



# LUND UNIVERSITY

## Partialkoefficientmetoden - Arbetsrapport för forskningsprojektet: Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer

Carlsson, Fredrik

2010

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Carlsson, F. (2010). *Partialkoefficientmetoden - Arbetsrapport för forskningsprojektet: Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer*. (TVIT; Vol. TVIT-7060). Avd Installationsteknik, LTH, Lunds universitet.

*Total number of authors:*

1

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00

# Partialkoefficientmetoden

Arbetsrapport för forskningsprojektet:  
Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning  
i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer

Med stöd från Energimyndigheten 30007-1 och SBUF 11768

*Fredrik Carlsson*

---

Avdelningen för installationsteknik  
Institutionen för bygg- och miljöteknologi  
Lunds tekniska högskola  
Lunds universitet, 2010  
Rapport TVIT--10/7060



## Lunds Universitet

Lunds Universitet, med nio fakulteter samt ett antal forskningscentra och specialhögskolor, är Skandinaviens största enhet för forskning och högre utbildning. Huvuddelen av universitetet ligger i Lund, som har 100 400 invånare. En del forsknings- och utbildningsinstitutioner är dock belägna i Malmö, Helsingborg och Ljungbyhed. Lunds Universitet grundades 1666 och har idag totalt 6 000 anställda och 41 000 studerande som deltar i ett 90-tal utbildningsprogram och ca 1000 fristående kurser erbjudna av 88 institutioner.

## Avdelningen för installationsteknik

Avdelningen för Installationsteknik tillhör institutionen för Bygg- och miljöteknologi på Lunds Tekniska Högskola, som utgör den tekniska fakulteten vid Lunds Universitet. Installationsteknik omfattar installationernas funktion vid påverkan av människor, verksamhet, byggnad och klimat. Forskningen har en systemanalytisk och metodutvecklande inriktning med syfte att utforma energieffektiva och funktionssäkra installationssystem och byggnader som ger bra inneklimat.

Nuvarande forskning innefattar bl a utveckling av metoder för utveckling av beräkningsmetoder för godtyckliga flödessystem, konvertering av direktelvärmdda hus till alternativa värmesystem, vädring och ventilation i skolor, system för brandsäkerhet, alternativa sätt att förhindra rök-spridning vid brand, installationernas belastning på yttre miljön, att betrakta byggnad och installationer som ett byggnadstekniskt system, analysera och beräkna inneklimatet i olika typer av byggnader, effekter av brukarnas beteende för energianvändning, reglering av golvvärmesystem, bestämning av luftflöden i byggnader med hjälp av spårgasmetod. Vi utvecklar även användbara projekteringsverktyg för energi och inomhusklimat, system för individuell energimätning i flerbostadshus samt olika analysverktyg för optimering av ventilationsanläggningar hos industrin.

# Partialkoefficientmetoden

Arbetsrapport för forskningsprojektet:  
Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning  
i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer

Med stöd från Energimyndigheten 30007-1 och SBUF 11768

*Fredrik Carlsson*

© Fredrik Carlsson, 2010  
ISRN LUTVDG/TVIT--10/7060--SE(39)

Avdelningen för installationsteknik  
Institutionen för bygg- och miljöteknologi  
Lunds tekniska högskola  
Lunds universitet  
Box 118  
221 00 LUND

## Innehållsförteckning

<b>1. Inledning</b> .....	<b>5</b>
1.1. Bakgrund.....	5
1.2. Syfte och genomförande.....	6
1.3. Innehåll och struktur.....	6
<b>2. Energiberäkningar</b> .....	<b>7</b>
<b>3. Grundläggande tillförlitlighetsteori</b> .....	<b>11</b>
<b>4. Exempel, ”Moderna hus”</b> .....	<b>17</b>
4.1. Analys på medelvärdes nivå.....	18
4.2. Sannolikhetsbaserad analys baserat på ekvation 27.....	19
4.3. Sannolikhetsbaserad analys baserat på ekvation 26.....	19
<b>5. Tillförlitlighetsbaserad kalibrering av partialkoefficienter</b> .....	<b>23</b>
<b>6. Kalibrering av partialkoefficienter för exemplet ”Moderna hus”</b> .....	<b>29</b>
<b>7. Sammanfattning och fortsatt arbete</b> .....	<b>35</b>
7.1. Sammanfattning .....	35
7.2. Fortsatt arbete.....	36
<b>8. Referenser</b> .....	<b>37</b>
<b><u>9.</u> Appendix Korrollerade variabler</b> .....	<b>39</b>



## 1. Inledning

Denna arbetsrapport skriven av Fredrik Carlsson anställd vid avdelningen för Konstruktions- teknik i samarbete med avdelningen för Installationsteknik och som en del av forsknings- projekt med titeln Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer med stöd från Energimyndigheten och SBUF.

### 1.1. Bakgrund

Det är inte ovanligt att energikalkyler som är gjorda i början av byggprocessen underskattar byggnadens verkliga energibehov, se tex. Bagge (2007). Den faktiska energianvändningen är i många fall större än den kalkylerade. Det innebär att det blir problem för fastighetsägare att upprätta realistiska driftsbudgetar. Det blir också problem att upprätta trovärdiga lönsamhetskalkyler för energibesparande åtgärder så som byte av fönster eller uppvärmningssystem.

Ett annat problem med de osäkra energibehovsberäkningarna är att Boverket kommer införa nya energihushållningskrav. Kraven innehåller stora friheter angående byggnadernas utformning men energiförbrukningen får inte överskrida ett visst krav uttryckt i kWh/m<sup>2</sup>. Att kraven inte överskrids kommer att kontrolleras 2 år efter det att byggnaden färdigställts. Eftersom att vissa av variablerna som ingår i energiberäkningarna är stokastiska och beroende av klimatet, tex. att värmetransmissionen genom en vägg är starkt beroende av temperaturdifferensen över väggen, kan det inte uteslutas att energibehovet vissa år kommer bli större än beräknat. För att möta det faktumet har Boverket bestämt att kravet inte får överskridas mer än, i medeltal, en gång per tionde år.

Energibehovsberäkningar beror av ett stort antal variabler tex. skillnaden mellan utom- och inomhustemperaturen, materialens värmeövergångskoefficienter, köldbryggor, ventilationsflöden, läckflöden, solstrålning, osv. Många av dessa variabler är stokastiska, dvs. de har en spridning. I dagsläget är variablerna som ingår i energibehovsberäkningarna deterministiska vilket innebär att resultatet är ett absolut tal. Det innebär också att man inte kan uttala sig om hur stor sannolikheten är att det beräknade energibehovet överskrids.

För att kunna förutse hur stor sannolikheten är att Boverkets krav överskrids skulle man behöva utföra probabilistiska analyser som tar hänsyn till variablernas spridning. I en probabilistisk analys utgår man från en brottekvation som är mycket lik den som utnyttjas i en ordinär deterministisk analys. En skillnad mellan en probabilistisk analys jämfört med en deterministisk analys är att man utgår från variablernas fördelningsfunktion i en probabilistisk analys, man tar hänsyn till spridningen vilket inte är möjligt i en deterministisk analys. Det innebär att man tar hänsyn till variablernas variation i den probabilistiska analysen vilket man inte gör i den ordinära analysen. En annan väsentlig skillnad är resultatet. Den ordinära analysen ger ett absolut värde som svarar på om byggnaden uppfyller kraven eller inte. Den sannolikhetsbaserade analysen svarar på hur stor sannolikheten är att byggnaden uppfyller Boverkets krav.

För att kunna genomföra sannolikhetsbaserade analyser måste det finnas information om de i brottekvationen ingående variablernas fördelningsfunktioner. Det krävs också kunskap och någon typ av mjukvara för att kunna genomföra analyserna. I våra byggnormer, BKR (2003) som behandlar byggnadskonstruktioner finns det definierat vilken säkerhetsnivå våra konstruktioner skall ha, tex. för broar skall brotsannolikheten inte vara större än 10e-6 per år. Dessa normer är deterministiska och utnyttjar en metod kallad partialkoefficientmetoden,



vilken innebär att hållfastheter och laster divideras respektive multipliceras med partialkoefficienter, dvs. absoluta tal större än 1. Partialkoefficienterna är kalibrerade mha. probabilistiska analyser så att säkerhetsnivån blir tillfredställande. Det innebär att man kan räkna deterministiskt och ändå vara övertygad om att säkerhetsnivån är tillfredställande.

## **1.2. Syfte och genomförande**

Syftet med detta projekt är att ta fram en beräkningsmodell så att energibehovsberäkningar blir tillförlitliga. Det innebär att det skall finnas en säkerhetsnivå som motsvarar att det beräknade energibehovet inte överskrider den verkliga energiförbrukningen mer än högst en gång på en tioårsperiod.

För att kunna göra en sådan beräkningsmodell måste det finnas statistisk information om alla de variabler som påverkar energibalansen. Första steget är att införskaffa sådan information. Nästa steg är att genomföra simuleringar med de statistiska fördelningarna som utgångspunkt för ett antal typhus. Många av termerna som ingår i energibehovsberäkningarna är uppbyggda av ett antal olika stokastiska variabler, tex. är transmissionsförlusterna beroende av väggens värmeledningstal, temperaturdifferensen osv. I simuleringarna kommer samtliga termers statistiska fördelningar att bestämmas. Utifrån den statistiska beskrivningen av dessa termer kommer probabilistiska analyser att genomföras. Utifrån dess analyser kan partialkoefficienter för varje enskild term i energibalansen kunna bestämmas så att säkerhetsnivån i energibehovsberäkningarna blir tillfredställande.

## **1.3. Innehåll och struktur**

I detta tidiga skede av projektet är första steget att hitta en metod för att kunna bestämma partialkoefficienterna. I denna rapport redovisas den metod som kommer att användas för detta syfte. Rapporten innehåller också en beskrivning av grundläggande tillförlitlighetsteori som är grunden för att kunna genomföra kalibreringen av partialkoefficienterna. Slutligen redovisas ett beräkningsexempel på hur en kalibrering kan genomföras, i detta fall har Skanskas Moderna hus använts. Det skall dock tilläggas att beskrivningen av de statistiska variablerna som ingår i analyserna inte alltid är vetenskapligt bestämd utan i många fall baserad på rimliga antagande, varför storleksordningen på de bestämda partialkoefficienterna kanske inte helt överensstämmer med verkligheten. Nedan följer en mer detaljerad beskrivning av innehållet i rapporten.

I avsnitt 2 beskrivs energibalansen enligt Boverkets definition. Avsnittet innehåller också en beskrivning av de ingående variablerna.

Avsnitt 3 behandlar grundläggande tillförlitlighetsteori.

I avsnitt 4 analyseras typexemplet, Moderna hus, både deterministiskt och probabilistiskt.

Avsnitt 5 behandlar grunderna i kalibreringsprocessen.

I avsnitt 6 bestäms partialkoefficienterna i energibalansen för exempelhuset.

Slutligen, i det sista avsnittet dras slutsatser av det genomförda arbetet. I detta avsnitt ges även en beskrivning av fortsatt arbete.

## 2. Energiberäkningar

Enligt Boverket skall bostäder vara utformade så att de inte överskrider energibehovet 110 kWh per m<sup>2</sup> brukararea i klimatzon söder och 130 i klimatzon norr under ett år. Ytan som avses är den uppvärmda ytan, dvs. utrymmen som är avsedda att uppvärmas till en temperatur högre än 10°C. Enligt Boverket beräknas den energi som måste tillföras byggnaden enligt ekvation 1.

$$Q_{\text{energi}} - Q_{\text{trans.}} - Q_{\text{vent.}} - Q_{\text{läck.}} - Q_{\text{tvv.}} - Q_{\text{dr}} - Q_{\text{fh.el}} + Q_{\text{tillskott}} + Q_{\text{åter}} = 0 \quad 1.$$

där  $Q_{\text{energi}}$  är tillförd energi, dvs köpt energi, övriga variabler är mer utförligt beskrivna i Tabell 1.

Tabell 1 Beskrivning av variabler kopplade till ekvation 1.

Beteckning:	Beskrivning
$Q_{\text{energi}}$	Beräknat normalårsbaserat behov av köpt energi vid normalt brukande
$Q_{\text{trans.}}$	Transmissionsförluster inklusive köldbryggor
$Q_{\text{vent.}}$	Ventilationsförluster
$Q_{\text{läck}}$	Läckageförluster, kall luft som läcker in och varm luft som läcker ut
$Q_{\text{tvv}}$	Värmebehov för tappvarmvatten
$Q_{\text{dr}}$	Distributionsförluster och reglerförluster
$Q_{\text{fh.el}}$	Fastighetsel
$Q_{\text{tillskott}}$	Tillskott från personer, solinstrålning och spillvärme från belysning och apparater samt vid produktion och distribution av värme- och tappvarmvattensystemet
$Q_{\text{åter}}$	Värme som kan återvinnas från ventilationssystemet och avloppsvattnet, samt energi från solceller, solfångare och dylikt

De flesta av termerna i ekvation 1 är uppbyggda av flera variabler. Nedan följer en noggrann redovisning av varje enskild term. Samtliga termer är uttryckta i enheten Wh per m<sup>2</sup> brukaryta och år.

### Transmissionsförluster

Energiflödet genom klimatskalet per m<sup>2</sup> brukararea under ett år beräknas enligt ekvation 2.

$$Q_{\text{trans.}} = \sum U \cdot \frac{A_{\text{skal}}}{A_{\text{BRA}}} \cdot \Delta T \cdot t + Q_{\text{köldbryggor}} \quad 2.$$

Variablerna relaterade till ekvation 2 beskrivs i Tabell 2.

Tabell 2 Beskrivning av variabler relaterade till ekvation 2

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$U$	Värmeövergångskoefficient	W/m <sup>2</sup> K
$A_{\text{skal}}$	Area klimatskal	m <sup>2</sup>
$A_{\text{BRA}}$	Brukararea	m <sup>2</sup>
$\Delta T$	Temperaturdifferens	K
$t$	Antal timmar under ett år (8760)	h
$Q_{\text{köldbryggor}}$	Energiflöde över köldbryggor	Wh/m <sup>2</sup>

Ekvation 2 kan förenklas genom att räkna med en genomsnittlig värmeövergångskoefficient,  $U_m$  i vilken köldbryggorna är inräknade. Transmissionsförlusterna beräknas då enligt ekvation 3.

$$Q_{trans.} = \sum U_m \cdot \frac{A_{skal}}{A_{BRA}} \cdot \Delta T \cdot t \quad 3.$$

### Ventilations- och läckageförluster

Ventilations- och läckageförlusterna uttryckt i  $Wh/m^2$  under ett år beräknas enligt ekvationerna 4 respektive 5

$$Q_{vent.} = q_{vent.} \cdot \frac{1}{A_{BRA}} \cdot \rho \cdot c_p \cdot \Delta T \cdot t \quad 4.$$

$$Q_{läck.} = q_{läck.} \cdot \frac{1}{A_{BRA}} \cdot \rho \cdot c_p \cdot \Delta T \cdot t \quad 5.$$

Variabler relaterade till ekvationerna 4 och 5 beskrivs utförligare i tabell 3.

*Tabell 3 Beskrivning av variabler relaterade till ekvationerna 4 och 5.*

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$q_{vent.}$	Ventilationsflöde	$m^3/s$
$\rho$	Luftens densitet	$kg/m^3$
$c_p$	Luftens värmekapacitet	$Ws/kg,K$
$A_{BRA}$	Brukararea	$m^2$
$\Delta T$	Temperaturdifferens	$K$
$t$	Antal timmar under ett år (8760)	$h$
$q_{läck.}$	Läckageflöde inklusive vädring	$m^3/s$

### Tappvarmvatten

Energiflödet,  $Wh/m^2$  av tappvarmvatten under ett år beräknas enligt ekvation 6.

$$Q_{tvv} = q_{tvv} \cdot \frac{1}{A_{BRA}} \cdot \rho \cdot c_v \cdot (T_{tvv} - T_{kv}) \cdot t \quad 6.$$

Variabler relaterade till ekvation 6 beskrivs i Tabell 4.

*Tabell 4 Beskrivning av variabler relaterade till ekvationerna 6.*

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$q_{tvv}$	Tappvarmvattenflöde	$m^3/s$
$\rho$	Vattnets densitet	$kg/m^3$
$c_v$	Vattnets värmekapacitet	$Ws/kg,K$
$t$	Antal timmar under ett år (8760)	$h$
$T_{tvv}$	Temperatur på tappvarmvattnet	$K$
$T_{kv}$	Temperatur på tappvattnet innan det värms upp	$K$
$A_{BRA}$	Brukararea	$m^2$
$t$	Tid	$s$

### Distributionsförluster

Distributionsförlusternas uppkommer i samband med transporter av varmvatten till kranar och uppvärmningssystem.

### Fastighetsel

Till fastighetsel räknas bla.

- Drift av pumpar och fläktar
- Belysning i gemensamma utrymmen
- Hissar
- Gemensam tvättstuga
- Osv.

### Återvinning

Den värmeenergi som kan återvinnas beräknas enligt ekvation 7

$$Q_{\text{åter}} = v_{\text{vent}} \cdot Q_{\text{vent}} + v_{\text{tvv}} \cdot Q_{\text{tvv}} \quad 7.$$

där  $v_{\text{vent}}$  och  $v_{\text{tvv}}$  är verkningsgraden för ventilationens respektive tappvarmvattnets värmeåtervinning. En värmepumps effektivitet beskrivs oftast med en värmefaktor  $v$ . Den värme som återvinns,  $Q_{\text{åter}}$  av en värmepump med värmefaktorn  $v$  beräknas enligt ekvation 8

$$Q_{\text{åter}} = (v - 1) \cdot Q_{\text{driftel}} \quad 8.$$

där  $Q_{\text{driftel}}$  är den el som krävs för att driva värmepumpen.

### Tillskott

Tillskottsvärmen utgörs av personvärme, solinstrålning och spillvärme från belysning/hushålls apparater och från distribution av värme. Tillskottsvärmen beräknas enligt ekvation 9.

$$Q_{\text{tillskott}} = p_{\text{hhel}} \cdot Q_{\text{hhel}} + p_{\text{tvv}} \cdot Q_{\text{tvv}} + Q_{\text{person}} + Q_{\text{sol}} \quad 9.$$

Variabler relaterade till ekvation 9 är utförligt beskrivna i Tabell 9.

Tabell 5 Beskrivning av variabler relaterade till ekvation 9.

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$p_{\text{hhel}}$	Andel av hushållselen som tillgodogörs som värmertilskott	-
$Q_{\text{hhel}}$	Hushållsel	Wh/m <sup>2</sup>
$p_{\text{tvv}}$	Andel av tappvarmvattnets värmeenergi som tillgodogörs som värmertilskott	-
$Q_{\text{tvv}}$	Varmvatten	Wh/m <sup>2</sup>
$Q_{\text{person}}$	Personenergi	Wh/m <sup>2</sup>
$Q_{\text{sol}}$	Solenergi	Wh/m <sup>2</sup>

Solenergin beräknas enligt ekvation 10.

$$Q_{sol} = \sum Q_{ack} \cdot \frac{A_{glas}}{A_{BRA}} \cdot g \quad 10.$$

Utförligare beskrivning av variablerna relaterade till ekvation 10 finns redovisade i tabell 6.

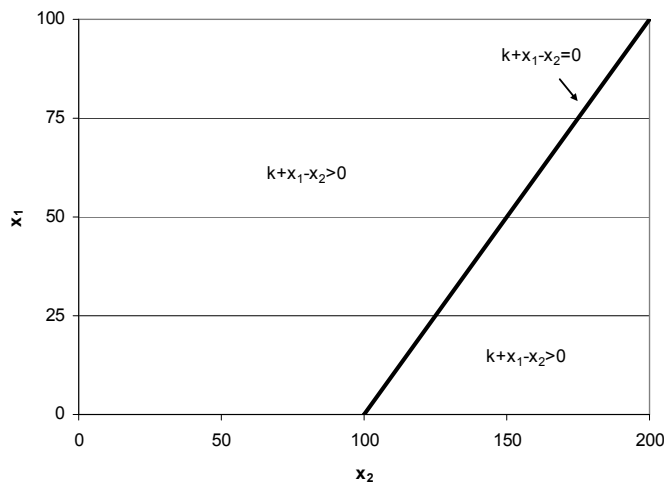
*Tabell 6 Beskrivning av variablerna relaterade till ekvation 10.*

<b>Beteckning</b>	<b>Beskrivning</b>	<b>Enhet</b>
$Q_{ack}$	Ackumulerad solinstrålning per kvm för aktuellt väderstreck	Wh/m <sup>2</sup>
$A_{glas}$	Glasarea för aktuellt väderstreck	m <sup>2</sup>
$A_{BRA}$	Brukararea	m <sup>2</sup>
$g$	Soltransmission	-

### 3. Grundläggande tillförlitlighetsteori

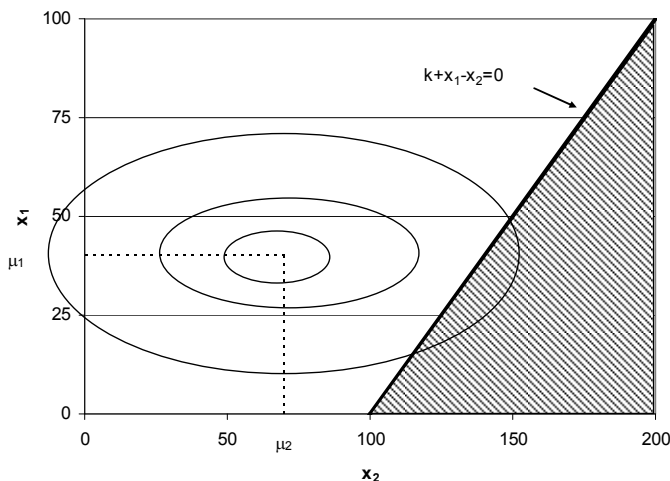
Sannolikheten att en konstruktion går till brott brukas benämnas  $p_f$ . Tillförlitligheten hos en konstruktion är den komplementära händelsen, dvs.  $1 - p_f$ . All dimensionering baseras på en brottfunktion,  $g$ . Antag att  $g$  är en funktion av två stokastiska variabler,  $x_1$  och  $x_2$ .

Gränstillståndet  $g(x_1, x_2) = 0$  delar, i detta fall rummet i två områden, ett säkert och ett osäkert,  $g(x_1, x_2) > 0$  respektive  $g(x_1, x_2) < 0$ . Låt gränsfunktionen vara av enkel art,  $g(x_1, x_2) = k + x_1 - x_2$ , där  $k$  är en konstant. För en sådan brottfunktion kan gränstillståndet och de båda områdena illustreras enligt Figur 1.



Figur 1 Illustration av gränsfunktionen.

Antag att variablerna  $x_1$  och  $x_2$  är normalfördelade och oberoende med medelvärden och standardavvikelser  $\mu_1$  och  $\mu_2$  respektive  $\sigma_1$  och  $\sigma_2$ . I Figur 2 visas nivåkurvorna för  $g$ 's täthetsfunktion tillsammans med brottfunktionen.



Figur 2 Nivåkurvor för  $g$ 's täthetsfunktion och brottfunktionen.

Brottsannolikheten  $p_f$  dvs.  $P(g < 0)$  skall tolkas som volymen under  $g$ 's täthetsfunktion inom det streckade området i Figur 2. Att beräkna volymen för att bestämma brottsannolikheten är inte särdeles enkelt, speciellt om det i brottekvationen ingår fler än två stokastiska variabler. Brottsannolikheten får en enkel geometrisk tolkning om variablerna skrivs om till standardiserade normalfördelade variabler dvs. med medelvärde och standardavvikelse 0 respektive 1 enligt nedan:

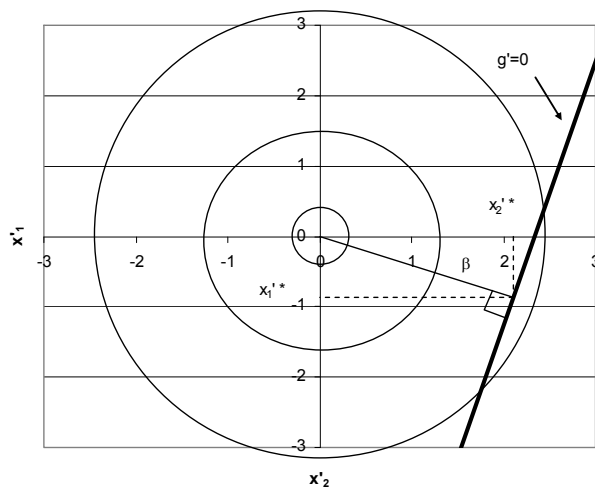
$$x_1' = \frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \tag{11}$$

$$x_2' = \frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2}$$

$x_1$  och  $x_2$  löses i ekvationerna ovan och sätts in i brottekvationen. Den nya brottekvationen uttryckt med de standardiserade normalfördelade variablerna får följande utseende:

$$g' = k + \sigma_1 x_1' + \mu_1 - \sigma_2 x_2' - \mu_2 \tag{12}$$

I Figur 3 visas nivålinjerna för  $g'$ 's täthetsfunktion tillsammans med brottekvationen.



Figur 3 Nivåkurvor för  $g'$ 's täthetsfunktion och brottekvationen.

Brottsannolikheten  $p_f$  beräknas enligt nedan

$$p_f = \phi(-\beta) \tag{13}$$

där  $\phi$  är den standardiserade normalfördelningen och  $\beta$  är säkerhetsindex. Säkerhetsindex är avståndet mellan origo och till den punkt på den standardiserade brottfunktionen som ligger närmst origo. Punkten benämns designpunkten. I det standardiserade koordinatsystemet beräknas koordinaterna för designpunkten enligt nedan

$$x_1^* = \alpha_{x_1} \beta \tag{14}$$

$$x_2^* = \alpha_{x_2} \beta$$

där  $\alpha_{x_1}$  och  $\alpha_{x_2}$  är känslighets faktorer, dvs. de beskriver hur viktiga de olika variablerna är i dimensioneringspunkten. Vektorn  $[\alpha_{x_1}, \alpha_{x_2}]$  är en enhetsvektor som är vinkelrät mot brottfunktionen, dvs. normalvektorn. Känslighetsfaktorerna beräknas enligt nedan:

$$\alpha_{x_i} = \frac{-\frac{\partial g'}{\partial x_i}}{\sqrt{\left(\frac{\partial g'}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g'}{\partial x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial g'}{\partial x_n}\right)^2}} \quad 15.$$

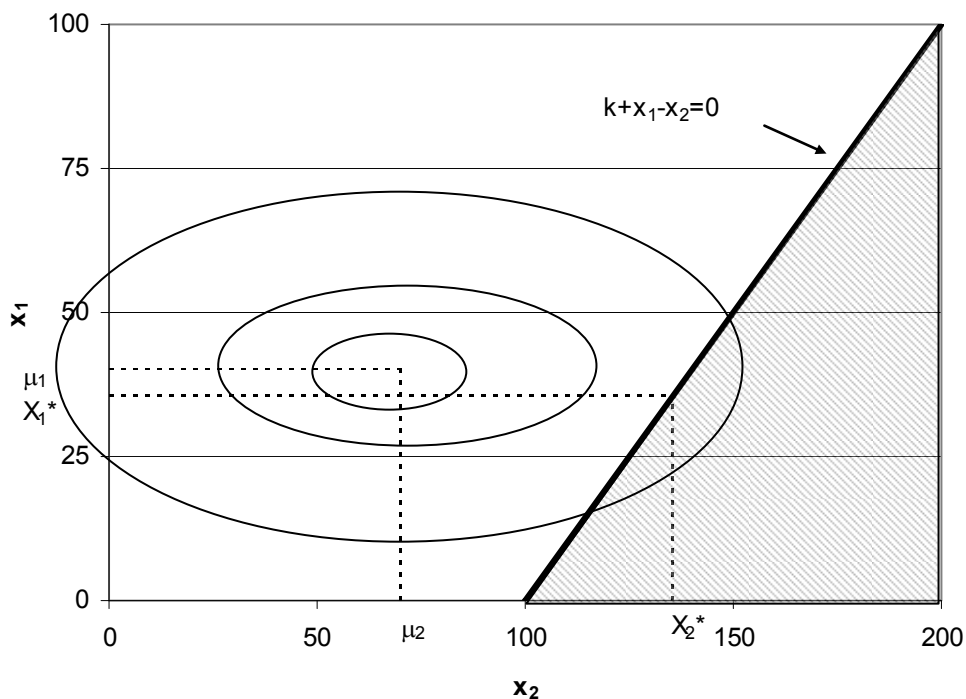
Säkerhetsindex  $\beta$  bestäms enligt nedan:

$$g'(\beta\alpha_{x_1}, \beta\alpha_{x_2}) = 0 \quad 16.$$

De partiella derivatorna i ekvationen ovan beräknas i designpunkten. I detta fall är känslighetsfaktorerna  $\alpha_{x_1}$  och  $\alpha_{x_2}$  lika med  $-\sigma_1$  respektive  $\sigma_2$ . Koordinaterna  $X_1^*$  och  $X_2^*$  för designpunkten i det icke normaliserade koordinatsystemet beräknas enligt nedan:

$$\begin{aligned} X_1^* &= \mu_{x_1} + \alpha_{x_1} \beta \sigma_{x_1} \\ X_2^* &= \mu_{x_2} + \alpha_{x_2} \beta \sigma_{x_2} \end{aligned} \quad 17.$$

Figur 4 visar nivålinjer för  $g$ 's täthetsfunktion tillsammans med brottfunktionen och designpunktens  $(X_1^*, X_2^*)$  läge.



Figur 4 Illustration av designpunkten.



Designpunkten är den punkt på brottfunktionen där sannolikheten för brott är som störst. I designpunkten gäller sambandet att  $g(X_1^*, X_2^*) = 0$ .

I många fall i praktiken är de stokastiska variablerna inte oberoende. Låt oss utgå från samma brottekvation,  $g(x_1, x_2) = k + x_1 - x_2$  och anta att  $x_1$  och  $x_2$  är beroende normalfördelade variabler med kovariansmatris enligt nedan.

$$C_X = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1} & \text{cov}_{x_1x_2} \\ \text{cov}_{x_2x_1} & \sigma_{x_2} \end{bmatrix} \quad 18.$$

och korrelationkoefficientmatris enligt nedan:

$$\rho_X = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{x_1x_2} \\ \rho_{x_2x_1} & 1 \end{bmatrix} \quad 19.$$

där korrelationskoefficienten beräknas enligt nedan:

$$\rho_{x_1x_2} = \frac{\text{cov}_{x_1x_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} \quad 20.$$

Korrelationens koefficienten är ett värde mellan -1 och 1. Om det endast finns värden i diagonalen i dessa båda matriser som är skiljda från 0 är variablerna okorrelerade. Låt oss utgå från att variablerna är korrelerade. Precis som tidigare är det första steget att uttrycka de stokastiska variablerna  $x_1$  och  $x_2$  som standardiserade normalfördelade variabler  $y_1$  och  $y_2$  enligt nedan:

$$y_1 = \frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \quad 21.$$

$$y_2 = \frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2}$$

Det innebär att  $Y$ 's kovariansmatris dvs.  $C_Y$  är lika med  $X$ 's korrelationskoefficientmatris, dvs.  $\rho_x$ . Nästa steg är att uttrycka  $Y$  som en vektor av okorrelerade stokastiska variabler. Ett lämpligt sätt är att utnyttja Cholesky faktorisering. Metoden är utförligare beskriven i Faber (2001).

Transformeringen för att göra variablerna okorrelerade kan uttryckas som

$$Y = TU \quad 22.$$

där  $T$  är en nedre triangulär matris enligt nedan:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho_{x_2x_1} & \sqrt{1 - \rho_{x_2x_1}^2} \end{bmatrix} \quad 23.$$

En bättre beskrivning av matrisen  $\mathbf{T}$  finns redovisad i appendix A. Ekvation 22 ger

$$\begin{aligned}y_1 &= u_1 \\ y_2 &= u_1 \rho_{x_1 x_2} + u_2 \sqrt{1 - \rho_{x_2 x_1}^2}\end{aligned}\tag{24}$$

Slutningen sätts ekvationerna 21 och 24 samman enligt nedan:

$$\begin{aligned}x_1 &= u_1 \sigma_1 + \mu_1 \\ x_2 &= u_1 \rho_{x_1 x_2} \sigma_2 + u_2 \sigma_2 \sqrt{1 - \rho_{x_2 x_1}^2} + \mu_2\end{aligned}\tag{25}$$

$x_1$  och  $x_2$  sätts in i brottekvationen. Eftersom den är linjär kan känslighetsfaktorerna bestämmas numeriskt och genom att utnyttja ekvation 15 kan säkerhetsindex bestämmas.



#### 4. Exempel, "Moderna hus"

I detta avsnitt studeras energibehovet för ett typhus, i detta fall Skanskas "Moderna hus". Analysen utgår från Boverkets definition av energibalans, se ekvation 26.

$$Q_{energi} + Q_{tillskott,hhel} + Q_{tillskott,tvv} + Q_{sol} + Q_{person} + Q_{äter} - Q_{trans} - Q_{vent} - Q_{läck} - Q_{tvv} - Q_{df,trans} - Q_{df,tvv} - Q_{fhel} = 0 \quad 26.$$

Ekvation 27 är samma som ekvation 26 dock med en tydligare beskrivning av vilka olika variabler som ingår i de olika termerna i ekvation 26.

$$Q_{energi} + p_{hhel} \cdot Q_{hhel} + p_{tvv} \cdot Q_{tvv} + Q_{sol} + Q_{person} + Q_{driftel}(v-1) - U_m \cdot \Delta T \cdot \frac{A_{skal}}{A_{BRA}} \cdot t - q_{vent} \cdot \Delta T \cdot c_p \cdot \delta \cdot t - q_{läck} \cdot \Delta T \cdot c_p \cdot \delta \cdot t - Q_{tvv} - 0,6 \cdot d_f \cdot U_m \cdot \Delta T \cdot \frac{A_{skal}}{A_{BRA}} \cdot t - d_f \cdot Q_{tvv} - Q_{fhel} = 0 \quad 27.$$

De variabler som är fetstilta i ekvation 27 är stokastiska. Samtliga variabelers numeriska värden är redovisade i Tabell 2. I ekvation 26 är många av variablerna starkt korrelerade, tex. ingår temperatur differensen ,  $\Delta T$  i många variabler, se ekvation 27.

Tabell 2 Sammanställning av variabler relaterade till ekvation 27. Numeriska värden för de olika variablerna är hämtade ur Lindell (2005).

Beteckning	Fördelning	Medelvärde	Standardavvikelse
$Q_{energi}$	Deterministisk	110 kWh/m <sup>2</sup>	-
$U_m$	Normalfördelad	0,48 W/m <sup>2</sup> K	0,015 W/m <sup>2</sup> K
$A_{skal}$	Deterministisk	2185	m <sup>2</sup>
$A_{BRA}$	Deterministisk	2476	m <sup>2</sup>
$\Delta T$	Normalfördelad	17,2 K	1,14 K
$t$	Deterministisk	8760 h	-
$q_{vent}$	Normalfördelad	0,335 l/m <sup>2</sup> s	0,005 l/m <sup>2</sup> s
$\rho$	Deterministisk	1,205 kg/m <sup>3</sup>	-
$c_p$	Deterministisk	1006 Ws/kgK	-
$q_{läck}$	Normalfördelad	0,120 l/m <sup>2</sup> s	0,017 l/m <sup>2</sup> s
$Q_{tvv}$	Normalfördelad	30 kWh/m <sup>2</sup>	2 kWh/m <sup>2</sup>
$d_f$	Normalfördelad	0,075	0,0125
$Q_{fhel}$	Normalfördelad	16 kWh/m <sup>2</sup>	1 kWh/m <sup>2</sup>
$p_{hhel}$	Normalfördelad	0,7	0,05
$Q_{hhel}$	Normalfördelad	25 kWh/m <sup>2</sup>	2,3 kWh/m <sup>2</sup>
$p_{tvv}$	Normalfördelad	0,1	0,017
$Q_{person}$	Normalfördelad	8,76 kWh/m <sup>2</sup>	0,7 kWh/m <sup>2</sup>
$Q_{sol}$	Normalfördelad	19 kWh/m <sup>2</sup>	1 kWh/m <sup>2</sup>
$v$	Normalfördelad	2,5	0,17
$Q_{driftel}$	Deterministisk	18,84 kWh/m <sup>2</sup>	-

I de tre följande avsnitten görs tre olika energianalyser av huset.

#### 4.1. Analys på medelvärdes nivå

I den första analysen beräknas den energimängd som krävs för att värma upp huset. I beräkningen har variablernas medelvärden utnyttjats. I analysen har de i ekvation 26 olika termers värden beräknats. Tabell 3 och 4 redovisas de olika termernas numeriska värden som ger energitillskotts respektive energiunderskott i energibalansen.

Tabell 3 Termer som ger tillskott i energibalansen.

Beteckning	Energitillskott [kWh/m <sup>2</sup> ]	Andel [%]
$Q_{tillskott,hhel}$	17,5	22,9
$Q_{tillskott,tyv}$	3,0	3,9
$Q_{tillskott,person}$	8,8	11,5
$Q_{tillskott,sol}$	19,0	24,8
$Q_{åter}$	28,3	36,9
<b>Summa:</b>	76,6	100

Tabell 4 Termer som ger underskott i energibalansen.

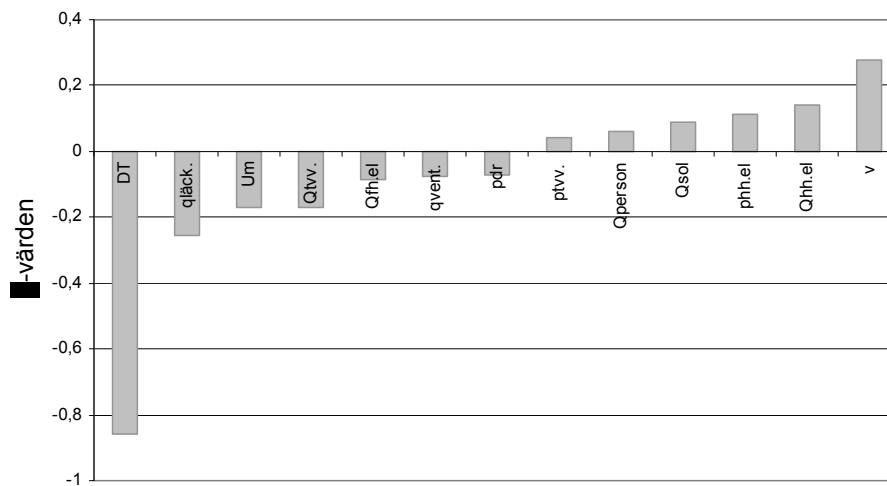
Beteckning	Energiförluster [kWh/m <sup>2</sup> ]	Andel [%]
$Q_{trans}$	63,8	32,2
$Q_{vent}$	61,2	30,9
$Q_{läck}$	21,9	11,1
$Q_{tyv}$	30,0	15,2
$Q_{df,trans}$	2,9	1,5
$Q_{df,tyv}$	2,3	1,1
$Q_{fh,el}$	16,0	8,0
<b>Summa:</b>	198,1	100,0

Differensen mellan underskottet och överskottet beräknas till  $198,1 - 76,6 = 121,5$  kWh/m<sup>2</sup> per år. Det innebär att Boverkets krav på energiförbrukning 110 kWh/m<sup>2</sup> per år överskrids med 11,5 kWh/m<sup>2</sup>. Eftersom detta är en deterministisk analys kan man inte uttala sig om hur stor sannolikheten är att Boverkets krav överskrids.

#### 4.2. Sannolikhetsbaserad analys baserat på ekvation 27

Analys 2 är en sannolikhetsbaserad analys som bygger på ekvation 27. Värderna för de olika variablerna är hämtade från Tabell 2. Analysen visar att brotts sannolikheten är 0,8415. Energibalanserna görs på årsbasis, den enda variabeln som varierar under året är temperaturdifferensen. Det innebär att analysresultatet skall tolkas på så sätt att Boverkets gränsvärde överskrids 8-9 år av 10 år. Boverket har satt som krav att det endast får ske en gång på 10 år.

I Figur 5 visas en känslighetsanalys. Känslighetsfaktorerna,  $\alpha$ -värdena, varierar mellan -1 och 1 enligt tidigare beskrivning. Negativa och positiva  $\alpha$ -värden är kopplade till variabler som ger negativ respektive positiv inverkan på resultatet av analysen.



Figur 5 Känslighetsanalys.

Figur 5 visar att den i särklass viktigaste parametern är temperaturdifferensen. Vilket innebär att det är den variabel som har absolut störst inverkan på resultatet.

#### 4.3. Sannolikhetsbaserad analys baserat på ekvation 26

Den sista analysen baseras på ekvation 26. Det innebär att varje term betraktas som en stokastisk variabel, trots att den är uppbyggd av en eller flera stokastiska variabler. Här finns ett problem med detta, en produkt av normalfördelade variabler är inte normalfördelad. Dock vet inte författaren i skrivande stund om variablerna är normalfördelade, de skulle lika gärna kunna vara lognormalfördelade, vilket är lättare att hantera från denna synpunkt. Det är dock resultatmässigt ingen större skillnad om variablerna betraktas som normal- eller lognormalfördelade, vilket kommer att visa sig senare.

I Tabell 5 redovisas de antagna fördelningsfunktionerna för variablerna.

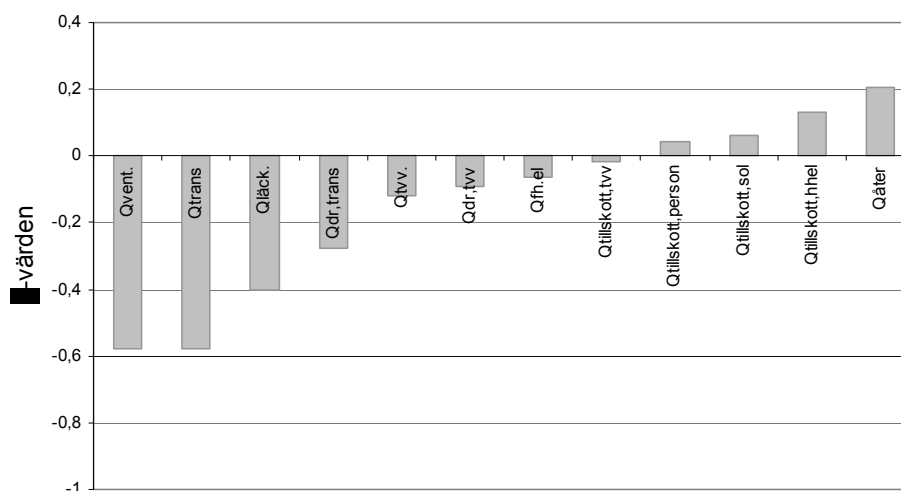
Tabell 5 Förteckning av fördelningsfunktioner relaterade till ekvation 26.

Beteckning	Fördelning	Medelvärde [kWh/m <sup>2</sup> ]	Standardavvikelse [kWh/m <sup>2</sup> ]
$Q_{trans}$	Normalfördelad	63,8	4,7
$Q_{vent}$	Normalfördelad	61,2	4,2
$Q_{läck}$	Normalfördelad	21,9	3,4
$Q_{tvv}$	Normalfördelad	30,0	2,0
$Q_{df,trans}$	Normalfördelad	2,9	0,5
$Q_{df,tvv}$	Normalfördelad	2,3	0,4
$Q_{fh.el}$	Normalfördelad	16,0	1,0
$Q_{tillskott,hhel}$	Normalfördelad	17,5	2,0
$Q_{tillskott,tvv}$	Normalfördelad	3,0	0,5
$Q_{tillskott,person}$	Normalfördelad	8,8	0,7
$Q_{tillskott,sol}$	Normalfördelad	19,0	1,0
$Q_{åter}$	Normalfördelad	28,3	3,2

Vissa av variablerna är korrelerade eftersom de är uppbyggda av samma variabel, tex.  $\Delta T$  ingår i  $Q_{trans}$ ,  $Q_{vent}$ ,  $Q_{läck}$  och  $Q_{df,trans}$ . Nedan visas korrelationsfaktormatrisen för analysen.

	$Q_{trans}$	$Q_{vent}$	$Q_{läck}$	$Q_{tvv}$	$Q_{dr.trans}$	$Q_{dr.tvv}$	$Q_{tillskott,tvv}$
$Q_{trans}$	1	0,8832	0,3826	0	0,4016	0	0
$Q_{vent}$	0,8832	1	0,4120	0	0,3549	0	0
$Q_{läck}$	0,3826	0,4120	1	0	0,1516	0	0
$Q_{tvv}$	$\rho =$ 0	0	0	1	0	0,3689	0,3674
$Q_{dr.trans}$	0,4016	0,3549	0,1516	0	1	0,8461	0
$Q_{dr.tvv}$	0	0	0	0,3689	0,8461	1	0,1333
$Q_{tillskott,tvv}$	0	0	0	0,3674	0	0,1333	1

Brottsannolikheten beräknas till 0,8399 vilket är i det närmsta samma resultat som föregående analys. Det innebär att antagande angående att produkten av normalfördelade variabler kan betraktas som en normalfördelning inte förändrar resultatet är korrekt. I Figur 6 visas känslighetsanalysen för beräkningen.



Figur 6 Känslighetsanalys.

Känslighetsanalysen visar att  $Q_{tran}$ ,  $Q_{vent}$ ,  $Q_{läck}$ , och  $Q_{df,tran}$  har den största negativa inverkan på resultatet. Det är inte så konstigt om man studerar känslighetsanalysen i Figur 5 eftersom dessa variabler innehåller temperaturdifferensen som visade sig vara en mycket viktig variabel i den förra analysen.

Fördelen med den här uppdelningen av variablerna i motsats till den förra blir mer tydlig i nästa skede då partialkoefficienter skall införas.





## 5. Tillförlitlighetsbaserad kalibrering av partialkoefficienter

Resultatet av en sannolikhetsbaserad analys är brottsannolikheten medan resultatet av en deterministisk analys enligt någon norm endast ger svar på om konstruktionen uppfyller eller inte uppfyller kraven. De flesta normer som används vid dimensionering av konstruktioner, tex. byggnader eller broar är deterministiska, dock kalibrerade utifrån sannolikhetsbaserade analyser. Syftet med en sådan kalibrering är att säkerhetsnivån i den deterministiska normen skall läggas på en tillfredställande säkerhetsnivå. Det som kalibreras i de deterministiska normerna är partialkoefficienterna. Deterministiskt kan dimensioneringsvillkoret uttryckas enligt nedan

$$g = K + \gamma_R R_k - \gamma_S S_k \quad 28.$$

där  $K$  är en konstant.  $R$  och  $S$  är stokastiska variabler som representerar bärförmåga respektive last. Index  $k$  betecknar karakteristiskt värde.  $\gamma_R$  och  $\gamma_S$  är partialkoefficienter relaterade till bärförmågan och lasten. I ekvation 28 är  $\gamma_R \leq 1$  och  $\gamma_S \geq 1$ .

Syftet med kalibreringen är att bestämma partialkoefficienterna  $\gamma_R$  och  $\gamma_S$ .

I detta avsnitt visas hur partialkoefficienterna relaterade till energibalansen kan bestämmas. Låt oss utgå från Boverkets definition av energibalans, ekvation 26

För att i första steget göra beräkningarna överskådliga så antas att  $R$  är en funktion av de variabler som ger ett tillskott till energibalansen, dvs  $Q_{tillskott}$  och  $Q_{åter}$  och  $S$  är en funktion av variabler som ger underskott, dvs.  $Q_{trans.}$ ,  $Q_{vent.}$ ,  $Q_{läck.}$ ,  $Q_{tvv.}$ ,  $Q_{dr}$  och  $Q_{fh.el}$ .  $K$  är ett konstant värde, Boverkets krav på maximalt tillförd energi till byggnaden, dvs.  $Q_{energi}$ . Brottekvationen  $g$  tecknas probabilistiskt i detta fall enligt nedan:

$$g = K + R - S \quad 29.$$

Antag att  $R$  och  $S$  är stokastiska variabler med medelvärden  $\mu_R$  respektive  $\mu_S$  och variationskoefficienter på  $\text{cov}_R$  respektive  $\text{cov}_S$ . Standardavvikelserna  $\sigma$  för  $R$  och  $S$ , beräknas enligt nedan:

$$\begin{aligned} \sigma_R &= \mu_R \cdot \text{cov}_R \\ \sigma_S &= \mu_S \cdot \text{cov}_S \end{aligned} \quad 30.$$

$R$  och  $S$  skrivs om till standardiserade normalfördelade variabler enligt nedan:

$$\begin{aligned} R' &= \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \\ S' &= \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \end{aligned} \quad 31.$$

Brottekvationen  $g'$  uttryckt som en funktion av standardiserade normalfördelade variablerna uttrycks enligt nedan:

$$g' = K + \sigma_R R' + \mu_R - \sigma_S S' - \mu_S \quad 32.$$

De partiella derivatorna  $\frac{\partial g'}{\partial R'}$  och  $\frac{\partial g'}{\partial S'}$  beräknas till  $-\sigma_R$  respektive  $\sigma_S$ . Känslighetsfaktorerna  $\alpha_R$  och  $\alpha_S$  beräknas enligt nedan:

$$\alpha_R = \frac{-\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad 33.$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

De stokastiska variabelernas värden i designpunkten bestäms enligt nedan

$$R^* = \mu_R(1 + \alpha_R \text{cov}_R \beta) \quad 34.$$

$$S^* = \mu_S(1 + \alpha_S \text{cov}_S \beta)$$

där  $\beta$  är säkerhetsindex. Eftersom brottekvationen är linjär och variabelerna är oberoende och normalfördelade kan säkerhetsindex beräknas enligt nedan.

$$\beta = \frac{K + \mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad 35.$$

De stokastiska variabelernas värde i designpunkten sätts in i brottekvationen, ekvation 12.

$$K + R^* - S^* = K + \mu_R(1 + \alpha_R \text{cov}_R \beta) - \mu_S(1 + \alpha_S \text{cov}_S \beta) = 0 \quad 36.$$

Deterministiskt kan brottfunktionen, om det karakteristiska värdet är definierat som den stokastiska variabelns medelvärde, tecknas enligt nedan

$$K + \gamma_R R_k - \lambda_S S_k = K + \gamma_R \mu_R - \lambda_S \mu_S = 0 \quad 37.$$

där  $\gamma_R$  och  $\gamma_S$  är partialkoefficienter. Index  $k$  betecknar karakteristiskt värde. Låt oss anta att det karakteristiska värdet för de båda variabelerna är deras medelvärde. Då kan partialkoefficienterna beräknas enligt nedan.

$$\gamma_R = \frac{R^*}{\mu_R} = (1 + \alpha_R \text{cov}_R \beta) \quad 38.$$

$$\gamma_S = \frac{S^*}{\mu_S} = (1 + \alpha_S \text{cov}_S \beta)$$

Denna kalibrering utgår från brottekvationen, ekvation 29. Det antas för att kunna genomföra kalibreringen att summan av tillförd energi och återvunnen energi är ett, dvs.  $K + \mu_R = 1$ .

Vidare förutsätts det att förhållandet,  $\eta$  mellan återvunnen energi och tillförde energi är känt,

dvs.  $\eta = \frac{\mu_R}{\mu_R + K}$ . Boverkets krav är att den tillförda energi mängden, på årsbasis, inte får

överskrida ett bestämt värde i medeltal mer en gång per 10 år. Det innebär att brotts sannolikheten,  $p_f = 0,10$  vilket motsvarar ett säkerhetsindex,  $\beta = 1,2816$ . Vidare antas det att variationskoefficienterna för  $R$  och  $S$  är kända. Utifrån dessa förutsättningar är det genom

att använda ekvation 35 möjligt att beräkna  $\mu_S$  och sedan även partialkoefficienterna för  $R$  och  $S$ .

För att förtydliga kalibreringsprocessen visas ett exempel. Förutsättningarna för exemplet är följande:

- $\text{cov}_R = 0,075$
- $\text{cov}_S = 0,150$
- $\beta = 1,2816$
- $\eta = 0,2$

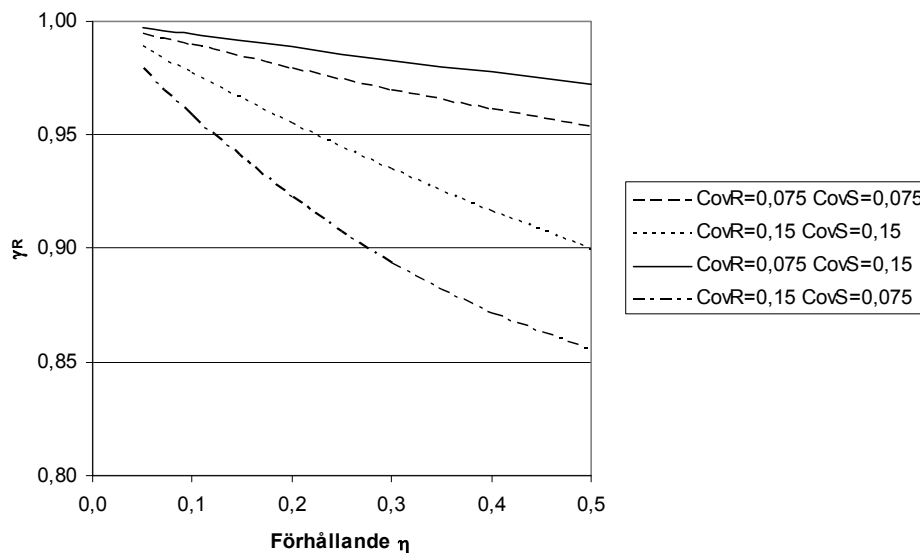
1.  $\mu_R$  och  $K$  beräknas till 0,2 respektive 0,8 enligt sambanden  $K + \mu_R = 1$  och

$$\eta = \frac{\mu_R}{\mu_R + K}.$$

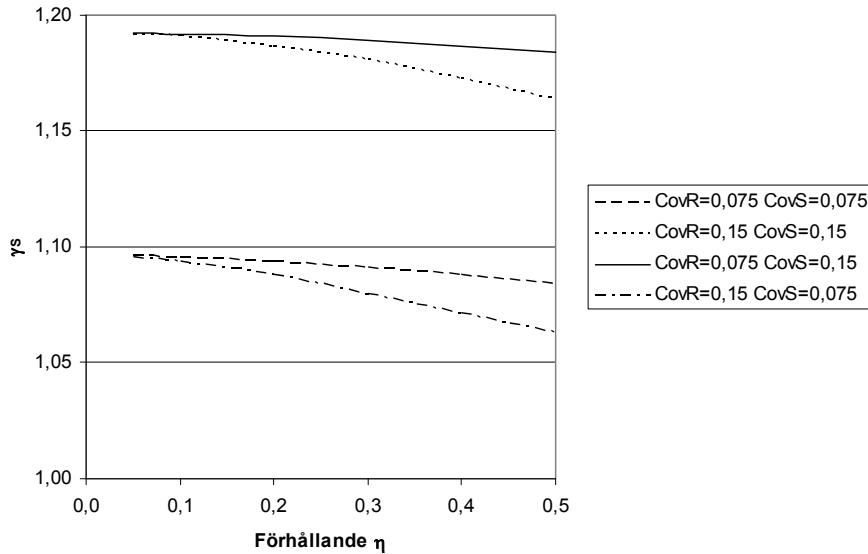
2.  $\mu_S$  beräknas till 0,9632 enligt sambandet  $\beta = \frac{K + \mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\mu_R \text{cov}_R)^2 + (\mu_S \text{cov}_S)^2}}$

3. Känslighetsfaktorerna  $\alpha_R$  och  $\alpha_S$  beräknas i detta fall  $\alpha_R = -\mu_R \text{cov}_R$  respektive  $\alpha_S = \mu_S \text{cov}_S$ , dvs. respektive variablers standardavvikelse.
4. Variablernas värde i designpunkten  $R^*$  och  $S^*$  beräknas till 0,1996 respektive 0,996 enligt ekvation 33.
5. Partialkoefficienternas  $\gamma_R$  och  $\gamma_S$  bestäms till 0,998 respektive 1,038 enligt ekvation 37.

Beroende på förhållandet  $\eta$  och hur stora de båda variablernas variationskoefficienter är kommer variablernas partialkoefficienter att variera. I Figur 7 och 8 visas hur  $\gamma_R$  respektive  $\gamma_S$  varierar vid olika antagande på respektive variablers variationskoefficient vid olika  $\eta$ .



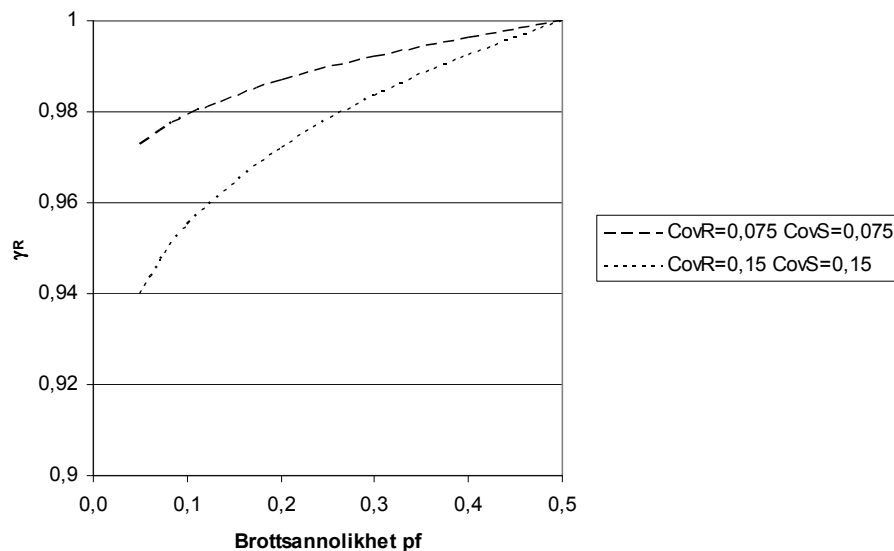
Figur 7  $\gamma_R$  som funktion av förhållandet  $\eta$  vid olika antagande på de båda variationskoefficienternas storlek.



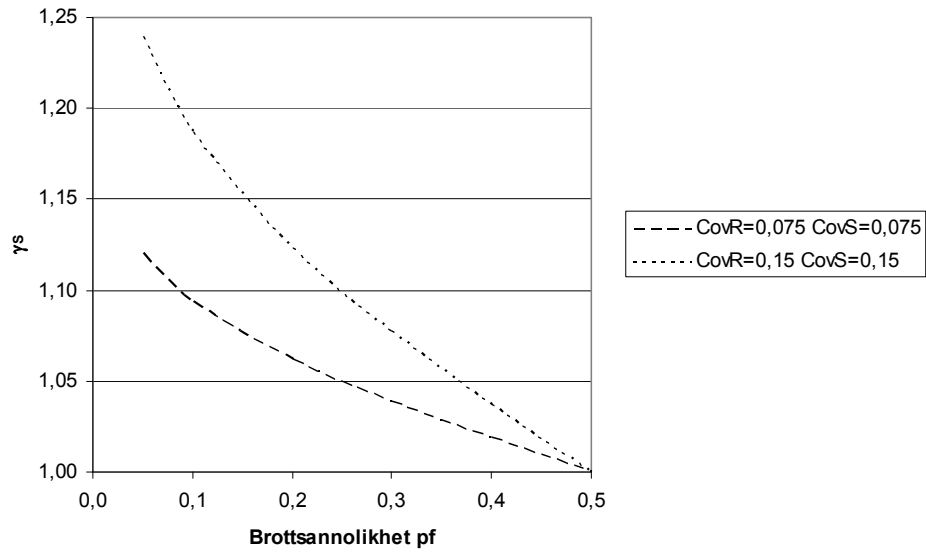
Figur 8  $\gamma_S$  som funktion av förhållandet  $\eta$  vid olika antagande på de båda variationskoefficienternas storlek.

Figurerna 7 och 8 visar att  $\gamma_R$  och  $\gamma_S$  påverkas av förhållandet  $\eta$  på så sätt att om  $\eta$  ökar så minskar de båda partialkoefficienterna vilket är logiskt eftersom då  $\eta$  ökar också  $\mu_R$  medan  $\mu_S$  minskar. Samma figurer visar också att partialkoefficienternas storlek är beroende av de båda stokastiska variabelernas variationskoefficienter. Ökande storlek på variationskoefficienterna för  $R$  och  $S$  att innebär att  $\gamma_R$  minskar medan  $\gamma_S$  ökar.

Partialkoefficienternas storlek är också beroende av storleken på brotts sannolikheten. I Figurerna 9 och 10 visas hur  $\gamma_R$  respektive  $\gamma_S$  varierar som funktion av brotts sannolikheten,  $p_f$ .



Figur 9  $\gamma_R$  som en funktion brotts sannolikheten vid  $\eta = 0,2$  med olika antagande på de båda variationskoefficienternas storlek.



Figur 10  $\gamma_S$  som en funktion brottsannolikheten vid  $\eta = 0,2$  med olika antagande på de båda variationskoefficienternas storlek.

Figurerna 9 och 10 visar att partialkoefficienternas storlek är beroende av brottsannolikheten. Ökande brottsannolikhet innebär att  $\gamma_R$  och  $\gamma_S$ , ökar respektive minskar.



## 6. Kalibrering av partialkoefficienter för exemplet "Moderna hus"

De partialkoefficienter som finns redovisade i byggnadsnormer gällande byggnadskonstruktioner är allmängiltiga, dvs. de gäller för alla typer av byggnader. Att de är allmängiltiga beror på att när dessa partialkoefficienter bestämts har information funnits tillgänglig för många olika konstruktionstyper. I detta fall när partialkoefficienterna för detta exempel skall bestämmas finns endast information om det aktuella huset tillgänglig varför de partialkoefficienter som bestäms här inte kan anses som allmängiltiga.

Analyserna i avsnitt 4 visade att Boverkets krav avseende energiförbrukning överskrids med sannolikheten 0,85. Boverkets krav är att den sannolikheten skall vara 0,10. Att kravet överskrids så ofta som 8-9 gånger av 10 beror på att medelvärdet för de i energibalansen ingående variablerna används. Tanken är att fortsätta att använda medelvärden men samtidigt behäfta varje variabel med en partialkoefficient enligt nedan:

$$Q_{energi} + \gamma_{tillskott,hhel} Q_{K\ tillskott,hhel} + \gamma_{tillskott,tvv} Q_{K\ tillskott,tvv} + \gamma_{sol} Q_{K\ sol} + \gamma_{person} Q_{K\ person} + \gamma_{äter} Q_{K\ åter} - \gamma_{trans} Q_{K\ trans} - \gamma_{vent} Q_{K\ vent} - \gamma_{läck} Q_{K\ läck} - \gamma_{tvv} Q_{K\ tvv} - \gamma_{df,trans} Q_{K\ df,trans} - \gamma_{df,tvv} Q_{K\ df,tvv} - \gamma_{fhel} Q_{K\ fhel} = 0 \quad 39.$$

Index  $K$  innebär som tidigare karakteristiskt värde, i detta fall skall det tolkas som ett medelvärde.  $\gamma$ :na är partialkoefficienter relaterade till varje variabel.

I Tabell 6 redovisas fördelningar, statistiska parametrar och andelar relaterade till energibalansen.

Tabell 6 Fördelningar, statistiska parametrar och andelar relaterade till ekvation 39.

Beteckning	Fördelning	Medelvärde [kWh/m <sup>2</sup> ]	Std. avvikelse [kWh/m <sup>2</sup> ]	cov [%]	Andel [%]
<u>Tillförd energi</u>					
$Q_{trans}$	Normal	63,8	4,7	7,3	32,2
$Q_{vent}$	Normal	61,2	4,2	6,8	30,9
$Q_{läck}$	Normal	21,9	3,4	15,7	11,1
$Q_{tvv}$	Normal	30,0	2,0	6,6	15,2
$Q_{df,trans}$	Normal	2,9	0,5	17,5	1,5
$Q_{df,tvv}$	Normal	2,3	0,4	17,5	1,2
$Q_{fh.el}$	Normal	16,0	1,0	6,2	8,1
		$\Sigma$ 198			$\Sigma$ 100
<u>Återvunnen energi</u>					
$Q_{tillskott,hhel}$	Normal	17,5	2,0	11,7	22,9
$Q_{tillskott,tvv}$	Normal	3,0	0,5	18,3	3,9
$Q_{tillskott,person}$	Normal	8,8	0,7	8,0	11,5
$Q_{tillskott,sol}$	Normal	19,0	1,0	5,3	24,8
$Q_{äter}$	Normal	28,3	3,2	11,3	37,0
		$\Sigma$ 76,6			$\Sigma$ 100

Kalibrering gör på motsvarande sätt som är beskrivet i föregående avsnitt. Först beräknas förhållandet  $\eta$  mellan återvunnen energi och summan av återvunnen energi och den energi som måste tillföras, i detta fall:



$$\eta = \frac{\mu_R}{\mu_R + K} = \frac{76,6}{76,6 + 110} = 0,41$$

Index  $R$  betecknar summan av återvunnen energi. 76,6 är medelvärdet för summan av återvunnen energi medan 110 är Boverkets krav. Därefter utnyttjas att  $K + \mu_R = 1$ , vilket innebär att:

$$\mu_R = 0,41$$

$$K = 0,59$$

Nästa steg är att bestämma variationskoefficienterna för  $R$  och  $S$ .  $S$  skall i detta fall tolkas som summan av de variabler som ger ett underskott i energibalansen. Eftersom som flera av variablerna är korrelerade bestäms dessa variationskoefficienter i Matlab genom simulering. Variationskoefficienterna  $\text{cov}_R$  och  $\text{cov}_S$  beräknas till 4,0 respektive 11,0 %.

Brottsannolikheten 0,1 motsvarar ett säkerhetsindex på 1,2816 och genom att utnyttja ekvation 35 kan  $\mu_S$  beräknas enligt nedan:

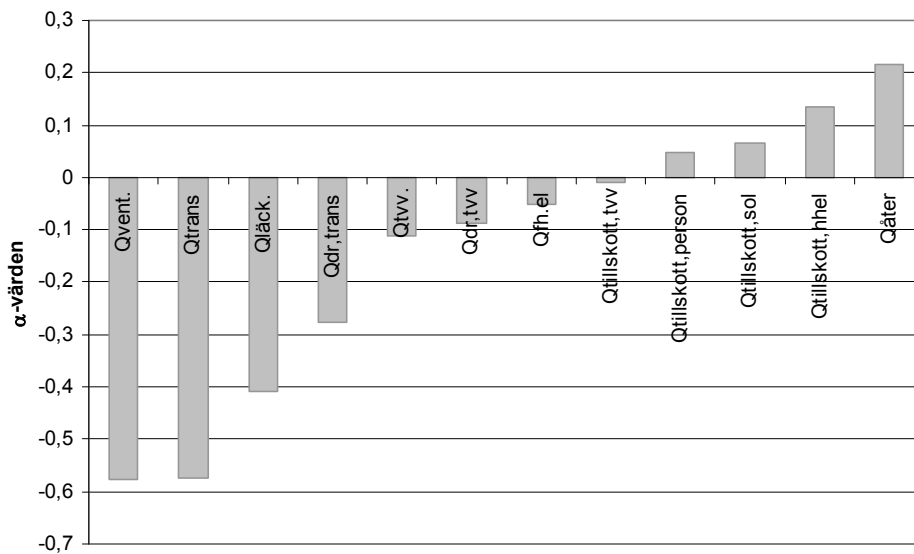
$$\beta = \frac{K + \mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \Leftrightarrow 1,2816 = \frac{0,41 + 0,59 - \mu_S}{\sqrt{(0,41 \cdot 0,04)^2 + (0,11 \cdot \mu_S)^2}}$$

$\mu_S$  beräknas till 0,929. Därefter används kolumn 6 i Tabell 6 för att skala om variablerna, se Tabell 7.

Tabell 7 Statistiska fördelningar för omskalade stokastiska variabler,  $\beta=1,28$ .

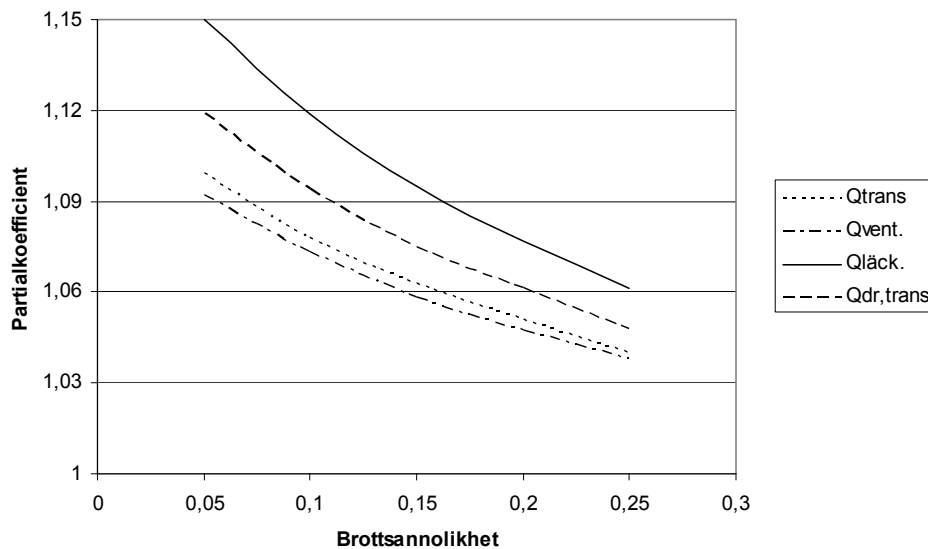
Beteckning	Fördelning	Medelvärde [kWh/m <sup>2</sup> ]	Std. avvikelse [kWh/m <sup>2</sup> ]	cov [%]	Andel [%]
<u>Tillförd energi</u>					
$Q_{trans}$	Normal	0,29928	0,02194	7,3	32,2
$Q_{vent}$	Normal	0,28708	0,01949	6,8	30,9
$Q_{läck}$	Normal	0,10273	0,01607	15,7	11,1
$Q_{tvv}$	Normal	0,14073	0,00939	6,6	15,2
$Q_{df,trans}$	Normal	0,01360	0,00248	17,5	1,5
$Q_{df,tvv}$	Normal	0,01079	0,00194	17,5	1,2
$Q_{fh.el}$	Normal	0,07505	0,00469	6,2	8,1
		$\Sigma$ 0,9288			$\Sigma$ 100
<u>Återvunnen energi</u>					
$Q_{tillskott,hhel}$	Normal	0,09402	2,0	11,7	22,9
$Q_{tillskott,tvv}$	Normal	0,01612	0,5	18,3	3,9
$Q_{tillskott,person}$	Normal	0,04728	0,7	8,0	11,5
$Q_{tillskott,sol}$	Normal	0,10208	1,0	5,3	24,8
$Q_{åter}$	Normal	0,15204	3,2	11,3	37,0
		$\Sigma$ 0,4107			$\Sigma$ 100

För att kontrollera att beräkningarna stämmer beräknas säkerhetsindex. För att göra detta utnyttjas ett kommersiellt program, Comrel och säkerhetsindex beräknas till 1,2830 vilket är mycket nära det som förutsattes 1,2816. Detta program kan även beräkna känslighetsfaktorer, Figur 11 visar resultatet av en sådan analys.



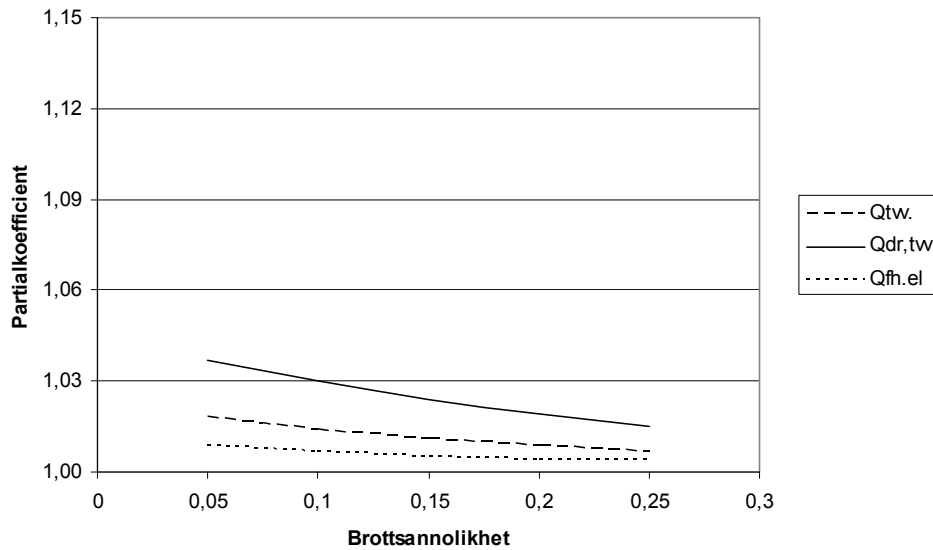
Figur 11 Känslighetsanalys.

Känslighetsanalysen visar samma resultat som för analys 3 i avsnitt 4 vilket också verifierar att analysen är korrekt. Det sista steget i kalibreringsprocessen är att bestämma partialkoefficienterna vilket också låter sig göras i Comrel. Figur 12 visar partialkoefficienter för variabler som ger negativt bidrag i energibalansen och som påverkas av temperaturdifferensen som funktion av brottsannolikheten.



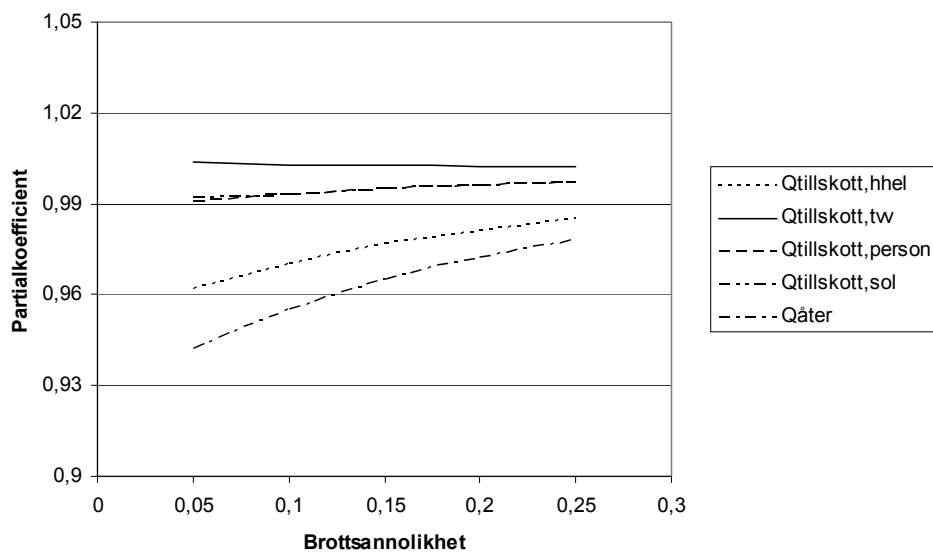
Figur 12 Partialkoefficienter till variabler som påverkar energibalansen negativt och som är beroende av temperaturdifferensen som funktion av brottsannolikheten.

Figur 13 visar också partialkoefficienter relaterade till variabler som ger underskott i energibalansen som en funktion av brottsannolikheten, dock är de oberoende av temperaturdifferensen.



Figur 13 Partialkoefficienter till variabler som påverkar energibalansen negativt och som är oberoende av temperaturdifferensen som funktion av brottsannolikheten.

Slutligen i Figur 14 visas partialkoefficienter för variabler som ger positivt bidrag till energibalansen som en funktion av brottsannolikheten.



Figur 14 Partialkoefficienter till variabler som påverkar energibalansen positivt som funktion av brottsannolikheten.

De slutsatser som kan dras av kalibreringen är att partialkoefficienter som ger underskott i energibalansen och som är beroende av temperaturlagningen är av storleksordningen 1,1. Variabeln  $Q_{äter}$  är beroende av värmepumpens verkningsgrad, möjligen skulle dess partialkoefficient väljas till 0,95. Övriga partialkoefficienter kan väljas till 1,0. Det innebär att det deterministiska dimensioneringskriteriet för just detta exempel skulle få dimensioneringsvillkoret enligt nedan:

$$Q_{energi} + Q_{K \text{ tillskott, hhel}} + Q_{K \text{ tillskott, tvv}} + Q_{K \text{ sol}} + Q_{K \text{ person}} + 0,95 \cdot Q_{K \text{ åter}} - 1,1 \cdot (Q_{K \text{ trans}} - Q_{K \text{ vent}} - Q_{K \text{ läck}} - Q_{K \text{ df, trans}}) - Q_{K \text{ tvv}} - Q_{K \text{ df, tvv}} - Q_{K \text{ fhel}} = 0 \quad 40.$$

Där index  $K$  indikerar karakteristiskt värde vilket skall definieras som medelvärdet för den aktuella variabeln.



## 7. Sammanfattning och fortsatt arbete

### 7.1. Sammanfattning

Vid dimensionering av olika typer av tekniska lösningar, tex. byggande, elprodukter, maskiner, osv utgår man från ett brottvillkor av någon typ. För byggnadskonstruktioner dimensioneras olika typer av element så att elementen inte går till brott. För elektriska produkter är kanske brottvillkoret att komponenten skall ha en viss livslängd och för maskiner är brottvillkoret av någon annan art tex. att rörliga komponenter skall klara ett bestämt antal rörelser, tex. rotationer. Nyligen har Boverket kommit ut med ett krav angående energiförbrukningen för byggnader vilket innebär att man inte skall behöva tillföra mer energi än kravet  $110 \text{ kWh/m}^2$  per år. Det kan uttryckas som ett brottvillkor, att differensen mellan tillförd och återvunnen energi inte får överskrida kravet.

Brottvillkoret kan formuleras som en matematisk funktion, sk. brottfunktion. För bärande element i byggnader formuleras brottfunktionen på så sätt att differensen mellan bärförmåga och last skall vara större än noll. För energiberäkningar skulle kravet kunna formuleras på så sätt att differensen mellan förbrukad energi och summan av tillförd och återvunnen energi skall vara mindre eller lika med noll.

Det är inte ovanligt att de variabler som ingår i brottekvationen är stokastiska dvs. de har en spridning. Det innebär att lösningen till brottekvationen också har en spridning, det är möjligt att bestämma sannolikheten att brottekvationen är mindre än noll, dvs brottsannolikheten. I de flesta fall är brottekvationen av komplicerad art varför det i de flesta fall krävs någon typ av mjukvara för att beräkna brottsannolikheten. Byggnadsnormerna är oftast deterministiska eftersom det är enklare att arbeta med. I dessa normer har man definierat vilken säkerhet mot brott som kan tillåtas. För att uppnå den önskade säkerhetsnivån i normer användes karakteristiska värden och partialkoefficienter. Karakteristiskt värde är ett absolut tal för den stokastiska variabeln, ofta definierad som ett fraktilvärde från den stokastiska variabelns fördelningsfunktion. För variabler relaterade till hållfasthet, tex. tryckhållfasthet hos betong definieras det karakteristiska värdet som den nedre 5 % fraktilen. Partialkoefficienterna är i byggnadskonstruktionens sammanhang värden som är större än 1. Dessa koefficienter är till för att uppnå en tillfredställande säkerhet mot brott. Koefficienterna implementeras i den deterministiska brottekvationen genom division eller multiplikation beroende på vad det är för typ av variabel. Storleksordningen på partialkoefficienterna bestäms genom kalibrering mha. probabilistiska analyser.

Enligt Boverket skall inte kravet avseende energiförbrukning överskridas mer än en gång vart tionde år, det innebär att brottsannolikheten skall vara mindre än 0,1. I denna rapport redovisas en metod som utnyttjar sannolikhetsbaserade metoder för att kalibrera partialkoefficienter för energibehovsberäkningar med den säkerhetsnivån. Kalibrering utgår från att samtliga variabels karakteristiska värden definieras deras medelvärden. Analyserna visar att storleksordningen på partialkoefficienterna är beroende av säkerhetsnivån och av variabelernas spridning. I rapporten visas ett exempel där Skanskas Moderna hus har använts. För detta exempel har partialkoefficienterna för variabler som ger energiunderskott och är beroende av temperaturdifferensen över väggen bestämts till 1,1. För energitillskottet som är beroende av värmepumpens verkningsgrad har partialkoefficienter beräknats till 0,95. För övriga variabler bestämdes partialkoefficienterna till 1.

I rapporten finns även två sannolikhetsbaserade analyser av samma hus, känslighetsanalyserna visar att den variabel som påverkar resultatet av energibalansen i störst utsträckning är temperaturdifferensen, det är alltså inte konstigt att de variabler som är beroende av den variabeln har de största partialkoefficienterna.

## **7.2. Fortsatt arbete**

Det exempel som redovisas i denna rapport är inte på något sätt allmängiltigt. För att partialkoefficienterna skall vara allmängiltiga krävs att flera olika typer av hus studeras. Vidare är det så att de antaganden om fördelningsfunktioner som gäller för exemplet inte alltid är dokumenterade utan ofta bygger på rimliga antagande. För att ta fram allmängiltiga partialkoefficienter som ger en tillfredställande säkerhetsnivå krävs:

- Att det finns en statistisk beskrivning av samtliga variabler som ingår i brottekvationen. Det innebär att en litteraturstudie måste genomföras.
- Boverkets krav gäller vid sk. ”normalt brukande”. Vad innebär det? De probabilistiska energibehovsberäkningarna visade att temperaturdifferensen över ytterväggskonstruktionen var den i särklass viktigaste variabeln för analysresultatet. Vilken inomhustemperatur skall användas i energibehovsberäkningarna?
- En statistisk beskrivning av varje enskild term i energibalansen måste bestäms. Det innebär att ett stort antal simuleringar för olika typer av byggnader med indata från punkt ett måste utföras. För att kunna genomföra det krävs ett energiberäkningsprogram där man på ett enkelt sätt kan upprepa beräkningar med slumpade värden på variablerna.
- Hur definieras karakteristiskt värde för variablerna som ingår i energibalansen. I exemplet har medelvärdena använts. I och med att det är relativt höga brottsannolikheter ger den definitionen på karakteristiskt värde rimlig storlek på partialkoefficienterna.
- Slutligen när partialkoefficienterna är kalibrerade skall en modell för hur de skall implementeras i brottekvationen tas fram.

## **8. Referenser**

Bagge H. (2007). Energy use in Multi-family dwellings, measurements and methods of analysis. Avdelningen för Byggnadsfysik. Lunds Tekniska Högskola. Lunds Universitet. Rapport TVBH-3049.

BKR (2003). Regler för konstruktion – Boverkets konstruktionsregler, BKR, byggnadsverkslagen och byggnadsverksförordningen. Boverket april 2003. ISBN 91-7147-740-3.

Faber M. H. (2001). Risk and safety in civil engineering, lecture notes. Institute of Structural Engineering, Group Risk and Safety. ETH Hönggerberg. CH-8093 Zürich.

Lindell Å. (2005). Hantering av variationer i energiberäkningar för bostadshus. Avdelningen för Byggnadsfysik. Lunds Tekniska Högskola. Lunds Universitet. Rapport TVIT-05/5007.





## Appendix A Korrelerade variabler

I detta appendix redovisas hur den nedre triangulära matrisen  $T$  bestäms med Cholesky faktorisering. Antag att brottekvationen består av 5 stokastiska korrelerade variabler  $u_1, u_2, \dots, u_5$  med korrelationkoefficientmatris  $\rho$  enligt nedan.

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{15} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{25} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} & \rho_{35} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} & \rho_{45} \\ \rho_{51} & \rho_{52} & \rho_{53} & \rho_{54} & \rho_{55} \end{bmatrix}$$

För att göra variablerna okorrelerade används sambandet  $Y = TU$ . Där  $Y$  är en vektor med okorrelerade variabler och  $T$  är faktoriseringsmatrisen.  $T$  bestäms för fallet med 5 korrelerade variabler enligt nedan:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} = 1 & T_{12} = 0 & T_{13} = 0 & T_{14} = 0 & T_{15} = 0 \\ T_{21} = \rho_{12} & T_{22} = \sqrt{1 - T_{21}^2} & T_{23} = 0 & T_{24} = 0 & T_{25} = 0 \\ T_{31} = \rho_{13} & T_{32} = \frac{\rho_{23} - T_{21} \cdot T_{31}}{T_{22}} & T_{33} = \sqrt{1 - T_{31}^2 - T_{32}^2} & T_{34} = 0 & T_{35} = 0 \\ T_{41} = \rho_{14} & T_{42} = \frac{\rho_{24} - T_{21} \cdot T_{41}}{T_{22}} & T_{43} & T_{44} = \sqrt{1 - T_{41}^2 - T_{42}^2 - T_{43}^2} & T_{45} = 0 \\ T_{51} = \rho_{15} & T_{52} = \frac{\rho_{25} - T_{21} \cdot T_{51}}{T_{22}} & T_{53} & T_{54} & T_{55} = \sqrt{1 - T_{51}^2 - T_{52}^2 - T_{53}^2 - T_{54}^2} \end{bmatrix}$$

där  $T_{43} = \frac{\rho_{34} - (T_{31} \cdot T_{41} + T_{32} \cdot T_{42})}{T_{33}}$ ,  $T_{53} = \frac{\rho_{35} - (T_{31} \cdot T_{51} + T_{32} \cdot T_{52})}{T_{33}}$  och

$$T_{54} = \frac{\rho_{45} - (T_{41} \cdot T_{51} + T_{42} \cdot T_{52} + T_{43} \cdot T_{53})}{T_{44}}$$

Cholesky faktorisering är möjlig att utnyttja om variablerna är normal- eller log-normalfördelade. Givetvis går principen att använda om det finns fler än 5 variabler, det är bara att utöka matrisen.