86. Torun Hedlund-Nyström, Lars Jonung och Bo Sandelin, "Opublicerat manuskript av Knut Wicksell med en kapitalteoretisk modell", *Ekonomiska Samfundets Tidskrift,* 1987, nr 3, s. 123-136.

TORUN HEDLUND-NYSTRÖM, LARS JONUNG, BO SANDELIN,
Göteborg

OPUBLICERAT MANUSKRIPT AV KNUT WICKSELL MED EN KAPITALTEORETISK MODELL

Återgivet med en inledande doktrinhistorisk kommentar

Knut Wicksell torde vara den främste nationalekonom som Sverige frambringat. Kring sekelskiftet sammanfattade han på ett lysande sätt de centrala delarna inom den ekonomiska teori som växt fram under den senare hälften av 1800-talet. Han efterlämnade omkring hundra opublicerade manuskript. Mest var de av dagsaktuell karaktär som diskussionsinlägg avsedda för dagspressen, föredragsunderlag och dylikt. Men det finns även några mer avancerade alster.

Ett av dessa publiceras här för första gången. Det ingår i det rikhaltiga Wicksell-arkivet vid Lunds universitetsbibliotek. Manuskriptet är troligen skrivet tidigast 1898 och senast 1902. Att det inte tillkommit före 1898 talar behandlingen av räntan, genomsnittliga investeringstiden och kapitalet för.

Wicksell utvecklar i manuskriptet en kapitalteoretisk modell av typen flow input – point output. Samma modelltyp återfinns bl.a. i hans arbeten *Über Wert, Kapital und Rente* (1893), *Finanztheoretische Untersuchungen* (1896) och *Geldzins und Güterpreise* (1898). I dessa äldre skrifter används, bortsett från i någon fotnot, enkel ränta. I föreliggande manuskript räknar Wicksell däremot med ränta på ränta, liksom han i huvudsak gör i sina sena arbeten.

Den genomsnittliga investeringstiden bestäms i de ovan nämnda äldre böckerna som det inputvägda genomsnittet av tidsavstånden mellan input (eller snarare kostnaderna för input) och output. I det stationära fallet med flow input – point output, där kontinuerlig input under, säg, t år ger upphov till output som i sin helhet erhålls omedelbart efter dessa t år, blir genomsnittliga investeringstiden följaktligen t/2. I det manuskript vi nu presenterar definieras genomsnittliga investeringsperioden T så att den bara för små värden på t och ρ (räntan) approximativt blir lika med t/2.

Diskussionen om kapitalets väsen är kanske det som mest tyder på en ny inriktning. I de äldre skrifterna anknöt Wicksell direkt till Böhm-Bawerks förfinade variant av den gamla lönefondsteorin. (Wicksell föredrog att tala om löne- och jordräntefond i stället för bara om lönefond.) Sålunda säger han t.ex. i *Geldzins und Güterpreise* (s. 120): »Die Wertsumme K selbst aber, das ganze 'zirkulierende' Kapital, kann, obwohl es nicht auf einmal, sondern nur sukcessive frei und flüssig wird, als der *gesamte* Lohn- und Grundrentenfond aufgefasst worden...»

Mot denna bakgrund formulerar han likheten

$$K = (Al + Br)\,T$$

där A är antalet arbetare, l är lönen, B är jordmängden, r är jordräntan, T är genomsnittliga investeringstiden definierad på det äldre viset och K är kapitalet eller totala löne- och jordräntefonden. Med detta synsätt motsvaras kapitalet, som varit investerat under i genomsnitt T år, bara av de totala löner och jordräntor som betalats under denna tid.

I föreliggande manuskript finner vi däremot: »Hvad beträffar det totala samhällskapitalet, K, måste äfven detta nu kunna sättas = T årgångar arbetslön och jordränta *med därpå upplupen kapitalränta* [vår kursivering] alltså

$$K = (Al + Br) \int_0^T e^{\rho t}\, dt \ldots»$$

(Observera att t här används i en ny mening.)

Vid given storlek på A, l, B, r samt längsta investeringstiden är kapitalet nu större än totala löne- och jordräntefonden enligt analysen i hans böcker 1893–98. Detta beror dels på att kapitalet nu antas växa med den upplupna räntan, dels på att den genomsnittliga investeringstiden, T, blir något längre enligt den nya definitionen.

Formellt är det således ett modifierat kapitalbegrepp som används i manuskriptet jämfört med det som används i böckerna t.o.m. 1898. Men som vi redan antytt, uttrycker han sig annorlunda även verbalt. Termen lönefond eller löne- och jordräntefond nämns inte i manuskriptet. Däremot talas om »totala samhällskapitalet, K» och att »K är nationalförmögenheten, eller dess produktiva del, efter fråndrag av själfva jordens värde o s v.»

Mycket talar alltså för att manuskriptet är skrivet tidigast 1898. (Förordet till *Geldzins* ... är undertecknat i januari detta år.) Men helt säkra kan vi naturligtvis inte vara. Med betydligt högre grad av säkerhet vågar vi påstå att det är skrivet senast 1902. Skälet är Wicksells påstående om produktionsfunktionen i samband med att han härlett likheten

$$AP'_A + BP'_B = P$$

där P är årsproduktionens storlek.

På två ställen i manuskriptet skriver han att denna likhet »visar att P måste vara en homogen och lineär funktion i A och B». På ett likartat sätt uttrycker han sig i en uppsats i *Ekonomisk Tidskrift* år 1900 med titeln »Om gränsproduktiviteten såsom grundval för den nationalekonomiska fördelningen» och i första upplagan av första delen av *Föreläsningar i nationalekonomi* år 1901 (s. 156–157).

Emellertid insåg han snart att ett sådant påstående är felaktigt, och han ägnade uppsatsen »Till fördelningsproblemet» i *Ekonomisk Tidskrift* 1902 åt att förklara sitt fel och utreda det egentliga förhållandet. Han använde här beteckningarna a och h i stället för A och B och insåg nu att i det »speciella fall, då produktionen i stor och produktionen i liten skala äro relativt lika gifvande, är ofvanstående likhet, såsom man lätt öfvertygar sig om, *identiskt* uppfylld, d.v.s. den gäller för alla möjliga värden på *a* och *h*. I det generella fallet åter gäller den uteslutande såsom en maximibetingelse, den är uppfylld för de värden på *a* och *h* som åstadkomma det fördelaktigaste produktionsresultatet, men icke annars.» Likheten kan alltså vara uppfylld utan att P är en linjärt homogen funktion, vilket Wicksell således var medveten om 1902. Följaktligen kan föreliggande manuskript knappast ha skrivits senare.

Manuskriptet är intressant, inte därför att det blottar några hittills okända kapitalteoretiska resultat, utan därför att det uppenbarligen skrivits när Wicksell var inne i, om inte en brytningstid, så åtminstone en modifikationstid i kapitalteoretiskt avseende. Det kan betraktas som en brygga mellan den kapitalteoretiska ansatsen i 1890-talets böcker och den som används i *Föreläsningar,* särskilt andra upplagan, och senare.

Grunden, en modell av typen flow input – point output, känner vi igen från de äldre böckerna, och ekvationssystemet är så likartat att de flesta ekvationer i manuskriptet har sina närbesläktade motsvarigheter i dessa böcker. Men likväl tyder förändringarna i definitionen på kapital och på genomsnittlig investeringstid samt sättet att använda räntan på en modernare ansats.

Manuskriptet, som inte är undertecknat, är handskrivet och fullt av rättelser och andra tillägg. Troligen skulle Wicksell inte låta trycka det utan ytterligare översyn. Det är oavslutat, avbrutet mitt i en mening.

I vilket sammanhang har manuskriptet skrivits? Om detta finns ingen uppgift. Innehållsmässigt skulle det ha kunnat passa in i del I av *Föreläsningar,* i avsnittet om den kapitalistiska produktionen. Manuskriptets första rader tyder på att det inte är helt fristående. Kan det ha varit så att Wicksell ursprungligen avsåg att texten skulle ingå i första upplagan av *Föreläsningar,* men att han vid närmare eftertanke tyckte att den var för svår för studenterna? I andra upplagan (1911) införde han i ett avsnitt det berömda vinexemplet i en formell modell av typen flow : input – point output. Analysen där är av ungefär samma tekniska svårighetsgrad, vilket tyder på att det inte är otänkbart att han tidigare kan ha övervägt att ta in något liknande.

Sammanfattningsvis förenas i manuskriptet inslag från Wicksells äldre ansats med drag från hans senare. Till den äldre hör valet av ett problem av typen flow input – point output och grundstrukturen på det ekvationssystem som ställs upp. Till den senare hör behandlingen av kapitalet, räntan och den genomsnittliga investeringstiden. Manuskriptet är således en länk i utvecklingen av Wicksells kapitalteori. Denna länk bör tolkas som ett tecken på en kontinuerlig snarare än en språngvis förändring av Wicksells tankesystem.

ETT OPUBLICERAT MANUSKRIPT AV KNUT WICKSELL

Såsom öfvergång till det allmänna produktionsproblemet vilja vi behandla ett fall då produktiv kraft, men fortfarande blott af ett enda slag, *i upprepade doser* tillsättes under samma produktionsperiod och detta i en af tekniska (eller natur)-förhållanden på förhand bestämd följd. Vi välja härtill alstringen af *skog,* men på *värdefull* mark. Antagom, att en person eller ett bolag har för everdelig tid dispositionsrätten öfver en skogsmark, för hvilken dock måste betalas en viss årlig avgift, r, per hektar. Bortse vi för enkelhetens skull från det på skogens skötsel nedlagda arbetet, så blir denna årliga jordränta bolagets enda kapitalutlägg, och dess uppgift blir att gifva skogen en så lång omloppstid, att det får största möjliga ränta på detta sitt kapital. Kalla vi värdet »på rot» af en hektar t-årig skog för f(t), så leder detta, såsom man lätt finner, till ekvationen

$$f(t) = r\frac{e^{\rho t}-1}{\rho} \ldots\ldots\ (1),$$

där ρ är den s.k. förräntningsenergien (räntefoten vid ögonblicklig ränta på ränta)

i förening med (ena) villkoret för ett maximum på ρ, som blir

$$\rho = \frac{f'(t)-r}{f(t)}, \ldots\ldots\ (2)$$

ur hvilken ekvationen genom elimination af ρ erhålles det förmånligaste värdet på t.

Men vi hade också kunnat uppfatta saken på annat sätt. Är hela skogsarealen B har, så blir (vid ihållande skogsbruk) den årligen afverkade arealen B:t, och årsproduktens värde följaktligen B·f(t):t. Å andra sidan har bolaget att årligen såsom jordränta utbetala beloppet B·r. Den förra af dessa kvantiteter kan betraktas såsom utgörande resultatet af den senare, förräntad genom ett visst tidsrum, T, som vi kunna kalla skogens (ekonomiska) genomsnittsålder, och som definieras genom ekvationen

$$B \cdot \frac{f(t)}{t} = B \cdot r \cdot e^{\rho T}$$ eller med tillhjelp af (1),

$$e^{\rho T} = \frac{e^{\rho t}-1}{\rho t} \ldots\ldots\ (3)$$

Genom eliminationen af ρ mellan denna ekvation och (1) fås T såsom funktion af t ensam, eller omvändt. Vi kunna alltså nu betrakta årsprodukten pr har förräntad genom just detta tidsrum, så att vi ha

$$P = (Al+Br)e^{\rho T}, \ldots \quad (1)$$

der P är årsproduktionens storlek, och de öfriga kvantiteterna ha samma betydelse som i det föregående. A och B, de i samhället tillgängliga (presenta) arbets- och jordmängderna, betrakta vi tillsvidare såsom konstanta kvantiteter, de öfriga äro samtliga variabla, *men de äro icke af hvarandra oberoende.* Så snart de allmänna villkoren för produktionen, den tekniska ståndpunkt på hvilken samhället i fråga befinner sig och graden af dess kapitalmakt eller som ytterst blir det samma, individernas lust och förmåga att spara, äro gifna, så äro också alla de nämnda kvantiteterna bestämda (om ock ej alltid *entydigt* bestämda). Hvilken som helst af dem, men blott en enda kan alltså tagas till oberoende variabel; är dess värde gifvet, så är i och med detsamma hela den samhälleliga produktionsbilden bestämd. Välja vi då såsom oberoende variabel vårt T, så måste alla de öfriga kvantiteterna (utom A och B) kunna uttryckas såsom funktioner af T. Särskildt måste P kunna uttryckas såsom en explicit funktion af T allena. Derjemte är P naturligtvis funktion af A och B. Vi sätta derför

$$P = F(A, B, T)$$

Ofvanstående ekvation (1) är alltså nu icke att uppfatta såsom en identitet; dess venstra sida är att uppfatta som en känd funktion af A, B och T allena, den högra är ju tillika funktion af l, r, och ρ (arbetslönen, jordräntan och kapitalräntan); likhet eger rum först när l, r, och ρ få sina af den ekonomiska jemvikten föreskrifna värden i A, B och T. Ändras exempelvis T så upphör likheten, så vida ej l, r, och ρ samtidigt undergå sina deremot svarande förändringar.

Skall nu emellertid ofvanstående ekvation karakterisera den ekonomiska jemvikten, så måste följande villkor vara uppfyllda. Det måste vara omöjligt för hvarje enskild företagare, vare sig han är arbetare, jordegare eller kapitalist, och likaså för flera inom hvarje sådan grupp (såvida de icke allesammans hålla ihop då den fria konkurrensen alltså upphör) att till sin förmån ändra produktionsbilden; hvar och en af kvantiteterna l, r och ρ har nämligen nu den högsta storlek, som är möjlig att uppnå vid oföränderliga värden på de båda öfriga. Och likaså skulle det vara omöjligt för en företagare, som icke tillhörde någon af dessa kategorier och alltså måste betala arbete, jord och kapitalnyttjande med deras i marknaden bestämda pris, att förskaffa sig någon vinst vare sig genom att öka (eller minska) mängden af det i hans företag engagerade arbetet, jorden eller kapitalet.

En sådan förändring skulle emellertid, i den mån den läte verkställa sig, när allt annat förbleve lika, nödvändigt medföra en liten ökning (eller minskning) af A, B eller T (eller af två eller alla tre dessa kvantiteter samtidigt) och dermed (en liten variation δP) af årsproduktionen P. Som denna icke kan tillskynda företagaren någon vinst (men vid försiktigt tillvägagående icke heller någon förlust) måste den vara jemt lika stor som den förändring *högra* sidan af vår ekvation (1) undergår, derigenom att en ändrad mängd af arbete eller jord eller kapitalnyttjande nu måste betalas till sina i marknaden herskande pris.

M.a.o. det måste vara tillåtet att differentiera vår ekvation (1) partiellt med afseende på vare sig A eller B eller T som om l och r och ρ vore konstanter (eller, hvilket kommer på ett ut, som om två af dem vore konstanter och den tredje redan hade uppnått sitt största värde, då alltså dess variation eller första derivata blefve = 0). Utföra vi dessa differentieringar så få vi

$$P'_A = l \cdot e^{\rho T} \ldots\ldots\ldots (2)$$

$$P'_B = r \cdot e^{\rho T} \ldots\ldots\ldots (3)$$

och

$$P'_T = \rho \cdot P \ldots\ldots\ldots (4)$$

Den sista af dessa är den Jevonska ränteformeln, den utsäger att räntefoten (räknad på tidsenheten) är = den relativa förändring, som årsproduktionen undergår när den genomsnittliga investeringstiden förlängs eller förkortas med en tidsenhet (eg. ha vi $\rho dt = P'dt : P$). De båda första utsäga, att arbetslön och jordränta bli hvar för sig = det tillskott, som årsproduktionen skulle ha erfarit om den produktiva arbets- eller jordmängden *för T år sedan* hade ökats med ännu en enhet, *diskonteradt* genom detta tidsrum med räntefoten ρ. Eller med andra ord, nämnda tillskott blir = med hvad en arbetare eller egare af en jordenhet skulle ha erhållit om de *väntat* på sin godtgörelse under tidsrummet T. Förlängas ekvationerna (2) och (3) respektive med A och B och adderas led till led så fås

$$AP'_A + BP'_B = P$$

hvilket visar att P måste vara en homogen och lineär funktion i A och B – men naturligtvis ej i T. Detta är också klart, ty vårt resonemang förutsätter i sjelfva verket att samhällsproduktionens relativa resultat *vid hvarje grad af kapitalintensitet* är oberoende af dess omfång, hvilket ju också, såsom vi förut sedt, är ett villkor för full ekonomisk jämvikt.

Hvad beträffar det totala samhällskapitalet, K, måste äfven detta nu kunna sättas = T årgångar arbetslön och jordränta med derpå upplupen kapitalränta alltså

$$K = (Al+Br) \int_0^t e^{\rho t} dt = \frac{P-(Al+Br)}{\rho} \quad \ldots . (5)$$

eller

$$\rho \cdot K = P-(Al+Br)$$

Detta är nödvändigtvis fallet, ty ett års ränta på *hela* kapitalet måste ju (under stationära förhållanden) vara = hela årsproduktionen efter fråndrag af de *samma år* utbetalade arbetslönerna och jordräntorna.

Den praktiska betydelsen af detta resonemang (om det eljest eger någon sådan) skulle ligga deri, att det sätter oss i tillfälle att med tillhjelp af statistiska data (folkmängds-, yrkes-, produktions- och bankstatistik) studera sjelfva *den samhälleliga produktivitetsfunktionens,* P, *karakter.* De flesta af de kvantiteter som vi här behandlat såsom »obekanta», l, r, ρ (eller i) o.s.v. kunna tillnärmelsevis, om ock blott i stora drag, nås af statistiken, likaså det numeriska värdet af P, som ju är hela nationalinkomsten. K är nationalförmögenheten, eller dess produktiva del, efter fråndrag af sjelfva jordens värde o.s.v. T åter är en blott begreppsmessig storhet, eller rättare en blott matematisk sådan (hvilket ju icke hindrar att den alltid har en viss storlek, som borde kunna beräknas). Rörande *funktionsformen* P känna vi deremot så godt som intet: vi veta att den växer med A, B och T (eller K) men huru och efter hvilken lag är så godt som obekant. Under förutsättning af en kapitallös produktion ha vi (provisoriskt) gifvit den formen

$$P = kA^{\alpha} \cdot B^{\beta},$$

der k är en konstant och α och β brutna exponenter, hvilkas summa måste vara = 1. Den kapitalistiska produktionens villkor kräfver tilläggandet af (i alla händelser) en ny faktor, en funktion af T, hvars allmänna egenskap är att växa i långsammare än geometrisk progression när T växer i aritmetisk. Försöksvis kunde vi då sätta

$$P = k \cdot A^{\alpha} \cdot B^{\beta} \cdot e^{k_1 (T^{\tau})}$$

der k_1 är en ny konstant och τ en ny bruten exponent, som dock icke står i något förhållande till α eller β. Vore funktionsformen i *verkligheten* så enkel (och problemets öfriga villkor tillnärmelsevis uppfyllda) så skulle ett enda års statistiska observationer vara tillräckliga för att med hjelp af våra ekvationer (1)–(5) bestämma dess fyra konstanter (jemte T). Det behöfver ju icke sägas att den äfven under de enklaste förhållanden är långt mera invecklad än så.

Men hur enkel eller invecklad den nu än må vara, så är [det] dock på studiet af denna funktionsform, som nationalekonomien och statistiken måste rikta sig om de eljest vilja uträtta något. Deri ligger nämligen svaret, från den ekonomiska sidan sedt, på de flesta samhälleliga frågor och framför allt på det stora och viktiga, men ännu knappt såsom ett sådant upfattade – befolkningsproblemet.

$$t \cdot L \cdot e^{\rho T} = L \int_0^t e^{\rho t} dt$$

eller

$$e^{\rho T} = \frac{e^{\rho T} - 1}{\rho t}$$

Efter utveckling af exponentialfunktionerna få vi här

$$T + \rho \frac{T^2}{2} \ldots = \frac{t}{2} + \rho \frac{t^2}{6} \ldots$$

så att för små värden på ρ och ej alltför stora värden på t blir T tillnärmelsevis = $\frac{t}{2}$, alltså oberoende af ρ.*)

*) Detsamma gäller *generellt*, om man såsom Böhm-Bawerk räknar med s.k. enkel ränta, dock blott i detta, ej i nästföljande fall.

Hade åter ett visst kapital K (arbets- eller jordkraft eller båda) investerats i ett varaktigt föremål, hus, fartyg o.s.v. som under t år oafbrutet afger en serie nytto-effekter till ett årligt värde af a, (alltså under hvarje tidsmoment a·dt), så erhålles först räntefoten (förräntningsenergien) i denna investering ur likheten

$$K = a \int_0^t e^{-\rho t} dt = a \frac{1 - e^{-\rho t}}{\rho},$$

hvarefter den genomsnittliga investeringstiden T fås ur likheten

$$t \cdot a = Ke^{\rho T},$$

som utsäger, att kapitalet hade uppnått samma räntefot, om hela produktmassan, a·t, vunnit afsättning vid tiden T. Genom elimination af K (då äfven a försvinner) och utveckling af exponentialfunktionerna få vi härur

$$T - \rho \frac{T^2}{2} \ldots = \frac{t}{2} - \frac{\rho t^2}{6} + \ldots$$

så att äfven här vid tillräckligt små värden på ρ och t T blir = 1/2t, oberoende af ρ.

Denna genomsnittstid T, är som sagdt i större eller mindre grad beroende af den vid ekonomisk jemvikt uppnådda räntefoten ρ. Derjemte är den i hög grad beroende af arbetslönens och jordräntans inbördes storlek, ty om t.ex. en viss arbetsmängd och en viss jordprestation investeras vid olika tidpunkter i och för samma produktion, så blir genomsnittet af investeringstiderna tydligen afhängigt af den inbördes storleken af arbetslön och jordränta. Vi kunna emellertid tillsvidare *definiera* vårt T så, att den årliga produktionens bytesvärde skall utgöra summan af de under ett år utbetalade arbetslöner och jordräntor, såsom en känd funktion af T, $\phi(T)$, och alltså sätta

$$\phi(T) = \frac{f(t)}{t} = r\, e^{\rho T} \quad \ldots . \; (3)$$

Det härur erhållna maximivärdet på ρ, som blir

$$\rho = \frac{\phi'(T)}{\phi(T)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (4)$$

och alltså är *formellt* oberoende af r, måste enligt sakens natur öfverensstämma med det ur (2) hemtade värdet, hvilket också kan verifieras direkt. Hade vi i stället låtit ρ vara bekant men r obestämdt (i det *jordegaren* hvarje år upplånar och konsumerar ett belopp r, som han sedan med ränta på ränta efter på förhand öfverenskommen ränta återbetalar genom afverkning af skog) så hade det för honom förmånligaste värdet på t eller T (d.v.s. det som gör r till maximum) erhållits ur alldeles samma ekvationer. Låta vi slutligen såväl r som ρ bestämmas genom det ömsesidiga sträfvandet efter största möjliga vinst, alltså under fri konkurrens, hvaremot det för skogsbruket i det hela tillgängliga *kapitalet*, eller, hvilket kommer på ett ut, tidslängderna t och T antages ha ett konstant värde, så ligger tydligen problemets matematiska lösning fortfarande i ekvationerna (3) och (4), eller (1) och (2).

I sistnämnda fall hade vi emellertid kunnat betrakta den totala årsproduktionens storlek, P, såsom en funktion jemväl af hela den till skogsbruk använda jordarealen B, och satt

$$P = F(B,T) = B \cdot \phi(T) = Bre^{\rho T}$$

Genom partiell differentiation med afseende på B erhålles då

$$P'_B = \frac{d}{dB} F(B,T) = \phi(T) = re^{\rho T} \text{ eller } r = P'_B \cdot e^{-\rho T}$$

så att jordräntan för en hektar mark blir årsproduktionens partiella derivata i afseende på jordarealens storlek, *diskonterad* (rabatterad) genom tidsrummet T med räntefoten (förräntningsenergien) ρ, m.a.o. denna partiella derivata sjelf blir jordegarens belöning, om han *väntat* derpå under tidsrummet T (alltså *icke* under tidsrummet t).

Vi kunna nu utan vidare angripa jemväl det allmänna problemet, der de originära produktivkrafterna äro af olika slag (arbete och jord — i sjelfva verket många olika, sinsemellan icke direkt konkurrerande, arter af arbete och jord) samt tidsföljden för deras anbringande icke är oföränderligen tekniskt bestämd utan i större eller mindre mån kan variera ur ekonomiska grunder. Vi sätta helt enkelt

$$P = (A \cdot 1 + B \cdot r)\, e^{T\rho}, \ldots\ldots (1)$$

der P är hela den samhälleliga årsproduktionens storlek, A den befintliga (årliga) arbetsmängden, 1 arbetslönen och de öfriga bokstäfverna ha samma betydelse som förut. T, som nu utmärker den genomsnittliga investeringstiden för en årgång arbetslöner *och* jordräntor, är visserligen här som förut ett blott matematiskt (eller ekonomiskt) begrepp, och *definieras* i sjelfva verket genom ofvanstående ekvation. Icke dess mindre kunna vi välja detta T till *oberoende variabel;* så snart denna tillägges en viss storlek, är hela produktionsbilden fast och bestämd. Samtliga de ingående kvantiteter (utom A och B) äro alltså i verkligheten funktioner af T. Detta gäller äfven om P; så snart produktionens tekniska villkor äro gifvna, kan årsproduktens storlek uppfattas såsom en funktion af allenast T jemte A och B. Vi sätta alltså

$$P = F(A, B, T)$$

hvarvid ofvanstående ekvation (1) blir identiskt uppfylld, så snart 1, r och ρ erhålla sina tillbörliga värden uttryckta i T (jemte A och B).

Men på samma gång måste det vara oss tillåtet, att differentiera denna ekvation partiellt med afseende på vare sig A, B eller T *såsom om l, r och ρ vore konstanter.* Ty dermed uttrycka vi ju endast det faktum, att det vid ekonomisk jemvikt är omöjligt för hvarje enskild företagare, vare sig han är arbetare, jordegare eller kapitalist, att till sin fördel förändra produktionen, eller, på annat sätt uttryckt, att en företagare såsom sådan icke kan uppnå någon vinst (men vid försiktigt tillvägagående icke heller behöfver lida någon förlust) genom att öka eller minska den af *honom* använda arbets- eller jordmängden eller kapitalinvesteringstiden, hvilket ju om allt annat förblefve lika, skulle förutsätta en liten förändring i A eller B eller T. (Omfattar produktionen blott en enda vara, så bli f.ö. de individuella produktionsperioderna eller investeringstiderna för alla lika, för olika varor bli de naturligtvis helt olika, men en förändring af en af dem måste i hvarje fall åstadkomma en förändring af T.

Verkställa vi denna differentiation så få vi

$$P'_A = 1 \cdot e^{\rho T} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$P'_B = r \cdot e^{\rho T} \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

och slutligen

$$P'_T = \rho \cdot P \text{ eller } \rho = \frac{P'_T}{P}, \ldots (4)$$

Den sista likheten är tydligen den Jevonska ränteformeln, tillämpad på genomsnittstiden T. De båda föregående utsäga om arbetslön och jordränta samma förhållande, som vi förut funno för jordräntan ensam. Genom förlängning af dessa båda likheter med resp. A och B samt addition få vi derjemte

$$A \cdot P'_A + B \cdot P'_B = P,$$

hvilket visar att P måste vara en homogen och lineär funktion i A och B (men icke i T); och detta är också klart, ty vårt resonemang förutsätter i sjelfva verket, att vid hvarje gifvet värde på T eller grad af kapitalistisk produktion en likformig ökning af arbets- och jordmängden skulle medföra en rent proportionerlig ökning af P, hvilket såsom vi förut sett i det hela också är ett grundvillkor för ekonomisk jemvikt.

Storleken af det samhälleliga totalkapitalet K måste nu också kunna uttryckas såsom T hela årgångar af arbetslöner och jordräntor med derå upplupen kapitalränta, alltså

$$K = (Al+Br) \int_0^T e^{\rho t}\, dt = (Al+Br) \frac{e^{\rho T} - 1}{\rho}$$

eller

$$\rho \cdot K = P - (Al + Br) \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

ty öfverskottet på årsproduktionen sedan alla arbetslöner och jordräntor för det året blifvit utbetalade måste ju under stationära förhållanden utgöra ett års ränta på hela kapitalet. Är K alltså kändt, eller tages till oberoende variabel, så kan efter elimination af T allt annat uttryckas såsom funktioner (ehuru af mindre enkelt slag än de ofvanstående) af A, B och K.

Rörande produktivitetsfunktionen P = F(A,B,T) ha vi under antagande af en *kapitallös* produktion (T=0) försöksvis för denna antagit formen

$$P = kA^{\alpha} \cdot B^{\beta} \qquad \alpha+\beta = 1,$$

där k är en konstant och α och β två brutna exponenter, hvilkas summa är = 1, hvarmed vi endast uttryckt det sakförhållandet att produktionen ökas med såväl A som B samt att produktion i stor och i liten skala äro *relativt* lika gifvande. Betrakta vi åter, den kapitalistiska produktionen, så måste i alla händelser en ny, af tiden T beroende faktor tillfogas, hvars allmänna karakter är gifven genom det ofvan påpekade faktum, att produktionsresultatet i stort sedt måste växa i svagare än geometriskt förhållande när investeringstiden växer i aritmetisk progression. Detta villkor är uppfylldt, om vi t.ex. sätta

$$P = kA^{\alpha} \cdot B^{\beta} \cdot e^{k_1 T^{\tau}}$$

der k_1 är en ny konstant och τ en likaledes bruten exponent till T, hvarjemte vi fortfarande ha $\alpha+\beta = 1$.

Vore nu denna funktion i verkligheten så enkel, så skulle ett enda års statistiska iakttagelser öfver storleken af arbetslön, jordränta och kapitalränta äfvensom det numeriska värdet på P, som ju är = nationalinkomsten, vara tillräckliga för att med tillhjelp af ekvationerna (1)—(4) bestämma de fyra konstanterna k, k_1, α (eller β) samt τ och derjemte T (allt under förutsättning att problemets öfriga villkor: stationära förhållanden och varuproduktion till förutbestämda pris vore tillnärmelsevis uppfyllda) och såsom kontroll hade vi dessutom ekv. (5) hvars venstra sida K kunde erhållas genom uppskattning af hela samhällskapitalet d.v.s. nationalförmögenheten eller dess produktiva del med fråndrag af sjelfva jordens värde.

Det behöfver ju icke sägas, att funktionen P i verkligheten måste vara långt mera invecklad, dess här föreslagna uttryck kan på sin höjd vara den första i en hel serie liknande termer, hvar med nya konstanter. Dermed är dock icke sagdt, att ett närmare studium skulle vara alldeles hopplöst, helst i ett land med relativt få väsentliga näringsgrenar såsom vårt eget.

Enligt problemets natur kan nu, då A och B anses gifna, hvilken som helst af de öfriga ingående kvantiteterna, men blott en enda, tagas till oberoende variabel. Välja vi härtill T, så bli alla de öfriga och alltså äfven P funktioner af T. Derjemte