

Arbitragefria volatilitetsytor från rå optionsdata

Examensarbete: Using an Attention-Based Permutation-Invariant VAE to Model Volatility Surfaces

Student: Ludvig Sjögren

Handledare: Alexandros Sopasakis (LTH), Oskar Åström (LTH), Jakob Petersen (Nykredit Bank)

Examinator: Magnus Wiktorsson (LTH)

När finansiella institutioner prissätter optioner behöver de en bild av hur marknaden värderar osäkerhet över olika löptider och kursnivåer. Denna bild kallas volatilitetsyta och är ett av de viktigaste verktygen inom kvantitativ finans. I detta examensarbete undersöks om ett neuralt nätverk kan lära sig att rekonstruera hela volatilitetsytor direkt från rå marknadsdata, utan att kompletta ytor först måste konstrueras som träningsdata.

Vad är en volatilitetsyta?

En option ger innehavaren rätt att köpa eller sälja en tillgång till ett förutbestämt pris vid ett framtida datum. Priset på en option beror bland annat på hur mycket marknaden tror att den underliggande tillgången kommer att röra sig, det vill säga volatiliteten. Med Black & Scholes modell kan man räkna baklänges från ett observerat optionspris och ta fram den implicita volatiliteten. Denna varierar systematiskt med lösenpris och löptid och bildar den tredimensionella volatilitetsytan. En viktig egenskap hos ytan är att den måste vara fri från arbitrage, det vill säga att det inte ska gå att skapa riskfri vinst utan kostnad genom att kombinera optioner på olika sätt.

Problemet med tidigare metoder

Tidigare forskning har tränat neurala nätverk på färdiga, interpolerade volatilitetsytor definierade på fasta rutnät. Detta kräver ett separat förbearbetningssteg som introducerar antaganden och potentiella fel. Dessutom tvingar det modellen till en fast struktur av specifika löptider och lösenprisintervall, vilket inte stämmer överens med verkligheten där antalet tillgängliga kontrakt varierar kraftigt mellan dagar.

En modell som hanterar rådata direkt

I detta arbete behandlas varje dags optionskontrakt som en oordnad mängd, liknande ett moln av punkter utan given ordning. En arkitektur kallad Set Transformer används för att läsa av hela denna mängd och skapa en kompakt representation av dagens marknadsläge i ett fyrdimensionellt latent rum. Egenskapen att ordningen på kontrakten inte spelar någon roll kallas permutationsinvarians och är avgörande för att modellen ska fungera på verklig marknadsdata. Från det latent rummet kan sedan en fullständig volatilitetsyta rekonstrueras i valfri punkt. Modellen kallas Raw Set VAE.

Resultat och arbitragefrihet

Utvärderingen genomförs på ett sätt som liknar ett realistiskt användningsscenario: modellen ges ett litet antal slumpmässigt valda observerade kontrakt och ska utifrån dessa rekonstruera hela ytan. Med så lite som fem observerade kontrakt uppnår modellen konkurrenskraftiga resultat, och vid fler observerade kontrakt presterar den ungefär tio procent bättre än den traditionella jämförelsemodellen.

En viktig del av arbetet är att säkerställa att de genererade ytorna är fria från arbitrage. Utan explicita restriktioner producerar modellen ytor fulla av arbitragebrott. Genom att lägga till strafftermer i träningsfunktionen som penaliserar arbitrage uppnås i princip fullständig arbitragefrihet under hela valideringsperioden med över 400 marknadsdagar.

Vad modellen har lärt sig

En analys av det latent rummet visar att modellen organiserar marknadsdata på ett strukturerat och tolkningsbart sätt. Dagar med liknande volatilitetsnivå grupperas nära varandra, och en interpolation mellan det lugnaste marknadsläget i datasetet från november 2017 och det mest stressade från mars 2020 ger en mjuk och kontinuerlig övergång. Modellen har utan explicit styrning lärt sig att separera ytans egenskaper i det latent rummet, där rörelse längs en specifik dimension styr den övergripande volatilitetsnivån, medan en annan axel kontrollerar formen på ytans smile.

Slutsats

Resultaten visar att det är möjligt att träna och använda en generativ modell för volatilitetsytor utan att först konstruera kompletta interpolerade ytor för träning. Detta eliminerar ett betydande förbearbetningssteg och de antaganden det medför. Framtida arbete kan med fördel undersöka mer expressiva generativa ramverk som bättre utnyttjar den rika information som Set Transformer-encodern extraherar ur rådata.