



LUND UNIVERSITY

Jag förstår inte dem, som bara beställer in en öl Festföreläsning under installationshögtiden 1993, Professorsinstallation Ståhle, Per

1993

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):
Ståhle, P. (1993). Jag förstår inte dem, som bara beställer in en öl: Festföreläsning under installationshögtiden 1993, Professorsinstallation. Luleå University of Technology.

Total number of authors:
1

Creative Commons License:
Ospecificerad

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

Jag förstår inte dem, som bara beställer in en öl

av Per Ståhle



Figur 1. En trycksatt burk klarar oanade laster

Hållfasthetsläran leder till vidgade vyer och ett sakligt tänkande. Merparten av världens underverk är produkter av ämnet. Dock, som all stimulans bör den intas måttligt och i hemmiljö. Insup inte läran enbart i sorlet på en institution, tag med den hem och avnjut den i stillsamhet.

Med några exempel vill jag visa hur man med enkla medel och i domestik miljö, kan experimentellt utforska mekaniken i sådant, som förklaras av de teorier och formler ni snart stiftar bekantskap med.

Som alla vet, kan man stå på en tom ölburk om man kliver upp försiktigt. Petar någon sedan på burkväggen, kollapsar den med ett brak. En full burk håller däremot. Detta är märkvärdigt, då vätskan i sig inte har någon stabilitet, i synnerhet inte bemängd med alkohol. Huruvida belastningens tillstånd påverkar utgången, vet jag inte, och dessutom faller detta utanför ramen för detta seminarium.

Anledningen är instabilitet

Vätskan under tryck, gör att burken, öppnad, behåller sin form. Vad händer då, om man ökar trycket i burken, t ex genom att värma eller skaka den? Jo vi kommer att finna att hållfastheten ökar dramatiskt och att burken kan bära kanske hela detta auditorium. Hänger vi däremot i burken håller den öppnad endast för hälften. Om

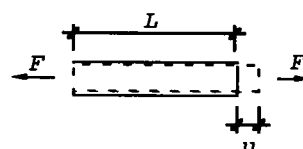
burken är öppen och vätskan under tryck, håller den för än färre.

Innan vi kan ta itu med en teori som förklarar mina påståenden skall vi studera vad som sker vid enklare belastningsförhållande.

Böjning, drag och tryck

Experimentella resultat för balkböjning skall här förklaras och utvecklas. Innan vi ger oss i kast med ett experiment vill jag visa några enkla teoretiska resultat

Tag ett enkelt exempel, en homogen stång med längden L och tvärsnittsytan A . Stången förlängs under inverkan av axiella krafter, F , som figur 2 visar.



Figur 2. Enaxlig dragning

Det är väl känt att sambandet mellan F och förlängning, u , kan skrivas

$$F = k u, \quad (1)$$

dvs, ekvationen för en elastisk fjäder, där k är fjäderkonstanten. Vi antar nu att plana tvärsnitt förblir plana och vinkelräta mot stångens axiella riktning. Efter någon tankeverksamhet är det uppenbart att det råder proportionallitet mellan F och A och mellan u och L . Vi skriver därför

$$\frac{F}{A} = \frac{kL}{A} \frac{u}{L}. \quad (2)$$

Eftersom kvoterna F/A och u/L är oberoende av A och L måste kvoten kL/A vara en materialparameter. Den definierar den så kallade elasticitetsmodulen, E . Vi inför begreppet spänning, σ , och töjning, ϵ , definierade, som följer

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{och} \quad \epsilon = \frac{u}{L}. \quad (3)$$

Formel (2) kan nu skrivas

$$\sigma = E \epsilon. \quad (4)$$

En balk, som utsätts för ett böjande moment kröks. Vi fastställer graden av krökning m h a krökningsradien. Det är en relativt enkel

geometrisk övning att inse att töjningen (se den som relativa förlängningen) varierar linjärt i



Figur 3. Balk utsatt för konstant böjande moment

tvärsnittet. Formel (4) ger oss nu ett samband mellan det böjande momentet, M . För en rektangulär balk med bredden b och höjden h erhåller vi

$$\sigma_{\max} = \frac{6M}{bh^2} \quad (5)$$

vid böjning, att jämföras med

$$\sigma = \frac{F}{bh} \quad (6)$$

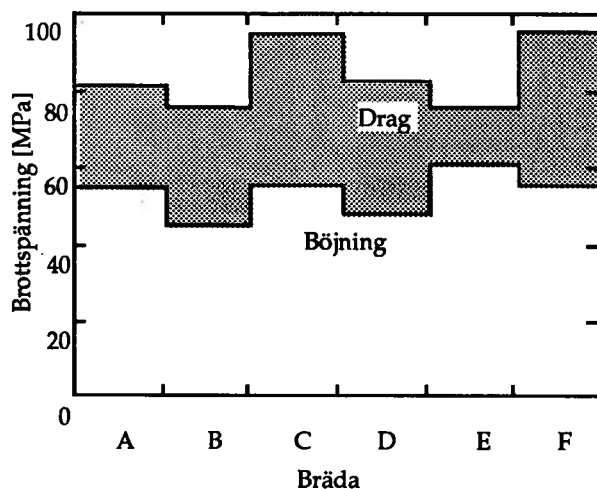
enligt formel (3) vid dragning.

Vi tar reda på om resultat från ett dragprov kan användas för att förutsäga böjbrott. Vi behöver några brädor, kraftiga spik och en badrumsvåg. Brädorna spikas ordentligt fast i golvet så att en l lång ände kan böjas upp från golvet. Man ställer därefter fram vågen så att man kan läsa av tyngden samtidigt som brädan lyfts tills den bryts (se figur 4). Momentet ges av kraften avläst strax före brottet multiplicerad med l . Resultaterande största spänning beräknas m h a formel (5).

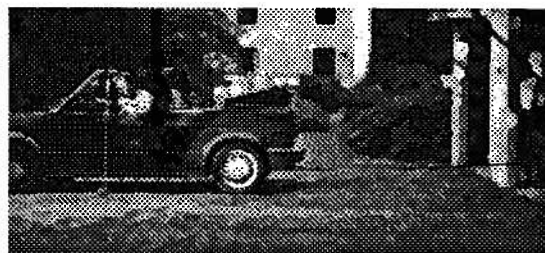


Figur 4. Enkelt arrangemang för brädbrottförsök

Figur 5 visar beräknad böjbrottspänning för sex brädor, A till F, med måtten $l = 1300$ mm, $b = 125$ mm och $h = 17$ mm. I samma figur redovisas resultatet från ett dragprov utfört på delar av de sex brädorna. Provbitarna hade i detta fallet måtten $l \approx 100$ mm och $b = h = 4$ mm. Den största uppmätta kraften blev 1520 N varför en bil fick användas som kraftkälla. Kraften mättes med en säckvåg, som figur 6 visar.



Figur 5. Resultat från böj och dragprov på trä



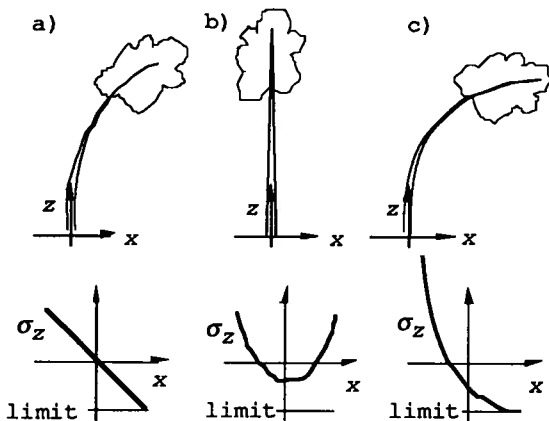
Figur 6. Dragprovsmaskin

Systematiskt uppnåddes en lägre spänning vid böjbrott än vid dragbrott. Detta verkar motsäggelsefullt om man utgår från att det är dragbelastningen som knäcker träet. Förklaringen är att det primärt är den sammanpressade sidan som ger vika genom att fibrerna veckas. Det sker vid en spänning som enligt vårt experiment ligger 25 - 30% under den spänning, som ger dragbrott.

Bland skeppsbyggare på 1800-talet fanns en utbredd föreställning att det trä, som masten gjordes av skulle bearbetas så lite som möjligt. Man var mycket noga med att inte skada eller avlägsna träet närmast under barken. Dåtids ingenjörer, som lärt sig allt om balkteori, medellinje och yttröghetsmoment föreslog att rörsektioner skulle ge ett effektivare material utnyttjande. Hantverkarna motsatte sig förslaget med all kraft och menade att man skar hjärtat ur trädet. Inte förrän helt nyligen har man upptäckt att träd utvecklat en förmåga att växa så att de yttre delarna (närmast barken) är dragbelastade medan trädets kärna är tryckbelastad.

Figur 7a visar den teoretiska spänningfördelningen, σ_z , i tvärsnittet $z=0$ för en böjd trädstam under förutsättning att stammen avlastad är spänningsfri. Figur 7b visar spänningfördelningen

i en obelastad verklig trädstam och figur 7c visar spänningen i samma tvärsnitt vid stor belastning. Resultatet följer av superposition av spänningsfördelningen i figur 7b och en linjär fördelning som den i figur 7a. Eftersom dragspänningar ($\sigma_z > 0$) inte utgör något problem kan trädet motstå mycket stora laster tack vare förspänningen. Den begränsande tryckspänningen är markerad med "limit" i figur 7a-b.



Figur 7. Icke förspänt (a), förspänt träd (b) och (c).

Mer om öl och läskedrycksburkar

Normalt vid beräkning av balkböjning tar man inte hänsyn till deformationens inverkan på det böjande momentet. Vid i huvudsak axiell belastning måste man emellertid göra det. Figur 8 visar en sträva där den angripande kraften P förskjutits stycket δ från strävans centrum. Det gäller enligt teorin att

$$P(w - w_0 - \delta) = -EI \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad (5)$$

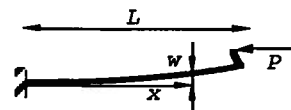
där w_0 är utböjningen vid $x=L$. Följande lösning erhålls

$$w = \delta \frac{1 - \cos[x(P/EI)^{1/2}]}{\cos[L(P/EI)^{1/2}]} \quad (6)$$

Vi ser att förskjutningarna växer obegränsat vid givet δ om $P \rightarrow P_k$ där

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (7)$$

För specialfallet $\delta=0$ är $w=0$ för $P < P_k$ och för $P = P_k$ blir w obestämd. P_k kallas knäckkraften. Vid $P > P_k$ ökar w i verkligheten mycket snabbt med ökande P .



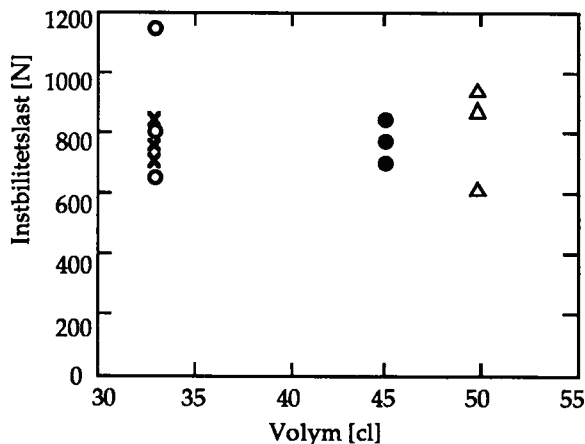
Figur 8. Lasten förskjutet stycket δ från strävans centrum.

För ett illustrerande experiment använde jag några olika öl och läskedrycksburkar. Dessa var Coca Cola 33 cl, Coca Cola Light 33 cl, Norrlands Silver III 45 cl och Tuborg Ø1 Klasse II 50 cl. Den experimentella uppställningen visas i figur 9. Badrums vågen, nu placerad under burken, användes för att mäta kraften. En bräda och en bok underlättade överföringen av belastningen (se figur 9).



Figur 9. Uppställning för bucklingsförsök

Vågen avlästes kontinuerligt. Värdet omedelbart för kollaps visas i figur 10. Vi ser att resultatet har viss spridning, säkerligen beroende på initiala bucklor och ojämnheter. Vidare noteras att burkens volym, i själva verket höjd då alla hade samma diameter, inte spelar någon avgörande roll.

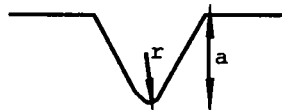


Figur 10. Bucklingslaster för några burkar. Alla burkar har samma diameter varför burkens höjd är proportionell mot dess volym.

För övrigt noterar vi med intresse att Norrlands Silver III uppvisar en förvånansvärt liten spridning. Antalet undersökta burkar är dock litet och tillåter inte några definitiva slutsatser.

Brott

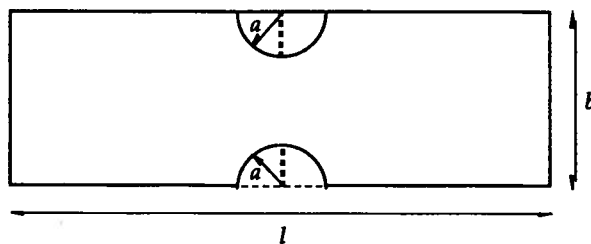
Vi är vana att dragbelastade trådar eller stänger med varierande tvärsnitt går av på det smalaste stället. Man gör antagandet att alla delar i tvärsnittet bär lika last per ytenhet, d v s spänningarna är konstant i tvärsnittet (se formel (3)). Hypotesen låter rimlig. Den gäller dock bara om variationen av tvärsnittet är liten. Vid stora variationer uppstår s k spänningskoncentrationer. För praktiskt bruk framräknas en s k spänningskoncentrationsfaktor. Beräkningen är komplicerad och måste i allmänhet genomföras på dator. Några resultat är intressanta och kan vara bra att känna till. Vid invändiga hörn, anvisningar, får vi en spänningskoncentration. Ofta har krökningsradien vid anvisningens botten stor betydelse (se figur 11).



Figur 11. Anvisningsdjup a och anvisningsradie r

Här gäller regeln att ju mindre krökningsradie desto högre spänningar. Om krökningsradien är obefintlig, d v s om anvisningen har en skarp spets, har vi en särskilt farlig situation. Spänningarna går i detta fall mot oändligheten i en linjärt elastisk model. I verkligheten kan inte spänningarna bli obegränsat stora och resultatet betyder att den valda modellen inte kan användas för beskrivning av området närmast anvisningens spets. Verkligheten uppvisar en olinjär relation mellan töjningar och spänningar. Materialet plasticeras eller, i värsta fall, spricker.

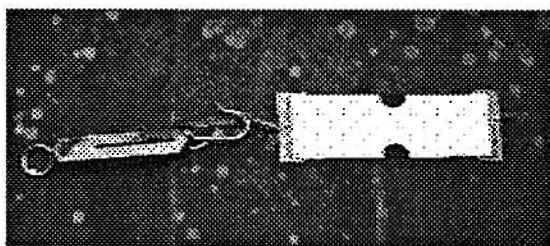
Alla vet vi att vissa saker är känsligare för sprickor än andra. Ex vis är ju de plastkassar man får i butiken extremt känsliga. En liten spricka fortplantar sig snabbt och äventyrar hela konstruktionen. För att få veta mer om detta gjordes ett antal försök med helt vanligt skrivpapper. Två geometrier användes Figur 12 sammanfattar geometrierna, en med spricka och en med en halvcirkelformad anvisning.



Figur 12. Provkroppen. $l = 300$ mm, $b = 100$ mm; Sprucken geometri (streckad) och anvisad geometri användes

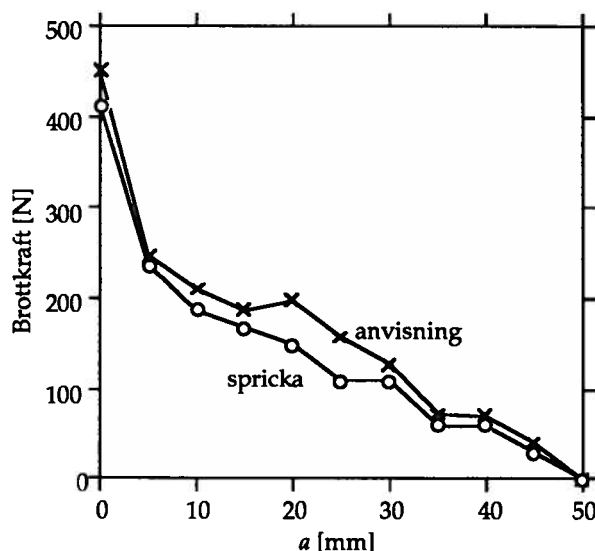
För försöket behövs en säckvåg, två plastlinjaler med hål tejp och skrivpapper. Totalt 20 remsor klipptes till med olika a . Linjalerna tejpades vid remsornas ändar, som figur 13 visar. Vid försöket håller man fast remsans ena ände (A) medan man drar i vågen (B), tills pappret brister.

Kontinuerliga avläsningar fram till brott gav ett resultat enligt figur 14. Som väntat är hållfast



Figur 13 Utrustning för anvisningsprov

heten med spricka lägre för alla spricklängder, vilket var att vänta. Dock är det ganska överraskande att så också är fallet när spricklängden respektive anvisningsdjupet är noll.



Figur 14. Resultat av anvisningsprov i papper



Figur 15. Klipp efter den streckade markeringen. Belasta som pilarna visar. Var går remsan av?

Omöjligt många ekvationer

Grundbegreppen i hållfasthetsläran är förskjutning, töjning och spänning. Vår uppgift är att bestämma hur förskjutningar, töjningar och spänningar varierar i rummet och tiden. I allt har vi femton obekanta. Tre rörelse ekvationer och sex s_k kompatibilitetsekvationer skall uppfyllas. För att femton obekanta ska kunna bestämmas krävs, som bekant femton ekvationer, d v s vi behöver ytterligare sex ekvationer. Dessa ges av sex konstitutiva samband, som beskriver materialegenskaperna. Sambanden ger explicit eller implicit töjningskomponenterna, som funktioner av spänningskomponenterna.

Glossary

beam	balk
bar	stång
cross section	tvärsnitt
compressive stress	tryckspänning
constitutive relation	konstitutivt samband
displacement	förskjutning
equilibrium	jämvikt
fracture	brott
moment of inertia	tröghetsmoment
notch	anvisning

I det enklaste fallet kan töjningarna definieras, som proportionella mot första derivator av förskjutnings komponenterna med avseende på rumsliga koordinater. Vi säger att de geometriska sambanden är linjära. Analysen förenklas vidare om töjningarna är så små att det förligger ett linjärt samband mellan spänningar och töjningar. Tillsammans med grundekvationerna ger dessa speciella antagande en linjär elastisk teori.

Förenklade modeller

Materialen analyseras med avseende på önskade eller befarade egenskaper med hjälp av olika modeller. Det gäller här att välja en modell, som är så enkel som möjligt men som ändå fångar det väsentliga i mekaniken. Utgående från materialbeteendet kan hållfasthetsläran delas in i elasticitetsteori, plasticitetsteori, brotteori, etc. Indelning kan också göras med avseende på last och geometri. Exempel i en sådan indelning är strukturanalys, vibrationsanalys, stabilitetsanalys. En tredje indelning görs om saken gäller studiens mål. Då har vi t ex dimensionering, optimering, skadeanalys. Som regel behandlas speciella fall med ex vis rotationssymmetri, plana fall eller fall där en (eller två) dimensioner är mycket liten i förhållande till de övriga.

En stor del av en inledande kurs ägnas åt endimensionella kroppar, som axlar, stänger, stråvor och balkar. Även två och tredimensionella kroppar behandlas. Benämningarna axlar, stänger etc, syftar på olika belastningar. Sålunda vrids axlar, stänger och stråvor dras eller trycks axiellt och balkar böjs. När det gäller materialmodeller handlar det till stor del om linjärt elastiska material. Delvis behandlas några plastiska och viskoelastiska modeller.

scale	fjädevåg
shear stress	skjuvspänning
solid mechanics	hållfasthetslära
stress	spänning
strain	töjning
strength	hållfasthet
tensile stress	dragspänning
threshold	tröskel
uniaxial	enaxlig
vessel	kärl
yield	flyta
modulus of elasticity	elasticitetsmodul