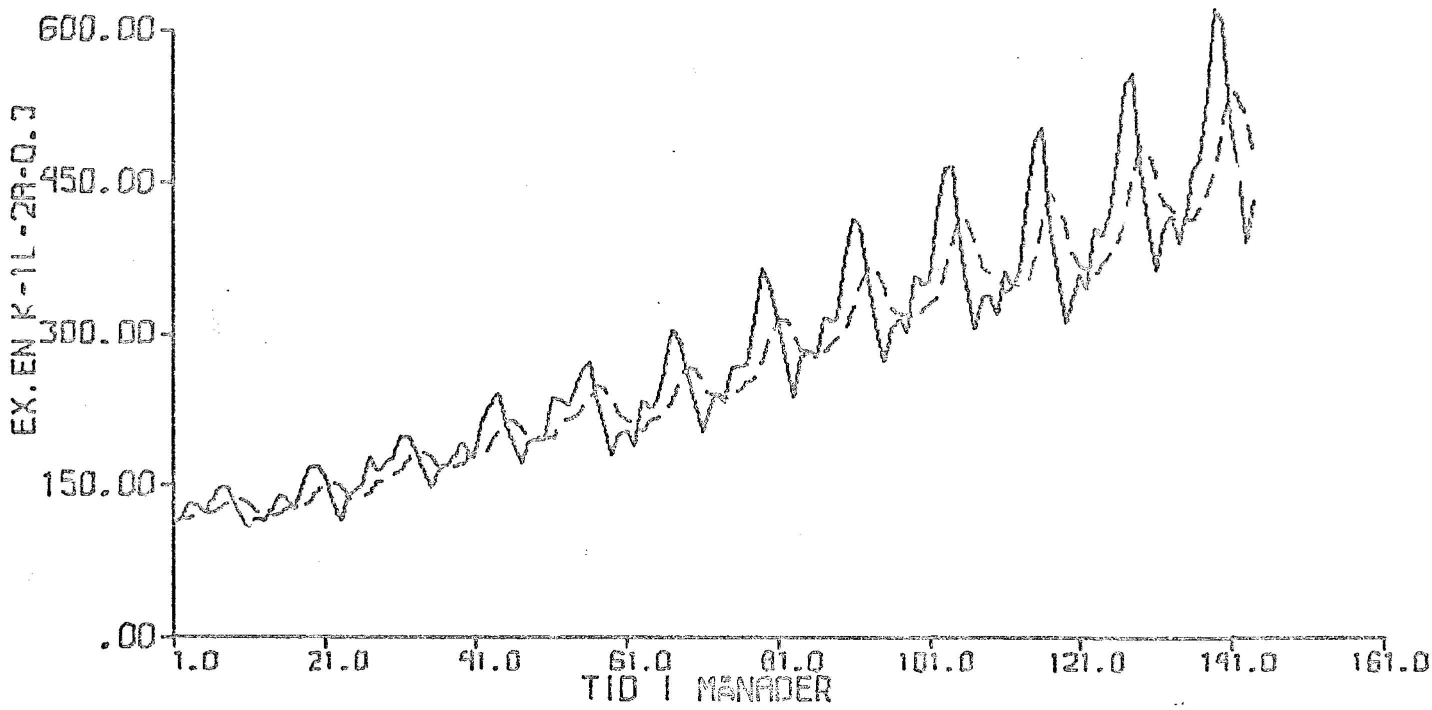


DOBBEL EXP UTJ

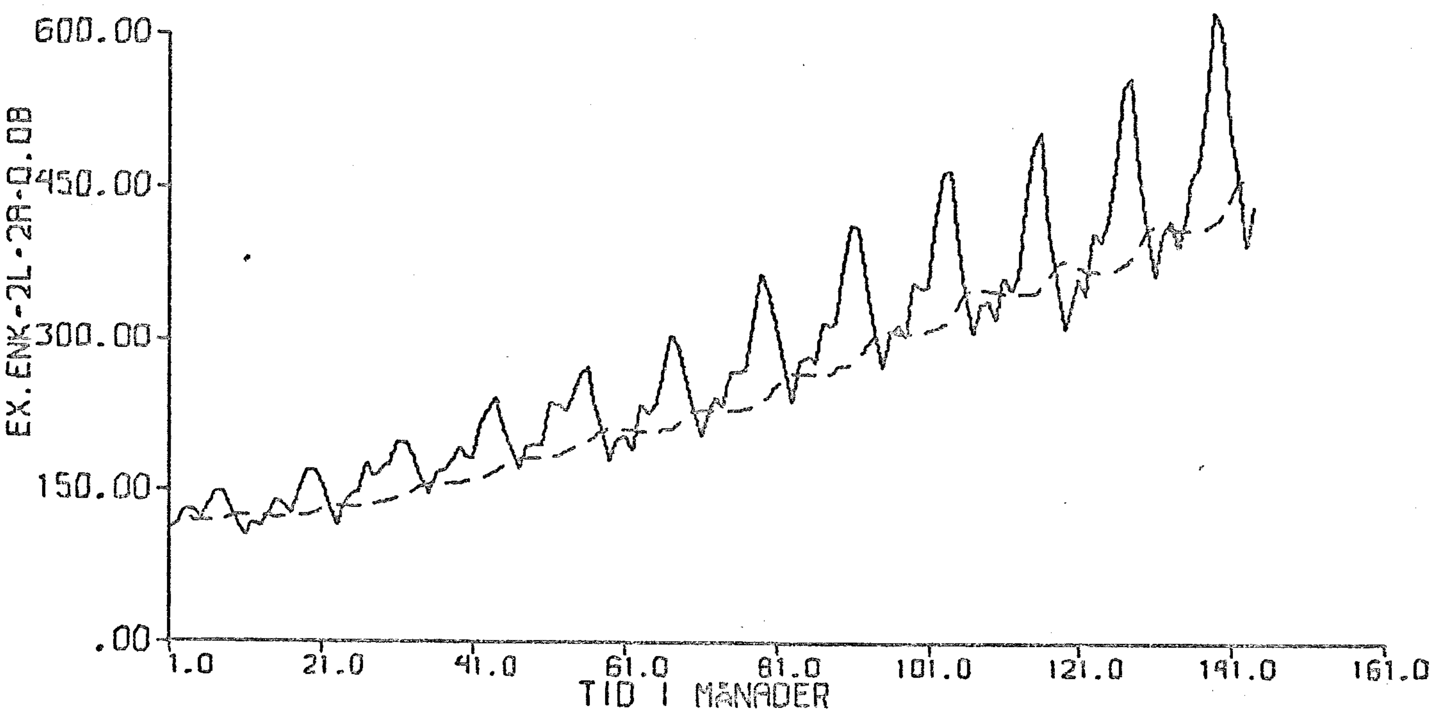


FIGUR 4.1.2

ENKEL EXPONENTIELL UTJÄMNING

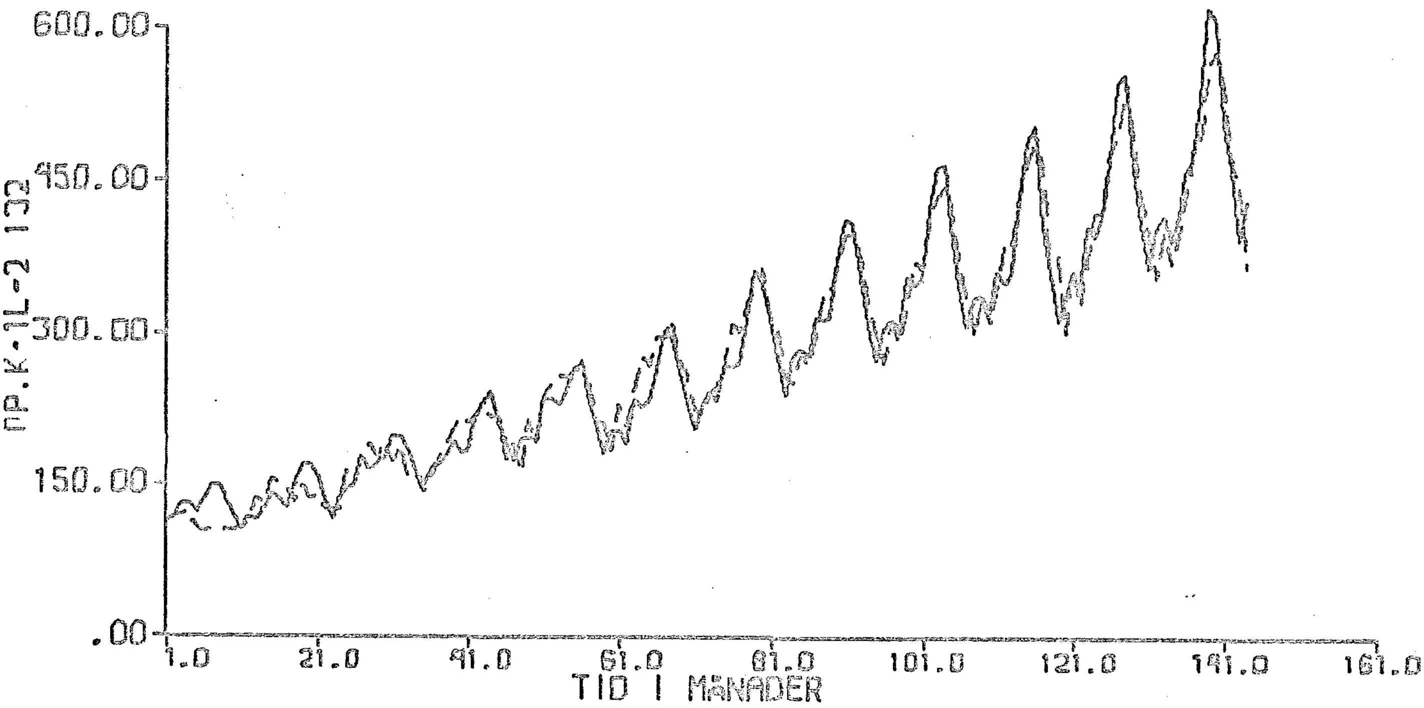


$\alpha = 0.3$

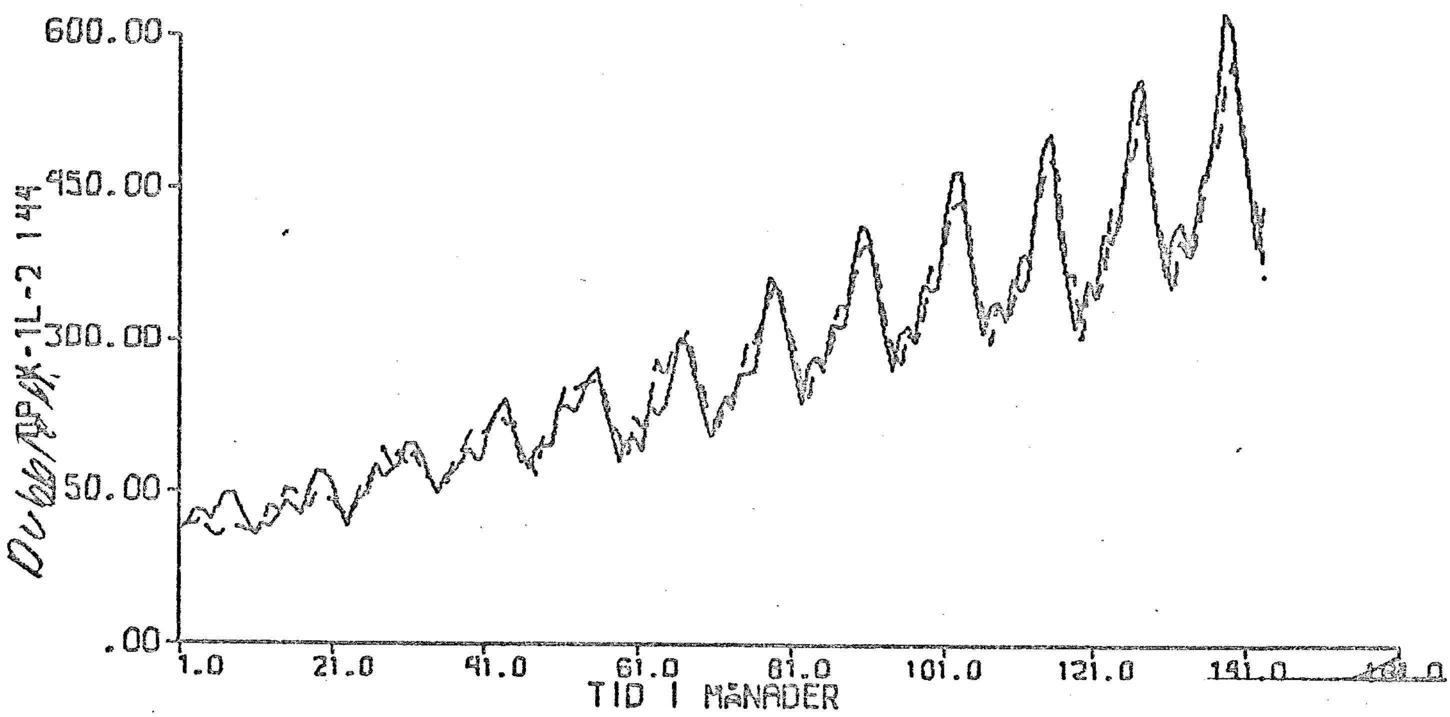


$\alpha = 0.08$

FIGUR 4.1.3



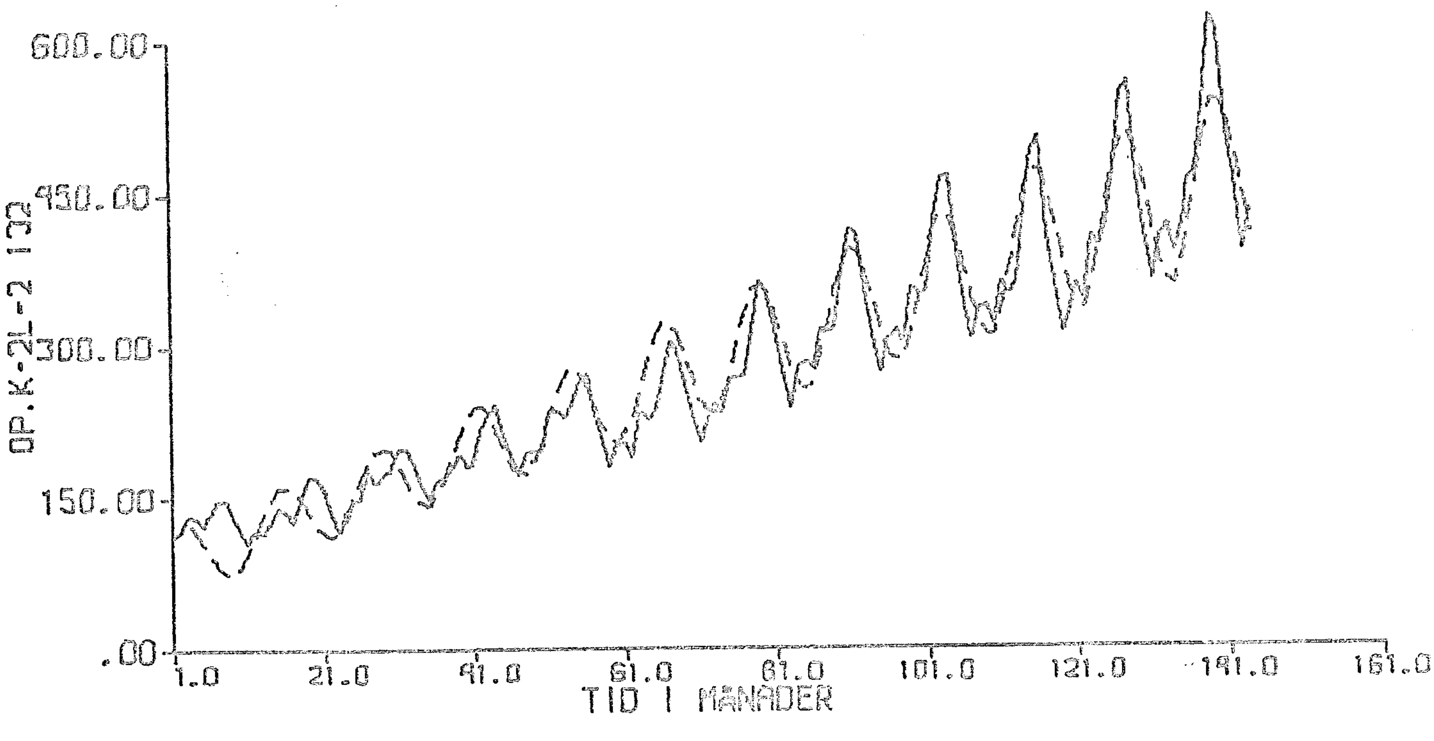
132 DATA



144 DATA

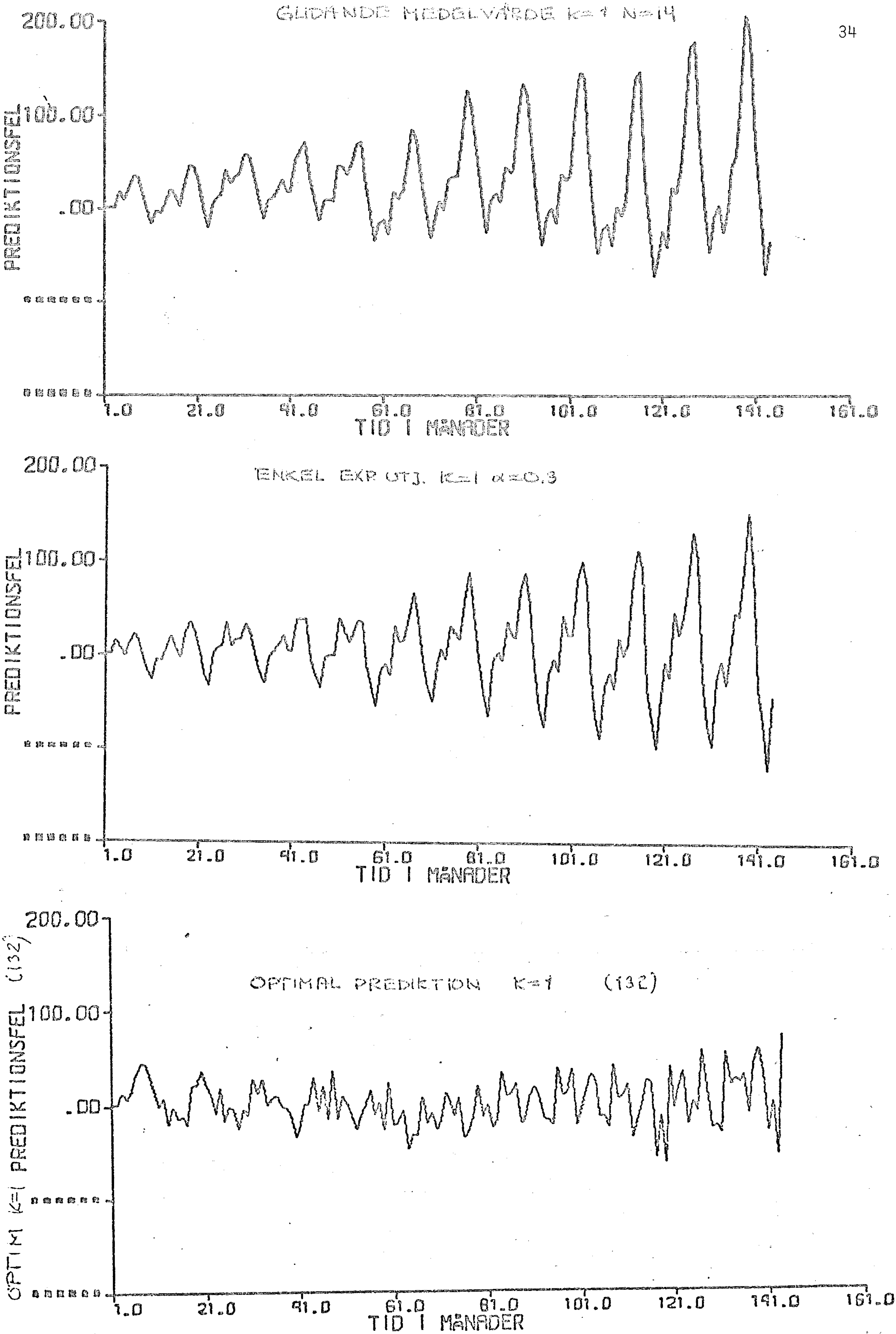
FIGUR 4.14

OPTIMAL PREDIKTION K=2

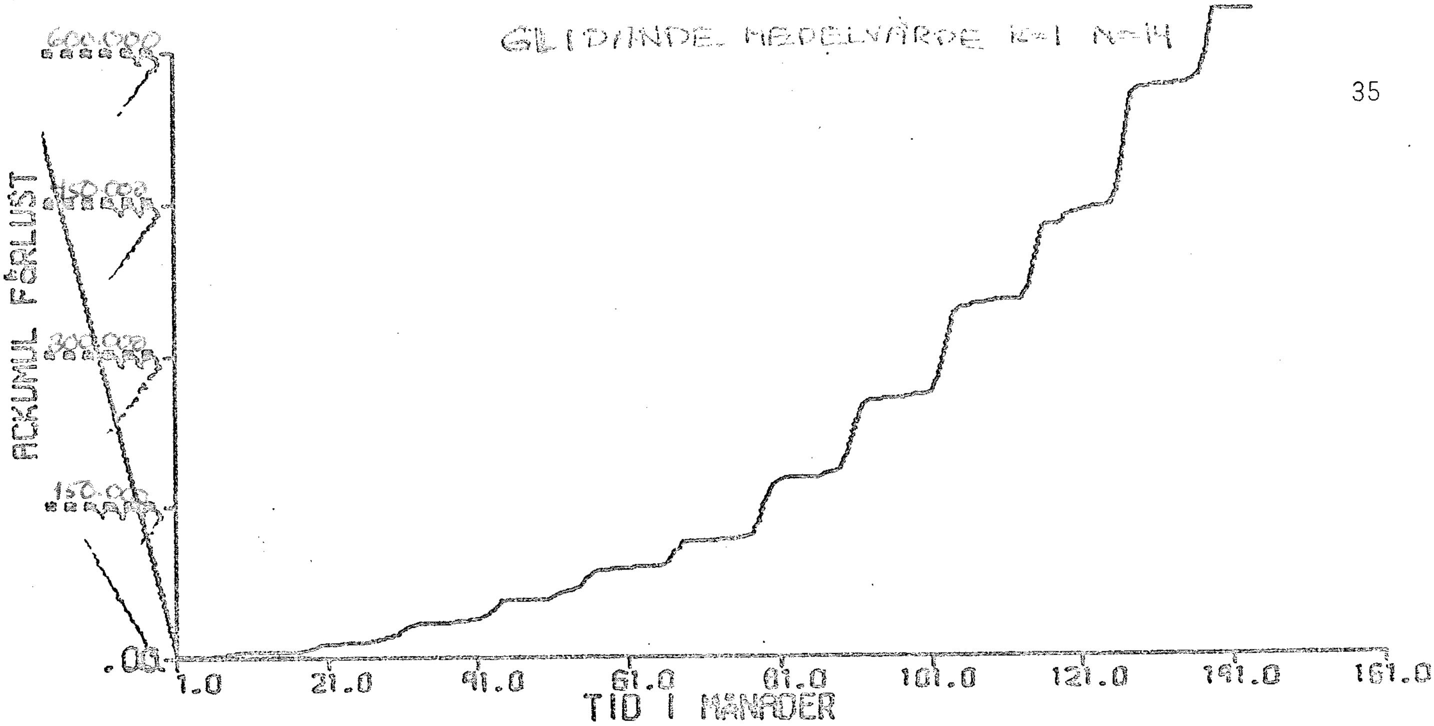


132 DATA

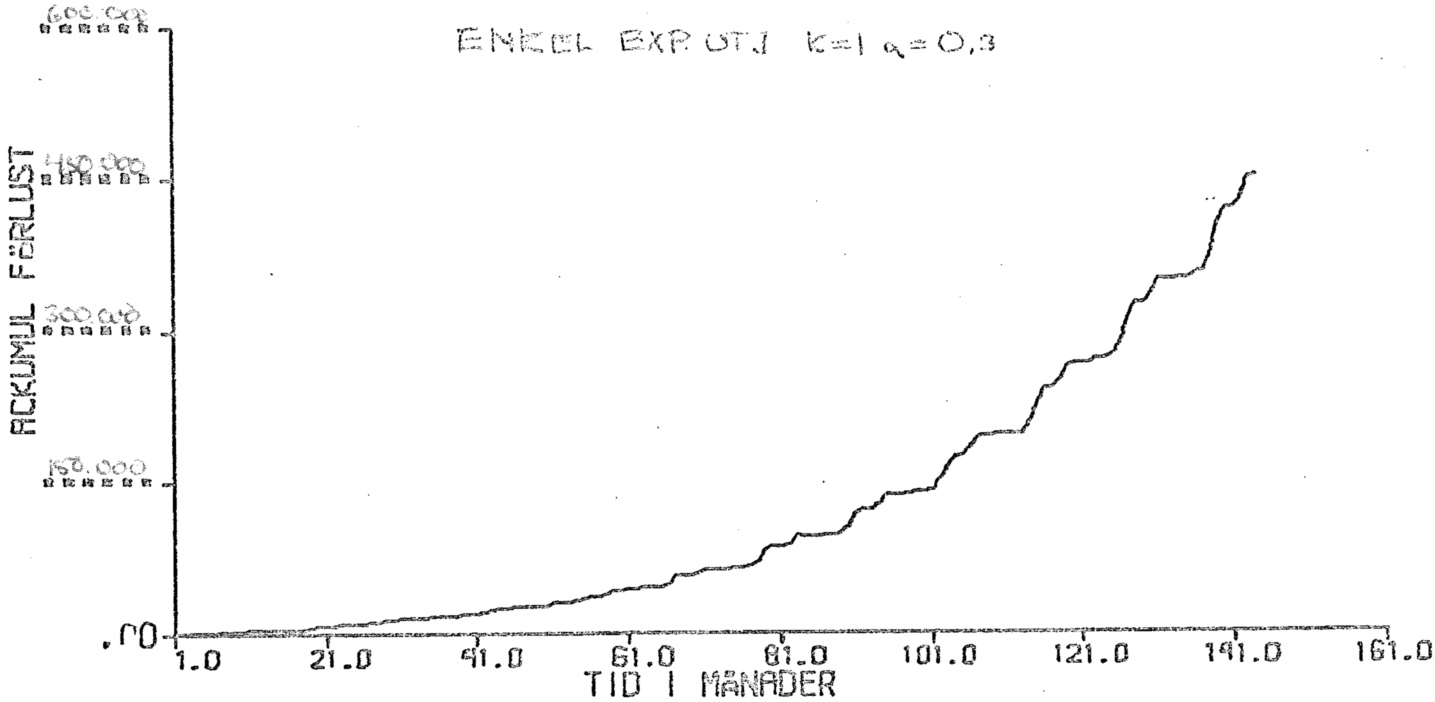
FIGUR 4.1.5


GLIDANDE MEDELVÄRDE k=1 N=14
200.00
100.00
.00
PREDIKTIONSFEL
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER
ENKEL EXP UTJ. k=1 α=0.3
200.00
100.00
.00
PREDIKTIONSFEL
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER
OPTIMAL PREDIKTION k=1 (132)
200.00
100.00
.00
OPTIM k=1 PREDIKTIONSFEL (132)
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

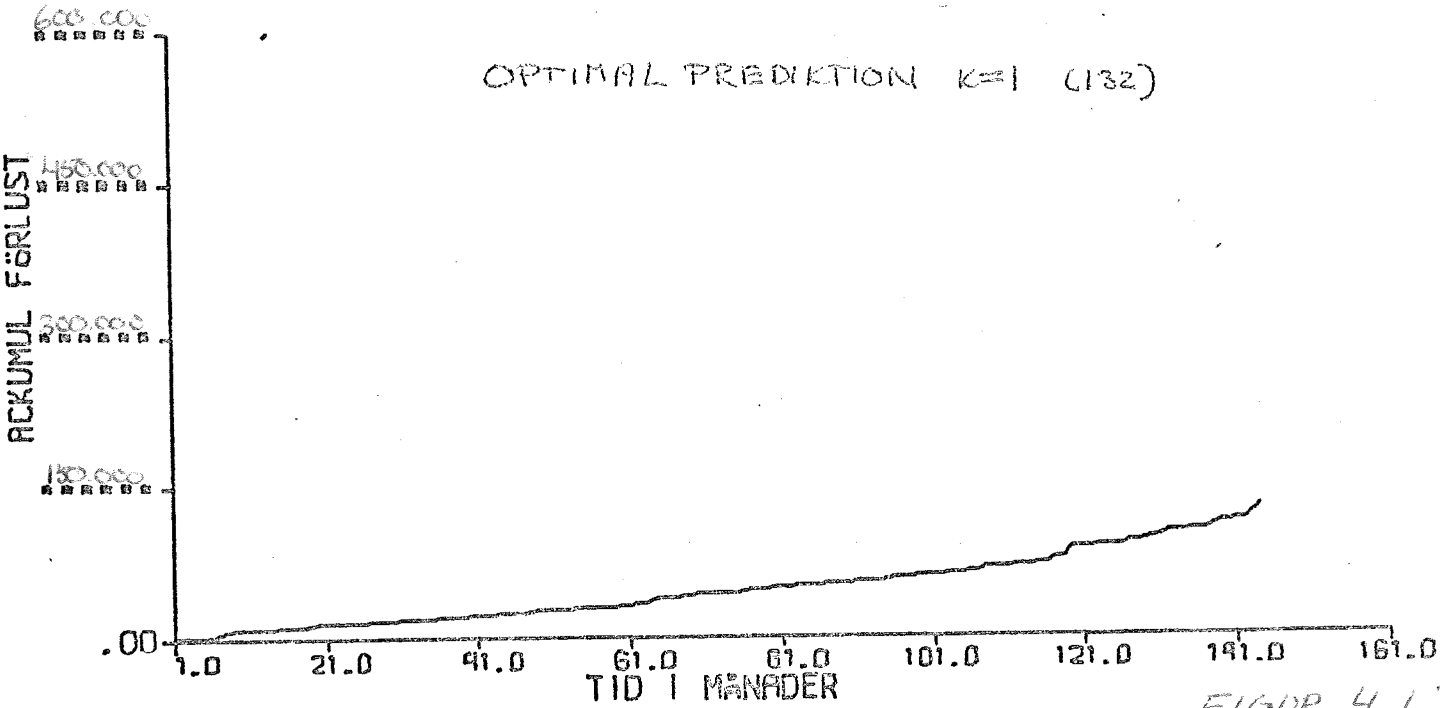
FIGUR 4.1.6



GLIDANDE MEDELVÄRDE K=1 N=14
ACKUMUL FÖRLUST
600.000
450.000
300.000
150.000
.00
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER



ENKEL EXP UTJ K=1 α=0,3
ACKUMUL FÖRLUST
600.000
450.000
300.000
150.000
.00
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER



OPTIMAL PREDIKTION K=1 (132)
ACKUMUL FÖRLUST
600.000
450.000
300.000
150.000
.00
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

FIGUR 4.1.7

4.2 PREDIKTION. FÖRETAGSDATA

Glidande medelvärde.

Av fig. 4.2.1 framgår att om utgångsdata har systematiska variationer, såsom säsong, trend, erhålls en bättre bättre prediktion, om man använder ett mindre antal utgångsdata (N). Ett stort N däremot reducerar följsamheten.

Exponentiell utjämning. (Dubbel)

Fig. 4.2.2 visar att en bättre prediktion fås, om stor hänsyn tages till föregående månadsförsäljning, α stort (motsvarar litet N i glidande medelvärde). Ett steg som inträffar månad 153 följes då bra.

Optimal prediktion.

I vår första ordningens modell erhölls inga förbättringar då K ökades, jämfört med att prediktera 0 och lägga till trenden. Detta beroende på A- och C-polynomen.
För att göra marginella förbättringar ($<1\%$), får K ej överstiga 1,8. (Se fig. 4.2.3).
En tredje ordningens modell ger en prediktion som hänger med bättre i variationerna. (Se fig. 4.2.3a).

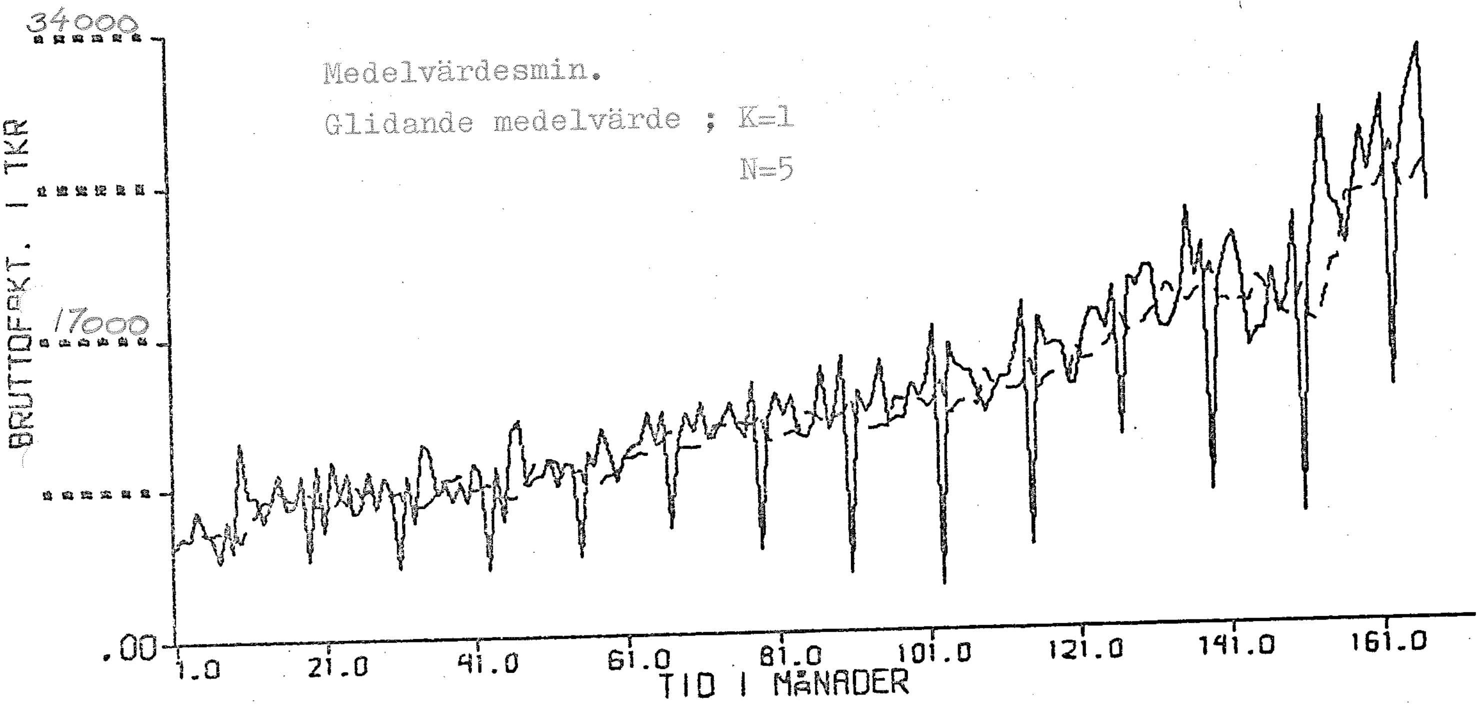
Prediktionsfelet.

Av fig. 4.2.4 framgår att optimal prediktion ger minsta prediktionsfel och enligt fig. 4.2.5 ger även optimal prediktion minsta ackumulerade förlust.
Notera i fig. 4.2.4 att prediktionsfelet vid dubbel exponentiell utjämning har samma utseende som insignalen.
Prediktionsfelet vid optimal prediktion liknar vitt brus.
I fig. 4.2.5 kan noteras att riktningskoefficienten för den optimala prediktionens ackumulerade förlust anger variansen.De första 100 värdena, som använts vid modellbyggandet, har en liten ackumulerad förlust. Notera även den branta lutningen i slutet av kurvan, vilket visar att modellen inte är giltig i detta område.

Kommentar.

Ursprungsdata uppvisar instationaritet, vilket medförde att det var svårt att konstruera en optimal prediktor. (Se fig. 3.2.2).

Till skillnad från optimal prediktion, kan exponentiell utjämning fås att följa ett steg.


34000
17000
.00
BRUTTOFAKT. I TKR
Medelvärdesmin.
Glidande medelvärde ; K=1
N=5
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

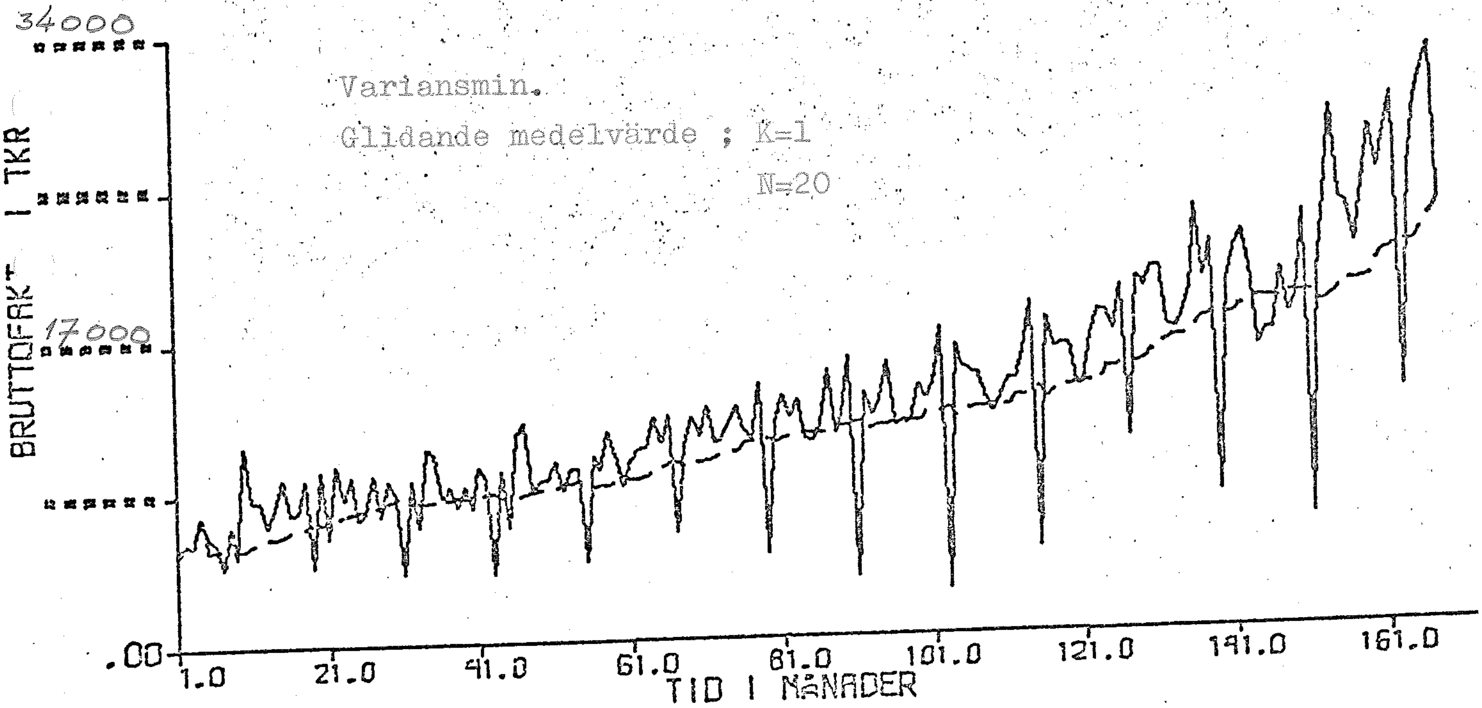
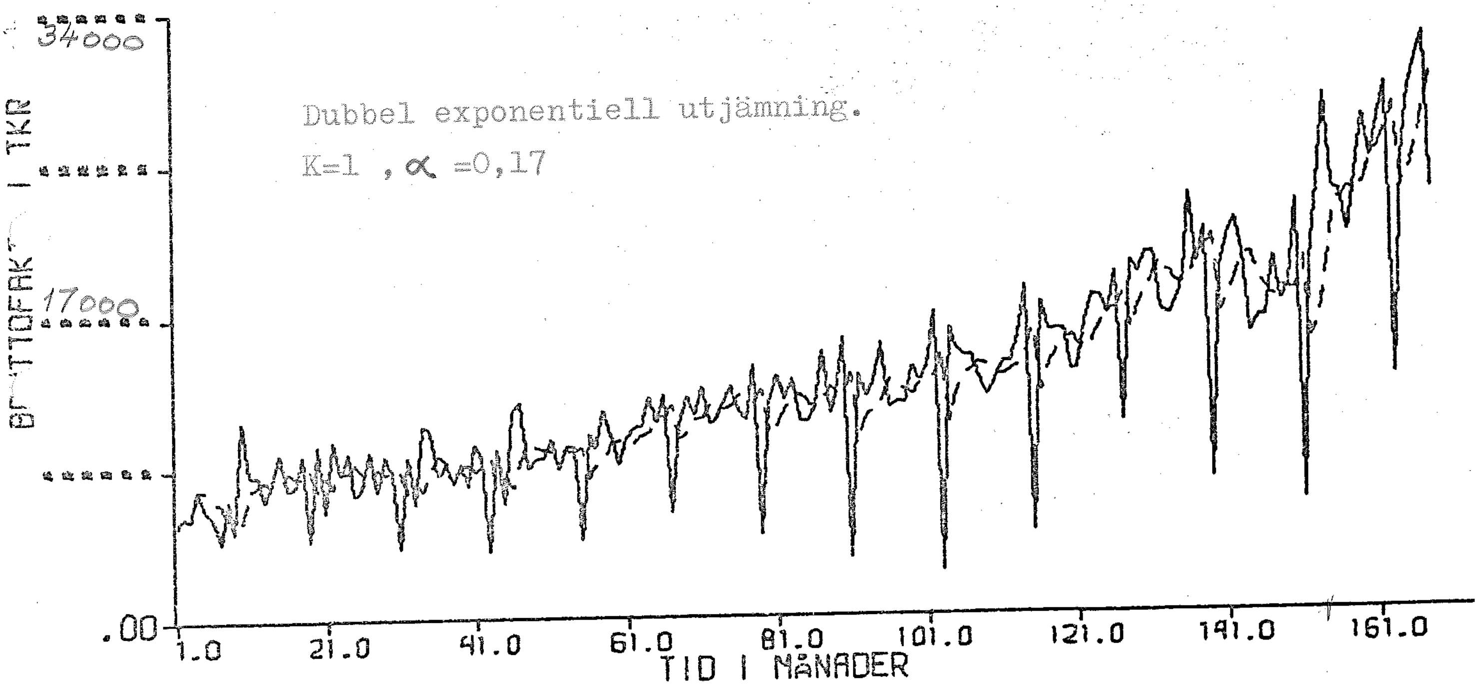

34000
17000
.00
BRUTTOFAKT I TKR
Variansmin.
Glidande medelvärde ; K=1
N=20
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

Fig. 4.2.1


34000
17000
.00
BR TTOFAKT I TKR
Dubbel exponentiell utjämning.
K=1 , α =0,17
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

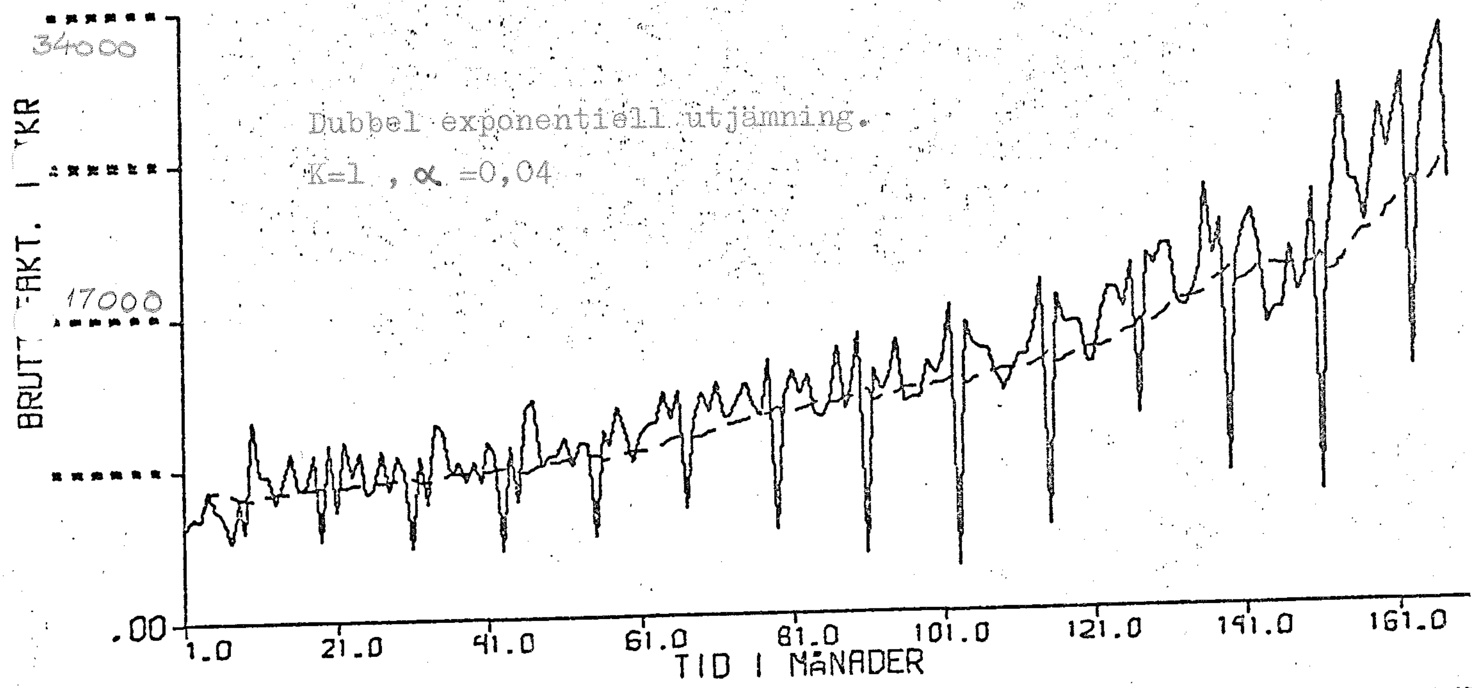
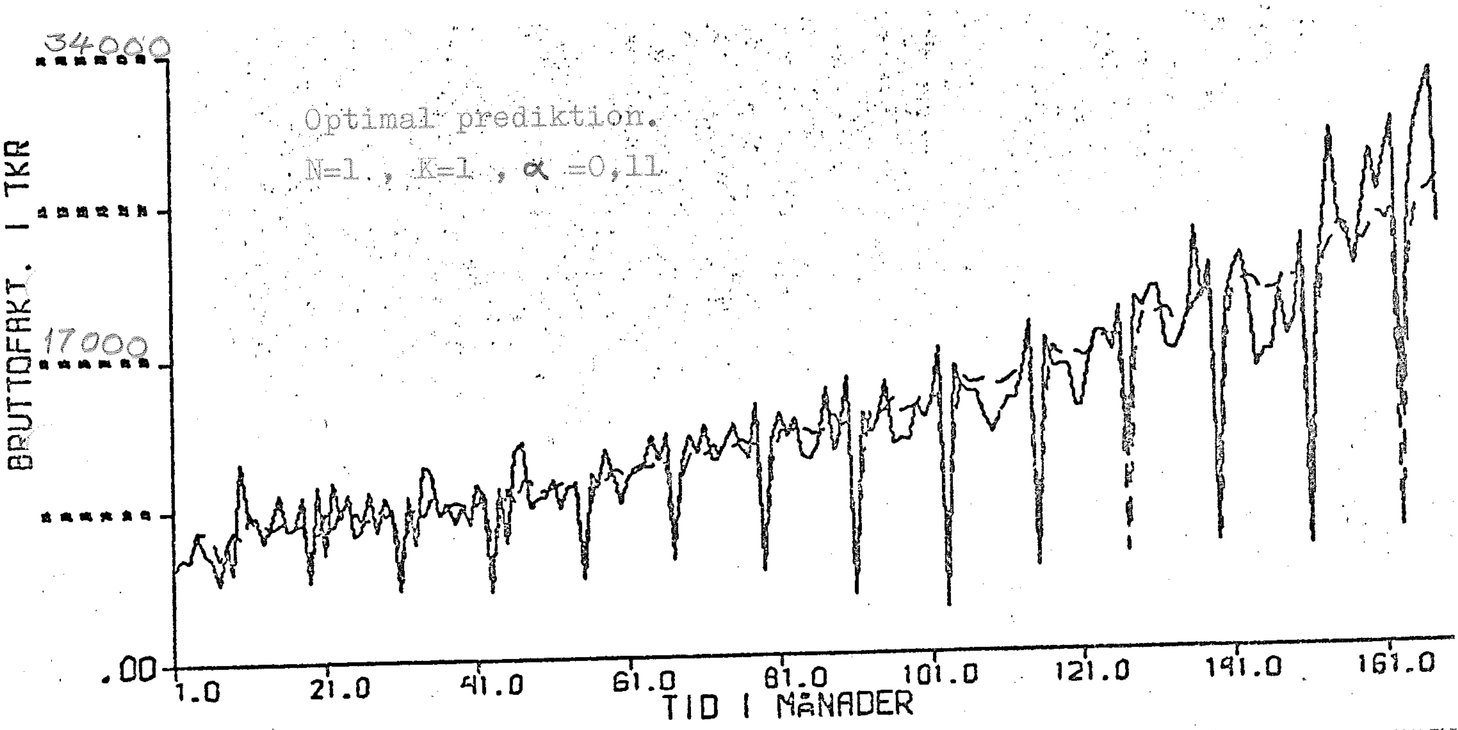
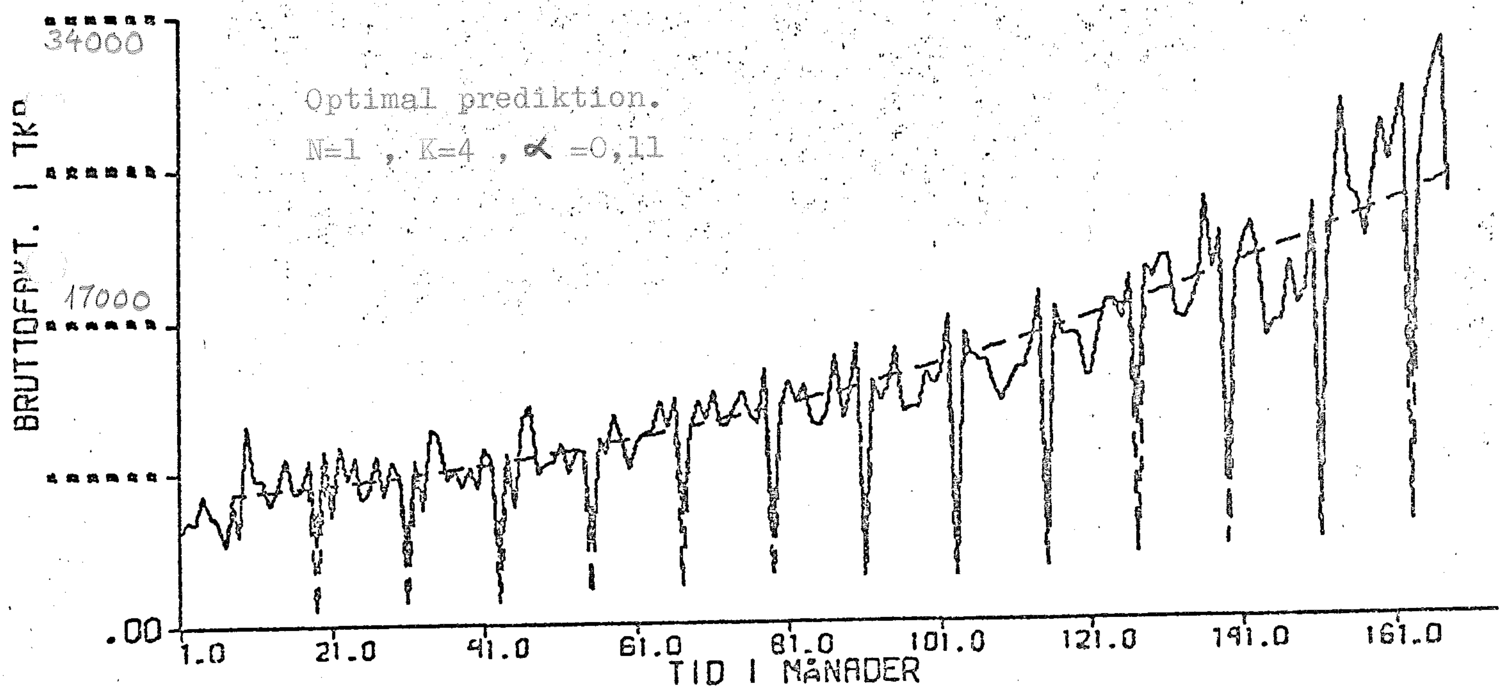

34000
17000
.00
BRUTT FAKT. I KR
Dubbel exponentiell utjämning.
K=1 , α =0,04
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

Fig. 4.2.2



34000
17000
.00
BRUTTOFAKT. I TKR
Optimal prediktion.
N=1 , K=1 , α =0,11
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER



34000
17000
.00
BRUTTOFAKT. I TKR
Optimal prediktion.
N=1 , K=4 , α =0,11
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

Fig. 4.2.3

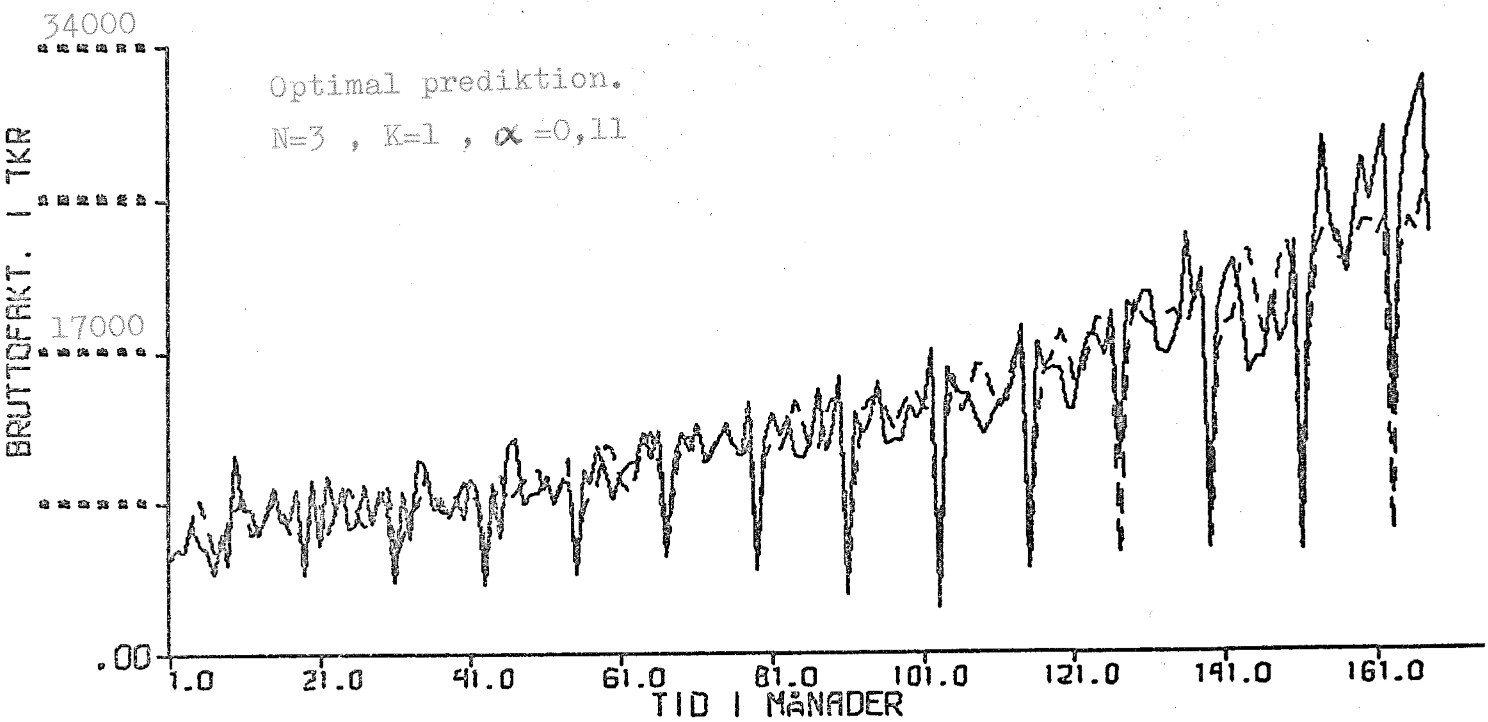
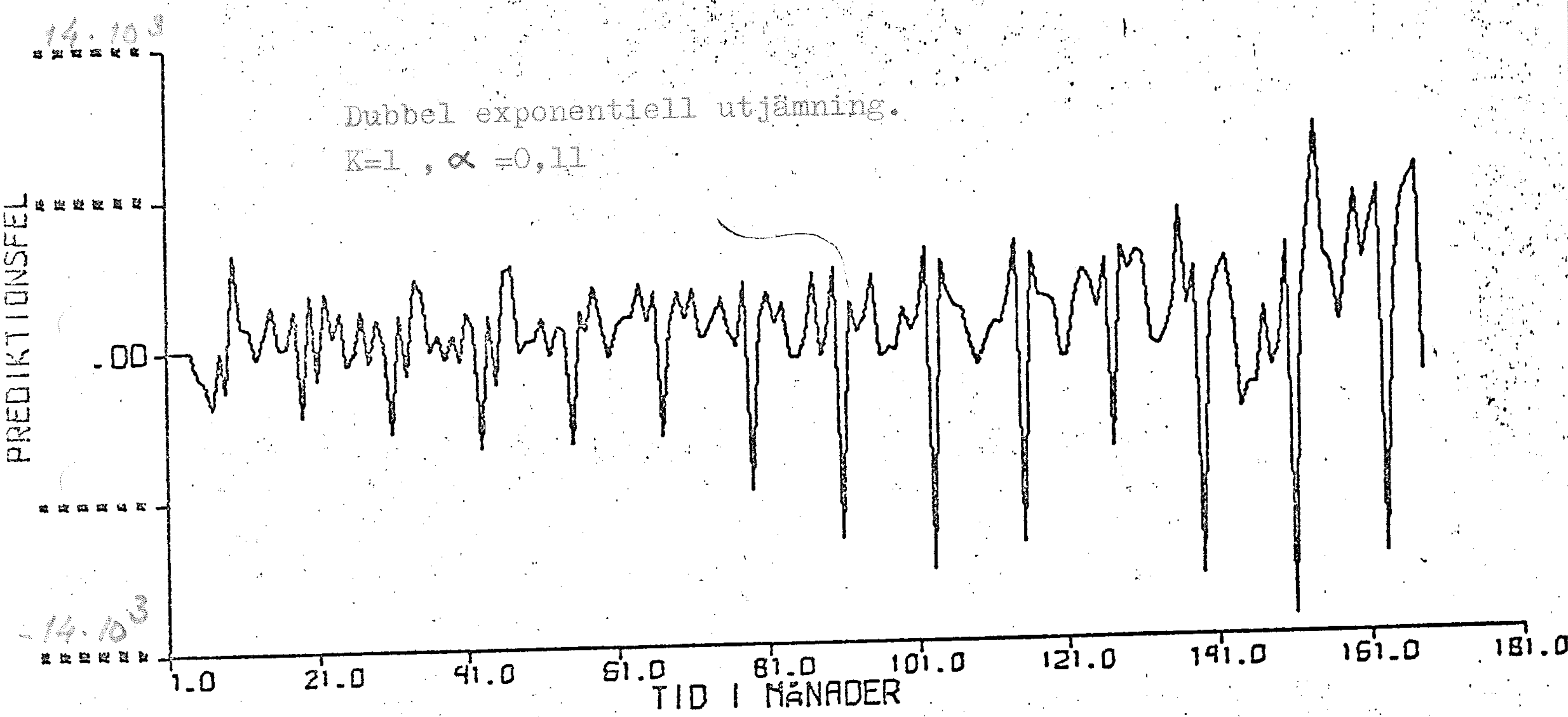

34000
17000
.00
Optimal prediktion.
N=3 , K=1 , α =0,11
BRUTTOFAKT. I TKR
1.0
21.0
41.0
61.0
81.0
101.0
121.0
141.0
161.0
TID I MÅNADER

Fig. 4.2.3a

PREDIKTIONSFEL



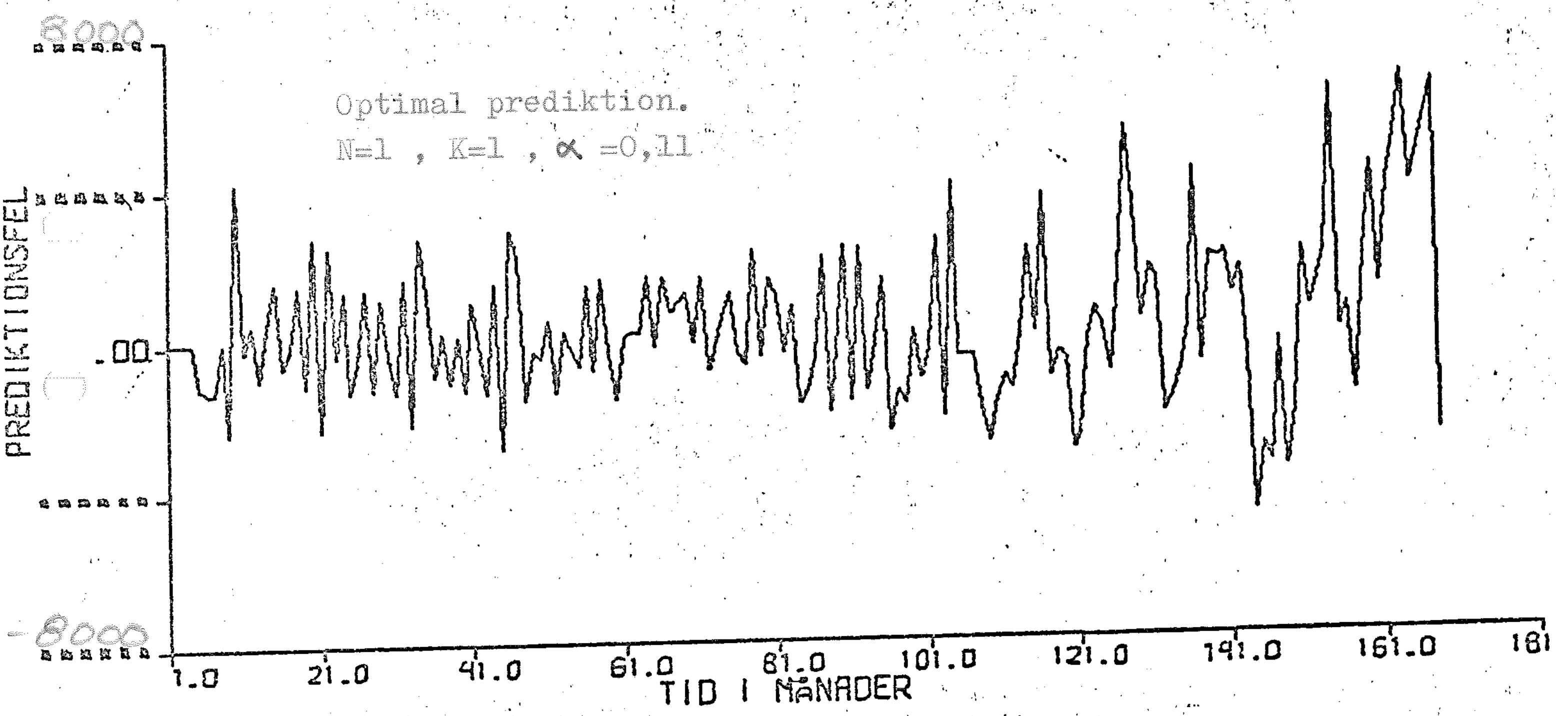
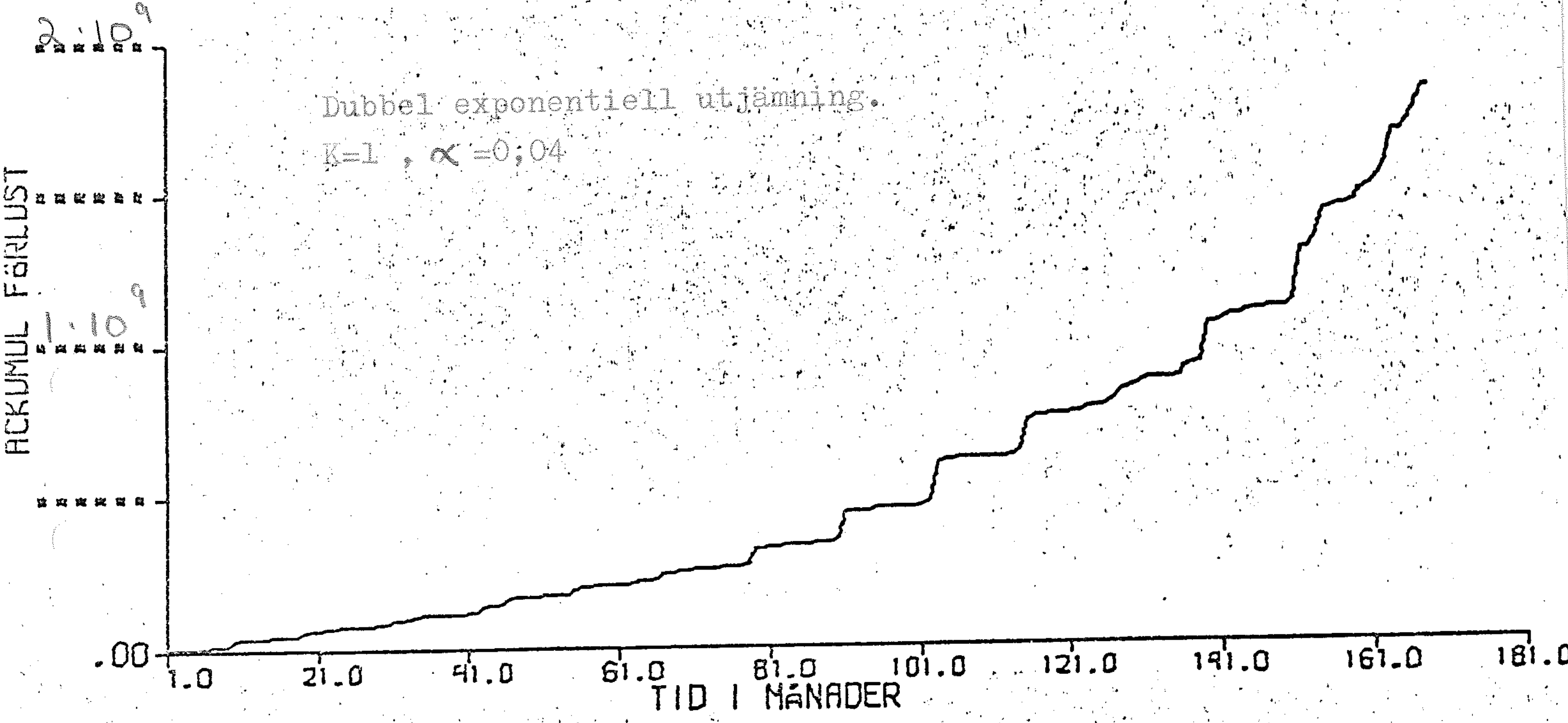


Fig. 4.2.4

ACKUMULERAD FÖRLUST



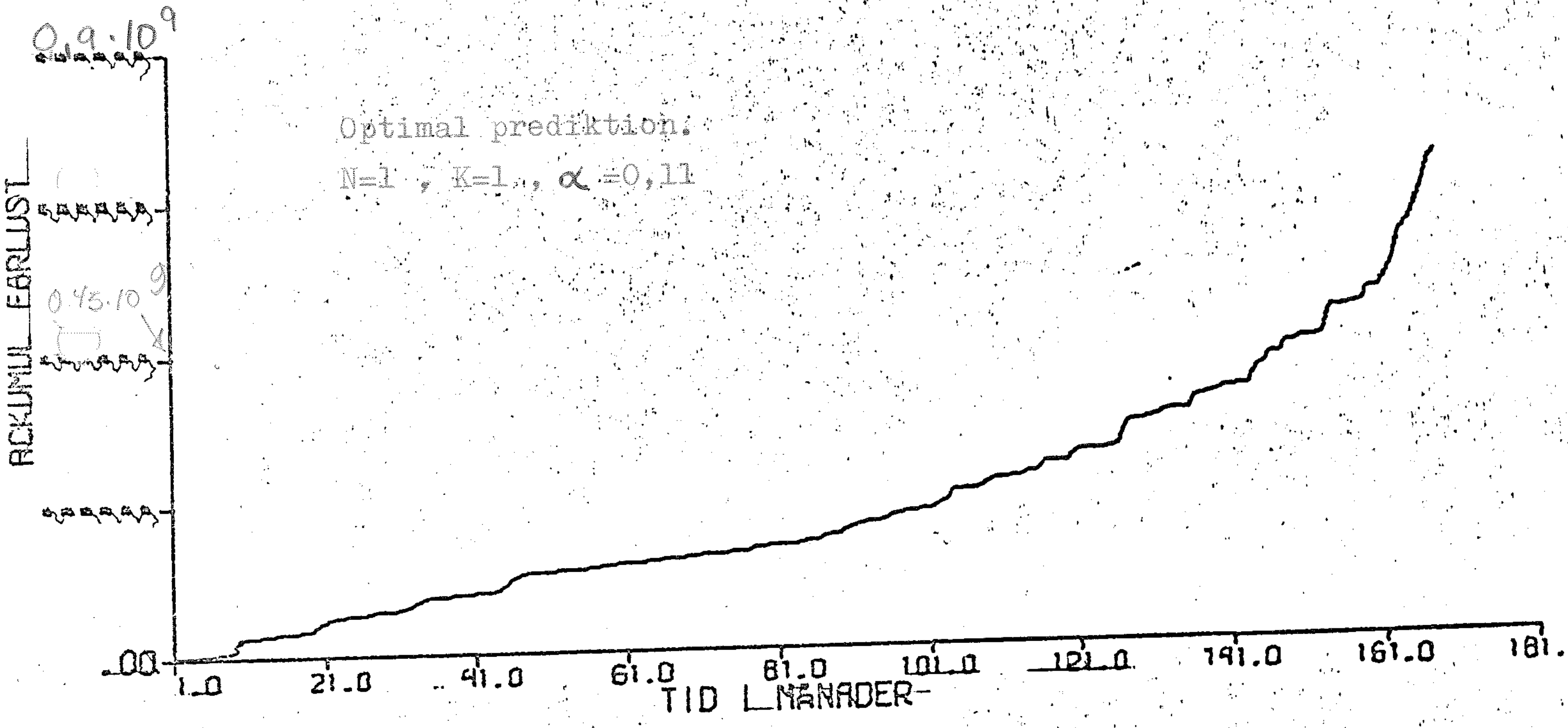


Fig. 4.2.5

4.3 Skogsdata.

Vid körningar med det tidigare beskrivna programmen på UNIVAC 1108 förekom inga svårigheter. De erhållna resultaten måste anses bra. Först följer en redovisning av de olika prediktions metodernas rsultat och därefter en diskution av resultaten.

Glidande medelvärde.

I tabell 4.3.1 (sid 44) redovisas de prediktiner som kördes på UNIVAC 1108. För N=13 fick vi minst varians hos prediktionsfelet. Detta fall ritades och på sid 45 syns resultatet.

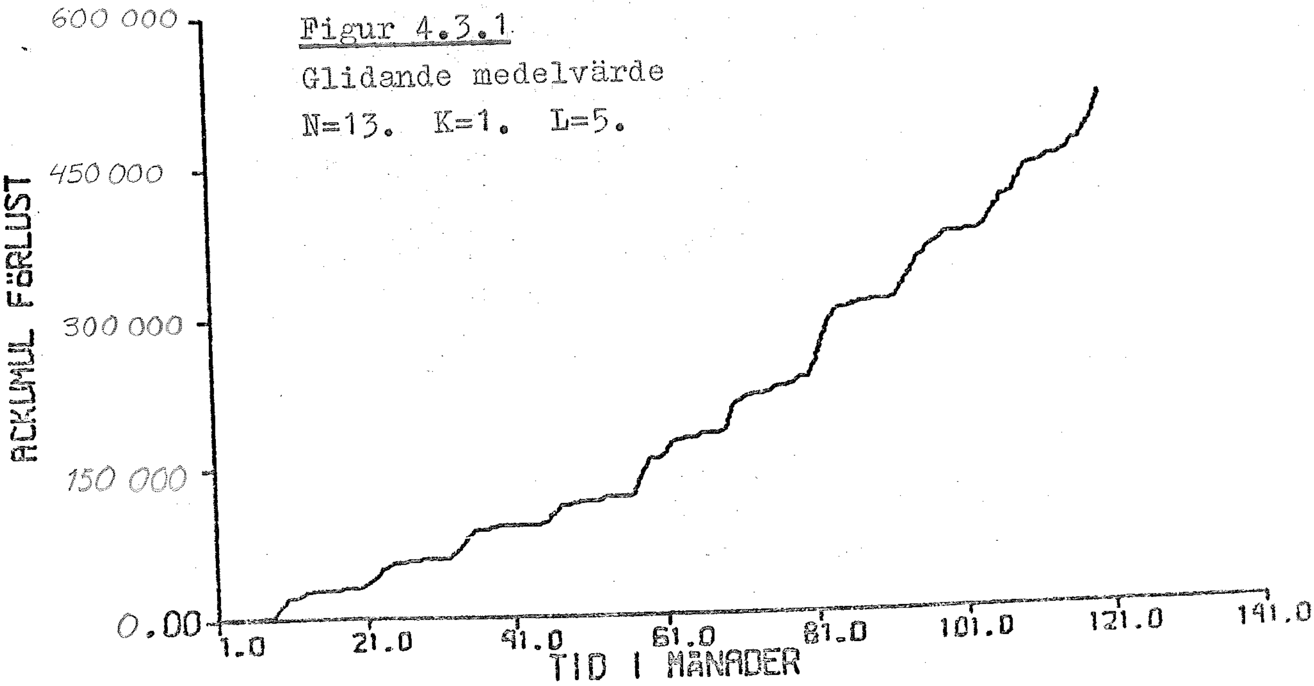
L	K	N	VARIANS	MEDELVÄRDE AV FELET
5	1	10	4938	20.5
5	1	11	4565	22.1
5	1	12	4034	23.6
5	1	13	3828	25.2 RITAD
5	1	14	3873	26.9
5	1	15	4027	28.6
5	1	16	4177	30.4
5	1	17	4202	32.2
5	1	18	4183	34.0
5	1	19	4208	35.8
5	1	20	4301	37.5
5	1	21	4395	39.3
5	1	22	4420	41.1
5	1	23	4295	42.9
5	1	24	4097	44.6
5	1	25	4003	46.3
5	1	26	4014	48.0
5	1	27	4093	49.8
5	1	28	4165	51.6
5	1	29	4188	53.4

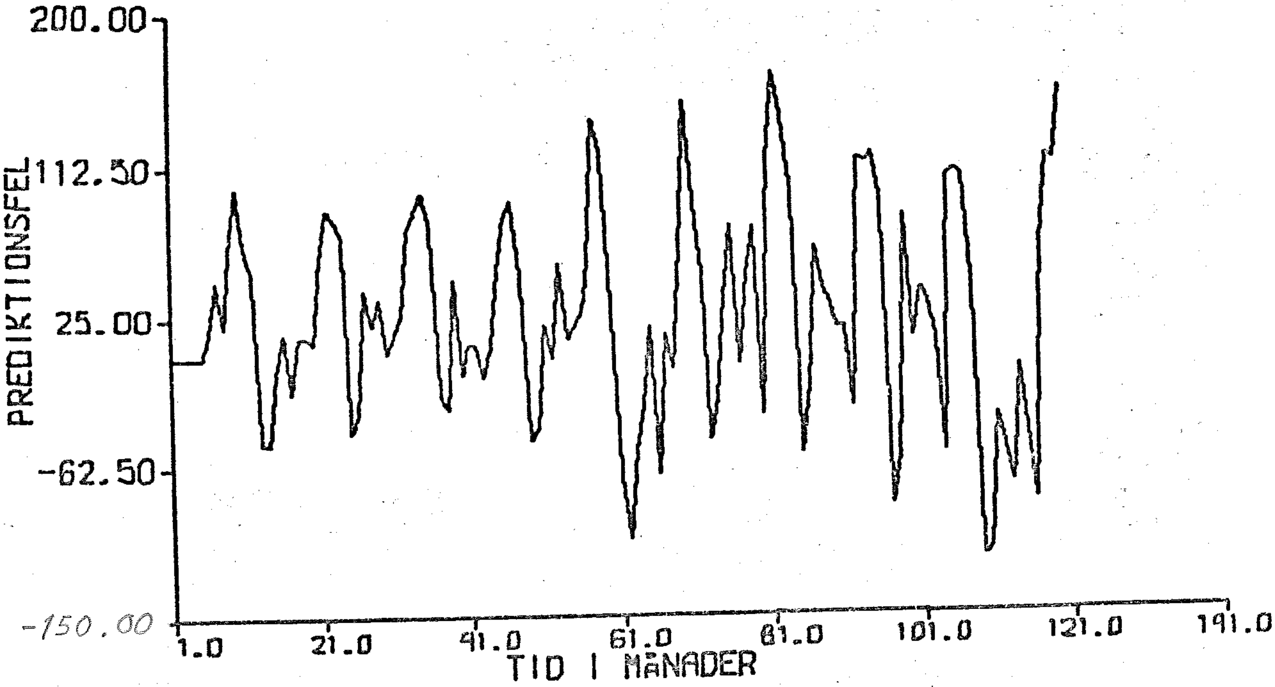
Tabell 4. 3.1 Resultat från prediktion med GLIME.

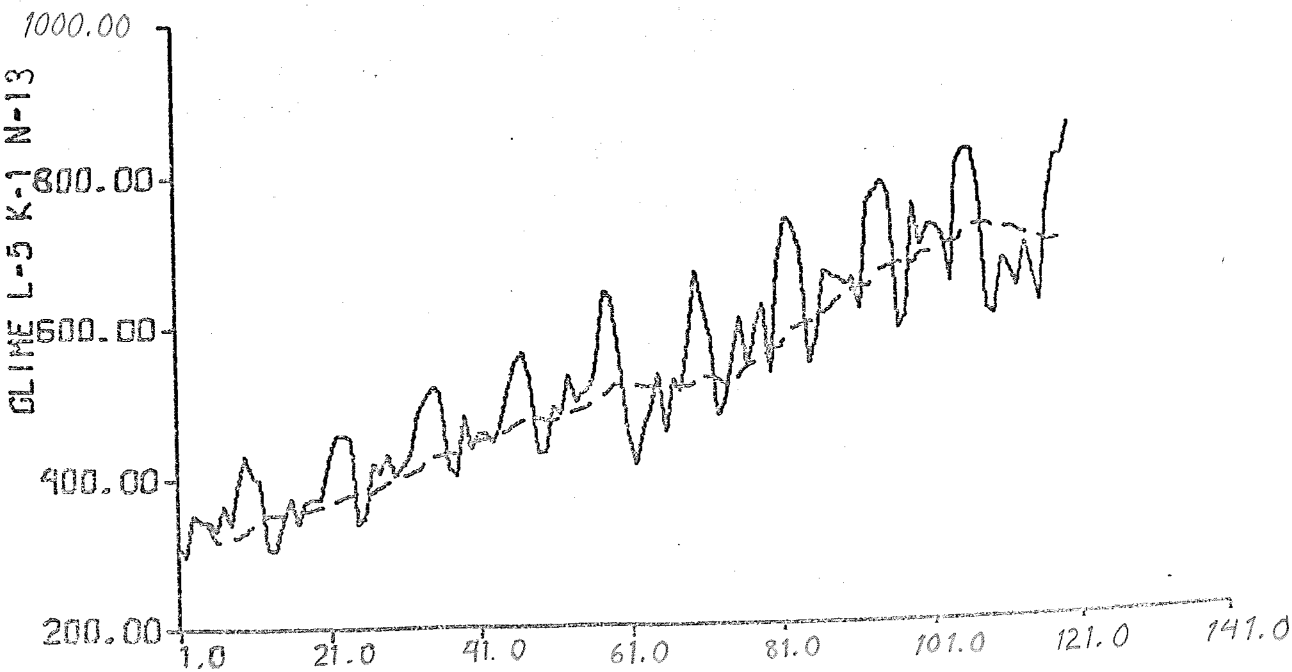
Figur 4.3.1

Glidande medelvärde

N=13. K=1. L=5.







Exponentiell utjämning.

Två typer av exponentiell utjämning användes, nämligen enkel och dubbel exponentiell utjämning. Körningarna gjordes för olika K och alfa värden. Tabell 4.3.2-4.3.7 (sid 46) visar de erhållna resultaten från körningarna.De bästa resultaten erhölls vid dubbel exponentiell utjämning och några av de intressantaste fallen ritades (se sid 49).

L	K	ALFA	Varians	Medelvärde av felet
1	1	0.08	3979	43.2
1	1	0.09	3974	38.8
1	1	0.10	3973	35.3
1	1	0.11	3974	32.4
1	1	0.12	3976	29.9
1	1	0.13	3979	27.8
1	1	0.14	3982	26.0
1	1	0.15	3984	24.4

Tabell 4.3.2 Enkel exponentiell utjämning K=1.

L	K	ALFA	Varians	Medelvärde av felet
1	2	0.05	4308	68.4
1	2	0.06	4285	59.3
1	2	0.07	4301	52.4
1	2	0.08	4334	47.0
1	2	0.09	4375	42.7
1	2	0.10	4421	39.1
1	2	0.11	4468	36.2
1	2	0.12	4517	33.7
1	2	0.13	4566	31.6
1	2	0.14	4615	29.8
1	2	0.15	4664	28.2

Tabell 4.3.3 Enkel exponentiell utjämning K=2.

L	K	ALFA	Varians	Medelvärde Av felet
1	6	0.12	4452	47.1
1	6	0.16	4568	41.4

Tabell 4.3.4 Enkel exponentiell-
utjämning ,K=6.

L	K	ALFA	Varians	Medelvärde av felet	
1	1	0.01	5015	109.5	
1	1	0.02	4039	55.6	Ritad
1	1	0.03	4089	30.8	
1	1	0.04	4133	18.5	
1	1	0.05	4150	12.0	
1	1	0.06	4161	8.3	
1	1	0.07	4174	6.0	
1	1	0.08	4190	4.7	
1	1	0.09	4208	3.8	
1	1	0.10	4228	3.3	
1	1	0.11	4249	2.9	
1	1	0.12	4270	2.7	Ritad
1	1	0.13	4291	2.5	
1	1	0.14	4311	2.5	
1	1	0.15	4329	2.4	

Tabell 4.3.5 Dubbel exponentiell
utjämning, K=1.

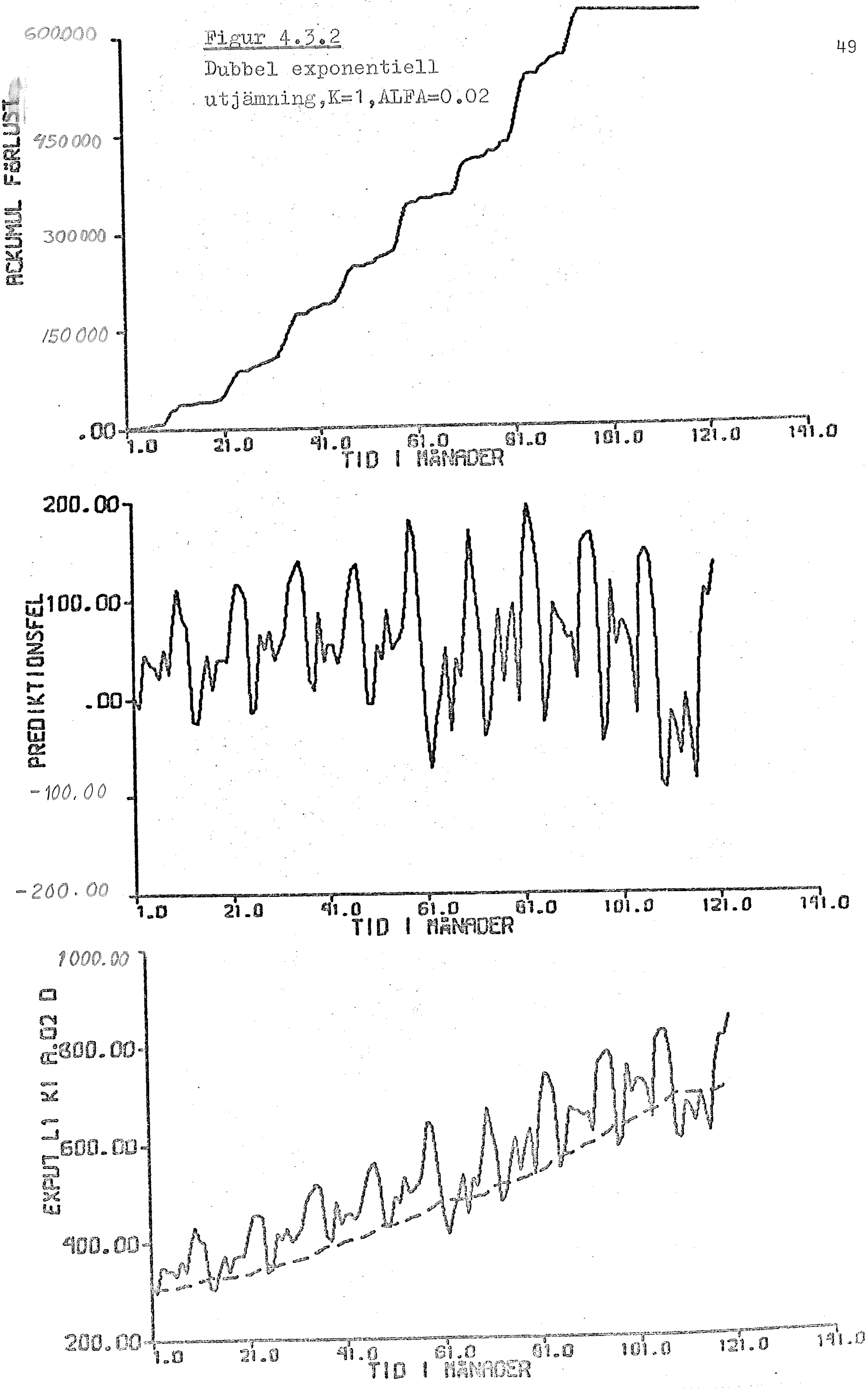
L	K	ALFA	Varians	Medelvärde av felet
1	2	0.01	5059	112.7
1	2	0.02	4213	58.3
1	2	0.03	4384	33.0
1	2	0.04	4536	20.2
1	2	0.05	4653	13.3
1	2	0.06	4763	9.3
1	2	0.07	4875	6.9
1	2	0.08	4992	5.4
1	2	0.09	5115	4.4
1	2	0.10	5243	3.8
1	2	0.11	5374	3.4
1	2	0.12	5508	3.2
1	2	0.13	5644	3.1
1	2	0.14	5782	3.0
1	2	0.15	5920	3.0

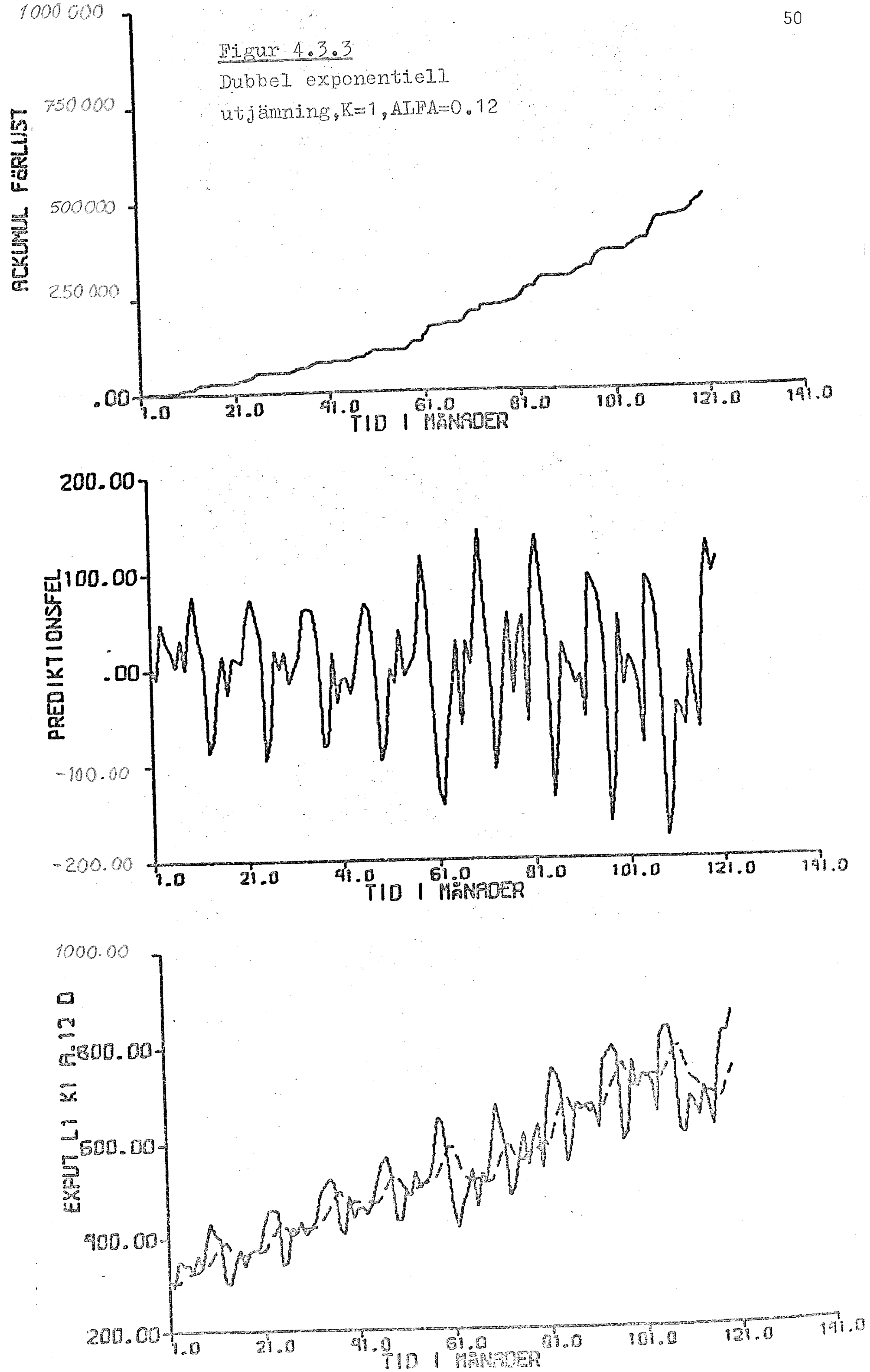
Tabell 4.3.6 Dubbel exponentiell utjämning, K=2.

L	K	ALFA	Varians	Medelvärde av felet
1	6	0.12	5763	1.9 Ritad

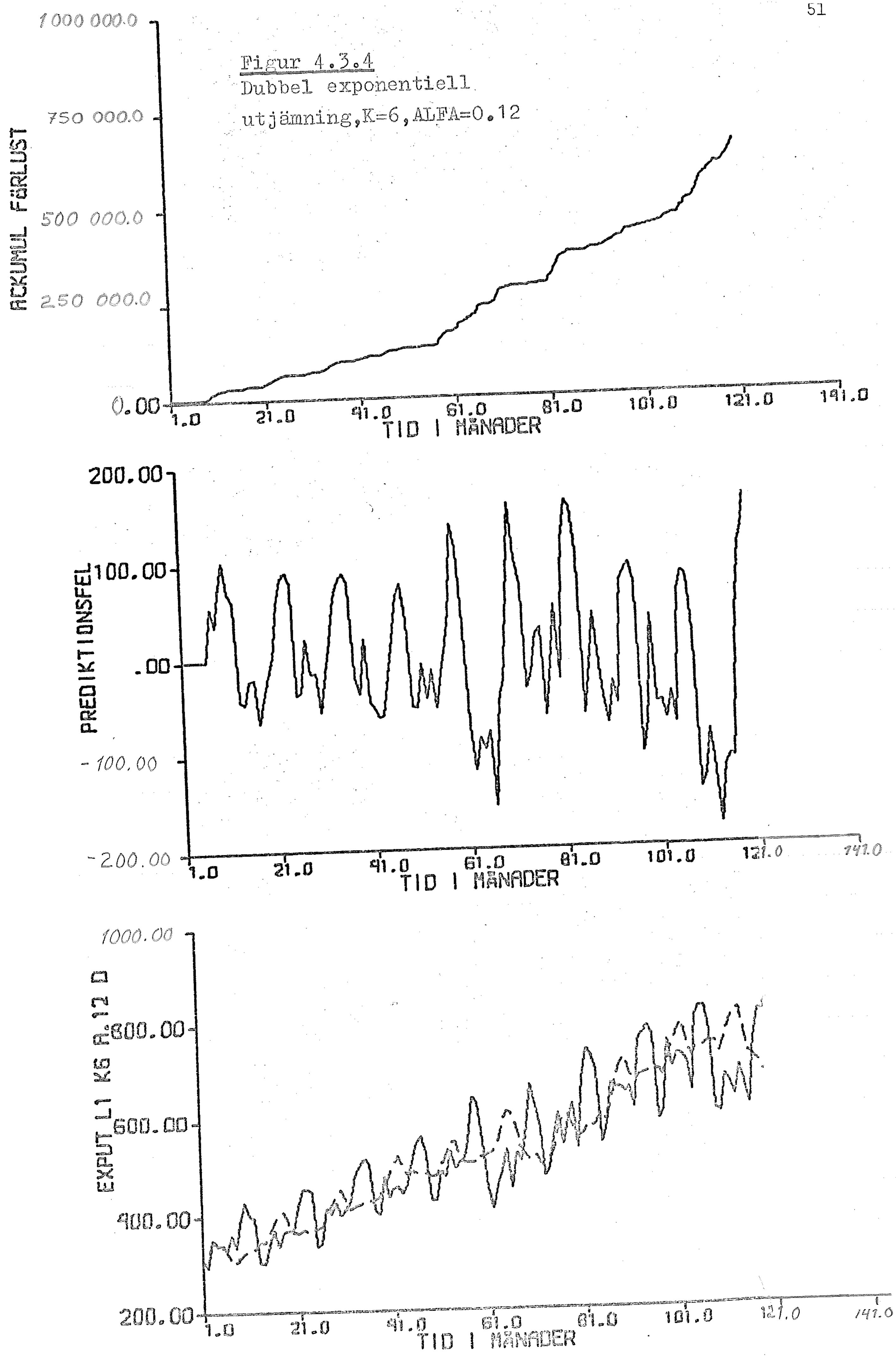
Tabell 4.3.7 Dubbel exponentiell utjämning, K=6.

Figur 4.3.2
Dubbel exponentiell
utjämning,K=1,ALFA=0.02





Figur 4.3.3
Dubbel exponentiell
utjämning,K=1,ALFA=0.12



Figur 4.3.4
Dubbel exponentiell
utjämning,K=6,ALFA=0.12

Optimal prediktion.

Med hjälp av de på PDP-15 bestämda modellerna för tidsserien utförde vi prediktion för K=1,2,6. Denna metod gav de bästa resultaten.Resultatet redovisas i tabell 4.3.8.G-vektorn uträknades med hjälp av de på PDP-15 framtagna modellerna.Några fall ritades på UNIVAC-1108(se sid53).

k	L	NGRAD	G(1)	G(2)	G(3)	C(1)	C(2)	C(3)	Var	M.fel
1	5	3	0.60	-0.01	0.36	0.11	0.50	0.70	2016	0.60
2	5	3	0.29	0.06	-0.2	0.11	0.50	0.70	3446	0.76
6	5	3	-0.1	0.25	-0.1	0.11	0.50	0.70	3439	-0.5

Tabell4.3.8 Resultat från modellmed
120 data och 3:e ordningen.
Samtliga ritade.

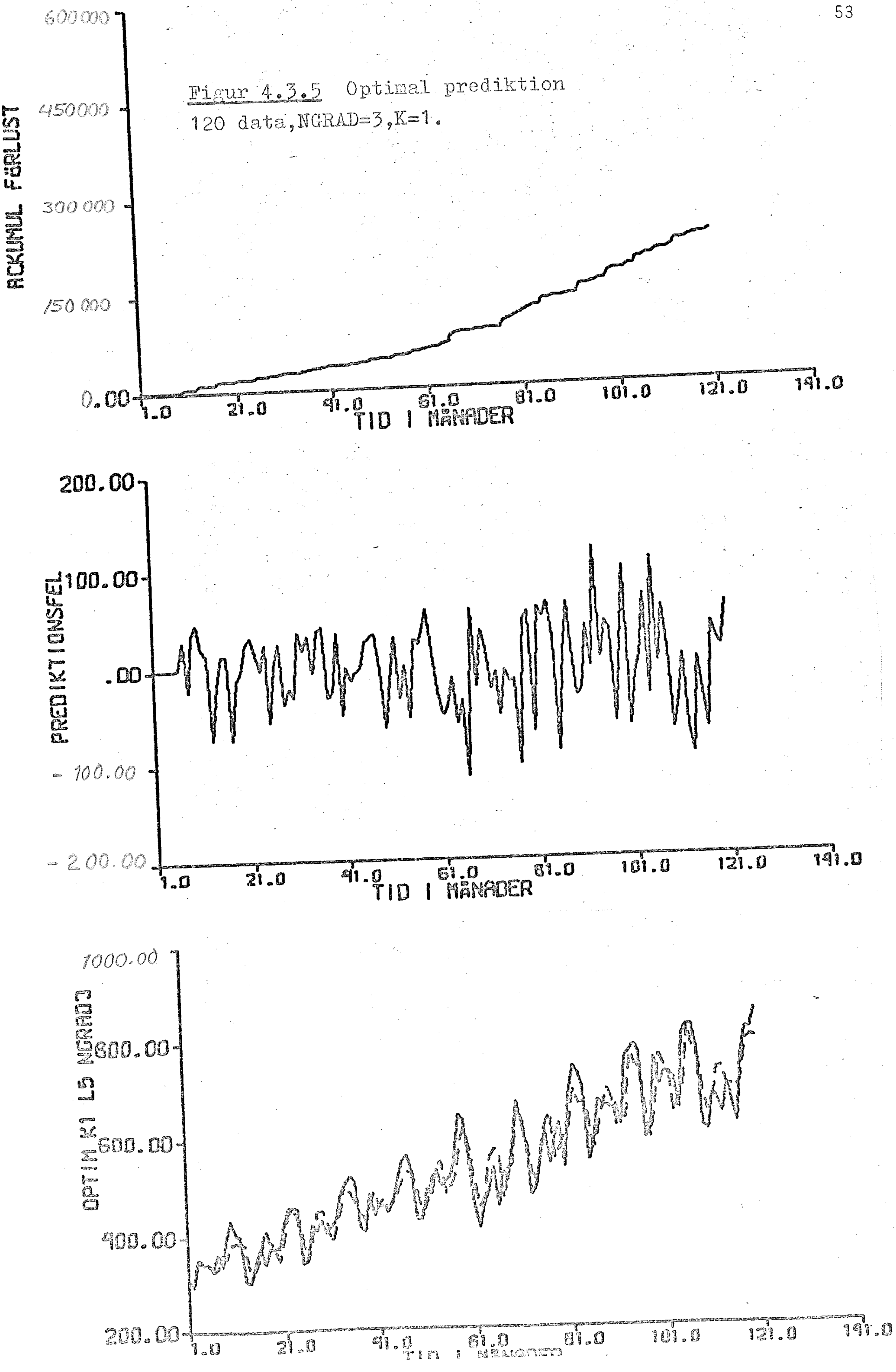
K	L	NGRAD	G(1)	G(2)	G(3)	C(1)	C(2)	C(3)	Var.	M.fel
1	5	3	0.53	-0.004	-0.34	0.07	0.49	0.07	3390	-5.6
2	5	3	0.24	-0.60	-0.22	0.07	0.49	0.07	4637	-9.0
6	5	3	-0.42	0.29	0.05	0.07	0.49	0.07	5026	-8.4

Tabell 4.3.9 Resultat från modell med
108 data och 3:e ordningen.

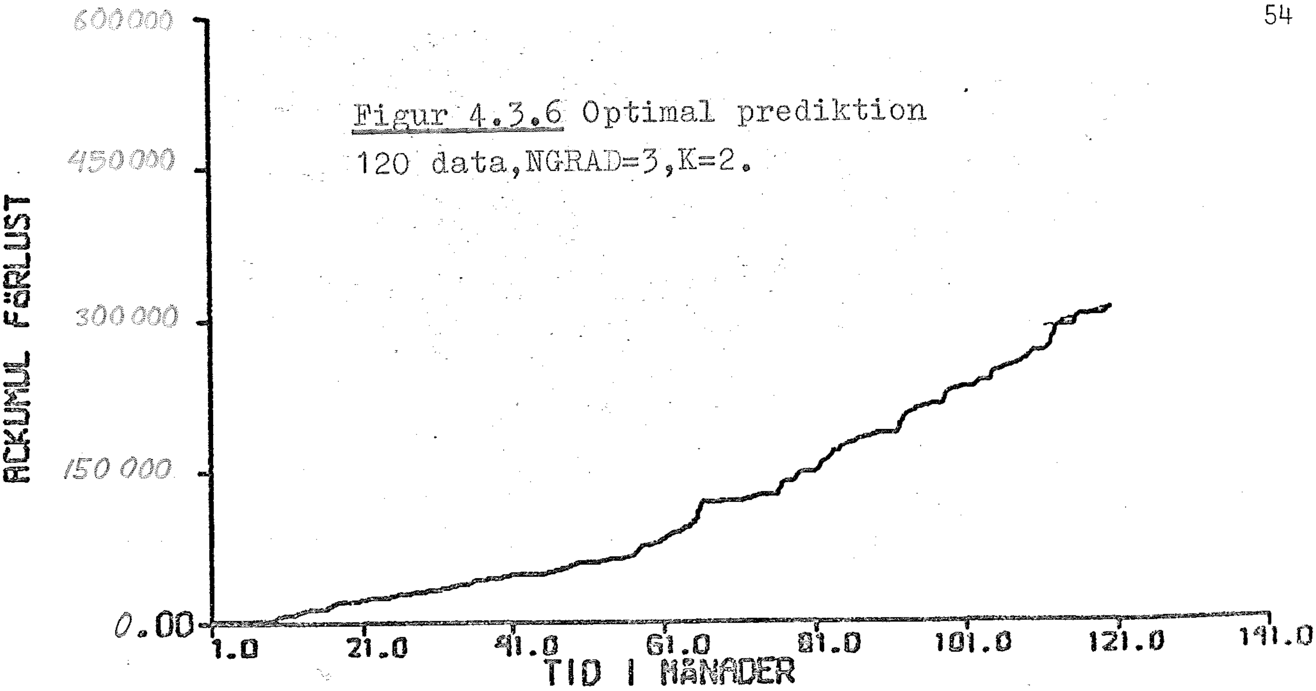
K	L	NGRAD	G(1)	G(2)	G(3)	G(4)	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	VAR?	M?FEL
1	5	4	0.56	-0.29	0.31	0.13	-0.40	0.32	0.69	-0.24	1969	0.81
2	5	4										

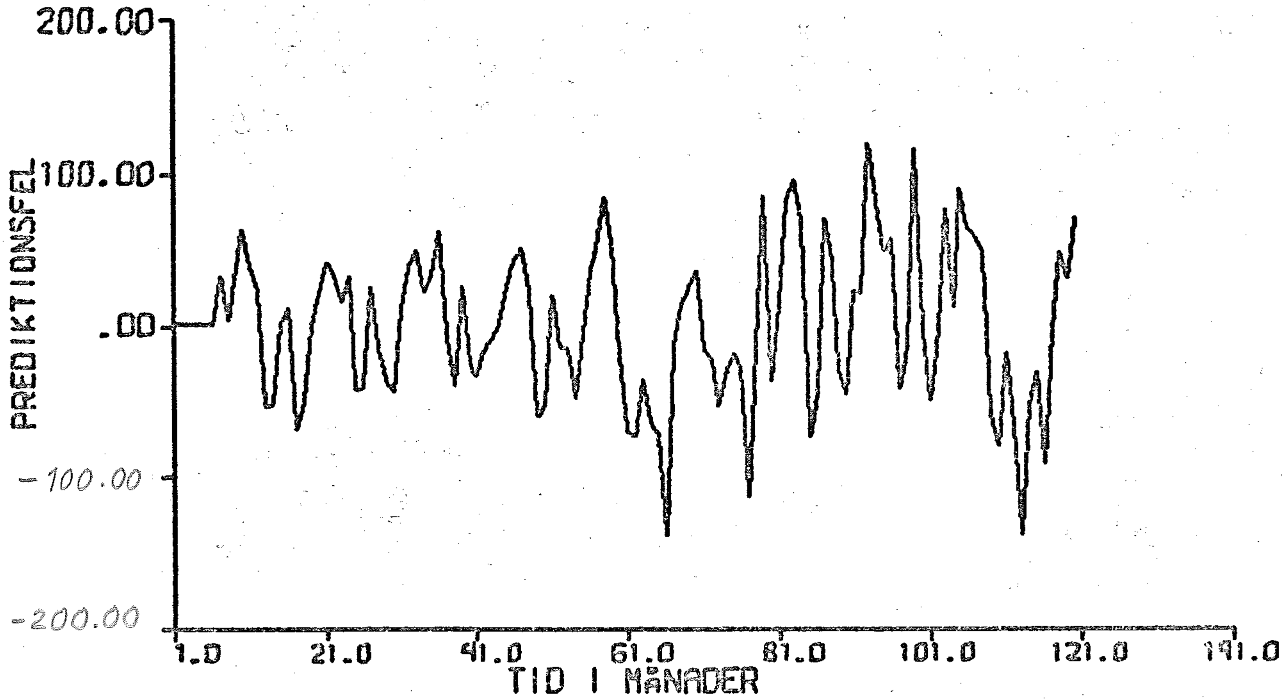
Tabell 4.3.10 Resultat från modell gjord
på 120 data och 4:e ordningen.

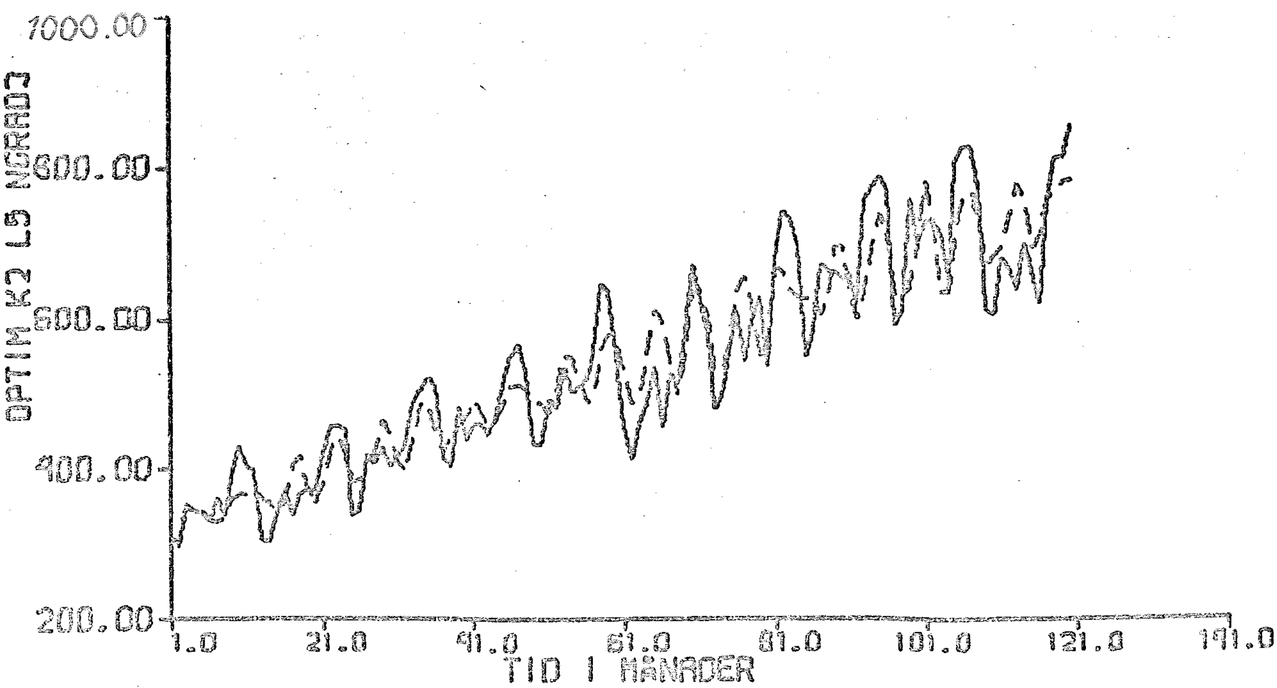
Figur 4.3.5 Optimal prediktion
120 data,NGRAD=3,K=1.



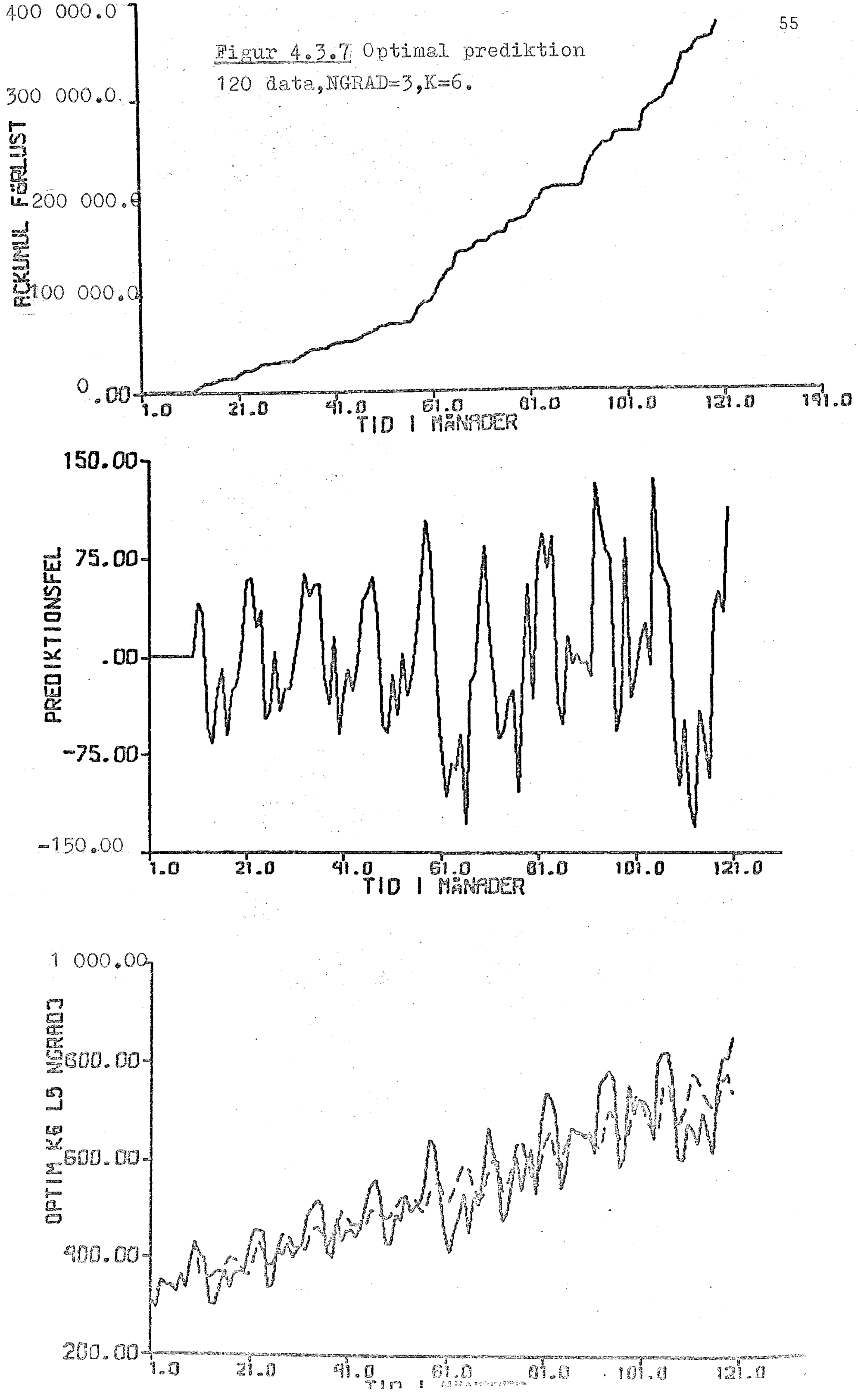
Figur 4.3.6 Optimal prediktion
120 data,NGRAD=3,K=2.

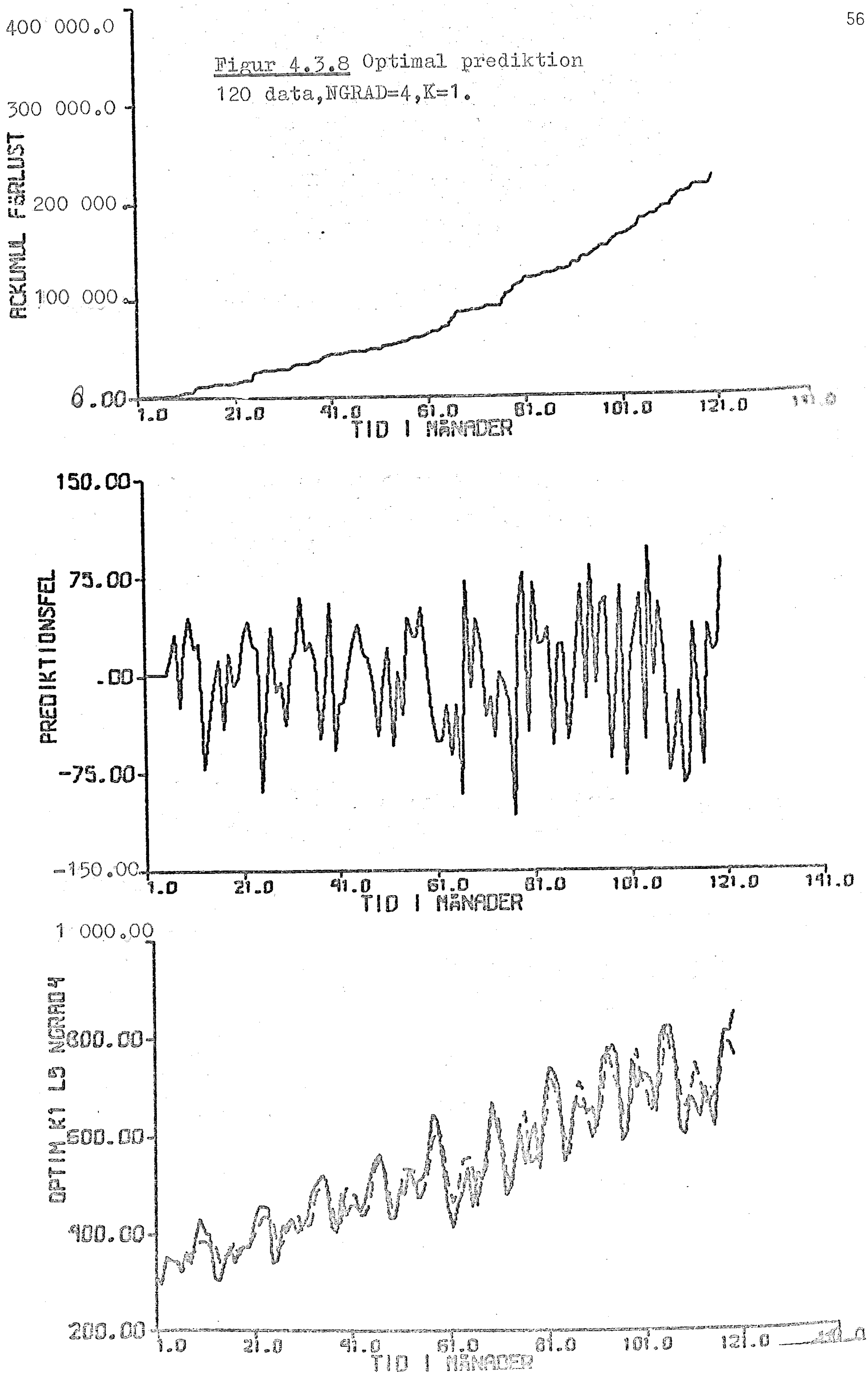






Figur 4.3.7 Optimal prediktion
120 data,NGRAD=3,K=6.





Figur 4.3.8 Optimal prediktion
120 data,NGRAD=4,K=1.

KOMMENTAR TILL RESULTATEN

Man kan med en sådan enkel metod som glidande medelvärde knappast vänta sig någon större följsamhet hos prediktionen, utan denna kan mera antagas bli en rak linje som följer trenden i diagrammet. Det har dock blivit en viss variation på kurvan (s. 45). Stort värde på N medför mindre noggrannhet.

Man kan ur diagrammet utläsa att värdena hela tiden ligger något efter. Vi har valt att rita kurvan för den varians vi fann vara lägst (tab.4.3.1). Intressant är att studera kurvan som visar prediktionsfelet. Kurvan uppvisar regelbundna variationer, vilket visar att det finns regelbundna variationer i systemet som ej är medtagna i modellen.

Vi fann att man inte samtidigt fick bästa varians och bästa medelvärde hos prediktionen.

Beträffande exponentiell utjämning kom vi till resultatet att kurvan över den prediktion som hade lägst varians hos prediktionsfelet (s.49), var betydligt sämre än en som hade avsevärt lägre medelvärde på felet (s.50). Av detta framgår att man måste vara noga vid val av -värdet och ej okritiskt välja det som ger lägst varians då man skall rita.

Vid studium av medelvärdet av felet finner man att dubb. exp. utj. är klart bättre än enkel exp. utj. och glid. medelv.

Enkel exponentiell utjämning gav högre medelv. på felet än glid. medelv. Bästa kurvan erhölls naturligt nog för K=1.
Den prediktion med glidande medelvärde (N=13) motsvarar en prediktion med enkel exponentiell utjämning med =0,15.

Även expon. utj. gav tydliga säsongsvariationer för prediktionsfelet, vilket här även antas bero på att prediktionen är förskjuten i tiden.

Optimal prediktion gav som väntat bäst resultat och visade sig vara klart bättre än de andra metoderna. Topparna är mycket bra predikterade.

Prediktionsfelet ligger ej efter som för de andra metoderna. Medelvärdet av felet är också mycket lågt.

Intressant är också att studera prediktionsfelet för prediktioner gjorda med optimal prediktion. Man finner att det är svårt att skönja några säsongsvariationer.

För optimal prediktion ritade vi även en kurva på ett 4:e ordningens system (s.56). Ur hypotestest hade vi tidigare utläst att det ej skulle bli en signifikant förbättring med ett 4:e ordningens system. Diagrammet uppvisar dock fullt skönjbara förbättringar.

Vi gjorde även en prediktion för 108 data (s.52). Vi skar då bort det sista året eftersom vi ville kunna prediktera framåt i tiden mot ett facit. Det minskade antalet data gav genast utslag i form av en sämre prediktion.

REFERENSER

1. Reichhelm, W. Möglichkeiten zur Beurteilung der kurzfristigen wirtschaftlichen Entwicklung in der Holzindustrie der Bundesrepublik Deutschland unter besonderer Berücksichtigung univariabler Modelle, Mitteilungen der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft, Reinbek bei Hamburg, Kommisionsverlag, Buchhandlung Max Wiedebusch, Hamburg, 1971.

2. Brown, R.G. Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Timeseries, Prentice-Hall, 1962.

APPENDIX I

Programlistningar

<u>Huvudprogram</u>

```
      DIMENSION S(175),P(175),FEL(175),FEL2(175),C(5),G(5),YTAK(175),
     *Y(175),W(15)
      READ(5,80)NDATA,LU
   80 FORMAT(2I3)
      READ(LU)(S(I),I=1,NDATA)
      IS=0
   90 READ(5,80) IVAL,ISKRI
      GO TO(50,10,20,30),IVAL
C     IVAL TAL MELLAN 1 OCH 4
C     ISKRI TAL=0 ELLER SKILLT FRÅN 0. OM ISKRI=0 SKER INLÄSNING PÅ FILEN
   10 READ(5,11)L,K,N
   11 FORMAT(3I3)
      ND=NDATA-K
      DO 12 IT=L,ND
   12 CALL GLIME(IT,S,P,K,N)
      WRITE(6,13)N,K,L
   13 FORMAT(1H1,10X,19HGLIDANDE MEDELVARDE//11X,19HANT ANV PERIODER N=
     *,I3/11X,2HK=,I3,5X,2HL=,I3)
      MON=0
      GO TO 40
   20 READ(5,21)L,IDUBB,K,ALFA
C IDUBB LIKA MED 0 GER DUBBEL EXPONNENTIELL UTJAMNING
   21 FORMAT(3I3,F10.4)
      ND=NDATA-K
      DO 22 IT=L,ND
   22 CALL EXPUT(IT,IDUBB,S,P,ALFA,K,L)
      WRITE(6,23)ALFA,K,L
   23 FORMAT(1H1,10X,22HEXPONENTIELL UTJAMNING//11X,5HALFA=,F10.4/
     *11X,2HK=,I3,5X,2HL=,I3)
      MON=0
      IF (IDUBB.NE.0) GO TO 24
      WRITE(6,25)
   25 FORMAT(11X,29HDUBBEL EXPONENTIELL UTJAMNING)
   24 GO TO 40
   30 READ(5,31)L,NGRAD,K,MON,IJ,ALFA
C IJ=0 MEDFÖR ATT G VEKTORN EJ LÄSES IN
   31 FORMAT(5I3,F10.4)
      IF (IS.EQ.1) GO TO 35
      IS=1
      READ(5,32)(C(I),I=1,NGRAD)
      IF (MON.EQ.0) GO TO 35
      NR=NDATA/12
      READ(5,32)(W(I),I=1,NR)
   35 IF (IJ.EQ.0) GO TO 36
      READ(5,32)(G(I),I=1,NGRAD)
```

```
   32 FORMAT(8F10.4)
   36 ND=NDATA-K
      DO 33 IT=L,ND
   33 CALL OPTIM(IT,NGRAD,K,C,G,S,YTAK,P,MON,ALFA,L,Y,W)
      WRITE(6,34)MON,ALFA,NGRAD,K,L
   34 FORMAT(1H1,10X,18HOPTIMAL PREDIKTION//11X,15HSPECIELL MONTH=,I3,
     *5X,5HALFA=,F10.4/11X,6HNGRAD=,I3,5X,2HK=,I3,5X,2HL=,I3)
      WRITE(6,37)(I,G(I),I,C(I),I=1,NGRAD)
   37 FORMAT(11X,2HG(,I1,2H)=,F7.3,10X,2HC(,I1,2H)=,F7.3)
C     UTRAKNING AV VARIANSEN
   40 DO 44 I=1,175
      FEL(I)=0.
   44 FEL2(I)=0.
      IR=0
      SUM=0.
      DO 41 IT=L,ND
      IF (MOD(IT+K-1,12)+1.NE.MON) GO TO 42
      IK=(IT+K-1)/12+1
      FEL(IT+K)=W(IK)-P(IT+K)
      GO TO 43
   42 FEL(IT+K)=S(IT+K)-P(IT+K)
   43 K1=K-1+IT
      FEL2(IT+K)=FEL(IT+K)**2+FEL2(K1)
      SUM=SUM+FEL(IT+K)
      IK=IT+K
   41 IR=IR+1
      VAR=(FEL2(IK)-SUM**2/IR)/(IR-1)
      FMED=SUM/FLOAT(IR)
      K5=L+K-1
      DO 56 I=1,K5
   56 P(I)=S(I)
      IF (ISKRI.NE.0) GO TO 51
      READ(5,54)L1,L2,L3
   54 FORMAT(3I5)
      WRITE(L1)(P(I),I=1,NDATA)
      WRITE(L2)(FEL(I),I=1,NDATA)
      WRITE(L3)(FEL2(I),I=1,NDATA)
      WRITE(6,55)L1,L2,L3
   55  FORMAT(11X,11HFILE NUMMER/11X,3HL1=,I3/11X,3HL2=,I3/11X,3HL3=,I3)
   51 WRITE(6,52)((I,S(I),P(I),FEL(I),FEL2(I)),I=1,NDATA)
   52  FORMAT(11X,5HMONTH,5X,15HKORREKTA VARDEN,5X,11HPREDIKTERAT,5X,
     *12HPREDIKTIONS-,5X,
     *18HSUMMA PREDIKTIONS-/27X,2HS=,12X,8HVARDE P=,11X,3HFEL,11X,
     *13HFEL I KVADRAT//(12X,I3,7X,F10.4,8X,F10.4,8X,F10.4,8X,F12.4))
      WRITE(6,53)VAR,FMED
   53 FORMAT(//11X,10HVARIANSEN=,F12.4//11X,20HMEDELVARDE AV FELET=,
     *F10.4)
      GO TO 90
   50 STOP
      END
```

Förklaringar på i huvudprogrammet ingående parametrar.

ALFA : Utjämningsfaktorn vid prediktion med expotentiell utjämning.

C( ) : C- vektorn utgör koefficienter för störningar av systemet vid prediktion med optimal prediktion (max 5 värden).

FEL(i) : Prediktionsfelet i den i:te månaden (max 175 mån).

FEL2(i): Ackumulerade felet i i:te månaden (max 175 mån).

FMED : Medelfelet av hela prediktionen.

G( ) : Koefficienterna till G-polynomet för

$\hat{y} = \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} y(t)$. Vid optimal prediktion (max 5 värden).

IDUBB : Avgör om prediktionen sker med enkel eller dubbel expotentiell utjämning, IDUBB≠ 0 dubbel, IDUBB= 0 enkel.

IJ : IJ= 0 medför att G-vektorn ej löses in.

IK : Anger ordningstalet för de månader (12 mån intervall), som hade en markant avvikelse (semester månad).

IR : En summator.

IS : Då IS≠ 0 läses det inte in någon ny C-vektor.

ISKRI : Om ISKRI=0 sker utskrift både på radskrivare och FASTRAND om ISKRI≠0 utskrift endast på radskrivare.

IT : Räknare (i Do-slingor), som anger i vilken månad man befinner sig, när en prediktion om k steg görs.

IVAL : Tal mellan 1 och 4 som styr de väljarstyrda hoppen.

K : Antal steg man predikterar framåt.

K1 : Räknare som anger föregånget ordningstal.

K5 : Antalet månader i början av datamängden som aldrig predikteras utan som sätts lika med de korrekta värdena.

L : Den månad man befinner sig i när man gör sin första prediktion.

LU : Anger Numret på filen där ursprungliga datamängden ligger.

L1 : Numret på den file där prediktionsvärdena lagras.

L2 : Numret på den file där prediktionsfelet lagras.

L3 : Numret på den file där ackumulerade felet lagras.

MON : Ordningstalet för den första månaden (någon av 1-12), vars värde hade markant avvikelse (semester månad).

N : Antalet gamla värden som används för att prediktera ett nytt värde, med glidande medelvärdesmetoden.

ND : Den sista månad man kan befinna sig i för att kunna prediktera k steg framåt.

NDATA : Storleken på den använda datamängden (max 175).

NGRAD : Anger gradtalet på θ-vektorn (max 5).

NR : Anger antalet år som datamängden består av.

P( ) : Vektorn för de predikterade värdena (max 175).

S( ) : Vektorn som innehåller de korrekta värdena (max 175).

SUM : Summan av prediktionsfelen.

VAR : Variansen på den predikterade datan.

W( ) : De korrekta värdena för månaden med de avvikande värdena (semestermånaden) (max 15).

Y( ) : Korrigerade indata (max 175).

YTAK( ) : Den gjorda prediktionen (optimal prediktion) (max 175).

Glidande Medelvärde

```
SYSTTEKNIK*SYSTPROG.GLIME
          SUBROUTINE GLIME(IT,S,P,K,N)
          DIMENSION S(1),P(1)
          SUM=0.
          IF(IT.LT.N) GO TO 3
          J=IT-N+1
          DO 1 KK=J,IT
        1 SUM=SUM+S(KK)
          GO TO 2
        3 DO 4 I=1,IT
        4 SUM=SUM+S(I)
          L2=N-IT
          SUM=S(1)*FLOAT(L2)+SUM
        2 P(IT+K)=SUM/FLOAT(N)
          RETURN
          END
```

Utskrift av subrutinen GLIME

Förklaring på i GLIME ingående parametrar

I : Räknare (i Do-slinga).

IT : Räknare från Do-slinga i huvudprogrammet.

J : Äldsta månad, vars värde används vid prediktioner.

K : Anger hur många steg framåt man önskar prediktera.

KK : Räknare i Do-slinga.

L2 : Antalet värden som saknas då IT≤N.

N : Antalet gamla värden som används vid prediktionen.

P( ) : Vektorn för de predikterade värdena (max 175).

S( ) : Vektorn som innehåller de korrekta värdena (175).

SUM : Summan av de N senaste månadernas värden.

Exponentiell Utjämning

```
AXELSSON BRAMSMARK NORDH M3 FLYGDATA

SYSTTEKNIK*SYSTPROG.EXPUT
              SUBROUTINE EXPUT(IT,IDUBB,S,P,ALFA,K,L)
              DIMENSION S(1),P(1)
              IF (IT.GT.L) GO TO 2
              S1T=S(IT)
              S2T=S(IT)
C             STARTVÄRDEN
          2   B=1.-ALFA
              S1T=ALFA*S(IT)+B*S1T
              IF (IDUBB.EQ.0) GO TO 3
C              OM IDUBB 0 DUBBEL ANNARS ENKEL EXPUT
              P(IT+K)=S1T
C             VILKET ÄR PREDIKT.VÄRDE FÖR ENKEL
              GO TO 4
           3   S2T=ALFA*S1T+B*S2T
               A=(ALFA/B)*(S1T-S2T)
              XT=2*S1T-S2T
              P(IT+K)=XT+A*FLOAT(K)
C             SOM ÄR PREDIKT.VÄRDE FÖR DUBBEL EXPUT
           4   CONTINUE
              RETURN
              END
```

Optimal Prediktion


```
      SUBROUTINE OPTIM(IT,NGRAD,K,C,G,S,YTAK,P,MON,ALFA,L,Y,W)
      DIMENSION C(1),G(1),S(1),Y(1),YTAK(1),P(1),W(1)
      IF(IT.NE.L) GO TO 3
      DO 1 M=1,L,1
      CALL TREND(M,X)
      CALL AMP(M,Y1)
      Y(M)=(S(M)-X)/Y1
    1 YTAK(M)=Y(M)
      L1=L+1
      K1=K-1
      DO 2 IN=L1,K1,1
    2 YTAK(IN)=YTAK(L)
C
C     OVANSTAENDE SATSER GER STARTVÄRDEN
C
    3 Z=0
      DO 4 I=1,NGRAD,1
      IJ=IT-I+1
      IK=IT+K-1
    4 Z=G(I)*Y(IJ)-C(I)*YTAK(IK)+Z
      IL=IT+K
      YTAK(IL)=Z
      CALL TREND(IL,X)
      CALL AMP(IL,Y1)
      P(IL)=X+Y1*Z
C
C     BERÄKNAR OPTIMALA PREDIKTIONEN
C
      IF(MON.EQ.0) GO TO 7
      IM=MOD(IL-1,12)+1-MON
      IF(IM)7,5,7
    5 IF(IL.EQ.MON) GO TO 6
      JK=IT+K-12
      JL=(IT+K-MON)/12+1
      Z=W(JL)*ALFA+(1.-ALFA)*P(JK)
      P(IL)=Z
C
C     BERÄKNAR OPTIMALA PREDIKTIONEN FÖR AVVIKANDE MÅNAD MED EXP.UTJ.
C
      GO TO 7
    6 P(IL)=S(IT)
C
C     FÖRSTA PREDIKTIONEN AV AVVIKANDE MANAD
C
    7 CALL TREND(IT+1,X)
      CALL AMP(IT+1,Y1)
      Y(IT+1)=(S(IT+1)-X)/Y1
C
C     BERÄKNAR NÄSTA INGÅNGSVÄRDE
C
      RETURN
      END

END OF COMPILATION:        NO  DIAGNOSTICS.
```

PROGRAMMBETECKNINGAR

IT = Innevarande månad.

NGRAD = Modellens ordningstal.

K = Antal prediktionssteg.

C = C - polynomet.

G = G - polynomet.

S = Verkliga efterfrågan (viktade för spec. månad).

P = Verklig optimal prediktion.

Y(M) = Normerade efterfrågan.

YTAK = Normerade optimala prediktionen.

MON = Avvikande månad.

ALFA = Parameter för exponentiell utjämning av avvikande månad.

L = Startmånad.

W = Verkliga data för avvikande månad.

TREND = Subroutine för trenddelen av verkliga data.

AMP = Subroutine för avtrendade värden, så att dessa får konstant amplitud.

RITNINGSPROGRAMMET

```
      DIMENSION Y(200),TEXT(4),XTEXT(4),YTEXT(3),PREFEL(3),ACKFOR(3)
      DATA (TEXT(I),I=1,4),(PREFEL(I),I=1,3),(ACKFOR(I),I=1,3)/
     *'TID I ','MÅNADE','R     ','      ',
     *'PREDIK','TIONSF','EL    ','ACKUMU','L FÖRL','UST   '/

      READ(5,1) NP,LU1,LU2,LU3,LU4
    1 FORMAT(5I5)
      SX=NP/10+1
C     STARTA PLOTTNINGSRUTINEN
      CALL PLOTS(0,0,0)


C     START KORREKTA VÄRDEN
      READ(5,3) (YTEXT(I),I=1,3)
    3 FORMAT(3A6)
      READ(5,2) YMIN,YMAX
    2 FORMAT(2F10.0)
      DO 20 J=1,4
   20 XTEXT(J)=TEXT(J)
      REWIND LU1
      READ(LU1) (Y(I),I=1,NP)
C     VEKTORN Y INNEHÅLLER NU DE KORREKTA VÄRDENA

      WRITE(6,11)
      WRITE(6,12)
      WRITE(6,13) (Y(I),I=1,NP)
C     ANROPA RITA FÖR PLOTTNING AV DE KORREKTA VÄRDENA
C     X0=Y0=0
C     IAXIS=1 OCH IPLOT=0
      CALL RITA(Y,NP,0.,0.,1.,-1.,YMIN,YMAX,1.,SX,8.,
     *-1,1,10,1,1,0,0,0,XTEXT,YTEXT)
C     SLUT KORREKTA VÄRDEN


   11 FORMAT(1H1,15HKORREKTA VÄRDEN)
   12 FORMAT(7X,3HJAN,6X,3HFEB,5X,4HMARS,4X,5HAPRIL,6X,3HMAJ,5X,4HJUNI,
     *5X     , 4HJULI,6X,3HAUG,5X,4HSEPT,6X,3HOKT,6X,3HNOV,6X,3HDEC/ )
   13 FORMAT(1H ,12F9.1)


C     START PREDIKTERADE VÄRDEN
      REWIND LU2
      READ(LU2) (Y(I),I=1,NP)
C     VEKTORN Y INNEHÅLLER NU DE PREDIKTERADE VÄRDENA
      WRITE(6,14)
   14 FORMAT(1H0/1H0,10HPREDIKTION)
      WRITE(6,12)
      WRITE(6,13) (Y(I),I=1,NP)
C     ANROPA RITA FÖR PLOTTNING AV PREDIKTION
C     X0=Y0=0
C     IAXIS=0 OCH IPLOT=-1
      CALL RITA(Y,NP,0.,0.,1.,-1.,YMIN,YMAX,  1.,SX,8.,
     *-1,1,10,0,1,-1,0,0,XTEXT,YTEXT)
C      SLUT PREDIKTION
```

```

C     START PREDIKTIONSFEL
      REWIND LU3
      READ(LU3) (Y(I),I=1,NP)
C     VEKTORN Y INNEHÅLLER NU PREDIKTIONSFELEN
      WRITE(6,15)
15    FORMAT(1H1,14HPREDIKTIONSFEL)
      WRITE(6,12)
      WRITE(6,13) (Y(I),I=1,NP)
C     LÄS IN YMIN OCH YMAX FÖR PREDIKTIONSFELKURVAN
      READ(5,2) YMIN,YMAX
      DO 40 J=1,3
40    YTEXT(J) = PREFEL(J)
C     ANROPA RITA RFÖR PLOTTNING AV PREDIKTIONSFELET
C     X0=0 OCH Y0=15
C     IAXIS=1 OCH IPLOT=0
      CALL RITA(Y,NP,0.,15.,1.,-1.,YMIN,YMAX,  1.,SX,8.,
     *-1,1,10,1,1,0,0,0,XTEXT,YTEXT)
C     SLUT PREDIKTIONSFEL


C     START ACKUMULERAD FÖRLUST
      REWIND LU4
C     LÄS Y FRÅN FILEN
      READ(LU4) (Y(I),I=1,NP)
C     VEKTORN Y INNEHÅLLER NU DEN ACKUMULERADE FÖRLUSTEN
      WRITE(6,16)
16    FORMAT(1H0/1H0,19HACKUMULERAD FÖRLUST)
      WRITE(6,12)
      WRITE(6,13) (Y(I),I=1,NP)
      READ(5,2) YMIN,YMAX
      DO 30 J=1,3
30    YTEXT(J)=ACKFOR(J)
C     ANROPA RITA FÖR PLOTTNING AV ACKUMULERAD FÖRLUST
C     X0=0 OCH Y0=15
C     IAXIS=1 OCH IPLOT=0

      CALL RITA(Y,NP,0.,15.,1.,-1.,YMIN,YMAX, 1.,SX,8.,
     * -1,1,10,1,1,0,0,0,XTEXT,YTEXT)
C     SLUT ACKUMULERAD FÖRLUST


      CALL PLOT(0,0,999)
      STOP
      END
```

Kommentar:

NP = antal data

LU1,LU2, LU3;och LU4 är numret på de fastrand-filer där korrekta värden, prediktion, prediktionsfel och ackumulerad förlust finns. Med hjälp av ASG- och USE-styrkort hänförs filnumren till filens korrekta namn.

Vektorn YTEXT innehåller texten till y-axeln. Läses endast in för den första av de fyra kurvorna.

YMIN och YMAX är gränserna för y-axelns gradering. Läses in 3 gånger.

APPENDIX II

SAMMANFATTNING AV MAXIMUM LIKELIHOOD METODEN

ur K.Eklund: Linear drum boiler-turbine models
Rapport 7117, Nov. 1971

The identification problem is to estimate a number of unknown parameters in a model of known structure. The available information is a sequence of measured values of the input variable $\{u(t),\ t = 1,\ 2,\ \dots,\ N\}$ and the output variable $\{y(t),\ t = 1,\ \dots,\ N\}$ of the process under consideration. The sampling interval is fixed and normalized to 1.

Using the maximum likelihood method it is assumed that the process can be described by a linear model of n:th order and that the disturbance is a stationary gaussian process with rational power spectra. A general model under these assumptions is

$$A^*(q^{-1})y(t) = B_1^*(q^{-1})u(t) + \lambda C^*(q^{-1})e(t) \qquad (2.1)$$

In eq. (2.1), $\{e(t)\}$ is a sequence of independent normal (0,1) random variables and q denotes the shift operator

$$qx(t) = x(t+1)$$

The polynomials A^*, B_1^* and C^* are defined as

$$A^*(z) = 1 + a_1 z + \dots + a_n z^n$$
$$B_1^*(z) = b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_n z^n \qquad (2.2)$$
$$C^*(z) = 1 + c_1 z + \dots + c_n z^n$$

It is assumed that the polynomials $A(z) = z^n A^*(z^{-1})$ and $C(z) = z^n C^*(z^{-1})$ have all zeros inside the unit circle and that there are no factors in common to all polynomials $A(z)$, $B_1(z)$, $C(z)$.

The parameter λ in the model (2.1) controls the variance of the noise since var[e(t)] is normalized to 1.

The problem is solved by establishing the maximum likelihood function for the estimation of the parameters

$$\theta^T = (a_1 \, a_2 \ldots a_n \, b_1 \ldots b_n \, c_1 \ldots c_n)$$

and the parameter λ. The maximizing of the logarithm of the likelihood function

$$\log L(\theta,\lambda) = -\frac{1}{2\lambda^2} \sum_{t=1}^{N} \epsilon^2(t) - \frac{N}{2} \log \lambda - \frac{N}{2} \log 2\pi \tag{2.3}$$

is equivalent to minimizing the loss function

$$V(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{N} \epsilon^2(t) \tag{2.4}$$

where the residuals $\epsilon(t)$ are obtained from

$$\hat{C}^*(q^{-1})\epsilon(t) = \hat{A}^*(q^{-1})y(t) - \hat{B}_1^*(q^{-1})u(t) \tag{2.5}$$

and $\hat{A}$, $\hat{B}_1$ and $\hat{C}$ denotes the estimates of the polynomials A, B_1 and C. The estimation problem is thus equivalent to minimizing a function of several variables.

Knowing the estimate $\hat{\theta}$ and the minimal value $V(\hat{\theta})$ of the loss function the parameter λ is estimated as

$$\hat{\lambda}^2 = \frac{2}{N} V(\hat{\theta}) \tag{2.6}$$

It has been shown [52] that the maximum likelihood estimates are consistent, assymptotically normal and efficient under mild conditions.

The residuals $\epsilon(t)$ have a nice interpretation. It can be shown that the residuals equal the one-step ahead prediction error. Thus the maximum likelihood method tries to estimate the parameters of the model (2.1) in such a way that the sum of squared prediction errors is minimized.

An iterative technique is used to find the minimum of $V(\theta)$ and both the gradient V_θ and the matrix of second derivatives $V_{\theta\theta}$ are utilized in the recursive formula for improving the estimate $\hat{\theta}$. Apart from improving the rate of convergence the matrix $V_{\theta\theta}$ also gives the accuracy of the parameters since an estimate of the covariance matrix $\lambda^2 V_{\theta\theta}^{-1}$ then is available.

The order of the model is usually not known à priori. This problem is solved by repeated identification of the parameters in models of increasing order. A statistical test may then be applied to judge, if the loss function has decreased significantly, when model order is increased from n to $n+1$. Let V_i be the minimal value of the loss function for the i:th order model. The null hypothesis is that the model is of order n. Then the test variable

$$F_{n+1,n} = \frac{V_n - V_{n+1}}{V_{n+1}} \; \frac{N - 3(n+1)}{3} \tag{2.7}$$

has an $F[3, N - 3(n+1)]$ distribution under null hypothesis. When N is large $3F_{n+1,n}$ tends towards a χ^2 distribution with 3 degrees of freedom. Usually the risk level 5 % is used that is, if the test quantity is greater than 2.6 ($N>100$) then the loss function has been decreased significantly and model order is at least $n+1$.

The material given above is somewhat simplified. The model (2.1) is easily extended to have more than one input. By shifting the time series $\{u(t),\ t = 1, \ldots, N\}$ or $\{y(t),\ t = 1, \ldots, N\}$ the model (2.1) can also be applied to processes where the $B_1^*(z)$ polynomial contains a constant term b_o. In the same way processes described by the model

$$A^*(q^{-1})y(t) = B^*(q^{-1})u(t-k) + \lambda C^*(q^{-1})e(t) \tag{2.8}$$

where

$$B^*(z) = b_0 + b_1 z + \ldots + b_n z^n = b_o + B_1^*(z)$$

can be handled. The model can thus be extended to contain k time delays.