



# LUND UNIVERSITY

## Processidentifiering - Projektarbeten hösten 1987

Johansson, Rolf

1988

*Document Version:*  
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Johansson, R. (Red.) (1988). *Processidentifiering - Projektarbeten hösten 1987*. (Technical Reports TFRT-7384). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

*Total number of authors:*

1

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00

CODEN: LUTFD2/(TFRT-7384)/1-90/(1988)

# Processidentifiering Projektarbeten hösten 1987

Rolf Johansson (Red.)

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Februari 1988

<b>Department of Automatic Control</b> <b>Lund Institute of Technology</b> P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> REPORT	
		<i>Date of issue</i> February 1988	
		<i>Document Number</i> CODEN:LUTFD2/(TFRT-7384)/1-90/(1988)	
<i>Author(s)</i> Rolf Johansson (Ed.)		<i>Supervisor</i>	
		<i>Sponsoring organisation</i>	
<i>Title and subtitle</i> Processidentifiering — Projektarbeten hösten 1987			
<i>Abstract</i> <p>This volume contains some term papers of the students taking the graduate course in process identification. The following identification subjects have been studied: Dynamics of a robot link; Identification of a flexible servo; The 'ball-and-beam' process; Semi-submersibles for oil drilling; Human postural dynamics.</p>			
<i>Key words</i>			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i>			<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish, English	<i>Number of pages</i> 90	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

## FÖRORD

Föreliggande arbete innehåller några rapporter från projektarbeten inom en ny kurs (ht 87) i processidentifiering vid Institutionen för Reglerteknik, LTH. Kursen *Processidentifiering* gavs första gången under höstterminen 1987 såsom reguljär fortsättningskurs och forskarutbildningskurs vid Reglerteknik, LTH. Kursdeltagarna förutsattes ha goda förkunskaper i reglerteori och stokastiska processer svarande mot institutionens kurs "Digital Reglering". Under kursens gång har kursdeltagarna förberetts för sina uppgifter genom fyra laborationer: Frekvensanalys, Interaktiv identifiering, Realtidsidentifiering, Syntesorienterad identifiering. Vidare har kursen innehållit övningar med Matlab-uppgifter i Processidentifiering.

Uppgifterna har alla omfattat identifiering med jämförelse mellan några olika metoder. Följande identifieringsproblem har studerats:

- Dynamik hos en robotarm.
- Servo med elastiska moder.
- "Bommens" dynamik (laboratorieprocess).
- Positionering av oljeborrplattform.
- Människans balansdynamik.

Jag vill tacka Ulf Holmberg och Michael Lundh för bidrag, som till stor del tillkommit under sena nattimmar. Vidare vill jag tacka Karl Johan Åström, Per Hagander och Björn Wittenmark för kloka synpunkter under olika skeden av kursens utveckling.

Den är min förhoppning, att dessa projektarbeten kan tjäna som exempel på tillämpningar av identifieringsmetodik.

Rolf Johansson (Red.)

# Two parametric identification methods applied to the dynamics of a robot link

Pär Kvist  
Hendrik Ruijter

Department of Automatic Control  
Lund Institute of Technology  
November 1987

# Contents

<b>1. Introduction</b>	2
1.1 Background	2
1.2 Methods	2
1.3 Results	2
<b>2. Identification of prefiltered data</b>	4
2.1 Method description	4
2.2 Identification	5
2.3 Results	5
<b>3. Fitting in the Frequency Domain</b>	11
3.1 Method description	11
3.2 Identification	11
3.3 Results	12
3.4 Comparison between the two different methods	13
<b>4. Conclusions</b>	15
<b>5. References</b>	16

# 1. Introduction

## 1.1 Background

This paper is a different approach to the Master thesis of Tord Cedell at the Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, published in October 1987, (Cedell, 1987). Cedell tried to identify the transfer functions of the links of an industrial robot, the IRB 2000 from ASEA-Robotics. His attempt to find a linear mathematical model with closed loop identification methods using Maximum Likelihood estimation led to a seventh-order transfer function. For the first link we have used two methods that differ from his in order to find out whether a more accurate result could be obtained.

## 1.2 Methods

The first method applied consists of a filtering of input and output through the same FIR-filter, (Finite Impulse Response), after friction compensation. The transfer function is the same after the filter since both the input and the output are filtered through the same filter. By a proper choice of the filter the energy of the resonances can be suppressed. The resulting system is then identified with an ARMAX-model.

The second method has been conceived by Mats Lilja, Dep. of Automatic Control at Lund Institute of Technology, (Lilja, 1987). It is based on the theory of weighted least squares approximation at a finite point set and is a version using equation errors for optimization. The method fits frequency response data to a rational transfer function. We have been using a version without time delays implemented in the Pro-Matlab language instead of the version described in Liljas report.

The tool for analysis has been Pro-Matlab, a packet for mathematical analysis. Especially a packet of functions, System Identification Toolbox, has been used. By writing macros, we could achieve a greater flexibility.

## 1.3 Results

The first method lead to an ARMAX model, of the ninth order, that fits the model obtained by spectral analysis. However, it is difficult to obtain good accordance for a wider range than two decades. Fortunately, low frequency errors can be adjusted with an integral term in the regulator, hence it is enough to have good fitting at higher frequencies. The system obtained contains poles outside the unit disc making it unstable. In addition to the ARMAX identification attempts were made with an Output Error Method (OE) and Box-Jenkins model structure (BJ). The results of these two methods gave inaccurate results.

The second method due to Lilja identified the process as a ninth-order system. The fitting of the rational function is amazingly good but there are

poles in the right semiplane giving an unstable system. This was expected, having a phase plot that was going towards 180 degrees for high frequencies. The error magnitude for the comparison between  $|G(s) - \widehat{G}(s)|$  is low but there appear notches for certain frequencies. This is typical for point wise approximation.



## 2. Identification of prefiltered data

### 2.1 Method description

Assume that, after friction compensation, the dynamics of the robot link can be written as

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k)$$

where  $y(k)$  is the output,  $u(k)$  is the input, and  $e(k)$  is a sequence of independent stochastic variables with zero mean. This equation can be written as

$$\begin{aligned} y(k) &= \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{A(q)}e(k) \\ &= H(q)u(k) + G(q)e(k) \end{aligned}$$

where we have defined the transfer functions  $H(q)$  and  $G(q)$ . Let us now filter the input,  $u(k)$ , and the output,  $y(k)$ , through the same FIR-filter,  $P(q)$ . Let  $y_p(k)$  and  $u_p(k)$  be the filtered output and input respectively, i.e.

$$\begin{aligned} y_p(k) &= P(q)y(k) \\ u_p(k) &= P(q)u(k) \end{aligned}$$

We see that the transfer function from the input to the output,  $H(q)$ , will be the same after the filtering. The transfer function from the noise to the output, on the other hand, will depend on the filter  $P(q)$  since

$$y_p(k) = H(q)u_p(k) + P(q)G(q)e(k)$$

The least square method minimizes a criterion of the form

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2$$

where

$$\hat{y}(k) = \hat{H}(q)u(k)$$

and  $\theta$  is a vector containing the estimated parameters in  $\hat{H}(q)$ . Applying this to the filtered data yields

$$\begin{aligned} J_p(\theta) &= \sum_{k=1}^N (y_p(k) - \hat{H}(q)u_p(k))^2 \\ &= \sum_{k=1}^N ((H(q) - \hat{H}(q))u_p(k) + P(q)G(q)e(k))^2 \end{aligned}$$

Thus the input,  $u_p(k)$ , can be grasped as a weighting of the error. By selecting the filter,  $P(q)$ , in a proper way, the Fourier transform of the filtered input,  $U_p(e^{i\omega})$ , could be chosen to suppress the resonances. The system can then be identified with an ARMAX-model.

## 2.2 Identification

After friction compensation, a spectral analysis was applied to obtain at which frequencies the resonances are situated. From the spectral analysis a Bode plot was made, see Figure 2.2 and 2.3 . From this plot conclusions of where the resonances appeared were drawn. With this information a FIR-filter was designed by placing zeros symmetrically around the resonance poles. After some experiments and tests a filter was found having the desired properties. The input and the output was filtered through this filter and then identified with an ARMAX model.

## 2.3 Results

Figure 2.1 shows the coherence function between input and output.

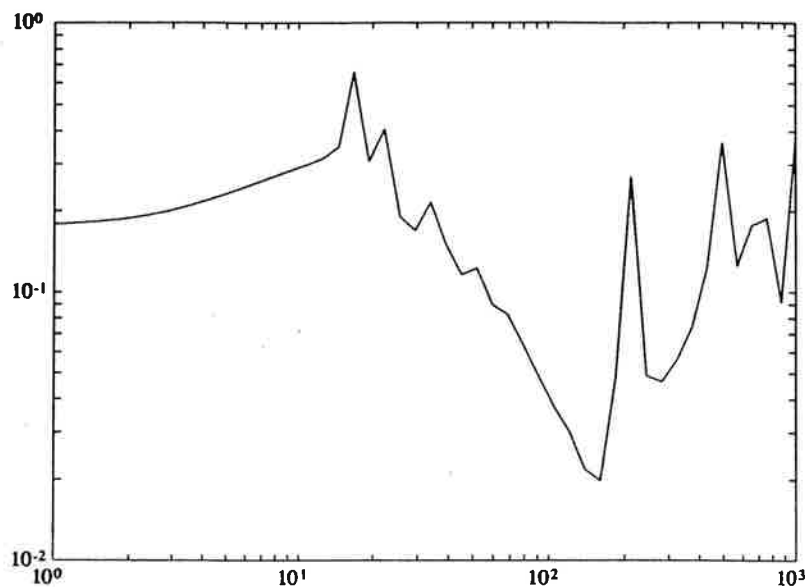


Figure 2.1 Coherence function between input and output

The results of a spectral analysis with different number of lags is presented in Figure 2.2 and 2.3 . The interesting frequencies are now obtained as  $\omega_1 = 208$  rad/s and  $\omega_2 = 485$  rad/s. The filter,  $P(q)$ , was chosen as

$$\begin{aligned} P(q) &= 10^3(q^8 - 5.73q^7 + 15.8q^6 - 27.1q^5 + 31.6q^4 - 25.5q^3 + \\ &\quad 13.9q^2 - 4.74q + 0.78) \\ &= 10^3(q - 0.54 - i0.8)(q - 0.54 + i0.8)(q - 0.53 - i0.79) \\ &\quad (q - 0.53 + i0.79)(q - 0.90 - i0.40)(q - 0.90 + i0.40) \\ &\quad (q - 0.89 - i0.39)(q - 0.89 + i0.39) \end{aligned}$$

The result, an ARMAX identification of the filtered data, is presented in Figures 2.4 - 2.9. The model order was found to be 9. The resulting  $A(q)$  polynomial is listed below together with the standard deviation of the coefficients,

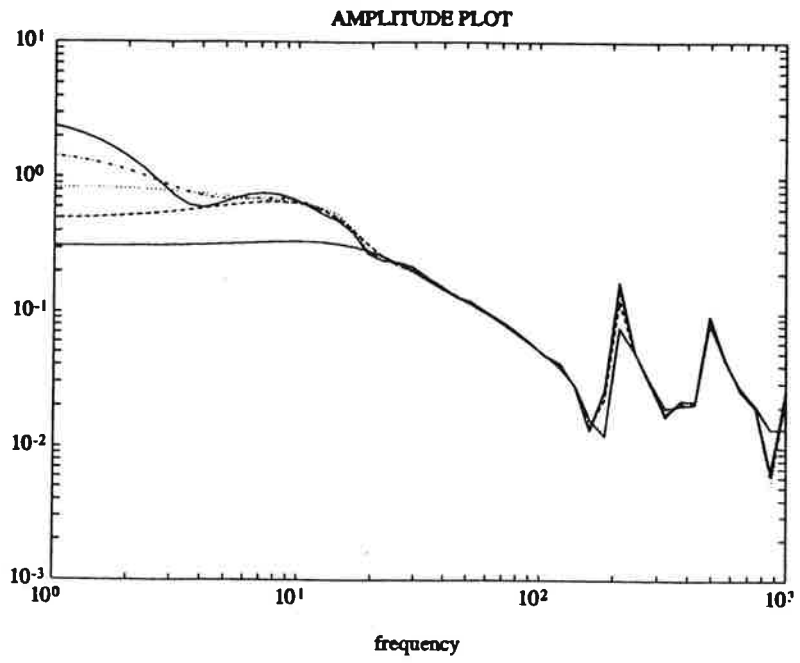


Figure 2.2 Amplitude plot of the spectral analysis with different number of lags, 100, 200, 300, 400, 500

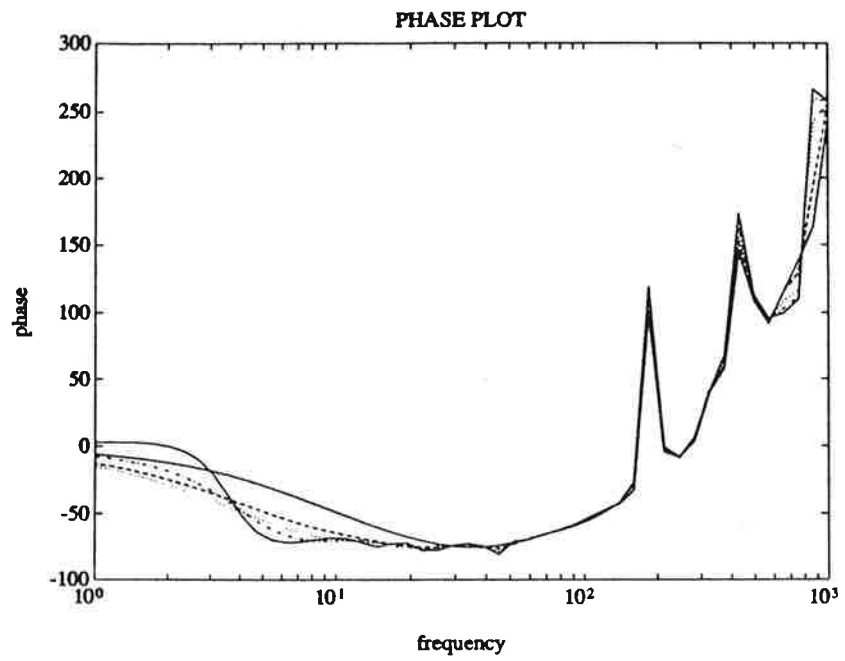


Figure 2.3 Phase plot of the spectral analysis with different number of lags, 100, 200, 300, 400, 500

$S_A$ .

$$A(q) = q^9 - 7.5q^8 + 27.0q^7 - 59.6q^6 + 89.5q^5 - 94.4q^4 + 70.1q^3 - 35.4q^2 + 11.0q - 1.6$$

$$S_A = (0.04, 0.24, 0.75, 1.42, 1.75, 1.47, 0.81, 0.27, 0.04)$$

The  $A(q)$  polynomial in factorized form is

$$A(q) = (q - 0.84 - i0.91)(q - 0.84 + i0.91)(q - 0.53 - i0.79) \\ (q - 0.53 + i0.79)(q - 1)(q - 0.99 - i0.46)(q - 0.99 + i0.46) \\ (q - 0.9 - i0.4)(q - 0.9 + i0.4)$$

The  $B(q)$  polynomial, the standard deviations of the coefficients,  $S_B$ , and the  $B(q)$  polynomial in factorized form are

$$B(q) = 10^{-3}(20q^8 - 104q^7 + 248q^6 - 341q^5 + 294q^4 - 156q^3 + 47q^2 - 6q)$$

$$S_B = 10^{-3}(2, 10, 23, 34, 32, 19, 7, 1)$$

$$B(q) = 20 \cdot 10^{-3}q(q - 0.59 - i0.68)(q - 0.59 + i0.68)(q - 0.95 - i0.5) \\ (q - 0.95 + i0.5)(q - 0.92 - i0.34)(q - 0.92 + i0.34)(q - 0.32)$$

Introduce the polynomial

$$C'(q) = P(q)C(q)$$

The results due to  $C'(q)$  are

$$C'(q) = q^9 + 0.6q^8 - 0.35q^7 - 0.75q^6 - 0.56q^5 + 0.11q^4 + 0.38q^3 + 0.15q^2 - 0.09q - 0.05$$

$$S_{C'} = (0.05, 0.05, 0.05, 0.06, 0.06, 0.06, 0.05, 0.05, 0.05, 0.03)$$

$$C'(q) = (q + 0.17 - i0.84)(q + 0.17 + i0.84)(q + 0.8)(q + 0.53 - i0.46) \\ (q + 0.53 + i0.46)(q - 0.64 - i0.17)(q - 0.64 + i0.17) \\ (q - 0.8)(q + 0.48)$$

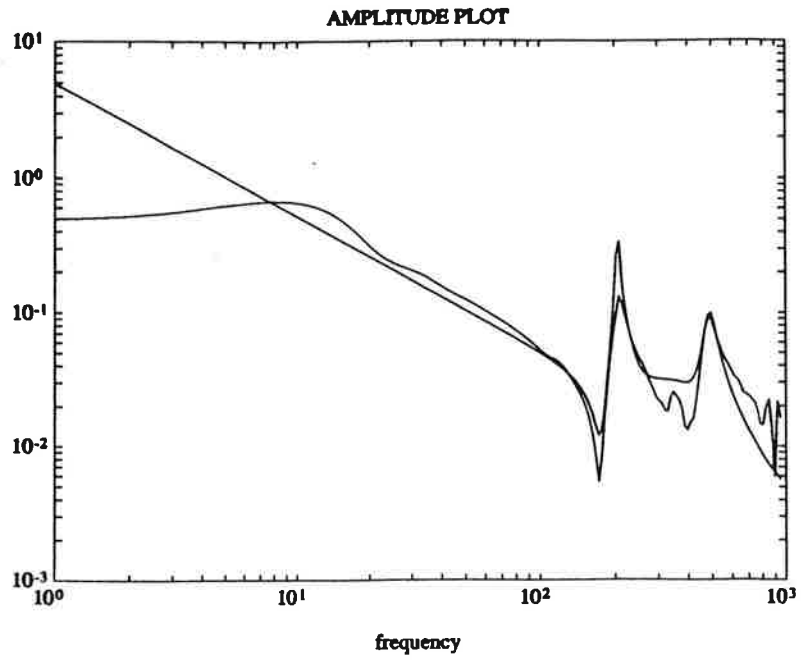


Figure 2.4 Amplitude plot of spectral analysis with 200 lags and amplitude plot of the ARMAX model

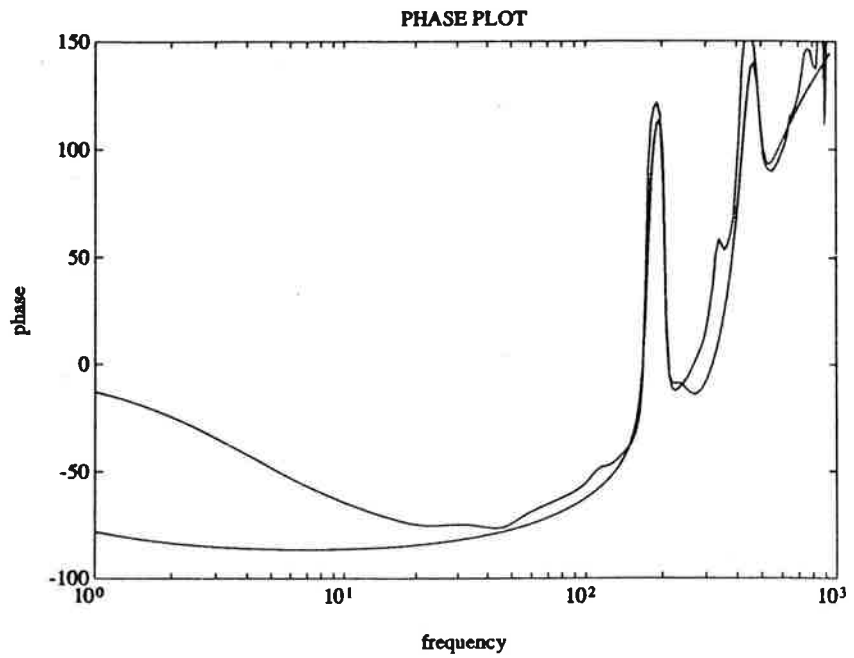


Figure 2.5 Phase plot of spectral analysis with 200 lags and phase plot of the ARMAX model

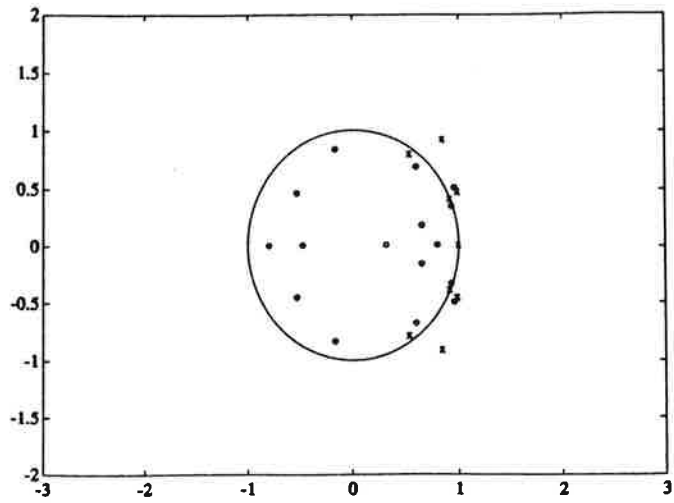


Figure 2.6 Zeros and poles associated with the identified ARMAX model

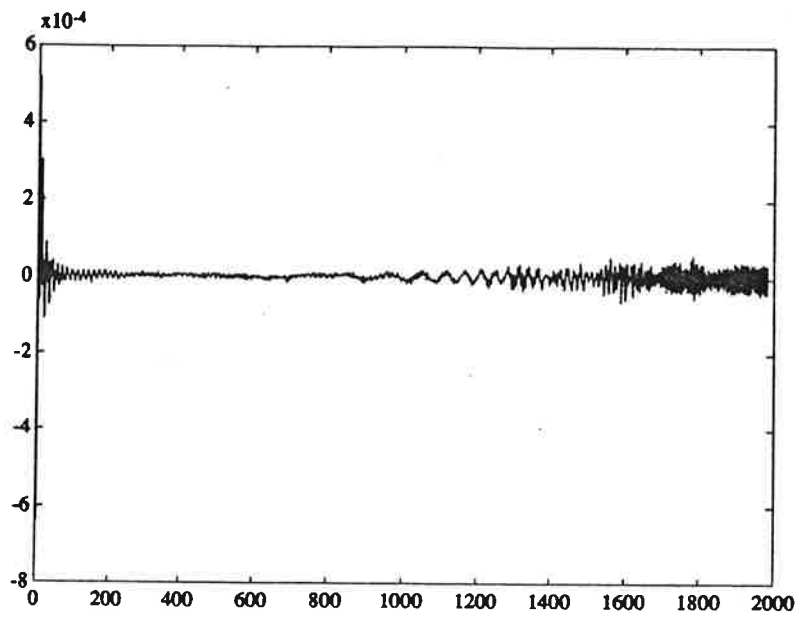


Figure 2.7 Prediction errors associated with the identified ARMAX model

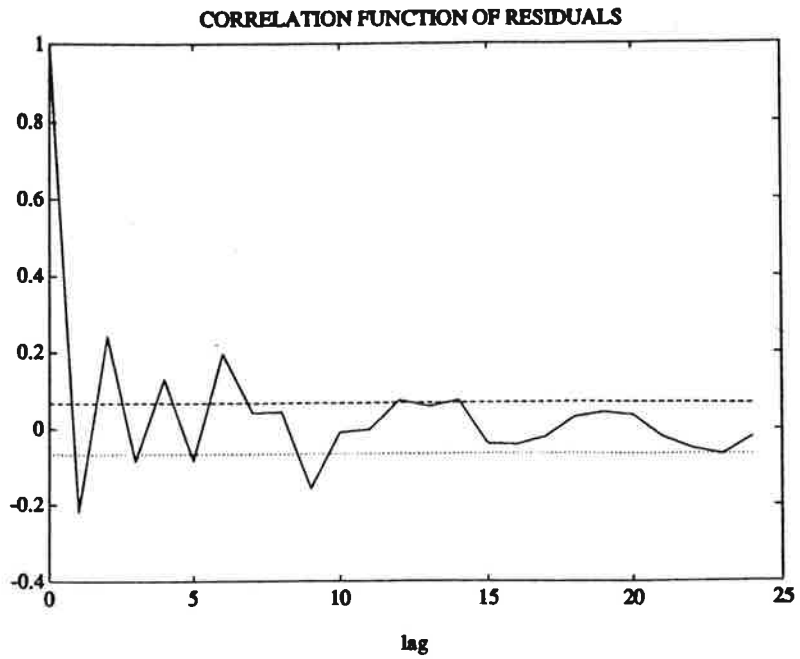


Figure 2.8 Correlation function of the residuals associated with the identified ARMAX model

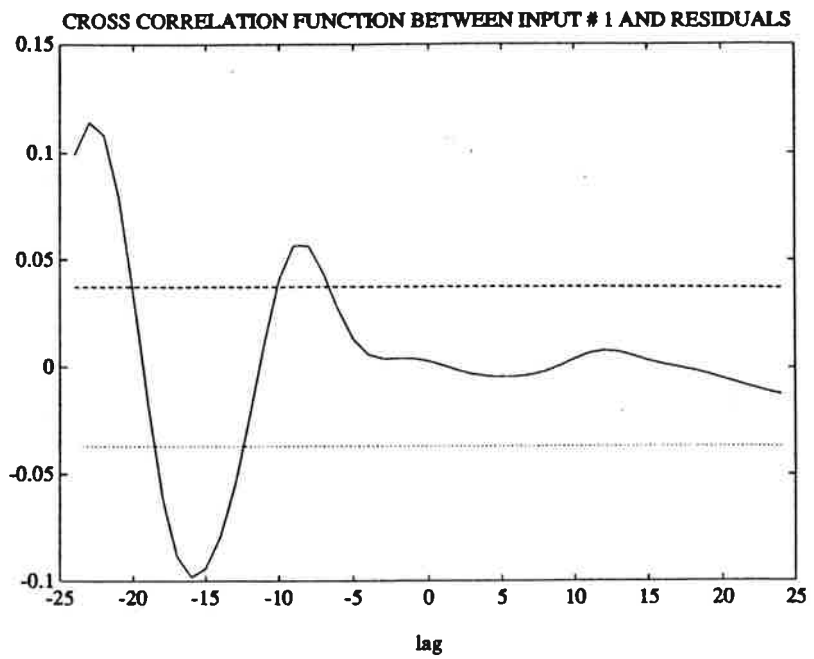


Figure 2.9 Cross correlation function between the input and the residuals associated with the identified ARMAX model

### 3. Fitting in the Frequency Domain

#### 3.1 Method description

Assume that the frequency response for the process is given for some frequencies

$$G(i\omega_k) \quad k = 1, 2, 3, \dots, N$$

Assume further, that after friction compensation, the dynamics of the robot link can be written as

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)} = \frac{\hat{b}_1 s^{n-1} + \hat{b}_2 s^{n-2} + \dots + \hat{b}_n}{s^n + \hat{a}_1 s^{n-1} + \hat{a}_2 s^{n-2} + \dots + \hat{a}_n}$$

The problem is then to find a vector of coefficients

$$\theta = \left( \hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \dots \quad \hat{a}_n \quad \hat{b}_1 \quad \hat{b}_2 \quad \dots \quad \hat{b}_n \right)^T$$

that minimizes the loss function

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N |\hat{A}(i\omega_k)G(i\omega_k) - \hat{B}(i\omega_k)|^2$$

This method will give heavy weight to high frequencies compared with the standard version of the least squares minimization method. To compensate for the deteriorating accurateness at low frequencies, a weighting function  $F = \text{diag}\{f_k\}$  is introduced

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N f_k^2 |\hat{A}(i\omega_k)G(i\omega_k) - \hat{B}(i\omega_k)|^2$$

If  $f_k = 1$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, N$  this corresponds to the transfer function error method

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N W(\omega_k) |G(i\omega_k) - \hat{G}(i\omega_k)|^2$$

with the weighting function  $W(\omega_k) = |\hat{A}(i\omega_k)|^2$ . The coefficients  $f_k$  should be chosen as an a priori estimate of  $|\hat{A}(i\omega_k)|^{-1}$

#### 3.2 Identification

Liljas method is very easy to use in the practical situation. After some initial problems with format and plotting of the result the work proceeded very fast. Beginning with the raw data a friction compensation was made. Then a spectral analysis was done on the filtered input- and output signals. The spectrum was plotted on the screen and points for interpolation were chosen



together with the order of the resulting polynomials. A good way of choosing points is stepwise refinement because there is little chance of finding all the right points directly. This is a little time consuming in the beginning, especially when unexperienced at spectral analysis, but after a while the method becomes quite familiar.

### 3.3 Results

The frequency response was given in the interval 1-1000 rad. The sampling rate  $f_s = 496$  Hz, i.e.  $t_s = 0.002$  sec. The data has been filtered with a low pass filter that had  $f_{max} = 100$  Hz. This gives  $f_s = 5f_{max}$ . Spectral analysis after friction compensation gave the bode plot for

$$H(e^{i\omega}) = \frac{\Phi_{yu}(\omega)}{\Phi_u(\omega)}$$

All weighting coefficients in  $F$  were set as  $f_k = 1$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ . After some manipulation of the points for interpolation and the order of the  $\hat{A}$  - and  $\hat{B}$  polynomials a transfer function  $\hat{G}(i\omega)$  was found with

$$Z = (1 \quad 100 \quad 145 \quad 189 \quad 191 \quad 198 \quad 221 \quad 230 \quad 240) \text{ rad}$$

and the grades of  $\hat{A}$ ,  $na = 9$  and  $\hat{B}$ ,  $nb = 8$ . The resulting function  $\hat{G}(i\omega)$  is shown with  $H(e^{i\omega})$  in order to display the almost perfect fitting, see Figure 3.1 and 3.2.

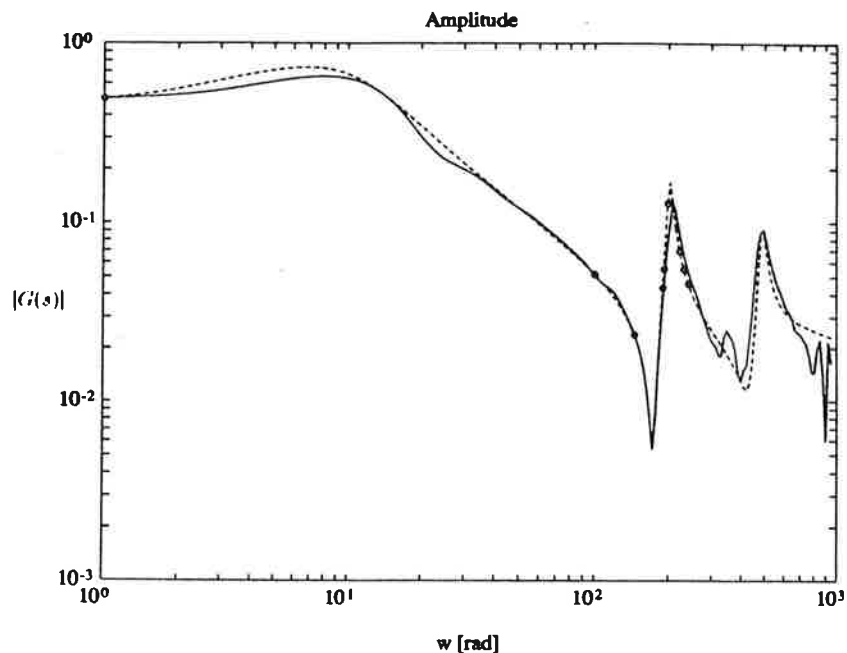


Figure 3.1 Amplitude plot, solid line is  $|G(s)|$  and dashed line is  $|\hat{G}(s)|$

The coefficients for the transfer function

$$\hat{G}(i\omega) = \frac{\hat{B}(i\omega)}{\hat{A}(i\omega)}$$

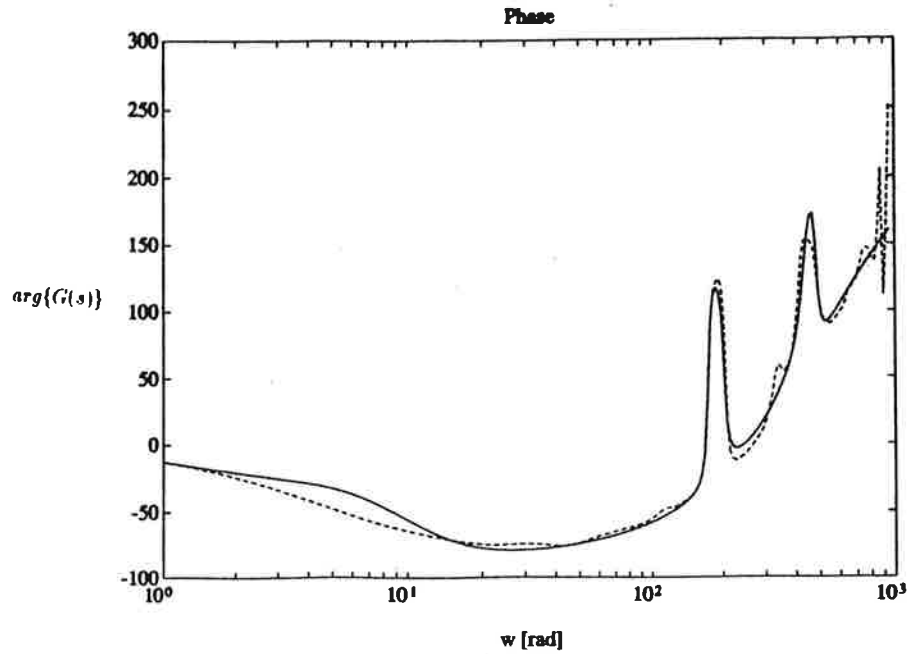


Figure 3.2 Phase plot, solid line is  $\arg G(s)$  and dashed line is  $\arg \hat{G}(s)$

are shown below

$$\hat{A}(s) = s^9 - 1.24 \cdot 10^3 s^8 + 7.36 \cdot 10^5 s^7 - 3.23 \cdot 10^8 s^6 + 1.46 \cdot 10^{11} s^5 - 8.64 \cdot 10^{12} s^4 + 4.92 \cdot 10^{15} s^3 + 5.55 \cdot 10^{16} s^2 + 2.76 \cdot 10^{17} s - 1.98 \cdot 10^{18}$$

$$\hat{B}(s) = 29.5 s^8 + 1.77 \cdot 10^4 s^7 + 1.30 \cdot 10^7 s^6 + 3.97 \cdot 10^9 s^5 + 1.43 \cdot 10^{12} s^4 + 1.20 \cdot 10^{14} s^3 + 3.12 \cdot 10^{16} s^2 + 3.57 \cdot 10^{17} s - 9.20 \cdot 10^{17}$$

and the roots of the polynomials are

$$\hat{A}(s) = (s - 645 + i331)(s - 645 - i331)(s + 14 + i485)(s + 14 - i485)(s + 6 + i201)(s + 6 - i201)(s + 8 + i7)(s + 8 - i7)(s - 4)$$

$$\hat{B}(s) = 30 \cdot (s + 261 + i336)(s + 261 - i336)(s + 29 + i433)(s + 29 - i433)(s + 4 + i173)(s + 4 - i173)(s + 14)(s - 2)$$

The error magnitude for  $|G(i\omega) - \hat{G}(i\omega)|$  is plotted as a function of  $\omega$  in Figure 3.3. The rapidly deteriorating error at the interpolation points is natural since there will be almost perfect fitting in these points.

### 3.4 Comparison between the two different methods

The continuous time transfer function is sampled to compare it with the one obtained through the ARMAX approach, resulting in a discrete time model. Define the sampled continuous time transfer function as

$$\hat{G}_c(s) = \frac{\hat{B}_c(s)}{\hat{A}_c(s)} \xrightarrow{\text{sample}} H_d(q) = \frac{B_d(q)}{A_d(q)}$$

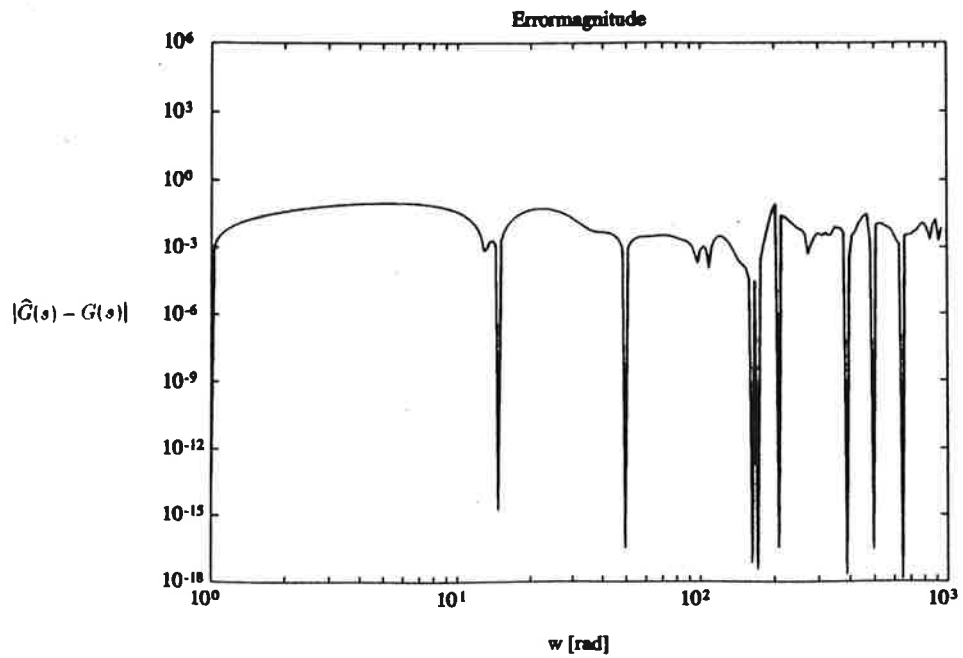


Figure 3.3  $E(i\omega) = |G(i\omega) - \hat{G}(i\omega)|$

The polynomials for the sampled transfer function are shown below

$$\begin{aligned}
 A_d(q) &= q^9 - 11.76q^8 + 63.71q^7 - 195.3q^6 + 375.9q^5 - 480.0q^4 + \\
 &\quad 413.1q^3 - 233.6q^2 + 79.04q - 12.18 \\
 &= (q - 2.93 - i2.22)(q - 2.93 + i2.22)(q - 0.55 - i0.80) \\
 &\quad (q - 0.55 + i0.80)(q - 0.91 - i0.39)(q - 0.91 + i0.39)(q - 1) \\
 &\quad (q - 0.99 - i0.014)(q - 0.99 + i0.014)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_d(q) &= 0.29q^8 - 1.65q^7 + 4.23q^6 - 6.42q^5 + 6.28q^4 - 4.06q^3 + \\
 &\quad 1.70q^2 - 0.43q + 0.05 \\
 &= 0.29(q - 0.63 - i0.72)(q - 0.63 + i0.72)(q - 0.93 - i0.34) \\
 &\quad (q - 0.93 + i0.34)(q - 1)(q - 0.97)(q - 0.29 - i0.35) \\
 &\quad (q - 0.29 + i0.35)
 \end{aligned}$$

Comparing this with the results obtained in Chapter 2, two pairs of complex conjugated poles differ. The difference between the some of the zeros is bigger as could be expected, since it is more difficult to identify the zeros.

## 4. Conclusions

Two different parametric identification methods were applied to the dynamics of a robot link.

In the first method input and output signals were filtered through the same filter, as an attempt to suppress the energy at the resonance frequencies. The resulting model from the identification was very sensitive to the selected filter. The identified ARMAX model, of ninth order, contained poles outside the unit disc and hence the system is unstable which was to be expected. Attempts were made to identify the system with an Output Error model and a Box Jenkins model structure. Although the loss function of the identified Box Jenkins model was less than the value for the ARMAX model described, the resulting Box Jenkins model was in very bad accordance with the results obtained with spectral analysis. Especially the phase showed no similarity whatsoever with the expected one. Presumably, the inaccuracy could be due to numerical errors, local minima or bad initial estimation, or cooperation of all these factors.

The second method, due to Mats Lilja, gave a continuous transfer function of ninth order. An attempt with an eight order transfer function gave a distorted result, especially for the phase. From this we draw the conclusion that a ninth order model is sufficient to describe the process for regulation purposes but not for prediction. This method is sensitive in another sense than the filtered approach mentioned above. There is a close correlation between the order of the system and the chosen frequencies for interpolation. It is not a trivial task to find a minimal realization with as few points as possible.

Model reduction seems to be difficult when the system is unstable. An attempt to reduce the stable part of the transfer function gave unreliable results. Models obtained through these two methods are fit for regulation purposes only, not for prediction, since there are unstable modes.

There are difficulties in the identification of systems with poorly damped resonances, especially when being unstable. With the filtered input and output signals there are considerable problems involved when the filter is to be designed. The sensitivity for placement of zeros makes it rather time consuming, since an ARMAX model has to be fitted for every change of parameters. Liljas algorithm for identification is easy to use but experience is needed to find the right frequencies for interpolation. It takes considerably less time to calculate the polynomials for the transfer function than with the ARMAX model. This is an advantage since much time is spent interacting with the computer when trying to identify systems.

The program packet for mathematical manipulation, Pro Matlab, is easy to use and a powerful tool once the initial difficulties are overcome. It is questionable whether a DEC Vax is sufficient for a task of this kind when there are many users with heavy interactive jobs. The response time is too long to make it a pleasure working with it.

## 5. References

CEDELL, T. (1987): "Modellering av industri robot system," CODEN:LUTFD2/(TFRT-5373)/1-60/(1987), Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology.

LILJA, M. (1987): "Least Squares Fitting to a Rational Transfer Function with Time Delay," CODEN:LUTFD2/(TFRT-7363)/1-10/(1987), Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology.

# Identifiering av elastiskt servo

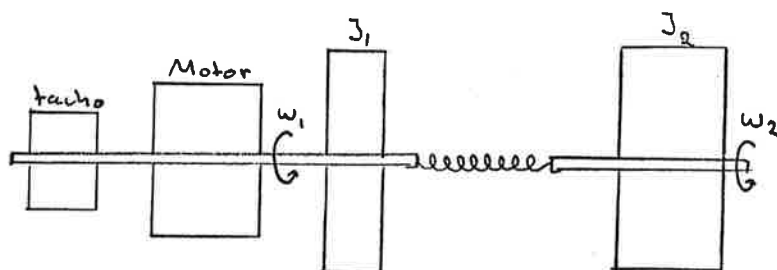
Allan Gustavsson  
Anders G.M. Dahlberg

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Januari 1988

# Identifiering av elastiskt servo

## 1. Uppgiften

Vår uppgift var att identifiera följande system:



En elektrisk motor driver en last, bestående av en relativt stor massa, via en elastisk koppling. Insignal är spänningen till motorns drivförstärkare och utsignal är motorns vinkelhastighet, eller snarare spänningen över tachometern.

Införda storheter:

- $J_1$ : Tröghetsmomentet hos motorn och tachometern.
- $J_2$ : Tröghetsmomentet hos lasten.
- $\omega_1$ : Motorns vinkelhastighet.
- $\omega_2$ : Lastens vinkelhastighet.

## 2. Matte är kul

Systemet kan beskrivas av följande modell. (CCS s245 eq. (10.51))

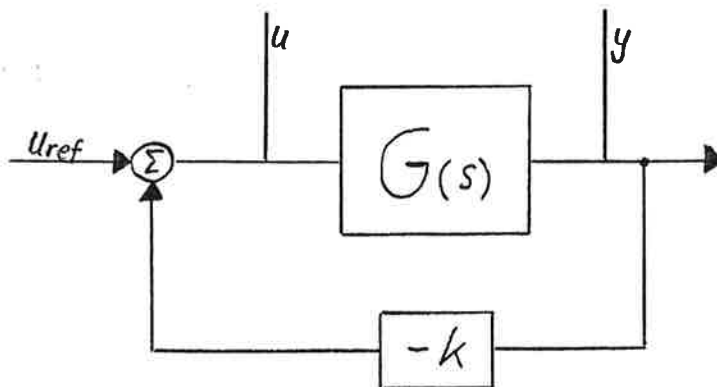
$$x = \begin{pmatrix} \varphi_1 - \varphi_2 \\ \omega_1 / \omega_0 \\ \omega_2 / \omega_0 \end{pmatrix}$$
$$\omega_0 = \sqrt{k(J_1 + J_2) / (J_1 J_2)}$$
$$\frac{dx}{dt} = \omega_0 \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ \alpha - 1 & -\beta_1 & 1 \\ \alpha & \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma \\ 0 \end{pmatrix} u$$
$$y = (0 \quad \omega_0 \quad 0) x$$
$$\alpha = J_1 / (J_1 + J_2)$$
$$\beta_1 = d / (J_1 \omega_0)$$
$$\beta_2 = d / (J_2 \omega_0)$$
$$\gamma = k_U / (J_1 \omega_0)$$

där  $\varphi_1$  och  $\varphi_2$  är vinklarna för respektive axlar,  $k$  är fjäderkonstanten,  $d$  är fjäderns dämpning och  $k_U$  är förstärkningsfaktorn för insignalen. Detta ger efter en del räknande den kontinuerliga överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{k_U}{J_1} \cdot \frac{s^2 + \frac{d}{J_2}s + \frac{J_1}{J_1+J_2}\omega_0^2}{s \left( s^2 + d\frac{J_1+J_2}{J_1J_2}s + \frac{J_2}{J_1+J_2}\omega_0^2 \right)} \quad (1)$$

### 3. Mätning

Då det visade sig att systemet var mycket känsligt, och tenderade att rusa även för små insignaler, kördes experimenten i slutna loop. Enär vi hade möjlighet att mäta in- och ut-signaler direkt på systemet, kunde dock identifiering göras utan närmare hänsyn till återkopplingen. Följande uppställning användes vid mätningen:



### 4. Frekvensanalys

Genom att manuellt spänna fjädern och sedan mäta frekvensen hos svängningen när systemet fick svänga fritt, erhöles en approximation av systemets självsvängningsfrekvens som  $f_0 \approx 3\text{Hz}$

Sedan lät vi en Solartron frekvensanalysator producera en uppsättning bodediagram, se bilaga (1). Här visade sig systemet ha ett nollställe vid  $f \approx 1.23\text{Hz}$ , en pol vid  $f \approx 2.5\text{Hz}$  samt en integrator. Vid frekvenser över  $10\text{Hz}$  faller amplituden brant  $\approx$  fjärde ordningen, och vi har därför valt att identifiera systemet mellan  $0.1\text{Hz}$  och  $10\text{Hz}$ . Härur kunde vi identifiera ett system som väl överensstämde med den förväntade matematiska modellen. Detta gav överföringsfunktionen:

$$G(s) = K \frac{s^2 + 1.23^2}{s(s^2 + 2.5^2)} \quad (2)$$

### 5. Instrumentvariabelmetod

För att få någonting att räkna med lät vi en *IBM-PC* driva systemet med en PRBS, och sampla utsignalen med en samplingsfrekvens av  $20\text{Hz}$ . Via flitigt användande av filöverföring med "The Muppet Show" överförde vi mätdata till VAX och Matlab. Efter att ha avlägsnat likströmskomponenten



ur mätvärdena, bandpassfilterade vi dessa med ett fjärde ordningens Butterworthfilter med brytfrekvenserna  $0.5$  respektive  $3Hz$ . Med instrumentvariabelmetoden skattade vi en modell motsvarande (1) på samplad form och jämförde den med de uppmätta värdena, dels genom bodediagram, dels genom simulering, se bilaga (2) och (3). Jämförelser dels med lägre modellordning, dels med tidsfördröjning, gav klart sämre resultat, se bilaga (4) och (5). Jämförelse med högre ordnings system gav inte klart bättre resultat, snarare något sämre, enligt bilaga (6) till (8). För att ytterligare förvissa oss om att vår modell var tillräckligt bra studerade vi prediktionsfelet. Plottning av dessa visade ingen regelbundenhet, se bilaga (9). Korrelationen hos residualerna (bilaga 10.1) är inte helt tillfredsställande, beroende på brus. Bruset är i övrigt inte särskilt besvärande, varför vi inte tagit med det i modellen. I bilaga (10.2) ser man istället att korrelationen mellan insignalen och residualer är obetydlig, vilket visar på god överensstämmelse mellan modell och verklighet. En ytterligare test av dels korrelationen mellan, dels överföringsfunktionen mellan mätta och skattade värden gav mycket goda resultat, se bilaga (11) och (12). Vi skattade även överföringsfunktionen med ARX-, ARMAX- och Box-Jenkins-modeller vilket gav nära nog identiska data, förutom ARX som gav något sämre. Sålunda nöjda med vårt val av modellordning bestående vi oss för följande samplade överföringsfunktion:

$$H(q) = 10.83 \frac{q^3 - 1.84q^2 + 0.991q}{q^3 - 1.73q^2 + 1.58q - 0.838} \quad (3)$$

## 6. Modelljämförelse

Den samplade överföringsfunktionen (3) blir i kontinuerlig form:

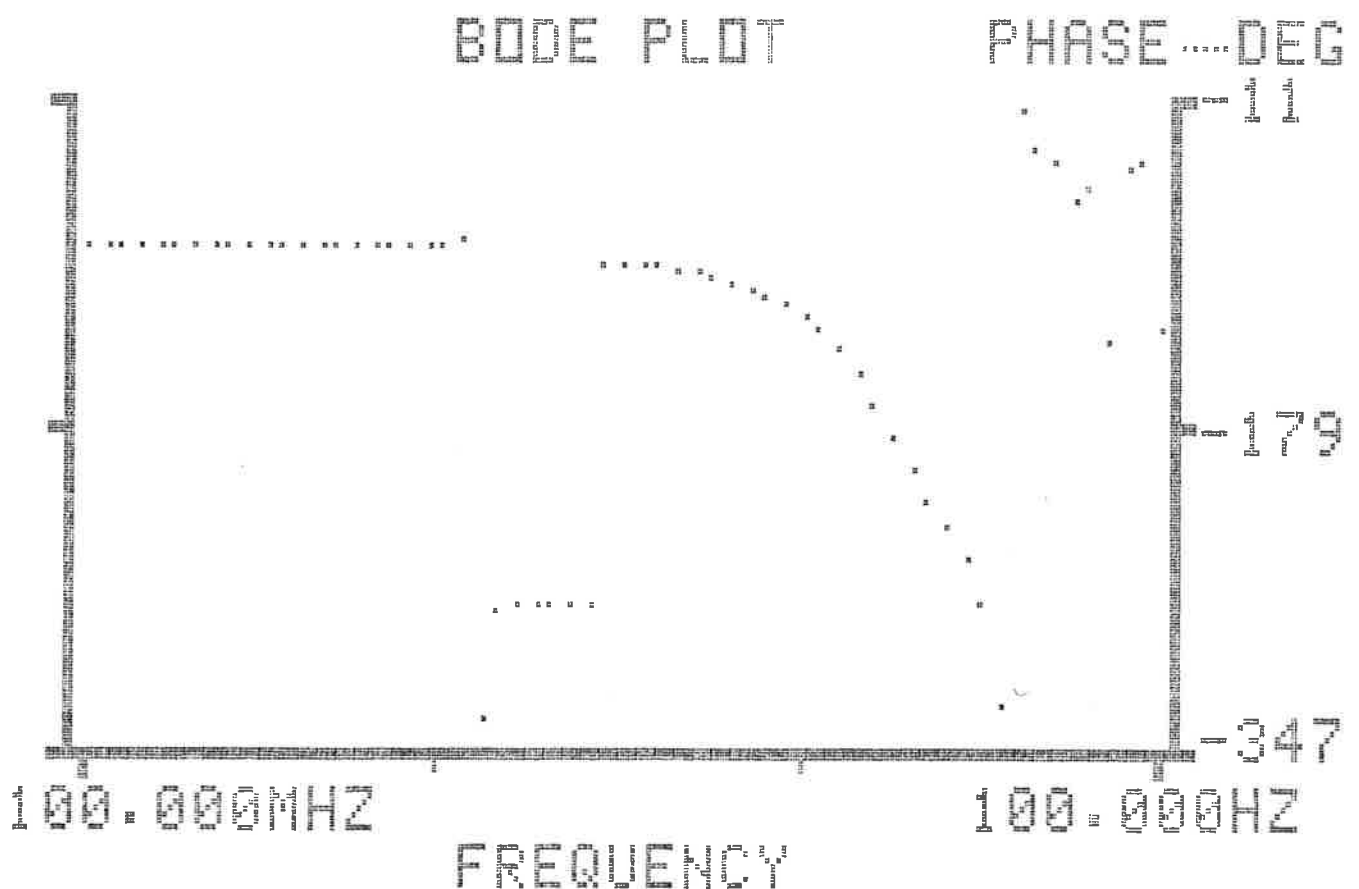
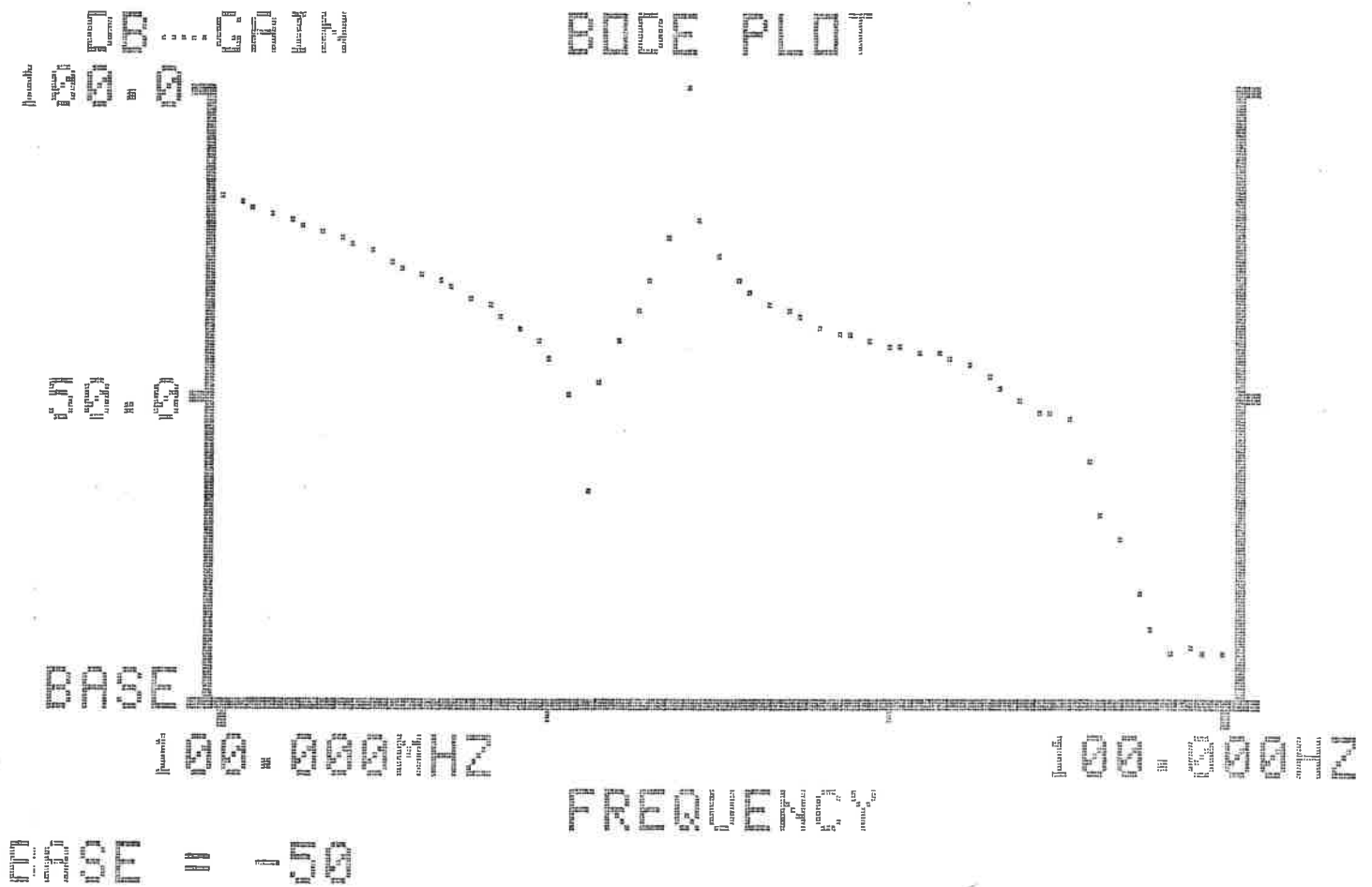
$$G(s) = 0.029 \frac{s^2 + 0.022s + 1.37}{s^3 + 0.562s^2 + 13.6s + 0.300} \quad (4)$$

En jämförelse med (2) ger ganska trevliga resultat. Nollstället i (2) vid  $1.2Hz$  överensstämmer väl med  $\sqrt{1.37} = 1.17Hz$  i (4). Polerna i (2) vid  $2.5Hz$  skiljer sig dock lite från (4) där vi approximativt har en dubbelpol i  $\sqrt{13.6} = 3.7Hz$ . Orsaken till denna diskrepans är för oss okänd. Solartronen ger helt klart en resonans vid  $2.5Hz$ , medan matlab envist visar upp samma resonansstopp vid  $3.7Hz$ . Integratorn i (2) blir i (4) ett lågpassfilter med brytfrekvens vid  $0.02Hz$ .

Avslutningsvis jämförde vi vår modell (2) med (4) i ett bodediagram, se bilaga (13). Modellerna visade god överensstämmelse.

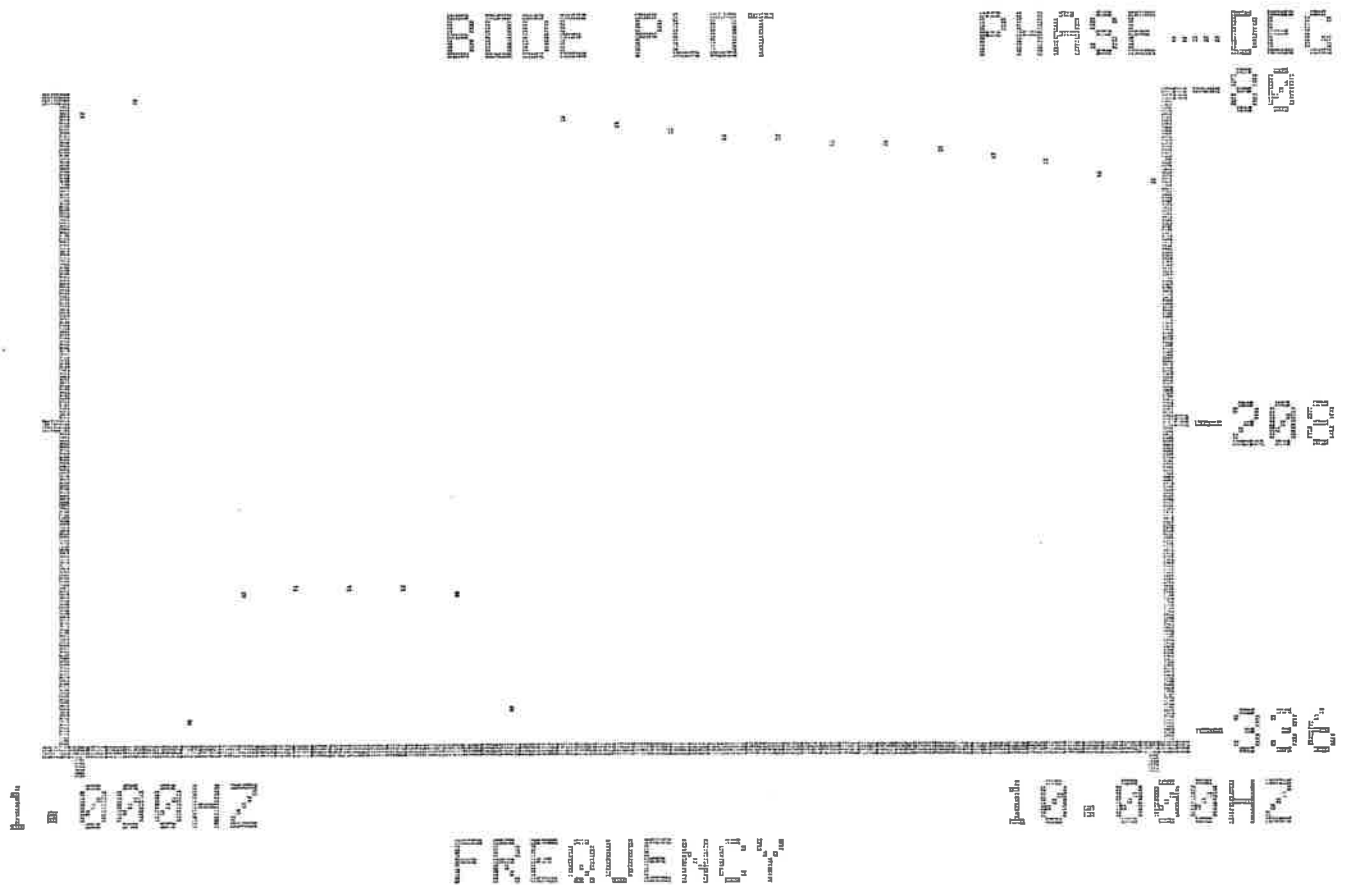
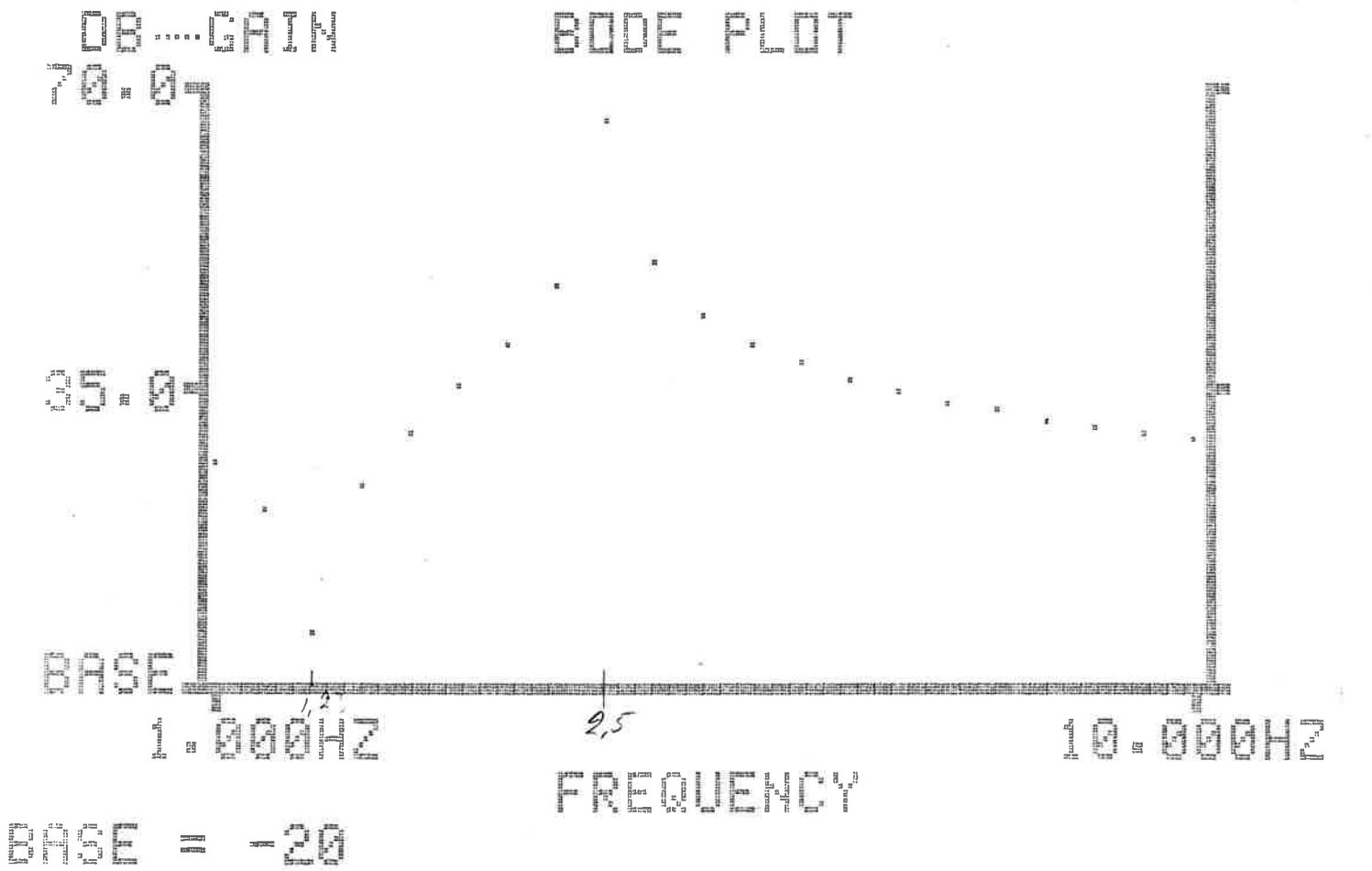
# bilaga 1.1

Bodediagram för processen. (100mHz - 100Hz)



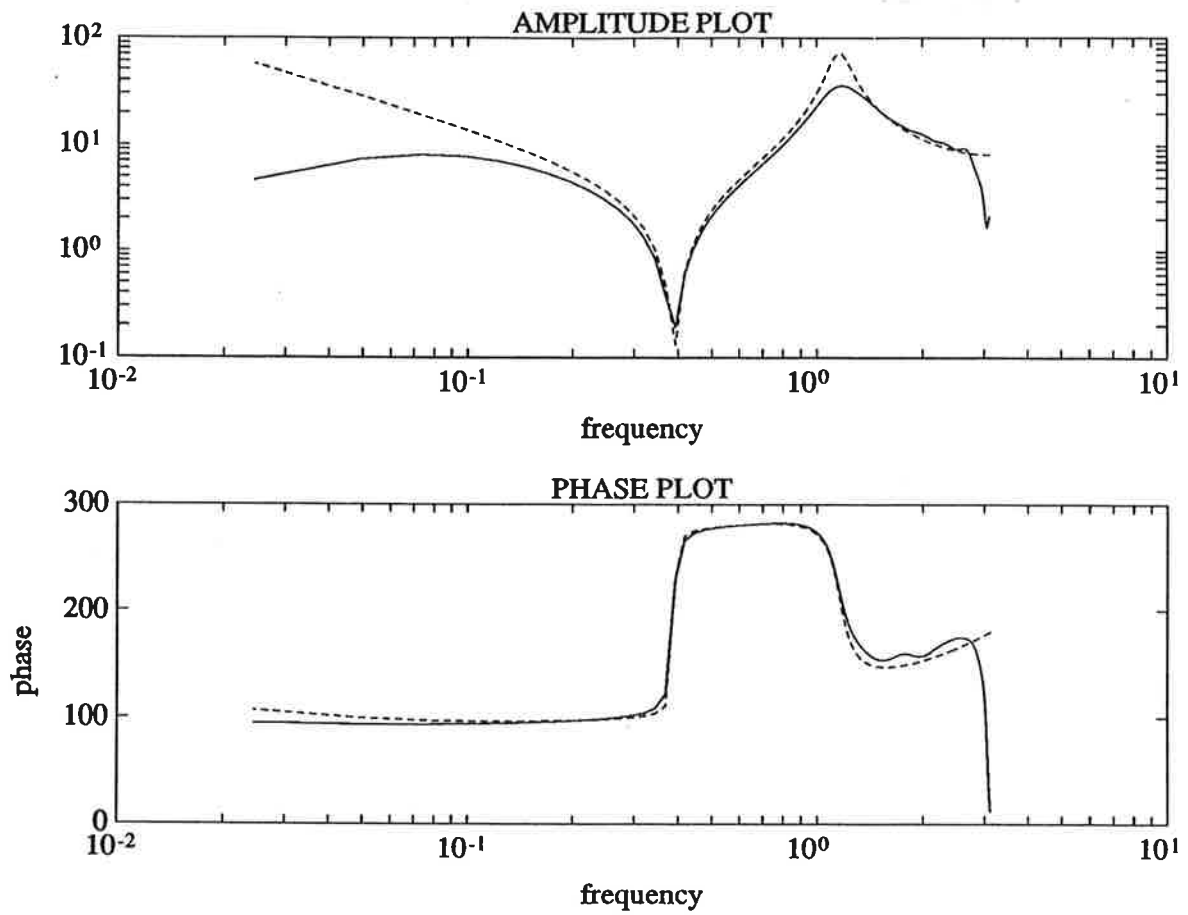
bilaga 1.2

Bodediagram för processen. (1Hz - 10Hz)



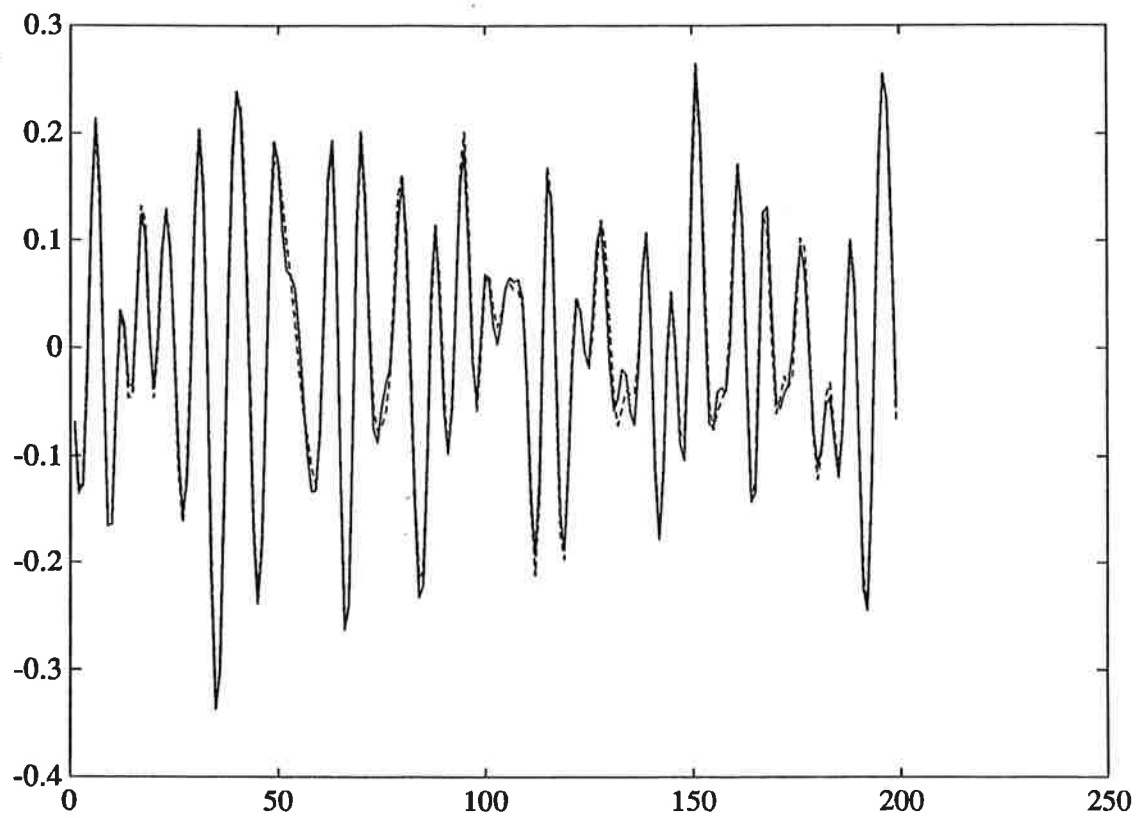
## bilaga 2

Bodediagram för modellen, skattad med iv4 [3 3 0] (streckad), samt för mätta data (heldragen).



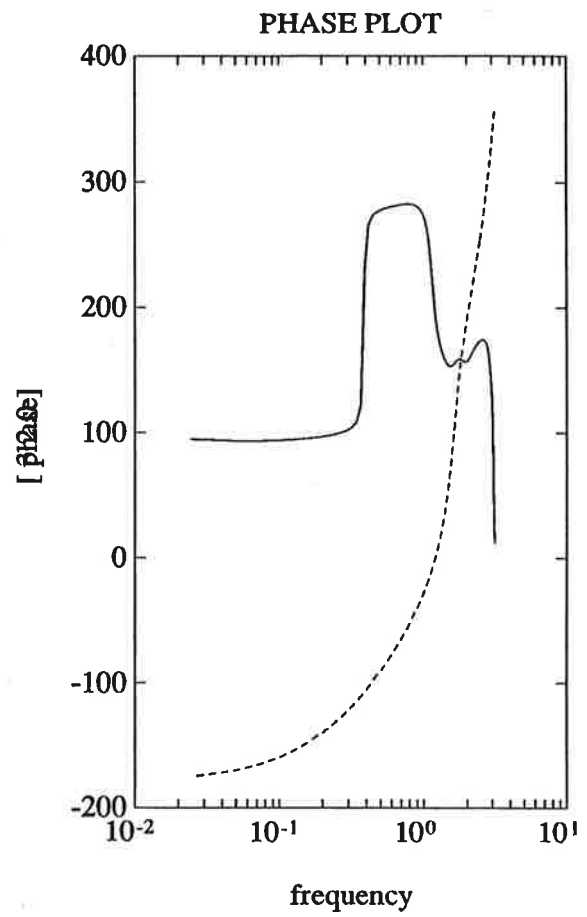
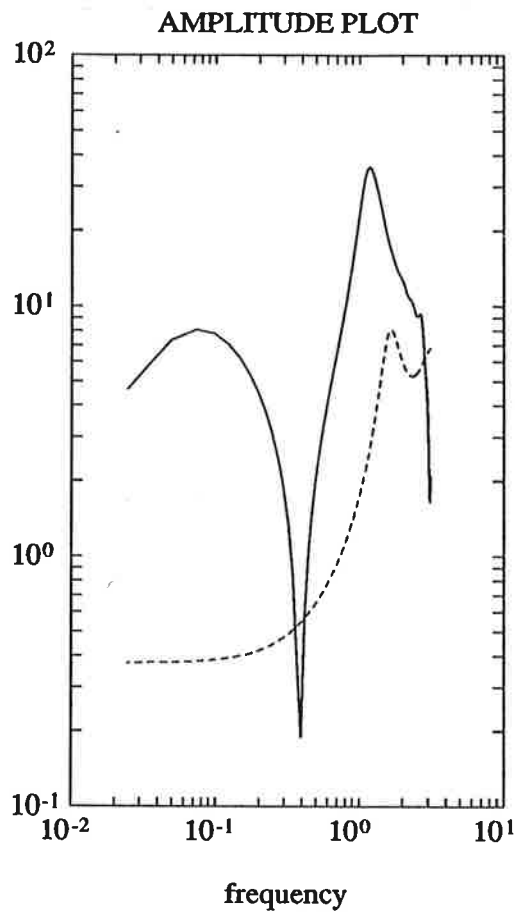
### bilaga 3

Plot av simulerade data (iv4 [3 3 0]) (streckad) mot mätta (hel-  
dragen).



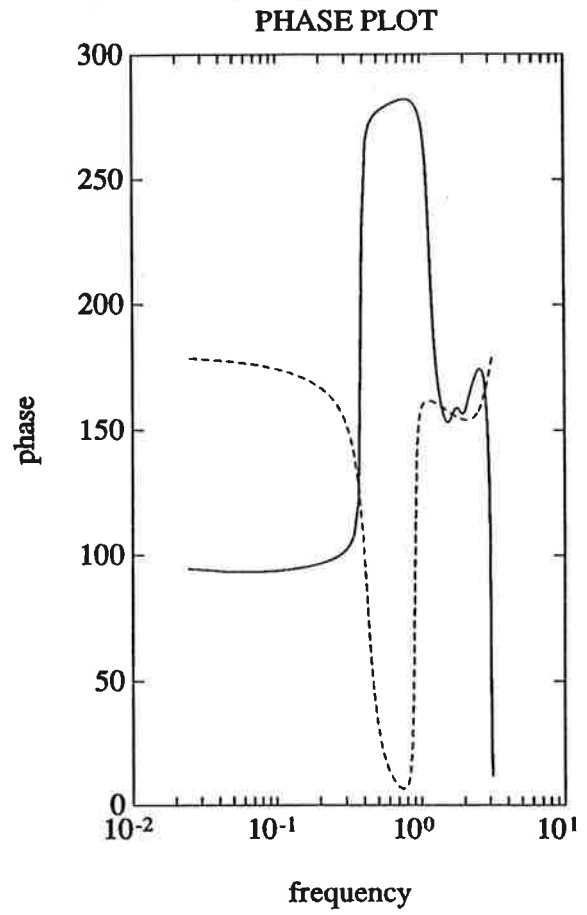
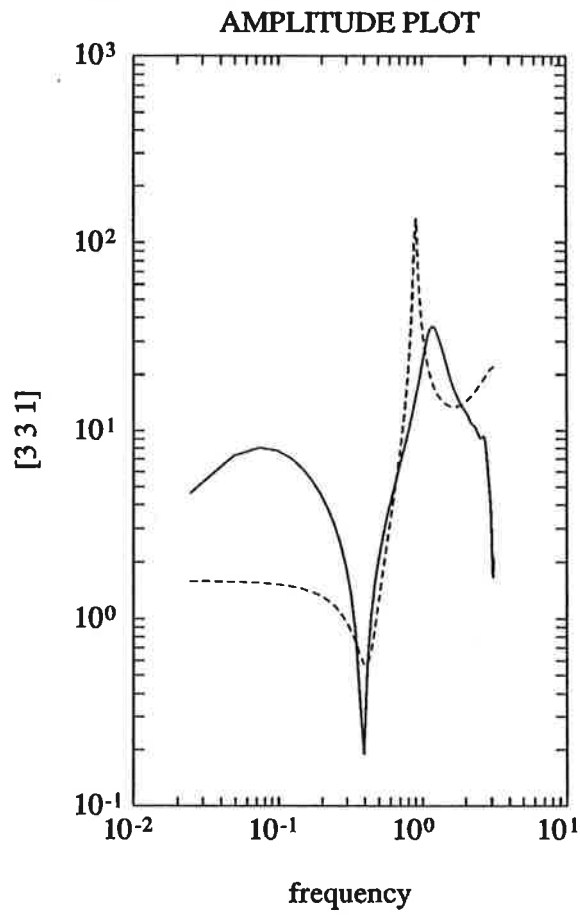
# bilaga 4

Bodediagram för modellen, skattad med  $iv4 [3 \ 2 \ 0]$  (streckad), sant för mätta data (heldragen).



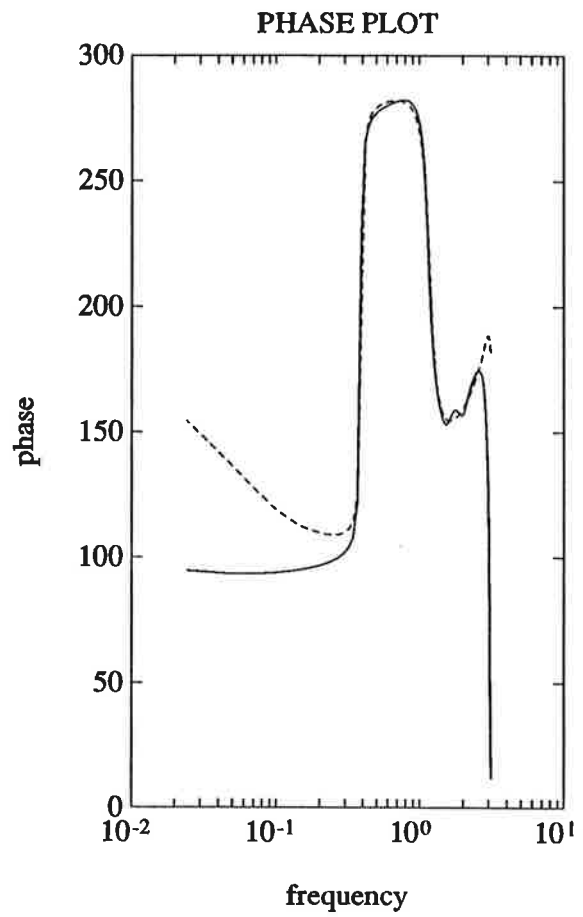
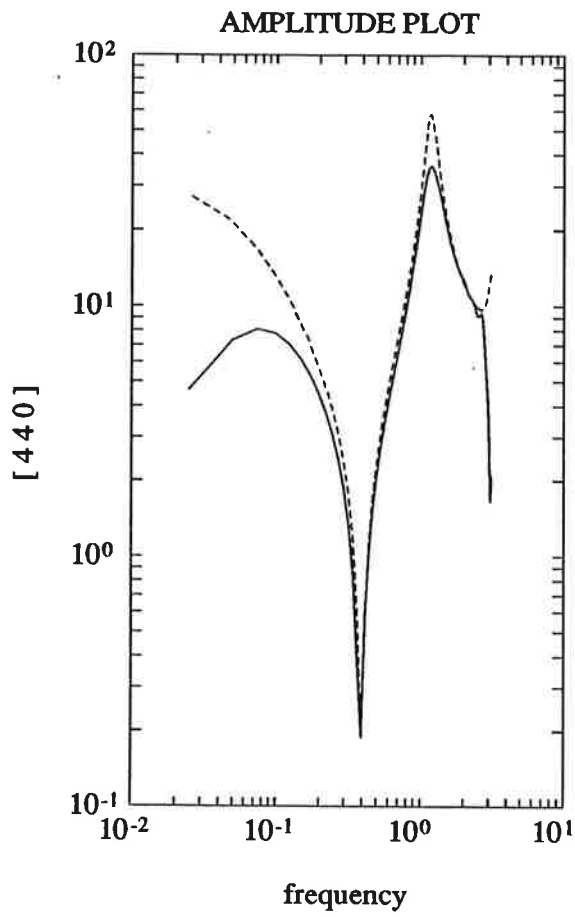
# bilaga 5

Bodediagram för modellen, skattad med  $iv4 [3 \ 3 \ 1]$  (streckad), sant för mätta data (heldragen).



# bilaga 6

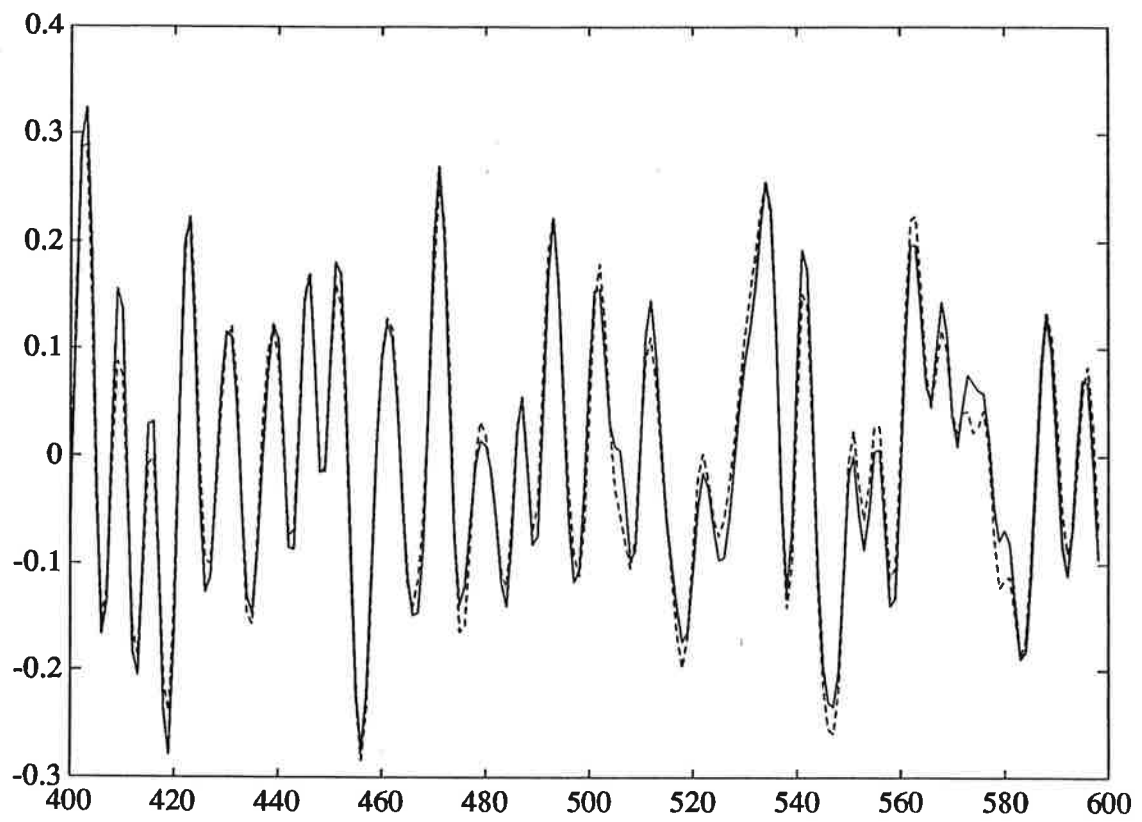
Bodediagram för modellen, skattad med iv4 [4 4 0] (streckad), samt för mätta data (heldragen).





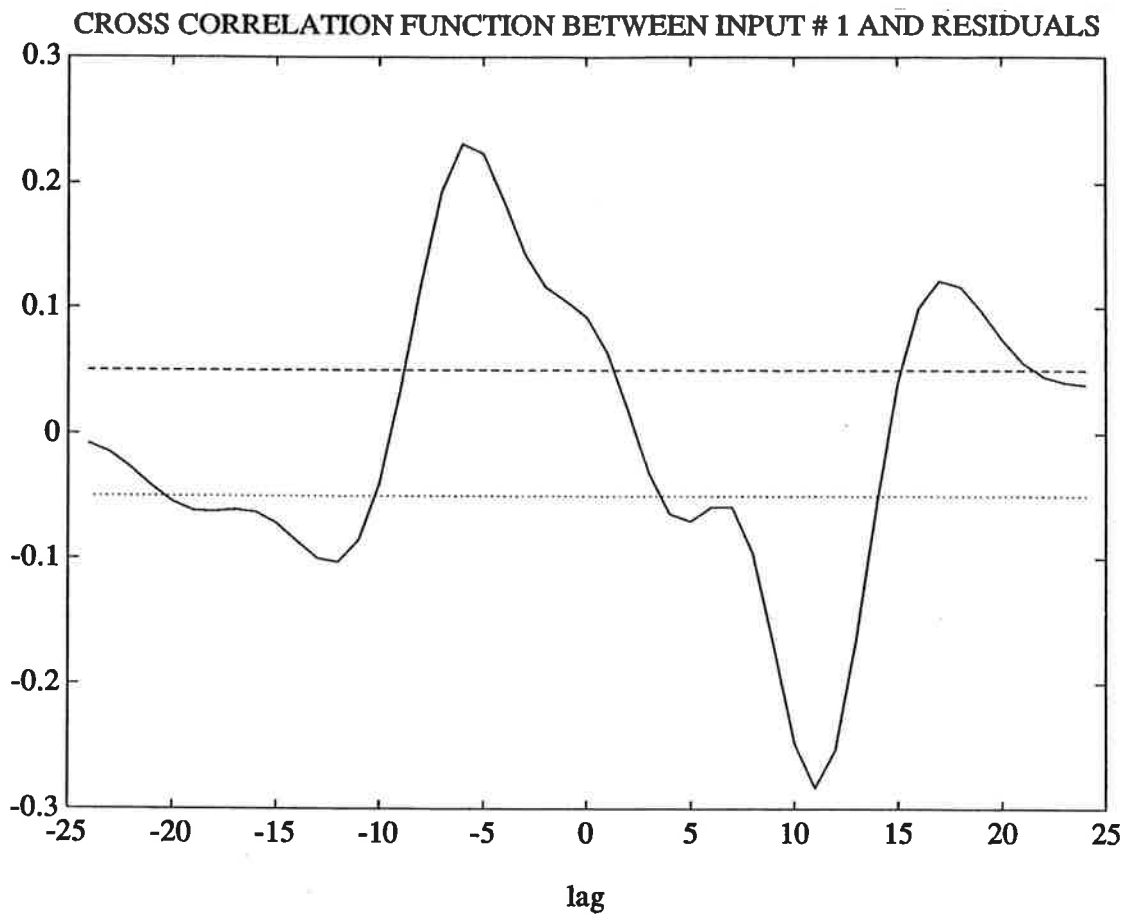
## bilaga 7

Plot av simulerade data (iv4 [4 4 0]) (streckad) mot mätta (hel-  
dragen).



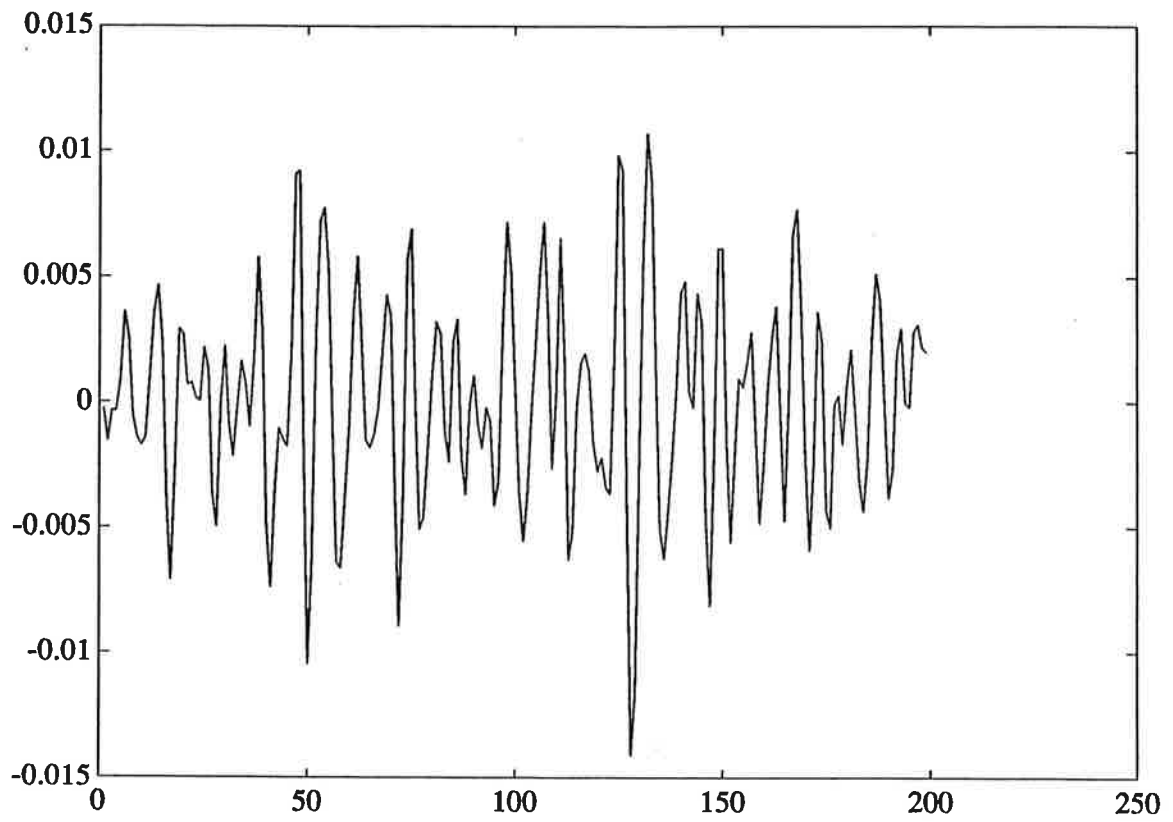
## bilaga 8

Korrelation mellan insignal och residualer för modell skattad med iv4 [4 4 0].



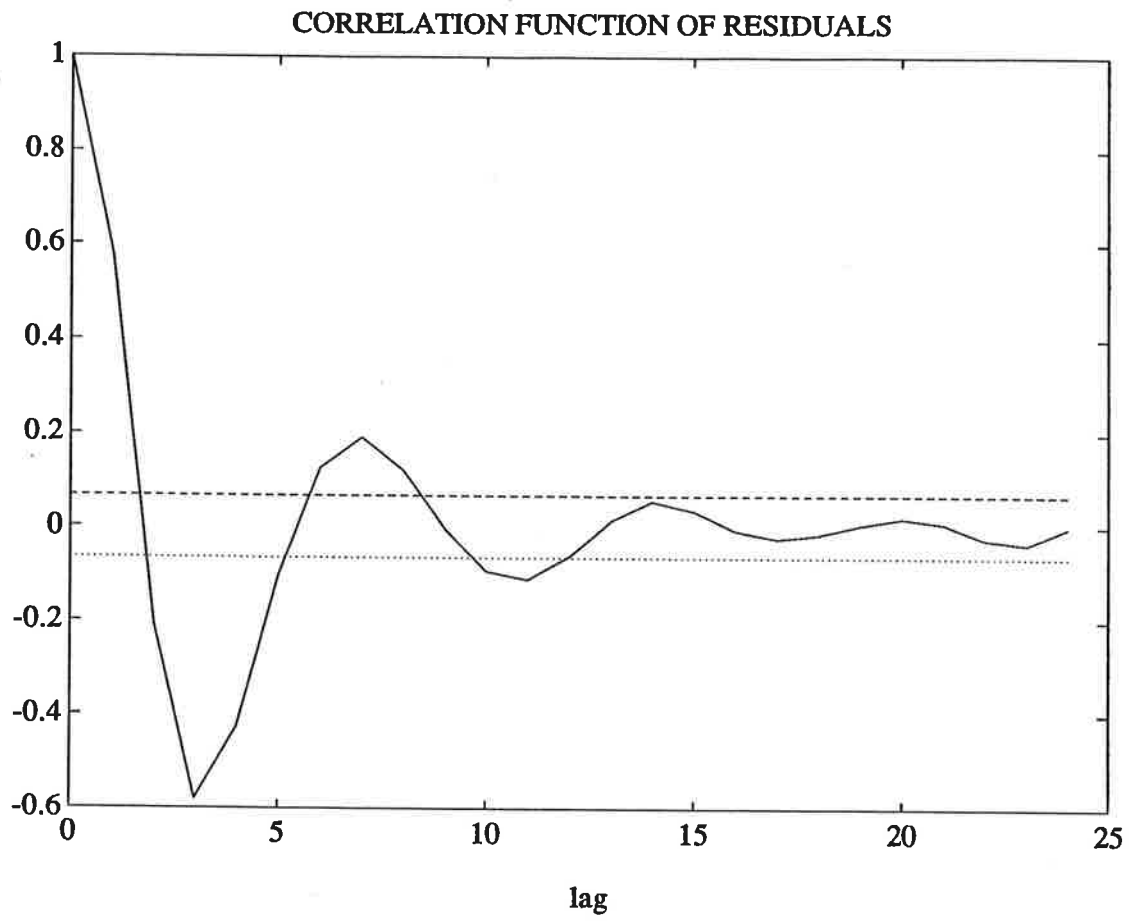
# bilaga 9

Plot av residualer för modell skattad med iv4 [3 3 0].



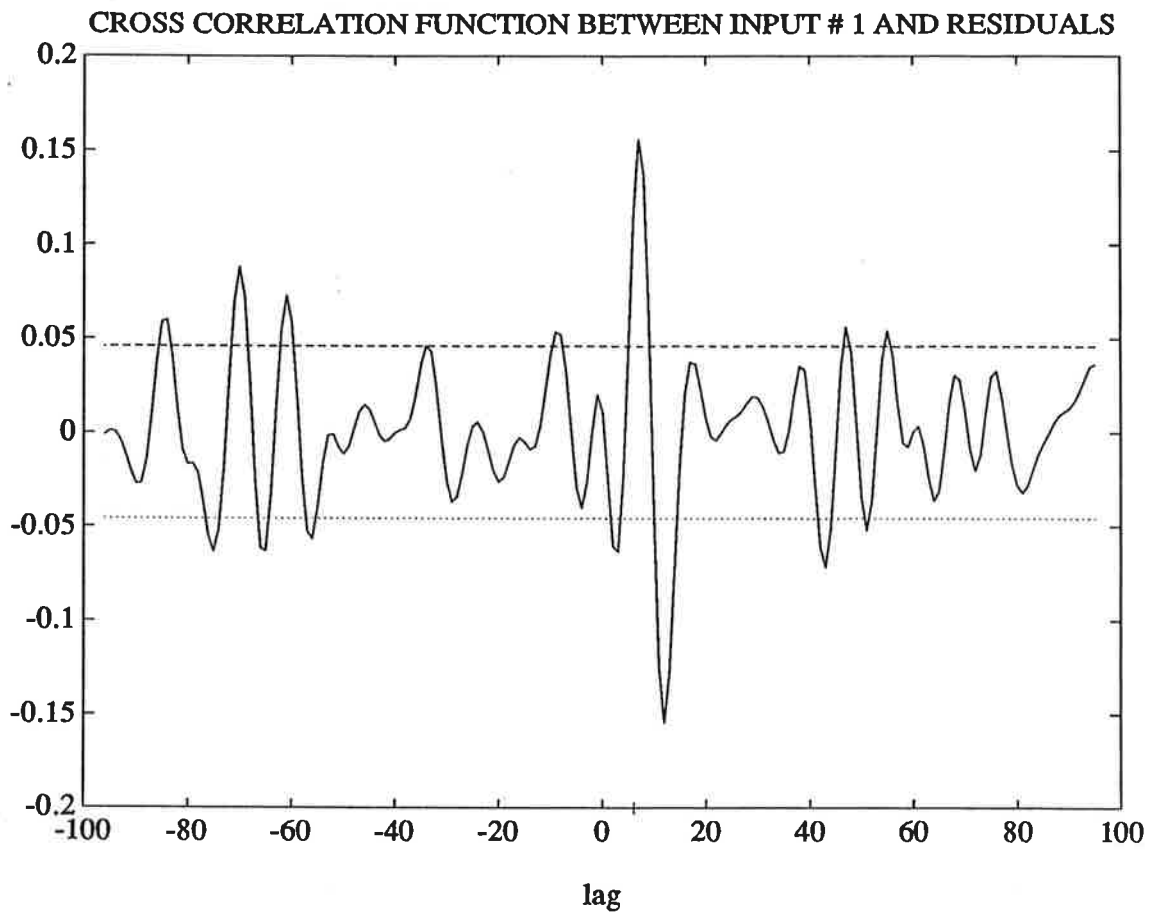
bilaga 10.1

Korrelationsfunktionen för residualer skattade med iv4 [3 3 0].



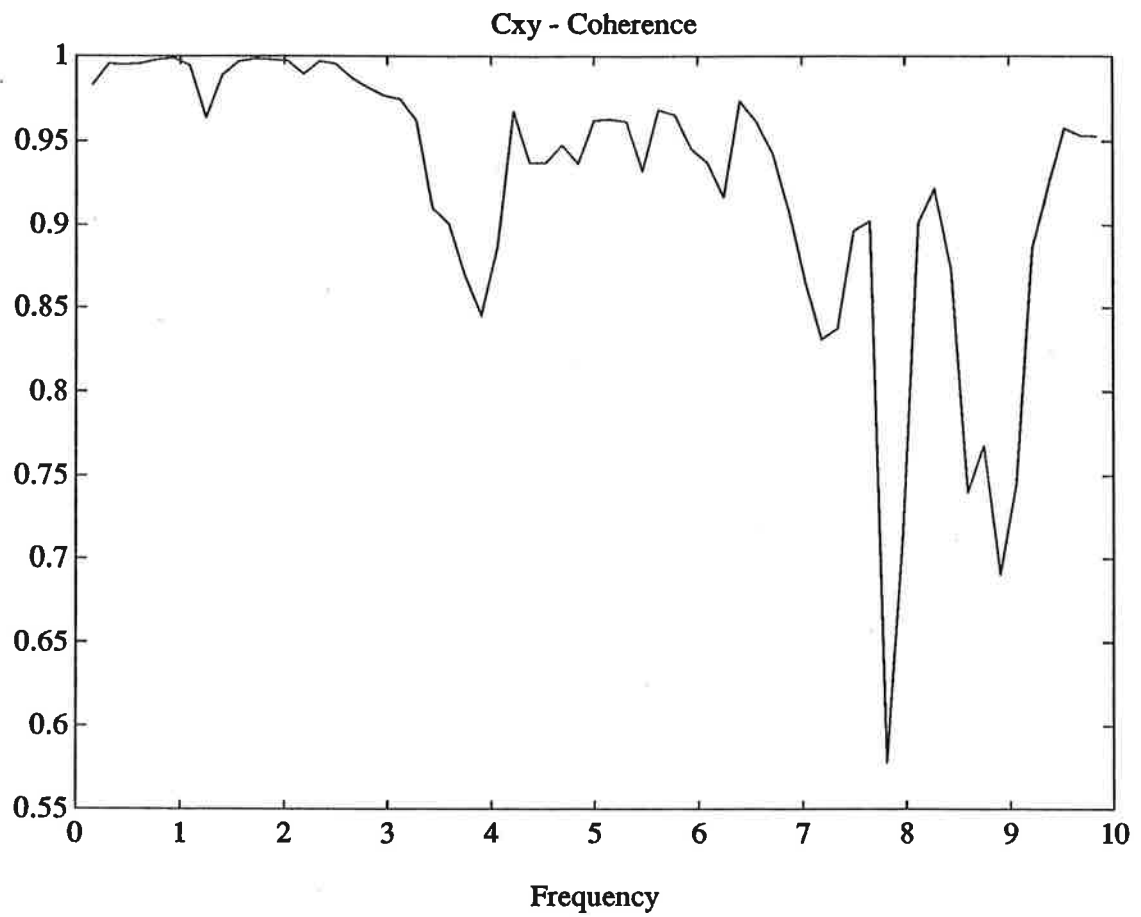
## bilaga 10.2

Korrelation mellan insignal och residualer för modell skattad med  $iv4 [3 \ 3 \ 0]$ .



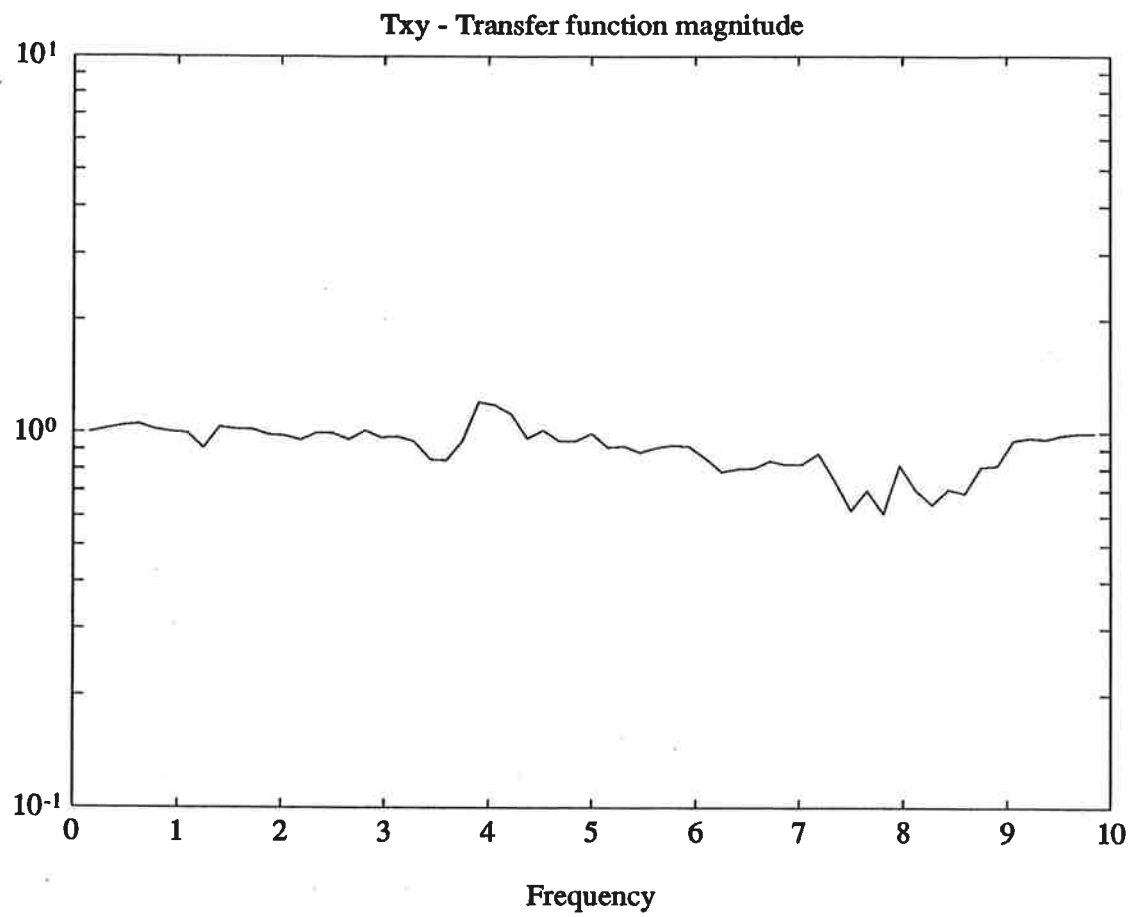
# bilaga 11

Koherens mellan verklig och simulerad utsignal.



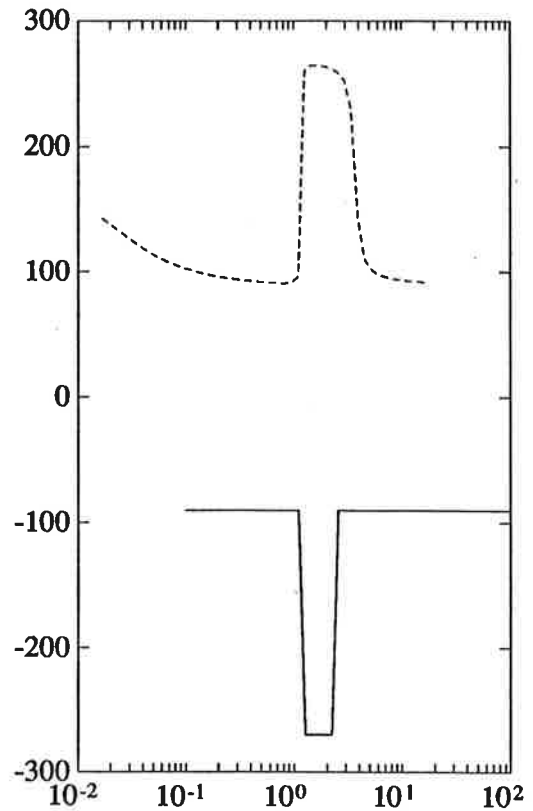
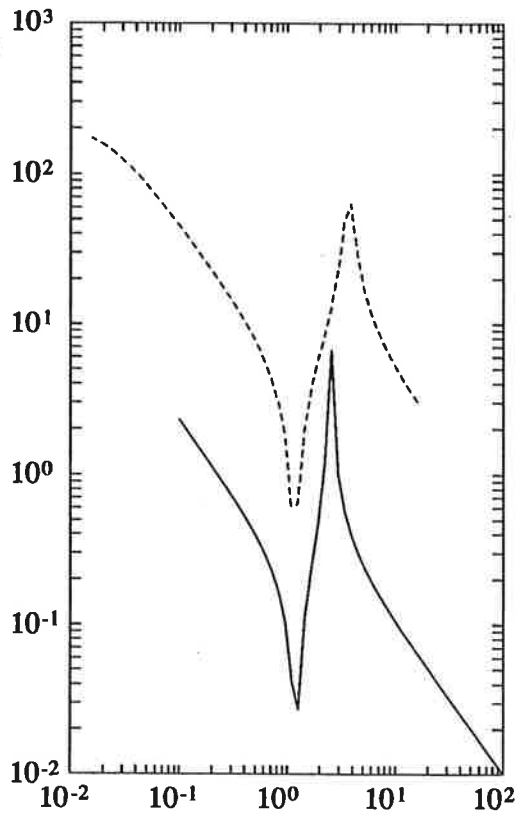
## bilaga 12

Överföringsfunktion mellan verklig och simulerad utsignal.



# bilaga 13

Bodediagram för vår modell [3 3 0] (streckad) samt modellen vi gjorde med frekvensanalys (heldragen).





Bomodynamik  
Projekt i processidentifiering

Björn Rikte  
Magnus Hansson  
Jonas Bolinder

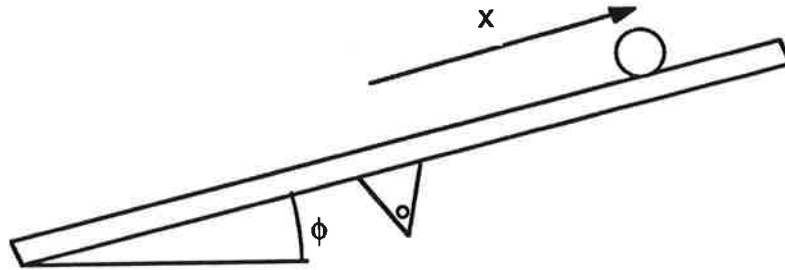
Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Februari 1988

# Innehållsförteckning

<i>kapitel</i>		<i>sidan</i>
1	Modellbygge	1
2	Frekvensanalys	3
3	Parameterskattning	7
4	Kulläge	15
5	Slutord	17

# 1. Modellbygge

Det studerade systemet är en laboratorieprocess som består av en ca. 1m lång bom. Denna är upphängd på mitten i en axel. (Fig. 1.1)



Figur 1.1 Bom och kula.  $x$  är kulans läge och  $\phi$  bommens vinkelläge

På bommens ovansida ligger en skena bestående av två ledare längs vilka en stålkula kan rulla. Genom att lägga en spänning över ledarna kan kulans läge på bommen mätas. Bommens rörelse styres av en likströmsmotor. För att få tillräckligt moment och snabbhet hos bommen reduceras varvtalet i en växellåda kallad, harmonic drive". Denna typ av växel förmår att växla ner varvtalet en faktor 200. På den från växellådan utgående axeln sitter sedan bommen upphängd.

Projektets ursprungliga mål var att bestämma bommens och kulans dynamik, för att få underlag för reglering av kulans läge. Vi valde att dela upp systemet i två delprocesser. Den första med bommens vinkelläge  $\phi$  som utsignal och motorns drivspänning  $u$  som insignal. Den andra med kulans läge  $x$  som utsignal och bommens vinkelläge  $\phi$  som insignal.

Efter en viss tids arbete upptäcktes att vi varit något optimistiska vid vår ursprungliga problemformulering. Projektet reducerades då till att omfatta en fullständig identifiering av bommens dynamik och en kort diskussion om identifiering av kulans dynamik.

Låt bommens överföringsfunktion från insignal  $u$  till utsignal  $\phi$  vara  $G(s)$ . Vi kan identifiera några delar som  $G(s)$  lämpligen bör innehålla:

- Motorn,  $G_1(s)$ , som relaterar insignal till vinkelhastighet hos utgående axel.

$$G_1(s) = \frac{k_1}{s + a_1}$$

- Växellådan,  $G_2(s) = k_2\xi(s)$ , där  $\xi(s)$  är för oss okänd dynamik.
- Axel och bom,  $G_3(s)$ , har säkert resonanser.

$$G_3(s) = \frac{k_{31}}{s^2 + 2\zeta_{31}\omega_{31} + \omega_{31}^2} \cdot \frac{k_{32}}{s^2 + 2\zeta_{32}\omega_{32} + \omega_{32}^2}$$

- Integrator,  $G_4(s)$ , som överför vinkelhastighet till vinkelläge.

$$G_4(s) = \frac{k_4}{s}$$

Vi ser av ovanstående resonemang att med en sjätte ordningens modell bör vi kunna beskriva viktiga delar av systemets dynamik.

Låter vi även systemet omfatta kulan tillkommer ytterligare dynamik. Man kan visa (jmf CCS, Ex A.1) att överföringsfunktionen vid små vinkelutslag från bomvinkel till kulläge väsentligen består av en dubbelintegrator.

## 2. Frekvensanalys

### Metod

Som icke-parametrisk metod väljer vi frekvensanalys. Systemet drivs då av en sinusformad insignal

$$u(t) = u_0 \sin(\omega t)$$

och som utsignal fås

$$y(t) = |G(i\omega)|u_0 \sin(\omega t + \arg G(i\omega))$$

varur vi i princip kan bestämma bodediagrammet. Denna metod är dock bruskänslig och opraktisk, varför vi istället använder oss av en korrelationsmetod, där vi bildar integralerna:

$$Y_s(T) = \int_0^T y(t) \sin(\omega t) dt$$
$$Y_c(T) = \int_0^T y(t) \cos(\omega t) dt$$

Om experimenttiden väljes till ett helt antal perioder,  $T = 2\pi n/\omega$  erhålles:

$$Y_s(T) = \frac{T}{2} u_0 \operatorname{Re} G(i\omega)$$
$$Y_c(T) = \frac{T}{2} u_0 \operatorname{Im} G(i\omega)$$

Vi kan nu enkelt rita upp ett bodediagram.

Vid experimentet användes en Schlumberger Solartron 1250 frekvensanalysator ansluten till en dator (Apple 2c). Utrustningen förmådde att själv utföra räkningarna redovisade ovan samt att upprita bodediagram (jämför resultatutskriften nedan). De indata som krävdes var frekvensintervall, mättid, insignalamplitud och väntetid tills datainsamling påbörjades. Under väntetiden tilläts eventuella transienter klinga ut. I våra experiment valdes mättiden till 5 perioder, amplituden till 1.0V och väntetiden till 3.0s.

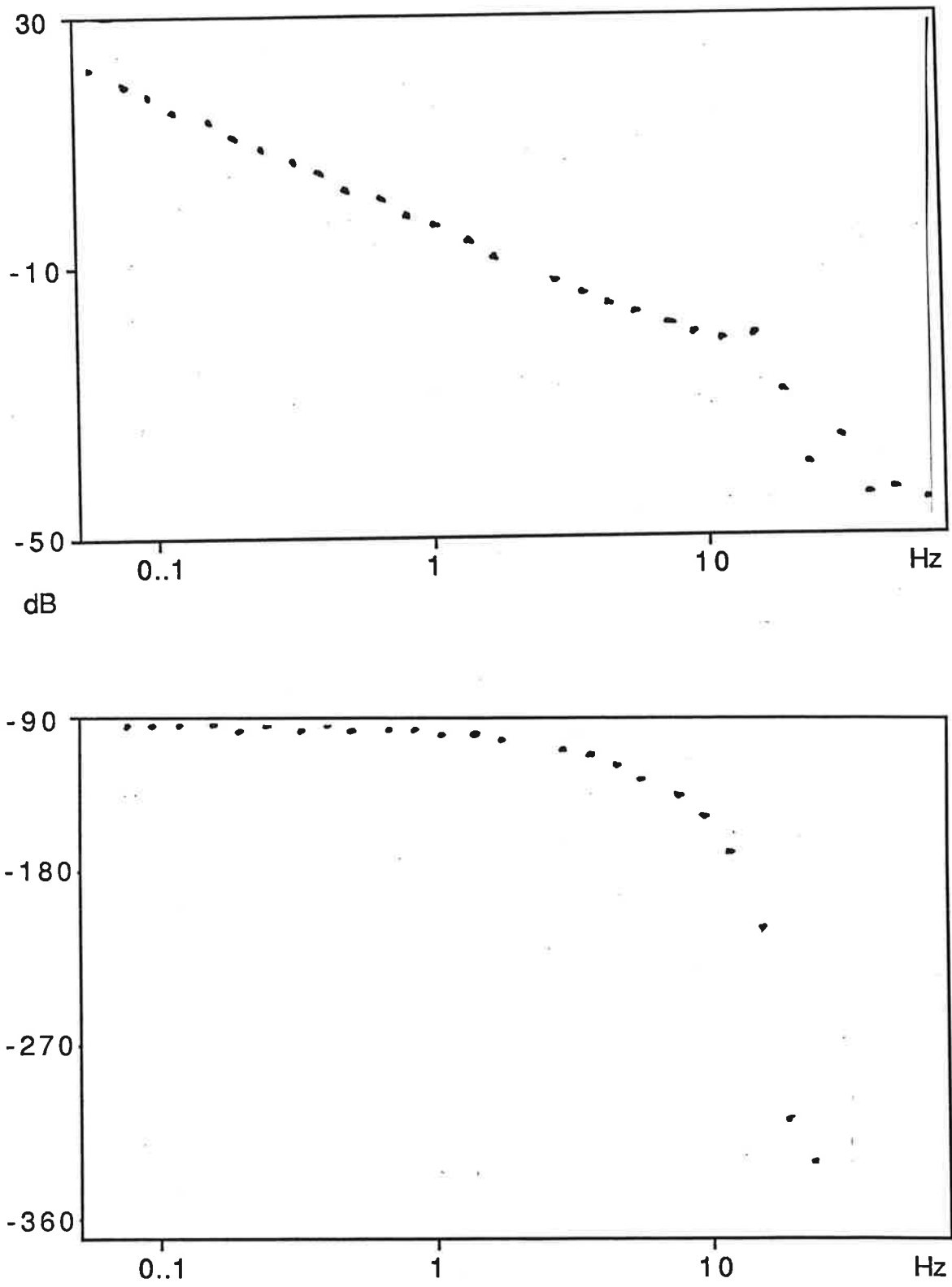
### Resultat

Om vi betraktar den första resultatutskriften (Fig. 2.1), som sträcker sig över lägre frekvenser, ser vi följande. För låga frekvenser har vi lutning  $-1$  och en fas på  $-90^\circ$  vilket bekräftar integratorn  $G_4(s)$ . Vi ser också att fasen faller

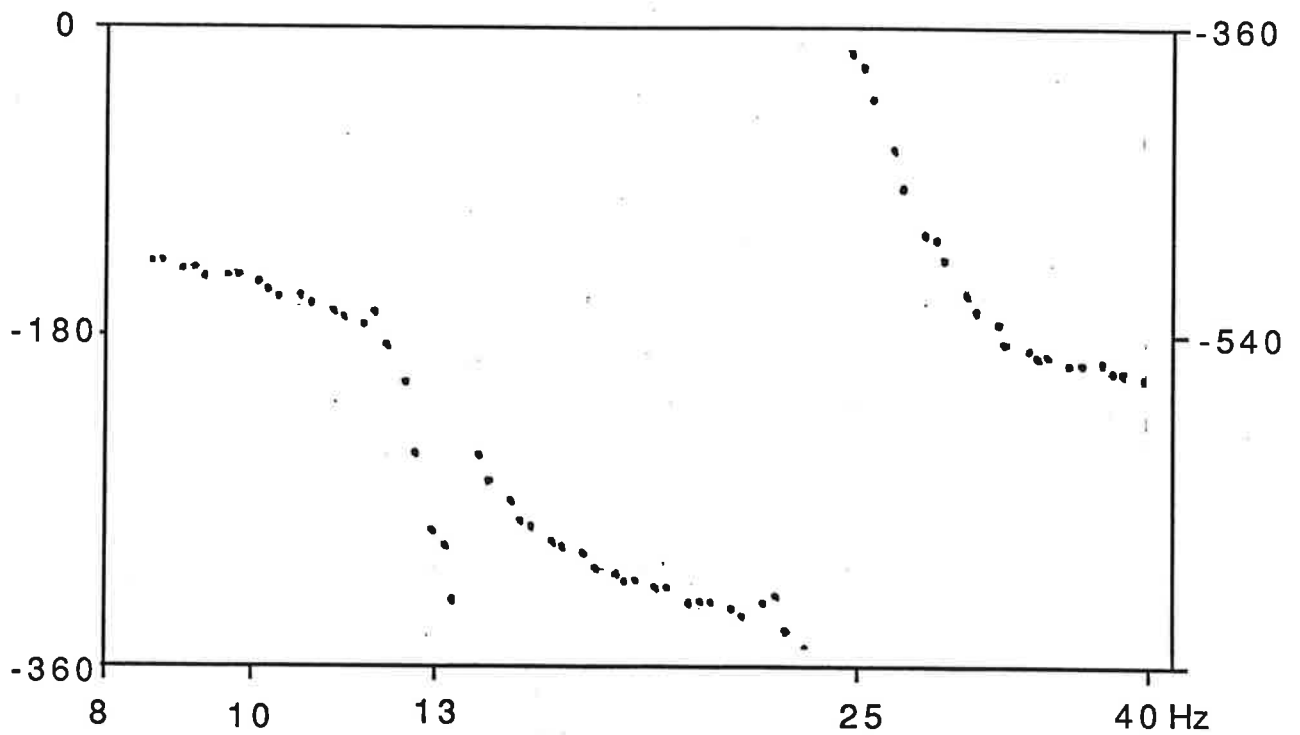
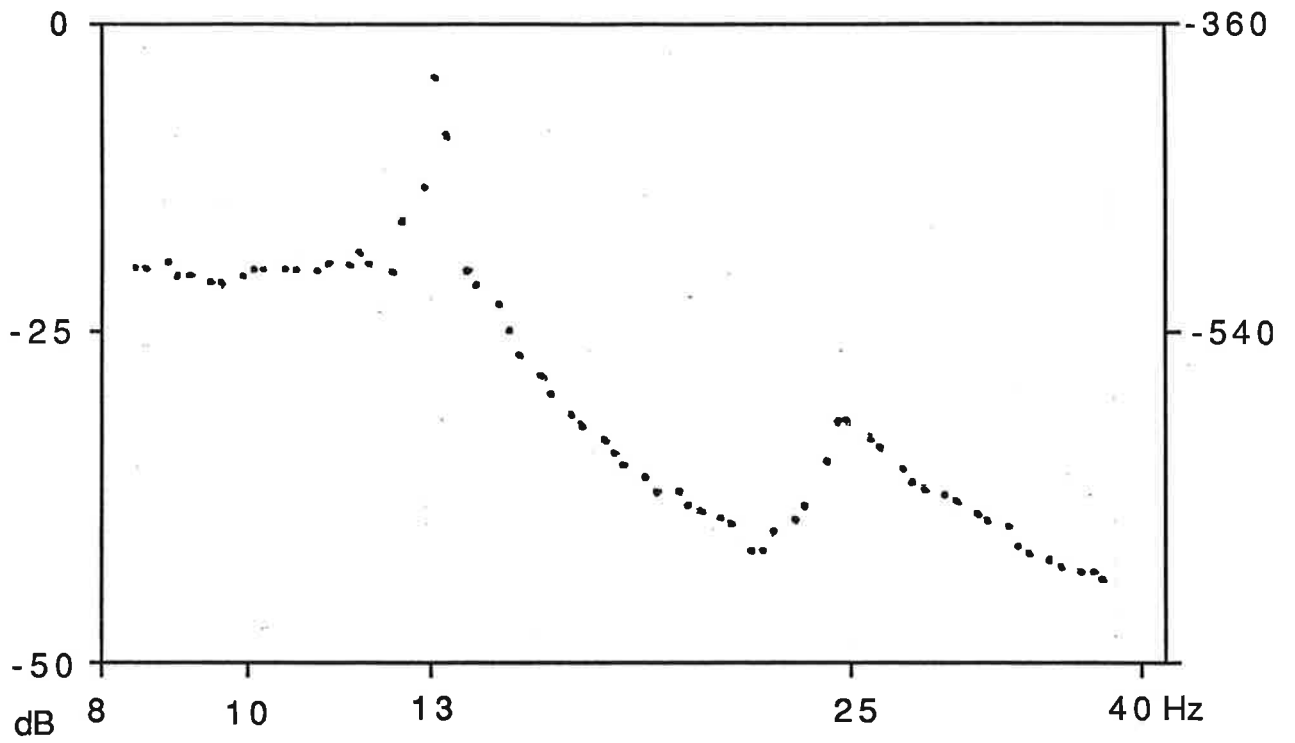
till  $-180^\circ$  mellan ungefär 3 och  $10\text{Hz}$ , vilket talar för en brytfrekvens någonsans däremellan. I beloppskurvan kan motsvarande brytpunkt inte upptäckas beroende på en resonanstopp strax över  $10\text{Hz}$ . I vilket fall som helst talar inget emot existensen av motorn  $G_1(s)$ .

Betrakta nu den andra resultatutskriften (Fig. 2.2) som tydligt redovisar två resonanstopp vid  $13.2\text{Hz}$  resp  $24.9\text{Hz}$ . Vi ser också att fasen i samband med varje resonanstopp faller  $180^\circ$ . Faskurvan planar ut vid  $-540^\circ$  vid frekvenser över  $30\text{Hz}$ , vilket talar för att en sjätte ordningens modell skulle räcka för att beskriva systemet vid frekvenser under  $40\text{Hz}$ .

I den fortsatta analysen har vi koncentrerat oss på att modellera den första resonanstoppen. Därvid har vi filtrerat våra signaler vid  $20\text{Hz}$ . En fjärde ordningens modell borde passa våra syften väl. Eventuell diskrepans i den första resonanstoppens läge i förhållande till kommande resultat kan förklaras av att olika bommar användes.



Figur 2.1 Amplitud-(ovan) och fasplot(nedan) från frekvensanalysatorn.



Figur 2.2 Amplitud-(ovan) och fasplot(nedan) från frekvensanalysatorn.



### 3. Parameterskattning

I detta kapitel beskrivs insamling och bearbetning av data för parameterskattning av den diskreta överföringsfunktionen från insignal till bomvinkel. Syftet var att skaffa underlag för design av digital regulator.

#### Experimentella förhållanden

Datansamlingsprogrammet, som användes, är skrivet av Ulf Holmberg vid Institutionen för Reglerteknik, LTH, och modifierat för att passa våra syften. De loggade in- och utsignalerna, som varierade mellan  $-10V$  och  $+10V$ , skalades om till reela tal i området  $-1.0$  till  $+1.0$  i den använda persondatorns AD-omvandlare.

Eftersom överföringsfunktionen från insignal till bomvinkel innehåller en integrator, måste bommen på något sätt kontrolleras för att inte driva iväg från horisontalläget och botten givaren. Detta ordnades med en enkel proportionell regulator implementerad i logprogrammet.

I detta läge kan man välja mellan direkt och indirekt identifiering. Eftersom vi hade möjlighet att använda en kraftigt exciterande PRBS-signal som börvärde valdes den enklare direkta identifieringsmetoden. Även insignalgeneratoren implementerades i logprogrammet varigenom synkroniseringsproblem eliminerades.

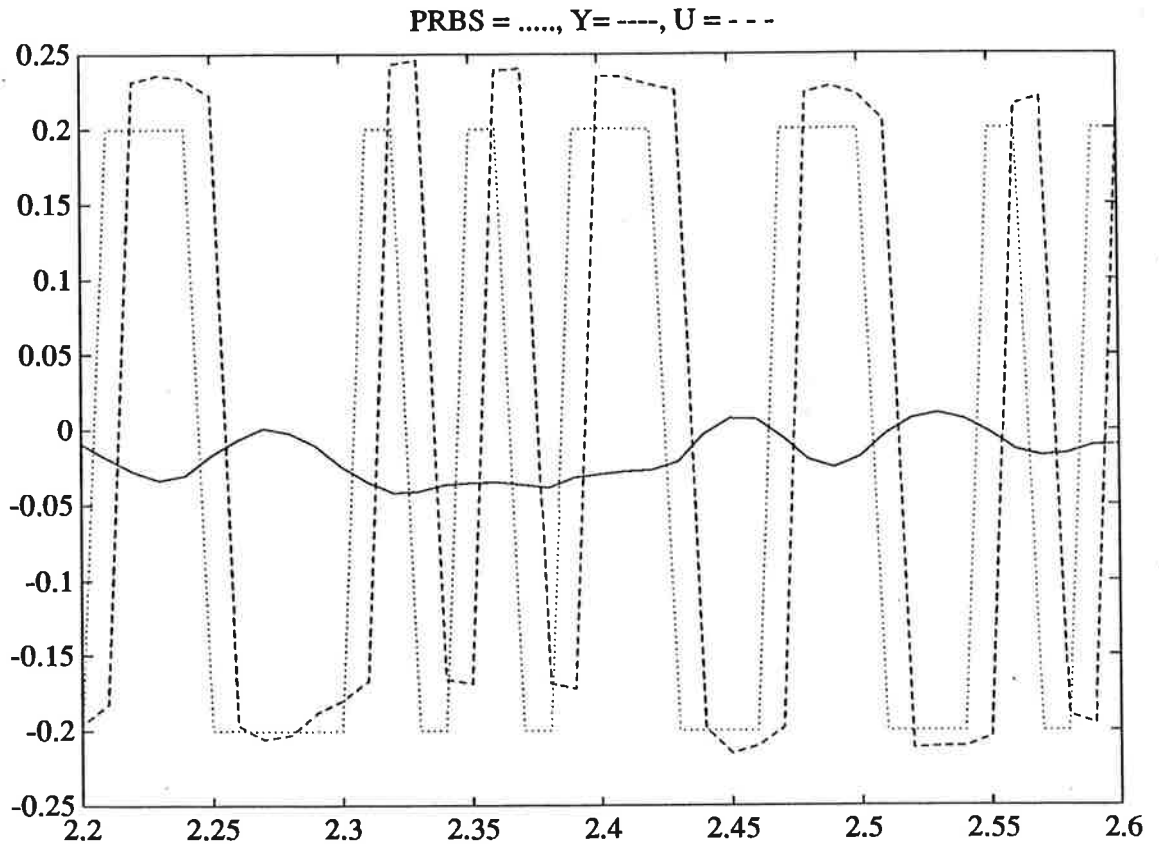
Flera argument talade för en samplingsfrekvens kring  $100Hz$ .

- Stigtiden uppskattades till bråkdelar av en sekund
- Det finns en resonansfrekvens av intresse mellan  $10$  och  $20Hz$
- Systemet skall primärt regleras, vilket kräver hög samplingshastighet
- Logprogrammet måste hinna med, vilket kräver låg samplingshastighet.

Med detta val av samplingsfrekvens krävdes en PRBS-signal med minimumperiod  $0.01s$  för att erhålla tillräckligt frekvensinnehåll upp till åtminstone  $20Hz$ .

#### Modellval

Med in- och utsignaler upptagna och därefter överförda till institutionens VAX-dator via filöverföringsprogrammet KERMIT, kunde databehandlingen påbörjas.



Figur 3.1 Plot av bomvinkels referenssignal (prickad), drivspänning (streckad) och bomvinkel (heldragen). Tiden på x-axeln är angiven i sekunder.

I en plot av signalerna observerades snart att brusnivån i systemet var mycket låg. (Fig. 3.1) Då den exakta brusmodellen heller inte var av primärt intresse, ansåg vi det tillräckligt att ansätta en ARX-modell.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t)$$

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_ny(t-n) = b_ku(t-k) + \dots + b_nu(t-n) + e(t)$$

Här är  $n$  processens ordning och  $k$  tidsfördröjningen i insignalen.

Härvid erhålles vid identifiering de för reglering viktiga parametrarna i  $A$  och  $B$  polynomen ovan. Eftersom systemet antas innehålla en integrator, d.v.s. en pol i enhetsettan, filterades utsignalen först med filtret  $(z-1)$ . De korrekta parametrarna skulle därigenom efter identifiering kunna erhållas genom förlängning av  $A$  polynomet med faktorn  $(z-1)$ . Stabiliteten i den framidentifierade modellen garanterades på detta sätt.

## Identifieringsmetod

Den valda ARX-modellen kan omformas till

$$e(t) = y(t) + \dots + a_ny(t-n) + b_ky(t-k) + \dots + b_ny(t-n)$$

Med insatta värden erhålles

$$\begin{aligned} e(1) &= y(1) + a_1 y(0) + \dots + a_n y(1-n) + b_k u(1-k) + \dots + b_n u(1-n) \\ e(2) &= y(2) + a_1 y(1) + \dots + a_n y(2-n) + b_k u(2-k) + \dots + b_n u(2-n) \\ &\vdots \\ e(N) &= y(N) + \dots + a_n y(N-n) + b_k u(N-k) + \dots + b_n u(N-n) \end{aligned}$$

Detta överföres till matrisform.

$$\begin{aligned} e &= Y - \phi\theta \\ e^T &= \begin{pmatrix} e(1) & e(2) & \dots & e(N) \end{pmatrix} \\ Y^T &= \begin{pmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(N) \end{pmatrix} \\ \theta^T &= \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & b_k & \dots \end{pmatrix} \\ \phi &= \begin{pmatrix} -y(0) & \dots & -y(1-n) & u(1-k) & \dots & u(1-n) \\ -y(1) & \dots & -y(2-n) & u(2-k) & \dots & u(2-n) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y(N-1) & \dots & -y(N-n) & u(N-k-1) & \dots & u(N-n) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

För att erhålla en skattning av matrisen  $\theta$  skall vi enligt minsta-kvadrat metoden minimera förlustfunktionen.

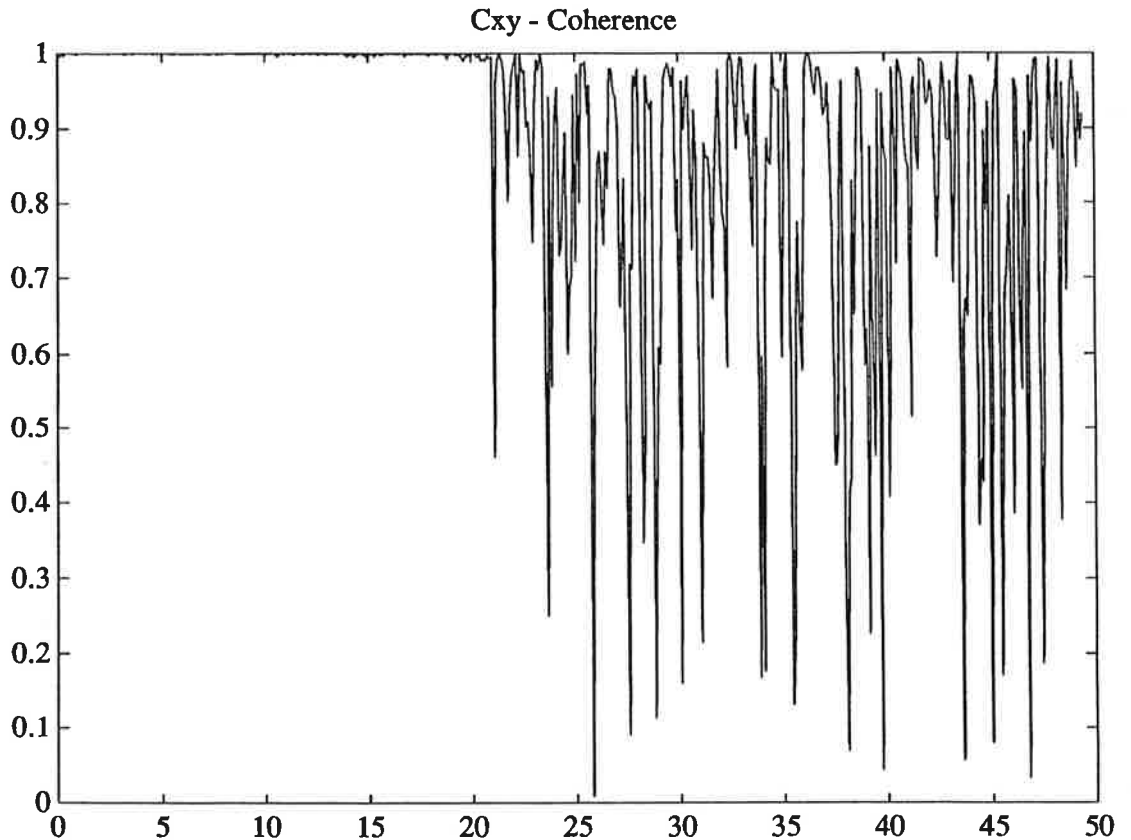
$$V(\theta) = \sum_0^{N-1} e^2(t) = e^T e = Y^T Y - Y^T \phi \theta - \theta^T \phi^T Y + \theta^T \phi^T \phi \theta$$

Vi sätter nu gradienten till noll.

$$\begin{aligned} \frac{\delta V}{\delta \theta} &= -2\phi^T Y + 2\phi^T \phi \theta = 0 \\ \theta &= (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y \end{aligned}$$

Dessa räkningar sköter matrishanteringsprogrammet matlab automatiskt genom kommandot ARX. De sökta parametrarna presenteras härvid jämte skattningar av deras osäkerhet. Man erhåller dessutom värdet på förlustfunktionens slutvärde (V-loss), vilket är ett gott hjälpmedel för att avgöra om rätt modellordning har valts.

Överhuvudtaget visade sig matlab vara till ovärderlig hjälp under arbetets gång. Allehanda signalbehandling, beräkning och presentation av resultat implementerades enkelt med hjälp av någon funktion i det digra kommandobiblioteket, och om lämplig funktion inte fanns tillgänglig, kunde egna kommandoprogram skrivas.



Figur 3.2 Koherens mellan in- och utsignal för frekvenser upp till Nyquist-frekvensen  $50\text{Hz}$ .

## Utförande och validering

Med matlab tillhands kunde således beräkningar och tester av olika modellestimat påbörjas. Inledningsvis gjordes en koherenstest mellan in- och utsignal, vilken visade att man inte kunde vänta sig något av den skattade modellens uppförande vid frekvenser över  $20\text{Hz}$ . (Fig. 3.2) Eftersom ett gott uppförande upp till denna frekvens är tillräckligt för nöjaktig reglering, accepterades denna begränsning. Off-line filtrering av dataserierna gjordes med ett skarpt skärande Butterworth-filter med gränshänsynen  $20\text{Hz}$ , för att koncentrera minsta-kvadratmetodens anpassningsförmåga till det intressanta frekvensområdet. Även lågfrekvent signalinnehåll filtrerades bort, varigenom likspänningsanpassning förhindrades.

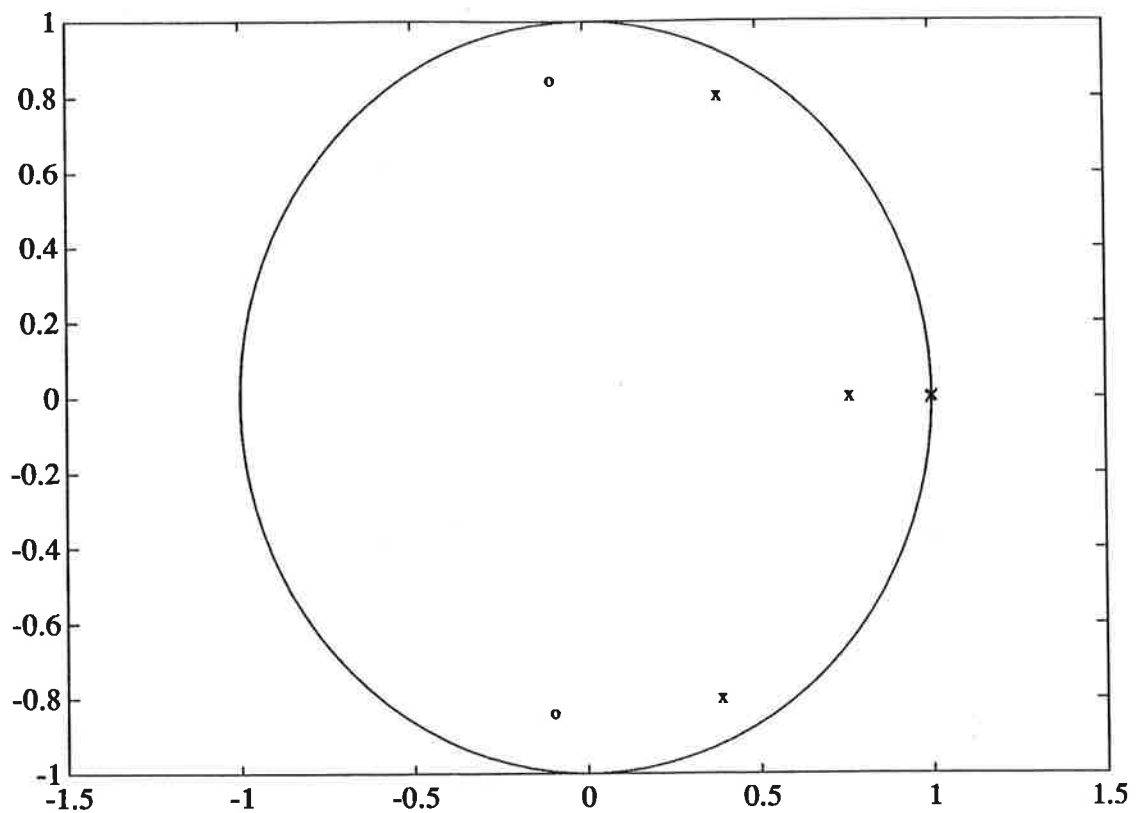
Den parameter uppsättning vi slutligen fastnade för erhöles vid anpassning till en fjärde ordningens modell med två tidsfördröjningar i signalen.

$$H(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})}{B(q^{-1})} = \frac{0.0074q^{-2} + 0.0015q^{-3} + 0.0053q^{-4}}{1 - 2.5q^{-1} + 2.9q^{-2} - 2.0q^{-3} + 0.60q^{-4}}$$

Osäkerheten i A-polynomets parametrar är här mindre än 1% och något högre i B-polynomet.

I fig. 3.3 visas ett pol-nollställes-diagram för det skattade systemet. Polerna på den reella axeln återspeglar motorns elementardynamik och pol-paret i 60-gradersriktningen motsvarar en resonansfrekvens vid ca  $18\text{Hz}$ .

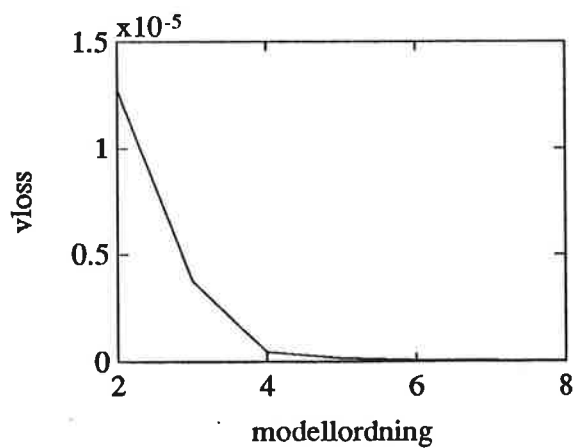
För validering av den erhållna parameterskattningen användes förutom jämfö-



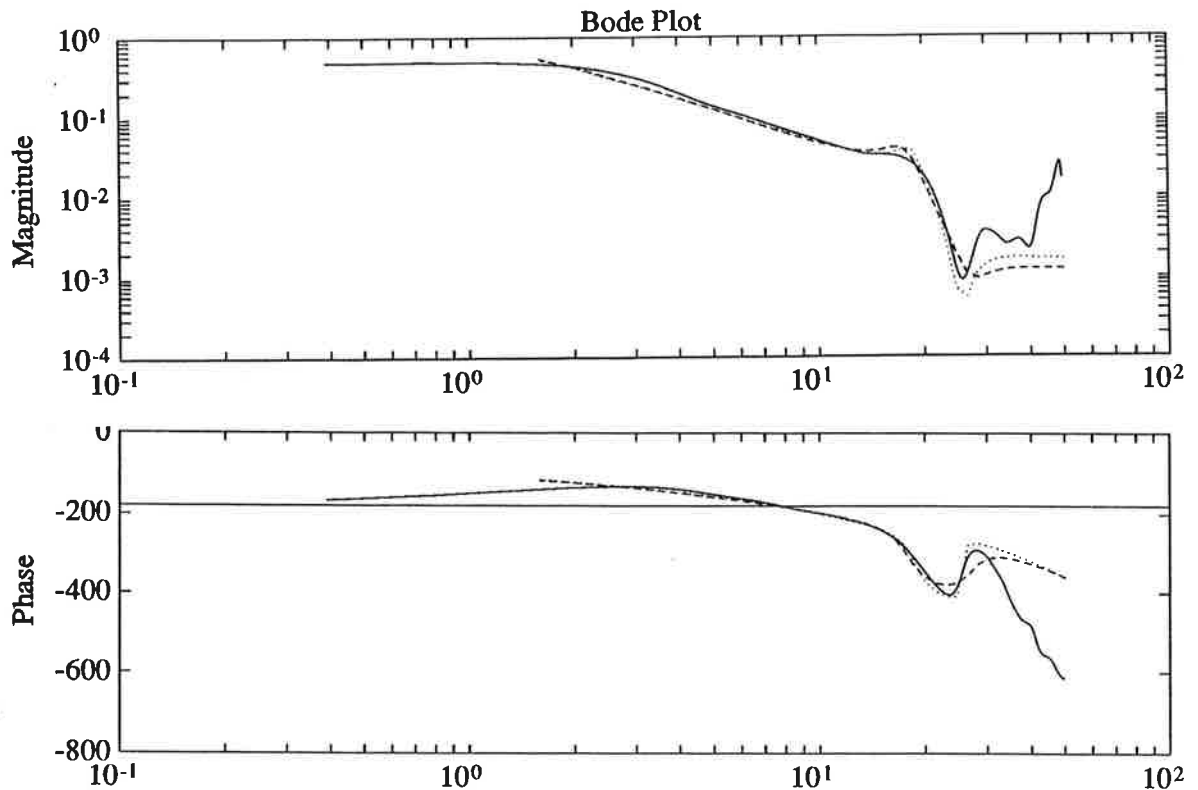
Figur 3.3 Poler(kryss) och nollställen(ringar) till 4:e ordningens ARX-modell.

relse mellan förlustfunktionsvärden även simulering, studier av residualernas korrelation samt jämförelser med överföringsfunktioner erhållna med andra identifieringsmetoder.

- I fig. 3.4 visas förlustfunktionens slutvärde för skattade modeller av olika ordningar. Man ser att högre än 4:ordningens modeller inte ger signifikant lägre värde.

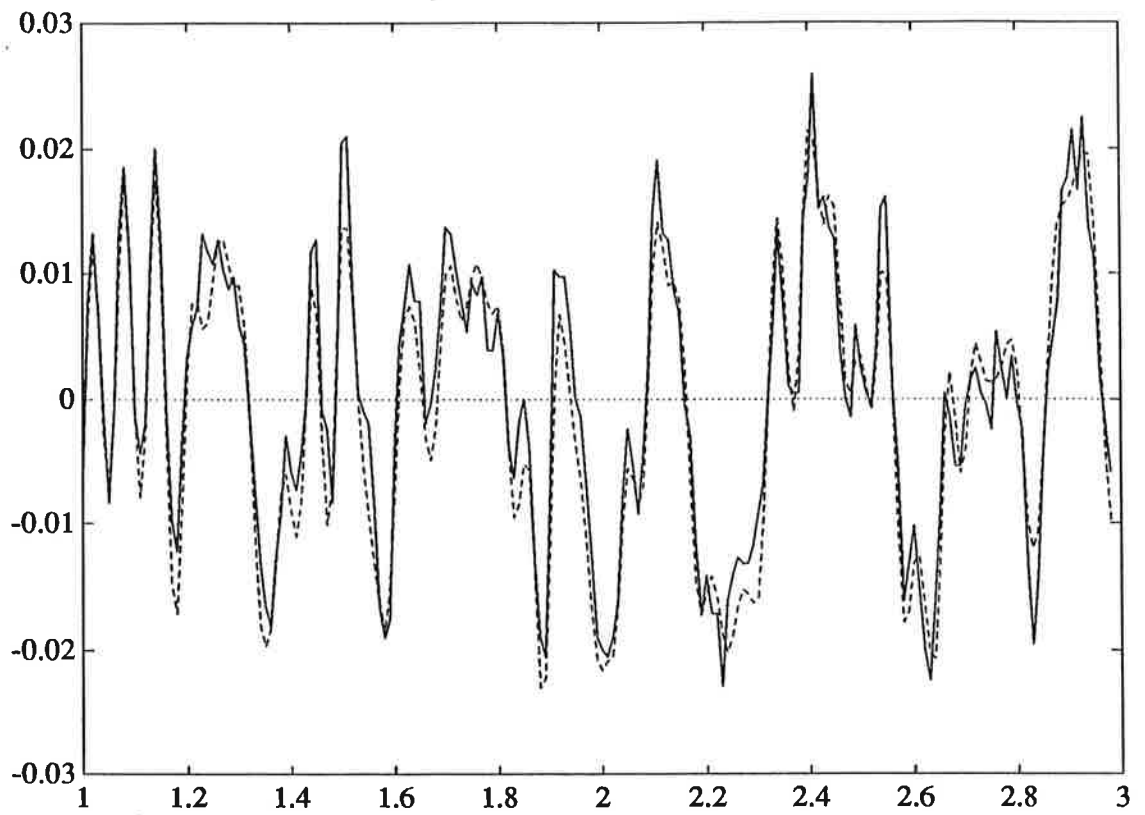


Figur 3.4 Förlustfunktionens värde (V-loss) för olika modellordningar.

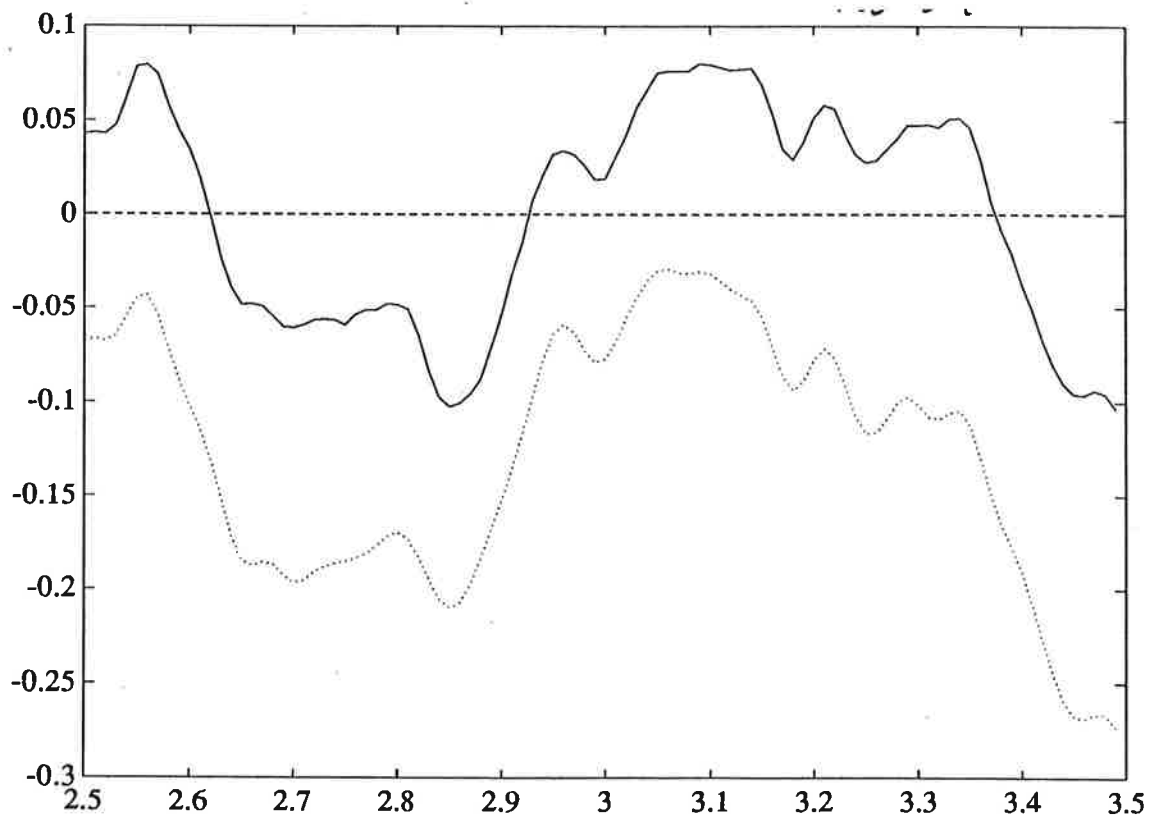


Figur 3.5 Bode diagram för 4:e- (streckad), 6:e-ordningens (prickad) modeller och spektralanalys (heldragen). Frekvensen anges i Hz.

- En jämförelse mellan bode-diagrammen för 4:e och 6:e ordningens modeller samt en spektralanalys utförd i matlab visar att det råder god överensstämmelse i det intressanta frekvensområdet (Fig. 3.5). En 4:e ordningens modell skulle således räcka bra. Notera den principiella likheten med bode-diagrammen, som erhöles vid frekvensanalysen (Fig. 2.1 2.2).
- Vår modell uppvisar också goda simuleringsegenskaper. I fig. 3.6 är utsignalen simulerad utan efterföljande integrator. Den kompletta modellens utsignal visas i fig. 3.7. Den konstanta avvikelsen mellan verklig och simulerad utsignal beror på att modellen ej haft samma initialtillstånd som den verkliga processen.
- Residualanalysen gav inte alltigenom tillfredställande resultat (Fig. 3.8). Bruset var uppenbarligen inte vitt så som ARX-modellen föreskriver. Ökad modellordning gav inte bättre resultat. För att erhålla förbättringar krävdes en mer komplett brusmodell. Med hänsyn till den låga brusnivån hade vi dock overseende med detta. Residualerna för modellen utan integrator visas i fig. 3.9. Standardavvikelsen för residualerna var  $6.9 \cdot 10^{-4}$ , dvs liten i förhållande till signalnivån.
- Reproducerbarheten prövades genom simulering av modellen med andra insignaler än de identifieringen grundats på. Detta gav ett fullt acceptabelt resultat utan synbara avvikelser från tidigare simuleringar.

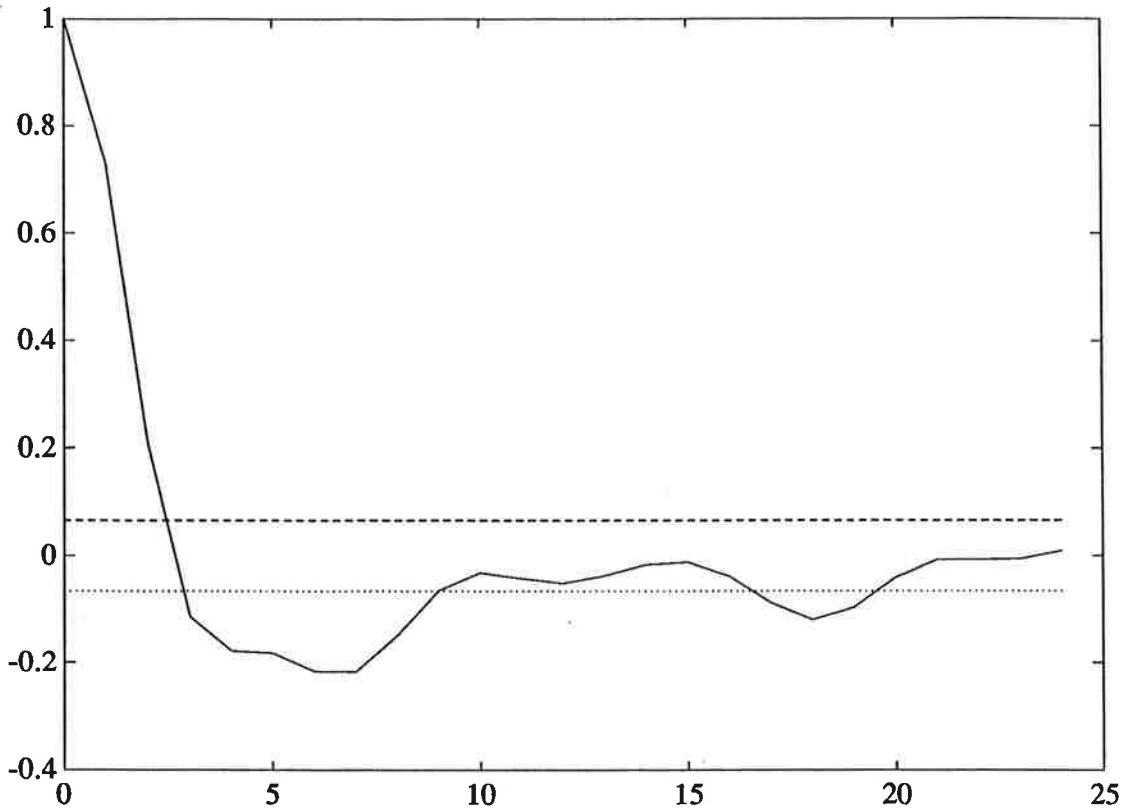


Figur 3.6 Simulerad (streckad) och verklig utsignal (heldragen) för modell utan integrator.

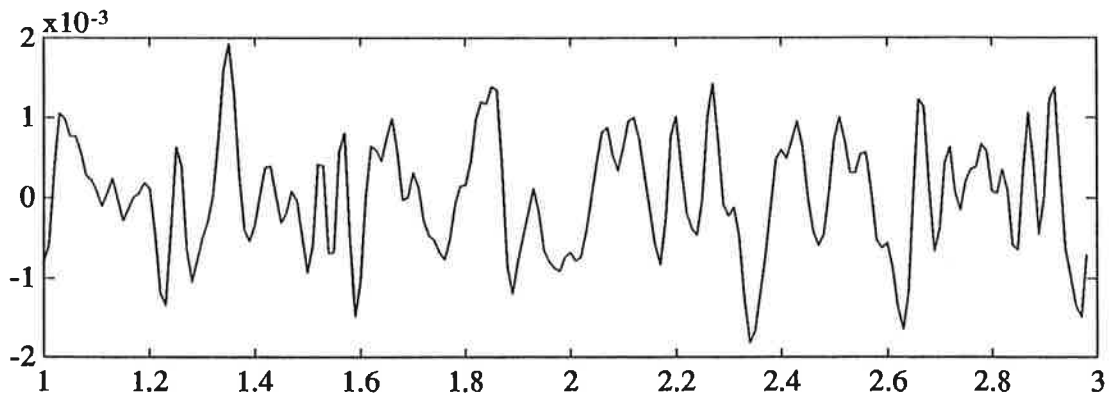


Figur 3.7 Simulerad (streckad) och verklig utsignal (heldragen) för den kompletta modellen.

### CORRELATION FUNCTION OF RESIDUALS



Figur 3.8 Korrelation mellan residualer.



Figur 3.9 Residualerna för simuleringen i fig. 3.6

Den erhållna diskreta överföringsfunktionen kan översättas till kontinuerlig tid. Karakteristiska-polynomet får då följande utseende:

$$A(s) = s(s + 1/T)(s^2 + 2\zeta\omega_0 + \omega_0^2)$$

$$\zeta = 0.10$$

$$\omega_0 = 112 \text{ rad/s}$$

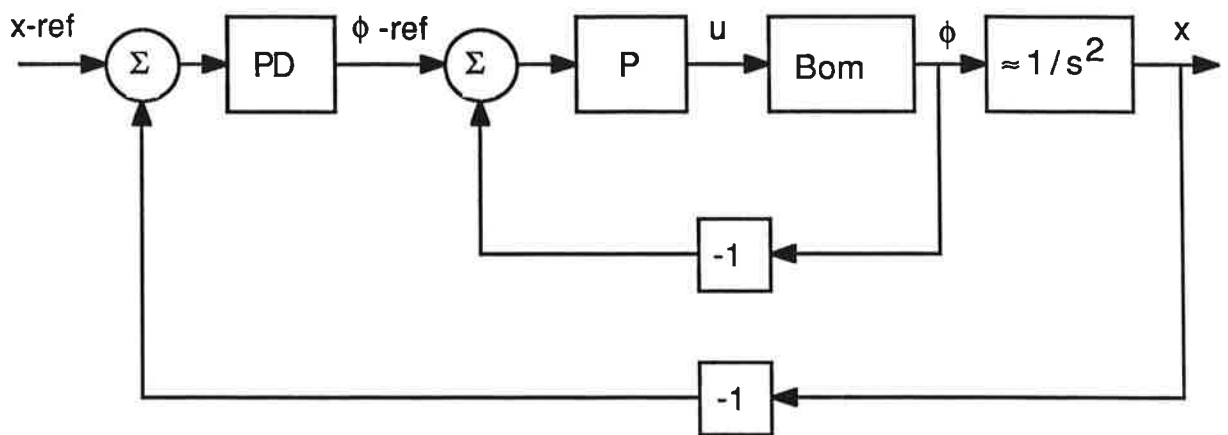
$$T = 3.7 \text{ s}$$



## 4. Kulläge

### Experimentvillkor

Till dessa mätningar användes samma datainsamlingsprogram som i den förra delprocessen. Som regulator implementerades två kaskadkopplade PID-regulatorer (Fig. 4.1).



Figur 4.1 Blockschema för hela systemet.

Då kulan har betydligt långsammare dynamik än själva bommen, behövdes betydligt längre dataserier, i tid räknat. Den använda modula-kompilatorn tillät inte insamling av mer än 2000 sampel. Det var därför nödvändigt att minska samplingsfrekvensen. En halvering från  $100\text{Hz}$  till  $50\text{Hz}$  gav betydligt sämre reglering och ytterligare minskningar fick kulan att ramla av bommen. Experimentet utfördes därför med en samplingsfrekvens på  $100\text{Hz}$  för regulatorn och insamling av data med  $20\text{Hz}$ . En PRBS-signal användes som referenssignal till kulans läge.

### Inledande spektralanalys

De resultat som erhöles med spektralanalys på dataserierna i Matlab visade sig vara mycket svårtolkade. Det kan finnas flera orsaker till detta.

- Regulatorns ordning var lägre än processens, varför det fanns risk att regulatorn identifierades. (Den fungerade för övrigt förträffligt.)

- Vi tvingades använda så låg samplingsfrekvens, att risk för invikningsproblem inte kunde uteslutas.
- Dataserierna var för korta.

Det finns dock åtgärder som skulle kunna motverka dessa effekter.

- Förbättring av insignalens excitation. Problem uppstår då att få kulan att bibehålla kontakt med bommen.
- Förfiltrering av signalerna för att skära bort frekvenser över Nyquist-frekvensen. Ett sådant online-filter med tillräckliga prestanda skulle bli långt och därmed medföra stora tidsfördröjningar.
- Användning av programspråk som tillåter längre dataserier.

Som en följd av projektets till omfånget expanderande karaktär avbröts härvid alla vidare identifieringsförsök av kulans dynamik.

## 5. Slutord

Projektets ursprungliga mål var att ta fram en modell för kulans rörelser på bommen. Syftet var att få underlag för design av en väl fungerande regulator.

Vi har här presenterat en lineär modell för bommens egendynamik i form av en tidsdiskret överföringsfunktion från motorspänningen till bomvinkeln. Behandlingen av kulans dynamik är inte komplett.

Man finner i denna rapport, att endast ett fåtal av projektets otaliga svårigheter har bearbetats. Mycket arbete återstår för att erhålla en allomfattande beskrivning av den totala processen. Vi har givit förslag till åtgärder för vidare undersökningar åt eventuella framtida intresserade.

Vi vill passa på att tacka personalen på Institutionen för Reglerteknik LTH, utan vars hjälp detta projekt inte hade kunnat genomföras. Ett särskilt tack till Michael Lundh och Rolf Johansson för nödig handledning.

# Identifiering av en oljeborrplattformens dynamik

Per-Olof Olsson  
Anders Svensson

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Januari 1988

# 1. Inledning

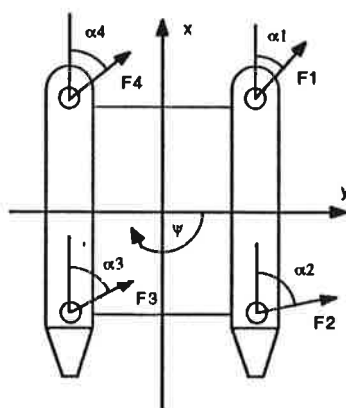
Denna rapport behandlar ett projektarbete utfört under kursen Processidentifiering. Processen på vilken identifieringsexperimenten utförts är en oljeborrugg av s.k. "semi submersible" typ, dvs. en flytande plattform som kan positioneras med hjälp av drivmotorer, s.k. thrusters. Plattformen utgör ett dynamiskt system med flera in- och utsignaler. Insignalerna är t.ex. krafterna från drivmotorerna och utsignalerna är plattformens position. Rapporten beskriver försök att finna denna dynamik ur data från ett modellförsök vid Skeppsprovninganstalten, SSPA, i Göteborg. Data härstammade från två olika försök. Vid det första användes "soft mooring", dvs. plattformen hölls på plats passivt med hjälp av tunga kedjor från plattformen till botten. Vid det andra försöket hölls plattformen fixerad med dynamisk positionering, dvs. med hjälp av de vridbara drivmotorerna i plattformens fyra hörn. Data från det senare försöket användes för identifieringsexperimenten. Detta innebär att identifieringen gjorts i slutan loop.

## 2. Förstudie

Vid Skeppsprovsningsanstalten i Göteborg finns bassänger i vilka sjöegenskaperna hos fartyg, oljeborrplattformar och andra farkoster kan provas. De data som fanns tillgängliga var loggade under ett experiment med en modell i skala 1:25 av plattformen GVA 4000 (den verkliga plattformen har måtten 85x77 m och ett displacement på 25300m<sup>3</sup>). Modellen hölls på plats med s.k. dynamisk positionering. I reglersystemet användes PID-regulatorer. Totalt var det 16 st. olika mätvariabler, som lagrades med en samplingsfrekvens motsvarande den verkliga frekvensen 1 Hz. Inspehningen gjordes under ca. 12 minuter. Data omfattar:

- Position i x-led  $\Delta x$ , "surge".
- Position i y-led  $\Delta y$ , "sway".
- Vinkelposition kring z-axeln  $\Delta\psi$ , "yaw".
- Våghöjden.
- Motorernas avgivna tryckkrafter,  $F1 - F4$ .
- Tryckkrafternas riktningar i plattformens koordinatsystem,  $\alpha1 - \alpha4$ .
- Motorernas varvtal, fyra kanaler.

Beteckningar och koordinatsystem framgår av figur 2.1.



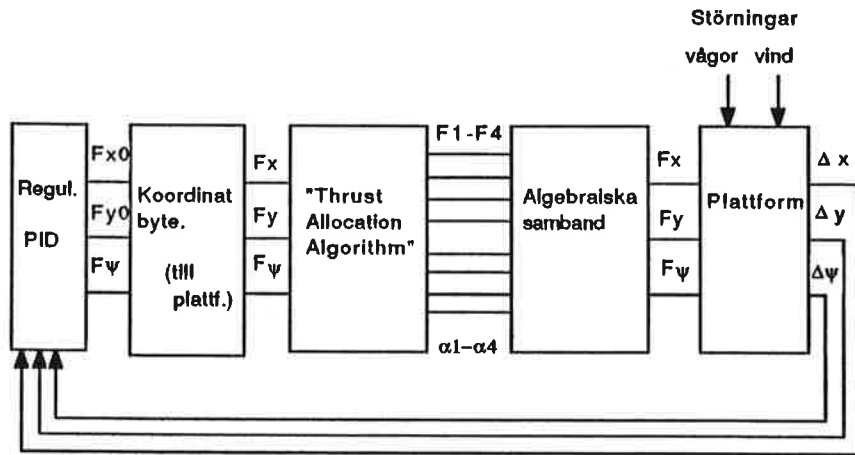
Figur 2.1 Beteckningar för krafter och riktningar, samt koordinatsystem

Riggens dynamik skulle kunna ses som ett system med åtta insignaler dvs. motorernas tryckkrafter och deras riktningar, samt tre utsignaler, (surge, sway, yaw) beskrivande plattformens position. Insignalerna är ej oberoende utan en reduktion kan göras till tre resulterande insignaler:

- Kraftkomposant i x-led.
- Kraftkomposant i y-led.
- Tryckkrafternas moment kring plattformens centrum.

Med detta val erhålles därför en processmodell med tre insignaler och tre utsignaler. Figur 2.2. visar förutom detta hur det slutna systemet är uppbyggt. Regulatorn baserar sin styrsignal på avvikelser från referenspunkt relativt ett

koordinatsystem fast i havsbotten. Denna omvandlas till tre styrsignaler relativt koordinatsystem fixerat till plattformen. De så erhållna styrsignalerna överförs via en speciell "trust allocation algorithm" till åtta styrsignaler, (fyra krafter och fyra kraftriktningar). Via algebraiska samband reduceras sedan dessa för att erhålla de av oss valda processinsignalerna. Dessa består av en uppdelning av motorkrafterna i komponenter längs koordinataxlarna, samt det från motorkrafterna resulterande vridmomentet kring plattformens centrum.



Figur 2.2 Blockschemat vid dynamisk positionering

Förutom de tre insignalerna verkar två kraftiga störningar på systemet, nämligen vågor och vind. Tillgängliga data gällde ett försök utan vind. Eftersom vågampplituden mättes, fanns möjligheten att eventuellt använda denna för att skatta inverkan av vågstörningen på utsignalerna.

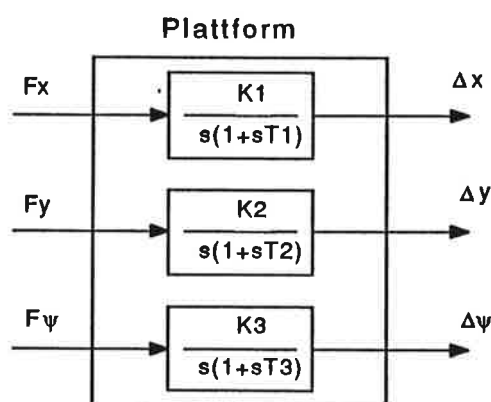
### 3. Modellbygge

För att utgående från fysikaliska principer erhålla en modell tittade vi naturligt på beteendet hos en motordriven farkost. Betraktar man oljeborrplattformen på detta sätt finner man snart att beteendet t.ex. i x-led bör vara likartat med en motordriven farkost men med skalade parametrar. Vid start från stillastående med fullt motorpådrag bör ej hastigheten visa upp några oscillativa egenskaper, utan ha ett någorlunda exponentiellt beteende med en högsta hastighet som stationär gräns. Vidare bör i dynamiken ingå en integrator. Denna slutsats dras enkelt om man tittar på förskjutning vid ett konstant motorpådrag skilt från noll. I stationaritet med konstant motorpådrag erhålles en konstant hastighet, som ger upphov till ett i tiden linjärt växande avstånd. Detta svarar just mot stegsvaret för en ren integrator, varför överföringsfunktionen från motorpådrag till läge både i x- och y-led bör innehålla en integrator. Av detta resonemang sluter man sig till en modell med utseendet

$$G(s) = \frac{K}{s(1+sT)}$$

Beaktas även eventuella tidskonstanter i drivmotorerna kan även en grövre modell behöva utvidgas med ytterligare tidskonstanter. Ett mycket likartat resonemang leder till samma modellutseende för beteendet vid vridning kring z-axeln.

Symmetrin hos plattformen ger också för handen att eventuella korskopplingar mellan x- och y-riktning bör vara små. Modellbygge enligt fysikaliska principer ger därför ett isärkopplat system bestående av tre delar enligt figur 3.1.

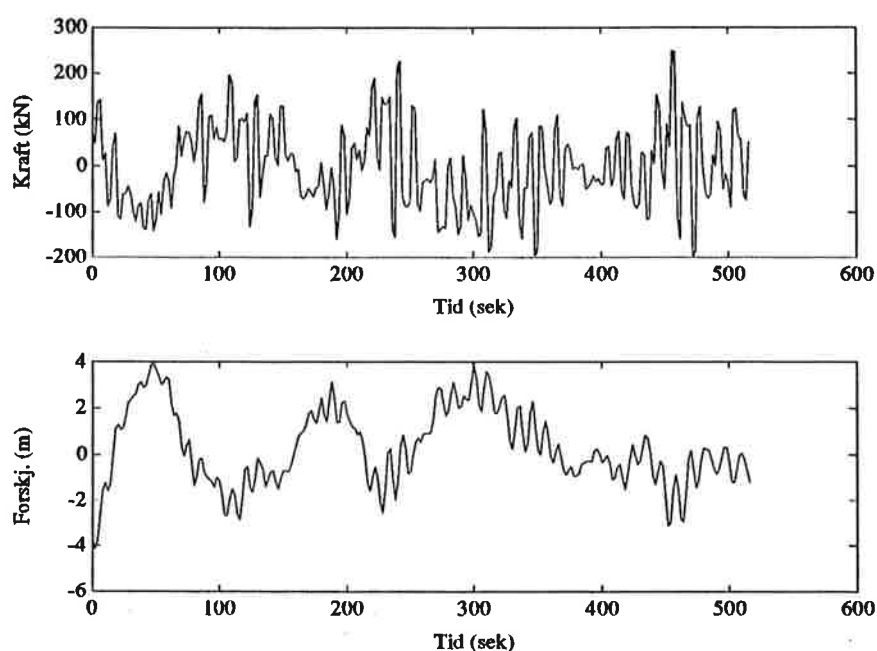


Figur 3.1 Förenklat MIMO system



## 4. Spektralanalys

För att evaluera slutsatser från modellbygget, samt för att studera eventuella icke modellerade korskopplingar och avvikande beteenden utfördes spektralanalys på data. Typiskt utseende hos signalerna ses i figur 4.1.

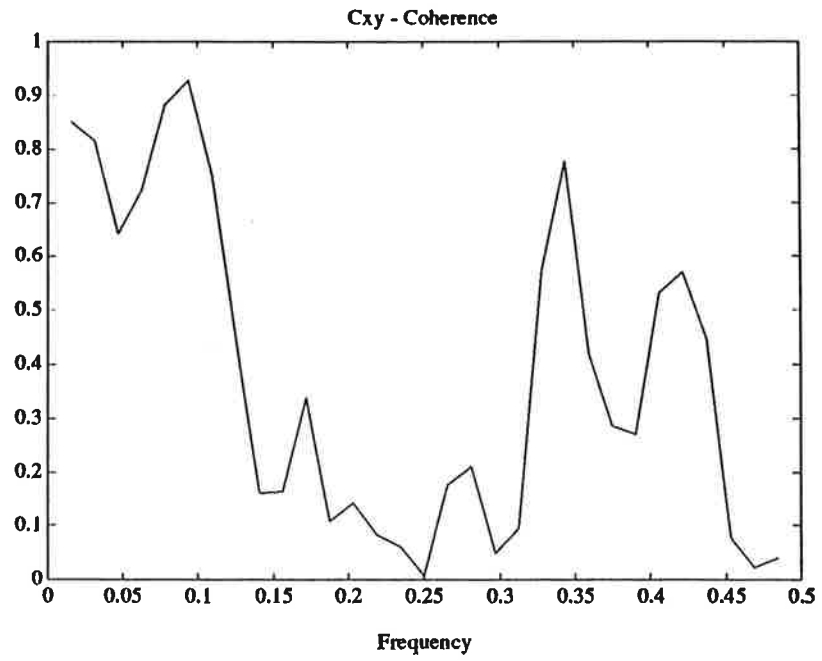


Figur 4.1 Övre figur: Kraft i x-led (insignal). Undre figur: Förskjutning i x-led (utsignal).

I analysen ingick studium av signalernas spektralinnehåll, men också skattning av överföringsfunktion och koherensfunktion. Dessa skattningar visar vilka kopplingar som finns mellan olika in- och utsignaler. Det faktum att våra data var tagna från en process i sluten loop samt att den enda egentliga excitationssignalen var vågorna, vars spektrum var centrerat kring en viss vågfrekvens, gjorde att spektralanalysen var något svår att få ut konkreta resultat ur. Anledningen till detta framgår också av fortsättningen.

Med MATLABs hjälp skattades koherensfunktionen mellan de olika in- och utsignalerna. Ett typiskt resultat visas i figur 4.2. Figur 4.2 visar att även om koherensen inte är god mer än i delar av frekvensintervallet, borde det vara möjligt att hitta en modell, som åtminstone representerar dynamiken i det lågfrekventa området.

Vi övergick i detta skede till parametrisk identifiering. Emellertid insåg vi senare, att vissa skattningar av systemets fas gav märkliga resultat. Fasen visade ett växande beteende, vilket tydde på att systemet var icke-kausalt. Detta visade sig också vara fallet då vi provade identifiering av det inversa systemet. Vi tittade också på koherensen mellan våghöjd och plattformens position. Om det fanns ett samband mellan dessa signaler, skulle detta eventuellt kunna användas för framkoppling. Som väntat erhöles god koherens kring



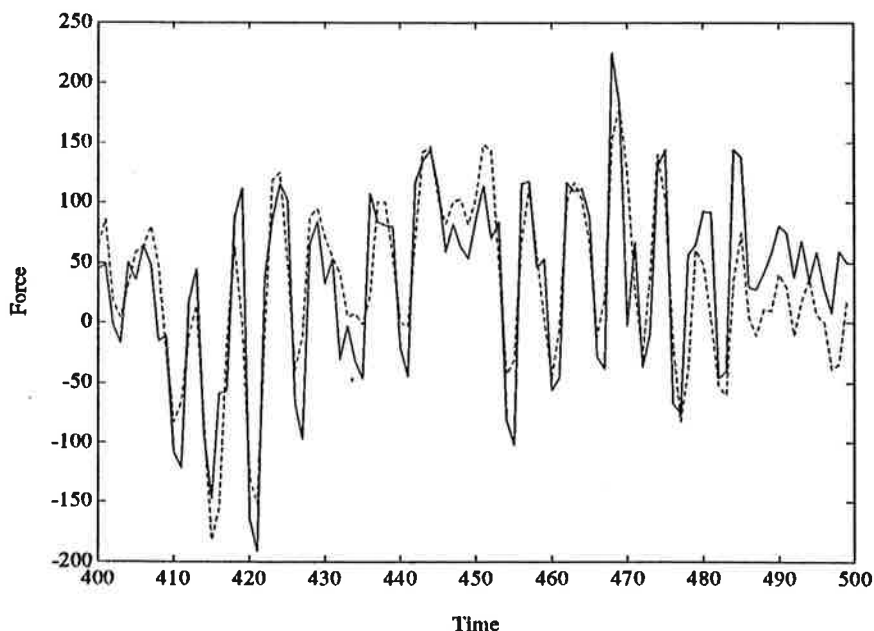
**Figur 4.2** Koherensfunktion mellan kraft i x-led och förskjutning i x-led

vågfrekvensen. Denna typ av framkoppling är emellertid ur praktisk synpunkt något orealistisk bl.a. med tanke på plattformens utsträckning relativt vågorna.

## 5. Parametrisk Identifiering

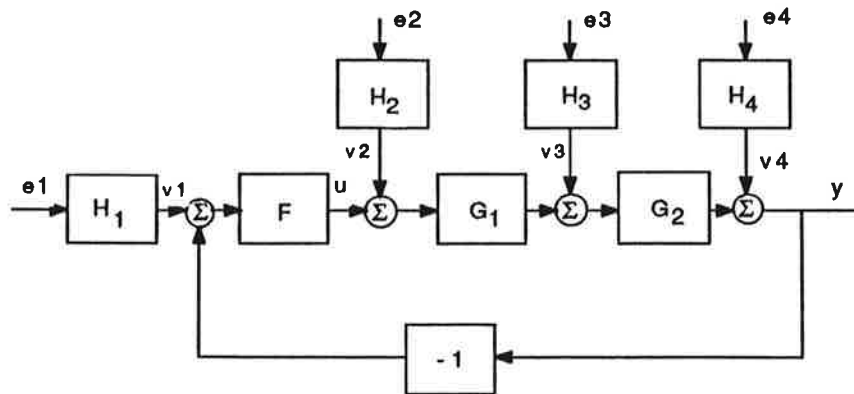
Vi antog i ett första skede att det i systemet inte fanns några "korskopplingar". Vi försökte därför identifiera tre frikopplade SISO-system, dvs. sambanden mellan x-kraft och x-position, y-kraft och y-position samt mellan vridmoment och vinkeläge kring z-axeln. Försök att lätta dessa ledde till en stor mängd identifieringsexperiment med varierande modellstruktur (ARMAX, ARIMAX, BOX-JENKINS, PEM) och varierande modellordningar. Någorlunda tillfredställande resultat erhöles endast för modell i x-riktningen, där vi fick förhållandevis god överensstämmelse mellan verklig och simulerad utsignal, detta dock först efter att ha plockat endast vartannat datavärde och eliminerat trender.

På grund av att den enda exciterande signalen av betydande amplitud var våg-störningen, kunde man förvänta sig vissa identifieringsproblem. Riktigheten i detta prövades genom identifiering av det inversa systemet dvs. med positioner som insignaler och krafter som utsignaler. De resulterande modellerna gav god reproducerbarhet av data, se figur 5.1.



Figur 5.1 Den identifierade regulatorns utsignal i y-riktning. Verklig (heldragen) och simulerad (streckad)

Slutsatsen är enkel. Det är regulatorns dynamik som till största delen visar sig i data. För att utröna under vilka förutsättningar man förlorar identifierbarhet av det öppna systemet, plockade vi fram simuleringsmacron för systemet enligt figur 5.2. Som testprocess använde vi en samplad version av en modell med en tidskonstant och integrator, vilken delats upp i  $G_1$  och  $G_2$ . Regulatorn beräknas med polynomdesignmetod enligt känt manér. På grund av uttalanden i litteraturen om att ökad identifierbarhet av processen kan erhållas antingen genom att använda en regulator av hög ordning eller genom



Figur 5.2 Systemet som användes vid simuleringar. Process  $G_1$  och  $G_2$ . Regulator  $F$ . Störningar och insignalerna  $v_1-v_4$

att låta det slutna systemet vara dåligt dämpat, valde vi att studera två fall. *Reg1* är av låg ordning och ger ett väl dämpat och snabbt slutet system. *Reg2* är av hög ordning och ger ett långsamt dåligt dämpat slutet system. Macron finns listade i appendix. I samtliga fall nedan har vi förutsatt kännedom om alla polynoms gradtal och identifierat med utgångspunkt från detta. För varje framtagna dataserie har gjorts försök att identifiera det öppna systemet samt att identifiera dess invers. Inversen kommer ofta att visa sig vara identisk med använd regulator, dvs. man har ej identifierbarhet av processen. Resultaten visar därmed omedelbart, vad som kan eller inte kan identifieras ur in- och utsignalsdata under gällande experimentvillkor. Endast störningar av typen oberoende vitt normalfördelat brus med variansen 1 användes. Varierande angreppspunkter hos brus med tillhörande resultat, vad beträffar direkt identifierbarhet av det öppna systemet, listas nedan.

Kontinuerliga poler var för

- Process:  $s = 0, -0.2$
- Slutna systemet med *Reg1*:  $s = -0.7, -0.7$
- Slutna systemet med *Reg2*:  $s = -0.02 \pm i 0.2, -0.01 \pm i 0.1$ .

Samplingsintervall var  $h = 1$  sek. Kommandot ARMAX i MATLAB användes vid identifieringen.

Vi erhöll följande resultat

#### Excitation med $V_1$

*Reg1*  $G_1G_2$  identifierbart med stor noggrannhet. Inversa systemet är därför  $(G_1G_2)^{-1}$ , vilket i vårt fall är icke-kausalt. Försök att identifiera ett kausalt inverst öppet system gav därför också som väntat en dålig modell.

*Reg2* Även här var som väntat processen identifierbar.

#### Excitation med $V_2$

*Reg1*  $G_1G_2$  ej identifierbart. Identifiering av inversa systemet gav modell identisk med använd regulator dvs endast regulatorns dynamik syns i data.

*Reg2* Ej någon ökad möjlighet att hitta processen i data, ty samtliga regulatorparametrar hittades med hög precision vid identifiering av inversa systemet.

#### **Excitation med $V_4$**

*Reg1* Regulatorn hittades vid identifiering av inversa systemet.

*Reg2* Ingen ändring i identifierbarhet.

#### **Excitation med $V_1$ och $V_2$**

*Reg1* Varken process eller regulator kunde hittas med någon godtagbar precision.

*Reg2* Ej märkbar ökning av identifierbarhet av processen.

#### **Excitation med $V_1$ och $V_4$**

*Reg1* Kan ej hitta process.

*Reg2* Ej märkbar ökning av identifierbarhet.

#### **Excitation med $V_2$ och $V_4$**

*Reg1* Hittar med god precision regulatorn vid identifiering av inversa systemet.

*Reg2* Samma resultat som för regulator 1.

#### **Excitation med $V_2$ , $V_3$ och $V_4$**

*Reg1* Hittar ej process med väl regulatorn.

*Reg2* Ingen ändring i identifierbarhet.

### **Slutsatser**

Våra slutsatser dels av försöken att identifiera fram en modell av oljeborrplattformen och dels av resultaten av simuleringsexperimenten blir enkla och korta. Den enda signal som exciterat vårt slutna system är vågorna vilka har en angreppspunkt liknande  $V_2$  i våra simuleringar. Vågorna innehåller dessutom ett relativt smalt spektrum och, om man över huvud taget kan identifiera fram någon processmodell, så bör denna till allra största delen vara en dynamisk modell av den inversa regulatorn och ej av den verkliga processen.

## 6. Referenser

KÄLLSTRÖM, C. G. OCH BYSTRÖM L., "Dynamic positioning of a Semi-Submersible - Results of scale model tests and computer simulations.," *International Conference on Stationing & Stability, Glasgow, Scotland, 16-18 juni 1986.*

LITTLE J. ET AL., *PRO-MATLAB User's Guide*, Math Works Inc., Sherborn, MA. U.S.A.

SÖDERSTRÖM, T., *Lecture notes in identification*, ISSN 0346-8887, Reprintcentralen HSC, 1984..

# Appendix.

Nedanstående MATLAB makron användes vid våra försök med identifierbarhet.

```
function [Y,U,Qf,Pf]=mkdata(d1,d2,d3,d4,amdeg);  
%function [Y,U,Qf,Pf]=mkdata(d1,d2,d3,d4,amdeg);
```

```
%Observ that rst design is done in forward shift represent.  
%Apart from this everything is in backward shift represent.
```

```
Q1=[0.4683 0.4381];  
P1=[ 1 -0.8187];  
Q2=[0 1];  
P2=[1 -1];
```

```
a=conv(P1,P2);  
bplus=Q1;  
bminus=1;  
temp=[1 -0.5];  
amdeg=2;  
for i=1 : amdeg,  
    am=conv(temp,am);  
end;  
bm=(0.5)^amdeg;  
a0=[1 -0.5];  
ar=1;  
[r,s,t]=rst(a,bplus,bminus,[1 -0.5],0.5,a0,ar);  
Pf=r;  
Qf=[ zeros(length(r)-length(s)) s];
```

```
rand('normal');
```

```
nollor=zeros(200);  
if d1==1,  
    v1=rand(200);  
else  
    v1=nollor;  
end;
```

```
if d2==1,  
    v2=rand(200);  
else  
    v2=nollor;  
end;
```

```
if d3==1,
```

```

v3=rand(200);
else
v3=nollor;
end;

if d4==1,
v4=rand(200);
else
v4=nollor;
end;

A=conv(P1,conv(P2,Pf)) + conv(Q1,conv(Q2,Qf));
B1=conv(Q1,conv(Q2,Qf));
B2=conv(Q1,conv(Q2,Pf));
B3=conv(P1,conv(Q2,Pf));
B4=conv(P1,conv(P2,Pf));

th=mktheta(A,[B1;B2;B3;B4],[0],1,[1 1 1 1]')
data=[v1 v2 v3 v4];
Y=idsim(data,th);

thf=mktheta(Pf,[Qf;-Qf],[0],1,[1;1]);
dataf=[v1 Y];
U=idsim(dataf,thf);

```

```

function [Y,U,Qf,Pf]=mkdata2(d1,d2,d3,d4,bm,am);
%function [Y,U,Qf,Pf]=mkdata2(d1,d2,d3,d4,bm,am);

```

```

%Observ that rst design is done in forward shift represent.
%Apart from this everything is in backward shift represent.

```

```

Q1=[0.4683 0.4381];
P1=[ 1 -0.8187];
Q2=[0 1];
P2=[1 -1];

```

```

a=conv(P1,P2);
bplus=Q1;
bminus=1;
a0=[1 -0.3];
ar=1;

```



```

[r,s,t]=rst(a,bplus,bminus,am,bm,a0,ar,1);
Pf=r;
Qf=[zeros(1,length(r)-length(s)) s];

rand('normal');

nollor=zeros(200,1);
if d1==1,
    v1=rand(200,1);
else
    v1=nollor;
end;

if d2==1,
    v2=rand(200,1);
else
    v2=nollor;
end;

if d3==1,
    v3=rand(200,1);
else
    v3=nollor;
end;

if d4==1,
    v4=rand(200,1);
else
    v4=nollor;
end;

A=conv(P1,conv(P2,Pf)) + conv(Q1,conv(Q2,Qf));
B1=conv(Q1,conv(Q2,Qf));
B2=conv(Q1,conv(Q2,Pf));
B3=conv(P1,conv(Q2,Pf));
B4=conv(P1,conv(P2,Pf));

th=mktheta(A,[B1;B2;B3;B4],[0],1,[1 1 1 1]');
data=[v1 v2 v3 v4];
Y=idsim(data,th);

thf=mktheta(Pf,[Qf;-Qf],[0],1,[1;1]);
dataf=[v1 Y];
U=idsim(dataf,thf);

```

# Människans balansdynamik

Joakim Wiklund  
Micael Åkesson

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Januari 1988

# MÄNNISKANS BALANSDYNAMIK

## PROJEKT I PROCESSIDENTIFIERING 1987

**Författare:** **Joakim Wiklund** F-sektionen Lunds Tekniska Högskola.  
**Micael Åkesson** Inst för Öron-, Näs- och Hals-sjukdomar  
Lunds Lasarett.  
**Handledare:** **Rolf Johansson** Inst för Reglerteknik, Lunds Tekniska Högskola.

### SAMMANFATTNING

Denna rapport beskriver försök utförda på balansplatta för att försöka beskriva balansdynamiken hos människan. Genom att störa det somatosensoriska informationssystemet med hjälp av stimulering mot vadmuskulerna kan försökspersonen få att svaja mer än normalt. Med reglertekniska metoder definieras ett samband mellan störning och svaj.

# 1. Inledning

## 1.1 Syfte

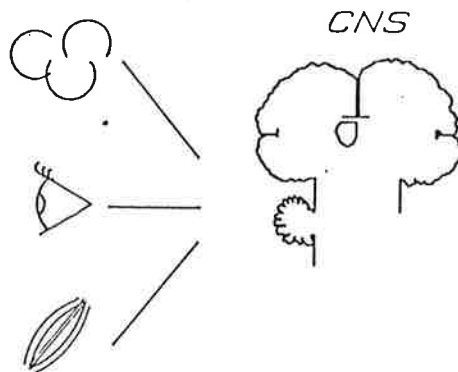
Störning av det posturala systemet, balanssystemet, kan framkalla yrsel och balanssvårigheter. För att kunna ge en korrekt behandling är det viktigt att kunna ställa en riktig diagnos på en balansstörning och att kunna skilja på en perifer och central skada. Störningen eller skadan är perifer om den påverkar en eller flera givare. Den är central om den är lokaliserad till CNS (Centrala Nerv Systemet), det vill säga ryggmärgen, hjärnstammen, lillhjärnan eller hjärnan. Syftet med denna undersökning är att med hjälp av reglertekniska metoder försöka beskriva människans balanssystem. Vår förhoppning är att det skall kunna leda till en ny diagnosmetod för balansstörningar.

## 1.2 Det posturala systemet

Det posturala systemet, balanssystemet, kontrollerar kroppens läge och rörelser, se figur 1.1 Systemet hämtar i huvudsak information från tre olika sensoriska givare:

1. Information från innerörats balansorgan, vestibularis, dvs bäggångar och otolitorgan.
2. Visuell information.
3. Information från känselkroppar i hud, muskler, sensor och leder, så kallad somatosensorisk information.

All information från ögon, det somatosensoriska systemet och vestibularis bearbetas och sammanställs i CNS, se figur 1.1. Hjärnstammen sammanställer signaler från de olika sensoriska givarna. Hjärnstammen och lillhjärnan övervakar korrektiva rörelser och muskulära reflexer.

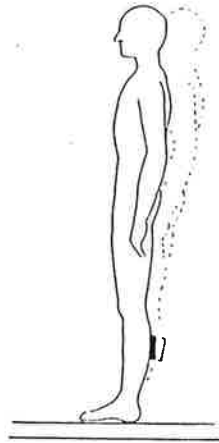


Figur 1.1 Tre viktiga delar i det posturala systemet. CNS=Centrala Nerv Systemet, dvs hjärnan, lillhjärnan, hjärnstammen och ryggmärgen.

### 1.3 Försöksuppställning

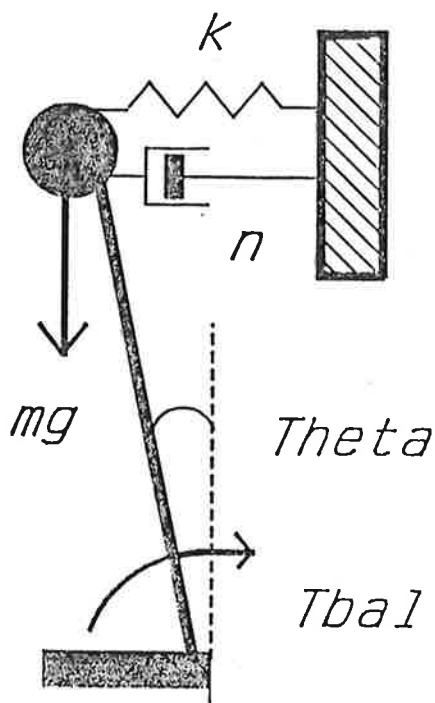
För att utföra mätningar på människans balanssystem har vi använt en balansplatta. Den mäter momenten i x- och y-led med hjälp av trådtöjningsgivare. Som insignal används en PRBS-signal (Pseudo Random Binary Sequence), vilken i sin tur styr stimulatorer placerade på försökspersonens vader. En stimulator utgörs av en vibrator som består av en ihålig metallcylinder med en likströmsmotor inuti. Likströmsmotorn driver runt en tyngd som får cylindern att vibrera. Vid försöken används en vibrationsfrekvens på ca 60 Hz. Data samplas med 20 Hz under 200 sekunder. Försökspersonen står på balansplattan utan skor, med armarna korslagda över bröstet och fötterna i 30 graders vinkel. Försöken utförs dels med slutna ögon, dels med öppna ögon, då en fix punkt på väggen framför personen skall fixeras.

Vibrationen orsakar en störning av den somatosensoriska informationen från musklerna, se figur 1.2. Störningen leder till att felaktig läges- och hastighetsinformation förmedlas. Detta resulterar i att försökspersonen upplever, att hon faller framåt. Försökspersonen kompenserar automatiskt "felet" genom att luta sig bakåt. Då vibratorerna slås till och från slumpmässigt, kommer försökspersonen att svaja mer än normalt på balansplattan. Det är detta svaj och stimuleringsignalen, som vi registrerar.



Figur 1.2 Försöksperson, med vibratorer på vadera, stående på balansplatta.

## 2. Modell



Figur 2.1 Modell av kroppen som inverterad pendel.

Den modell vi använder för att beskriva människokroppen är utvecklad av Johansson [1]. Modellen förutsätter följande:

1. Stel kropp med massan  $m$  [kg].
2. Tyngdpunkten på höjden  $l$  [m].
3. Att dynamisk jämvikt råder mellan fotens moment mot balansplattan och de störande krafter som verkar på människokroppen.

Människokroppen beskrivs som en stel kropp bestående av en stel arm med längden  $l$ , som i sin ena ände har människokroppens hela massa  $m$  samlad i en punkt, se figur 2.1. Modellen kan beskrivas som en inverterad pendel. Eftersom en inverterad pendel har ett instabilt jämviktsläge för  $\theta = 0$  måste systemet regleras för att inte falla, dvs kroppen måste motverka gravitationskraften och andra störande krafter, som påverkar balansen. I modellen tages hänsyn till gravitationskraften  $mg$ , samt övriga störande krafter, sammanfattade i ett störande moment  $T_d$ . De reglerande krafterna tänks som en fjäder med fjäderkonstanten  $\kappa$  och en dämpare med dämpkonstanten  $\eta$ , ungefär som stötdämparen på en bil. Det visar sig också nödvändigt att införa en integralterm med integralkonstanten  $\rho$ . Integraltermen kan antas svara mot att högre hjärnfunktioner påverkar regleringen av balansen. Denna modell ger ekvationen:

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = mgl \sin(\theta(t)) + T_{bal} + T_d; \quad J = ml^2 \quad (2.1)$$

Här är  $T_{bal}$  det stabiliserande fotledsmomentet, dvs det reglerande momentet. Tänker man sig  $T_{bal}$  beskrivet som en PID-regulator får man:

$$\begin{aligned} P &: -mgsin(\theta(t)) - \kappa J\theta(t) \\ D &: -\eta J \frac{d\theta(t)}{dt} \\ I &: -\rho J \int_0^t \theta(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.2)$$

Vibrationen  $\nu$  påverkar balanssystemet genom att ge felaktig läges- och hastighetsinformation. Det medför att vi får modifiera P- och D- länkarna enligt:

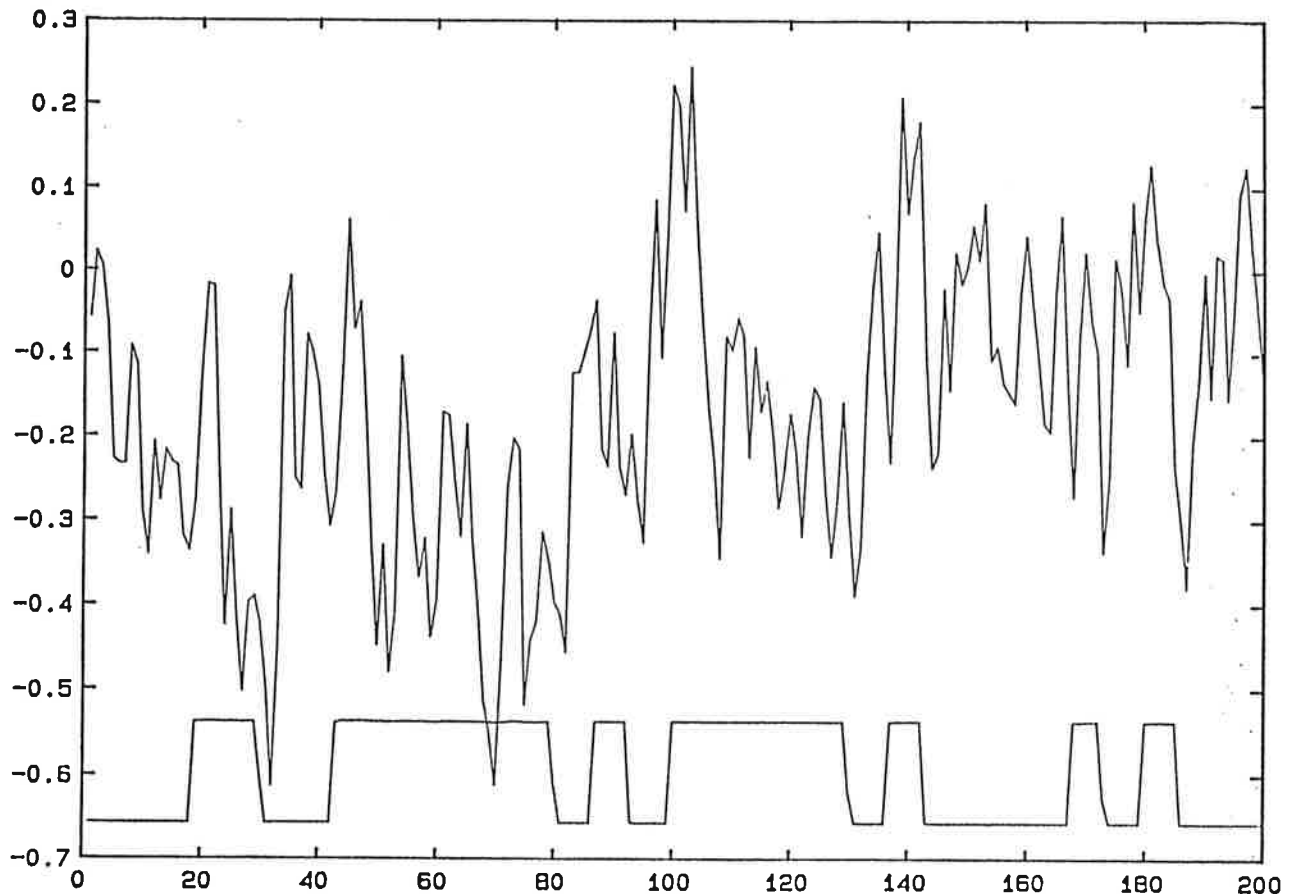
$$\begin{aligned} P &: -mgsin(\theta(t)) - \kappa J\theta(t) + b_1\nu(t) \\ D &: -\eta J \frac{d\theta(t)}{dt} + b_2\nu(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Gör man antagandet att  $\sin(\theta) = \theta$  för små  $\theta$ , fås efter lite räknande en överföringsfunktion, se [1]:

$$\begin{aligned} T_{bal}(s) &\approx (Js^2 - mgl)\theta(s) - T_d(s) \\ &= \frac{(b_1 + b_2)(s^3 - \frac{\rho}{I}s)}{s^3 + \eta s^2 + \kappa s + \rho} V(s) - \frac{\eta s^2 + (\kappa + \frac{\rho}{I})s + \rho}{s^3 + \eta s^2 + \kappa s + \rho} T_d(s) \end{aligned} \quad (2.4)$$

### 3. Signalanalys

Försök som är gjorda med öppna ögon ger mycket sämre koherens än försök, där försökspersonen har slutna ögon. Det beror på att det posturala systemet får tillgång till ytterligare information när ögonen är öppna, se figur 1.1, och följaktligen blir felinformationen från vadmusklerna av mindre betydelse. På grund av detta presenteras endast data från försök med slutna ögon.



Figur 3.1 IN- och UT- signal. X-axeln har skalan [0.2 sek].

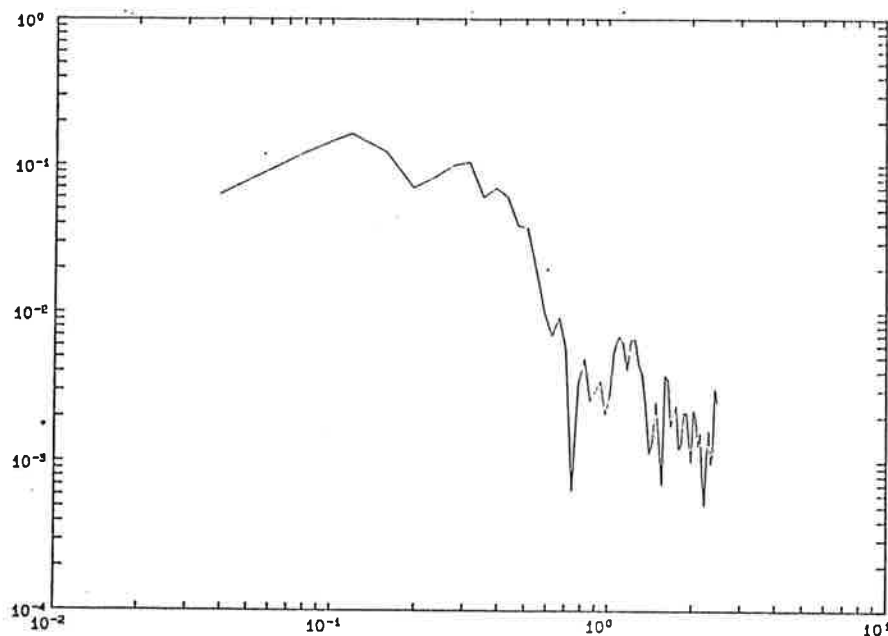
Figur 3.1 visar in- och utsignal. Som insignal används en PRBS-signal. Utsignalen motsvarar svajet i saggittalplanet, dvs framåt-bakåt.

#### 3.1 Icke-parametriska metoder

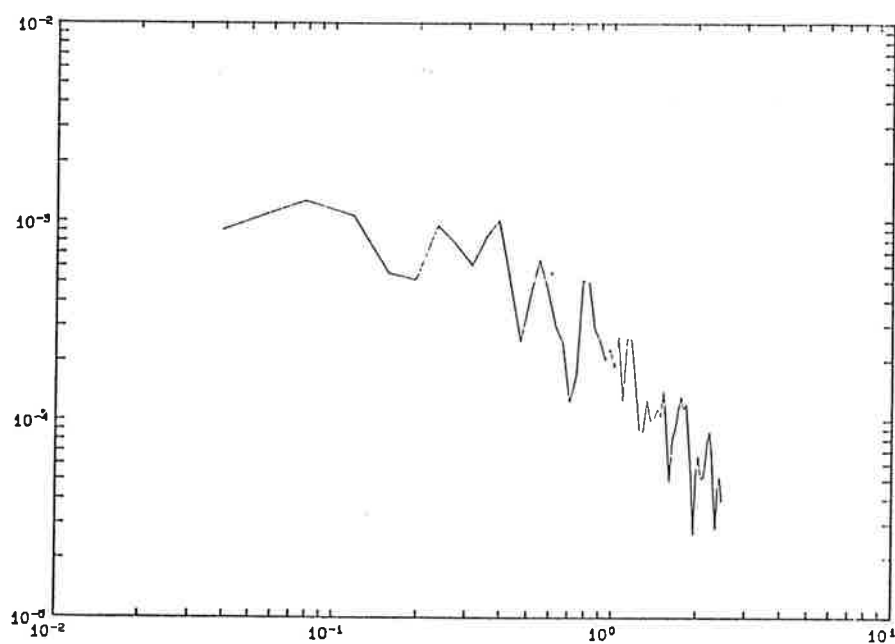
För att undersöka om det finns ett samband mellan in- och utsignal, använder vi oss av icke-parametriska metoder:

1. Autospektrum.
2. Koherens mellan in- och utsignal.
3. Överföringsfunktion beräknad ur spektra.



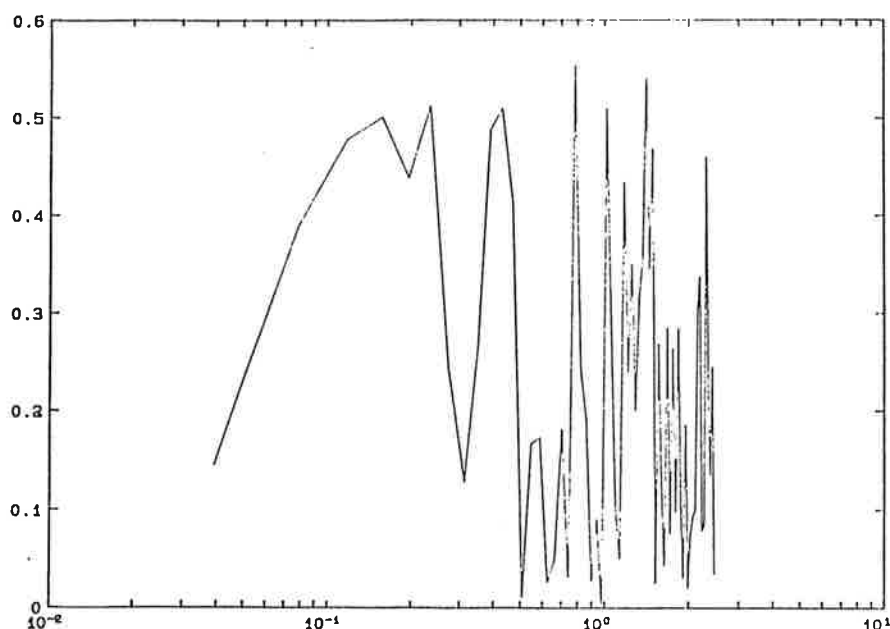


Figur 3.2 Insignal-autospektra. X-axeln har skalan Hz.



Figur 3.3 Utsignal-autospektra. X-axeln har skalan Hz.

1. Både in- och utsignalsautospektra bryter vid ungefär 1 Hz. Det frekvensområde som är intressant för oss ligger dock under 1 Hz, se punkt 2. Man kan med andra ord säga, att insignalen exciterar systemet tillräckligt.
2. Koherens anger, hur mycket av utsignalens beteende som kan förklaras med hjälp av insignalens beteende. Koherensen mellan in- och utsignal



Figur 3.4 Koherens mellan IN- och UT-signal. X-axeln har skalan Hz.

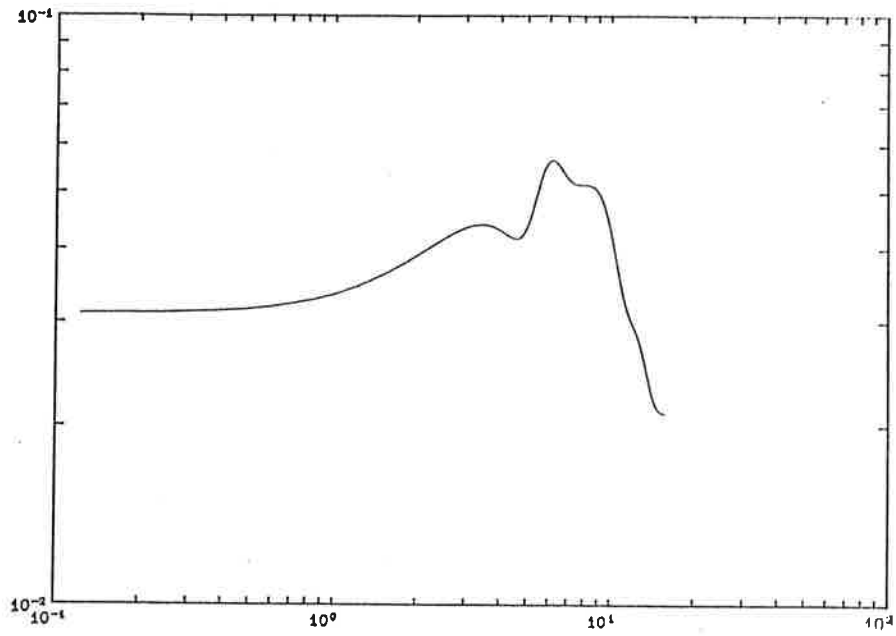
är acceptabel för frekvenser under ca 0.5 Hz, därefter faller den kraftigt. Detta betyder att vi inte kan räkna med att finna en linjär modell, som beskriver sambandet mellan in- och utsignal för frekvenser över 0.5 Hz. Inom detta frekvensområde varierar koherensen mellan 0.3-0.9 beroende på försöksperson. De flesta försökspersoner befinner sig omkring 0.5. Den kraftiga nedgången i koherensen vid ca 0.2 Hz beror antagligen på att andningsfrekvensen syns i utsignalen.

3. Överföringsfunktionen, se figur 3.6, ger en möjlighet att uppskatta tidsfördröjningen  $t_d$ . För höga vinkelfrekvenser  $\omega$  gäller att fasförskjutningen  $= \omega t_d + 90$ . Med  $\omega = 11$  [rad/sek] medför detta:

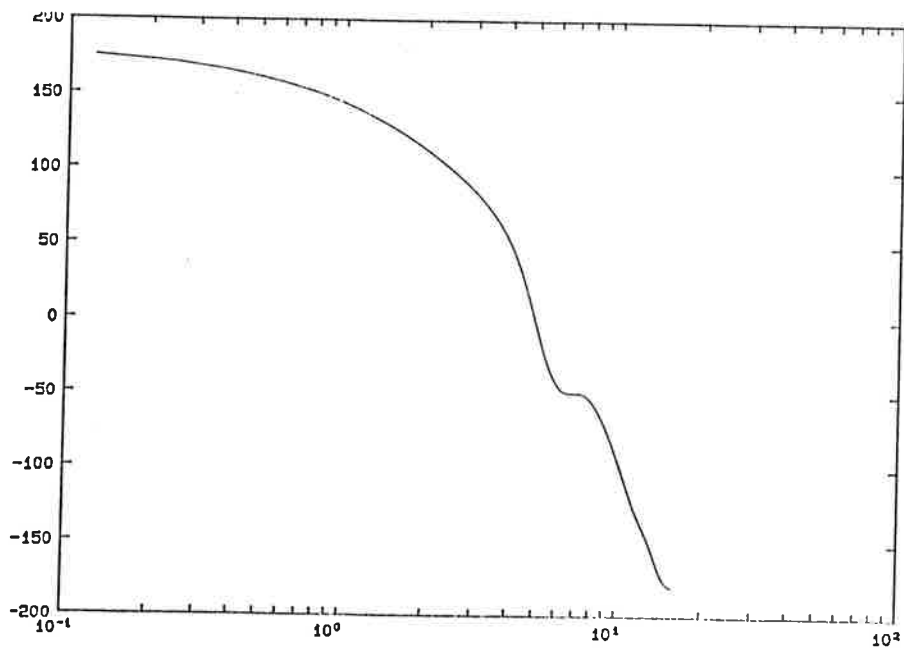
$$t_d \approx \frac{\pi}{180} \frac{(200 - 90)}{11} = 0.17[\text{sek}] \quad (3.1)$$

### 3.2 Parameterskattningar

Fyra olika modeller har undersökts ARX, ARMAX, Box-Jenkins och PEM. Av dessa ger en tredje ordningens Box-Jenkins modell bäst resultat, se appendix 1.



Figur 3.5 Skattad överföringsfunktion, amplitud. X-axeln har skalan [rad/sek].



Figur 3.6 Skattad överföringsfunktion, fas. X-axeln har skalan [rad/sek].

## 4. Slutord

### 4.1 Diskussion

Våra undersökningar har lett oss till en, ur reglerteknisk synvinkel, relativt god modell för det system som vi har undersökt. Men människan är ett komplicerat system, och om modellen är så bra att det går att skilja sjuka ifrån friska med dess hjälp, återstår att se. Det vore dessutom önskvärt att kunna skilja olika sjukdomar åt. För att utröna om detta är möjligt krävs ytterligare studier på ett utökat patientmaterial. Vi arbetar vidare med att samla in detta material. Förhoppningen är, att arbetet skall leda fram till en ny god diagnosmetod vid utredning av balansstörningar.

### 4.2 Slutsatser

Resultaten visar, att det är möjligt att med reglertekniska metoder och en förhållandevis enkel modell, beskriva dynamiken hos människans balanssystem, när det somatosensoriska systemet stimuleras med vibrationer mot vadmusklerna. Med hjälp av Box-Jenkins modell kan konstanterna  $\kappa$ ,  $\eta$  och  $\rho$  i den inverterade pendelns modell skattas. Detta ger en möjlighet till kvantitativa studier av balansstörningar, och därigenom åtminstone en teoretisk möjlighet att hitta en diagnosmetod.

## 1. Referenser

1. R. Johansson, M. Magnusson, M. Åkesson. "Identification of human posture dynamics", Rapport 7373, Institutionen Reglerteknik LTH, november 1987.
2. T. Söderström. *Lecture notes in identification*. Automatic Control and Systems Analysis Group. Department of Technology, Uppsala University. Uppsala 1984.
3. C. Moler, J. Littel och S. Bangert. *PC-Matlab for MS-DOS Personal Computers, User's Guide* The MathWork, Inc. , Sherborn, USA, 1987.

# Appendix 1

Parameterskattningar har gjorts enligt följande:

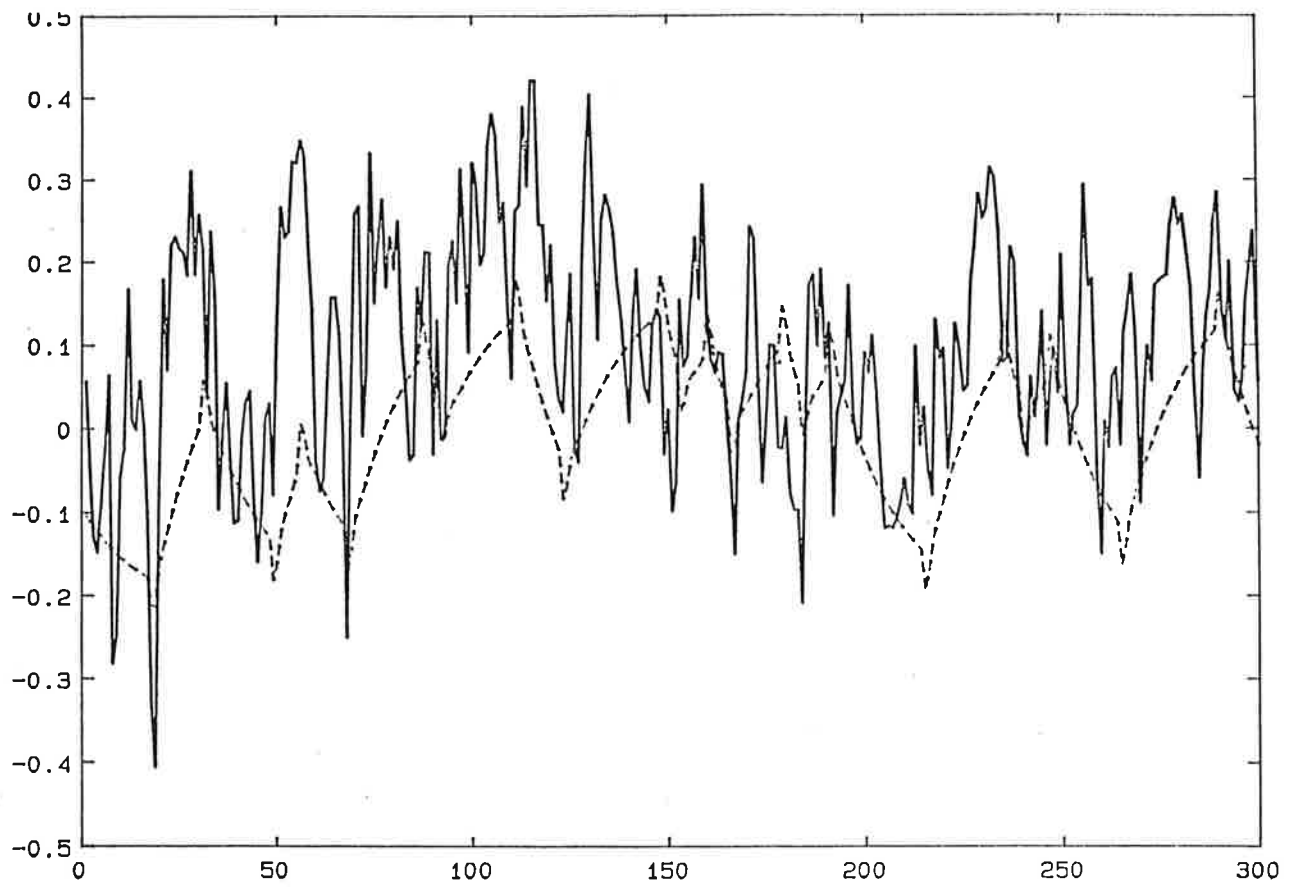
1. ML skattningar av ARMAX- och Box-Jenkins- modeller.
2. Validering:
  - Simulering.
  - Autokorrelation av residualer.
  - Korskorrelationer mellan insignal och residualer.

Eftersom tidsfördröjningen i systemet uppskattats till ca 0.17 sekunder och frekvensinnehållet i in- och utsignal bryter vid ca 1 Hz, är det tillräckligt att sampla data med 5 Hz. Detta material fås genom att vi ur våra data, som samplas med 20 Hz, tar var fjärde punkt. För att inte få bias i skattningarna dras medelvärdena bort, både från insignalen och utsignalen. Om medelvärdet inte är noll i utsignalen beror det på att försökspersonen inte står exakt mitt på balansplattan. Följaktligen blir utsignalen från balansplattan vid "exakt" jämvikt inte noll, utan den skiljer sig emellan olika försök. Vid analysen delas datamängden upp i två delar. En del används vid parameterskattningar och den andra vid simulering och beräkning av statistiska data.

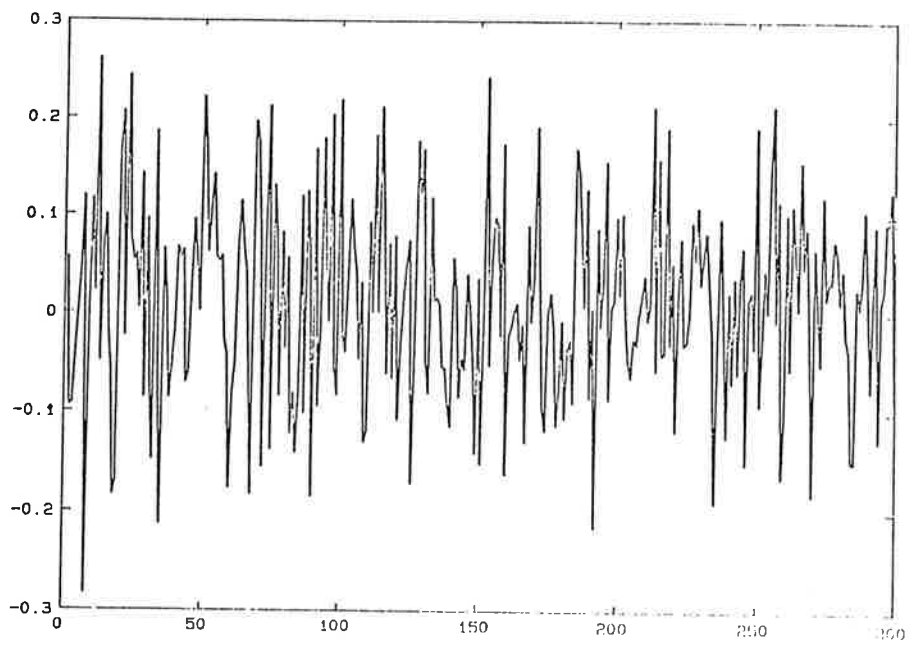
## ARMAX

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t)$$

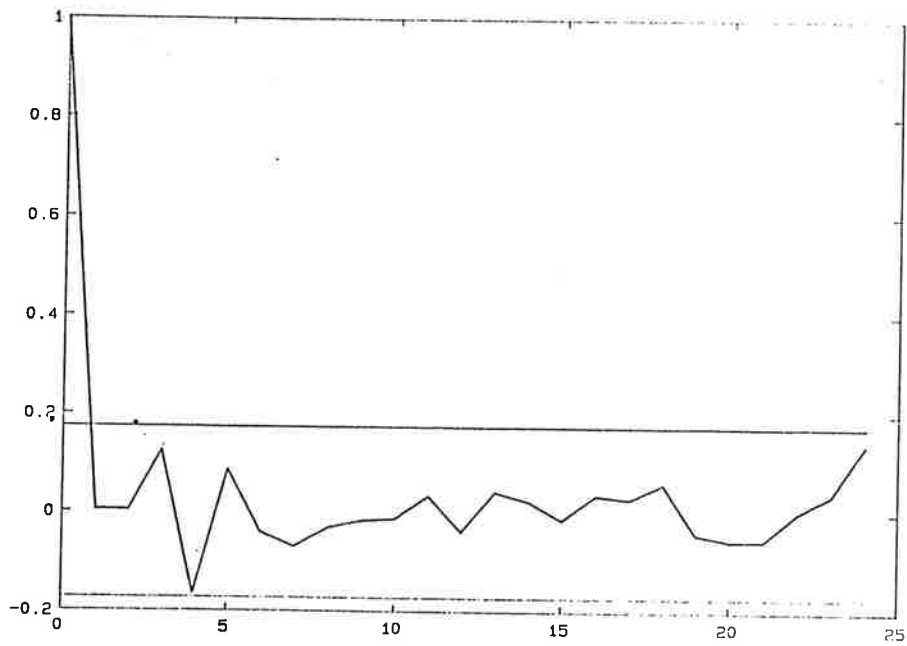
Utifrån de undersökningar som vi har gjort, finner vi, att en tredje ordningens modell är mest tillfredställande. En fjärde ordningens modell kan visserligen användas, men det medför endast obetydliga förbättringar av de statistiska kriterierna. Tredje ordningens modell ger en god följning av dynamiken vid simulering, se figur 1. De statistiska kriterierna ger goda resultat, se figur 2. - 4. Dessutom erhålles vid övergång till kontinuerlig tid parametrar, som är rimliga enligt modellen, i så måtto att de ger ett stabilt system.



Figur 1. Simulering av ARMAX-modell. X-axeln har skalan [0.2 sek].

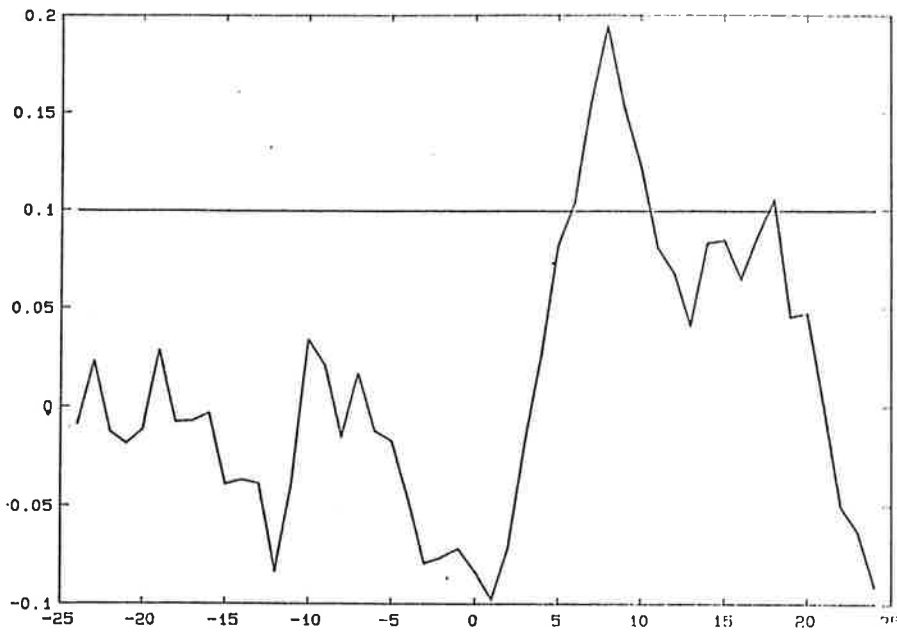


Figur 2. Residualer, ARMAX. X-axeln har skalan [0.2 sek].



Figur 3. Korrelationer av residualer, ARMAX. X-axeln har skalan [0.2 sek].



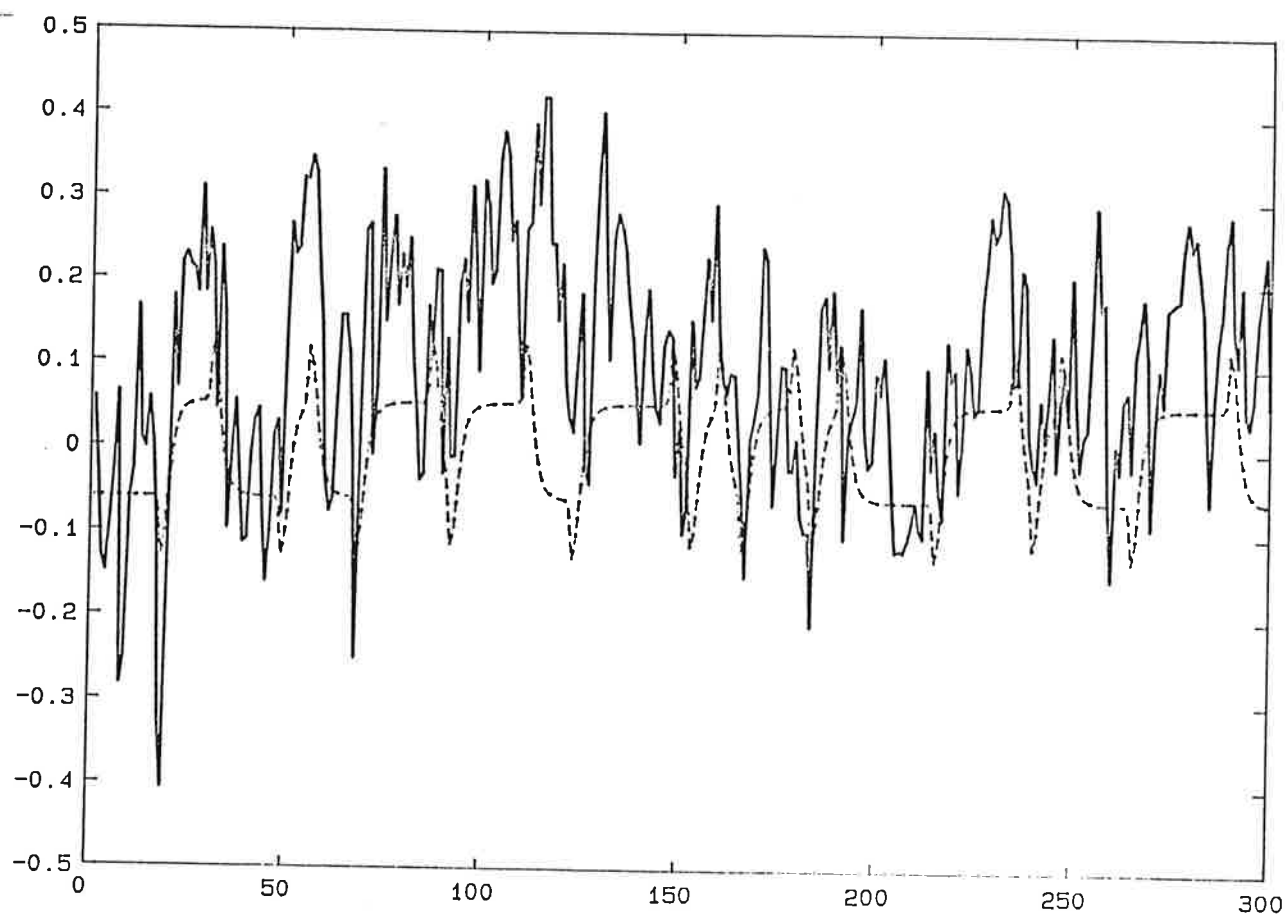


**Figur 4.** Korskorrelationer mellan insignal och residualer, ARMAX. X-axeln har skalan [0.2 sek].

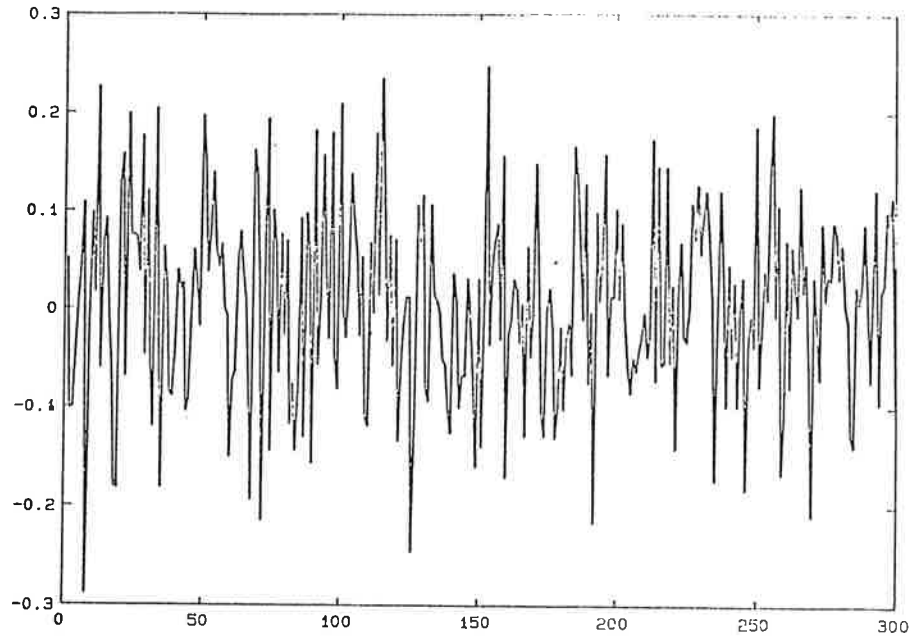
## BOX-JENKINS

$$y(t) = [B(q)/F(q)]u(t - nk) + [C(q)/D(q)]e(t)$$

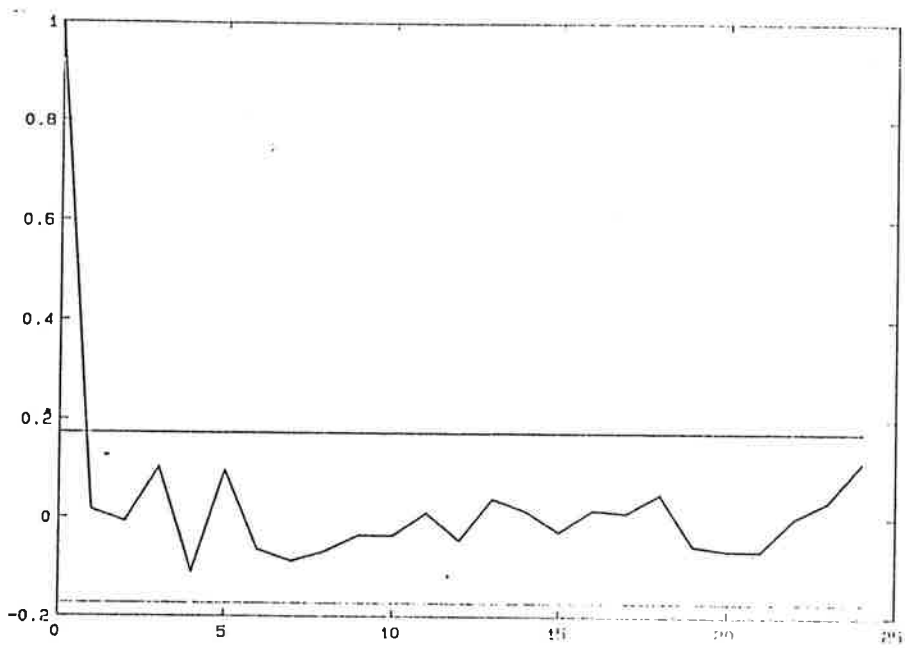
Box-Jenkins modellen skiljer sig ifrån ARMAX-modellen, såtillvida att den har olika polynom för insignal- och brusmodell. För oss har det inneburet en möjlighet att minska brusmodellens C-polynom, så att  $\text{ord}(C)=1$  i stället för 3 som i ARMAX-modellen. Simulering och statistiska kriterier ger bättre resultat än hos ARMAX-modellen, se figur 5. - 8. Anledningen till att Box-Jenkins ger ett bättre resultat än exempelvis ARMAX, kan vara att Box-Jenkins tillåter en oberoende karakterisering av brusspektrum och systemdynamik.



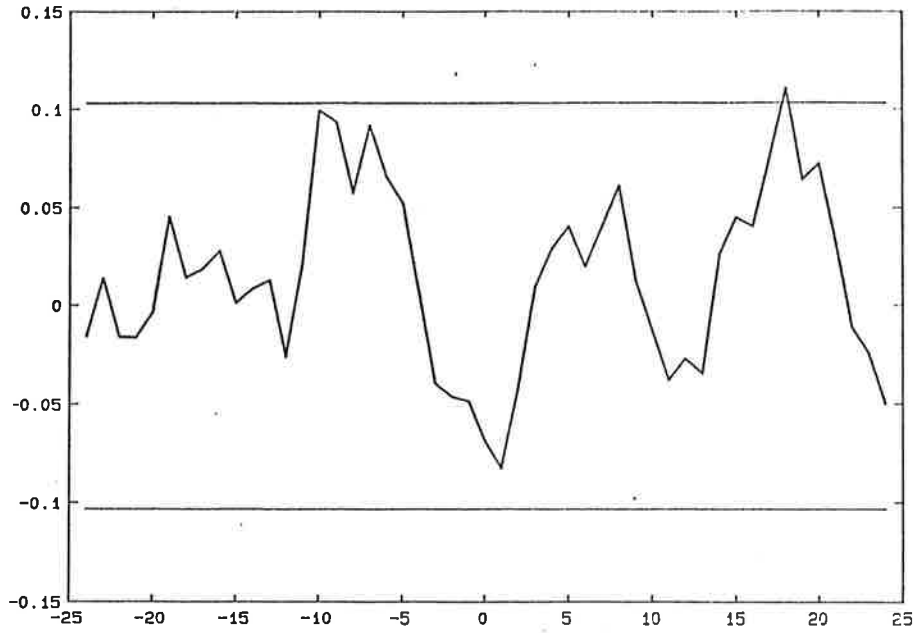
Figur 5. Simulering av Box-Jenkins-modell. X-axeln har skalan [0.2 sek].



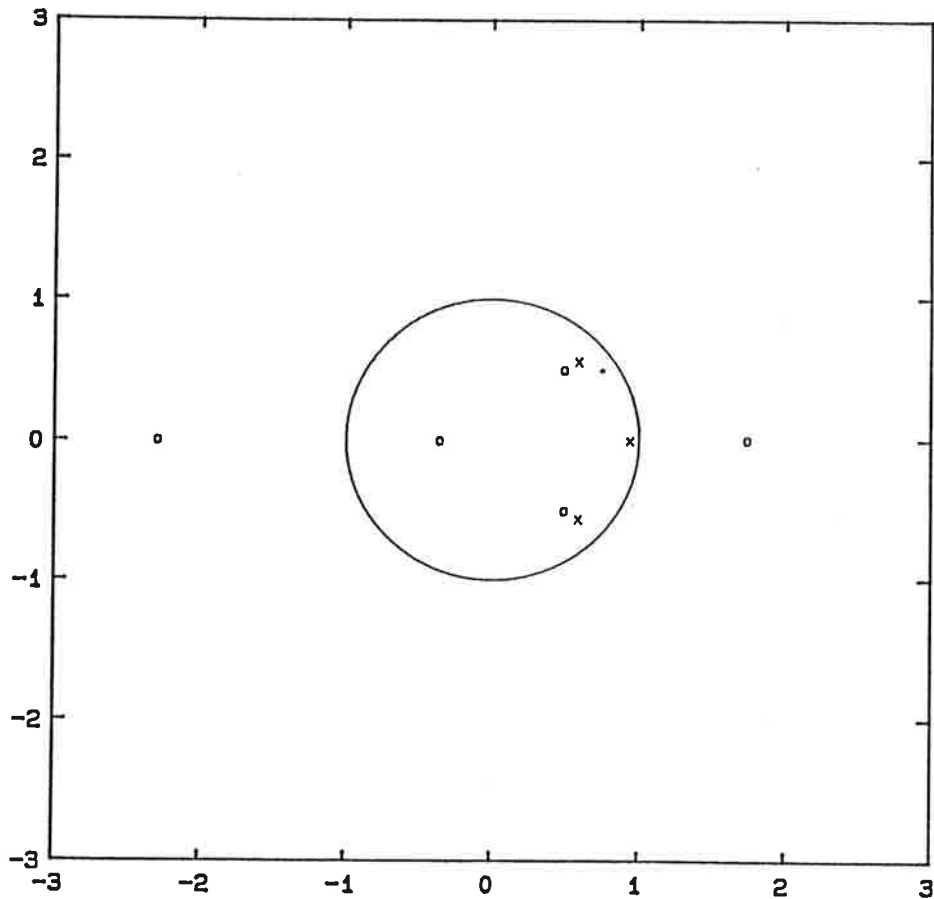
Figur 6. Residualer, Box-Jenkins. X-axeln har skalan [0.2 sek].



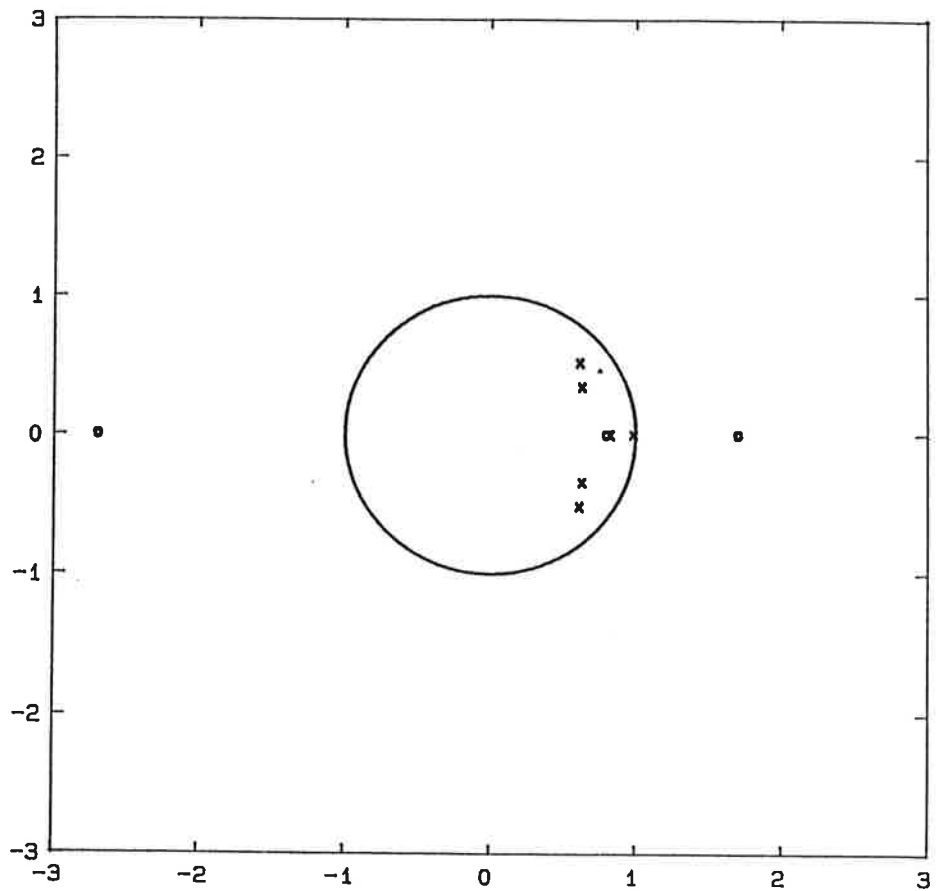
Figur 7. Korrelationer av residualer, Box-Jenkins. X-axeln har skalan [0.2 sek].



Figur 8. Korskorrelation mellan insignal och residualer, Box-Jenkins. X-axeln har skalan [0.2 sek].



Figur 9. Poler och nollställen, ARMAX. De inringade polerna och nollställena förkortar nästan bort varandra.



Figur 10. Poler och nollställen, (Box-Jenkins). Det inringade pol nollställe paret kommer ifrån F- respektive C- polynomen och förkortar inte bort varandra.