Hängkonstruktioner

Pettersson, Ove

1969

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY · LUND · SWEDEN · 1969
DIVISION OF STRUCTURAL MECHANICS AND CONCRETE CONSTRUCTION · BULLETIN 13

OVE PETTERSSON

HÄNGKONSTRUKTIONER

Kap 358 Hängkonstruktioner

Av professor Ove Pettersson

:1 Olika konstruktionstyper
:2 Kabelmaterial
:3 Bestämning av spänningar, deformationer m m
:4 Säkerhets- och nedböjningsproblem
:5 Svängningsproblem
Litteratur

Med en hängkonstruktion avses i det följande en konstruktion, vars primärbärning saknar momentupptagande förmåga och som därför överför last genom enbart dragspänningar i primärbärningens tangentriktning.

:1 Olika konstruktionstyper

Jfr kap El- och teleanläggningar, hd Väg- och vattenbyggnad och kap Mekanik, hd 1

:11 Kraftledningar. Stagade master och torn m m

En renodlad hängkonstruktion utgör den upphängda *kraftledningen* [1], [2], vilken under inverkan av spännkraft och per båglängdenhet jämnt fördelad egenvikt mellan ledningstornen bildar en *kedjelinje* som statisk jämviktsform (fig :11 a).

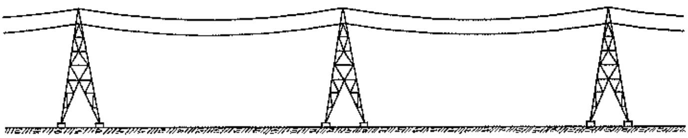


Fig :11 a

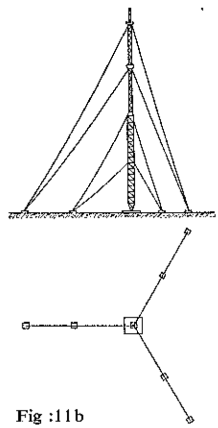


Fig :11 b

Likartad statisk funktion karaktäriserar staglinorna vid *stagade torn och master* av exempelvis den typ som visas i fig :11 b.

Speciella typer av konstruktioner med frihängande linor är *linbanor* [3] och *kabelkranar* samt *färjlinor*. Se även kap Transporthjälpmedel, hd Väg- och vattenbyggnad.

:12 Hängbroar och upphängda tak

Jfr kap Broar och färjleder, hd Väg- och vattenbyggnad

:121 Hängbroar med vertikala hängstag

Vid en hängbro (fig :121 a) utgörs primärbärningen av ett antal mellan ankare A över torn eller pyloner B gående kablar C, som vid sin lansering under inverkan av egenvikten bildar en kedjelinje. Kablarna bär via hängstag D en på längsgående förstyvningsbalkar E upplagd, vanligtvis tung farbana F, vars per horisontell längdenhet jämnt fördelade egenvikt förändrar kabelformen till *hängbrokurvans* andragradsparabel.

Kabelsystemet består normalt per brosida av en eller flera parallelltrådiga, spiralslagna eller vid kortare spännvidder, massiva stålkablar (jfr :2).

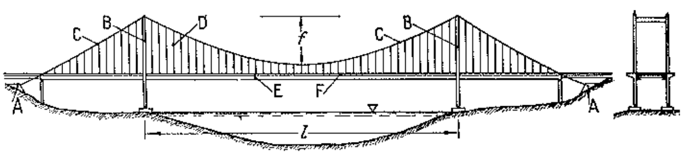


Fig :121 a

Tornen utformas i sin bas antingen ledade eller fast inspända. Ledad infästning är därvid ur statisk synpunkt mest fördelaktig genom att den för varje lastställning ger centriskt tryck i torn och tornfundament. Den kan i regel med fördel tillämpas vid små och medelstora hängbroar ($l \leqslant 300$ m). Vid större spännvidder måste man normalt av utförandeskäl göra tornen inspända i baspunkterna. Eftersom kablarna vid torntopparna normalt är förhindrade att glida — vid nära lika kabellutningar på ömse sidor om torn enbart via friktion, vid klart skilda kabellutningar via speciell fastlåsning — kommer tornen av trafiklast, temperaturvariationer etc att påtvingas böjdeformationer med tillhörande böjmoment.

Bästa ekonomi uppnås normalt om kablarna i såväl mittspann som sidospann ges lutningsvinklar mot horisontalen $\approx 30°$, vilket för mittspannet svarar mot ett pilhöjdsförhållande $f/l = 0{,}14$–$0{,}15$ [4].

Kabelförankringarna utformas antingen som jord- eller bergankare, varvid i regel alternativet med bergankare är ekonomiskt klart överlägset. När undergrunden inte medger en ordinär förankring, kan problemet lösas genom *självförankrad* hängbro med kablarna förankrade direkt i förstyvningsbalkarna. Därvid blir dessa belastade med en tryckande normalkraft = kabelkraftens horisontalkomposant.

Jfr 326:6

Hängstagen görs vid små och medelstora hängbroar i regel av rundstänger, vid stora hängbroar av profilstänger eller spiralslagna eller parallelltrådiga stållinor. Eftersom den ordinära hängbron är en mjuk konstruktion med avsevärda nedböjningar av trafiklast, måste hängstagsinfästningarna för att undvika utmattningsbrott utbildas så att de vid brons deformationer inte utsätts för väsentliga sekundära böjpåkänningar. Ett sätt att lösa problemet visas i fig :121 b.

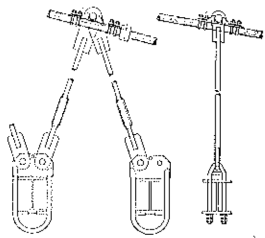


Fig :121 b. Exempel på infästningar vid sneda och raka hängstag

Förstyvningsbalkarna, som skall fördela och via hängstagen överföra den på farbanan verkande trafiklasten till kablarna, utbildas vid den ordinära mjuka hängbron som mycket slanka stålbalkar eller — vid små hängbroar med liten trafiklast — träbalkar, normalt av I- eller lådsektion. I tabell :121 redovisas för några mjuka hängbroar spännvidd l för mittspann, typ av förstyvningsbalkar samt den för förstyvningsbalkarnas slankhet karaktäristiska, fiktiva knäcksäkerheten

$$\nu = \frac{\pi^2 EI}{H_0 l^2}$$

där EI = förstyvningsbalkarnas böjstyvhet och H_0 = kabelkraftens horisontalkomposant från hängbrons egenvikt.

Tabell :121 Spännvidder samt förstyvningsbalkars utformning och fiktiva knäcksäkerhet ν vid några mjuka hängbroar [5]–[8] m fl

	Spännvidd l i m	Typ av förstyvningsbalkar	ν
Manhattan Bridge, New York, 1910	441	lådfackverksbalkar h = 7,34 m	0,592
Golden Gate Bridge, San Francisco, 1937	1 280	lådfackverksbalkar h = 7,62 m	0,015
Whitestone Bridge, New York, 1939	701	plåtbalkar h = 3,35 m	0,0038
Verrazano-Narrows Bridge, New York, 1964	1 298	fackverksbalkar h = 7,31 m	0,0023
Bingsfoss bro, Sörum, Norge, 1927	131	2 Dip 55	0,084
Rånåsfoss bro, Blaker, Norge, 1927	183	2 Dip 40	0,016
Fyksesunds bro, Hardanger, Norge, 1937	230	2 Dip 45	0,0068
Bro över Stora Lule älv, Messaure, 1938	126	2 Dip 30	0,026
Bro över Ume älv, Umgransele, 1939	128	2 Dip 30+2 UNP 24	0,065
Bro över Faxälven, Nässjöforsen, 1954	84	9 Dip 34	0,239
Älvsborgsbron, Göteborg, 1966	418	fackverksbalkar h = 4,65 m	0,098

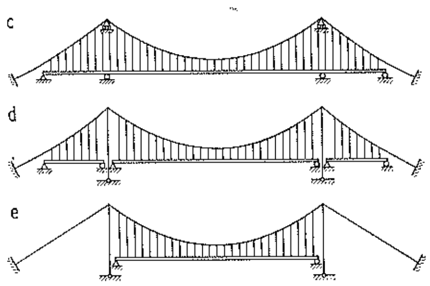


Fig :121 c–e

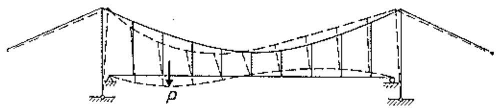


Fig :121 f. Deformationsfigur vid osymmetriskt belastad hängbro

Förstyvningsbalkarna kan vid *hängbro med upphängda sidospann* enligt fig :121 a utbildas antingen som kontinuerliga (fig :121 c) eller som i delspannen fritt upplagda (fig :121 d). Det i Norden vanligaste utförandet vid små och medelstora spännvidder är det i fig :121 e visade, *hängbro med »raka» backstag.*

Maximala nedböjningar och *maximala böjmoment* i förstyvningsbalkarna uppträder vid den mjuka hängbron i närheten av dess 1/5-punkter, då laster är placerade i eller kring dessa punkter. Därvid erhålls en deformationsfigur med ett schematiskt utseende enligt fig :121 f. Av figuren framgår att kablarna får såväl vertikala förskjutningar som en inte oväsentlig horisontalvandring, vilken bromsas något genom snedställning av de ursprungligen vertikala hängstagen.

:122 Hängbroar med sneda hängstag

En väsentligt mer effektiv bromsning av kabelns horisontalvandring än vid broar med vertikala hängstag kan erhållas med initiellt *sneda hängstag* (fig :122 a). Med detta utförande får man även ur vindsvängningssynpunkt

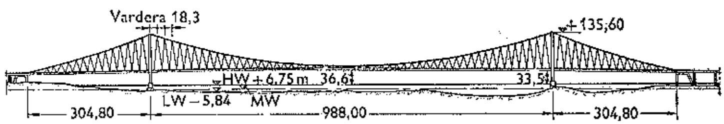


Fig :122 a. För Severn Bridge tillämpat hängbrosystem med initiellt sneda hängstag [9]

en förmånligare konstruktion. De sneda hängstagens bromsning av kabelns horisontalvandring medför samtidigt en inte oväsentlig minskning av förstyvningsbalkarnas nedböjning och böjande moment. Som illustration härav kan nämnas att ett utförande med sneda hängstag kring 1/4-punkterna reducerade beräknad max nedböjning och max böjmoment för hängbron enligt fig :122 b med 55 respektive 20 % i förhållande till vad som skulle ha erhållits för en med genomgående vertikala hängstag utformad hängbro [10].

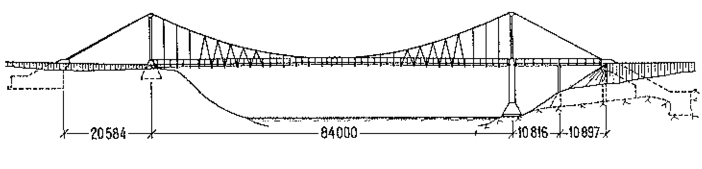


Fig :122 b. Tvåfilig hängbro, kring 1/4-punkterna utbildad med sneda hängstag. Nässjöforsen, Ramsele. Konstruktör: Krångede AB i samarbete med författaren

1*–701613

:123 Speciella hängbrotyper. Upphängda tak

Av speciella typer av tillämpade hängbrosystem kan nämnas ett av professor Forssell uppfunnet och på ett flertal broar i Sverige använt *dubbelkabelsystem* [11] (fig :123 a) samt olika varianter av *snedkabelbroar* (fig :123 b och c).

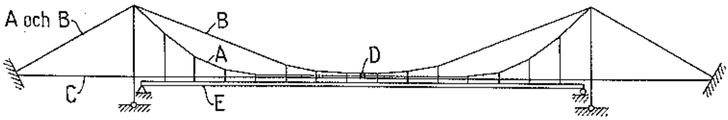


Fig :123 a. Hängbro enligt Forssells dubbelkabelsystem. A Bärkabel 1, B Bärkabel 2, C Förstyvningskabel, D Låsning av bär- och förstyvningskablar, E Förstyvningsbalk

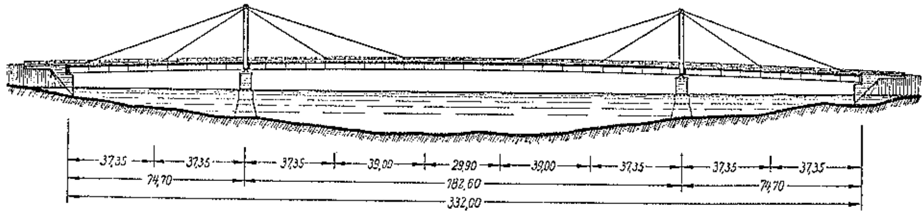


Fig :123 b. Strömsundsbron. Konstruktör: DEMAG, Duisburg [12]

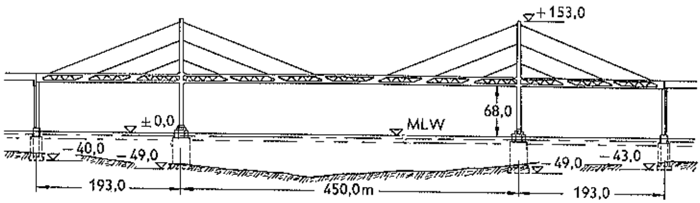


Fig :123 c. Snedkabelbro för kombinerad bil- och järnvägstrafik, ingående i broförbindelse över Stora Bält. Idéförslag utarbetat av Sverdrup & Parcel, St Louis, Missouri, USA [13]

I princip samma konstruktionssystem med snedkablar har även tillämpats för upphängda tak [14]–[16].

En konstruktivt intressant hängbrotyp ger fig :123 d med kablar vars plan bildar vinkel med vertikalplanet varigenom en förmånlig lastupptagning genom hängbroverkan erhålls också för horisontella laster.

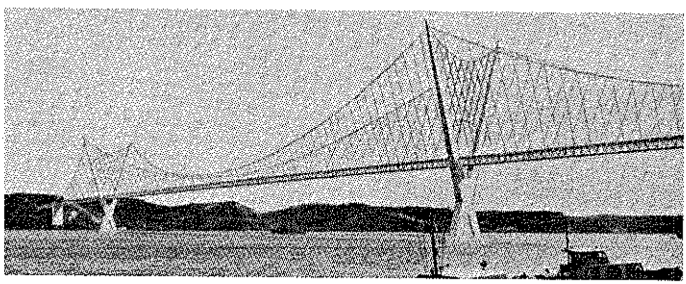


Fig :123 d. Förslag till hängbro över Tejo, Lissabon. Spännvidd för brons huvudfack 1 140 m. Projektör: Krupp i samarbete med Lohmer, Köln [17]

:13 Hängtak

Med avseende på primärbärning kan de egentliga hängtaken, varmed förstås konstruktioner, vilkas yttertakyta helt följer primärbärningsytans form, delas upp i de tre huvudgrupperna:

a membrantak; *b* lintak; *c* balk-lintak

:131 Membrantak

Vid detta tjänstgör ett membran av exempelvis impregnerad duk eller sammansvetsade plåtar samtidigt som yttertak och primärbärning. Konstruktionstypen, som bortsett från rena tältkonstruktioner, fått ringa tilllämpning, kan utformas antingen förspänd eller inte förspänd.

Några olika *inte förspända membrankonstruktioner* illustreras nedan. Fig :131 a visar ett förslag till högreservoar med bottnen utformad som dubbelkrökt plåt- eller plastmembran och fig :131 b en pelarunderstöttad skärmtakskonstruktion med mellan förstyvningsribbor spända membran av plåt eller putsat trådnät. Det lätta, inte förspända membrantaket är mycket känsligt för lastomlagringar. Om egenvikten är mindre än intensiteten av aktuellt vindsug fordras för att förhindra »vrängning» av taket (fig :131 c) komplettering med särskilda vindkablar (fig :132 d).

Vindvrängningen elimineras vid ett *förspänt* utförande enligt den princip som visas i fig :131 d med en positivt krökt *bärriktning* (1–1) som upptar de nedåt riktade lasterna och en negativt krökt förspännings- eller *spännriktning* (2–2) som överför de mot vindsuget svarande krafterna. Bortsett från en utformning med impregnerad duk eller liknande (fig :131 e) erbjuder det förspända, dubbelkrökta membrantaket stora tillverkningstekniska svårigheter, vilket medfört att konstruktionstypen hittills fått liten tillämpning.

En speciell typ av förspänt membranbärverk utgör de *pneumatiska* konstruktionerna (fig :131 f och g), vilkas bärverksyta formstabiliseras genom en tryckskillnad enligt principen för såpbubbla eller luftballong [19]–[22]. Tryckskillnaden kan därvid införas t ex genom gas, vätska eller skumstoffer. Genom den av tryckskillnaden framkallade förspänningen möjliggörs det pneumatiska membranets lastupptagning. Bärverkstypen har under de senaste åren fått en förhållandevis omfattande tillämpning för tillfälliga utställningshallar samt för övertäckning av t ex tennisbanor.

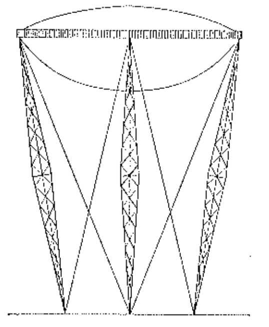


Fig :131 a

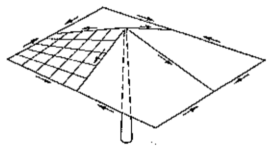


Fig :131 b. Pelarunderstöttat, hängande skärmtak, system Baroni

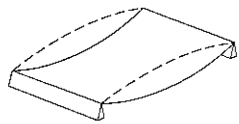


Fig :131 c. Enkelkrökt membrantak som genom vindsug vrängs till streckmarkerat läge

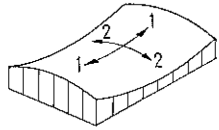


Fig :131 d. Dubbelkrökt membrantak, 1-1 bärriktning, 2-2 spännriktning

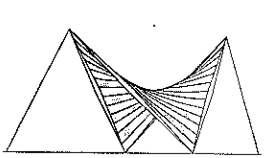


Fig :131 e. Förspänt, dubbelkrökt membrantak för polsk utställningshall i Izmir, Turkiet 1955. Pylonhöjd 12 m. Arkitekter: Hansen och Tomaszewski [18]

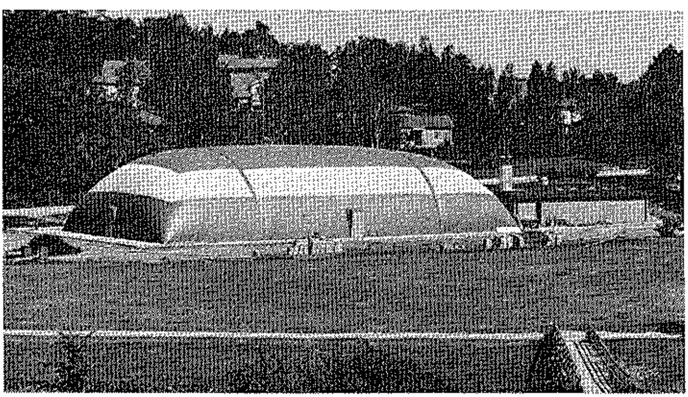


Fig :131 f. Pneumatiskt membran för badanläggning (35 × 17 m) med transparent band runtom

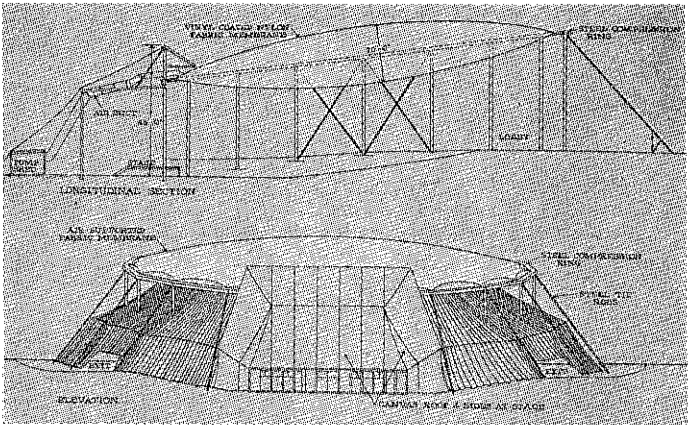


Fig :131g. Pneumatisk kuddkonstruktion (gasfylld), diameter 44 m, upphängd i polygonformad stålring. Boston Arts Center Theater, 1959. Projektörer: Kock-Ross-Weidlinger-Bird [21]

:132 Lintak

Det renodlade lintaket, vars första praktiska tillämpning utgörs av den år 1953 färdigställda Raleigharenan i USA (fig :132d), har snabbt utvecklats till den för närvarande mest allmänna typen av hängtak. Lintakets primärbärning består av ett mellan vanligen styvt utbildade ränder gående system av linor, vilka ordinärt uppbär ett utfackat yttertak och eventuellt ett upphängt undertak.

I *icke förspänt* utförande (fig :132a) lider lintaket av samma känslighet för »vrängning» genom vindsug som det inte förspända membrantaket. Detta tvingar till antingen utformning med ett tungt tak med större egenviktslast än vindsugsintensiteten eller utformning med särskilda vindstag. En originell lösning av problemet återges i fig :132b, som visar ett förslag till cirkulärt hängtak för utställningshall. Vid denna konstruktion uppbärs

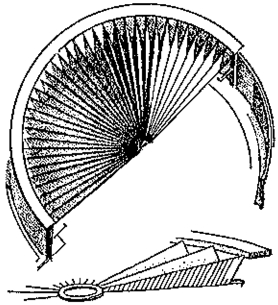


Fig :132b. Förslag till icke förspänt lintak för utställningshall i Paris 1937. Diameter 450 m [23], [25]

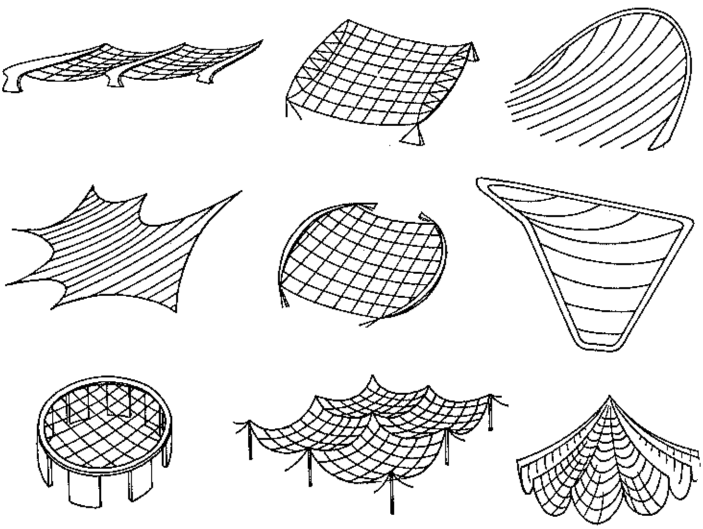


Fig :132a. Varianter av icke förspänt, dubbelkrökt lintak [18], [23], [24] ett veckat, lätt yttertak av plåt e d av radiella linor mellan en yttre tryckring och en tung inre dragring, vilken därvid har som biuppgift att ge taket tillräcklig tyngd för att förhindra vindsugsvrängning.

En vidareutveckling av bärverkssystemet enligt fig :132b utgör det *radiellt förspända* lintaket, uppbyggt av ett nedåtkrökt och ett uppåtkrökt, radiellt linsystem (fig :132c). Genom ett sådant dubbelkabelsystem erhålls en hängkonstruktion med möjligheter att uppta såväl nedåt- som uppåtriktade krafter och som därför kan ges en utformning med ett lätt yttertak. En uppmärksammad tillämpning utgör den amerikanska paviljongen vid världsutställningen i Brüssel 1958 [27].

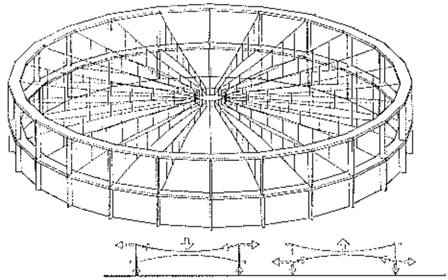


Fig :132c. Radiellt förspänt lintak, uppbyggt av ett nedåtkrökt och ett uppåtkrökt, radiellt linsystem [26]

En *förspänd* utformning enligt den i fig :131d angivna principen med ett system *bärlinor* och ett system *förspänningslinor* ger ett lintak utan vrängningsrisk och med en även för lokala laster väsentlig styvhet, vilken växer med ökad linspänning och ökad elasticitetsmodul för använt linmaterial [23], [24], [26], [29]–[31]. Några varianter av enligt denna princip förspända lintak visas i fig :132d–f. En annan typ av förspänt linsystem med väsentligen samma styvhetsegenskaper som det förspända lintaket enligt fig :132d–f

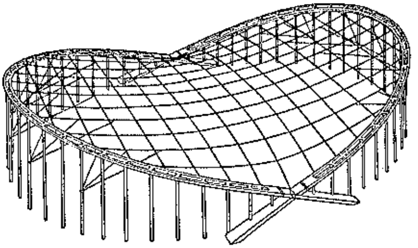


Fig :132d. Det bärande systemet för Raleigharenan, North Carolina, USA 1953; dubbelkrökt linsystem mellan liggande randbågar. Planmått 92 × 97 m. Arkitekter: Nowicki och Deitrick. Konstruktör: Severud [18], [23], [28]

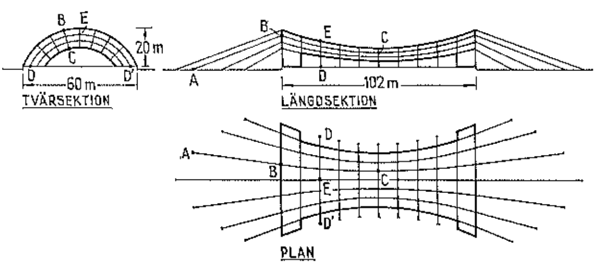


Fig :132e. Det bärande systemet för Pavilhao Rio Grande do Sul, utställningshall i Sao Paulo, Brasilien 1954. Längsgående bärlinor ABC i kombination med tvärgående slanka spännbågar DED'. Konstruktörer: Borges och Alliana [24], [31], [32]

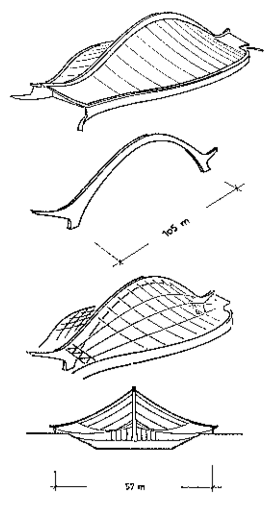


Fig :132f. DS Ingalls ispalats, Yale University, New Haven, USA 1958. Planmått 47 × 65 m. Arkitekt: Saarinen. Konstruktör: Severud [24], [31], [33], [34] utgör det veckade hängtaket, schematiskt illustrerat av den i fig :132g visade primärbärningen. Linsystemet utgörs här av ett antal över randbockar 2 gående, parallella, positivt krökta bärlinor 1, som via tvärspännlinor 4 samverkar med i vågdalarna gående, negativt krökta längsspännlinor 3 till en för såväl nedåt- som uppåtriktade laster rymdstyv konstruktion. Konstruktionsprincipen som med fördel kan användas för t ex lätta sågtak, har bl a tillämpats för utställningshallar [24], [35].

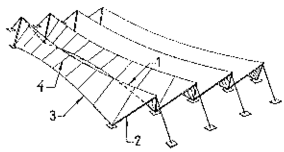


Fig :132g. Förspänt, veckat lintak [18], [23], [24], [26]

Som exempel på konstruktivt mera komplicerat, förspänt, dubbelkrökt lintak med fri formgivning visas i fig :132h den tyska paviljongen vid världsutställningen i Montreal 1967 med en takutformning av ett över åtta stålrörsmaster förspänt kabelnät med upphängd takhud av polyesterväv.

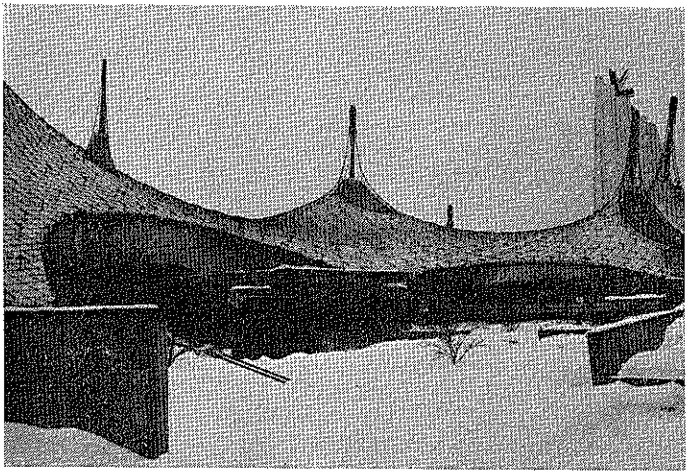


Fig :132h. Förspänt, dubbelkrökt lintak för tyska paviljongen vid världsutställningen i Montreal 1967. Basyta ca 8 000 m² [36], [37]

:133 Balk-lintak

Medan vid hallbyggnader med stora fria spännvidder statiskt lämplig takkonstruktion ofta inte oväsentligt påverkar byggnadens planform, måste takkonstruktionen vid mindre hallbyggnader i regel strängt anpassas till en av andra faktorer bestämd planlösning. Vid sådana mer låsta förutsättningar kan en hängtaksutformning med ett balk-linsystem ofta vara konstruktivt enklare genomförbar än ett renodlat lintak.

Balk-lintakets bärande system framgår av fig :133a–d. Det är uppbyggt av ett antal positivt krökta bärlinor, hopkopplade genom vinkelrät mot dem gående slanka tvärbalkar av t ex stål, aluminium, trä eller betong. Bärlinorna kan därvid antingen markförankras enligt fig :133a eller självförankras inom takkonstruktionen i böjstyva liggande randbalkar enligt något av de i fig :133b–d angivna alternativen. Tvärbalkarnas statiska funktion består dels i att ge takkonstruktionen erforderlig sidostyvhet och dels i att på ett flertal bärlinor fördela lokalt verkande laster.

Balk-lintaket är i sig självt ägnat att uppta endast nedåtriktade krafter. För att förhindra vindsugsvrängning måste det antingen ges en egenvikt, som överväger det resulterande uppåtriktade vindsuget, eller kompletteras med ett särskilt vindstagssystem. Vid takutformning med fria längsgående ränder måste därvid dessa speciellt säkras mot de kraftiga randsugskoncentrationer, som uppträder där vid sidvind. Några olika möjligheter att ordna

a

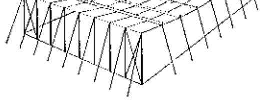


Fig :133a. Markförankrat balklintak.

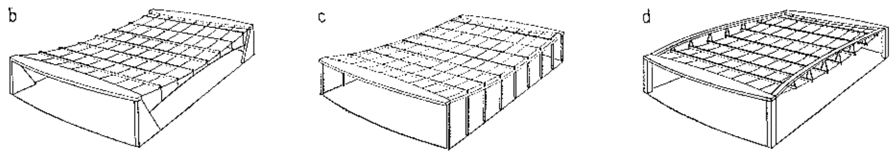


Fig :133b–d. Olika typer av självförankrat balk-lintak [23], [24], [26], [31]

en sådan randsäkring visas i fig :133a–d. Ett annat system som möjliggör en effektiv randsäkring och som dessutom kan användas som primärbärande system för olika typer av hängkonstruktioner utgör det genom fig :133e karaktäriserade med förspända snedstag mellan spänn- och bärkablar. I fig :133f visas ett exempel på ett utfört hängtak av balk-lintyp [39].

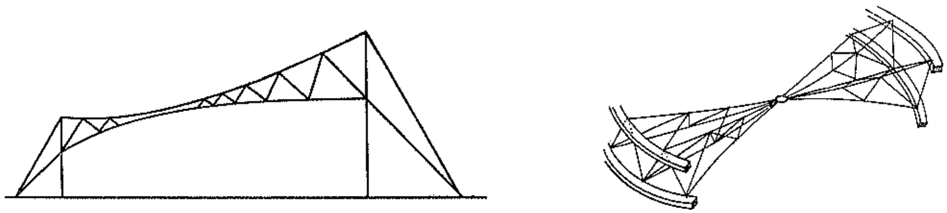


Fig :133e. System med mellan bär- och spännkablar förspända snedstag, tillämpat på plan- och rymdbärverk [30], [38]

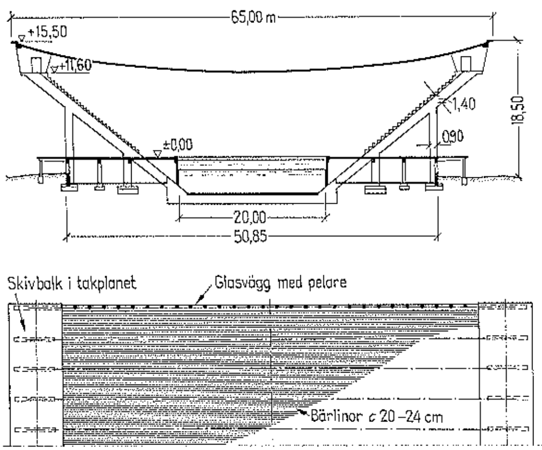


Fig :133f. Längs- och tvärförspänt balk-lintak med tvärbalkar i form av förspända betongribbor, Stadtbad Wuppertal 1956. Planmått 39,4 × 65 m. Arkitekt: Hetzelt. Konstruktör: Leonhardt i samarbete med Dywidag [39]

:134 Takutformning vid lintak och balk-lintak

Alternativa utformningar av *lintak* kan i huvudsak sammanfattas i följande uppställning, i begränsad omfattning tillämpbar också för *balk-lintakens* utformning [18], [23], [24], [27]–[29], [32], [33], [35]–[40].

1 På linsystemet spänt membran av impregnerad duk eller liknande — lämplig takutformning för byggnader av tillfällig karaktär, t ex utställningsbyggnader. För att effektivt undvika lokala vattensamlande nedhängningar och vindfladderfenomen krävs en kraftig membranförspänning och ett rela-

tivt finmaskigt linsystem med fria rutor av maximalt 1 à 1,5 m². Dukmembranet kan antingen permanent fixeras vid linsystemet eller göras hissbart på t ex bärkablarna som gejder [41].

2 Vid linsystemet fixerad utfackning av svetsfogade plastplattor eller vågformade element av plast, aluminium eller stål, kompletterad med eventuell värme- och vattenisolering, t ex enligt fig :134a [28].

3 Vid linsystemet fixerad utfackning av sandwichelement med skjuvstyv kärna av t ex cellplast eller honeycomb-typ och med in- och utvändiga ytor av t ex aluminiumplåt eller glasfiberarmerad polyester.

4 Vid linsystemet fixerad och detta omslutande konstruktion av två lag korsande träullsplattor eller liknande, kompletterad med eventuell värme- och vattenisolering (fig :134b [23]).

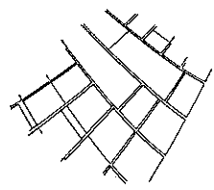


Fig :134b. Hängtaksutfackning med två lager korsande träullsplattor

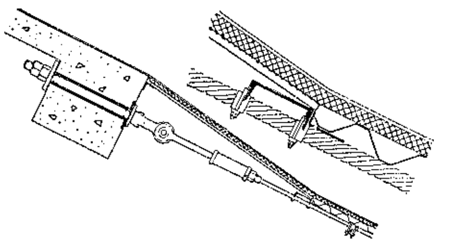


Fig :134a. Hängtaksutfackning med korrugerad plåt jämte utvändig värmeisolering och vattenisolering

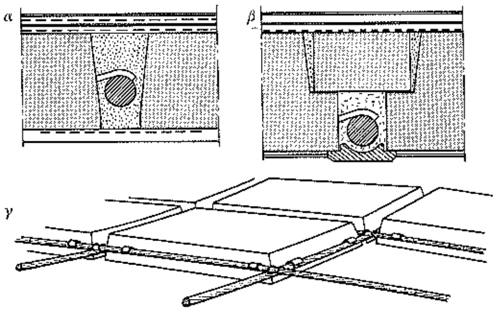


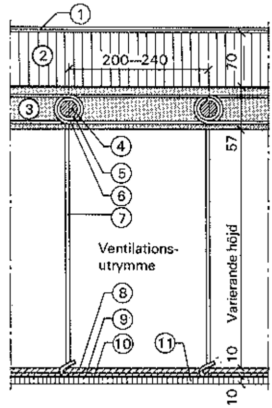
Fig :134c. Hängtaksutfackning med i linsystemet upphängda lättbetongplattor

5 Utfackning med i linsystemet upphängda förtillverkade lättbetongplattor vilka för att undvika lokala köldbryggor fogats med värmeisolerande material, t ex enligt fig :134c, detalj α porigt kalkbruk eller enligt fig :134c, detalj β mineralullsinbäddning i kombination med speciella fogstrimlor av lättbetong [23].

6 Utfackning i princip enligt 5 med i linsystemet upphängda förtillverkade, armerade betongplattor, kompletterade med eventuell värme- och vattenisolering.

7 Sprutbetongskikt på ett vid linsystemet fixerat finmaskigt trådnät, kompletterat med eventuell värme- och vattenisolering. Vid tunt betongskikt (15 à 20 mm) medför en sådan takutformning normalt inga speciella konstruktiva problem; vid tjockare betongskikt kan de under arbetets gång uppträdande lastomlagringarna bli så stora att man för att undvika generande sprickbildning tvingas till ett utförande i spännbetong.

8 Utformning med i linsystemet omgivande, platsgjutet lättbetong- eller betongtak, kompletterat med eventuell värme- och vattenisolering (fig :134d) [39].



① - 2 lag asfaltpapp
② - Cellplast på bitumenklister
③ - Förspänd betong
④ - Bärkabel av stål 1311 ∅ 24
⑤ - Förzinkat stålrör ∅ 30
⑥ - Korrosionsskydd
⑦ - Hängstag av rostfritt stål
⑧ - Kalkcementputs
⑨ - Armeringsmatta
⑩ - Rabitzduk
⑪ - Ljudabsorberande puts

Fig :134d. För Stadtbad Wuppertal tillämpad takutformning [39]

:2 Kabelmaterial

För hängkonstruktioner normalt tillämpade kabeltyper utgörs av:

a vid *hängbroar med stor spännvidd* ($l > 300$ m) platstillverkade, parallelltrådiga kablar av höghållfast stål (St 130–St 200)

b vid *hängbroar med medelstor eller liten spännvidd* ($l \leqslant 300$ m) fabrikstillverkade, spiralslagna, höghållfasta stålkablar, uppbyggda antingen av enbart rundståltrådar eller enligt fig :2 av en kärna med rundståltrådar, omgiven av olika typer av profilerade ståltrådar (s k slutna kablar)

c vid *hängtak* spiralslagna, höghållfasta stålkablar eller, vid mindre spännvidder, rund-, platt- eller olika typer av profilstänger av mjukt konstruktionsstål.

Härutöver speciellt för hängtak möjliga men för närvarande oftast inte ekonomiskt konkurrenskraftiga kabeltyper utgör spiralslagna aluminiumkablar och rund-, platt- eller profilstänger av aluminium eller av syntetiska material, t ex nylon eller perlon.

Några för de nämnda kabeltyperna karaktäristiska egenskaper redovisas i tabell :2, vilken upptar i första kolumnen *brottkilometertalet* σ/γ, dvs den längd i km, vid vilken en vertikalt fritt hängande kabel brister vid enbart egenviktsbelastning, i andra kolumnen *brottspännvidden* l_{max} för den enbart egenviktsbelastade, mellan två på lika nivå belägna punkter, hängande kabeln samt i sista kolumnen en *faktor Kp*, mot vilken kabelkostnaden vid given spännvidd och given kabelkraft är direkt proportionell (*Kp*-värdena beräknade för 1967 års priser).

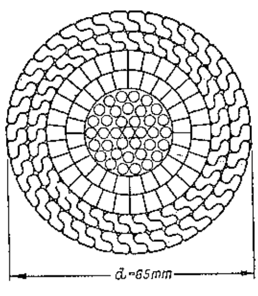


Fig :2. Sektion av bärkabel för Rheinbrücke bei Köln-Rodenkirchen [42]

Tabell :2

Kabeltyp	σ/γ km	l_{max} (f/l=0,15) km	Kp kr/kg·km
Massiv kabel av St 37	4,7	4,8	0,17
Massiv kabel av St 52	6,6	6,7	0,13
Spiralslagen, varmförzinkad, 7-trådig stålkabel, SEN 1245, σ_B=6 000 kp/cm²	7,6	7,7	0,20–0,17
Seghärdad, 7-trådig stålkabel, σ_B=13 000 kp/cm²	16,5	16,8	0,10
Massiv aluminiumkabel, Al Si Mg, σ_B=3 000 kp/cm²	11,1	11,3	1,0–0,6
Spiralslagen, 7-trådig aluminiumkabel, σ_B=3 200–2 700 kp/cm²	7,3–6,2	7,4–6,3	0,82
Spiralslagen aluminiumstålkabel, σ_B=6 600–5 700 kp/cm²	9,7–8,8	9,9–9,0	0,33
Perlonkabel, σ_B=6 000 kp/cm²	50	51	0,9

Till de i tabellen medtagna egenskaperna bör läggas de för hängkonstruktionernas *deformationer* betydelsefulla förhållandena, att elasticitetsmodulen är väsentligt lägre för spiralslagna än för parallelltrådiga eller massiva kablar, jfr t ex [43], samt att för aluminium elasticitetsmodulen är endast ca 1/3 av elasticitetsmodulen för stål. Av betydelse ur deformationssynpunkt är vidare det förhållandet att aluminium har ca dubbelt så stor längdutvidgningskoefficient som stål.

För vid kablarnas fastsättning aktuella problem hänvisas till t ex [44] och i denna givna vidare hänvisningar.

:3 Bestämning av spänningar, deformationer m m

Jfr kap Mekanik, hd I

:31 Fri kabel

En fri kabels nedhängning y av per *horisontell* längdenhet fördelad egenvikt q kan beräknas ur ekvationen (fig :31 a)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{q}{H_0} \tag{1}$$

där H_0=kabelkraftens i varje snitt konstanta horisontalkomposant. För bestämning av denna jämte de båda vid integrationen framkomna integrationskonstanterna måste tre gränsvillkor uppfyllas. Dessa kan väljas som koordinaterna för upphängningspunkterna A och B i kombination med ett villkor om föreskriven pilhöjd eller total kabellängd. Vid känt H_0-värde erhålls kabelkraften S i godtyckligt valt snitt x ur sambandet

$$S = \frac{H_0}{\cos \Theta} \tag{2}$$

där Θ = kabelns lutningsvinkel i snittet.

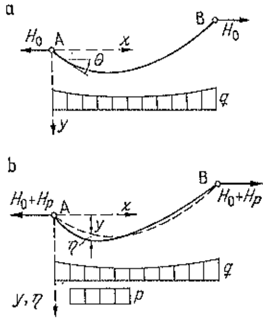


Fig :31a och b

När en nyttig vertikallast, t ex trafiklast, p införs på kabeln, får denna i snitt x en tillskottsnedböjning η (fig :31b), för vilken gäller det med ekv (1) analoga uttrycket

$$\frac{d^2(y+\eta)}{dx^2} = -\frac{q+p}{H_0+H_p} \tag{3}$$

där H_p = den av p orsakade tillskottskabelkraftens horisontalkomposant. Lösningsmetodiken för ekv (3) blir med beaktande av eventuella diskontinuiteter i p_x-lastfördelningen i princip densamma som för ekv (1) med gränsvillkoren, att kabeln skall gå genom punkterna A och B samt ha en total längd, som avviker från längden i fig :31a med ett belopp svarande mot kabelns elastiska töjning och eventuell förskjutning av upphängningspunkterna. För den detaljerade beräkningsgången hänvisas till nedan följande tillämpningar samt till litteraturen, t ex [5] del I, [23], [45] eller [46].

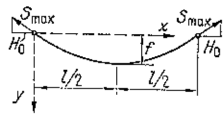


Fig :31c

Tillämpning 1. Nedhängningskurvan y för en mellan två punkter på lika nivå hängande kabel, påverkad av per *båglängdenhet* jämnt fördelad egenvikt $\bar{q}$ — *kedjelinjen* (fig :31c). Omräkning till per horisontell längdenhet fördelad last q ger

$$q\mathrm{d}x = \bar{q}\mathrm{d}s; \quad q = \bar{q}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x} = \bar{q}\sqrt{1+y'^2} \tag{a}$$

som insatt i ekv (1) överför denna i

$$y'' = -\frac{\bar{q}}{H_0}\sqrt{1+y'^2} \tag{b}$$

Integration av ekv (b) med beaktande av gränsvillkoren 1) $y=0$ för $x=0$, 2) $y=0$ för $x=l$, 3) $y=f$ för $x=l/2$ ger kedjelinjeekvationen

$$y = \frac{H_0}{\bar{q}}\left[\cosh\frac{\bar{q}l}{2H_0} - \cosh\frac{\bar{q}}{H_0}\left(\frac{l}{2}-x\right)\right]; \quad f = \frac{H_0}{\bar{q}}\left[\cosh\frac{\bar{q}l}{2H_0} - 1\right] \tag{c}$$

varur vid föreskrivet pilhöjdsförhållande f/l kabelkraftens horisontalkomposant H_0 kan beräknas (tabell :31a).

Genom integration längs bågen erhålls för totala kabellängden

$$L = \int_0^L \mathrm{d}s = 2\int_0^{l/2}\sqrt{1+y'^2}\mathrm{d}x = \frac{2H_0}{\bar{q}}\sinh\frac{\bar{q}l}{2H_0} \tag{d}$$

numeriskt redovisad i tabell :31a.

Tabell :31a Kabellängd L och kabelkraftens horisontalkomposant H_0 för kedjelinje med varierande f/l

f/l	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	Mult
L/l	1	1,026	1,100	1,209	1,344	1,496	—
H_0	1	1,013	1,050	1,102	1,166	1,238	$\frac{\bar{q}l^2}{8f}$

Tillämpning 2. Nedhängningskurvan y för en mellan två punkter på lika nivå hängande kabel, belastad med per *horisontell längdenhet* jämnt fördelad egenvikt q — *hängbrokurvan* (fig :31 d).

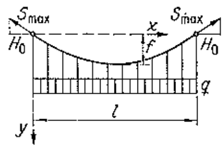


Fig :31 d

En analog beräkning som under tillämpning 1 ger

$$y=\frac{4fx}{l^2}(l-x);\quad H_0=\frac{ql^2}{8f} \tag{a}$$

$$L=\frac{1}{2}l\left\{\sqrt{1+\left(\frac{4f}{l}\right)^2}+\frac{l}{4f}\ln\left[\frac{4f}{l}+\sqrt{1+\left(\frac{4f}{l}\right)^2}\right]\right\} \tag{b}$$

Tabell :31 b Kabellängd L för hängbrokurva med varierande f/l

f/l	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
L/l	1	1,026	1,098	1,204	1,334	1,479

Tillämpning 3. Tillskott Δf i kabelns pilhöjd f för lastfallet enligt tillämpning 2 från a) en likformig uppvärmning t°C av kabeln och b) kabelns elastiska töjning.

Genom serieutveckling av det noggranna sambandet för kabellängden L — tillämpning 1 ekv (d) — kan härledas det approximativa sambandet

$$L=l+\frac{1}{2}\int_0^l y'^2\,\mathrm{d}x \tag{a}$$

Insättning häri av y enligt tillämpning 2, ekv (a) ger för kabellängden L närmeuttrycket

$$L=l\left(1+\frac{8f^2}{3l^2}\right) \tag{b}$$

vilket i förhållande till noggrant kabellängdsuttryck ger en avvikelse mindre än 3 % för $f/l\leqslant 0{,}3$.

Ur ekv (b) erhålls mellan infinitesimal förändring Δf av pilhöjden f och infinitesimal förändring ΔL av kabellängden L sambandet

$$\Delta f=\frac{3l}{16f}\Delta L \tag{c}$$

a En likformig uppvärmning t°C av kabeln ökar kabellängden med värdet ΔL_t, för vilket med utnyttjande av ekv (b) beräknas

$$\Delta L_t=\alpha tL=\alpha tl\left(1+\frac{8f^2}{3l^2}\right) \tag{d}$$

med α = längdutvidgningskoefficienten. För tillhörande pilhöjdstillskott Δf ger därpå ekv (c) uttrycket

$$\Delta f=\frac{3}{16}\alpha t\frac{l^2}{f}\left(1+\frac{8f^2}{3l^2}\right) \tag{e}$$

b Från kabelns elastiska töjning erhålls i godtyckligt valt kabelsnitt x eller s den relativa längdändringen

$$=\frac{\sigma}{E_c}=\frac{S}{E_cA_c}=\frac{H}{E_cA_c\cos\theta} \tag{f}$$

och för det infinitesimala kabelelementet ds den tillhörande förlängningen

$$\varepsilon\mathrm{d}s=\frac{\varepsilon\mathrm{d}x}{\cos\theta}=\frac{H\mathrm{d}x}{E_cA_c\cos^2\theta}=\frac{H}{E_cA_c}(1+y'^2)\,\mathrm{d}x \tag{f}$$

med E_c = kabelns elasticitetsmodul och A_c = kabelns tvärsnittsyta. Integration över kabellängden av εds enligt ekv (f) ger för den av elastisk kabel-töjning orsakade kabellängdsförändringen ΔL_e uttrycket

$$\Delta L_e = \int_0^L \varepsilon \mathrm{d}s = \frac{Hl}{E_c A_c}\left(1 + \frac{16f^2}{3l^2}\right) \tag{g}$$

varpå ur ekv (c) för tillhörande pilhöjdstillskott Δf beräknas värdet

$$\Delta f = \frac{3Hl^2}{16fE_cA_c}\left(1 + \frac{16f^2}{3l^2}\right) \tag{h}$$

Tillämpning 4. Nedhängningskurvan $y+\eta$ för en mellan två punkter på lika nivå hängande kabel, belastad med per horisontell längdenhet jämnt fördelad egenvikt q jämte punktlast P i godtyckligt valt snitt λl (fig :31 e).

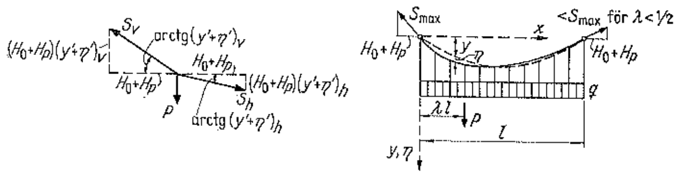


Fig :31 e

Ekv (3) ger

$$y'' + \eta'' = -\frac{q}{H_0 + H_p} \tag{a}$$

varur genom dubbel integration beräknas $(y+\eta)_v$ för $x \leqslant \lambda l$ och $(y+\eta)_h$ för $x \geqslant \lambda l$.

För bestämning av därvid erhållna fyra integrationskonstanter gäller gränsvillkoren (jfr fig :31 e).

1 $(y+\eta)_v = 0$ för $x=0$, 2 $(y+\eta)_h = 0$ för $x=l$, 3 $(y+\eta)_v = (y+\eta)_h$ för $x=\lambda l$,
4 $(H_0+H_p)(y'+\eta')_v - (H_0+H_p)(y'+\eta')_h - P = 0$ för $x=\lambda l$.

Tillämpning härav ger

$$\left.\begin{aligned}\eta_v &= \frac{Px}{H_0+H_p}\left[1-\lambda+\frac{ql}{2P}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right] - y \quad \text{för} \quad x \leqslant \lambda l \\ \eta_h &= \frac{Pl}{H_0+H_p}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[\lambda+\frac{ql}{2P}\cdot\frac{x}{l}\right] - y \quad \text{för} \quad x \geqslant \lambda l\end{aligned}\right\} \tag{b}$$

med y bestämd av ekv (a) i tillämpning 2.

Förändringen genom P i kabelkraftens horisontalkomposant H_p kan därefter beräknas enligt ovan beskriven teknik via en bestämning av den totala kabellängden ur det noggranna sambandet

$$L = \int_0^l \sqrt{1 + (y' + \eta')^2}\,\mathrm{d}x \tag{c}$$

eller ur närmesambandet

$$L = l + \frac{1}{2}\int_0^l (y' + \eta')^2\,\mathrm{d}x \tag{d}$$

En tillämpning av den approximativa ekv (d) ger därvid för H_p uttrycket

$$H_p = \frac{ql^2}{8f}\left[\sqrt{1 + 12\lambda(1-\lambda)\frac{P}{ql} + 12\lambda(1-\lambda)\left(\frac{P}{ql}\right)^2} - 1\right] \tag{e}$$

varur genom serieutveckling med medtagande av högst $(P/ql)^2$-termer beräknas närmeuttrycket

$$H_P = \frac{3}{4}\lambda(1-\lambda)\frac{Pl}{f}\left[1+(1-3\lambda+3\lambda^2)\frac{P}{ql}\right] \qquad \text{(f)}$$

med hög noggrannhet tillämpbart för $P/ql \leqslant 0{,}3$.

:32 Kabelstagad mast

En kabelstagad mast (fig :11 b) upptar sin dimensionerande last (vindlasten) som kontinuerlig balk på elastiska stöd, vars »fjäderkonstanter» kan förändras genom variation av kabeldimension, kabellutning och förspänningskraft. Dimensioneringen får genomföras som en spänningsberäkning vid på försök valda lin- och mastdimensioner, lämpligen uppskattade på grundval av en överslagsberäkning för gränsfallet oeftergivliga stöd. För den detaljerade beräkningstekniken hänvisas till litteraturen, t ex [5] del I, [47]–[54] för i basen ledartat infästade master, [54], [55] för i basen elastiskt inspända master samt [51] för hela mastgrupper av exempelvis den typ som visas i fig :32.

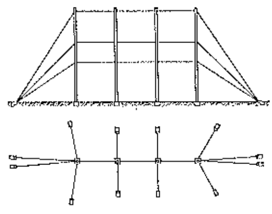


Fig :32

:33 Mjuka hängbroar

:331 Grundläggande teori

För *överslagsberäkningar* kan den mjuka hängbrons nedböjningskurva η med för ordinära förhållanden tillfredsställande noggrannhet bestämmas enligt :31 som nedböjningskurvan för den fria kabeln. Vid en sådan beräkning erhållna η-värden ligger genomgående på säkra sidan i förhållande till de mer korrekta värden, som erhålls vid en beräkning som inkluderar förstyvningsbalkens inverkan.

För den *slutgiltiga spännings- och deformationskontrollen* fordras en beräkning baserad på grundekvationerna för det samverkande systemet kabel–förstyvningsbalk. Vid ordinära krav på precision kan därvid för vertikal nedböjning η och böjmoment i förstyvningsbalk M_x Melans grundekvation tillämpas, vilken med beteckningar enligt :31 och enligt fig :331 a och b lyder

$$\eta'' = -\frac{M_x}{EI}; \quad M_x'' - \frac{c^2}{l^2}M_x = -H_p y'' - p(x) \qquad (1)$$

med

$$y = \frac{4fx}{l^2}(l-x); \quad c = l\sqrt{\frac{H_0+H_p}{EI}}; \quad H_0 = \frac{ql^2}{8f} \qquad (2)$$

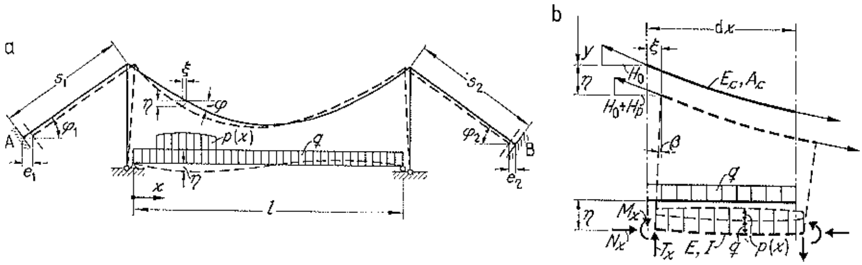


Fig :331 a och b

Ekvationen gäller under följande förutsättningar:

1 elastiskt material

2 egenviktslast q bärs enbart av kabeln utan uppkomst (vid normal temperatur) av moment i förstyvningsbalken

3 hängstagsavstånden är så små att hängstagskrafterna med god approximation kan anses kontinuerligt fördelade

4 kabelns horisontalvandring ξ försummas

5 de initiellt vertikala hängstagens vinkeländring β försummas

6 kabelkraftens horisontalkomposant antas konstant över hela spännvidden

7 hängstagsförlängning och tornförkortning från trafiklast $p(x)$ försummas

8 förstyvningsbalkens tvärkrafts- och normalkraftsdeformationer försummas

9 förstyvningsbalkens böjstyvhet EI antas konstant.

Speciellt för det i fig :331 c visade lastfallet — i godtyckligt valt snitt placerad, koncentrerad trafiklast P — har ekv (1) lösningen [(56]–[62] m fl).

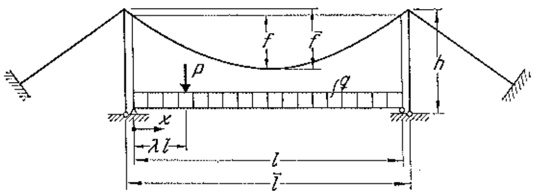


Fig :331 c

$$(H_0+H_p)\eta = Pl\left[(1-\lambda)\frac{x}{l} - \frac{\sinh c(1-\lambda)\sinh c\frac{x}{l}}{c\sinh c}\right] + H_p\frac{16f}{c^2}\cdot\frac{\sinh\frac{cx}{2l}\sinh\frac{c}{2}\left(1-\frac{x}{l}\right)}{\cosh\frac{c}{2}} - H_p y \quad \text{för } 0\leqslant\frac{x}{l}\leqslant\lambda \tag{3}$$

$$M_x = Pl\frac{\sinh c(1-\lambda)\sinh c\frac{x}{l}}{c\sinh c} - H_p\frac{16f}{c^2}\cdot\frac{\sinh\frac{cx}{2l}\sinh\frac{c}{2}\left(1-\frac{x}{l}\right)}{\cosh\frac{c}{2}} \quad \text{för } 0\leqslant\frac{x}{l}\leqslant\lambda \tag{4}$$

och för $\lambda\leqslant(x/l)\leqslant 1$ de analogt uppbyggda ekvationer, som erhålls ur ekv (3) och (4) genom utbyte av λ mot $1-\lambda$ och x mot $l-x$.

Erforderligt samband för bestämning av det till trafiklasten P hörande tillskottet i kabelkraftens horisontalkomposant H_p kan erhållas genom tillämpning av »*kabelvillkoret*» (jfr fig :331 a och b)

$$\int_A^B d\xi = -(e_1+e_2) = \frac{H_p}{E_cA_c}\int_A^B \sec^3\varphi\,\mathrm{d}x + \alpha t\int_A^B \mathrm{d}x + y''\int_0^l \eta\,\mathrm{d}x \tag{5}$$

i vilket e_1 och e_2 betecknar horisontella förankringsförskjutningar enligt fig :331 a, α längdutvidgningskoefficienten samt t en eventuell temperaturförhöjning. Insättning av ekv (3) i »kabelvillkoret» ger för H_p sambandet [58], [59]

$$\frac{4f}{3l}H_p = \frac{P\left[\lambda(1-\lambda) - \dfrac{4\sinh\frac{c}{2}\lambda\sinh\frac{c}{2}(1-\lambda)}{c^2\cosh\frac{c}{2}}\right] - \dfrac{H_0+H_p}{4f}[\alpha t l_t + (e_1+e_2)]}{1+\dfrac{12}{c^2}\left(\dfrac{2}{c}\tanh\dfrac{c}{2}-1\right)+\dfrac{3ll_s(H_0+H_p)}{16f^2E_cA_c}} \tag{6}$$

med (jfr fig :331 a och c)

$$\left.\begin{aligned} l_s &\approx \bar{l}\left(1 + 8\frac{\bar{f}^2}{\bar{l}^2}\right) + s_1 \sec^2 \varphi_1 + s_2 \sec^2 \varphi_2 \\ l_t &= \bar{l} + s_1 \sec \varphi_1 + s_2 \sec \varphi_2 - h(\tan \varphi_1 + \tan \varphi_2) \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Ur ekv (2), (6) och (7) kan H_p beräknas genom successiv approximation. Som ingångsvärde väljs lämpligen det H_p-värde som ges av ekv (e) eller (f) i :31, tillämpning 4, varpå ur ekv (2) bestäms tillhörande c och ur ekv (6) och (7) ett förnyat H_p-värde etc. I regel erhålls därvid tillfredsställande noggrannhet genom en beräkningsomgång. Vid känt H_p-värde kan därpå vertikal nedböjning η och förstyvningsbalkens böjmoment M_x direkt bestämmas ur ekv (3) och (4).

Vid trafiklast som sammansätts av två eller flera punktlaster eller som utgörs av fördelade laster kan η, M_x och H_p beräknas genom direkt summation respektive integration i P-termerna i ovanstående ekv (3), (4) och (6). För det mer detaljerade beräkningsförfarandet liksom för andra beräkningsmetoder enligt den mjuka hängbrons deflektionsteori hänvisas till litteraturen, t ex [5], [46], [56]–[67].

Om hänsyn tas till *kabelns horisontalvandring* ξ och inverkan av de initiellt *vertikala hängstagens snedställning vinkeln* β reduceras ovan beräknade maximala nedböjningar η och böjmomentet M_x för ordinära mjuka hängbroar mindre än 10 à 15%. Den procentuella reduktionens storlek ökar allmänt med minskat avstånd i fackmitt mellan kabel och förstyvningsbalk. Noggranna metoder för beräkning av denna effekt anges i [56], [58] och [68], approximativ metod i [69]. Beräkningsmetod för gränsfallet hängbro med *fastlåsning i fackmitt mellan kabel och förstyvningsbalk* redovisas i [69], för *självförankrad hängbro* i [70].

För det föränderliga systemet hängbro med *initiellt sneda hängstag* (fig :122a och b) anges i [5], del II närmemetod, som inte inkluderar förstyvningsbalkens inverkan och därför ger värden på säkra sidan. För de speciella beräkningsproblem, som inkommer vid *snedkabelbroar* av t ex den typ som visas i fig :123b och c hänvisas till [71] och [72].

Hängbroarnas *statiska* verkningssätt vid *horisontell vindlast* behandlas i [5], del II, [58], [73]–[76] m fl.

:332 Systematiserad beräkningsmetod för vertikalt belastad, mjuk hängbro

Beräkningsarbetet vid en praktisk dimensionering av en vertikalt belastad, mjuk hängbro kan genom tabeller och diagram avsevärt förkortas, jfr t ex [56]–[60]. Nedan refereras summariskt en sådan systematiserad beräkningsmetod, framlagd i [57].

Följande storheter införs (fig :332)

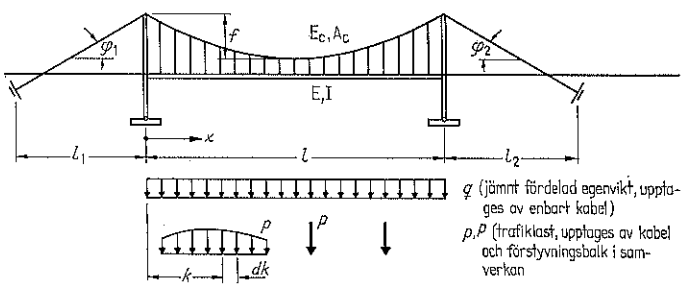


Fig :332

$$l_s = \frac{l_1}{\cos^3 \varphi_1} + l\left[1 + 8\left(\frac{f}{l}\right)^2\right] + \frac{l_2}{\cos^3 \varphi_2} \tag{1}$$

$$u = \frac{8f}{l} \quad (2) \qquad H_0 = \frac{ql^2}{8f} \quad (3) \qquad \gamma = \frac{H_0}{E_c A_c} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{H_p}{H_0} \quad (5) \qquad c_0 = \sqrt{\frac{H_0 l^2}{EI}} \quad (6) \qquad c = c_0\sqrt{1+\beta} \quad (7)$$

med l_s=»elastiska» kabellängden, H_0=kabelkraftens horisontalkomposant vid last av enbart egenvikt q, H_p=tillskott i kabelkraftens horisontalkomposant från trafiklastinverkan (p, P), EI=förstyvningsbalkens böjstyvhet, E_c=kabelns elasticitetsmodul och A_c=kabelns tvärsnittsyta.

I systematiserad form kan *kabelvillkoret* skrivas

$$\delta = \frac{1+\beta}{u^2 g_n}\left(\beta\gamma\frac{l_s}{l} + \alpha t\frac{l_1 + l + l_2}{l}\right) \quad (8) \qquad \beta + \delta = \frac{1}{ql}\int \frac{j_k}{g_n} p\,\mathrm{d}k \quad (9)$$

med α=längdutvidgningskoefficient, t=temperaturhöjning samt g_n och j_k/g_n=dimensionslösa storheter, som varierar med c respektive c och trafiklastkoordinaten k enligt tab :332a. Ur ekv (1)–(9) kan för en given trafiklastställning β och δ bestämmas genom passningsräkning, varigenom också c och den totala kabelkraftens horisontalkomposant

$H = H_0 + H_p = H_0(1+\beta)$ (10) blir kända.

Tabell :332a Värden för j_k/g_n och g_n. För $c=\infty$ skall klammeromfattade värden adderas

c	j_k/g_n Änd-lutning	k/l=0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	$10^3 g_n$
0	5,000	0,4905	0,9280	1,2705	1,4880	1,5625	$10^3c^2/120$
1	5,006	0,4909	0,9285	1,2704	1,4876	1,5619	7,57
2	5,021	0,4922	0,9295	1,2703	1,4860	1,5597	23,73
3	5,049	0,4943	0,9315	1,2702	1,4836	1,5564	39,27
4	5,082	0,4968	0,9337	1,2700	1,4808	1,5524	50,96
5	5,120	0,4997	0,9361	1,2697	1,4776	1,5481	59,12
6	5,159	0,5026	0,9387	1,2694	1,4744	1,5437	64,77
7	5,199	0,5056	0,9411	1,2690	1,4712	1,5395	68,75
8	5,238	0,5084	0,9433	1,2686	1,4682	1,5353	71,61
10	5,310	0,5134	0,9471	1,2677	1,4628	1,5282	75,33
12	5,373	0,5177	0,9502	1,2670	1,4587	1,5228	77,55
15	5,455	0,5227	0,9534	1,2658	1,4540	1,5169	79,48
20	5,550	0,5283	0,9564	1,2643	1,4492	1,5108	81,08
40	5,743	0,5365	0,9593	1,2615	1,4428	1,5032	82,74
∞	6,000 $-12/c$ $+72/c^2$	0,5400 $-5,52/c^2$	0,9600 $-0,48/c^2$	1,2600 $+3,12/c^2$	1,4400 $+5,28/c^2$	1,5000 $+6,00/c^2$	83,33 $-1/c^2$

Mot den givna trafiklastställningen svarande vertikal *nedböjning* η, *vinkeländring* av förstyvningsbalken η', *böjmoment* i förstyvningsbalken M, *tvärkraft* i förstyvningsbalken T samt fördelad *hängstagskraft* h i snitt x kan därpå beräknas över de systematiserade sambanden

$$\frac{\eta}{l} = \frac{u}{1+\beta}\left[\frac{1}{ql}\int i_{xk}\,p\,\mathrm{d}k + \delta j_x\right] \tag{11}$$

$$\eta' = \frac{u}{1+\beta}\left[\frac{1}{ql}\int i^{\mathrm{I}}_{xk}\,p\,\mathrm{d}k + \delta j^{\mathrm{I}}_x\right] \tag{12}$$

$$\frac{M}{ql^2} = \frac{1}{ql}\int i^{\mathrm{II}}_{xk}\,p\,\mathrm{d}k + \delta j^{\mathrm{II}}_x \tag{13}$$

$$\frac{T}{ql} = \frac{1}{ql} \int i_{xk}^{\mathrm{III}} p \, \mathrm{d}k + \delta j_x^{\mathrm{III}} \tag{14}$$

$$\frac{h}{q} = \frac{1}{ql} \int i_{xk}^{\mathrm{IV}} p \, \mathrm{d}k + \delta j_x^{\mathrm{IV}} \tag{15}$$

Därvid betecknar j_x, $j_x^{\mathrm{I}} \dots j_x^{\mathrm{IV}}$ funktioner som varierar med c och x enligt tabell :332b. Funktionerna i_{xk}, $i_{xk}^{\mathrm{I}} \dots i_{xk}^{\mathrm{IV}}$ utgör s k influensfunktioner, som beror av c, koordinaten för studerat brosnitt x och trafiklastkoordinaten k enligt tabellerna :332c–k. Till funktionerna i_{xk}, $i_{xk}^{\mathrm{I}} \dots i_{xk}^{\mathrm{IV}}$ hörande A_+ influensytor, svarande mot för respektive storhet farligaste utbredning av jämnt fördelad trafiklast $p=1$, anges i tabell :332 l, vilken också ger sammanhängande värde för j_k/g_n-ytan B_+. Influensytorna är därvid refererade till spännvidden $l=1$. För negativ influensyta A_-, vilken är lika stor som den positiva influensytan A_+, gäller ett sammanhängande värde för j_k/g_n-ytan $B_- = 1 - B_+$.

Tabell :332b Värden för $10^3 j_x^{(i)}$ $j_x^{\mathrm{III}} = 0$ för $x = 0{,}5l$ och samtliga c

c	$10^3 j_x$		$10^3 j_x^{\mathrm{I}}$	$10^3 j_x^{\mathrm{II}}$		$10^3 j_x^{\mathrm{III}}$	$10^3 j_x^{\mathrm{IV}}$	
	$x/l=0{,}2$	0,5	0	0,2	0,5	0	0,2	0,5
$\to 0$	$7{,}73c^2$	$13{,}0c^2$	$41{,}7c^2$	80,00	125,00	500,0	1 000	1 000
1	7,03	11,82	37,88	72,97	113,18	462,1	972,0	886,8
2	22,06	37,01	119,2	57,94	87,99	380,8	768,3	648,1
3	36,58	61,12	198,3	43,42	63,88	301,7	609,2	425,1
4	47,58	79,11	259,0	32,42	45,89	241,0	481,3	265,8
5	55,34	91,52	302,7	24,66	33,48	197,3	383,6	163,1
6	60,80	99,98	334,1	19,20	25,02	165,8	308,7	99,33
7	64,7	105,8	357,3	15,31	19,17	142,6	250,1	60,34
8	67,55	109,9	375,1	12,45	15,05	124,9	203,5	36,62
10	71,4	115,1	400,0	8,643	9,865	99,99	135,7	13,48
12	73,69	118,9	416,7	6,314	6,910	83,33	90,78	4,96
15	75,8	120,6	433,3	4,223	4,440	66,67	49,79	1,11
20	77,5	122,5	450,0	2,454	2,500	50,00	18,32	0,09
40	79 4	124,4	475,0	0,625	0,625	25,00	0,34	0,00
$\to \infty$	$\begin{cases} 80{,}0 \\ -10^3/c^2 \end{cases}$	125,0 $-10^3/c^2$	500,0 $-10^3/c$	$10^3/c^2$	$10^3/c^2$	$10^3/c$	$10^3 e^{-0{,}20}$	$\dfrac{2\,000}{e^{0{,}5\,c}}$

Tabell :332c 10^3 i_{xk}-värden för $x=0{,}2l$

c	Änd-lutning	$k/l=0{,}1$	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	Änd-lutning
$\to 0$	$9{,}3c^2$	$0{,}87c^2$	$1{,}19c^2$	$1{,}36c^2$	$1{,}14c^2$	$0{,}49c^2$	$-0{,}25c^2$	$-0{,}84c^2$	$-1{,}04c^2$	$6{,}67c^2$
1	9,12	0,854	1,164	1,325	1,111	0,476	−0,248	−0,222	−1,017	6,49
2	34,20	3,204	4,371	4,973	4,141	1,739	−0,955	−3,072	−3,767	24,06
3	69,7	6,53	8,92	10,13	8,36	3,40	−2,06	−6,25	−7,56	48,2
4	109,4	10,28	14,05	15,94	12,93	5,07	−3,38	−9,78	−11,65	74,4
5	148,9	14,02	19,11	21,75	17,33	6,49	−4,84	−13,26	−15,53	99,2
6	185,2	17,49	23,97	27,16	21,25	7,56	−6,34	−16,43	−18,95	121,1
7	217,1	20,57	28,27	32,03	24,59	8,28	−7,80	−19,25	−21,83	139,8
8	244,3	23,25	32,05	36,34	27,36	8,71	−9,15	−21,62	−24,20	155,4
10	285,8	27,46	38,16	43,33	31,49	8,98	−11,49	−25,28	−27,70	179,3
12	313,4	30,44	42,69	48,66	34,20	8,76	−13,34	−27,83	−30,05	196,0
15	336,9	33,32	47,44	54,51	36,66	8,16	−15,31	−30,26	−32,25	213,4
20	351,3	35,71	52,13	60,85	38,58	7,16	−17,22	−32,38	−34,16	230,4
40	344,0	37,19	57,75	71,35	39,64	5,48	−19,32	−34,52	−36,15	255,7
$\to \infty$	320,0	36,80 $+980/c^2$	58,80 $+990/c^2$	83,20 $-500/c$ $+1\,000/c^2$	39,20 $+1\,010/c^2$	4,80 $+1\,020/c^2$	−20,00 $+1\,020/c^2$	−35,20 $+1\,020/c^2$	−36,80 $+1\,000/c^2$	280,0

Tabell :332d $10^3 i_{xk}$-värden för $x = 0,5l$

c	Ändlutning	$k/l = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5
→0	$-2,60c^2$	$-0,22c^2$	$-0,25c^2$	$-0,04c^2$	$0,29c^2$	$0,49c^2$
1	−2,57	−0,217	−0,248	−0,045	0,288	0,482
2	−9,94	−0,840	−0,955	−0,170	1,114	1,873
3	−21,15	−1,789	−2,039	−0,363	2,373	4,008
4	−34,98	−2,955	−3,374	−0,623	3,922	6,676
5	−50,12	−4,230	−4,843	−0,932	5,621	9,651
6	−65,58	−5,52	−6,34	−1,42	7,35	12,74
7	−80,4	−6,77	−7,80	−1,63	8,99	15,78
8	−94,2	−7,93	−9,15	−1,99	10,55	18,74
10	−118,1	−9,90	−11,49	−2,70	13,19	24,06
12	−137,0	−11,45	−13,34	−3,39	15,19	28,50
15	−158,2	−13,10	−15,31	−4,26	17,26	33,80
20	−179,9	−14,73	−17,22	−5,34	19,10	39,92
40	−212,0	−16,72	−19,32	−6,90	20,32	50,54
→∞	−250,0	$-17,50 + 1\,230/c^2$	$-20,00 + 1\,020/c^2$	$-7,50 + 870/c^2$	$20,00 + 780/c^2$	$62,50 - 500/c + 750/c^2$

Tabell :332e $10^3 i^{\mathrm{I}}_{xk}$-värden för $x = 0$

c	Ändlutning	$k/l = 0,05$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	Ändlutning
→0	$125c^2$	$5,07c^2$	$8,06c^2$	$9,33c^2$	$6,56c^2$	$2,00c^2$	$-2,60c^2$	$-6,00c^2$	$-6,67c^2$	$40,7c^2$
1	123,42	4,994	7,920	9,119	6,370	1,908	−2,576	−5,868	−6,496	40,54
2	472,0	19,12	30,10	34,20	23,52	6,68	−9,94	−22,00	−24,06	150,2
3	1 014	40,27	62,68	69,67	46,67	12,14	−21,16	−44,85	−48,24	300,7
4	1 686	66,0	101,3	109,4	70,9	16,2	−35,0	−70,6	−74,4	463
5	2 451	94,2	142,3	148,9	92,7	17,8	−50,1	−96,1	−99,2	617
6	3 276	123,6	183,3	185,2	110,6	16,7	−65,5	−119,8	−121,1	754
7	4 142	153,1	222,7	217,1	124,0	13,4	−80,4	−140,8	−139,8	871
8	5 035	182,2	260,0	244,3	133,4	8,5	−94,2	−158,9	−155,4	970
10	6 876	238,2	326,8	285,8	143,1	−3,5	−118,0	−187,6	−179,2	1 125
12	8 761	290,4	383,1	313,3	144,8	−16,0	−137,0	−208,6	−196,0	1 239
15	11 635	360,9	450,4	337,1	140,4	−32,6	−157,9	−230,2	−213,1	1 365
20	16 503	459,1	526,9	351,3	128,6	−52,6	−179,9	−252,1	−230,4	1 497
40	36 273	681,4	626,9	344,0	100,8	−85,3	−214,0	−285,3	−255,7	1 726
→∞	$+10^3 c$	$807,5 - 10^3 e^{-0,05c}$	$630,0 - 10^3 e^{-0,1c} + 540/c$	$320,0 + 960/c$	$70,0 + 1\,260/c$	$-120,0 + 1\,440/c$	$-250,0 + 1\,500/c$	$-320,0 + 1\,440/c$	$-280,0 + 960/c$	2 000

Tabell :332f $10^3 i^{\mathrm{II}}_{xk}$-värden för $x = 0,2l$

c	Ändlutning	$k/l = 0,1$	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	Ändlutning
0	400,0	40,76	62,50	85,76	38,36	0,96	−25,00	−39,04	−34,24	200,0
1	390,4	39,87	61,29	84,39	37,24	0,52	−24,70	−38,18	−33,26	194,0
2	364,0	37,41	57,97	80,66	34,23	−0,61	−23,81	−35,80	−30,60	177,8
3	326,4	33,92	53,24	75,35	30,05	−2,09	−22,47	−32,44	−26,96	155,7
4	284,0	29,98	47,89	69,36	25,48	−3,53	−20,82	−28,68	−23,04	132,2
5	241,5	26,01	42,48	63,36	21,09	−4,70	−19,01	−24,94	−19,36	110,4
6	202,1	22,31	37,47	57,74	17,20	−5,51	−17,15	−21,50	−16,14	91,6
7	167,0	18,99	32,92	52,68	13,89	−5,98	−15,35	−18,45	−13,46	76,1
8	136,7	16,09	28,91	48,19	11,15	−6,17	−13,67	−15,83	−11,27	63,6
10	89,4	11,47	22,40	40,90	7,10	−6,00	−10,76	−11,74	−8,07	45,5
12	56,8	8,14	17,52	35,32	4,45	−5,46	−8,49	−8,87	−5,97	33,8
15	26,8	4,86	12,40	29,22	2,07	−4,49	−6,04	−6,06	−4,02	23,0
20	4,70	2,03	7,32	22,65	0,28	−3,10	−3,65	−3,55	−2,35	13,62
40	3,25	−0,11	1,22	11,90	−0,56	−0,90	−0,94	−0,90	−0,60	3,59
→∞	$10^3 \cdot 6/c^2$	$-540/c^2 + \frac{500}{ce^{0,1c}}$	$-765/c^2 + \frac{500}{ce^{0,05c}}$	$500/c - 960/c^2$	$-1\,260/c^2 + \frac{500}{ce^{0,1c}}$	$-1\,440/c^2$	$-1\,500/c^2$	$-1\,440/c^2$	$-960/c^2$	$10^3 \cdot 6/c^2$

Tabell :332g $10^3 i^{II}_{xk}$-värden för $x = 0{,}5l$

c	Ändlutning	$k/l = 0{,}1$	0,2	0,3	0,4	0,5
0	−125,0	−11,31	−16,00	−8,81	14,00	54,69
1	−122,7	−11,15	−15,82	−8,79	13,77	54,29
2	−117,9	−10,69	−15,25	−8,63	13,14	53,17
3	−110,0	−10,00	−14,39	−8,41	12,18	51,44
4	−100,3	− 9,15	−13,34	−8,12	10,98	49,27
5	− 89,9	− 8,23	−12,18	−7,78	9,68	46,84
6	− 79,4	− 7,31	−10,99	−7,41	8,36	44,30
7	− 69,5	− 6,42	− 9,84	−7,00	7,10	41,78
8	− 60,5	− 5,62	− 8,76	−6,59	5,93	39,35
10	− 45,6	− 4,27	− 6,90	−5,76	3,96	34,92
12	− 34,7	− 3,27	− 5,44	−4,98	2,47	31,14
15	− 23,7	− 2,24	− 3,86	−3,96	0,98	26,60
20	− 13,8	− 1,31	− 2,33	−2,70	−0,24	21,22
40	− 3,59	− 0,34	− 0,60	−0,78	−0,67	11,56
$\to\infty$	$-10^3 \cdot 6/c^2$	$-540/c^2$	$-960/c^2$	$-1\,260/c^2$	$-1\,440/c^3$ $+500/ce^{0,1c}$	$500/c$ $-1\,500/c^2$

Tabell :332h $10^3 i^{III}_{xk}$-värden för $x = 0$ $i^{III}_{ixk} = 1$ för $k = 0$ och samtliga c

c	Ändlutning	$k/l = 0{,}05$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	Ändlutning
0	− 3 500	825,6	654,8	336,0	64,8	−144,0	−281,3	−344,0	−264,0	1 500
1	− 3 626	820,5	646,6	326,6	58,3	−145,7	−278,3	−337,9	−257,8	1 462
2	− 3 987	806,1	623,8	301,0	41,3	−149,7	−269,9	−321,0	−240,7	1 361
3	− 4 538	784,2	590,2	264,6	18,2	−153,9	−257,1	−297,0	−217,5	1 224
4	− 5 228	757,7	550,3	223,7	− 5,9	−156,6	−241,3	−269,8	−192,5	1 078
5	− 6 011	728,6	507,9	183,1	−27,6	−156,6	−223,9	−242,7	−168,9	943
6	− 6 856	698,3	465,4	145,5	−45,3	−153,9	−206,3	−217,4	−148,2	826
7	− 7 741	667,9	424,5	112,4	−58,5	−149,0	−189,4	−194,9	−130,7	729
8	− 8 654	637,9	385,8	84,1	−67,8	−142,6	−173,5	−175,2	−116,2	649
10	−10 531	580,3	316,5	40,6	−77,0	−128,0	−146,1	−143,8	− 94,4	530
12	−12 448	526,7	258,1	11,5	−78,2	−113,3	−124,4	−120,8	− 79,1	448
15	−15 364	454,4	188,3	−13,8	−73,3	− 94,5	−100,6	− 96,8	− 63,6	364
20	−20 277	354,2	108,9	−29,5	−60,7	− 72,1	− 75,5	− 72,5	− 47,8	277
40	−40 144	128,3	4,9	−23,6	−31,5	− 36,1	− 37,6	− 36,1	− 24,0	144
$\to\infty$	$-10^3 c$	$10^3 e^{-0,05c}$ $-285/c$	$10^3 e^{-0,1c}$ $-340/c$	$10^3 e^{-0,2c}$ $-960/c$	$-1\,260/c$	$-1\,440/c$	$-1\,500/c$	$-1\,440/c$	$-960/c$	$10^3 \cdot 6/c$

Tabell :332i $10^3 i^{III}_{xk}$-värden för $x = 0{,}5l$

c	Ändlutning	$k/l = 0{,}1$	0,2	0,3	0,4	$0{,}5 \pm 0$
0	−1 000	−100,0	−200,0	−300,0	−400,0	±500
1	−959	− 96,1	−193,2	−292,2	−394,1	±500
2	−851	− 85,7	−174,8	−270,9	−377,9	±500
3	−704	− 71,4	−149,5	−241,1	−354,5	±500
4	−551	− 56,6	−122,4	−208,1	−327,5	±500
5	−413	− 43,1	− 97,1	−176,0	−299,7	±500
6	−299	− 31,8	− 75,3	−146,8	−272,8	±500
7	−212	− 22,9	− 57,6	−121,6	−247,6	±500
8	−147	− 16,3	− 43,5	−100,1	−224,4	±500
10	− 67,4	− 7,9	− 24,4	− 67,5	−183,9	±500
12	− 29,8	− 3,7	− 13,5	− 45,3	−150,6	±500
15	− 8,30	− 1,2	− 5,5	− 24,9	−111,6	±500
20	− 0,91	− 0,2	− 1,2	− 9,2	− 67,7	±500
40	− 0	− 0,0	− 0,0	− 0,2	− 9,2	±500
$\to\infty$	$10^3 c/e^{0,5c}$	$-500e^{-0,4c}$	$-500e^{-0,3c}$	$-500e^{-0,2c}$	$-500e^{-0,1c}$	±500

Tabell :332j $10^3 i_{xk}^{IV}$-värden för $x=0{,}2l$

c	Ändlutning	$k/l=0{,}1$	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	Ändlutning
0	5 000	491	719	928	1 271	1 488	1 563	1 488	928	−5 000
1	5 396	531	781	1 013	1 308	1 488	1 537	1 449	895	−4 812
2	6 478	642	953	1 252	1 407	1 483	1 464	1 343	807	−4 312
3	7 986	800	1 202	1 610	1 547	1 465	1 354	1 192	689	−3 648
4	9 626	976	1 492	2 043	1 678	1 424	1 219	1 022	565	−2 967
5	11 158	1 150	1 792	2 520	1 797	1 360	1 073	854	452	−2 360
6	12 434	1 306	2 081	3 017	1 889	1 276	926	701	358	−1 862
7	13 383	1 436	2 348	3 522	1 950	1 178	787	567	282	−1 470
8	13 987	1 538	2 588	4 028	1 982	1 073	660	455	222	−1 168
10	14 254	1 660	2 983	5 037	1 978	863	452	288	140	− 760
12	13 551	1 690	3 271	6 037	1 907	672	301	181	91	− 497
15	11 474	1 616	3 541	7 529	1 732	445	159	91	48	− 273
20	7 428	1 338	3 684	10 014	1 376	210	52	30	18	− 102
40	545	366	2 707	20 000	367	7	1	0	0	− 2
→∞	$\left\{\frac{10^2c^2}{e^{0,2c}}\right.$	$\frac{500c}{e^{0,1c}}$	$\frac{500c}{e^{0,05c}}$	$\frac{2\cdot10^3}{c}$	$\frac{500c}{e^{0,1c}}$	$\frac{500c}{e^{0,2c}}$	$\frac{500c}{e^{0,3c}}$	$\frac{500c}{e^{0,4c}}$	$\frac{500c}{e^{0,6c}}$	$\frac{10^3c^2}{e^{0,8c}}$

Tabell :332k $10^3 i_{xk}^{IV}$-värden för $x=0{,}5l$

c	Ändlutning	$k/l=0{,}1$	0,2	0,3	0,4	0,5
0	5 000	491	928	1 271	1 488	1 563
1	4 883	480	913	1 262	1 501	1 616
2	4 551	449	896	1 136	1 539	1 772
3	4 059	404	802	1 194	1 593	2 019
4	3 476	350	720	1 040	1 656	2 341
5	2 873	294	632	1 075	1 720	2 719
6	2 300	240	543	903	1 775	3 139
7	1 792	191	459	826	1 819	3 587
8	1 364	149	383	647	1 847	4 054
10	745	86	257	592	1 858	5 020
12	384	47	167	350	1 814	6 007
15	130	18	84	175	1 675	7 502
20	23	3	25	82	1 354	10 000
40	0	0	0	7	366	20 000
→∞	$\left\{\frac{10^2c^2}{e^{0,5c}}\right.$	$\frac{500c}{e^{0,4c}}$	$\frac{500c}{e^{0,3c}}$	$\frac{500c}{e^{0,2c}}$	$\frac{500c}{e^{0,1c}}$	$10^3\cdot\frac{1}{2}c$

Tabell :332l Positiva influensytor A_+ för $i_{xk}^{(i)}$ jämte sammanhängande j_k/g_n-ytor B_+. Influensytorna refererade till jämnt fördelad trafiklast $p=1$ och spännvidd $l=1$

c	$x/l=0{,}2$ 10^3A_+ för i_{xk}	B_+	0,5 10^3A_+ för i_{xk}	B_+	0 10^3A_+ för i_{xk}^{I}	B_+	0,2 10^3A_+ för i_{xk}^{II}	B_+	0,5 10^3A_+ för i_{xk}^{II}	B_+	0 10^3A_+ för i_{xk}^{III}	B_+	0,5 10^3A_+ för i_{xk}^{III}
0	$0{,}39c^2$	0,445	$0{,}109c^2$	0,552	$1{,}07c^2$	0,407	16,4	0,348	7,28	0,466	151,6	0,242	125,0
1	0,38	0,445	0,107	0,552	1,04	0,407	16,1	0,348	7,20	0,466	149,0	0,240	122,5
2	1,43	0,444	0,418	0,551	3,93	0,405	16,0	0,344	6,93	0,462	142,5	0,231	115,5
3	2,95	0,441	0,90	0,549	8,20	0,402	13,5	0,335	6,56	0,454	134,4	0,218	105,8
4	4,55	0,436	1,48	0,546	12,5	0,395	12,0	0,325	6,12	0,444	124,4	0,205	95,2
5	6,11	0,431	2,11	0,543	16,8	0,385	10,5	0,315	5,63	0,432	114,3	0,189	84,8
6	7,53	0,426	2,73	0,540	21,1	0,376	9,03	0,306	5,12	0,420	105,0	0,174	75,4
7	8,75	0,421	3,34	0,536	24,6	0,368	7,80	0,295	4,64	0,408	96,6	0,159	67,2
8	9,69	0,416	3,95	0,533	27,9	0,360	6,75	0,284	4,22	0,396	89,3	0,146	60,3
10	11,2	0,408	5,05	0,527	33,3	0,345	5,18	0,267	3,46	0,374	77,0	0,125	49,3
12	12,3	0,403	5,85	0,523	37,2	0,332	4,00	0,252	2,87	0,356	67,4	0,109	41,5
15	13,4	0,395	6,78	0,516	41,5	0,320	2,90	0,236	2,15	0,326	56,7	0,089	33,3
20	14,5	0,387	7,70	0,507	45,5	0,307	1,82	0,218	1,45	0,284	44,3	0,068	25,1
40	15,6	0,377	8,60	0,494	52	0,283	0,50	0,147	0,42	0,200	23,9	0,030	12,5
∞	15,9	0,374	9,00	0,488	59	0,359							

:333 Beräkningsexempel

Hängbro med systemutformning enligt fig :332 och med följande karaktäristika:

$l_1 = 162{,}5$ m; $l = 417{,}6$ m; $l_2 = 166{,}5$ m; $f = 46$ m

$$\frac{1}{\cos\varphi_1} = \frac{1}{\cos\varphi_2} = 1{,}086$$

$A_c = 0{,}210$ m² (per brohälft)

$E_c = 1{,}6 \cdot 10^7$ Mp/m² (sluten kabel)

$EI = 1{,}44 \cdot 10^7$ Mpm² (per brohälft)

Laster:
Egenvikt $q = 17{,}6$ Mp/m (per brohälft)
Koncentrerad last från punktfordon $P = 44{,}7$ Mp (per brohälft)
Jämnt fördelad trafiklast (per brohälft)

$p = 5{,}47$ Mp/m för lastlängd $l_b \leqslant 10$ m

$p = 5{,}47 - \dfrac{2{,}96}{80}(l_b - 10)$ Mp/m för 10 m $< l_b \leqslant 90$ m

$p = 2{,}51$ Mp/m för $l_b > 90$ m

Temperaturhöjning: $t = 25$°C; $\alpha = 10^{-5}$

Ekvationsnummer avser :332 där inte annat anges

a Beräkning av grundläggande storheter

$$l_s = 162{,}5 \cdot 1{,}086^3 + 417{,}6\left[1 + 8\left(\frac{46}{417{,}6}\right)^2\right] + 166{,}5 \cdot 1{,}086^3 = 879{,}5 \text{ m}; \qquad \text{ekv (1)}$$

$$u = \frac{8 \cdot 46}{417{,}6} = 0{,}8812; \qquad \text{ekv (2)}$$

$$H_0 = \frac{17{,}6 \cdot 417{,}6^2}{8 \cdot 46} = 8\,340 \text{ Mp}; \qquad \text{ekv (3)}$$

$$\gamma = \frac{8\,340}{1{,}6 \cdot 10^7 \cdot 0{,}210} = 2{,}482 \cdot 10^{-3}; \qquad \text{ekv (4)}$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{8\,340 \cdot 417{,}6^2}{1{,}44 \cdot 10^7}} = 10{,}04; \qquad \text{ekv (6)}$$

b Beräkning av maximal nedböjning η i snitt $x = 0{,}2l$

Maximal nedböjning η i snitt $x = 0{,}2l$ erhålls, om punktlasten P placeras i snittet $k/l = 0{,}2$ och om den jämnt fördelade trafiklasten p utbreds så att den täcker hela den positiva influensytan A_+ för i_{xk}. Av tabell :332c framgår att en sådan lastutbredning ger en lastlängd $l_b > 0{,}4l = 167$ m.

Väljs på försök $c = 10{,}5$ erhålls ur tabellerna :332a och f

$$\frac{1}{ql}\int \frac{j_k}{g_n} p\mathrm{d}k = \frac{p}{q}\int \frac{j_k}{g_n} d\left(\frac{k}{l}\right) = \frac{2{,}51}{17{,}6} 0{,}407 = 0{,}0580 \text{ av } p$$

$$\frac{1}{ql}\int \frac{j_k}{g_n} p\,\mathrm{d}k = \frac{P}{ql} \cdot \frac{j_k}{g_n} = \frac{44{,}7}{17{,}6 \cdot 417{,}6} 0{,}9479 = 0{,}0058 \text{ av } P$$

$g_n = 75{,}89 \cdot 10^{-3}$

varpå ur ekv (8) och (9) för kombinerad inverkan av trafiklast och temperaturhöjning beräknas sambanden

$$\delta = \frac{1 + \beta}{0{,}8812^2 \cdot 75{,}89 \cdot 10^{-3}}\left(\beta \cdot 2{,}482 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{879{,}5}{417{,}6} + 10^{-5} \cdot 25 \cdot \frac{746{,}6}{417{,}6}\right) = (1 + \beta)(0{,}08870\beta + 0{,}00759)$$

$\beta + \delta = 0{,}0580 + 0{,}0058 = 0{,}0638$

med lösningen $\beta = 0{,}0511$; $\delta = 0{,}0127$

För tillhörande c-värde ger ekv (7) $c=10{,}04\sqrt{1+0{,}0511}=10{,}29$ vilket avviker så obetydligt från på försök valt c-värde att någon förnyad beräkning inte är praktiskt motiverad. Över tabellerna :332 b, c och l erhålls därpå för $c=10{,}29$ som ingångsvärde

$$\frac{1}{ql}\int i_{xk}p\,dk=\frac{p}{q}\int i_{xk}\mathrm{d}\left(\frac{k}{l}\right)=\frac{2{,}51}{17{,}6}\cdot 11{,}4\cdot 10^{-3}=1{,}626\cdot 10^{-3}\text{ av }p$$

$$\frac{1}{ql}\int i_{xk}p\,dk=\frac{P}{ql}i_{xk}=\frac{44{,}7}{17{,}6\cdot 417{,}6}\cdot 44{,}1\cdot 10^{-3}=0{,}268\cdot 10^{-3}\text{ av }P$$

$$j_x=71{,}73\cdot 10^{-3}$$

varpå ur ekv (11) för den sökta nedböjningen η beräknas värdet

$$\frac{\eta}{l}=\frac{0{,}8812}{1{,}0511}[1{,}626\cdot 10^{-3}+0{,}268\cdot 10^{-3}+0{,}0127\cdot 71{,}73\cdot 10^{-3}]=2{,}352\cdot 10^{-3}$$

$$\eta=2{,}352\cdot 10^{-3}\cdot 417{,}6=0{,}982\text{ m}$$

c Beräkning av maximalt böjmoment M i snitt $x=0{,}2l$

En analog beräkning som den under b genomförda ger om storheten c på försök väljs till 10,3

$$\frac{1}{ql}\int\frac{j_k}{g_n}p\,dk=\frac{2{,}51}{17{,}6}0{,}262=0{,}0374\text{ av }p;\text{ tabell :332 l}$$

$$\frac{1}{ql}\int\frac{j_k}{g_n}p\,dk=\frac{44{,}7}{17{,}6\cdot 417{,}6}0{,}9476=0{,}0058\text{ av }P;\text{ tabell :332 a}$$

$$g_n=75{,}66\cdot 10^{-3};\text{ tabell :332 a}$$

$$\delta=(1+\beta)(0{,}08897\beta+0{,}00761);\text{ ekv (8)}$$

$$\beta+\delta=0{,}0432;\text{ ekv (9) med lösningen }\beta=0{,}0324;\ \delta=0{,}0108$$

$$c=10{,}04\sqrt{1{,}0324}=10{,}20;\quad\text{ekv (7)}$$

$$\frac{1}{ql}\int i_{xk}^{\mathrm{II}}p\mathrm{d}k=\frac{2{,}51}{17{,}6}\cdot 5{,}06\cdot 10^{-3}=0{,}722\cdot 10^{-3}\text{ av }p;\text{ tabell :332 l}$$

$$\frac{1}{ql}\int i_{xk}^{\mathrm{II}}p\mathrm{d}k=\frac{44{,}7}{17{,}6\cdot 417{,}6}\cdot 40{,}34\cdot 10^{-3}=0{,}245\cdot 10^{-3}\text{ av }P;\text{ tabell :332 f}$$

$$j_x^{\mathrm{II}}=8{,}410\cdot 10^{-3};\text{ tabell :332 b}$$

$$\frac{M}{ql^2}=0{,}722\cdot 10^{-3}+0{,}245\cdot 10^{-3}+0{,}0108\cdot 8{,}410\cdot 10^{-3}=1{,}058\cdot 10^{-3};\quad\text{ekv (13)}$$

$$M=1{,}058\cdot 10^{-3}\cdot 17{,}6\cdot 417{,}6^2=3\,250\text{ Mpm}$$

:34 Hängtak

:341 Allmänt

För icke förspända membraner av okomplicerad form, t ex sfäriska eller koniska, kan spänningstillståndet vid små deformationer beräknas förhållandevis lätt enligt membranteorin för rotationsskal [21]. Något mer komplicerad är motsvarande påkänningsberäkning av icke rotationssymmetriskt dubbelkrökta membraner, jfr t ex [77]. En numerisk behandling över metod med finita differenser [78] kan här ofta ge väsentliga beräkningstekniska fördelar. Förhållandevis okomplicerad är vidare en beräkning enligt :31 av påkänningar och deformationer för enkelkrökt membrantak och enkla utförandeformer av icke förspänt lintak liksom en påkännings- och deformationsbestämning för hängbärverk uppbyggt av bär- och spännkablar enligt fig :133e [24], [38]. Starkt komplicerad blir däremot en dimensionering av

Jfr kap Skalkonstruktioner, hd 1

dubbelkrökt membran enligt teori för stora deformationer [21], t ex en beräkning av gynnsam form och tillhörande påkänningstillstånd för ett dubbelkrökt förspänt membrantak utformat enligt principfigur :131 d. Förhållandevis komplicerad ställer sig vidare en teoretisk dimensionering av förspänt, dubbelkrökt lintak — jfr :343 A — och balk-lintak [79].

Alternativ dimensioneringsmöjlighet erbjuder för samtliga hängtaktyper experimentella modellstudier.

:342 Förspända, dubbelkrökta membrantak

Gynnsammaste membrantakform vid given plankontur och typ av understöttning kan bestämmas experimentellt genom uppspänning till önskad rymdkonstruktion av ett initiellt plant, likformigt dragbelastat membran av t ex gummi (fig :342a). Genom mätning av deformation av på membranet markerade mätcirklar (fig :342b) kan spänningsdifferensen mellan uppspänt rymdtillstånd och initialtillståndet beräknas i godtyckligt vald punkt och riktning. Analogt kan inverkan av den yttre lasten studeras. Vid enbart *vertikal* last blir membranspänningarnas horisontalkomposanter (H) i varje punkt och riktning lika stora, vilket sedan membranets deformationsyta uppmätts, möjliggör en snabb kartering av det totala membranspänningstillståndet ur sambandet

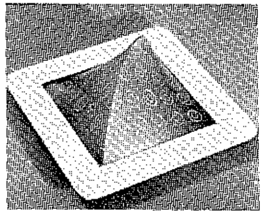


Fig :342a

$$\sigma_m = H/\cos\alpha$$

i vilket α betecknar membranets lutningsvinkel mot horisontalplanet i den sökta membranspänningens (σ_m) riktning.

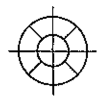


Fig :342b

Andra möjligheter till experimentell bestämning av membranspänningstillståndet erbjuder t ex trådtöjningsmätningar, spänningsoptik och deformationsoptik [23].

:343 Förspända, dubbelkrökta lintak

A Allmänt

Det *idealutformade* dubbelkrökta lintaket har i förspänt men i övrigt obelastat tillstånd cirkelformat löpande bär- och spännkablar med för samtliga kablar lika sektion (A), maskvidd (λ), krökningsradie (R) och förspänningskraft (S_f). Vid ett så uppspänt linsystem verkar i varje knutpunkt mellan bär- och spännkablarna ⊥ lintaksytan en »förbelastningskraft» V_f bestämd ur sambandet

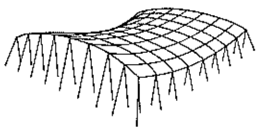


Fig :343a

$$V_f = \lambda S_f / R \tag{1}$$

Den renodlade idealutformningen kan tillämpas endast om lintakets ränder är så utbildade, att samtliga kabelupphängningspunkter noggrant kan bringas att uppfylla takets geometriska villkor. Så är fallet vid den i fig :343a visade lintakstypen, vid vilken varje kabel spänner mellan två randpelare.

När randutformningen inte möjliggör en sträng tillämpning av lintakets idealuppspänning, kan den *mest gynnsamma takformen* bestämmas teoretiskt enligt avsnitt B nedan eller experimentellt i modell, t ex genom att bär- och spännkablar av talkade gummisnoddar spänns över konstruktionens randkablar eller randbågar med i respektive bär- och spännriktning konstant eller kontinuerligt varierande linspänning [10]. Parallellt erhålls vid ett sådant försök den mest gynnsamma formen för randkablar och randbågar, varvid dessa senare då lämpligen utbildas som bågpolygoner med intermittenta leder.

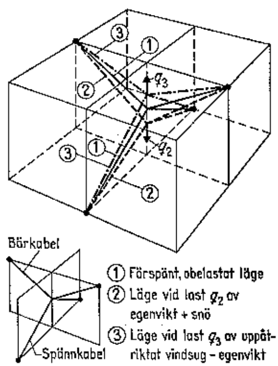


Fig :343b

En nedåtriktad last q_2 (egenvikt, snölast) upptar det förspända dubbelkrökta lintaket (fig :343b) genom spänningsökning i bärkablarna och spänningsminskning i spännkablarna. Därvid reduceras den till initialförspänningen hörande förbelastningskraften V_f mellan bär- och spännkablarna, vilket medför att bärkablarnas spänningsökning blir mindre än den, som skulle erhållits av last q_2 vid motsvarande system fritt hängande kablar. Omvänt ger en uppåtriktad last q_3 från vindsug minus egenvikt en spänningsökning i spännkablarna och en spänningsminskning i bärkablarna med tillhörande spänningsutjämnande effekt från reduktion i förbelastningskraft. Med ökad förspänning följer för lintaket ökade kabeldimensioner och ökad styvhet och därigenom minskad påverkan från yttre last.

Som *lämpliga förspänningsgrader* rekommenderas i [23] för ordinära förhållanden de i tabell :343 redovisade överslagsvärdena, vilka ger förspänningsgraden som den per ytenhet fördelade förbelastningskraft v_f, som vid lintakets förspänning erhålls mellan bär- och spännkablarna $\perp$ takytan (v_f anges därvid i % av summa egenvikt och snölast q_e+q_s).

En *noggrann slutgiltig spänningsbestämning* vid dubbelkrökt, förspänt lintak kan utföras antingen teoretiskt enligt avsnitt B nedan eller experimentellt genom mätningar i precisionsmodell, tillverkad av material med samma elastiska egenskaper som materialet i den verkliga konstruktionen [40], [80]. För en mer *approximativ spänningsundersökning* kan den ovan nämnda gummisnoddsmodellen användas. För den detaljerade tillämpningen av modellagarna hänvisas till från hängbromodellförsök vunna erfarenheter, jfr [56], [81], [82] m fl.

Tabell :343

q_e+q_s kp/m^2	Förspänningsgrad v_f % av q_e+q_s
< 10	100-300
10–50	30–100
50–100	10–40
100–150	7–15
150–200	5–10
> 200	5

B Noggrann spännings- och deformationsberäkning [83], [84]

Metoder för en noggrann spännings- och deformationsberäkning av förspänt, dubbelkrökt lintak kan i stort uppdelas i två huvudgrupper, karaktäriserade av att lintaket behandlas som ett *kontinuerligt* respektive *diskret* system. En behandling över lintaket som kontinuerligt system innebär därvid en approximation av verkligt bärverk med ett dubbelkrökt membran med speciella fysikaliska egenskaper [24], [83], [85]–[88]. Approximationen är för ordinära praktiska förhållanden tillfredsställande endast för lintak med ett stort antal kablar. Vid behandling av lintaket som diskret system uppställs jämviktsekvationer för varje skärningspunkt mellan bär- och spännkablar samt samband mellan kabelkraft- och längd för rektifierade kabelelement som går mellan på varandra följande skärningspunkter [83], [84], [89]–[93]. Förfarandet ger en spännings- och deformationsbestämning med hög precision för lintak med godtyckligt vald utformning. För lintak med mycket stort antal kablar tvingar kravet på rimligt omfattande beräkningsinsats i regel dock till en något approximativ behandling med verkligt bärverk ersatt av ett möjligast näraliggande med ett mindre antal kablar.

Nedan refereras summariskt ett förfarande, baserat på en behandling av det förspända, dubbelkrökta lintaket som ett diskret system [83], [84].

Bärverket antas uppbyggt av mellan randpunkter gående n_1 bärkablar och n_2 spännkablar (fig :343 a). De båda kabelsystemen skär genom varandra i n inre punkter med en bärkabel och en spännkabel genom varje sådan punkt. Beräkningstekniskt förutsätts i varje inre punkt verkande kabelkrafter och yttre last ha verkningslinjer som går genom punkten. Mellan inre punkter eller mellan inre punkt och randpunkt gående kabelelement antas för den teoretiska beräkningen rektifierade med kabelkrafter som verkar i elementens längsriktningar.

Antalet bär- och spännkablar n_1 och n_2 samt antalet inre punkter n bestämmer lintakets antal rektifierade kabelelement n_r över sambandet

$$n_r = 2n + n_1 + n_2 \tag{2}$$

Med hänsyn till angripande laster skils mellan *initialtillstånd* och *sluttillstånd*. Initialtillståndet är därvid lintakets jämviktsform under inverkan av förspänning och kablarnas egenvikt. Eftersom kablarnas egenvikt i normalfallet är liten, väljs ofta som initialtillstånd den jämviktsform som svarar mot inverkan av endast förspänning. Lintakets sluttillstånd är den jämviktsform som bärverket därpå intar under inverkan av yttre last (takets egenvikt, snölast, vindlast etc).

Grundläggande geometriska samband. Töjningskaraktäristika

Följande geometriska storheter införs (fig :343c):

$\boldsymbol{p}^j$, $\boldsymbol{p}^k$ = lägesvektor för inre punkt j respektive k i lintakets initialtillstånd

$\boldsymbol{v}^j$, $\boldsymbol{v}^k$ = förskjutningsvektor för inre punkt j respektive k vid lintakets övergång från initial- till sluttillstånd

s^{jk} = längd av rektifierat kabelelement mellan de på varandra följande inre punkterna j och k i lintakets initialtillstånd

$s^{jk} + \Delta s^{jk}$ = dito i lintakets sluttillstånd

$\gamma^{jk} = \dfrac{\Delta s^{jk}}{s^{jk}}$ = relativ längdändring av s^{jk} vid lintakets övergång från initial- till sluttillstånd

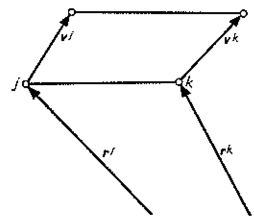


Fig :343c

För vektorn från punkt j till punkt k gäller i lintakets initialtillstånd sambandet

$$\Delta \boldsymbol{p}^{jk} = \boldsymbol{p}^k - \boldsymbol{p}^j \tag{3}$$

och i lintakets sluttillstånd uttrycket

$$\Delta \boldsymbol{p}^{jk} + \Delta \boldsymbol{v}^{jk} \tag{4}$$

med

$$\Delta \boldsymbol{v}^{jk} = \boldsymbol{v}^k - \boldsymbol{v}^j \tag{5}$$

För små relativa längdändringar γ^{jk} gäller vidare det för ordinära praktiska förhållanden tillräckligt noggranna, approximativa sambandet

$$\gamma^{jk} = (e_1 + \tfrac{1}{2} e_2)^{jk} \quad (6) \quad \text{med} \quad e_1^{jk} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}^{jk} \cdot \Delta \boldsymbol{v}^{jk}}{(s^{jk})^2} \quad (7) \quad e_2^{jk} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}^{jk} \cdot \Delta \boldsymbol{v}^{jk}}{(s^{jk})^2} \quad (8)$$

Därvid utgör e_1^{jk} en lineär och e_2^{jk} en kvadratisk förskjutningsterm.

Lintakets initialtillstånd

I lintakets initialtillstånd förutsätts samtliga kabelelement vara dragkraftsbelastade, dvs varje

$$T^{jk} > 0 \tag{9}$$

med T^{jk} = dragkraft verkande i det rektifierade kabelelementets jk längsriktning.

För en godtyckligt vald inre punkt j av lintaket gäller i initialtillståndet jämviktsvillkoret

$$\sum_k \left(T \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{s} \right)^{jk} + \boldsymbol{q}_0^j = 0 \tag{10}$$

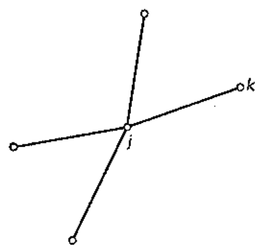


Fig :343d

med summationen över k omfattande de fyra rektifierade kabelelement som går till punkten j (fig :343d). Vektorn $\boldsymbol{q}_0^j$ betecknar därvid den yttre last som angriper i punkten j. För normalfallet att lintakets initialtillstånd väljs som den jämviktsform som svarar mot inverkan av endast förspänning, blir yttre lastvektorn $\boldsymbol{q}_0^j = 0$.

I komposantform ger vektorekvationen (10) de tre projektionsekvationerna

$$\sum_k (x_i^k - x_i^j) t^{jk} + q_{0i}^j = 0; \quad i = 1, 2, 3 \quad (11) \qquad \text{med} \quad t^{jk} = \frac{T^{jk}}{s^{jk}} \quad (12)$$

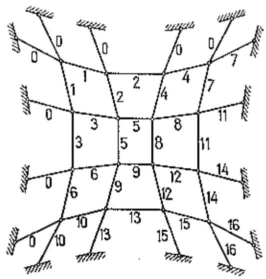
Därvid betecknar t^{jk} det rektifierade kabelelementets jk dragkoefficient.

Ekv (10) eller (11) bestämmer för lintakets initialtillstånd $3n$ obekanta storheter. Då antalet obekanta kabelelementkrafter T^{jk} för lintaket n_r ordinärt är mindre än $3n$ — jfr ekv (2) — följer som konsekvens för lintakets initialtillstånd vissa geometriska villkor. Förhållandet diskuteras översiktligt nedan för tre skilda utgångslägen. För en mer detaljerad analys hänvisas till [83], s 105–115.

a Kabelnätets horisontalprojektion given. Efter ett initiellt val av n_1+n_2 dragkoefficienter t^{jk} kan lintakets övriga $2n$ dragkoefficienter beräknas genom tillämpning av de mot projektion i horisontalplanets koordinataxelriktningar x_1 och x_2 svarande ekv (11)

$$\sum_k (x_i^k - x_i^j)\, t^{jk} + q_{0i}^j = 0; \quad i = 1,\, 2$$

för lintakets n inre punkter med beaktande av villkoret att varje $t^{jk} > 0$. Genom ekvationerna kan dragkoefficienterna successivt bestämmas enligt i fig :343 e schematiskt visat exempel, i vilket kabelelement med initiellt valda dragkoefficienter betecknats med 0 och ordningsföljden för parvis successivt beräknade dragkoefficienter med 1, 2, 3 etc. När lintakets samtliga dragkoefficienter beräknats kan därpå efter valda värden för randpunkternas vertikalkoordinater x_3 de n inre punkternas x_3-värden beräknas genom tillämpning för dessa punkter av vertikalprojektionsekvationen — ekv (11)



$n_1+n_2=8$; $n=16$; $n_r=40$

Fig :343 e

$$\sum_k (x_3^k - x_3^j)\, t^{jk} + q_{03}^j = 0$$

Kompletterande villkor inkommer om polygonen genom lintakets randpunkter skall utgöra linpolygon för kabelkrafterna. Randpunkternas koordinater blir då beroende av kabelnätets utformning och dragkoefficienterna.

b Lintakets dragkoefficienter givna. Efter ett initiellt val av randpunkternas koordinater kvarstår som obekanta storheter för lintakets initialtillstånd endast de n inre punkternas $3n$ koordinater, vilka entydigt kan bestämmas ur de inre punkternas $3n$ jämviktsekvationer, ekv (10) eller (11). Sambanden innehåller tre grupper om vardera n ekvationer, omfattande de inre punkternas x_1-, x_2- respektive x_3-koordinater.

c Lintaket, utformat som geodetiskt nät. Om lintakets kablar vid takets uppspänning till initialtillstånd friktionslöst kan glida i förhållande till varandra i samtliga korsningspunkter, uppkommer ett geodetiskt kabelnät. I ett sådant initialtillstånd gäller för varje enskild kabel efter hela dess längd konstant kabelkraft T^{jk}. Väljs dessa kabelkrafter jämte randpunkternas koordinater som från början givna, föreligger analogt utgångsläge som i fallet b ovan, dvs de n inre punkternas $3n$ koordinater kan entydigt bestämmas ur de inre punkternas $3n$ jämviktsekvationer, ekv (10) eller (11), med beaktande av att

$$(s^{jk})^2 = \sum_{i=1}^{3} (x_i^k - x_i^j)^2 \tag{13}$$

Lintakets sluttillstånd

En yttre last, svarande mot lastvektor q^j i godtyckligt vald inre punkt j, eventuellt i kombination med en temperaturändring $\Delta\theta$, överför lintaket från initialtillstånd till sluttillstånd. Övergången karaktäriseras av förskjutningar v^j och v^k för de på varandra följande punkterna j och k, en längdförändring Δ_s^{jk} av det rektifierade kabelelementet jk samt en förändring ΔT^{jk} av initialtillståndets kabelelementkraft T^{jk}. Som positivt Δ_s^{jk} och ΔT^{jk} räknas därvid förlängning respektive dragkraft.

Då kabelelementen saknar tryckkraftsupptagande förmåga gäller som villkor för sluttillståndets kabelelementkrafter

$$T^{jk} + \Delta T^{jk} \leqslant 0 \tag{14}$$

I lintakets sluttillstånd gäller för godtyckligt vald inre punkt j jämviktsvillkoret

$$\sum_k \left[(T+\Delta T)\frac{\Delta p+\Delta v}{s+\Delta s}\right]^{jk} + q_0^j + q^j = 0 \tag{15}$$

med summationen över k omfattande de fyra rektifierade kabelelement som går till punkten j. För Δp^{jk} och Δv^{jk} gäller därvid ekv (3) och (5).

Vid lineärelastiskt förhållande mellan kabelelementkraft och kabelelementtöjning gäller vidare kraft–deformationssambandet

$$\Delta T^{jk} = \gamma^{jk}(EA^{jk} + T^{jk}) - \alpha \cdot \Delta\theta^{jk} \cdot EA^{jk} \tag{16}$$

med E = kabelmaterialets elasticitetsmodul, α = kabelmaterialets längdutvidgningskoefficient och A^{jk} = kabelelementets jk tvärsnittsyta. Sambandet förutsätter $\Delta\theta^{jk}$ positiv vid temperaturhöjning.

Kombination av ekv (6), (10), (15) och (16) ger den sammanfattande vektorekvationen

$$\sum_k \left[T\frac{\Delta v}{s} + EA\left(e_1 + \frac{1}{2}e_2 - \alpha\Delta\theta\right)\frac{\Delta p + \Delta v}{s}\right]^{jk} + q^j = 0 \tag{17}$$

Tillämpning av ekv (17) på lintakets n inre knutpunkter ger $3n$ skalära, algebraiska ekvationer, varur vid känt initialtillstånd och givna randvillkor de till sluttillståndet hörande $3n$ förskjutningskomposanterna för lintakets inre punkter kan beräknas. Sedan dessa förskjutningskomposanter bestämts, erhålls de rektifierade kabelelementens relativa längdändring γ^{jk} ur ekv (6)–(8) och förändringen i kabelelementkraft ΔT^{jk} ur ekv (16).

Iterativt lösningsförfarande

Normalfallets höga grad av statisk obestämdhet aktualiserar en systematiserad lösning över programmering och datamaskinberäkning.

En direkt linearisering av ekv (17) genom en omskrivning under formen

$$\sum_k \left[T\frac{\Delta v}{s} + EA(e_1 - \alpha\Delta\theta)\frac{\Delta p}{s}\right]^{jk} + q^j + \sum_k \left[\frac{1}{2}EAe_2\frac{\Delta p}{s} + EA\left(e_1 + \frac{1}{2}e_2 - \alpha\Delta\theta\right)\frac{\Delta v}{s}\right]^{jk} = 0 \tag{18}$$

med som resultat en lineär och en icke-lineär summaterm indikerar som naturlig en iterativ bestämning av de inre punkternas förskjutningar med den icke-lineära summatermen som korrektionsterm. Ställs, i avsikt att begränsa erforderlig tidsomfattning, som villkor för en sådan iterativ bestämning, att koefficientmatrisen för de till ekv (18) hörande lineära ekvationerna inte skall behöva modifieras efter varje iterationssteg, visar sig förfarandet tyvärr divergera vid tillämpning på lintak med ordinära karaktäristika för utformning och last. Mot denna bakgrund anger Møllmann och Lundhus Mortensen [84] följande modifierade iterationsförfarande, vilket vid oförändrad koefficientmatris konvergerar i det praktiska normalfallet.

Förfarandet bygger på det i förhållande till ekv (18) modifierade vektorsambandet

$$\sum_k \left[(T+\Delta T_0)\frac{\Delta v}{s} + EAe_1\frac{\Delta p}{s}\right]^{jk} + q^j - \sum_k \left(EA\alpha\Delta\theta\frac{\Delta p}{s}\right)^{jk} + \sum_k \left\{\frac{1}{2}EAe_2\frac{\Delta p}{s} + \left[EA\left(e_1 + \frac{1}{2}e_2 - \alpha\Delta\theta\right) - \Delta T_0\right]\frac{\Delta v}{s}\right\}^{jk} = 0 \tag{19}$$

erhållet ur ekv (18) genom addition av $\Sigma\Delta T_0\Delta v/s$ till den lineära och genom subtraktion av samma uttryck från den icke-lineära summatermen. Därvid utgör ΔT_0^{jk} antagna värden av den till övergång från initial- till sluttillstånd hörande förändringen ΔT^{jk} av kabelelementkrafterna. Förfarandet tillåter en avvikelse i dessa antagna ΔT_0^{jk}-värden från de verkliga ΔT^{jk}-värdena av upp till cirka 30%. Ordinärt kan ΔT_0^{jk} förhållandevis snabbt uppskattas med krävd noggrannhet ur närmelösningar för det förspända lintaket, behandlat som kontinuerligt system (jfr t ex [24] sid 125 eller [83] sid 168). För lintak med i vertikalplan belägna kablar i initialtillståndet kan ΔT_0^{jk} – s horisontalkomposant med tillfredsställande approximation antas konstant längs respektive kabel.

Den iterativa lösningen av vektorekvationen (19), tillämpad på lintakets n inre punkter, följer proceduren

$$-\sum_k \left[(T+\Delta T_0)\frac{\Delta \boldsymbol{v}_{(p)}}{s} + EAe_{1(p)}\frac{\Delta \boldsymbol{p}}{s}\right]^{jk} = \boldsymbol{q}^j - \sum_k \left(EA\alpha\Delta\theta\frac{\Delta \boldsymbol{p}}{s}\right)^{jk} + \boldsymbol{c}^j_{(p-1)} \quad (20)$$

$$\boldsymbol{c}^j_{(0)} = 0; \quad e_{2(0)} = 0$$

$$\boldsymbol{c}^j_{(p)} = \sum_k \left\{\frac{1}{2}EAe_{2(p)}\frac{\Delta \boldsymbol{p}}{s} + \left[EA\left(e_{1(p)} + \frac{1}{2}e_{2(p-1)} - \alpha\Delta\theta\right) - \Delta T_0\right]\frac{\Delta \boldsymbol{v}_{(p)}}{s}\right\}^{jk} \quad (21)$$

$$p = 1, 2, 3, 4 \ldots$$

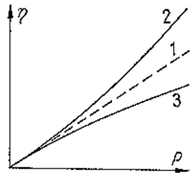
$$\text{med } e_{1(p)} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}\cdot\Delta \boldsymbol{v}_{(p)}}{s^2}; \quad e_{2(p)} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}_{(p)}\cdot\Delta \boldsymbol{v}_{(p)}}{s^2} \quad (22)$$

Beteckningar av typen $\boldsymbol{c}^j_{(p)}$, $\Delta \boldsymbol{v}^{jk}_{(p)}$, $e^{jk}_{1(p)}$ etc avser därvid av de inre punkternas förskjutningar beroende storheter, vilkas värden beräknats med utnyttjande av de förskjutningar som erhålls vid iteration nr p. Termen $\boldsymbol{c}^j_{(p)}$ utgör vid iterationsprocessen en korrektionslast. I första beräkningssteget ($p=1$) är korrektionslasten $\boldsymbol{c}^j_{(0)}=0$. Ekv (20) bildar då ett lineärt ekvationssystem, vars lösning ger förskjutningar $\boldsymbol{v}^j_{(1)}$. För dessa förskjutningar beräknas ur ekv (21) korrektionslasten $\boldsymbol{c}^j_{(1)}$, vilken insätts i ekv (20), som därpå ger nya förskjutningar $\boldsymbol{v}^j_{(2)}$ etc. Som bivillkor gäller vid beräkningen att sluttillståndets samtliga kabelelementkrafter $(T+\Delta T)^{jk} \geqslant 0$.

Det skildrade iterativa beräkningsförfarandet är generellt tillämpbart på varje typ av lintak. Genom sin identiskt upprepade beräkningsprocedur är förfarandet väl tillrättalagt för datamaskinbehandling.

:4 Säkerhets- och nedböjningsproblem

Av ekv :31, tillämpning 4 (b), ekv :33 (2)–(6) och ekv :343 (17) framgår det för mjuka hängkonstruktioner karaktäristiska icke-lineära sambandet mellan nedböjning $\eta(v)$ och last $P(q)$. Non-lineariteten beror på en av systemets deformationer orsakad kraftomlagring av i princip samma natur som den för böjda och samtidigt tryckta, slanka konstruktioner aktuella. Medan vid den senare konstruktionstypen deformationerna medför i förhållande till den lineära teorin oförmånliga tillskottsmoment och tillskottsutböjningar (kurva 2 i fig :4), blir vid de mjuka hängkonstruktionerna effekten den omvända med i förhållande till den lineära teorin gynnsamma, reducerade utböjningar och moment som följd (kurva 3 i fig :4).



1 η-P-samband enl. linjär teori
2 η-P-samband vid böjd och samtidigt tryckt, slank balk
3 η-P-samband vid mjuk hängkonstruktion eller vid böjd och samtidigt dragen, slank balk

Fig :4

Jfr kap Knäckning, hd 1

Det icke-lineära $\eta - P$-sambandet medför att en vanlig bruksstadiedimensionering för föreskrivna tillåtna påkänningar vid mjuka hängkonstruktioner resulterar i en inte motiverad, högre brottsäkerhet än den som vid motsvarande dimensionering erhålls för t ex en böjningsbelastad balk. För att undvika en sådan överdimensionering bör de mjuka hängkonstruktionerna spänningskontrolleras enligt den vid böjnings- och samtidigt axialbelastade, slanka konstruktioner vanligen tillämpade tekniken, vilken innebär att den *maximala påkänningen* $\sigma_{\max}$, *beräknad för en last av n ggr dimensionerande brukslast*, där n = säkerhetsfaktorn, *påvisas högst uppgå till materialets praktiska brottgräns* σ_B. Bestämmande för lämplig storlek av säkerhetsfaktorn n är utöver hållfasthetsspridning, dimensionsnoggrannhet, utförandeprecision etc också den skadeomfattning, som ett eventuellt brott i konstruktionsdelen förorsakar. Säkerhetsfaktorn bör därför väljas förhållandevis hög för hängbrons bärkablar, då ett brott i dessa normalt leder till att hela konstruktionen störtar samman. Vanligen tillämpas för *spiralslagna eller parallelltrådiga hängbrokablar* $n = 2{,}5$–3 med den praktiska brottgränsen σ_B vald identisk med materialets verkliga brotthållfasthet. Vid lintak och balk-lintak är förhållandena väsentligt gynnsammare genom att ett lokalt brott i någon eller några av systemets kablar visserligen kan medföra att en begränsad del av det utfackade taket störtar, men däremot vanligen inte leder till kollaps för hela konstruktionen. Detta motiverar en lägre säkerhetsfaktor för *hängtakets kablar* än för hängbrons — lämpligt värde $n = 2–2,5$ vid ordinärt utförande med spiralslagna linor [23], [24]. För *hängbrons förstyvningsbalkar* är brottförhållandena ännu gynnsammare med vanligen endast trafikinskränkningar för tyngre fordon som mest sannolik effekt av lokalt brott, vilket för dessa konstruktionselement vid normalt utförande i mjukt konstruktionsstål möjliggör en säkerhetsfaktor n av endast ca 1,5, koordinerad med materialets sträckgräns σ_s som praktisk brottpåkänning.

Den mjuka hängbron karaktäriseras av väsentligt större *bruksstadienedböjningar* än de för andra brotyper normala, vilket ställer speciella krav på de olika konstruktionselementens — tornens, farbaneplattans, hängstagsinfästningarnas etc — konstruktiva utformning. Frågan om deformationsbegränsande föreskrifter för mjuka hängbroar har under lång tid ingående diskuterats, utan att någon slutgiltig lösning normerats. Erfarenheter från bl a norska och svenska, små och medelstora hängbroar [94] med beräknade maximala bruksstadienedböjningar av upp till 1/200 à 1/150 av spännvidden visar, att de stora deformationerna inte medför några speciella driftsskador eller extra svårigheter ur underhållssynpunkt. Deformationerna märks föga av fordonstrafikanter men kan, om den tillhörande vertikala accelerationen är stor, framkalla obehagskänslor hos fotgängare. Det kan därför vara motiverat att för mjuka hängbroar ersätta deformationsbegränsande föreskrifter med accelerationsbegränsande och att enligt [94] t ex stipulera en acceleration, som vid hängbroar med stark gångtrafik maximalt får uppgå till 0,1–0,15 m/s^2, vid hängbroar med svag gångtrafik till något högre värden.

:5 Svängningsproblem

:51 Allmänt

Vid hängbroar kan svängningar induceras antingen genom periodiskt verkande trafiklast eller genom vindkrafter. Svängningar av den senare typen kan ha aktualitet också vid hängtak.

Vindsvängningar kan alstras antingen genom en serie på varandra följande *vindstötar* med nära konstant tidsintervall eller genom *periodiska virvelavlösningar*. Uppträder därvid dessa vindstötar eller virvelavlösningar med en frekvens, som nära överensstämmer med den träffade konstruktionens egenfrekvens, uppstår resonans som vid konstruktioner med så liten egendämpning som mjuka hängbroar vanligen har, kan medföra så stora svängningsamplituder att konstruktionernas bestånd äventyras. Speciellt bekant är den amerikanska hängbron Tacoma Narrows Bridge med en fri spännvidd för mittspannet av 853 m, vilken störtade samman vid en vindhastighet av 17–19 m/s till följd av först vertikala böjningssvängningar orsakade genom virvelavlösningar och därpå — efter lokal glidning i några av hängstagens kabelinfästningar — torsionssvängningar [95].

:52 Resonans vid vindstötar

För att förebygga att resonanssvängningar uppkommer från på varandra följande *vindstötar* föreskrivs i danska bestämmelser att vindpåverkade konstruktioner får ha en egensvängningstid av högst 2,5 s, vilken med betryggande marginal underskrider de i naturen registrerade kortaste vindstötsintervallen på 4 à 5 s [96]. Som illustration till problemet kan nämnas att det upphängda läktartaket för Ullevistadion i Göteborg har en egensvängningstid för svängningar i takets längdriktning som för det samverkande systemet pyloner-linor-tak beräknats till 2,4 s [15], [16].

:53 Resonans vid virvelavlösningar

Genom de *virvelavlösningar* som alstras kring en hängbros farbanekonstruktion då denna träffas av vindlast i brons sidled blir farbanekonstruktionen utsatt för små, periodiskt verkande, omväxlande uppåt- och nedåtriktade vindkrafter. Vid virvelavlösningsfrekvenser som ligger i närheten av hängbrons egenfrekvenser kan därvid denna försättas i inte oväsentliga vertikala böjningssvängningar, torsionssvängningar eller kopplade böjnings- och torsionssvängningar, s k fladdersvängningar. Fenomenet kan påverkas antingen genom förändring av hängbrons *egenfrekvens*, vilken vid given spännvidd l och egenvikt q växer med ökad böjstyvhet EI för förstyvningsbalkarna och med minskat pilhöjdsförhållande f/l, eller genom förändring av *virvelavlösningsfrekvensen*.

För vanligare utförandeformer av farbanekonstruktionen kan virvelavlösningsfrekvensen eller tillhörande *kritiska vindhastighet* V_{krit} i regel uppskattas med förhållandevis god noggrannhet ur redovisade experimentella undersökningar [95], [97]–[106]. En sådan uppskattning är ordinärt tillräcklig vid en dimensionering av små och medelstora hängbroar. För stora hängbroar kan uppskattningen med fördel tillämpas på projekteringsstadiet, medan den slutgiltiga dimensioneringen bör inkludera en bestämning av kritisk vindhastighet genom vindtunnelförsök med antingen en fullständig hängbromodell eller en begränsad dynamisk modell. Denna utformas enligt fig :53a som avskuret farbanekonstruktionsavsnitt, upphängt i fjädrar med inbyggda svängningsdämpare, vilkas egenskaper (fjäderkoefficient och logaritmiskt dekrement) med beaktande av modellagarna avpassats till överensstämmelse med verklig hängbrokonstruktions svängningsegenskaper.

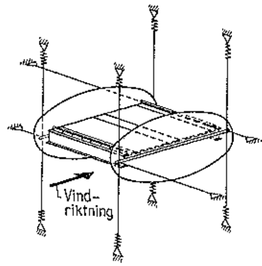


Fig :53a. Dynamisk modell för vindtunnelbestämning av för hängbrosvängningar kritisk vindhastighet

Experimentellt har konstaterats ett lägsta instabilitetsområde för *vertikala* hängbrosvängningar inom vindhastighetsintervallet [102] och [103]

$$0{,}25\,\omega_v b < V < 0{,}45\,\omega_v b \tag{1}$$

$$\text{med } \omega_v = 2\pi N_v \tag{2}$$

Därvid betecknar ω_v vinkelfrekvensen och N_v frekvensen i antal svängningar per tidsenhet för hängbrons vertikala egensvängningar samt b farbanekonstruktionens bredd. De tillhörande vindinducerade svängningarna är små med en amplitud som för ordinär hängbro inte överskrider $b/100$. Svängningarna förekommer relativt ofta vid hängbroar och kan i vissa fall vara generande för gångtrafikanter. I sig själva är svängningarna ofarliga för brons bestånd. I kombination med vindstötar kan de emellertid initiera för bron farliga torsions- eller fladdersvängningar om dessa svängningar och hängbrons vertikala svängningar kan existera vid ungefär lika vindhastighet.

Med vindhastigheten V ökad väsentligt över det genom ekv (1) givna värdet kan för hängbrons bestånd farliga vertikalsvängningar induceras. För hängbroar med litet förhållande d/b, varvid d betecknar förstyvningsbalkens höjd, inträder sådana svängningar vid vindhastighetsvärdet [102] och [103]

$$V = (3\text{–}4)\,\omega_v b \tag{3}$$

Med hänsyn till deras konsekvenser för en hängbros beteende klassificeras i [102] och [103] *fladdersvängningar* över följande tre grupper.

1 Svängningar som märks av trafikanter men är helt ofarliga för bron

2 Svängningar som vid långvarig verkan ger allvarliga skador för bron

3 Svängningar som inom kort tid medför brons kollaps.

Med koppling till en sådan klassificering definieras som kritiska de maximala vindhastigheter V_1, V_2 och V_3 för vilka en initierad fladder- eller torsionssvängning av $\pm 0{,}01$ radianer (0,57°), $\pm 0{,}1$ radianer (5,73°) respektive $\pm 0{,}2$ radianer (11,46°) är stabil eller avtagande. De kritiska vindhastigheterna kan redovisas under formen

$$V_1 = k_1 V_F; \quad V_2 = k_2 V_F; \quad V_3 = k_3 V_F \tag{4}$$

$$\text{varvid } V_F = 0{,}44\, \omega_t b \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_v}{\omega_t}\right)^2\right] \frac{\sqrt{\nu}}{\mu}} \tag{5}$$

utgör den kritiska vindhastigheten för fladdersvängning av tunn platta vid vindriktning som sammanfaller med plattans plan. Koefficienterna k_1, k_2 och k_3 är dimensionslösa storheter som varierar med typ av farbanekonstruktion, förhållandena d/b och ω_t/ω_v samt vindriktningens vinkel ψ mot horisontalplanet. För i övrigt nytillkommande storheter gäller att ω_t betecknar vinkelfrekvensen för hängbrons torsionsegensvängningar samt att

$$\nu = \left(\frac{i_p}{b}\right)^2 \quad (6) \qquad \mu = \frac{\pi \varrho b^2}{4q} \quad (7)$$

med i_p = polära tröghetsradien för brotvärsnittet, ϱ = luftens densitet och q = brons egenvikt per längdenhet och kabel.

För koefficienterna k_1, k_2 och k_3 anges i [102] och [103] en serie experimentellt bestämda diagram för vanligen förekommande brotvärsnittsformer, exemplifierade för en speciell tvärsnittsform i fig :53b.

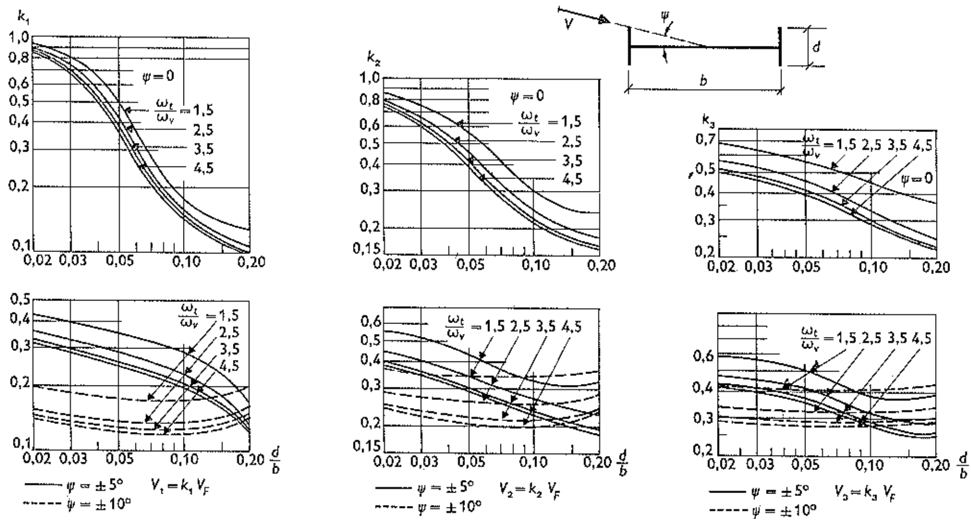


Fig :53b. Diagram för bestämning av för fladdersvängningar kritiska vindhastigheter [102] och [103]

:54 Hängbrons egenfrekvenser vid vertikal- och torsionssvängningar

En noggrann teoretisk behandling av hängbrons vertikal-, torsions- och fladdersvängningar ger de i [61], [62] angivna integralekvationslösningarna. En förenklad, approximativ behandling kan genomföras enligt energimetod med närmeansats för svängningsdeformationskurvan [61], [62], [95], [107] och [108].

För de till vertikal- och torsionssvängningar hörande egenfrekvenserna — givna som vinkelfrekvens ω_v respektive ω_t eller som frekvens i antal svängningar per tidsenhet $N_v = \omega_v/2\pi$ respektive $N_t = \omega_t/2\pi$ — gäller för hängbro med raka backstag följande samband [102], [109].

a Vid svängningar med 4,8 eller 12 halvvågor

$$\omega_n = 2\pi N_n = n\sqrt{an^2 + c} \qquad [n = 4,8,\ 12] \qquad (1)$$

b Vid svängningar med (1), 3 eller 5 halvvågor

$$\sum_n \frac{1}{n^2[\omega^2 - an^4 - cn^2]} - \lambda = 0 \qquad n = 1,\ 3,\ 5] \qquad (2)$$

varvid mot 1 halvvåg svarande svängningar saknar aktualitet vid hängbro utan upphängda sidospann

c Vid svängningar med 2, 6 eller 10 halvvågor

$$\sum_n \frac{1}{n^2[\omega^2 - an^4 - cn^2]} - \varkappa = 0 \qquad [n = 2,\ 6,\ 10] \qquad (3)$$

I dessa samband ingående storheter a, c, λ och $\varkappa$ bestäms därvid för hängbrons *vertikalsvängningar* (ω_v, N_v) ur uttrycken

$$a_v = \frac{\pi^4 EI}{ml^4} \quad (4) \qquad c_v = \frac{\pi^2 H}{ml^2}\left[1 + 4\left(\frac{f}{l}\right)^2\right] \quad (5) \qquad \lambda_v = \frac{\pi^2 l^3 l_s m}{512 f^2 E_c A_c} \quad (6)$$

$$\varkappa_v = \frac{1}{4}\lambda_v\left[1 + \left(\frac{2}{A_1} - \frac{4A_2}{A_1 lm\omega^2}\right)\frac{E_c A_c}{l_s}\right] \qquad (7)$$

och för hängbrons *torsionssvängningar* (ω_t, N_t) ur uttrycken

$$a_t = \frac{\pi^4(\sum EIr^2)}{l^4 M} \quad (8) \qquad c_t = \frac{\pi^2\left[Hb_c^2\left(1 + 4\frac{f^2}{l^2}\right) + 2\sum GI_t\right]}{2l^2 M} \quad (9)$$

$$\lambda_t = \frac{\pi^2 l^3 l_s M}{256 f^2 b_c^2 E_c A_c} \quad (10) \qquad \varkappa_t = \frac{1}{4}\lambda_t\left(1 + \frac{2E_c A_c}{A_1 l_s}\right) \quad (11)$$

med $A_1 = \frac{ql}{2h_1}\left[\frac{1+C}{B}\arctan B - C\right]$ (12) $A_2 = \frac{ql}{2h_1 B}\arctan B$ (13) $B = \sqrt{\frac{h_0 - h_1}{h_1}}$; $C = \frac{1}{B^2}$ (14)

Inte tidigare definierade storheter betecknar därvid

b_c = centrumavstånd mellan brons båda kablar
h_0 = hängstagslängd vid hängbrotornen
h_1 = hängstagslängd i fackmitt
m = per hängbrokabel buren massa per horisontell längdenhet
r = avstånd mellan longitudinell torsionsaxel och förstyvningsbalk
$\sum GI_t$ = vridstyvheten för hela farbanekonstruktionen, inklusive förstyvningsbalkar
M = farbanekonstruktionens polära masströghetsmoment med avseende på longitudinell torsionsaxel

$\sum EIr^2$ utsträcks över hela farbanekonstruktionens tvärsnitt.

I normalfallet kan i ekv (7) termen $2/A_1$ försummas och termen A_2/A_1 approximativt sättas = 1. Undantag härifrån utgör hängbroar med stora hängstagslängder i fackmitt.

Beräkningsexempel

Beräkna för en hängbro med data enligt exemplet i avsnitt :333 egenfrekvensen ω_v för vertikalsvängningar i 2 halvvågor vid last av enbart egenvikt.

$$m = \frac{q}{g} = \frac{17,6}{9,81} = 1,79 \text{ Mps}^2/\text{m}^2$$

$$a_v = \frac{\pi^4 \cdot 1,44 \cdot 10^7}{1,79 \cdot 417,6^4} = 2,58 \cdot 10^{-2} \ 1/s^2; \quad \text{ekv (4)}$$

$$c_v = \frac{\pi^2 \cdot 8\,340}{1,79 \cdot 417,6^2} \left[1 + 4\left(\frac{46}{417,6}\right)^2\right] = 0,276 \ 1/s^2; \quad \text{ekv (5)}$$

$$\lambda_v = \frac{\pi^2 \cdot 417,6^3 \cdot 879,5 \cdot 1,79}{512 \cdot 46^2 \cdot 1,6 \cdot 10^7 \cdot 0,210} = 0,311 \ s^2; \quad \text{ekv (6)}$$

$$\varkappa_v = \frac{1}{4} \cdot 0,311 \left[1 - \frac{4 \cdot 1,6 \cdot 10^7 \cdot 0,210}{417,6 \cdot 1,79 \cdot 879,5\, \omega_v^2}\right] = 0,0778 \left[1 - \frac{20,4}{\omega_v^2}\right] s^2; \quad \text{ekv (7)}$$

med $\frac{2}{A_1} = 0$ och $\frac{A_2}{A_1} = 1$

$$\varkappa_v = \frac{1}{2^2[\omega_v^2 - 2,58 \cdot 10^{-2} \cdot 2^4 - 0,276 \cdot 2^2]} = \frac{0,25}{\omega_v^2 - 1,517} \ s^2; \quad \text{ekv (3)}$$

Identifiering av de båda $\varkappa_v$-uttrycken ger för ω_v sambandet

$$0,0778 \left[1 - \frac{20,4}{\omega_v^2}\right] = \frac{0,25}{\omega_v^2 - 1,517}$$

varur för sökt egenfrekvens beräknas

$\omega_v = 4,88 \ 1/s$

$$N_v = \frac{\omega_v}{2\pi} = 0,777 \text{ svängningar}/s = 46,6 \text{ svängningar/min.}$$

Litteratur

[1] Girkmann, K och Königshofer, E: *Die Hochspannungs-Freileitungen.* Wien 1952

[2] *Elektriska friledningar för starkström. Dimensionering.* SEN 3601

[3] Czitary, E: *Seilschwebebahnen.* Wien 1962

[4] Asplund, S O: *Ekonomisk pilhöjd och backstagslutning i en enspanns hängbro.* Tekniska skrifter 109. Stockholm 1944

[5] Granholm, Hj: *Beräkning av hängbroar, del I och II.* CTH handlingar 1943:22 och 1945:46. Göteborg

[6] Asplund, S O: *Die Älvsborg-Hängebrücke.* Der Bauingenieur 1965:9, s 341. Berlin

[7] Brodin, S: *Älvsborgsbron.* Väg- och vattenbyggaren 1966:11, s 482. Stockholm

[8] Pall, G A: *Die Verrazano-Narrows-Brücke—die weitestgespannte Hängebrücke der Welt.* Der Stahlbau 1965:5, s 129 och 1965:7, s 193. Berlin

[9] Schröter, H J: *Der augenblickliche Stand der Bauarbeiten an der Severn-Bridge.* Der Stahlbau 1965:4, s 126. Berlin

[10] Pettersson, O: *Hängkonstruktioner — en allmän översikt.* Byggmästaren 1959:10, s 201. Stockholm

[11] Forssell, C: *Förbättrad typ å hängbroar.* Teknisk tidskrift, avd Väg- och vattenbyggnadskonst, 1917, s 47. Stockholm

[12] Wenk, H: *Die Strömsundbrücke.* Der Stahlbau 1954: 4, s 73. Berlin

[13] Klingenberg, W och Thul, H: *Ideenwettbewerb für einen Brückenschlag über den Grossen Belt.* Der Stahlbau 1968:8, s 225. Berlin

[14] Jaenecke, F: *Sportbrief aus Schweden: Stadion Malmö, Stadion Nya Ullevi in Göteborg.* Die Bauwelt 1959:2, s 31. Berlin

[15] Gerde, B: *Nya Ullevi.* Väg- och vattenbyggaren 1958: 3, s 64. Stockholm

[16] Asplund, S O och Magnusson, K: *Svängningsberäkning av taket över Nya Ullevi.* Väg- och vattenbyggaren 1959:5, s 131. Stockholm

[17] Lohmer, G: *Brückenbaukunst.* Der Stahlbau 1964:11, s 321. Berlin

[18] Otto, F: *Les Toitures Suspendues et les Voilures.* L'Architecture d'Aujourd'hui, Structures, 1956, s 56. Boulogne

[19] Otto, F: *Pneumatische Konstruktionen.* Die Bauwelt 1961:20, s 571. Berlin

[20] Bandel, H K: *Die luftgefüllte Hülle der Ausstellung, Atome für den Frieden, der USA in Südamerika.* Der Bauingenieur 1961:4, s 144. Berlin

[21] Otto, F och Trostel, R: *Zugbeanspruchte Konstruktionen.* Band 1. Frankfurt-Berlin 1962

[22] Rühle, H: *Konstruktion und Ausführung von zwei neuartigen pneumatisch — stabilisierten Bauwerken.* The International Conference on Space Structures, University of Surrey, September 1966. Oxford–Edinburgh 1967, s 856

[23] Otto, F: *Das hängende Dach.* Berlin 1954

[24] Otto, F och Schleyer, F K: *Zugbeanspruchte Konstruktionen.* Band 2. Berlin–Frankfurt–Wien 1966

[25] Klöppel, K: *Allgemeine Gesichtspunkte für den Entwurf von Ausstellungs- und Kongresshallen.* Der Stahlbau 1938:26, s 201. Berlin

[26] Engel, H: *Tragsysteme.* Stuttgart 1967

[27] Hähl, H: *Die Stahlkonstruktion für den US-Pavillon auf der Weltausstellung Brüssel 1958.* Der Stahlbau 1958:5, s 117. Berlin

[28] *Die Bautechnik* 1951:10 m fl. Berlin

[29] Otto, F: *Hängende Dächer. — Grundformen. Zugverankerung im Baugrund.* Deutsche Bauzeitschrift 1958: 8, s 869. Gütersloh

[30] Makowski, Z S: *Räumliche Tragwerke aus Stahl.* Düsseldorf 1963

[31] Siegel, C: *Strukturformen der modernen Architektur.* 2 Auflage. München 1965

[32] Otto, F: *Neues aus Brasilien.* Die Bauwelt 1956:39, s 915. Berlin

[33] Lessing, L: *Suspension Structures.* Architectural Forum 1957:12, s 135. New York

[34] Bandel, H K: *Betrachtungen über Hängedachkonstruktionen.* Der Bauingenieur 1958:6, s 221. Berlin

[35] Sarger, R: *Valeur Plastique des Structures à l'Exposition de Bruxelles.* L'Architecture d'Aujourd'hui, Juin 1958, s 6. Boulogne

[36] Clasen, W: *Exhibitions and Fair Stands.* Teufen 1968

[37] Leonhardt, F, Egger, H och Haug, E: *Der deutsche Pavillon auf der Expo 67 Montreal — eine vorgespannte Seilnetzkonstruktion.* Der Stahlbau 1968:4, s 97 och 1968:5, s 138. Berlin

[38] Jawerth, D: *Förspänd hängkonstruktion med mot varandra spända linor.* Byggmästaren 1959:10, s 223. Stockholm — *Vorgespannte Hängekonstruktion aus gegensinnig gekrümmten Seilen mit Diagonalverspannung.* Der Stahlbau 1959:5, s 126. — *Das Eisstadion Stockholm-Johanneshov.* Der Stahlbau 1966:3, s 86. — *Ein Entwurf für das Olympiastadion München.* Der Stahlbau 1967:9, s 276. — *Die Dachkonstruktion der Sport-halle Victor Hugo in Bordeaux.* Der Stahlbau 1967:11, s 321. Berlin

[39] Hetzelt, F, Leonhardt, F, Andrä, W och Eulitz, H J: *Das Stadtbad Wuppertal.* Der Bauingenieur 1957:9, s 344. Berlin

[40] Magnusson, K: *Kabeltak. Några typer och konstruktiva synpunkter samt tillämpningar.* Väg- och vattenbyggaren 1965:1–2, s 28. Stockholm

[41] Otto, F: *Ein wandelbares Dach.* Die Bauwelt 1956:19, s 438. Berlin

[42] Klingenberg, W och Plum, A: *Versuche an den Drähten und Seilen der neuen Rheinbrücke in Rodenkirchen bei Köln.* Der Stahlbau 1955:12, s 265. Berlin

[43] Graf, O och Brenner, E: *Versuche mit Drahtseilen für eine Hängebrücke.* Die Bautechnik 1941:38, s 410. Berlin

[44] Magnusson, K: *Fastsättning av stållinor vid gjutna slutstycken.* Väg- och vattenbyggaren 1960:5, s 167. Stockholm

[45] Heilig, R: *Statik der schweren Seile.* Der Stahlbau 1954:11, s 253 och 1954:12, s 283. Berlin

[46] Pugsley, A: *The Theory of Suspension Bridges.* 2nd edition. London 1968

[47] Bleich, B: *Stahlhochbauten.* Band II, s 902. Berlin 1933

[48] Argyris, J: *Untersuchung eines besonderen Belastungsfalles bei dreiseitig abgespannten Funkmasten.* Der Stahlbau 1940:8/9, s 33. Berlin

[49] Reinitzhuber, F och Rieve, J J: *Berechnung der Seilabspannung von Bohrtürmen.* Der Stahlbau 1944: 18/20, s 88. Berlin

[50] Cohen, E och Perrin, H: *Design of Multi-Level Guyed Towers.* Proceedings, ASCE, Structural Division, Sept 1957, Paper 1355/6. New York

[51] Miesel, K: *Die Berechnung mehrfach abgespannter Mastgruppen.* Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues 1956:12. Köln

[52] Melan, J: *Die Berechnung mehrfach in ihrer Höhe abgespannter Maste.* Der Bauingenieur 1960, s 416 och 1963, s 13. Berlin

[53] Wanke, J: *Stahlrohrkonstruktionen.* Wien–New York 1966, s 313

[54] Caspers, G: *Beitrag zur Berechnung abgespannter Systeme unter Verwendung kleinerer Datenverarbeitungsanlagen.* Hirschfeld-Festschrift. Konstruktiver Ingenieurbau, s 464. Düsseldorf 1967

[55] Junge, A: *Berechnung des durch Windseile abgespannten Mastes nach der genaueren Theorie.* Der Stahlbau 1942:14/16, s 49. Berlin

[56] Asplund, S O: *On the Deflection Theory of Suspension Bridges.* IVAs handlingar nr 184. Stockholm 1945

[57] Asplund, S O: *Deflection Theory Analysis of Suspension Bridges.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol IX, s 1. Zürich 1949

[58] Selberg, A: *Design of Suspension Structures.* K Norske Videnskabers Selskabs Skrifter 1945: 1. Trondheim 1946

[59] Selberg, A: *Beregning av små hengebroer.* Bygningsstatiske Meddelelser XX, nr 2. Köpenhamn 1949

[60] Gravina, P B J: *Teoria e Cálculo das Pontes Penseis.* São Paulo 1951

[61] Mopperi, H: *Statische und dynamische Berechnung erdverankerter Hängebrücken mit Hilfe von Greenschen Funktionen und Integralgleichungen.* Veröffentlichungen des deutschen Stahlbau-Verbandes 1955:9. Köln

[62] Hawranek, A och Steinhardt, O: *Theorie und Berechnung der Stahlbrücken.* Berlin–Göttingen–Heidelberg 1958

[63] Atkinson, R J och Southwell, R V: *On the Problem of Stiffened Suspension Bridges and Its Treatment by Relaxation Methods.* Journal of the Institution of Civil Engineers. Vol 11, s 289. London 1939

[64] Thimoshenko, S P: *Theory of Suspension Bridges.* Journal of the Franklin Institute 1943:3, s 213 och 1943:4, s 327. Philadelphia

[65] Erzen, C Z: *Analysis of Suspension Bridges by the Minimum Energy Principle.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol XV, s 51. Zürich 1955

[66] Egerváry, E: *Begründung und Darstellung einer allgemeinen Theorie der Hängebrücken mit Hilfe der Matrizenrechnung.* Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Abh, Band XVI, s 149. Zürich 1956

[67] Poskitt, T J: *The Analysis of Multispan Suspension Bridge Systems.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol 27, s 139. Zürich 1967

[68] Gran Olsson, R: *Beiträge zur Theorie der Hängebrücke I–XV.* K Norske Videnskabers Selskabs Forhandlinger Bd XVII (1944) nr 2, 8, 11, 33 och 39, Bd XVIII (1945) nr 5, 6, 7, 13, 14, 22, 23, 30, 33 och 41. Trondheim

[69] Selberg, A: *Suspension Bridges with Cables Fastened to the Stiffening Girders at the Centre of the Bridge.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol VIII, s 195. Zürich 1947

[70] Hartmann, F: *In sich verankerte Hängebrücken mit waagerecht festgehaltenem Gurtscheitel.* Der Stahlbau 1940:23/24, s 117. Berlin

[71] Homberg, H: *Einflusslinien von Schrägseilbrücken.* Der Stahlbau 1955:2, s 40. Berlin

[72] Goschy, B: *The Torsion of Skew-Cable Suspension Bridges.* The International Conference on Space Structures. University of Surrey, September 1966, s 213. Oxford–Edinburgh 1967

[73] Selberg, A: *Berechnung des Verhaltens von Hängebrücken unter Windbelastung.* Der Stahlbau 1941: 21/22, s 106. Berlin

[74] Selberg, A: *Calculation of Lateral Truss in Suspension Bridges.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol VII, s 311. Zürich 1943/44

[75] Aas-Jakobsen, A: *Berechnung der verankerten Hängebrücken für vertikale und horizontale Belastung.* Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Abh, Band VII, 15 s. Zürich 1943/44

[76] Silverman, I K: *The Lateral Rigidity of Suspension Bridges.* Proceedings, ASCE, Engineering Mechanics Division, July 1957, Paper 1292. New York

[77] Flügge, W: *Stresses in Shells.* Berlin–Göttingen–Heidelberg 1962

[78] Soare, M: *Application of Finite Difference Equations to Shell Analysis.* Bukarest 1967

[79] Sommerhein, P: *Balk-lintakets kraft-deformationstillstånd.* Byggforskningen. Rapport 17. Stockholm 1969

[80] Gero, J S, Ding, G D och Cowan, H J: *Research in Space Structures.* The International Conference on Space Structures. University of Surrey, September 1966, s 405. Oxford–Edinburgh 1967

[81] Maier-Leibnitz, H: *Grundsätzliches über Modellmessungen der Formänderungen und Spannungen von verankerten Hängebrücken.* Die Bautechnik 1941, s 508, 522, 573 och 1942, s 457, 486. Berlin

[82] Wintergerst, L: *Die Autobahnbrücke über den Rhein bei Köln-Rodenkirchen. Modellstatische Untersuchungen.* Die Bautechnik 1951:10, s 242. Berlin

[83] Møllmann, H: *A Study in the Theory of Suspension Structures.* Köpenhamn 1965

[84] Møllmann, H och Lundhus Mortensen, P: *The Analysis of Prestressed Suspended Roofs (Cable Nets).* The International Conference on Space Structures. University of Surrey, September 1966, s 873. Oxford–Edinburgh 1967

[85] Schleyer, F K: *Über die Berechnung von Seilnetzen.* Dissertation an der technischen Universität. Berlin 1960

[86] Schleyer, F K: *Die Berechnung von Seilnetzen.* Proceedings of the IASS Colloquium on Hanging Roofs, Continuous Metallic Shell Roofs and Superficial Lattice Roofs. Paris 9–11 July 1962, s 48. Amsterdam 1963

[87] Rabinovic, I M: *Hängedächer.* Wiesbaden 1966

[88] Shore, S och Bathish, G N: *Membrane Analysis of Cable Roofs.* The International Conference on Space Structures. University of Surrey, September 1966, s 890. Oxford–Edinburgh 1967

[89] Eras, G och Elze, H: *Zur Berechnung und statisch vorteilhaften Formgebung von Seilnetzwerken.* Proceedings of the IASS Colloquium on Hanging Roofs, Continuous Metallic Shell Roofs and Superficial Lattice Roofs, Paris 9–11 July 1962, s 68. Amsterdam 1963

[90] Siev, A: *A General Analysis of Prestressed Nets.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol XXIII, s 283. Zürich 1963

[91] Siev, A: *Prestressed Suspended Roofs Bounded by Main Cables.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol 27, s 171. Zürich 1967

[92] Siev, A och Eidelman, J: *Stress Analysis of Prestressed Suspended Roofs.* Journal of the Structural Engineering Division, ASCE. Vol 90, ST 4, August 1964, s 103. New York

[93] Kärrholm, G och Wahlström, S: *Beräkning av förspänt lintak upphängt i dubbelkrökt ring.* Väg- och vattenbyggaren 1966:1–2, s 28. Stockholm

[94] Selberg, A: *Hängebrücken kleiner und mittlerer Spannweite.* Der Stahlbau 1954:5, s 97. Berlin

[95] *Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with Special Reference to the Tacoma Narrows Bridge.* University of Washington, Engineering Experiment Station. Bulletin No 116, Part I–V, 1949–54

[96] Nøkkentved, C: *Svingninger fremkaldt af vinden.* Bygningsstatiske Meddelelser XII, s 78. Köpenhamn 1941

[97] Farquharson, F B: *Model Verification of the Classical Flutter as Adapted to the Suspension Bridge.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol XII. Zürich 1952

[98] Vincent, G S: *Mathematical Prediction of Suspension Bridge Behaviour in Wind from Dynamic Section Model Tests.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol XII. Zürich 1952

[99] Scruton, C: *An Experimental Investigation of the Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with Special Reference to the Proposed Severn Bridge.* Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part I, Vol 1, s 189. London 1952

[100] Steinman, D B: *Suspension Bridges. The Aerodynamic Problem and Its Solution.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol XIV. Zürich 1954

[101] Selberg, A: *Aerodynamic Stability of Suspension Bridges.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol XVII. Zürich 1957

[102] Selberg, A: *Oscillation and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges.* Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series No 13. Trondheim 1961

[103] Selberg, A: *Aerodynamic Effects on Suspension Bridges.* Wind Effects on Buildings and Structures. Proceedings of the conference held at the National Physical Laboratory, Teddington, Middlesex on 26th, 27th and 28th June, 1963, s 462. London 1965

[104] Walshe, D E J: *The Use of Models to Predict the Oscillatory Behaviour of Suspension Bridges in Wind.* Wind Effects on Buildings and Structures. Proceedings of the conference held at the National Physical Laboratory, Teddington, Middlesex on 26th, 27th and 28th June 1963, s 518. London 1965

[105] Klöppel, K och Thiele, F: *Modellversuche im Windkanal zur Bemessung von Brücken gegen die Gefahr winderregter Schwingungen.* Der Stahlbau 1967:12, s 353. Berlin

[106] Leonhardt, F: *Zur Entwicklung aerodynamisch stabiler Hängebrücken.* Die Bautechnik 1968:10, s 325 och 1968:11, s 372. Berlin

[107] Bleich, F, Mc Cullough, C B, Rosecranz, R och Vincent, G S: *The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges.* Department of Commerce, Bureau of Public Roads. Washington 1950

[108] Waltking, F W: Praktische Berechnung der Eigenfrequenzen von Hängebrücken. Der Bauingenieur 1950, s 208, 254. Berlin

[109] Selberg, A: *Dampening Effect in Suspension Bridges.* International Association for Bridge and Structural Engineering. Publ Vol X. Zürich 1950