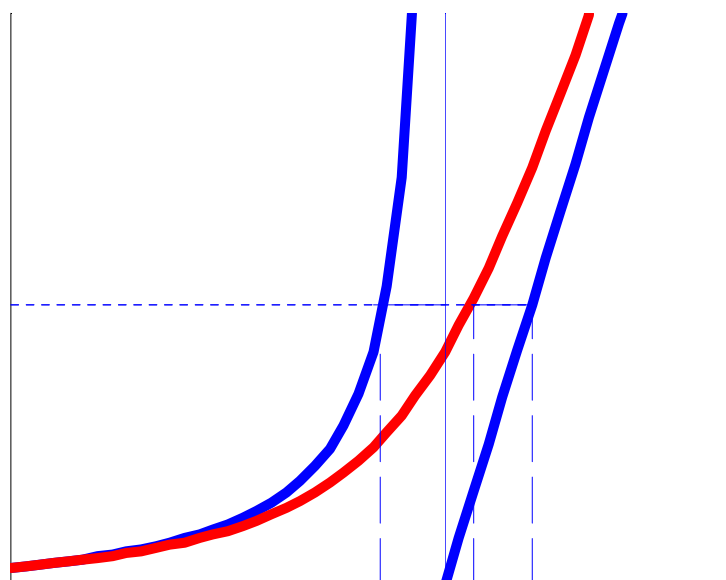


# Beräkning av framkomlighetsmått i korsningar utan trafiksignaler

En litteraturöversikt



Ola Hagrind  
2001

Ola Hagring

Beräkning av framkomlighetsmått i korsningar utan trafiksignaler – en litteraturöversikt

**Ämnesord:**

Framkomlighet, kapacitet, fördröjning, kölängd, köteori.

**Referat:**

LTH har, tillsammans med KTH och VTI, med Vägverket och VINNOVA som finansiärer, i uppdrag att utveckla nya modeller för effektberäkning av vägtrafikanläggningar. Som en del i detta arbete görs en inventering av kunskapsläge och kunskapsbrister. Redovisningen av detta avseende beräkning av framkomlighetsmått i korsningar utan trafiksignaler görs i denna rapport. Ca 50 referenser har studerats och analyserats. På basis av detta och den svenska kapacitetsmodellen har kunskapsbrister identifierats och beskrivits. Dessa avses ligga till grund för fortsatt arbete.

Accessibility in intersections without traffic signals – a literature survey.

**Keywords**

Accessibility, Capacity, Delay, Queue length, Queue theory.

**Abstract:**

LTH has, together with KTH and VTI, a research project with the purpose of developing new performance models for road traffic facilities. The project is financed by Vägverket och VINNOVA. A first step in this project is to make literature surveys. The result of such a survey, concerning the calculation of various accessibility measures in intersections without traffic signals is presented in this report. About 50 references have been studied and analysed. On the basis of this, work identification of areas with substantial lack of knowledge has been carried out.

**Citeringsanvisning**

Hagring, Ola. Beräkning av framkomlighet i korsningar utan trafiksignaler – en litteraturöversikt. Lund, Institutionen för Teknik och samhälle, Trafikteknik, 2000. Bulletin - Lunds Tekniska Högskola, Institutionen för Teknik och samhälle, Lunds Universitet, 196.

**Med stöd från:**

KFB Dnr 1998-0559



Institutionen för Teknik och samhälle  
Lunds Tekniska Högskola  
Avdelning Trafikteknik  
Box 118, 221 00 LUND, Sverige

Department of Technology and Society  
Lund Institute of Technology  
Traffic Engineering  
Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden

## Förord

Denna rapport – ***Beräkning av framkomlighetsmått i korsningar utan trafiksignaler – en litteraturöversikt*** – har skrivits inom ramen för projektet ***Effektmodeller för vägtrafikanläggningar***. Detta projekt finansieras av Vägverket och Kommunikationsforskningsberedningen och har som syfte att utveckla nya effektmodeller för vägtrafikanläggningar. Projekt utförs av avdelningen för Trafikteknik vid Lunds Tekniska Högskola, avdelningen för Trafik och transportplanering vid Kungliga Tekniska Högskolan samt Väg- och transportforskningsinstitutet.

Jag vill tacka Birgitta Åkerud, bibliotekarie vid institutionen för Teknik och Samhälle, LTH, och hennes kolleger vid VTIs bibliotek för hjälp med såväl sökning som anskaffning av litteratur.

Lund mars 2001

Ola Hagrang

# Innehållsförteckning

Sammanfattning .....	i
Beteckningar .....	iii
1. Inledning .....	1
1.1 Framkomlighetsmått .....	1
1.2 Beräkning av framkomlighetsmått .....	2
2. Kösystem .....	3
3. M/M/1-system .....	5
4. Övriga kösystem .....	8
4.1 M/G/1-system .....	8
4.2 M/G2/1-system .....	8
4.2.1 Inledning .....	8
4.2.2 M1-fördelade tidsavstånd på överordnad led .....	9
4.2.3 M3-fördelade tidsavstånd på överordnad led .....	9
4.2.4 M4-fördelade tidsavstånd på överordnad led .....	9
4.3 Andra kösystem .....	9
5. Flera överordnade strömmar .....	10
6. Approximativa metoder .....	12
7. Icke-stationära förhållanden .....	14
7.1 Inledning .....	14
7.2 Överskriden kapacitet .....	14
7.3 Varierande intensitet .....	16
8. Nationella beräkningsmetoder .....	18
8.1 Den svenska beräkningsmetoden .....	18
8.1.1 Fördröjning .....	18
8.1.2 Kölängd .....	18
8.1.3 Andel fördröjda .....	18
8.2 Den amerikanska beräkningsmetoden .....	19
8.3 Den australiensiska beräkningsmetoden .....	19
9. Utvärdering av fördröjningssamband .....	20
10. Slutsatser .....	22
Referenser .....	24

## Sammanfattning

Ett total framkomlighetsmått beräknas i den svenska kapacitetsmodellen: kapacitet, belastningsgrad, kölängd – medel, kölängd – 90%, fördröjning stopplinje, övrig fördröjning, total fördröjning, andel fördröjda stopplinje, andel fördröjda övrig, andel fördröjning totalt samt andel stopp. Denna rapport ger en kortfattad översikt över metoder för att beräkna fördröjning och övriga framkomlighetsrelaterade effektmått för korsningar utan signalreglering.

De olika framkomlighetsmåten har relevans i olika sammanhang. Kapacitet och belastningsgrad är intressant huvudsakligen vid trafiktekniska analyser och utformning av korsningar. Fördröjning är relevant från trafikanternas synvinkel, men också vid ekonomiska analyser eftersom det är detta mått som direkt kan värderas. Kölängd är av intresse vid detaljutformning, eftersom det ger en uppfattning om huruvida tillgängliga magasinsutrymmen är tillräckligt stora. Andelen stopp och andelen fördröjda, slutligen, är av intresse för beräkning av fordonskostnader, bränsleförbrukning och emissioner.

Beräkningen av framkomlighetsmått bygger på köteori. I allmänhet kan man endast modellera enkla system med köteori. Detta innebär att bl.a. följande situationer är besvärliga ur modelleringssynpunkt:

- Förekomsten av två olika betjäningstider.
- Flera olika typer av kunder i kön.
- Avvikelse från FCFS disciplinen (köer med förtur).
- Väntevärdet av såväl tidsavstånden mellan ankomster till systemet som betjäningstiderna varierar.
- Belastningsgraden kan vara större än 1.

Detta har lett till att förenklade modeller måste tillgripas. Exempel på förenklingar är:

- Antaganden om exponentialfördelad fördröjning.
- Förenklade M/G2/1-samband.
- Koordinattransformationsmetoder.
- Stegning i korta tidsintervall.
- Införande av kalibreringsparametrar.

Eftersom analytiskt korrekta lösningar på de svårigheter som redovisats ovan inte finns tillgängliga – med möjligt undantag för diffusionsekvationen – och med stor sannolikhet inte heller kommer att bli det under den närmaste tiden, återstår att använda olika förenklade metoder. Det finns då i princip två möjligheter att gå, att använda enkla, analytiska samband såsom en M/M/1-modell eller att använda enkla, analytiska samband kompletterade med kalibreringsparametrar för modifiering av en kurvas lutning, för att ta ett exempel.

## Beteckningar

$C^2$	Variationskoefficient
H	Analysperiod (timmar)
p	Tillståndssannolikhet
l	Tidsförlust, beroende av att tidsperioder som är kortare än följdtiden ej kan utnyttjas för avveckling.
L	Kö längd
$L_i$	Initialkö vid en beräkningsperiods början
s	Betjäningstid
$s_0$	Betjäningstid kö
$s_1$	Betjäningstid ej kö
t	Analysperiod (sekunder)
T	Kritiskt tidsavstånd
$T_0$	Följdtid
w	Interaktionsfördröjning
$w_q$	Väntetid (i kö)
y	Flödesförhållande
$\alpha$	Andel fria fordon
$\Delta$	Minsta tidsavstånd mellan fordon
$\lambda$	Ankomstintensitet (fordon/s)
$\mu$	Betjäningsintensitet, kapacitet (fordon/s)
$\rho$	Belastningsgrad

## 1. Inledning

I två rapporter (Hagring 2000a, 2000b) har framkomlighet i plankorsningar behandlats. Framställningen har där inriktats mot beräkning av kapacitet för de olika trafikströmmarna i en plankorsning. Övriga framkomlighetsmått har behandlats översiktligt. Denna rapport behandlar definition och beräkning av olika framkomlighetsmått, dels från teoretisk utgångspunkt, dels med utgångspunkt i olika framkomlighetsmodeller.

### 1.1 Framkomlighetsmått

De framkomlighetsmått som används i den svenska beräkningsmodellen (Vägverket 1995) anges normalt per körfält. Följande mått redovisas i utdata från beräkningen:

<b>Kapacitet</b>	Det största flöde som kan passera ett snitt i körfältet. För underordnade körfält kan snittet tänkas ligga vid stopp- eller väjningslinjen. Kapaciteten beräknas på timnivå.
<b>Belastningsgrad</b>	Kvoten mellan inkommande flöde och kapacitet.
<b>Körlängd – medel</b>	Genomsnittlig körlängd för korsningar utan trafiksignaler. Genomsnittlig körlängd vid växling till grönt för trafiksignaler.
<b>Körlängd – 90%</b>	Den körlängd som underskrids under 90% av tiden enligt definitionerna för körlängd – medel.
<b>Fördröjning stopplinje</b>	Interaktionsfördröjning. Interaktionsfördröjningen består av betjäningstid och väntetid i kö. Betjäningstid är den tid det tar för trafikanten att bli betjänad och väntetid i kö är den tid som tillbringas i kö innan stopp- respektive väjningslinjen nås. Begreppet väntetid används ibland för att uttrycka hela interaktionsfördröjning, men här används den första definitionen.
<b>Övrig fördröjning</b>	Geometrisk fördröjning som avser fördröjning som uppkommer på grund av korsningens utformning, dvs. retardations- och accelerationsförluster. Jämförelsen sker mot en ostörd passage även om någon ostörd passage ej existerar såsom för ett högersvängande fordon.
<b>Total fördröjning</b>	Total fördröjning, inkluderande såväl interaktionsfördröjning som geometrisk fördröjning, men ej summan av dessa båda storheter.
<b>Andel fördröjda stopplinje</b>	Andel av förare som blir fördröjda på grund av interaktion med andra trafikanter.
<b>Andel fördröjda övrig</b>	Andel fördröjda på grund av geometrisk fördröjning
<b>Andel fördröjning totalt</b>	Total andel fördröjda (summan av ovanstående andelar)
<b>Andel stopp</b>	Andel förare som stannar

Total fördröjning total och andel stopp beräknas också per trafikström.

För trafiksignaler anges ibland, bl.a. i SIDRA (Akçelik 1993) och i den kanadensiska manualen (Teply et al. 1995), "maximum back of queue" och "average queue reach", dvs. den längsta utsträckningen som kön har. Detta inträffar när den chockvåg som uppstår när det första fordonet i kön börjar avvecklas när det sista fordonet i den ursprungliga kön. Under den tid det tar för chockvågen att fortplanta sig bakåt i kön hinner ett antal fordon ansluta till kön.

De olika framkomlighetsmåten har relevans i olika sammanhang. Kapacitet och belastningsgrad är intressant huvudsakligen vid trafiktekniska analyser av korsningar. Fördröjning är relevant från trafikanternas synvinkel, men också vid ekonomiska analyser eftersom det är detta mått som direkt kan värderas. Kölängd är av intresse vid detaljutformning, eftersom det ger en uppfattning om huruvida tillgängliga magasinsutrymmen är tillräckligt stora. Andelen stopp och andelen fördröjda, slutligen, är av intresse för beräkning av fordonskostnader, bränsleförbrukning och emissioner.

## 1.2 Beräkning av framkomlighetsmått

Beräkningen av framkomlighetsmått baseras dels på det aktuella flödet, dels på kapaciteten. Den metod som används är köteori. I nästa kapitel redovisas grundbegreppen inom denna teori.



## 2. Kösystem

En underordnad tillfart i en korsning utan trafiksignaler är ett exempel på ett kö- eller betjäningssystem. Ett sådant system karakteriseras genom

- Ankomstsintervallens fördelning
- Betjäningstidens fördelning
- Antal betjäningsstationer
- Ködisciplin

Den enklaste ködisciplinen är FCFS vilket står för First Come, First Served, dvs. den kund som först ankommer betjänas först. Det är denna disciplin som gäller för ett körfält.

Ett kösystem betecknas  $A/B/n/m$ , där  $A$  är ankomstprocess,  $B$  betjäningprocess,  $n$  antal betjäningsstationer och  $m$  antal kunder. Eftersom varje körfält betjänas separat har vi en betjäningsstation.  $m$  är normalt oändligt varför det förkortade skrivsättet  $A/B/1$  kan användas.

En svårighet som kännetecknar köer i ej signalreglerade korsningar är att det normalt förekommer två olika betjäningstider. Den ena uppkommer då ett fordon anländer till en korsning utan kö, den andra då det finns en kö. I det första fallet blir betjäningstiden oberoende av följdtiden, i den andra inte. Systemet kan formellt skrivas  $A/B2/1$ .

En annan svårighet är att det oftast finns flera olika kunder i kön. I ett underordnat körfält, uppåt för raktframkörande och höger- respektive vänstersvängande, finns tre typer av kunder. Var och en av dessa kan delas in i undergrupper, t.ex. personbilar och tunga fordon. Kapaciteten kan beräknas för relativt komplicerade fall, se t.ex. Catchpole och Plank (1986) medan motsvarande härledning av väntetid ej gjorts.

Ytterligare en svårighet är att det i en korsning med stopp- eller företrädesreglering uppstår ett hierarkiskt system där ett sekundärt överordnat fordon går före ett underordnat oavsett när fordonen ankommit. Detta system är avsevärt mer komplicerat än kösystem med FCFS. Wu (1998) har presenterat en lösning på detta problem. Lösningen går ut på att finnas kapaciteterna för de olika körfälten som en funktion av de olika överordnade flödena. Den är alltså inte primärt inriktad på att finna väntetider. Dessa kan istället beräknas med något generellt köteoretiskt samband, se vidare följande kapitel.

Med köteori är det möjligt att beräkna några olika storheter som beskriver kösystemets effektivitet t.ex.:

- Medelantalet kunder i kön
- Medelantalet kunder i kösystemet (inklusive de som betjänas)
- Medelväntetiden i kön, dvs. den genomsnittliga tid som förflyter mellan kundens ankomst och betjäningens början

För en del system kan man också beräkna fördelningen för dessa variabler.

För att användandet av köteoretiska modeller ska vara meningsfullt krävs att de olika tidsmomenten som ingår i betjäningprocessen är korrekt definierade. En sådan definition finns i Heidemann och Wegmann (1997). De delar in processen i följande delar:

1.  $w_q = T_1 - T_a$ , väntetid i kö från ankomsttidpunkten  $T_a$  till  $T_1$  när det föregående fordonet accepterar ett tidsavstånd och ger sig iväg.
2.  $M_o = T_2 - T_1$ , tiden mellan  $T_1$  då fordonet börjar köra fram och  $T_2$  då betjäningstiden börjar.
3.  $w_s = T_3 - T_2$ , tiden mellan  $T_2$  då betjäningen börjar och  $T_3$  då ett tidsavstånd är accepterat.
4.  $M_c = T_x - T_3$ , tid för anslutning till den ström vari fordonet lämnar korsningen.

Betjäningstiden är den del av tiden då fordonet ej befinner sig i kö, dvs. från  $T_1$  till  $T_x$ . Men eftersom tidpunkten  $T_{3(n)}$  (för fordon  $n$ ) sammanfaller med  $T_{1(n+1)}$  kan inte betjäningstiden  $u$  inbegripa hela denna tidrymd. Två modeller är möjliga,  $s = w_s + M_c$  (Yeo och Weesakul 1964) och  $s = w_s + M_o$  (Hawkes 1968). För den senare modellen introducerade Hawkes en orienteringstid för fordon som anländer då kö saknas, eftersom betjäningen inte kan starta tidigare för dessa jämfört med fordon som köar. Orienteringstiden antas vara likvärdig med  $M_o$ , dvs. med följdtiden.

Man skiljer på stationära och icke-stationära förhållanden. I det enklare stationära fallet är ankomstintensiteternas medelvärde oförändrat. I det icke-stationära fallet förändras ankomstintensitetens medelvärde eller så är ankomstintensiteten större än betjäningsintensiteten, vilket gör det svårare att behandla matematiskt. Som exempel på icke-stationära fall kan man nämna förhållandena i en gatukorsning under och i anslutning till högtrafiktid. Under högtrafiktiden är bilarnas ankomstintensitet väsentligt högre än före och efter. Detta innebär att de kömodeller som presenteras i kapitel 3 till 5 formellt sett egentligen aldrig är tillämpliga.

### 3. M/M/1-system

Särskilt enkla räkningar fås om man antar att såväl tiderna mellan ankomster till systemet som betjäningstiderna är exponentialfördelade. Vi har då konstant intensitet vilket gör det lättare att beskriva flödet genom systemet. I detta fall fås den specifika beteckningen M/M/1 där M står för exponentialfördelningen (egentligen Markovegenskapen).

Med  $\lambda$  betecknar vi ankomstintensiteten (fordon/s), med  $\mu$  betjäningsintensiteten (fordon/s) och med  $\rho = \lambda/\mu$  belastningsgraden i systemet.

Vi visar här hur man kan beräkna fördelningen för antalet kunder i kösystemet. Kösystemet har vid en given tidpunkt  $k$  kunder,  $k=0,1,2,\dots$  Vi säger att systemet befinner sig i tillstånd  $k$  Sannolikheten för detta betecknar vi  $p_k$ . Från ett tillstånd  $k$  sker övergångar till tillstånd  $k+1$ . Antalet övergångar per tidsenhet blir  $p_k \lambda$ , dvs. sannolikheten för att befinna sig i tillstånd  $k$  multiplicerat med intensiteten, dvs. flödet. På motsvarande sätt har vi övergångar från tillstånd  $k+1$  till tillstånd  $k$  Antalet övergångar per tidsenhet blir  $p_{k+1} \mu$ . Om nu kösystemet är jämvikt, dvs. sannolikheterna  $p_k$  ändras inte över tiden, kommer antalet övergångar åt de båda hållen att vara lika. Om det ej vore så skulle ju systemet antingen tillväxa oändligt eller till sist hamna i tillstånd 0. Vi får

$$p_k \lambda = p_{k+1} \mu$$

dvs.  $p_{k+1} = p_k \frac{\lambda}{\mu}$ .

Detta gäller för alla  $k$  dvs.  $p_1 = p_0 \frac{\lambda}{\mu}$ .

Med induktion får vi  $p_k = p_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k$ .

Nu är  $\frac{\lambda}{\mu} = \rho$  och  $p_0 = 1 - \rho$  (dvs. sannolikheten för att systemet är ledigt är 1-

belastningsgraden). Vi får  $p_k = (1 - \rho) \rho^k$  vilket är sannolikhetsfunktionen för en geometrisk fördelning. Kölängderna är alltså geometriskt fördelade. Väntevärdet blir

$$E(k) = \frac{\rho}{1 - \rho}. \quad (3.1)$$

Vi betecknar detta väntevärde med  $L$ . Vi ser att villkoret för jämvikt måste vara att  $\rho < 1$ . Vi skiljer nu på system och kö, där systemet inkluderar alla kunder medan kön exkluderar den kund som just betjäns. För kön används index  $q$  Antal fordon i kön blir då beroende av  $p_k$  med  $k > 0$ . Eftersom antalet fordon i kön är ett mindre än i systemet fås att sannolikheten för  $k$  kunder i kön är  $p_{k+1}$ . Summeras detta fås

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (3.2)$$

Mellan antal kunder i systemet  $L$  och medeltiden i systemet  $w$  gäller följande generella samband (Little's sats)

$$L = \lambda w \quad (3.3)$$

För ett bevis se Gross och Harris (1974, p. 60). Här anges också under vilka villkor som Little's sats gäller. De viktigaste villkoren är att systemet är stationärt samt att systemet börjar och slutar med 0 kunder. Om det senaste villkoret inte är uppfyllt gäller Little's sats approximativt.

Mellan antal kunder i kön  $L_q$  och medeltiden i kön  $w_q$  gäller motsvarande samband

$$L_q = \lambda w_q \quad (3.4)$$

Vi får medeltiden i systemet som

$$w = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)}. \quad (3.5)$$

Medeltiden i systemet är, i detta fall, precis detsamma som den fördröjning trafikanten orsakas på grund av interaktion med andra trafikanter och vi använder därför begreppet fördröjning istället.

Man kan dela upp fördröjningen i dels betjäningstid, dels väntetid i kö. Väntetid i kö motsvaras är den tid som man väntar i kö innan man kommer fram till stopp- eller väjningslinjen och betjäningen kan påbörjas. Inför beteckningen  $w_q$  för detta fås

$$\begin{aligned} w_q = w - \mu^{-1} &= \frac{\rho}{(1-\rho)\lambda} - \mu^{-1} = \frac{\rho - \mu^{-1}(1-\rho)\lambda}{(1-\rho)\lambda} = \frac{\rho - (\rho - \rho^2)}{(1-\rho)\lambda} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)\lambda} = \\ &= \frac{\rho}{(1-\rho)\mu} = \frac{\rho}{(\mu - \lambda)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Fördelningen för väntetid i kö kan beräknas på följande sätt. Ett fordon som ankommer till en kö med  $n$  fordon måste vänta dels en period som består av  $(n-1)$  exponentialfördelade tidsavstånd med medelvärde  $b$ , dels en period som består av den återstående betjäningstiden för den person som står först i kö. En egenskap hos exponentialfördelningen är att den återstående betjäningstiden har samma fördelning som den ursprungliga. Om kö saknas, vilket inträffar med sannolikheten  $1-B$ , blir väntetiden i kö 0. Summan av de  $n$  exponentialfördelade tidsavstånd är gammafördelad

$$\frac{\mu^n}{\Gamma(n)} e^{-\mu x} x^{n-1}$$

Sannolikheten för just  $n$  fordon har vi precis visat vara geometriskt fördelad. Sannolikheten för att inget fordon står i kö är  $(1-B)$ . Sannolikheten för en väntetid  $w_q(x)$  kan därför skrivas som

$$\begin{aligned} w_q(x) &= (1-\rho)\theta(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu^n}{\Gamma(n)} e^{-\mu x} x^{n-1} (1-\rho)\rho^n \\ &= (1-\rho)\theta(x) + (1-\rho)e^{-\mu x} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu^n}{\Gamma(n)} x^{n-1} \rho^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1 - \rho)\theta(x) + (1 - \rho)e^{-\mu x} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^n x^{n-1}}{(n-1)!} \\
&= (1 - \rho)\theta(x) + (1 - \rho)e^{-\mu x} \lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^{n-1} x^{n-1}}{(n-1)!} \\
&= (1 - \rho)\theta(x) + (1 - \rho)e^{-\mu x} \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda x)^n}{n!} \\
&= (1 - \rho)\theta(x) + (1 - \rho)e^{-\mu x} \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda x)^n}{n!} \\
&= (1 - \rho)\theta(x) + (1 - \rho)e^{-\mu x} \lambda e^{\lambda x} \\
&= (1 - \rho)\theta(x) + \rho(\mu - \lambda)e^{-\mu x + \lambda x}
\end{aligned}$$

Fördelningsfunktionen fås som

$$W_q(x) = (1 - \rho) + \rho e^{-\mu(1-\rho)x} \quad (3.7)$$

$W_q(\mathbf{x})$  är således en M3-fördelning. Förskjutningen längs x-axeln är 0, andelen kunder med väntetid  $>0$  är  $\rho$  och intensiteten  $\mu - \lambda$ , dvs.

$$E(x) = w_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda}, \quad (3.8)$$

vilket är det samma som visats ovan med hjälp av Little's formel.

Ett tredje sätt att härleda  $w_q$  är att beräkna Laplace-transformen av  $w(\mathbf{x})$ . Ur Laplace-transformen av  $w(\mathbf{x})$  fås sedan enkelt de olika momenten (Haight 1963).

Sammantaget har vi alltså följande resultat:

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho},$$

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho},$$

$$w_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{\rho^2}{\lambda(1 - \rho)} \text{ och}$$

$$w = \frac{\rho}{\lambda(1 - \rho)}.$$

Varianserna för dessa storheter ges av t.ex. Råde och Westergren (1993).

## 4. Övriga kösystem

### 4.1 M/G/1-system

Om betjäningstiden inte är exponentialfördelad blir beräkningarna mer komplicerade. Ett av resultaten från sådana beräkningar är dock av stor betydelse, nämligen Pollaczek-Khintchines väntetidsformel

$$w_q = \frac{\rho^2}{\lambda(1-\rho)} \frac{1+C^2}{2} \quad (4.1)$$

där  $C^2 = \frac{V(s)}{[E(s)]^2}$  (variationskoefficienten) där  $s$  är betjäningstiden. För en exponentialfördelning är  $C^2 = 1$ .

I allmänhet är inte den generaliserade fördelningen känd.

Madanat et al. (1994) beräknade fördröjningen för ett M/G/1-system, konstruerat så att betjäningstiden utan kö användes för att karaktärisera betjäningstidsfördelningen. Medelvärde och varians för denna beräknades under förutsättning att sannolikheten för att acceptera ett tidsavstånd modellerades med en logit-modell. I härledningen görs det fel som Daganzo (1977) påpekat (se avsnitt 5.2). Att inte inbegripa betjäningstiden vid kö borde leda till felaktiga resultat, också vid jämförelse med mätdata. Detta stöds av resultaten där den föreslagna modellen ger lägre fördröjning än den uppmätta.

### 4.2 M/G2/1-system

#### 4.2.1 Inledning

I en oreglerad korsning kan betjäningen genomföras på två sätt, då ett fordon anländer när kö saknas (Adam's delay, Adams 1936) eller då ett fordon anländer när det finns en kö. Väntetiden blir då beroende av dessa båda betjäningstider. Yeo (1962) härledde följande samband för betjäningstid och väntetid (vänstra respektive högra delen av högerledet):

$$w = \frac{(1-\rho_1)\bar{s}_0 + \rho_0\bar{s}_1}{1-\rho_1 + \rho_0} + \frac{\lambda\left((1-\rho_1)\bar{s}_0 + \rho_0\bar{s}_1\right)}{2(1-\rho_1 + \rho_0)(1-\rho_1)} \quad (4.2)$$

där  $\rho_1 = \lambda\bar{s}_1$ ,  $\rho_0 = \lambda\bar{s}_0$ ,  $\bar{s}_0$  och  $\bar{s}_1$  är första<sup>1</sup> nollpunktsmomentet för köande respektive ej köande fordon och  $\bar{s}_0$  och  $\bar{s}_1$  är andra nollpunktsmomentet för köande respektive ej köande fordon. Om  $s_0 \equiv s_1$  och  $\bar{s}_0 \equiv \bar{s}_1$  så övergår den andra termen i högerledet av (4.2) i (4.1). Enligt (4.2) så är det i princip endast att beräkna de fyra momenten för att få fördröjningen. Tyvärr leder detta till komplicerade samband som är svåra att överblicka. I följande avsnitt redovisas några ansatser att beräkna dessa moment.

<sup>1</sup> Dvs. medelbetjäningstiden.

#### 4.2.2 M1-fördelade tidsavstånd på överordnad led

Detta fall har beräknats av Kremser [1962], se Brilon (1988) för en förenklad sammanställning av sambandet mellan väntetid och det över- respektive det underordnade flödets storlek samt kritiska tidsavståndet och följdtiden. I sambandet ingår en orienteringstid, ungefär lika med följdtiden, för fordon som ankommer när kö saknas.

Sambandet är emellertid giltigt endast när det kritiska tidsavståndet och följdtiden är lika (eller åtminstone approximativt lika), vilket visats av Daganzo (1977). Orsaken till detta är att för fordon som ankommer när kö saknas är inte det första tidsavståndet exponentialfördelat, som man kanske förväntar sig, utan M4-fördelat med komponenterna bestående av en exponentialfördelning och en gammafördelning. Såväl Daganzo (1977) som Fisk och Tan (1989) har härlett de korrekta sambanden för ej köande fordon.

#### 4.2.3 M3-fördelade tidsavstånd på överordnad led

Tanner (1962) härledde ett samband för ett M/G2/1-system, där den överordnade fordonsströmmen behandlades som ett M/D/1-system vilket innebär att utflödet av överordnade fordon är M3-fördelat. Härledningen baseras på att den överordnade strömmen betraktas som sammansatt av luckor och kolonner (eng. gaps and block), där det minsta tidsavståndet mellan fordon i en kolonn är fixt. Tanner har ej beaktat att det finns tidsavstånd av två slag då ett underordnat fordon anländer och inga andra fordon väntar, se avsnitt 4.2.2. Detta torde förklara skillnader i Tanners och Daganzos resultat.

#### 4.2.4 M4-fördelade tidsavstånd på överordnad led

Heidemann (1991) härleder såväl väntetids- och kölängsfördelningarna i ett M/G2/1-system. Heidemann och Wegmann (1997) har generaliserat dessa resultat ytterligare. Åtminstone den kölängdsfördelning som Heidemann (1991) härlett är beräkningsmässigt komplicerad eftersom fördelningsfunktionen utgörs av en olösbar summa. Wu (1994) ger en förenkling av denna, baserad på regressionsanalys

### 4.3 Andra kösystem

Utöver de ovan nämnda sätten att modellera kösystem finns en rad andra ansatser. Några av dessa behandlas i kapitel 7.

En ansats, utvecklad av bland annat Neuts (1981), bygger på en så kallad fastypsrepresentation av betjäningprocessen, dvs. att betjäningen genomlöper flera steg (faser), se Rydén (2000). Fastypsrepresentation gör det möjligt att modellera mer komplexa kösystem. Bland annat har Alfa och Neuts (1995) modellerat inverkan av korrelerade ankomster i en tidsstyrd signal med denna teknik.

## 5. Flera överordnade strömmar

Flera författare har härlett kapacitetsuttryck då det finns flera överordnade strömmar (Tanner 1967, Troutbeck 1986, Fisk 1989 och Hagring 1998). Tanner (1962) diskuterar möjligheterna att beräkna fördröjning för detta fall, men kan ej beräkna fördelningen för den blockerade tiden.

Gazis et al (1967) härledde betjäningstiden och dess varians för situationen utan kö vid flera överordnade strömmar med exponentialfördelade tidsavstånd och skilda kritiska tidsavstånd för de olika överordnade köfälten.

Troutbeck (1986) har härlett ett uttryck för fördröjningen för ett fall med två överordnade M3-fördelade strömmar. Härledningen torde vara svår att generalisera till flera överordnade strömmar då den bygger på en identifiering av alla möjliga händelseförlopp. Antalet sådana möjligheter är av storleksordningen  $K^n$ , där  $n$  är antalet köfält. I härledningen saknas uttryck för två stycken "formfaktorer", varför lösningen därför ej är helt analytisk.



## 6. Approximativa metoder

I CAPCAL (Vägverket 1995) beaktas att ett körfält är ett M/G2/1 system. För att kunna beräkna väntetider osv. görs approximationer. Den genomsnittliga betjäningstiden beräknas som

$$s = \rho s_0 + (1 - \rho) s_1 \quad (6.1)$$

Belastningsgraden beräknas genom ett iterativt förfarande. Ett nytt värde på belastningsgraden kan erhållas som  $\rho = s \lambda$ , som kan sättas in i (8.1) osv. Beräkningen konvergerar snabbt men det finns inget teoretiskt underlag för denna metod.

Varianskvoten erhålles som

$$C^2 = \frac{s_0 + s_1}{2s_1}, \quad (6.2)$$

ett samband som är redovisat utan härledning.

Brilon och Grossmann (1991) diskuterar några olika sätt att beräkna fördröjning. De rekommenderar ett samband av Harders [1968] för medelväntetid:

$$w = \frac{1 - e^{-(qT + \lambda T_0)}}{\mu - \lambda} \quad (6.3)$$

dvs. medelväntetiden beror av reservkapaciteten. Det visar sig, se t.ex. Brilon och Grossman (1991) att om reservkapaciteten är konstant så kommer fördröjningen att vara i stort sett oberoende av förändringar i det överordnade flödet. Brilon (1995) beräknar fördröjningen med hjälp av reservkapaciteten för kösystemet (körfältet).

Dunne och Buckley (1975) förenklade Tanners (1962) resultat så att fördröjningen kunde uttryckas som en funktion av betjäningstiden för fordon som anländer utan kö (Adams' delay).

Benekohal och Bashar (1997) har provat en empirisk ansats. Genom mätningar har samband etablerats mellan den genomsnittliga betjäningstiden och det överordnade flödet samt mellan variansen för betjäningstiden och betjäningstiden. Dessa användes sedan i en M/G/1-modell som gav god överensstämmelse med uppmätta data.

## 7. Icke-stationära förhållanden

### 7.1 Inledning

Innebörden av icke-stationaritet är att kösystemet inte är tidsberoende. Detta kan innebära antingen att systemet är överbelastat, dvs. att  $\rho > 1$  eller att  $\lambda$  och  $\mu$  varierar med tiden. Ofta gäller båda, t.ex. under högtrafiktid då trafikflödet ökar till dess att kapacitetsgränsen nås.

### 7.2 Överskriden kapacitet

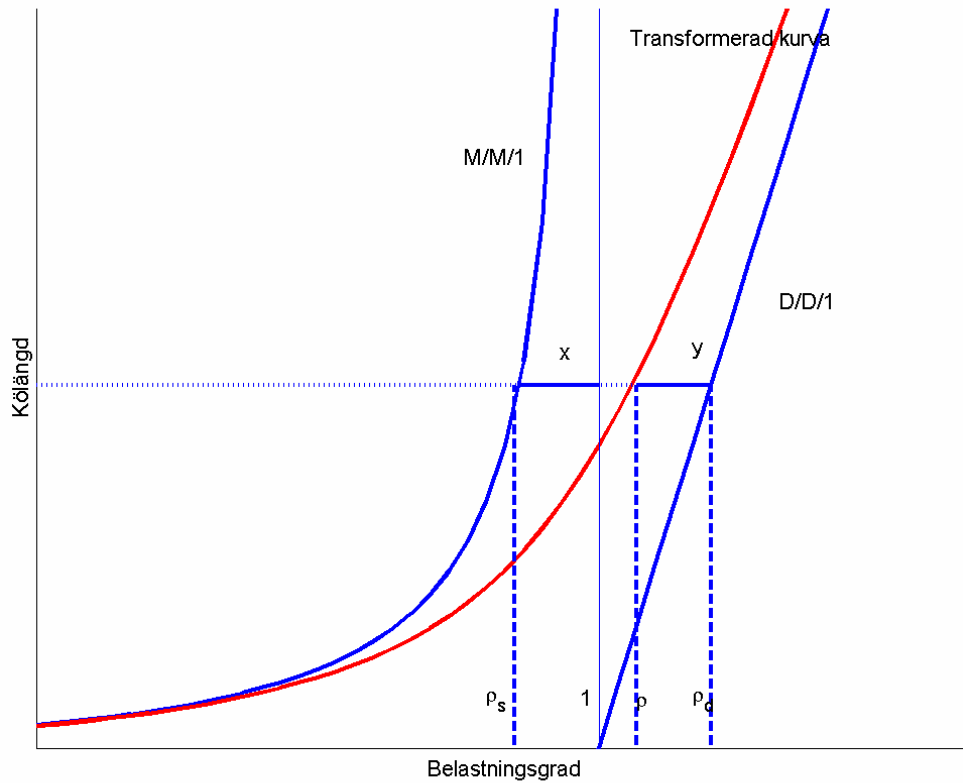
Om kapaciteten är överskriden kommer de ovan redovisade sambanden inte att vara användbara. Den vanliga lösningen på detta är att utnyttja det förhållandet att gränsvärdet av  $\rho \rightarrow 1$  är den stationära lösningen medan gränsvärdet av  $\rho \rightarrow \infty$  är den deterministiska lösningen  $D/D/1$ . Det går att sammanlägga dessa lösningar med koordinattransformationsmetoden. Metoden finns först beskriven av Doherty [1977] och Kimber och Hollis (1978, 1979).

När belastningsgraden är större än ett kommer den del av det ankommande flödet som överstiger kapaciteten att ackumuleras. Efter tiden  $t$  blir kölängden

$$L = (\rho - 1) K t + 1 \quad (7.1)$$

(det finns alltid ett fordon i kön).

Vid låga belastningsgrader antas det vara rimligt att  $M/M/1$  systemet ger en god beskrivning av kölängden medan  $D/D/1$  systemet antas ge en god beskrivning när belastningsgraden är mycket större än 1. De båda sambanden kan sammanläggas med koordinattransformationsmetoden.



Figur 7. 1. Illustration av koordinattransformationsmetoden.

Man vill finna en funktion som går mot den stationära M/M/1 kurvan när  $\rho \rightarrow 0$  och mot D/D/1 kurvan när  $\rho \rightarrow \infty$ . Avståndet från M/M/1 kurvan till  $B=1$ ,  $x$  i figur 7.1, ska då vara lika med avståndet från den transformerade kurvan till D/D/1 kurvan  $y$ ; eller  $1 - \rho_s = \rho_d - \rho$ , där  $\rho$  betecknar belastningsgraden för den nya funktionen, och indexen  $s$  och  $d$  betecknar belastningsgraden för M/M/1 resp. D/D/1 systemet. Sambanden mellan belastningsgrad och kölängd  $\rho_s = \frac{L}{L+1}$

resp.  $\rho_d = \frac{L-1}{Kt} + 1$ .

Sätter vi in detta i sambandet ovan fås

$$L = \left\{ -Kt(1-\rho) + \left( K^2 t^2 (1-\rho)^2 + 4(\rho Kt + 1) \right)^{1/2} \right\} / 2. \quad (7.2)$$

Fördrojningen kan beräknas på motsvarande sätt. Den tid som man väntar i kön innan betjäningen börjar blir för M/M/1 resp. D/D/1 systemen

$$w_q = \frac{\rho}{K(1-\rho)} \text{ resp. } w_q = \frac{(\rho-1)t}{2}, \text{ vilket ger}$$

$$w_q = \left\{ -(2 + Kt - \rho Kt) + \left( (2 + Kt - \rho Kt)^2 + 8K\rho t \right)^{1/2} \right\} / (4K). \quad (7.3)$$

Jämförelser av olika modeller görs av Fisk och Tan (1989) som också redovisar en utvidgning av koordinattransformationsmetoden till ett kösystem med två olika kunder (t.ex. olika köriktningar eller olika fordonstyper). Brilon (1995) beräknar fördrojningen med hjälp av reservkapaciteten

för kösystemet (körfältet) och utnyttjar koordinattransformationsmetoden för att generalisera beräkningen till fall med överbelastning.

Viss kritik har dock riktats mot koordinattransformationsmetoden. Den första kritiken levererades av Hurdle (1984). Sammanläggningen av de båda fördröjningssambanden sker så att den koordinattransformerade funktionen ska närma sig D/D/1 systemet så som M/M/1 systemet närmar sig  $\rho=1$ , men det finns inget som säger att systemet uppför sig så. En möjlighet att hantera detta är att införa konstanter i det erhållna sambandet. Exempel på detta ges av Hurdle (1984). En möjlighet är att ändra lutningen på D/D/1-kurvan. En annan möjlighet ges av Tan (1997), som inför två nya parametrar. Den ena är en kalibreringsparameter för kölängden ( $\xi$ ), den andra en parameter ( $\psi$ ) som reglerar hur snabbt den transformerade kurvan närmar sig D/D/1-kurvan. För den teoretiska kurvan har de båda parametrarna värdet 1. Tan bestämde samband för de båda parametrarna och fann att följande samband gav ganska bra resultat:

$$\xi = 1 + \rho^3 \text{ respektive}$$

$$\psi = \frac{1}{1 + 0.2\min(\rho, 1.5)}$$

Ett viktigt konstaterade blir därmed att fördröjningssambanden förmodligen måste kalibreras mot mätdata.

Troutbeck och Blogg (1998) konstaterar också en del problem med koordinattransformationsmetoden, bland annat att den innehåller en diskontinuitet.

Den australiensiska handboken för cirkulationsplatser (AUSTROADS 1993) använder ett samband som går tillbaka till Tanner (1962) och Dunne and Buckley (1975). Det bygger på betjäningstiden för fordon som ankommer när det ej finns någon kö och korrigeras med en faktor som är omvänt proportionellt mot  $1-\rho$ . Sambandet liknar det som gäller för ett M/M/1-system. I AUSTROADS (1993) har detta samband förändrats med hjälp av koordinattransformationen för att klara överbelastning.

I HCM 1997 (Transportation Research Board 1998) utnyttjas också en metod baserad på koordinattransformation, nämligen samma som används i SIDRA (Akçelik 1992).

Överbelastning innebär att en del av den trafik som anländer under en viss timme, t.ex. under dimensionerande timme, kommer att avvecklas under efterföljande timme. Fördröjningen bör därför inkludera den fördröjning som fordon som avvecklas efter denna timme utsätts för. HCM 1985 baseras, enligt Roupail och Akçelik (1992), ej på denna ansats. Det samma gäller för CAPCAL.

En annan ansats bygger på diffusionsekvationen (Newell 1982). Till skillnad från koordinattransformationsmetoden står denna på en solid fysikalisk grund. Troutbeck and Blogg (1998) använde Newells ansats för att beräkna olika karakteristika för kösystem och kund konstaterar att denna ansats är överlägsen koordinattransformationsmetoden.

### 7.3 Varierande intensitet

En metod som kan användas om man vill beräkna effekten av icke-stationära ankomster, utvecklad av Kimber och Hollis (1979), är att stega sig fram i korta tidsintervall. Kölängden vid slutet av en period blir då indata till beräkningen för nästa period. Ett medelvärde kan därefter beräknas.

Egentligen, om problemet ska angripas korrekt, bör också variationer i det överordnade flödet hanteras. Kapaciteten kommer då att ändras för varje intervall vilket Kimber och Hollis ej förutsatte.

## 8. Nationella beräkningsmetoder

### 8.1 Den svenska beräkningsmetoden

#### 8.1.1 Fördröjning

I CAPCAL(Vägverket 1995) användes ett M/G/2-samband. Medelbetjäningstiderna vid kö uttrycks som det inverterade värdet av kapaciteten och medelbetjäningstiden utan kö som Adam's delay. En genomsnittlig betjäningstid beräknas därefter enligt (6.1), varefter (4.1) kan användas för att beräkna väntetiden med varianskvoten från (6.2). Detta samband används för belastningsgrader under 0.8. Om belastningsgraden överstiger 1.4 används ett D/D/1-samband:

$$w_q = \frac{t(\rho - 1)}{2} \quad (8.1)$$

där  $t$  är den tidsperiod (i sekunder, normalt 3600) som avses. Mellan dessa båda samband görs en linjär interpolation.

Total interaktionsfördröjning ges av

$$w = s + w_q \quad (8.2)$$

För beskrivning av geometrisk fördröjning hänvisas till Vägverket (1995).

#### 8.1.2 Kölängd

Kölängden ges av Little's formel (3.3). Den kölängs som underskrides under  $p$  100% av tiden ges av

$$L_p = \frac{\ln(1-p)}{\ln\left(\frac{L}{L-1}\right)} \quad (8.3)$$

när belastningsgraden är under 0.8. (8.3) bygger på att kölängden är geometriskt fördelad. 90-percentilen anges.

Om belastningsgraden är större än 1.4 ges kölängden av

$$L_q = \frac{t(\lambda - \mu)}{2} \quad (8.4)$$

90-percentilen ges som

$$L_{0,9} = 1.8 L \quad (8.5)$$

eftersom kölängden växer linjärt. Kölängden då belastningsgraden är mellan 0.8 och 1.4 beräknas genom interpolation.

#### 8.1.3 Andel fördröjda

Andel av fordonen som anländer när det är kö ges av

$$p_q = \rho \quad (8.6)$$

Andel av fordonen där det första tidsavståndet ej accepteras ges av

$$p_f = (1 - \rho)(1 - e^{-T\lambda}) \quad (8.7)$$

Uttrycket baseras på ett antagande om exponentialfördelade överordnade tidsavstånd.

Andel fördröjda av interaktioner med överordnade fordon ges slutligen av

$$p_c = p_q + p_f \quad (8.8)$$

Andel som stannar beräknas som

$$p_s = P(w > w_{ref}) p_c = p_c e^{-w_{ref}/w} \quad (8.9)$$

där  $w_{ref} = \frac{v}{2R}$ .  $v$  är hastigheten för inkommande fordon före retardation och  $R$  en retardationskonstant. (8.9) baseras på ett antagande om exponentialfördelade väntetider.

## 8.2 Den amerikanska beräkningsmetoden

I HCM (Transportation Research Record 1998) används följande samband

$$w = s + 900H \left( \rho - 1 + \left( (\rho - 1)^2 + \frac{2s\rho}{450H} \right)^{0.5} \right) \quad (8.10)$$

där  $H$  är längden på den tidsperiod som ska beräknas. Den första termen avser betjäningstiden, dvs. den deterministiska fördröjningskomponenten medan den andra avser den slumpmässiga komponenten. Multiplikationen av den andra termen i rotuttrycket innebär en transformation av D/D/1-kurvan (minskande lutning). 95-percentiel för kölängden ges i diagram.

## 8.3 Den australiensiska beräkningsmetoden

Den modell som används i SIDRA (Akçelik 1998) är avsevärt mer komplicerad:

$$w = \frac{s_1(1 + 0.3y^{0.2})}{1 - y} + 900H \left( z + \left( z^2 + \frac{8k(\rho - \rho_0)}{\mu H} + \frac{16kN_i}{(\mu H)^2} \right)^{0.5} \right) \quad (8.11)$$

$$\text{där } k = 0.2\alpha_u \left( \frac{g}{T_0} \right)^{1.3} y^{-0.4} s_1 \mu \quad (8.12)$$

och där  $\alpha_u$  hänför sig till den underordnade strömmen,  $g$  är ekvivalent gröntid,

$$g = \frac{1 - q\Delta}{q\alpha} + T_0 - l \quad (8.13)$$

och  $z$  en modellparameter, beroende av bland annat belastningsgraden. Såväl (8.11) som (8.10) är baserade på koordinattransformationsmetoden, vilket kan anas genom jämförelse med (7.1).

Dessa tre modeller bygger alla, men i olika grad på utnyttjandet av D/D/1 sambandet vid överbelastning.

Också uttrycket för kölängd är komplicerat och refereras ej här.

## 9. Utvärdering av fördröjningssamband

Fisk och Tan (1989) använde de av dem härledda M/G2/1 sambandet för en utvärdering av några modeller för beräkning av väntetid, nämligen

- Tanners (1962) samband med exponentialfördelade tidsavstånd på överordnad led
- M/G/1, egentligen det samband som används i CAPCAL (Vägverket 1995) men med varianskvoten satt till 1, vilket innebär ett M/M/1 system
- Adams' (1936) fördröjningssamband, som egentligen är betjäningstiden för fordon som ankommer utan kö.

Såväl Tanners samband som M/G/1 systemet överensstämde mycket väl med Fisk och Tan's M/G2/1 system medan Adams' samband underskattade fördröjningen. Detta samband beskriver inte det faktiska kösystemet särskilt väl eftersom kösituationerna ej behandlas. Till Adams försvar ska dock sägas att han modellerade fotgängare som antogs kunna passera korsningen samtidigt. Felet uppstår när man använder sambandet för motorfordon med följdttider  $> 0$ . Noteras bör att betjäningstiden, som detta samband egentligen avser, är teoretiskt fel eftersom härledningen lider av det fel som Daganzo (1977) påpekade.

En slutsats av denna utvärdering är att förenklade samband kan vara fullt tillräckliga för att beräkna väntetiden. En jämförelse av beräknad och uppmätt väntetid visade ganska stora skillnader, en skillnad som förklarades av att de undersökta modellerna ej beaktade att tidsavstånden på överordnad led ej är exponentialfördelade. Tyvärr redovisas inte några resultat baserade på t.ex. M3 fördelade tidsavstånd på överordnade led. En beräkning baserad på M1- respektive M3-fördelade tidsavstånd redovisas i tabell 11.1 nedan. Det kan konstateras att antagandet om M3-fördelade tidsavstånd (egentligen specialfallet Tannerfördelade) ger sämre resultat än M1 antagandet, framförallt när belastningsgraden är hög.

$T$	$T_0$	$q$	$\lambda$	$\mu_{M1}$	$w_{M1}$	$\mu_{M3}$	$w_{M3}$	obs.
4.86	3	1280	48	346.7	12.1	170.3	29.4	17.19
5.00	2	280	132	1317.4	3.0	1127.6	3.6	3.89
5.18	3	1055	204	395.3	18.8	220.0	225.3	22.73
3.23	2	680	311	1174.2	4.2	804.8	7.3	6.26
3.65	2	680	38	1084.7	3.4	743.4	5.1	3.76

**Tabell 11.1. Beräkning av fördröjning  $\Delta=2$  si M3-fördelningen. M1 och M3 står för fördelningsantagande. obs är värden från Fisk och Tan (1989).**

Troutbeck och Walsh (1994) jämför olika ansatser – direkt från den kritiska tidsavståndsteorin och från köteori – för utveckling av beräkningsformler för fördröjning. Med simulering jämförs några av dessa ansatser. Bland annat visas att den modell som används i CAPCAL, där den genomsnittliga betjäningstiden ges som ett viktat medelvärde av betjäningstiderna för fordon som stannar respektive ej stannar (dvs. som ankommer när det ej finns kö respektive när det finns kö) underskattar fördröjningen. Resultaten stämmer inte mot de som Fisk och Tan (1989) redovisar.

Schnabel (1994) har jämfört beräknad och uppmätt fördröjning med förhållandevis stora skillnader som resultat. Den beräknade fördröjningen är i allmänhet större än den uppmätta.



## 10. Slutsatser

Tillämpningen av köteori på korsningar medför en lång rad svårigheter. Till dessa hör:

- Förekomsten av två olika betjäningstider.
- Flera olika typer av kunder i kön.
- Avvikelser från FCFS disciplinen (köer med förtur).
- Väntevärdet av såväl tidsavstånden mellan ankomster till systemet som betjäningstiderna varierar.
- Belastningsgraden kan vara större än 1.

Samtliga problem har fått lösningar, åtminstone för enkla fall, men det existerar inga simultana lösningar på dessa problem. Problemet med två betjäningstider har, för det stationära fallet, lösts på några olika sätt men inte i kombination med någon av de andra problemen. Detta innebär att lösningar som är matematiskt exakta (ibland saknas dock slutna lösningar) kan ha ett begränsat värde eftersom de sällan är tillämpliga i praktiken.

Studierna av Fisk och Tan (1989) stöder detta. Enkla kösystemsbeskrivningar, i princip ett M/M/1 system, visade sig ge en beräknad väntetid som i stort sett helt överensstämde med en exakt stationär lösning. Vid jämförelse med uppmätt väntetid fungerade den stationära lösningen sämre. En icke-stationär lösning (koordinattransformationsmetoden med två olika typer av kunder) gav god överensstämmelse med observerade data. Denna metod är dock teoretiskt svag och är behäftad med vissa fel. Tan (1997) har dock visat att det går att anpassa denna lösning till data genom att införa två kalibreringsparametrar.

Eftersom analytiskt korrekta lösningar på de svårigheter som redovisats ovan inte finns tillgängliga – med möjligt undantag för diffusionsekvationen – och med stor sannolikhet inte heller kommer att bli det under den närmaste tiden, återstår att använda olika förenklade metoder. Det finns då i princip två möjligheter att gå, att använda enkla, analytiska samband såsom en M/M/1-modell eller att använda enkla, analytiska samband kompletterade med kalibreringsparametrar för modifiering av en kurvas lutning, för att ta ett exempel.

Att använda diffusionsekvationen, som står på en solid fysikalisk grund, förefaller att vara en annan möjlig väg att komma förbi de problem som köteoretiska modeller ger.

En rimlig ansats för fortsatt arbete torde vara att jämföra några olika modeller med observerad fördröjning och/eller kölängd mot såväl observerade som simulerade data.

## Referenser

- Adams W. F. (1936) Road traffic considered as a random series. *Journal of the Inst. Civ. Engrs*4.
- Akçelik R. (1992) *Roundabout capacity and performance analysis using SIDRA*. Summary Report, Australian Road Research Board.
- Akçelik, R. (1993) *Traffic signals capacity and timing analysis* Research Report ARR 123, Fifth Reprint. Australian Road Research Board.
- Akçelik R. (1998) *Roundabouts Capacity and performance analysis* Research Report ARR 321. Australian Road Research Board.
- Alfa A. S. and Neuts M. (1995) Modelling Vehicular Traffic Using the Discrete Time Markovian Arrival Process. *Transportation Science* 29(2).
- AUSTROADS (1993) *Guide to traffic engineering practice. Part 6. Roundabouts*
- Benekohal R. and Bashar A.-O. (1997) Development of Delay Models for Stop-Controlled Intersections Using Queuing Theory. *Proceedings of the Third International Symposium on Intersections Without Traffic Signals* Portland, Or., USA.
- Brilon W. (1988) Recent Developments in Calculation Methods for Unsignalized Intersections in West Germany. Intersections without Traffic Signals. In W. Brilon (ed.) *Intersection Without Traffic Signals* Proceedings of an International Workshop in Bochum, West Germany. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Brilon W. (1995) Delays at Oversaturated Unsignalized Intersections Based on reserve Capacities. *Transportation Research Record* 1484. Transportation Research Board, Washington DC.
- Brilon W. and Grossman M. (1991) Calculation Procedures for German Practice: Intersections without Traffic Signals. W. Brilon (ed.) *Intersection Without Traffic Signals II*. Proceedings of an International Workshop in Bochum, Germany. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Catchpole E. A. and Plank A. W. (1986) The capacity of a priority intersection. *Transportation Research* 20(6).
- Daganzo C. (1977) Traffic delay at unsignalized intersections; clarification of some issues. *Transportation Science* 11(2).
- Doherty A. R. [1977] A comprehensive junction delay formula, LTR1 Working Paper, Department of Transport.
- Dunne M. C. and Buckley D. J. (1972) Delays and capacities at unsignalised intersections. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> ARRB Conference*, vol. 6, part 3.
- Fisk C. S. (1989) Priority intersection capacity: A generalization of Tanner's formula. *Transportation Research* 23B(4).
- Fisk C.S. and Tan H. H. (1989) Delay analysis for priority intersections. *Transportation Research* 23B(6).

- Gazis D., Newell G. F., Warren P. and Weiss G. H. (1967) The delay problem for crossing a n-lane highway. *Proceedings 3<sup>rd</sup> Int. Symp. on the Theory of Traffic Flow*, New York.
- Gross D. and Harris C. M. (1974) *Fundamentals of Queuing Theory*. Wiley, New York.
- Hagring (1998) A further generalization of Tanner's formula. *Transportation Research 32B(6)*.
- Hagring, O. (2000a) *Framkomlighet i korsningar utan trafiksignaler – en litteraturoversikt*. Bulletin 190. Institutionen för Teknik och samhälle, Trafikteknik, Lunds Tekniska Högskola, Lunds Universitet.
- Hagring, O. (2000b) *Framkomlighet i korsningar med trafiksignaler – en litteraturoversikt*. Bulletin 191. Institutionen för Teknik och samhälle, Trafikteknik, Lunds Tekniska Högskola, Lunds Universitet.
- Haight F.A. (1963) *Mathematical theories of traffic flow*. Academic Press, London.
- Harders J. [1968] *Die Leistungsfähigkeit nicht signal geregelter städtischer Verkehrsknoten*. Schriftenserie strassenbau und strassenverkehrstechnik, Heft 76.
- Hawkes A. G. (1968) Delay at traffic intersections. *J. Royal. Stat. Soc. B.* 28, 202-212.
- Heidemann D. (1991) Queue length and waiting-time distributions at priority intersections. *Transportation Research 25B(4)*.
- Heidemann D. and Wegmann H. (1997) Queuing at unsignalized intersections. *Transportation Research 31B(3)*.
- Hurdle V. F. (1984) Signalized Intersection Delay Models – A Primer for the Uninitiated. *Transportation Research Record 971*. Transportation Research Board, Washington D.C.
- Kimber R. M. and Hollis E. (1978) Peak-period traffic delays at road junction and other bottle-necks. *Traffic Engineering & Control 19(10)*.
- Kimber R. M. and Hollis E. (1979) *Traffic queues and delays at road junctions* Transport and Road Research Laboratory, Laboratory Report 909. Crowthorne, England.
- Kremser, H. [1962] *Ein einfaches Wartezeitproblem bei einem Poissonschen Verkehrsfluß*. Österreichisches Ingenieur-Archiv, 16, 1962.
- Madanat S., Cassidy M. and Wang M.-H. (1994) Probabilistic Delay Model at Stop-Controlled Intersection. *Journal of Transportation Engineering* 120(5).
- Neuts M. (1981) *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models – An Algorithmic Approach*. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1981.
- Newell G. F. (1982) *Applications of Queuing Theory*. Chapman and Hall, London.
- Rouphail N. and Akçelik R. (1992) Oversaturation Delay Estimates with Consideration of Peak-ing. *Transportation Research Record 1365*. Transportation Research Board, Washington DC.

- Rydén T. (2000) *Topics in Applied Probability*. Centrum scientarium mathematicarum. Lunds Universitet.
- Råde L. och Westergren B. (1993). *BETA Mathematics Handbook*, Studentlitteratur.
- Schnabel W. (1994) Traffic operations on roundabouts. In R. Akçelik (ed.) *Proceedings of the Second International Symposium on Highway Capacity*. Sydney, Australia.
- Tan J. (1997) Estimation of Traffic Queues and Delays at Roundabout Entries. In Proceedings of the Third International Symposium on *Intersections Without Traffic Signals*, Portland, Or., USA.
- Tanner J.C. (1962) A theoretical analysis of delays at an uncontrolled intersection. *Biometrika* **49** (1-2).
- Tanner J.C. (1967) The capacity of an uncontrolled intersection. *Biometrika* **54** (3-4).
- Teply, S., Richardson, D., Schnablegger, J. and Stephenson, B. (1995) *Canadian Capacity Guide for Signalized Intersections* Institute of Transportation Engineers District 7 – Canada.
- Transportation Research Board. (1998) *Highway Capacity Manual*. Special Report 209, Third Edition, Washington D. C.
- Troutbeck R. J. (1986) Average delay at an unsignalized intersection with two major streams each having a dichotomized headway distribution. *Transportation Science* **20**(4).
- Troutbeck R. J. and Walsh D. J. (1994) The Difference Between Queueing Theory and Gap Acceptance Theory. In R. Akçelik (ed.) *Proceedings of the Second International Symposium on Highway Capacity*. Sydney, Australia.
- Troutbeck R. and Blogg M. (1998) Queueing at Congested Intersections. *Transportation Research Record* **1646**. Transportation Research Board, Washington D.C.
- Vägverket. (1995) *CAPCAL. Model description of Intersection without traffic signals* Report 1995:007E. Borlänge, Sweden.
- Wu N. (1994) An Approximation for the Distribution of Queue Length at Unsignalised Intersections. In R. Akçelik (ed.) *Proceedings of the Second International Symposium on Highway Capacity*. Sydney, Australia.
- Wu N. (1998) Impedance effects for streams of higher ranks at unsignalised intersections. In R. Rysgaard (ed.) *Proceedings of the third international symposium on highway capacity*. Copenhagen, Denmark.
- Yeo G. F. [1962] Single server queues with modified service mechanisms. *J. Aust. Math. Soc.* **2**, 499-507.
- Yeo G. F. and Weesakul B. (1964) *Delays to road traffic at an intersection*. *J. Appl. Prob.* **1**, 297-310.